

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده فیزیک و مهندسی هسته ای

رساله دکتری فیزیک هسته ای

محاسبه ی گشتاور دوقطبی مغناطیسی و چهار قطبی الکتریکی هسته تحت تاثیر برهم کنش کولنی و هسته ای

نگارنده: لاله نیک خواه

استاد راهنما

دکتر علی اکبر رجبی

بهمن ۱۳۹۹

با احترام به یاد پدرم؛

تقدیم به مهر مادرم

که زمزمه اش به آهنگ جنبش برگ هاست

و گل های اقا قیا در لالایی اش میشکفند ...

و مهربان همسرم به پاس صبوری و همراهی

الهی؛

دستی افشان، تا ز سر انگشتانت صد قطره چکد

هر قطره شود خورشیدی

باشد که به صد سوزن نور شب مارا بکند

روزن روزن

سپاس از استاد بزرگوار و مهربانم پروفسور رجبی که راهنمایی هایشان گره
گشای کارم بوده و زحمت راهنمایی این رساله بر عهده ایشان بود و اساتید
بزرگوار گروه هسته ای که روشنگر راهم بوده اند.

تعهد نامه

اینجانب لاله نیک خواه دانشجوی دوره دکتری رشته فیزیک هسته ای دانشکده فیزیک و مهندسی هسته ای دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه محاسبه ی گشتاور دوقطبی مغناطیسی و چهار قطبی الکتریکی هسته تحت تاثیر برهم کنش کولنی و هسته ای تحت راهنمایی دکتر علی اکبر رجبی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « **Shahrood University of Technology** » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود . استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

در این رساله هدف بررسی گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی و چهار قطبی الکتریکی هسته هایی با اسپین کل $(^6\text{Li}, ^2\text{H}, ^{14}\text{N}) J=1$ قبل و بعد از برهم کنش بین آنها با هسته ی ^{17}O در نزدیکی سد کولمبی است. برهم کنش بین دو هسته با استفاده از روش دابل فولدینگ و جایگزینی توابع موج هسته ها $\left| \psi_D(\vec{r}) \psi_D^*(\vec{r}) \right|_{T,P}$ و $\left| \psi_{Ex}(\vec{r}, \vec{r} \pm \vec{s}) \psi_{Ex}^*(\vec{r}, \vec{r} \pm \vec{s}) \right|_{T,P}$ به جای توابع چگالی $\rho_D(\vec{r}_{P,T})$ و $\rho_E(\vec{r}_{P,T}, \vec{r}_{P,T} \pm \vec{s})$ بدست آمده است. به این منظور از معادله ی موج D بعدی¹ شرودینگر بهره برده ایم. معادله ی شرودینگر در حضور پتانسیل های شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی² و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی³ با استفاده از روش نیکیفوروف-یوارووف⁴ (NU) حل شده است. در ادامه باتوجه به جایگزینی توابع موج هسته به جای توابع توزیع چگالی هسته ای به مقایسه ی نتایج مقادیر پتانسیل برهم کنش (نوکلئون-نوکلئون مستقیم و مبادله ای و کولمبی) بین هسته های تحت پتانسیل شبه کولمبی به علاوه پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی پرداخته ایم، سپس تاثیر پتانسیل برهم کنش به دست آمده برحسب فاصله ی بین هسته های برهم کنش کننده را بر روی گشتاور الکتریکی چهار قطبی و دوقطبی مغناطیسی هسته ها بررسی کرده ایم.

کلمات کلیدی: گشتاور دوقطبی مغناطیسی، گشتاور چهار قطبی الکتریکی، مدل دابل فولدینگ ،

پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی، پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی

¹ . D-dimensional Schrödinger equation

² .Pseudo Coulomb plus ring shape potential

³ .Ring-shapedpseudo harmonic potential

⁴ Nikiforov-Uvarov

لیست مقالات مستخرج از رساله

مقالات ISI

- 1- L. Nickhah, A.A. Rajabi, M. Hamzavi "Changes in quadrupole moments during nucleus-nucleus interaction" , Modern Physics Letters A, It was accepted on Oct 22 (2019), <https://doi.org/10.1142/S0217732320500509>
- 2- L. Nickhah, A.A. Rajabi "Nuclear Moment During Nuclear Scattering Using Wave Function of Nucleus", Brazilian Journal of Physics, It was accepted on Jan 5 (2021)

مقالات کنفرانسی

- ۱- بررسی برهم کنش های هسته ای در نزدیکی سد کولمبی با استفاده از مدل فولدینگ- کنفرانس هسته ای ایران- ۲ و ۳ اسفند ۹۶- دانشگاه اصفهان
- ۲- بررسی گشتاور های هسته ای در برخورد هسته-هسته با استفاده از تابع موج N ذره ای و مدل دابل فولدینگ- کنفرانس ملی آینده مهندسی و تکنولوژی- ۷ اسفند ۹۵- دانشگاه علم و فرهنگ
- 3- Investigation of nucleus-nucleus scattering interaction potential by folding model, the 2nd International Conference on engineering and applied sciences, 21 July 2016 at UAE-Dubai
- ۴- بررسی مسئله پراکندگی بر مبنای برهمکنش نوکلئون-نوکلئون و با استفاده از معادله موج- کنفرانس فیزیک محاسباتی ۳۰ دی و ۱ بهمن دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی ۱۳۹۴
- ۵- مطالعه پراکندگی الاستیک در برهمکنش های هسته ای با استفاده از تابع موج- ۵ و ۶ اسفند -

دانشگاه یزد ۱۳۹۴

فهرست مطالب

فصل اول	۱
گشتاور دوقطبی مغناطیسی	۱
۱-۱- مقدمه	۲
۱-۲- دیدگاه کلاسیک گشتاور دوقطبی مغناطیسی	۷
۱-۳- دیدگاه کوانتومی گشتاور مغناطیسی هسته	۸
فصل دوم	۱۵
گشتاور چهار قطبی الکتریکی	۱۵
۱-۲- مقدمه	۱۶
۲-۲- گشتاور چهار قطبی الکتریکی	۱۷
۳-۲- هسته های تغییر شکل داده شده (غیر کروی) از دیدگاه میکروسکوپی	۱۹
۴-۲- گشتاور اسپکتروسکوپی هسته	۲۲
۵-۲- ارتباط گشتاور چهار قطبی الکتریکی و پارامتر تغییر شکل هسته	۲۳
فصل سوم	۲۷
مدل فولدینگ	۲۷
۱-۳- مقدمه	۲۸
۲-۳- مدل اپتیکی هسته	۲۹
۳-۳- مدل سینگل فولدینگ و دابل فولدینگ	۳۲
۴-۳- انتخاب برهم کنش موثر	۳۳
۵-۳- سیستم مختصات مورد استفاده در روش دابل فولدینگ	۳۴
۶-۳- پتانسیل کولمبی مدل دابل فولدینگ	۳۵
۷-۳- پتانسیل برهم کنش هسته - هسته	۳۶
۷-۳-۱- تقریب برد صفر	۳۶
۷-۳-۲- برهم کنش مستقیم هسته - هسته	۳۸
۷-۳-۳- برهم کنش تبادلی هسته - هسته	۳۹

۴۰.....	۳-۸- تاثیر حرکت نسبی هسته ها در برهم کنش
۴۱.....	۳-۹- وابستگی به چگالی در انتگرال دابل فولدینگ
۴۳.....	فصل چهارم
۴۳.....	محاسبه گشتاور های هسته و پتانسیل برهمکنش
۴۴.....	۴-۱- مقدمه
۴۴.....	۴-۲- معادله ی موج شرودینگر
۴۵.....	۴-۳- کلیات روش نیکیفورو- یوارووف
۴۷.....	۴-۴- حل معادله ی موج شرودینگر با پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی
۵۷.....	۴-۴-۱ محاسبات مربوط به پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی
۵۹.....	۴-۵- حل معادله ی موج شرودینگر با پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی
۶۸.....	۴-۵-۱ محاسبات مربوط به پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی
۷۰.....	۴-۶- محاسبه ی گشتاور دوقطبی مغناطیسی برای هسته های پایدار $^{17}\text{O} + (^1\text{H}, ^6\text{Li}, ^{14}\text{N}) J=1$
۷۱.....	۴-۷- محاسبه ی گشتاور چهارقطبی الکتریکی برای هسته های پایدار $^{17}\text{O} + (^1\text{H}, ^6\text{Li}, ^{14}\text{N}) J=1$
۷۲.....	۴-۷-۱ محاسبات مربوط به پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه ی پتانسیل حلقوی شکل
۷۳.....	۴-۷-۲ محاسبات مربوط به پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی
	۴-۸- محاسبه ی پتانسیل برهم کنش بین هسته های $^2\text{H}, ^6\text{Li}, ^{14}\text{N}$ و هسته ی ^{17}O (تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی)
۷۴.....	
۷۵.....	۴-۸-۱ برهم کنش بین $^2\text{H} - ^{17}\text{O}$
۷۷.....	۴-۸-۲ برهم کنش بین $^6\text{Li} - ^{17}\text{O}$
۸۰.....	۴-۸-۳ برهم کنش بین $^{14}\text{N} - ^{17}\text{O}$
	۴-۹- محاسبه ی پتانسیل برهم کنش بین هسته های $^2\text{H}, ^6\text{Li}, ^{14}\text{N}$ و هسته ی ^{17}O (تحت پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی)
۸۲.....	
۸۲.....	۴-۹-۱ برهم کنش بین $^2\text{H} - ^{17}\text{O}$
۸۵.....	۴-۹-۲ برهم کنش بین $^6\text{Li} - ^{17}\text{O}$
۸۷.....	۴-۹-۳ برهم کنش بین $^{14}\text{N} - ^{17}\text{O}$
	۴-۱۰- مقایسه برهم کنش ها تحت تاثیر پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه ی پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی
۸۹.....	

فصل پنجم	۹۷
بررسی تاثیر پتانسیل برهم کنش بر روی گشتاور هسته	۹۷
۱-۵- بررسی تاثیر برهم کنش بین هسته ها بر روی گشتاور دوقطبی مغناطیسی	۹۸
۲-۵- بررسی تاثیر برهم کنش بین هسته ها بر روی گشتاور چهارقطبی الکتریکی	۹۸
۱-۲-۵- بررسی تاثیر برهم کنش بین هسته ها بر روی گشتاور چهارقطبی الکتریکی در حضور پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی	۹۹
۱-۱-۲-۵- برهم کنش بین $^2\text{H} - ^{17}\text{O}$	۹۹
۲-۱-۲-۵- برهم کنش بین $^6\text{Li} - ^{17}\text{O}$	۹۹
۳-۱-۲-۵- برهم کنش بین $^{14}\text{N} - ^{17}\text{O}$	۱۰۰
۲-۲-۵- بررسی تاثیر برهم کنش بر روی گشتاور چهار قطبی الکتریکی تحت تاثیر پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی	۱۰۳
۱-۲-۲-۵- برهم کنش بین $^2\text{H} - ^{17}\text{O}$	۱۰۳
۲-۲-۲-۵- برهم کنش بین $^6\text{Li} - ^{17}\text{O}$	۱۰۳
۳-۲-۲-۵- برهم کنش بین $^{14}\text{N} - ^{17}\text{O}$	۱۰۴
۳-۵- جمع بندی	۱۰۷
۴-۵- نتیجه گیری	۱۱۰
منابع	۱۱۲

فهرست جداول

- جدول (۱-۱) روش های ترکیب اسپین نوکلئون های هسته در اتم ۴
- جدول (۲-۱) مقادیر گشتاور دوقطبی مغناطیسی تعدادی از هسته های پایدار [۶] ۱۳
- جدول (۱-۲) مقادیر اندازه گیری شده ی گشتاور چهارقطبی الکتریکی تعدادی از هسته های پایدار [۶] ۲۶
- جدول (۱-۳) ضرایب نوکلئون-نوکلئون وابسته به پتانسیل M3Y [۳۹] ۴۲
- جدول (۲-۳) ضرایب پتانسیل مربوط به پتانسیل M3Y ، Reid و Paris [۳۶] ۴۲
- جدول (۱-۴) گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته های $J=1$ در حضور پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه ی پتانسیل حلقوی [۶ ، ۷۰] ۷۱
- جدول (۲-۴) گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته های $J=1$ در حضور پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی [۶ ، ۷۰] ۷۱
- جدول (۳-۴) گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های $J=1$ تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی [۷۱-۷۴] ۷۳
- جدول (۴-۴) گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های $J=1$ تحت پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی [۶ ، ۷۰] ۷۴
- جدول (۱-۵) تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های ^{17}O و ^{2}H تحت برهم کنش باهم تحت پتانسیل هسته ای شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی [۷۱] ۱۰۱
- جدول (۲-۵) : تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های ^{17}O و ^6Li تحت برهم کنش باهم تحت پتانسیل هسته ای شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی [۷۱] ۱۰۱
- جدول (۳-۵) : تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های ^{17}O و ^{14}N تحت برهم کنش باهم تحت پتانسیل هسته ای شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی [۷۱] ۱۰۲
- جدول (۴-۵) تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های ^{17}O و ^2H تحت برهم کنش باهم تحت پتانسیل هسته ای شبه هارمونیک حلقوی [۷۱] ۱۰۵
- جدول (۵-۵) تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های ^{17}O و ^6Li تحت برهم کنش باهم تحت پتانسیل هسته ای شبه هارمونیک حلقوی [۷۱] ۱۰۵
- جدول (۶-۵) تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های ^{17}O و ^{14}N تحت برهم کنش باهم تحت پتانسیل هسته ای شبه هارمونیک حلقوی [۷۱] ۱۰۶

فهرست شکل ها

- شکل ۱-۱: ترازهای انرژی برای یک هسته با عدد اسپین $J=1/2$ ۶
- شکل ۲-۱: جهت گیری بردارگشتاور زاویه ای اسپین برای هسته های ۱، ۲، $J=I=1/2$ ۶
- شکل ۳-۱: جهت گیری بردارگشتاور زاویه ای اسپین برای هسته ی $J=1/2$ ۷
- شکل ۱-۲: برهم کنش یک نوکلئون والانس با هسته ی نوکلئونی ۲۱
- شکل ۲-۲: برهم کنش یک حفره با هسته ی نوکلئونی ۲۲
- شکل ۳-۲: پارامتر β برای هسته ی پخت مقداری مثبت و برای هسته ی دوکی شکل مقداری منفی خواهد داشت ۲۵
- شکل ۴-۲: مراتب بالاتر تغییر شکل هسته ۲۵
- شکل ۵-۲: هسته های کروی شکل ۲۶
- شکل ۱-۳: دستگاه مختصات استفاده شده در محاسبات D.F.M ۳۵
- شکل (۱-۴): پتانسیل برهم کنش کولمبی در واکنش $2H-17O$ ۷۶
- شکل (۲-۴): پتانسیل برهم کنش مستقیم و تبدالی در واکنش $2H-17O$ ۷۶
- شکل (۳-۴): مقایسه ی پتانسیل برهم کنش کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل در واکنش $2H-17O$ ۷۷
- شکل (۴-۴): مقایسه ی تمامی پتانسیل های برهم کنش واکنش $2H-17O$ ۷۷
- شکل (۵-۴): پتانسیل برهم کنش کولمبی در واکنش $6Li-17O$ ۷۸
- شکل (۶-۴): پتانسیل برهم کنش مستقیم و تبدالی در واکنش $6Li-17O$ ۷۸
- شکل (۷-۴): مقایسه ی پتانسیل های برهم کنش کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل در واکنش $6Li-17O$ ۷۹
- شکل (۸-۴): مقایسه ی تمامی پتانسیل های برهم کنش واکنش $6Li-17O$ ۷۹
- شکل (۹-۴): پتانسیل برهم کنش کولمبی در واکنش $14N-17O$ ۸۰
- شکل (۱۰-۴): پتانسیل برهم کنش مستقیم و تبدالی در واکنش $14N-17O$ ۸۰
- شکل (۱۱-۴): مقایسه پتانسیل برهم کنش کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل در واکنش $14N-17O$ ۸۱
- شکل (۱۲-۴): مقایسه پتانسیل های برهم کنش در واکنش $14N-17O$ ۸۱
- شکل (۱۳-۴): پتانسیل برهم کنش کولمبی در واکنش $2H-17O$ ۸۳
- شکل (۱۴-۴): پتانسیل برهم کنش مستقیم و تبدالی در واکنش $2H-17O$ ۸۳
- شکل (۱۵-۴): مقایسه ی پتانسیل برهم کنش کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل در واکنش $2H-17O$ ۸۴

- شکل (۴-۱۶): مقایسه ی تمامی پتانسیل های برهم کنش واکنش $2H-17O$ ۸۴
- شکل (۴-۱۷): پتانسیل برهم کنش کولمبی در واکنش $6Li-17O$ ۸۵
- شکل (۴-۱۸): پتانسیل برهم کنش مستقیم و تبدالی در واکنش $6Li-17O$ ۸۵
- شکل (۴-۱۹): مقایسه ی پتانسیل برهم کنش کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل در واکنش $6Li-17O$ ۸۶
- شکل (۴-۲۰): مقایسه ی تمامی پتانسیل های برهم کنش واکنش $6Li-17O$ ۸۶
- شکل (۴-۲۱): پتانسیل برهم کنش کولمبی در واکنش $14N-17O$ ۸۷
- شکل (۴-۲۲): پتانسیل برهم کنش مستقیم و تبدالی در واکنش $14N-17O$ ۸۷
- شکل (۴-۲۳): مقایسه ی پتانسیل برهم کنش کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل در واکنش $14N-17O$ ۸۸
- شکل (۴-۲۴): مقایسه ی تمامی پتانسیل های برهم کنش واکنش $14N-17O$ ۸۸
- شکل (۴-۲۵): مقایسه برهم کنش کولمبی واکنش ها در حضور پتانسیل شبه کولمبی و شبه هارمونیک حلقوی ۹۱
- شکل (۴-۲۶): پتانسیل برهم کنش کولمبی در واکنش $58Ni-58Ni$ [۷۶] ۹۱
- شکل (۴-۲۷): مقایسه برهم کنش نوکلئون - نوکلئون مستقیم در حضور پتانسیل شبه کولمبی و شبه هارمونیک حلقوی ۹۲
- شکل (۴-۲۸): مقایسه برهم کنش نوکلئون - نوکلئون تبدالی در حضور پتانسیل شبه کولمبی و شبه هارمونیک حلقوی ۹۲
- شکل (۴-۲۹): مقایسه برهم کنش کل در حضور پتانسیل شبه کولمبی و شبه هارمونیک حلقوی ۹۳
- شکل (۴-۳۰): نمودار پتانسیل برهم کنش کل بین هسته $6Li$ و هسته های $16O, 40Ca, 28Si$ برگرفته از منبع [۲۶] ۹۳
- شکل (۴-۳۱): نمودار پتانسیل برهم کنش مستقیم و تبدالی و کل بین هسته های $16O-16O$ [76] ۹۴
- شکل (۴-۳۲): نمودار پتانسیل برهم کنش کولمبی و کل بین هسته های $16O-16O$ [76] ۹۴
- شکل (۴-۳۳): نمودار پتانسیل برهم کنش تبدالی و مستقیم و پتانسیل کل بین هسته های $16O-16O$ [77] ۹۵
- شکل (۵-۱): مقادیر عددی گشتاور چهارقطبی الکتریکی $2H$ بعداز برهم کنش با $17O$ برحسب فاصله ی بین دو هسته ۹۹
- شکل (۵-۲): مقادیر عددی گشتاور چهارقطبی الکتریکی $6Li$ بعداز برهم کنش با $17O$ برحسب فاصله ی بین دو هسته ۹۹

- شکل (۳-۵): مقادیر عددی گشتاور چهارقطبی الکتریکی $14N$ بعداز برهم کنش با $17O$ برحسب فاصله ی دو هسته ۱۰۰
- شکل (۴-۵): مقادیر عددی گشتاور چهارقطبی الکتریکی $2H$ بعداز برهم کنش با $17O$ برحسب فاصله ی بین دو هسته ۱۰۳
- شکل (۵-۵): مقادیر عددی گشتاور چهارقطبی الکتریکی $6Li$ بعداز برهم کنش با $17O$ برحسب فاصله ی دو هسته ۱۰۳
- شکل (۶-۵): مقادیر عددی گشتاور چهارقطبی الکتریکی $14N$ بعداز برهم کنش با $17O$ برحسب فاصله ی بین دو هسته ۱۰۴
- شکل (۷-۵): مقایسه ی تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته ی $2H$ تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی ۱۰۷
- شکل (۸-۵): مقایسه ی تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته $6Li$ تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی ۱۰۸
- شکل (۹-۵): مقایسه ی تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته $14N$ تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی ۱۰۸
- شکل (۱۰-۵): مقایسه ی تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته ی $17O$ در برهم کنش با $2H$ تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی ۱۰۹
- شکل (۱۱-۵): مقایسه ی تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های $17O$ در برهم کنش با $6Li$ تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی ۱۰۹
- شکل (۱۲-۵): مقایسه ی تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های $17O$ در برهم کنش با $14N$ تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی ۱۱۰

فہرست علائم

Q	گشتاور چہار قطبی الکتریکی
μ	گشتاور دوقطبی مغناطیسی
b	بارن (Barn)
nm	مگنتون هستہ (Nuclear Magneton)

فصل اول

گشتاور دوقطبی مغناطیسی

هسته ها دارای خصوصیت های مهم فیزیکی مانند جرم ، میدان الکتریکی، اسپین، گشتاور دوقطبی مغناطیسی و غیره هستند که ویژگی های بنیادی آنها را مشخص می کند، برای مثال ویژگی جرم عناصر به طور کلی، خصوصیات مثل وزن، چگالی ، سایز و دیگر خصوصیات مرتبط در یک عنصر را مشخص میکند. میدان الکتریکی هسته ای یک عنصر پتانسیل بالقوه ای در اطراف هسته ایجاد می کند که تعداد الکترون ها و توزیع آنها را به دور هسته تعیین می کند. به عبارتی هسته مسئول ایجاد تعداد لایه های الکترونی و نیز تعداد الکترون ها در هریک از لایه هاست. بار کلی هسته در حقیقت مسئول خصوصیات شیمیایی مربوط به عناصر است و این کار را به وسیله ی مشخص کردن پیکربندی نهایی مربوط به الکترون ها در واکنش های شیمیایی انجام میدهد. بار الکتریکی کلی هسته تا حدی نیز مسئول ساختار شبکه ای هسته می باشد. اسپین نیز خصوصیتی ثابت در هسته می باشد که منحصرأ مربوط به خود هسته است. دوقطبی مغناطیسی هسته ای همیشه برای یک عنصر مقداری ثابت است این به این معنی است که درون هسته و خصوصیات مربوط به هسته ثابت داریم [۱-۲]. خصوصیات برشمرده در این بخش همگی جز خصوصیات ثابت و تغییر ناپذیر هسته در اندازه گیری های متفاوت بوده اند و به عنوان شناسه ی یک عنصر به کار گرفته می شوند. برای تعریف و خواص گشتاورها در کتاب کستل و تانر^۱ مطالب خوبی ارائه شده است. این کتاب مقدمه ای بر گشتاورهای هسته و ارتباط آنها با نظریه های مدرن هسته ای است. این موضوع جنبه های مختلف مربوط به گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته و گشتاور چهارقطبی الکتریکی و نیز مواردی چون گشتاورهای تک ذره، اثرات هسته پلاریزه و غیره را دربر می گیرد. یک هسته یک سیستم چند جسمی است که از نوکلئون ها (پروتون و نوترون) ساخته شده است. توصیف دقیقی از معادله ی موج این سیستم چند جسمی به وسیله ی یک سیستم کوانتوم مکانیکی غیر ممکن است. در عوض هر نوکلئون در هسته،

¹ Castel and Towner

تحت پتانسیل میانگینی که بقیه ی نوکلئون ها ایجاد کرده اند، حرکت می کند [۲]. بیشتر اطلاعاتی که از ساختار هسته در اختیار داریم ناشی از برهم کنش قوی هسته ای بین هسته ها و محیط اطرافشان نیست بلکه از برهم کنش خیلی ضعیف تر الکترومغناطیسی حاصل شده اند. به عبارت دیگر نظم موجود در حرکت و توزیع نوکلئون های درون هسته از برهم کنش قوی هسته ای حاصل می شود اما وسیله ی کاوش در این توزیع برهم کنش الکترومغناطیسی است [۳]. نظریه ی الکترومغناطیس برای محاسبه ی گشتاورهای چند قطبی الکتریکی و مغناطیسی دستورالعمل مشخصی دارد که با استفاده از این روش و با در نظر گرفتن شکل عملگر گشتاورها و محاسبه ی مقادیر انتظاری آنها در حالت های مختلف هسته ای می توان گشتاورهای کوانتوم مکانیکی سیستم های هسته ای را تعیین کرد و با مقادیر تجربی مقایسه نمود. در دیدگاه فیزیک کلاسیک گشتاور دو قطبی مغناطیسی از حرکت ذرات باردار حاصل می شود و می توانیم گشتاور دو قطبی مغناطیسی را وسیله ای برای تشخیص توزیع جریان هایی در نظر بگیریم که در اطرافشان اثرهای مغناطیسی به وجود می آورند. در دیدگاه کوانتومی تکانه ذاتی (اسپین) هم در تولید گشتاور مغناطیسی سهمیم است [۳] یعنی می توان گفت همه ی هسته هایی که اسپین غیر صفر دارند دارای گشتاور دوقطبی مغناطیسی هستند و در تمامی موارد گشتاور دوقطبی مغناطیسی موازی با اسپین هسته است [۴].

گشتاور دوقطبی مغناطیسی یک خصوصیت بنیادی هسته است که می تواند اطلاعاتی از جزییات ساختار هسته ای در اختیار ما قرار دهد و تمامی هسته ها با داشتن تعداد پروتون و یا نوترون فرد میتوانند گشتاور دوقطبی مغناطیسی داشته باشند، اپراتور گشتاور مغناطیسی $\vec{\mu}$ می باشد. گشتاور دوقطبی مغناطیسی از برهمکنش های الکترومغناطیسی داخل هسته نشات می گیرد. باید توجه داشت که مقادیر تجربی بدست آمده گشتاور مغناطیسی می توانند مستقیما با مقادیر حاصل از مدل های هسته ای مقایسه شوند و محکی برای سنجیدن درستی مدل های هسته ای قلمداد شوند. برای مثال در مدل تک ذره خصوصیات هسته نسبت به یک تک پروتون یا نوترون خارج از پوسته ی کامل (پوسته ی پر) مشخص می شود، بنابراین گشتاور دوقطبی هسته در این مورد نسبت به همین

تک ذره محاسبه خواهد شد. البته این ساختار ساده می تواند بینشی انتقادی برای درک بهتر ساختار هسته ای در پی داشته باشد که از این روی میتوان اینگونه عنوان کرد که گشتاور دوقطبی مغناطیسی به طبیعت تک ذرات نوکلئون والانس حساس است، در حالی که گشتاور چهارقطبی الکتریکی هسته ای نسبت به تغییر شکل حساس است [۴]. گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته ای ناشی از دو عامل می باشد:

۱. گشتاور دوقطبی مغناطیسی ذاتی اسپین پروتون ها و نوترون ها در هسته که می تواند با میدان مغناطیسی برهم کنش داشته باشد. همان طور که می دانیم پروتون ها و نوترون ها در واقع ذرات ابتدایی یا بنیادی واقعی نیستند، بلکه تشکیل شده از ذرات بنیادی باردار به نام کوارکها هستند. هر دو نوکلئون (پروتون و نوترون) در اسپین هسته و همچنین گشتاور مغناطیسی هسته μ نقش دارند. با این حال اگر اسپین هسته صفر باشد ($J=0$) گشتاور مغناطیسی نیز صفر خواهد بود.

۲. جریان هایی که در هسته به دلیل حرکت پروتون بوجود می آیند. به طور کلاسیک اگر یک ذره باردار دارای چرخش باشد یک دوقطبی مغناطیسی ایجاد میکند که منشا میدان مغناطیسی است، دوقطبی ایجاد شده یک گشتاور مغناطیسی است.

جدول (۱-۱) روش های ترکیب اسپین نوکلئون های هسته در اتم

مثال	ترکیب های نوکلئونی	اسپین
$^{16}\text{O}: 8p, 8n, ^{12}\text{C}: 6p, 6n$	n و p هردو زوج هستند	$J=0$
$^3\text{H}: 1p, 2n, J=1/2, ^{10}\text{B}: 5p, 5n, J=3$	n و p هردو فرد هستند	$J=n$ (اسپین صحیح)
$^{14}\text{N}: 7p, 7n, J=1/2, ^{13}\text{C}: 6p, 7n, J=3/2$	n زوج است و p فرد است	$J=n/2$ (اسپین نیمه صحیح)

باید توجه داشت که هیچ جهت ارجحی برای گشتاور مغناطیسی هسته در غیاب میدان مغناطیسی خارجی وجود ندارد. یعنی در غیاب میدان مغناطیسی B_0 گشتاورهای مغناطیسی به طور تصادفی جهت گیری میکنند و همه ی آنها دارای انرژی های یکسان هستند. استفاده از یک میدان مغناطیسی خارجی، جهت گیری های تصادفی را حذف می کند، که باعث می شود که هسته هم جهت یا مخالف جهت B_0 جهت گیری کند. این تغییر از حالت جهت گیری تصادفی به حالت جهت گیری مرتب به عنوان قطبش شناخته شده است. از نظر کلاسیک، در حضور یک میدان مغناطیسی خارجی B_0 ، انرژی یک گشتاور مغناطیسی μ بستگی به جهت آن نسبت به میدان دارد

$$E = -\mu \cdot B_0 \quad (1-1)$$

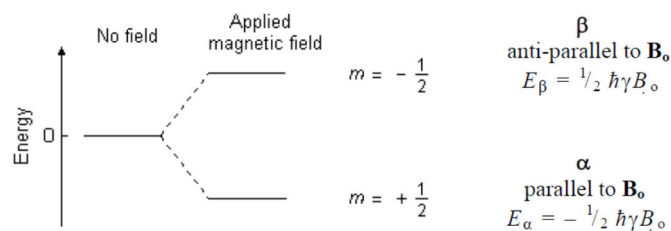
زمانی که گشتاور مغناطیسی به موازات میدان مغناطیسی باشد انرژی حداقل خواهد شد و زمانی که مخالف جهت میدان باشد حداکثر خواهد شد. بنابر پیش بینی مکانیکی کوانتومی، زمانی که یک هسته در یک میدان مغناطیسی وارد می شود، گشتاور مغناطیسی آن $2J+1$ امکان جهت گیری خواهد داشت (تعداد مقادیر عدد کوانتومی m)، در راستای z میدان مغناطیسی B_0 انرژی گشتاور مغناطیسی برابر خواهد شد با

$$E_m = -\mu_z B_0 = -m\hbar\gamma B_0 \quad (2-1)$$

به طور مثال برای یک هسته با $J=1/2$ تنها دو جهت برای گشتاور مغناطیسی μ وجود دارد:

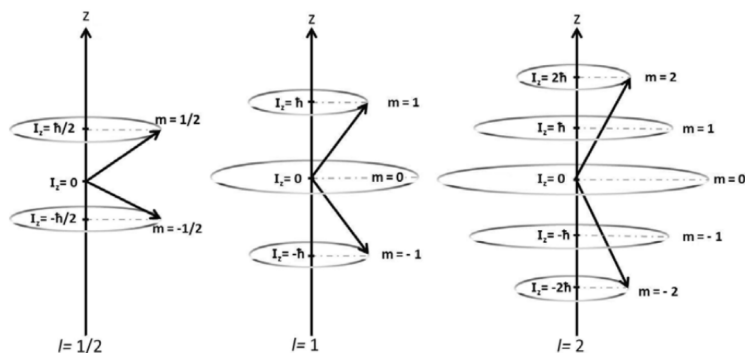
(۱) جهت گیری با انرژی کمینه موازی با میدان مغناطیسی B_0 با عدد کوانتومی مغناطیسی $m=1/2$ که اغلب به عنوان حالت اسپین α نامیده می شود.

(۲) جهت گیری با انرژی بیشینه پادموازی میدان با عدد کوانتومی مغناطیسی $m=-1/2$ که به عنوان حالت β نامیده می شود.



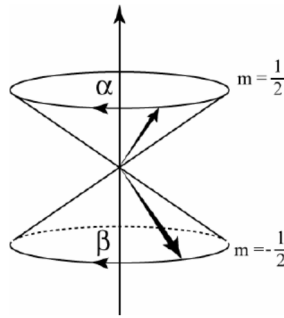
شکل ۱-۱: ترازهای انرژی برای یک هسته با عدد اسپین $J=1/2$

برای یک هسته $J > 1/2$ بیش از دو جهت وجود دارد. توصیف فیزیکی این حالت را می توان در یک نمودار برداری به تصویر کشید که در آن طول بردار گشتاور زاویه ای ثابت است و مقدار آن برابر است با $|J| = \hbar[J(J+1)]^{1/2}$ و در صورت جهت گیری آن در راستای محور z مقدار آن برابر است با $J_z = m\hbar$ در شکل زیر تعدادی از جهت های احتمالی این بردار توسط تعداد مقادیر کوانتومی مغناطیسی m ارائه شده است.



شکل ۱-۲: جهت گیری بردار گشتاور زاویه ای اسپین برای هسته های ۱/۲، ۱، ۲

باید توجه داشت برهم کنش بین یک میدان مغناطیسی و گشتاور دوقطبی مغناطیسی، گشتاوری روی دو قطبی اعمال می کند که باعث می شود در اطراف میدان مغناطیسی در یک زاویه ثابت بر روی سطح مخروطی چرخش داده شود .



شکل ۳-۱: جهت گیری بردار گشتاور زاویه ای اسپین برای هسته ی $J=1/2$

۲-۱- دیدگاه کلاسیک گشتاور دوقطبی مغناطیسی

در دیدگاه الکترومغناطیس کلاسیک در رابطه با گشتاور دو قطبی مغناطیسی، توزیع جریان‌ها را در یک نمونه که حجم معینی از فضا را اشغال کرده است در نظر می‌گیریم، توزیع جریان توسط چگالی جریان $\vec{j}(\vec{r}')$ مشخص می‌شود. بردار $\vec{r}'$ نقطه مشخصی از نمونه را نسبت به مبدأ نشان می‌دهد. در این صورت، تابع برداری $\vec{j}(\vec{r}')$ اندازه و جهت جریان الکتریکی را در واحد حجم dv' در آن نقطه به دست می‌دهد. دستورالعمل محاسبه میدان مغناطیسی $\vec{B}$ ناشی از جریان بسیار ساده است: اول پتانسیل برداری $\vec{A}(\vec{r})$ را در نقطه $\vec{r}$ مورد نظر با انتگرال گیری روی تمام جریان‌های نمونه محاسبه می‌کنیم [۳]

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{j}(\vec{r}') dv'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (3-1)$$

و سپس میدان مغناطیسی را از رابطه $\vec{B}(\vec{r}) = \nabla \times \vec{A}(\vec{r})$ به دست می‌آوریم. بعد از کمی عملیات ریاضی که می‌توان آن را در کتاب‌های استاندارد الکترومغناطیس یافت، می‌توانیم پتانسیل برداری را به صورت زیر بنویسیم

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r} \int \vec{j}(\vec{r}') dv' + \frac{1}{r^3} \int \vec{j}(\vec{r}') (\vec{r} \cdot \vec{r}') dv' + \dots \right\} \quad (4-1)$$

و یا

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{\mu} \times \vec{r}}{r^3} + \dots \quad (5-1)$$

که در رابطه بالا μ برابر است با

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2} \int \vec{r}' \times \vec{j}(\vec{r}') dv' \quad (6-1)$$

که این جمله همان گشتاور دوقطبی مغناطیسی توزیع جریان ($\vec{\mu}$) می باشد. می توان میدان مغناطیسی را در هر جهت دلخواه در نظر گرفت برای مثال می توان میدان را در راستای محور Z اعمال کرد [۳-۴].

۱-۳- دیدگاه کوانتومی گشتاور مغناطیسی هسته

برای ما مشخص شده است که تمامی ذرات باردار دارای گشتاور دو قطبی مغناطیسی هستند و این گشتاورها همواره موازی با اسپین هستند. این گشتاورها می توانند مقادیر مثبت یا منفی داشته باشند، علامت گشتاور وابسته به علامت ضریب ژيرو مغناطیس است که از طریق آزمایش تعیین می شود [۴]. در کوانتوم مکانیک می توان از رابطه ی زیر برای بدست آوردن گشتاور با استفاده از تابع موج بهره برد. این رابطه با توجه به رابطه ی (۱-۴) بدست می آید به ترتیبی که قسمت زیر انتگرال $\vec{\mu}$ شامل چگالی بار و حاصلضرب برداری $\vec{r}' \times \vec{v}'$ است، در مورد ذره ای به جرم m رابطه ی $\vec{r}' \times \vec{v}'$ درست برابر $\frac{\vec{L}}{m}$ می شود که در آن $\vec{L}$ تکانه زاویه ای است. در حد کوانتومی چگالی بار برابر $e|\Psi(\vec{r}')|^2$ است، $\Psi(\vec{r}')$ تابع موج می باشد. با استفاده از مکانیک کوانتومی می توانیم رابطه ی نهایی گشتاور دوقطبی مغناطیسی را به صورت زیر بنویسیم [۳]

$$\mu = \frac{e}{2m} \int \Psi^*(r') L \Psi(r') dv', L = \frac{\hbar}{i} \left(\hat{\phi} \frac{\partial}{\partial \theta} - \theta \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \quad (7-1)$$

اگر میدان مغناطیسی را در راستای محور Z به هسته اعمال کنیم، اسپین جهت گیری در راستای Z خواهد داشت

$$\mu_z = \frac{e}{2m} \int \psi^* (\vec{r}') l_z \psi (\vec{r}') dv' \quad (۸-۱)$$

اگر تابع موج مربوط به حالت معین l_z باشد در این صورت فقط مولفه z این انتگرال غیر صفر است که در آن $l_z = m_l \hbar$ است. بنا به تعریف مقدار μ_z متناظر با مقدار بیشینه ی مولفه ی تکانه ی زاویه است. عدد کوانتومی m_l دارای بیشینه ی مقدار $+l$ است و بنابر این گشتاور مغناطیسی μ عبارت است از

$$\mu = \frac{e\hbar}{2m} l \quad (۹-۱)$$

کمیت $\frac{e\hbar}{2m}$ دارای بعد گشتاور مغناطیسی است و مگنتون نامیده می شود. اگر به جای m جرم پروتون را قرار دهیم مگنتون هسته ای به دست می آید

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = 3.15245 \times 10^{-8} \text{ ev} / T \quad (۱۰-۱)$$

گشتاور مغناطیسی یک هسته تابعی از تعدا نوترون ها و پروتون های داخل هسته است، این یعنی گشتاور دوقطبی مغناطیسی یک تابع پیچیده است که وابسته به هیچ تابع و متغیر دیگری نیست و تنها وابسته به تعداد نوکلئون ها و فرد و زوج بودن تعداد آن هاست. می توان گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته را به فرم زیر نوشت که جمع بر روی تمامی پروتون و نوترون های هسته می باشد

$$\vec{\mu} = \frac{\mu_N}{\hbar} \sum_{i=1}^A [g_{l,i} \vec{l}_i + g_{s,i} \vec{s}_i] \quad (۱۱-۱)$$

برای نوکلئون های آزاد ضریب ژيرو مغناطيس به ترتيب برای پروتونها و نوترون ها برابر است با $g_l^p = 1, g_l^n = 0, g_s^p = +5.587, g_s^n = -3.826$. نظريه ی واحدی که با استفاده از آن بتوان از معادله ی (۱۱-۱) را برای تعيين گشتاور دوقطبی مغناطيسی محاسبه کرد وجود ندارد، زیرا برهم کنش بين نوکلئون ها قوی است و جهت نسبی قرار گرفتن اسپين ها نیز به اندازه ی کافی شناخته شده نیست. نیروی تزويج در هسته ها جفت شدگی میان نوکلئون ها را چنان تنظيم می کند که برآيند تکانه های زاویه ای مداری و اسپینی هر زوج برابر صفر می شود. بدین ترتيب نوکلئون های تزويج شده هیچ گونه سهمی در گشتاور مغناطيسی ندارند و در تعيين آن فقط کافی است که نوکلئون های ظرفيت را در نظر بگیريم. اگر چنین نبود بر اساس ملاحظات آماری در بعضی از هسته های سنگين احتمالاً با گشتاورهای مغناطيسی خیلی بزرگ که شاید ده ها برابر مگنتون هسته ای می شد مواجه می شدیم. اما تاکنون هیچ هسته ای با گشتاور دوقطبی بزرگتر از حدود $6\mu_N$ مشاهده نشده است. در موارد خاصی بر پایه ی مدل های هسته ای می توانيم فرضيات ساده ای را بپذيريم برای مثال در مدل پوسته ای ذرات مستقل $A-1$ نوکلئون را به صورت جفت شده با اسپين صفر در نظر می گیريم که سهمی در گشتاور ندارند. برای نوکلئون فرد باقیمانده در نظريه ی مدل پوسته ای l, s را باهم جمع ميزنيم تا تشكيل J بدهند که در اين صورت امکان محاسبه ی گشتاور فراهم می شود. در خیلی موارد ديگر نمی توانيم از اثر نوکلئون های مرکزی صرفنظر کنيم و به آنها یک ضریب جمعی نسبت می دهيم که خواهيم داشت [۵]

$$\vec{\mu} = \frac{\mu_N}{\hbar} [g_R J_c + \sum_{i=1}^A [g_{l,i} \vec{l}_i + g_{s,i} \vec{s}_i]] \quad (12-1)$$

که در آن J_c مربوط به قلب هسته است و جمع زنی روی تعداد نوکلئون خارج از قلب انجام می شود. اگر حالت های جمعی خالص را بدون هیچگونه نوکلئون فردی در نظر بگیريم در اين صورت بنابر مدل

جمعی خواهيم داشت $g_R = \frac{Z}{A}$ يعنی g_R برابر با نسبت بار هسته به جرم آن است.

گشتاور دوقطبی مغناطیسی را می توان از طریق مقدار انتظاری عملگر گشتاور مغناطیسی در راستای محور Z نیز نوشت که این روش در مدل پوسته ای کاربرد دارد.

$$\mu(J) = \langle J, m = J | \mu_z | J, m = J \rangle \quad (13-1)$$

در این رابطه J اسپین کل هسته (جمع برداری تکانه های زاویه ای همه نوکلئون های هسته) می باشد. در تصویری که مدل پوسته ای ارائه میدهد، خصوصیت هسته توسط نوکلئون فردی که در لایه ی بیرونی و خارج لایه ی پر شده قرار دارد شرح داده میشود. گشتاور دوقطبی مغناطیسی چنین حالت هسته ای با نوکلئون والانس آن در یک مدار با مجموع اندازه حرکت زاویه ای J و اندازه حرکت مداری l می تواند به عنوان یک تابع از نوکلئون های آزاد و فاکتورهای ژيرو مغناطیسی g محاسبه شود، بنابر این با در نظر گرفتن هردو جمله ی S, l باید مقدار زیر را در حالی که $j_z = j\hbar$ است به دست آوریم

$$\mu = \frac{\mu_N}{\hbar} [g_l l_z + g_s s_z] \quad (14-1)$$

این مقدار را به طور مستقیم نمی توان تعیین کرد زیرا سیستمی که در آن j دقیقاً تعریف شده است کار می کنیم پس مقادیر l_z, s_z دقیقاً مشخص نیستند. این عبارت را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد

$$\mu = \frac{\mu_N}{\hbar} [g_l j_z + (g_s - g_l) s_z] \quad (15-1)$$

و چنانچه مقدار انتظاری آن در حالت $j_z = j\hbar$ در نظر بگیریم خواهیم داشت

$$\langle \mu \rangle = \frac{\mu_N}{\hbar} [g_l j\hbar + (g_s - g_l) \langle s_z \rangle] \quad (16-1)$$

و مقدار $\langle s_z \rangle$ برابر است با

$$\langle s_z \rangle = \frac{j}{2j(j+1)} [j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)] \hbar \quad (17-1)$$

گشتاور های مغناطیسی متناظر با این مقادیر عبارتند از (گشتاور اشمید^۱)

$$\mu(j=l+\frac{1}{2}) = [(j-\frac{1}{2})g_l + \frac{1}{2}g_s]\mu_N \quad (18-1)$$

$$\mu(j=l-\frac{1}{2}) = \frac{j}{j+1} [(j+\frac{3}{2})g_l - \frac{1}{2}g_s]\mu_N \quad (19-1)$$

گشتاور مغناطیسی هسته به مدارهای اشغال شده توسط ذرات (حفره) والانس بسیار حساس است یعنی گشتاور های مغناطیسی به مدارهای که ذرات جفت نشده در آنها حرکت میکنند حساس هستند در حالی که حساسیت بسیار کمی به تعداد ذرات یا حفره های جفت شده دارند. گشتاور مغناطیسی به برهم کنش جفت شدگی چهارقطبی ذره - هسته نیز حساس نیست (این برهم کنش ها اغلب منجر به تغییر شکل هسته میشود) در حالی که گشتاور چهارقطبی الکتریکی شدیداً به این نوع واکنش ها حساس است [۲]. برای بدست آوردن گشتاور مغناطیسی هسته ها در آزمایشگاه از روش های متفاوتی استفاده می شود که در جدول (۱-۲) آنها پرداخته ایم.

² Schmidt

جدول (۱-۲) مقادیر گشتاور دوقطبی مغناطیسی تعدادی از هسته های پایدار [۶]

نام هسته	اسپین هسته	$\mu(\text{nm})$	روش اندازه گیری
${}^3\text{He}$	$+1/2$	$-2,1274977$	N^1
${}^6\text{Li}$	$-3/2$	$+3,256462$	N
${}^9\text{Be}$	$-3/2$	$-1,17743$	N
${}^{10}\text{B}$	$+3$	$+1,80064$	N, MB^2
${}^{13}\text{C}$	$-1/2$	$+0,70241$	N
${}^{19}\text{F}$	$+1/2$	$+2,62886$	N
${}^{21}\text{Ne}$	$+3/2$	$0,66179$	MB
${}^{23}\text{Na}$	$+3/2$	$2,21752$	AB/D^3

¹ Nuclear Magnetic Resonance

² Molecular Beam Magnetic Resonance

³ Atomic Beam Magnetic Resonance (direct moment measurement)

فصل دوم

گشتاور چهار قطبی الکتریکی

مطالعه در مورد گشتاور هسته ها از همان ابتدا که پی به ساختار هسته برده شد آغاز شده است. اولین اندازه گیری ها بروی گشتاورها از سال ۱۹۵۰ با روش ^۱ NMR آغاز شد، اندازه گیری گشتاور چهارقطبی الکتریکی یک ذره همواره تا امروز سخت تر از محاسبه ی گشتاور مغناطیسی دوقطبی ذره بوده است. اولین مطالعه ی دقیق برروی گشتاور هسته های پایدار در اوایل دهه ۱۹۷۰ انجام گرفت. این مطالعات با استفاده از دو روش ساختار فوق ریز مربوط به muonic x-rays و روش atomic beam magnetic resonance صورت گرفت و در نهایت این تلاش ها منجر به ارائه یک جدول کامل از گشتاور هسته ها (شامل تمامی گشتاورهایی که تا آن زمان اندازه گیری شده بود) در سال ۱۹۸۸ توسط راگاون^۲ شد. جدول بعدی گشتاورهای هسته ای توسط استون^۳ در سال ۲۰۰۱ منتشر شد، این جدول به روز شده ی جدول راگاون بود. هر دوی این جدول ها شامل تمامی تکنیک هایی بودند که گشتاورها توسط آنها اندازه گیری شده بودند، مجموع این تکنیک ها بیشتر از ۴۰ روش متفاوت بودند. کار برروی محاسبه ی گشتاورها امروزه نیز همچنان ادامه دارد و همچنان نیاز به روش ها و تکنیک های جدید تری برای محاسبه است، به طوری که امروزه مراکز متفاوتی مانند SPIRA (فرانسه)، REX-ISOLDE (سرن) و HRIB در تنسی امریکا به مطالعه روی ساختار هسته و خصوصیات آن می پردازند. یکی از دلایلی که ما نیاز داریم به بررسی ساختار هسته و خصوصیات مربوط به آن پردازیم این است که ۹۹.۹۹ درصد از جرم کل جهان هستی بر پایه ی خصوصیات هسته ها و پایداری آنها بنا شده است. در سال های اخیر تئوری و آزمایش دست در دست هم تلاش میکنند که ساختار تمامی هسته ها را تشریح کنند و تئوری هسته ای یکپارچه ای را ارائه دهند [۵]، به این دلیل مهم نیاز است که، کارهای تئوری هسته ای هم پایه ی کارهای آزمایشگاهی به پیش بروند.

^۱ Nuclear magnetic resonance

^۲ Raghavan

^۳ Stone

۲-۲- گشتاور چهارقطبی الکتریکی^۱

شناخته شده ترین راه برای بدست آوردن گشتاور دوقطبی مغناطیسی رفتن به سراغ توزیع جریان و کمک گرفتن از آن می باشد، در حالی که اگر توزیع بارها در هسته را جایگزین توزیع جریانهای هسته کنیم رابطه پتانسیل الکتریکی به صورت زیر خواهد شد

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}') dv'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (۱-۲)$$

که مشابه رابطه پتانسیل برداری مغناطیسی است. به طور کلاسیک به هر توزیع باری می توان یک میدان تک قطبی متناسب با کل بار نسبت داد. اگر توزیع باری درست کنیم که در آن کل بار برابر صفر باشد و فاصله ی بین بارها a باشد، به آسانی می توانیم بالاترین چند قطبی بعدی را که میدان دوقطبی است مورد مطالعه قرار دهیم. نمونه استاندارد چنین توزیعی بارهای $\pm q$ هستند که به ترتیب در نقاط $z = +\frac{a}{2}$ و $z = -\frac{a}{2}$ قرار گرفته اند. به طور کلی هر توزیع باری که تقارن کروی نداشته باشد می تواند غیر از میدان تک قطبی دارای میدان دو قطبی نیز باشد. یک راه تشخیص سهم هر یک از بارها در میدان کل این است که میدان الکتریکی تک قطبی بر حسب r^{-2} و میدان دوقطبی بر حسب r^{-3} تغییر می کند. درست همان طور که اضافه کردن بارهای مساوی و مخالف در محل های مختلف میدان دو قطبی ایجاد می کند، اضافه کردن دو قطبی های مساوی و مخالف باعث صفر شدن میدان دو قطبی و تولید چند قطبی بالاتر بعدی یعنی میدان چهارقطبی می شود. میدان چهارقطبی الکتریکی به r^{-4} بستگی دارد. با بسط ضریب $|\vec{r} - \vec{r}'|$ در معادله (۲-۱) جزئیات ریاضی بسط چند قطبی میدان الکتریکی را به دست می آوریم.

^۱ . Electric quadrupole moment

$$|\vec{r} - \vec{r}'|^{-1} = r^{-1} \left[1 + \frac{r'^2}{r^2} - 2 \frac{r'}{r} \cos \theta \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (2-2)$$

$$\cong \frac{1}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r'^2}{r^2} - 2 \frac{r'}{r} \cos \theta \right) + \frac{3}{8} \left(\frac{r'^2}{r^2} - 2 \frac{r'}{r} \cos \theta \right)^2 + \dots \right\}$$

که در آن θ زاویه بین $\vec{r}$ و $\vec{r}'$ است و فرض کرده‌ایم که $\vec{r} \gg \vec{r}'$ باشد. یعنی نقطه مشاهده خیلی از هسته دور است، بنابراین به رابطه‌ی زیر برای پتانسیل برداری می‌رسیم

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} \int \rho(\vec{r}') dv' + \frac{1}{r^2} \int \rho(\vec{r}') r' \cos \theta dv' + \frac{1}{r^3} \int \rho(\vec{r}') r'^2 \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1) dv' + \dots \right] \quad (3-2)$$

این انتگرال در جمله اول بار کل Ze را به دست می‌دهد که از نظر ساختار هسته‌ای جالب توجه نیست. جمله دوم در شرایط معمولی صفر است زیرا حالت‌های هسته‌ای، با تقریب بسیار خوبی از مرتبه یک قسمت در 10^7 قسمت، دارای حالت‌های با پارите معین هستند. در حد کوانتومی و با قرار دادن $\rho(\vec{r}')$ به جای $\psi(\vec{r}') \psi^*(\vec{r}')$ و بنابراین انتگرال برابر صفر خواهد شد. با انتخاب مبدا در مرکز توزیع بار هسته و قرار دادن $\vec{r}$ در امتداد محور z ، هندسه مسئله ساده می‌شود. در این صورت $r' \cos \theta$ برابر z' است و تحت عملگر پارите $z' \rightarrow -z'$ تبدیل می‌شود در حالیکه $|\psi(\vec{r}')|^2 = |\psi(-\vec{r}')|^2$ است. در نتیجه عبارت زیر انتگرال فرد و مقدار انتگرال برابر صفر می‌شود. اولین جمله جالب در بسط چند قطبی، جمله چهارقطبی است که با توجه به آن گشتاور چهارقطبی هسته را در دستگاه مختصات دکارتی چنین تعریف می‌کنیم

$$eQ = \int \rho(\vec{r}') r'^2 (3 \cos^2 \theta' - 1) dv' \quad (4-2)$$

در رابطه‌ی بالا مثل مورد گشتاور دو قطبی مغناطیسی از محور مرجع بخصوصی استفاده می‌کنیم، یعنی θ' را نسبت به محوری که تصویر اسپین هسته روی آن بیشینه است اندازه‌گیری می‌کنیم (در

راستای محور Z فرض می کنیم). گشتاور چهارقطبی هسته مشخص می کند که، هسته کروی $Q=0$ یا غیر کروی (تغییر شکل یافته) $Q \neq 0$ است. رابطه (۲-۴) را می توان با جایگذاری کمیت

$$3z'^2 - r'^2 = \bar{r}'^2 (3 \cos^2 \theta' - 1) \text{ به صورت زیر نیز نمایش داد [۳]}$$

$$eQ = \int \psi^*(r') (3z'^2 - r'^2) \psi(r') dv' \quad (۲-۵)$$

۲-۳- هسته های تغییر شکل داده شده^۱ (غیر کروی) از دیدگاه میکروسکوپی

منشاء میکروسکوپی تغییر شکل های هسته ای را می توان به روش های مختلف توصیف کرد. در نگاه میکروسکوپی تغییر شکل ها همیشه با حالت های تبگهن^۲ در مکانیک کوانتومی مرتبط هستند. در سیستم های کوانتومی چنین هیبریداسیونی^۳ منجر به کاهش ثبات می شود و در این صورت یک اختلال بی نهایت کوچک نیز باعث تغییر در سیستم به علت تغییر بسیاری از حالت های نزدیک بهم می شود. در بسیاری از موارد اثر شکست تقارنی بسیار واضح به چشم می خورد اما توصیف آن در شرایط کروی بسیار دشوار است. پدیده ی تغییر شکل هسته ای تاریخچه ای طولانی و جالب دارد. در اوایل سال ۱۹۲۴ پیشنهادی توسط پائولی مطرح شد مبنی بر اینکه ساختار هایپر فاین^۴ ترازهای اتمی و مولکولی نتیجه ی برهم کنش الکترومغناطیسی با هسته ی اتمی غیر کروی است، که شواهد تجربی این پیشنهاد ده سال بعد توسط شیلر و اشمیت^۵ بدست آمد [۷]، البته این حقیقت که نیازی نیست هسته ها کروی شکل باشند توسط نیلز بوهر^۶ نیز در "مقاله ی مدل قطره مایعی هسته ای" مورد تاکید قرار گرفته بود. بوهر در این مقاله مفهوم ارتعاشات شکل هسته را معرفی کرده بود به این صورت که اگر یک سیستم کوانتوم مکانیکی تغییر شکل بدهد تراکم فضایی آن؛ آن ایزوتروپیک^۷ خواهد بود به

¹ Deformed nuclei

² Degenerate

³ Hybridization

⁴ Hyperfine

⁵ Schiller & Schmidt

⁶ Niels Henrik David Bohr

⁷ anisotropic

نحوی که جهت گیری یک سیستم کوانتومی تغییر شکل یافته می تواند نتیجه ی مجموعه ای از حالت های چرخشی جمعی باشد. این امکان توسط نیلز بوهر و کالکار^۱ در سال ۱۹۳۷ مطرح شد، یعنی همان کسانی که برای اولین بار کمترین انرژی های برانگیختگی چرخشی را تخمین زدند و نوشتار گشتاور اینرسی هسته ای^۲ را معرفی کردند. در سال ۱۹۳۹ بوهر و تیمش متوجه نقش درجه ی آزادی شکل هسته در فرآیند شکافت هسته ای شدند. بعدها در سال ۱۹۵۰ رینواتر^۳ با توجه به مشاهدات تجربی متوجه شد اندازه گیری مقادیر بزرگ گشتاور های چهارقطبی هسته ای به وسیله ی مدل تغییر شکل پوسته ای توضیح داده می شود. در سناریوی رینواتر تغییر شکل میدان نتیجه ی مستقیم حرکت تک ذره در ترازهای آن ایزوتروپیک است. اساس مدل چرخش ذرات توسط آئه بوهر^۴ فرمول بندی شد. وی مفهوم سیستم تغییر شکل ذاتی هسته ای، شکل هسته و جهت گیری هسته ای را به عنوان متغیرهای دینامیکی معرفی و مشخص کرد. مکانیسم میکروسکوپی پایه ای که منجر به وجود تغییرات هسته ای توسط آئه بوهر شد در مقاله ای تحت عنوان "جفت شدگی نوسانات سطح هسته ای و حرکت فردی نوکلئون ها"^۵ مطرح شده است. در مدل ارائه شده توسط بوهر تعامل متقابل نوکلئون والانس و مجموعه ی ارتعاشات هسته به وسیله ی هامیلتونی جفت شده ی ارتعاش و ذره نشان داده می شود

$$H_{PV} = - \sum_{\lambda\mu} k_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} \sum_i f(r_i) Y_{\lambda\mu}(\Omega_i) \quad (2-6)$$

در رابطه بالا $\alpha_{\lambda\mu}$ دامنه ی تغییرات هسته ، $f(r_i) Y_{\lambda\mu}(\Omega_i)$ گشتاور چند قطبی مربوط به i امین نوکلئون والانس و $k_{\lambda\mu}$ بیانگر قدرت ارتعاش ذرات می باشد. در حدود شصت سال پیش بود که تئوری جفت شدگی بین تک ذره ی هسته و مجموعه درجات آزادی توسط آئه بوهر، ماتلسون، هیل

¹ N.Bohr & Kalckar

² Nuclear moment of inertia

³ Rainwater

⁴ Aage Niels Bohr

⁵ The Coupling of Nuclear Surface Oscillations to the Motion of Individual Nucleons

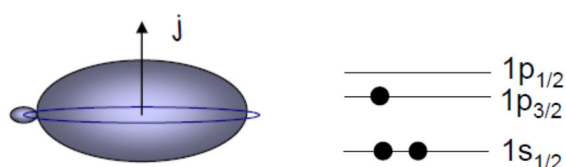
و ویلر^۱ ارائه شد. این دو کار مبنای فکری و مفهومی مدل یکپارچه ی هسته ای را تشکیل می دهند که یکی از قوی ترین ابزار در فیزیک هسته ای می باشد [۷]. روش های زیادی برای محاسبه ی گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته وجود دارد که ابتدایی ترین آنها استفاده از یک روش تجربی برای بدست آوردن ارتباط بین $\langle Q \rangle$ (گشتاور) و انرژی برهم کنش گشتاور چهار قطبی E_2 است با گرادیان میدان الکتریکی (EFG) اعمال شده

$$E_2 = (W)_Q = \frac{e}{4} \langle Q \rangle_{\text{exp}} \frac{\partial^2 \phi}{\partial Z^2} \quad (۷-۲)$$

EFG را دارای تقارن استوانه ای فرض می کنیم. دو راه اصلی برای تولید EFG مناسب و اندازه گیری دقیق E_2 وجود دارد: ۱. استفاده از بار الکتریکی که به وسیله ی الکترون هایی که در اطراف هسته قرار دارند تولید می شود. ۲. قرار دادن اتم ها در میدان های کریستالی.

روش های تجربی هم که برای محاسبه ی W در حالت پایه به کار می روند مبتنی بر این دو روش است [۵]: ۱. بررسی رزونانس مغناطیسی هسته (NMR). ۲. تکنیک یا روش موسباور^۲

در روش های محاسباتی مبتنی بر تئوری، هسته هایی که در لایه ی آخر خود یک نوکلئون تنها دارند، برهم کنش بین نوکلئون والانس و هسته ی نوکلئونی باعث می شود نوترون ها یک گشتاور چهارقطبی الکتریکی داشته باشند، در این حالت گشتاور چهارقطبی را حاصل برهم کنش نوکلئون والانس با هسته ی نوکلئونی است، در شکل زیر تصویر این حالت ترسیم شده است.

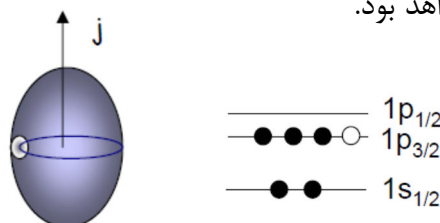


شکل ۱-۲. برهم کنش یک نوکلئون والانس با هسته ی نوکلئونی

¹ A. Bohr, Mottelson, Hill, Wheeler

² Mossbauer

حاصل این برهم کنش شکل پخت^۱ توزیع بار خواهد بود، به عبارتی هسته در راستای افق کشیده می شود. در مقابل هسته هایی نیز داریم که لایه والانس یا آخر آنها نیاز به یک نوکلئون برای پر شدن دارد یا به عبارتی یک حفره در این لایه داریم، در این صورت برهم کنش بین حفره با هسته ی نوکلئونی را خواهیم داشت، حاصل این برهم کنش تغییر شکل هسته به صورت کشیدگی در راستای قائم است و به عبارتی هسته دوکی شکل^۲ خواهد بود.



شکل ۲-۲. برهم کنش یک حفره با هسته ی نوکلئونی

در هسته هایی که مدارهای آنها پر است و لایه های نیمه پر یا خالی ندارند، شکل توزیع بار کروی خواهد یعنی هسته شکلی کروی خواهد داشت و گشتاور چهارقطبی الکتریکی آنها صفر خواهد شد [۸-۹].

۲-۴- گشتاور اسپکتروسکوپیکی هسته

باید توجه داشت که رابطه ی شماره (۲-۵) رابطه ای برای بدست آوردن گشتاور چهارقطبی ذاتی^۳ است، در حالیکه باید بین گشتاور چهار قطبی ذاتی و گشتاور چهار قطبی اسپکتروسکوپیکی^۴ که در چهار چوب آزمایشگاه اندازه گیری می شود تمایز قائل شد

$$eQ_0 = \int \rho(\vec{r}') r'^2 (3 \cos^2 \theta' - 1) dv' \quad (۲-۶)$$

گشتاور چهارقطبی الکتریکی هسته که در چهارچوب آزمایشگاه اندازه گیری می شود عبارت است از

^۱ Oblate

^۲ Prolate

^۳ Intrinsic

^۴ Spectroscopic

$$Q_s = \frac{3K^2 - J(J+1)}{(J+1)(2J+3)} Q_0 \quad (8-2)$$

در رابطه ی بالا K تصویر اسپین روی محور تغییر شکل است، و J اسپین کل هسته است؛ به طوری که رابطه ی $J \rangle K, J = K, K+1, K+2, \dots$ بین J و K برقرار است [۱۰]. نکته ی قابل تامل این است که نوکلئون ها دارای گشتاور چهارقطبی اسپکتروسکوپیک نیستند. زیرا گشتاور چهارقطبی الکتریکی آنها به دلیل توزیع بار داخلی و حالت نهایی سه تا کوآرک تشکیل دهنده ی آنها دارای تقارن کروی است و صفر می شوند و به طور کلی هر ذره ی اسپین $\frac{1}{2}$ دارای گشتاور اسپکتروسکوپیک برابر صفر است [۵].

۲-۵- ارتباط گشتاور چهار قطبی الکتریکی و پارامتر تغییر شکل هسته

گشتاور چهار قطبی الکتریکی همان طور که میدانیم نمادی از انحراف شکل هسته از حالت کروی است. پس میتوان با توجه به گشتاور چهار قطبی الکتریکی پارامتر تغییر شکل هسته را تعریف کرد. برای هسته های که کروی شکل نیستند می توانیم بگوییم که شکلی بیضوی دارند (کروی کشیده و کروی پخت)^۱ و تعریفی دیگر از گشتاور ذاتی هسته را ارائه دهیم [۹].

$$Q_0 = \frac{2}{5} Z(b^2 - a^2) \quad (9-2)$$

در رابطه ی بالا a و b محورهای کوچک و بزرگ بیضی هستند. پارامتر δ که بر حسب محورهای بیضی تعریف می شود میزان انحراف هسته از حالت کروی را نشان میدهد

$$\delta = 0.3(b^2 - a^2) / 2 \langle r^2 \rangle, \quad \langle r^2 \rangle = (b^2 + 2a^2) / 5 \quad (10-2)$$

در نهایت رابطه ی گشتاور چهارقطبی با توجه به تعاریف ذکر شده خواهد شد

¹ Oblate and Prolate

$$Q_0 = \frac{4}{3} Z \langle r^2 \rangle \delta \quad , \quad \delta = 0.75 Q_0 / Z \langle r^2 \rangle \quad (11-2)$$

با جایگزاری مقدار گشتاور اسپکتروسکوپیک رابطه ی (۸-۲) و توجه به مقادیر آزمایشگاهی و بدست آوردن گشتاور ذاتی می توانیم میزان زاویه انحراف را از حالت کروی تعیین کنیم. پارامتر $\langle r^2 \rangle$ تعریفی مستقل از محورهای بیضی به صورت زیر نیز دارد

$$\begin{cases} \langle r^2 \rangle = 0.6 R_0^2 (1 + \frac{10}{3} \pi^2 (\frac{a_0}{R_0})^2) / (1 + \pi \frac{a_0}{R_0})^2 & A \leq 100 \\ \langle r^2 \rangle = 0.6 (1.2 A^{1/3})^2 & A > 100 \end{cases} \quad (12-2)$$

از طرفی ارتباط β پارامتر تغییر شکل و δ میزان انحراف به صورت زیر است [۱۲]

$$\delta \approx 0.945 \beta_2 (1 - \frac{4}{3} \pi^2 (\frac{a_0}{R_0})^2) + 0.34 \beta_2^2 \quad , R_0 = 1.07 A^{1/3} \text{ fm} \quad , a_0 = 0.55 \text{ fm} \quad (13-2)$$

پارامتر تغییر شکل چندقطبی (L قطبی) بدون بعد β به صورت زیر تعریف می شود [۱۰]

$$\beta_L = \frac{4\pi}{3AR_0} \langle r^L Y_{L0} \rangle \quad R_0 = 1.2 A^{1/3} \text{ fm} \quad (14-2)$$

تصویر زیباتری برای درک بهتر پارامتر تغییر شکل β استفاده از توزیع چگالی وودز- ساکسون است.

$$\rho_w(x, y, z) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r - R_0(1 + \beta_2 Y_{20} + \beta_4 Y_{40})) / a}} \quad (15-2)$$

Deformation parameters

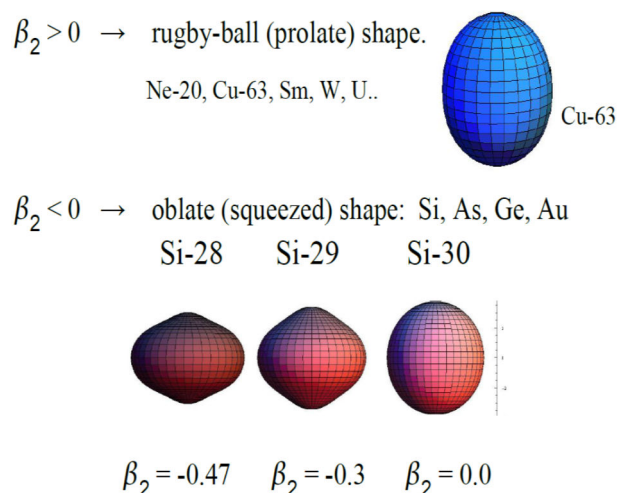
quadrupole : $\beta_2 \rightarrow [3 \cos^2 \theta - 1] \approx Y_{20}$

octupole : $\beta_3 \rightarrow [5 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta]$

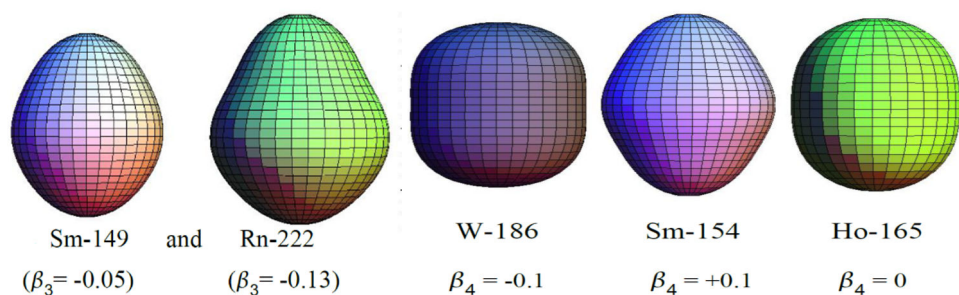
higher order : $\beta_4 \rightarrow [35 \cos^4 \theta - 30 \cos^2 \theta + 3] \approx Y_{40}$

highest order : $\beta_6 \rightarrow \text{nucl} - \text{ex} / 0106023$

در توزیع چگالی وودز- ساکسون هریک از جملات نشان دهنده ی وجود یک چند قطبی است، و همان گونه که مشخص شده در این توزیع پارامتر β_2 مربوط به دوقطبی است [12-16]. در شکل زیر تعدادی از هسته ها با توجه به شکل و پارامتر تغییر شکل چهار قطبی شان و مراتب بالاتر چند قطبی الکتریکی به تصویر کشیده شده اند.

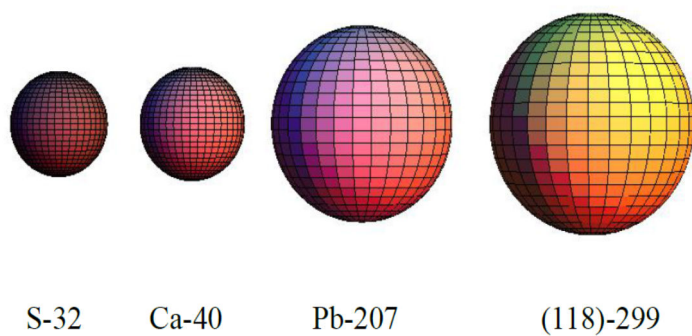


شکل ۲-۳. پارامتر β برای هسته ی پخت مقداری مثبت و برای هسته ی دوکی شکل مقداری منفی خواهد داشت .



شکل ۲-۴. مراتب بالاتر تغییر شکل هسته

در کنار این تصاویر برای مقایسه تعدادی هسته ی کروی شکل هم در شکل (۲-۵) به نمایش کشیده شده اند، هسته های کروی شکل همانطور که اشاره شد هسته هایی هستند با مدارهای نوکلئونی پر(اعداد جادویی) و پارامتر تغییر شکل هسته برای آنها صفر خواهد شد.



شکل ۲-۵. هسته های کروی شکل

جدول (۱-۲) مقادیر اندازه گیری شده ی گشتاور چهارقطبی الکتریکی تعدادی از هسته های پایدار [۶]

نام هسته	اسپین هسته	Q (b)	روش اندازه گیری
${}^3\text{He}$	$+1/2$	-0.0082	MB
${}^7\text{Li}$	$-3/2$	-0.0406	MB
${}^9\text{Be}$	$-3/2$	$+0.053$	AB
${}^{10}\text{B}$	$+3$	$+0.0845$	AB
${}^{19}\text{F}$	$+1/2$	$+0.0942$	TDPAD ¹
${}^{21}\text{Ne}$	$+3/2$	$+0.102$	O ² /AB
${}^{23}\text{Na}$	$+3/2$	$+0.095$	CER ³
${}^{26}\text{Mg}$	$+2$	-0.21	CER

¹ Time Dependent Perturbed Angular Distribution

² Optical Spectroscopy

³ Coulomb Excitation Reorientation

فصل سوم

مدل فولدینگ

وقتی یک هسته با یک نوکلئون یا یک یون سبک بمباران می شود، واکنش های هسته ای گوناگونی رخ می دهد مانند: پراکندگی کشسان، پراکندگی غیر کشسان، واکنش های انتقال نوکلئون و متلاشی شدن پرتابه. احتمال رخداد هر یک از این واکنش ها وابسته به ویژگی پرتابه و انرژی بمباران است. ساده ترین این واکنش ها پراکندگی کشسان است. پراکندگی کشسان می تواند برای ما اطلاعات ارزشمندی در مورد پتانسیل برهم کنش بین دو ذره ی برخورد کننده به ارمغان بیاورد. مدل اپتیکی و مدل فولدینگ مثال های خوبی از مدل هایی هستند که برای مطالعه ی واکنش های بین یون های سبک و سنگین به کار می روند. در مدل اپتیکی یک پتانسیل مطرح می شود که شامل یک قسمت حقیقی و یک قسمت موهومی است. در این مدل پتانسیل حقیقی توصیف کننده برخورد کشسان مربوط به واکنش است و قسمت موهومی پتانسیل بیان کننده ی فقدان یا اتلاف شار در کانال های غیرکشسان است. قسمت حقیقی و موهومی پتانسیل را می توان با استفاده از هردو روش پدیده شناختی^۱ و میکروسکوپی بدست آورد. در مدل میکروسکوپی پتانسیل موهومی به وسیله ی روش PWS و پتانسیل حقیقی با استفاده از روش دابل فولدینگ (DFM) بدست می آید. در روش DFM توزیع چگالی مربوط به هسته های هدف و پرتابه مورد استفاده قرار می گیرد. بنابراین در روش دابل فولدینگ توزیع چگالی بسیار مهم است و برای امتحان درستی واکنش های هسته ای و مطالعه ی پراکندگی کشسان واکنش ها به آن نیاز داریم [۱۶].

مدل فولدینگ یک ابزار قدرتمند برای تحلیل میکروسکوپی واکنش های هسته ای است، فرمول ابتدایی یا پایه ی مدل فولدینگ با توجه به پتانسیل اپتیکی میکروسکوپی، از تئوری فشاخ^۲ مربوط به برهم کنش های هسته ای، بدست می آید [۱۷]. موقعیت این ایده در توصیف مشاهدات مربوط به

¹ Phenomenological

² Feshbach

برخورد کشسان و برهم کنش های هسته ای هسته و نوکلئون برای بدست آوردن ترم اول پتانسیل اپتیکی میکروسکوپیکی برجسته است.

۳-۲-مدل اپتیکی هسته^۱

اولین بار در حدود دوازده سال قبل از بیان تئوری مدل اپتیکی، پیشنهاد شد که برهم کنش نوکلئون ها با هسته ها به وسیله ی یک پتانسیل مرکب^۲ نمایش داده شود. از آن زمان کار بر روی این مدل آغاز شد و تا کنون این مدل با قدرت به بررسی این نوع برهم کنش ها می پردازد و یک محدوده ی باریکی از اطلاعات مربوط به پراکندگی به وسیله ی این مدل با دقت بالا ارائه می شود. تابع موج بدست آمده از این روش به طور گسترده ای برای استخراج اطلاعات ساختاری هسته و اندازه گیری سطح مقطع واکنش ها مورد استفاده قرار می گیرد. ایده ی اساسی در مدل اپتیکی بررسی برخورد نوکلئون با هسته است که ممکن است منجر به پراکندگی کشسان یا واکنش های دیگری شود. اگر در برخورد ذره برای مثال دیدگاه موجی کلاسیک را مورد نظر قرار دهیم ممکن است موج (ذره) بعد از برخورد پراکنده یا جذب شود. در دیدگاه اپتیکی شکست و تجزیه ی موج نوری به وسیله ی متوسط شاخص مرکب انکسار بدست می آید و قسمت موهومی شاخص انکسار میزان جذب موج نوری را مشخص می کند، در دیدگاه هسته ای قسمت موهومی پتانسیل توصیف کننده ی میزان برهم کنش غیر کشسان را مشخص می کند. این ایده ی روان و کاربردی اولین بار به وسیله فشاخ در سال ۱۹۴۹ برای توصیف داده های مربوط به پراکندگی و جذب در محدوده ی انرژی Mev ۹۰ برای نوترون ها و هسته با دیدگاه نیمه کلاسیکی بیان شد. فشاخ توانست با این ایده میزان واکنش کشسان و سطح مقطع یک واکنش را پیدا کند. بعدها محاسبات کوانتوم مکانیکی مربوط به پراکندگی Mev ۱۷ پروتون ها به وسیله ی آلومینیوم با استفاده از پتانسیل مرکب برهم کنش پروتون - هسته به وسیله

^۱ The Nuclear optical model

^۲ Complex

ی لی لیویر^۱ و ساکسون^۲ در سال ۱۹۵۲ بدست آمد و مقادیر و داده های مورد قبولی را در آن زمان بدست آورد. پتانسیلی که در سال ۱۹۴۹ توسط فشباخ مطرح شد، برای پتانسیل برهم کنش نوترون - هسته به این صورت بود:

$$\begin{aligned} V &= V_0(1+i\xi) & \text{for } r < R \\ V &= 0 & \text{for } r > R \end{aligned} \quad (۱-۳)$$

در رابطه ی پتانسیل فشباخ $R = 1.45 \times A^{1/3}$, $V_0 = 42 \text{ Mev}$, $\xi = 0.03$ و نیز عدد جرمی است. مدل اپتیکی مدلی است بسیار مفید برای بدست آوردن خصوصیات هسته در برهم کنش ها زیرا این مدل اتحاد خوبی بین تئوری هسته ای با واکنش های حقیقی و یا به عبارتی با نتایج تجربی برقرار می کند. مدل اپتیکی می تواند مشکلات و ابهامات موجود در مدل پدیده شناختی^۳ را نیز با دقت بالایی مرتفع کند [۱۸]. آنالیز اطلاعات مربوط به پراکندگی پروتون در مدل اپتیکی برای ما محدوده ی انرژی رخداد پروتون را مشخص می کند، به طوری که با یک تلاش اندک می توانیم به انرژی وابستگی مربوط به مدل اپتیکی دست پیدا کنیم. این کار نیاز به بدست آوردن پتانسیل از داده های تجربی دارد. این اطلاعات ممکن است با تغییرات سیستماتیک پارامترهای پتانسیل برای بهینه سازی و تطابق پارامترها با داده ها با استفاده از برنامه ای کامپیوتی مناسب انجام شود. در محدوده ی انرژی پایین تر از 61 Mev محدوده ی وسیعی از داده ها در مورد پراکندگی کشسان پروتون در اختیار ما قرار می گیرد [۱۷]. شکل کلی پتانسیل اپتیکی به صورت زیر است

$$\begin{aligned} U_{opt}(r) &= V_{Coulomb}(r) - V_v f_v(r) + V_s g_v(r) - iW_s g_w(r) - iW_v f_w(r) \\ &- d_{so} \vec{L} \cdot \vec{S} V_{so} h_{v_{so}}(r) + i d_{so} \vec{L} \cdot \vec{S} W_{so} h_{w_{so}}(r) \end{aligned} \quad (۲-۳)$$

رابطه پتانسیلی بالا شامل جملاتی است که به ترتیب معرفی خواهند شد، جمله اول پتانسیل کولمبی است، که شکل آن به صورت زیر است

¹ Le Levier

² Saxon

³ Phenomenological

$$V_{coulomb}(r) = \frac{Z_p Z_T e^2}{2R_c} \left(3 - \frac{r^2}{R_c^2}\right) \quad \text{for } r \leq R_c$$

$$V_{coulomb}(r) = \frac{Z_p Z_T e^2}{r} \quad \text{for } r \geq R_c \quad (3-3)$$

با شعاعی به صورت: $R_i = r_i (A_T^{1/3})$, $i = v, w, c$ ، جمله ی دوم و سوم به ترتیب مربوط به پتانسیل حجمی و سطحی واقعی هستند که به صورت زیر تعریف می شوند

$$V_{(s,v)}(r) f(r, r_i, a_i) = V_{0(s,v)} [1 + \exp(\frac{r - R_i}{a_i})]^{-1} \quad (4-3)$$

در رابطه ی (۲-۳) تابع f به صورت زیر تعریف می شود

$$f_i = \frac{1}{1 + \exp(\frac{r - R_i}{a_i})}, \quad i : V, W \quad (5-3)$$

تابع g نیز برابر است با

$$g_i(r) = -4a_i \frac{d}{dr} f_i(r) = 4 \frac{\exp(\frac{r - R_i}{a_i})}{(1 + \exp(\frac{r - R_i}{a_i}))^2}$$

(۶-۳)

قسمت موهومی پتانسیل حجمی نیز برابر است با

$$W_{(s,v)}(r) f(r, r_i, a_i) = -W_{0(s,v)} [1 + \exp(\frac{r - R_i}{a_i})]^{-1} \quad (7-3)$$

قسمت حقیقی پتانسیل اسپین-مدار هم برابر است با [۲۱-۱۹]

$$h_i(r) = -\frac{1}{r} \frac{d}{dr} f_i(r) = \frac{1}{ra_i} \frac{\exp(\frac{r - R_i}{a_i})}{(1 + \exp(\frac{r - R_i}{a_i}))^2}, \quad i : V_{so}, W_{so} \quad (8-3)$$

با توجه به تعاریف بالا به اختصار می توان پتانسیل اپتیکی را به صورت مجموع دو ترم حقیقی و موهومی در نظر گرفت

$$U_{opt}(r) = \underbrace{V(r)}_{\text{Real Part}} + \underbrace{iW(r)}_{\text{Imaginary Part}} \quad (9-3)$$

از بسط قسمت حقیقی رابطه ی پتانسیل اپتیکی می توان به روش فولدینگ دست یافت، به عبارت دیگر می توان اینگونه تعبیر کرد که روش فولدینگ حل قسمت حقیقی پتانسیل اپتیکی است.

۳-۳- مدل سینگل^۱ فولدینگ و دابل^۲ فولدینگ

همانگونه که اشاره کردیم برای بدست آوردن قسمت حقیقی پتانسیل برهم کنش بین دو هسته ، می توان از روش فولدینگ استفاده کرد. پتانسیل برهم کنش بین دو هسته شامل سه ترم چرخشی، هسته ای و کولمبی است

$$U(r) = V_{coulomb}(r) + V_{Nuclear} + V_{Rotational} \quad (10-3)$$

در رابطه ی بالا جمله ی اول نمایانگر ترم الکتروستاتیکی پتانسیل بین دوهسته و جمله ی دوم نشان دهنده ی ترم پتانسیل قوی هسته ای و بالاخره جمله ی سوم نمایشگر برهم کنش چرخشی بین دو هسته است، در این رساله هدف ما محاسبه ی برهم کنش های کولمبی و هسته ای بین دو هسته است. و از محاسبه ی جمله ی سوم که مربوط به پتانسیل چرخشی است صرف نظر میکنیم. قسمت حقیقی پتانسیل اپتیکی در برهم کنش های کشسان نوکلئون- هسته در چارچوب مدل سینگل فولدینگ به فرم زیر نمایش داده می شود

$$V^{sf} = \int \rho_1(r_1) V_{NN} d^3r_1 \quad (11-3)$$

¹ Single folding

² Double folding

$\rho_1(r_1)$ توزیع چگالی مربوط به هسته ی هدف و V_{NN} پتانسیل موثر برهم کنش است. از این رو که این انتگرال تنها روی چگالی هسته ی هدف تعریف می شود به سینگل فولدینگ معروف است. اگر در محاسبات، پتانسیل برهم کنش بر روی توزیع چگالی پرتابه و هدف تعریف شود، دابل فولدینگ نامیده خواهد شد، در این رساله ما از روش دابل فولدینگ استفاده خواهیم کرد [۱۹].

$$V_{Double\ folding}(r) = \int d\vec{r}_1 \int d\vec{r}_2 \rho_p(\vec{r}_1) \rho_T(\vec{r}_2) V_{NN}(\vec{R} - \vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad (۱۲-۳)$$

در رابطه ی بالا $\vec{R}$ نشان دهنده ی فاصله ی بین مرکز جرم هسته ی هدف و پرتابه است، بردارهای $\vec{r}_{1,2}$ به ترتیب شعاع هسته های پرتابه و هدف و $\rho_p(\vec{r}_1), \rho_T(\vec{r}_2)$ چگالی هسته های هدف و پرتابه می باشند [۲۱-۲۲]. در این رساله به جای استفاده از چگالی هسته های هدف و پرتابه از تابع موج هر دو هسته برای بدست آوردن پتانسیل برهم کنش استفاده کرده ایم. پتانسیل داخل انتگرال همان پتانسیل برهم کنش بین دوهسته است که میتوان پتانسیل کولمبی و هسته ای (پتانسیل موثر برهم کنش نوکلئون-نوکلئون) را در این رابطه جایگزین کرد .

۳-۴- انتخاب برهم کنش موثر

انتخاب برهم کنش موثر برای روش دابل فولدینگ دارای اهمیت خاصی است . در برهم کنش از دید میکروسکوپیک عموماً مجموع پتانسیل های موضعی دو جسم برهم کنش کننده مطابق رابطه زیر می باشد

$$V = \sum_{PT} V_{PT} \quad (۱۳-۳)$$

اندیس های P, T به ترتیب نشان دهنده خواص مربوط به هسته پرتابه و هدف می باشد. قسمت حقیقی پتانسیل (پتانسیل فولدینگ) بین سیستم پرتابه و هدف با استفاده از فرم اپراتوری فشاخ به شکل زیر می باشد

$$U_F(\vec{R}) = U_{00}(R) = \langle \varphi_{P0} \varphi_{T0} | V_{PT} | \varphi_{P0} \varphi_{T0} \rangle = \langle \varphi_{P0} \varphi_{T0} | \sum_{PT} V_{PT} | \varphi_{P0} \varphi_{T0} \rangle \quad (۱۴-۳)$$

در این رابطه $\langle \varphi_{p_0} \rangle$ و $\langle \varphi_{T_0} \rangle$ به ترتیب بیانگر تابع موج کلی هسته های پرتابه و هدف در حالت پایه می باشند. چنانچه توزیع ماده هسته ای به صورت پیوسته فرض شود، رابطه ی (۳-۱۴) به شکل انتگرالی زیر قابل تبدیل خواهد بود [۲۳-۳۰]

$$U_F(R) = \int d\vec{r}_p \int d\vec{r}_T \rho_p(\vec{r}_p) \rho_T(\vec{r}_T) V_{PT}(\vec{r}_{PT}) \quad (۳-۱۵)$$

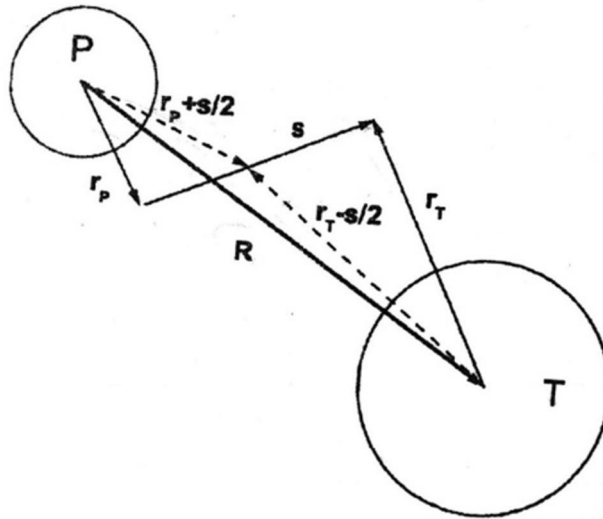
در این رابطه $V_{PT}(\vec{r}_{PT})$ پتانسیل موضعی بین دو نوکلئون برهم کنشی می باشد و $\vec{r}_{PT}$ فاصله بین دو نوکلئون برهم کنشی از هسته های پرتابه و هدف است. برهم کنش $V_{PT}(\vec{r}_{PT})$ ممکن است معرف برهم کنشی از نوع کولمبی یا هسته ای باشد. ρ_T, ρ_p نشان دهنده چگالی های توزیع نوکلئونی هسته های پرتابه و هدف می باشند. روش دابل فولدینگ به وسیله محققان بسیاری برای شرح پراکندگی هسته های سبک و سنگین به کار رفته است. هدف از به کار گیری این روش در این رساله جایگزینی توابع موج هسته های شرکت کننده در واکنش به جای چگالی های توزیع نوکلئونی آنها در روابط مربوط به محاسبه پتانسیل برهم کنش می باشد. به این منظور به توابع موج هسته های برهم کنش کننده نیاز داریم تا به وسیله آنها پتانسیل برهم کنش بین دو هسته را با استفاده از روابط روش دابل فولدینگ به دست آوریم.

۳-۵- سیستم مختصات مورد استفاده در روش دابل فولدینگ

در مختصات مورد استفاده در روش دابل فولدینگ همانطور که در شکل نشان داده شده است، فاصله بین مراکز جرم دو هسته پرتابه و هدف با بردار $\vec{R}$ نمایش داده می شود. $\vec{r}_{p(T)}$ برداری شعاعی است که از مرکز هسته مورد نظر، در نظر گرفته می شود و انتهای آن محلی از توزیع چگالی نوکلئونی هسته را که با توزیع چگالی نوکلئونی هسته دیگر وارد برهم کنش می شود را نشان می دهد. بردار $\vec{s}$ انتهای دو بردار $\vec{r}_p$ و $\vec{r}_T$ را به یکدیگر وصل می کند و در عمل فاصله نسبی دو هسته را نسبت به هم

نمایش می دهد. همانطور که در شکل مشخص است، ارتباط بردار S با بردارهای شعاعی و بردار واصل مراکز جرم هسته ها به صورت زیر است

$$\vec{S} = \vec{R} + \vec{r}_T - \vec{r}_P \quad (۱۶-۳)$$



شکل ۳-۱: دستگاه مختصات استفاده شده در محاسبات D.F.M

۳-۶- پتانسیل کولمبی مدل دابل فولدینگ

همانطور که در رابطه ی (۳-۱۵) گفته شد پتانسیل $V_{PT}(\vec{r}_{PT})$ بین نوکلئون های برهم کنشی می باشد. برهم کنش $V_{PT}(\vec{r}_{PT})$ ممکن است معرف برهم کنشی از نوع کولمبی و یا هسته ای باشد و ρ_P, ρ_T نشاندهنده چگالی های توزیع نوکلئونی هسته های پرتابه و هدف می باشند. $\vec{r}_{p(T)}$ به ترتیب فاصله بین دو نوکلئون برهم کنشی از هسته های پرتابه و هدف است. در صورت کولمبی بودن برهم کنش پتانسیل کولمبی سیستم پرتابه و هدف را نشان می دهد. بنابراین پتانسیل کولمبی برای دو هسته برهم کنش کننده به روش دابل فولدینگ به شکل زیر تعریف می شود

$$U_F(R) = \int d\vec{r}_P \int d\vec{r}_T \rho_{pc}(\vec{r}_P) \rho_{Tc}(\vec{r}_T) V_c(\vec{s}) \quad (۱۷-۳)$$

برهم کنش کولمبی معمولاً به شکل برهم کنشی بین اجزا دارای بار هسته به تصویر کشیده می شود به عبارت دیگر تعداد پروتون های هسته های پرتابه و هدف تعیین کننده ی قدرت پتانسیل کولمبی هستند، برای ترم کولمبی برهم کنش از رابطه ی زیر استفاده میکنم

$$V_{Coulomb}(r) = \frac{Z_P Z_T e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad (3-18)$$

در این رابطه (Z_P, Z_T) مربوط به پروتون های هسته های پرتابه و هدف می باشند.

۳-۷- پتانسیل برهم کنش هسته - هسته

۳-۷-۱ تقریب برد صفر

یکی از پتانسیل های پیشنهادی برای برهم کنش هسته - هسته شبه پتانسیلی به شکل زیر است

$$J(E)\delta(\vec{r}_{PT}) \quad (3-19)$$

$J(E)$ در این تعریف بخش وابسته به انرژی پتانسیل برهم کنشی می باشد. این عبارت وابستگی

ضعیفی به انرژی دارد که به صورت زیر تعریف می شود [۳۱-۳۲]

$$J(E) = G_{E\delta} g(E_p), g(E_p) = 1 - K.E_p \quad (3-20)$$

E_p انرژی متوسط نوکلئونهای هسته پرتابه است که به صورت $E_p = \frac{E_{lab}}{A_p}$ تعریف می شود. در این

رابطه E_{lab} انرژی در چارچوب آزمایشگاه و A_p تعداد نوکلئون های هسته پرتابه و بنابراین E_p

انرژی متوسط نوکلئونهای هسته پرتابه می باشد. مقادیر K وابسته به هسته ی پرتابه است پس ثابت

می باشند. $G_{E\delta}$ با استفاده از اطلاعات جمله تبدیلی پتانسیل حاصل از سطح مقطع پراکندگی

نوکلئون با هسته های مختلف در انرژی های متفاوت تنظیم شده و یا از محاسبات تقریبی پراکندگی

یونهای سنگین به دست می آید [۳۳-۳۵]. این شبه پتانسیل ابتدا در پراکندگی یونهای سنگین مورد

استفاده قرار گرفت، به دلیل وجود دلتای دیراک در این تعریف، تنها در فاصله $\vec{r}_{PT} = 0$ ، یعنی در جاییکه فاصله نسبی دو نوکلئون برهم کنشی صفر باشد مقدار دارد و به همین دلیل شبه پتانسیل در تقریب برد صفر نامیده می شود. استفاده از این شبه پتانسیل از آنجا که تنها در فواصل نسبی صفر بین دو هسته مقدار داشته و فواصل بیشتر بین دو هسته را در نظر نمی گیرد محاسبات دابل فولدینگ را بسیار ساده می سازد، اما به هر حال یک تقریب است و جوابگوی بسیاری از خصوصیات برهم کنش که مربوط به فواصل نسبی بیشتر بین دو هسته می باشد نیست. هرچند به دلیل سادگی محاسباتی هرگاه محاسبات دابل فولدینگ سخت و پیچیده می شود آگاهانه از این شبه پتانسیل برای ساده سازی روند محاسبات استفاده می شود. به منظور انجام محاسباتی دقیق تر و نتایجی نزدیکتر به واقعیت در مدل فولدینگ باید از پتانسیل های واقعی تر یا تقریب برد محدود استفاده نمود که در این بخش شرح داده شده خواهند شد [۳۶-۳۸].

در بررسی برهم کنش های نزدیک تر به واقعیت زمانی که دو هسته برهم کنش میکنند امکان تبادل نوکلئونی بین دو هسته وجود دارد. چنانچه در روند برهم کنش بین دو هسته تبادل نوکلئونی صورت نگیرد هسته ها، خصوصیات پیش از برهم کنش خود اعم از چگالی های توزیع نوکلئونی را حفظ می کنند اما در صورت وقوع تبادل نوکلئونی بین هسته ها در خصوصیات هسته ها تغییراتی ایجاد می شود. از مهم ترین این تغییرات به وجود آمدن چگالی های توزیع نوکلئونی جدید در اثر این تبادل نوکلئونی برای هسته ها می باشد. پتانسیل دابل فولدینگ با در نظر گرفتن اثرات تبادل نوکلئونها در جریان برهم کنش بین دو هسته به دو بخش مستقیم و تبدالی تقسیم می شود. بخش مستقیم، برهم کنش بدون تبادل نوکلئونی را شرح می دهد و بخش تبدالی از تبادل نوکلئون ها بین دو هسته ناشی می شود. به این ترتیب رابطه دابل فولدینگ به صورت زیر نوشته می شود

$$U_F(R) = U_{DF}(\vec{R}) + U_{EF}(\vec{R}) = \int d\vec{r}_P \int d\vec{r}_T \rho_{DP}(\vec{r}_P) \rho_{DT}(\vec{r}_T) V_{DPT}(\vec{s}) + \int d\vec{r}_P \int d\vec{r}_T \rho_{EP}(\vec{r}_P) \rho_{ET}(\vec{r}_T) V_{EPT}(\vec{s}) \quad (۲۱-۳)$$

در رابطه ی بالا $V_{DPT}(\vec{s})$ پتانسیل بخش مستقیم برهم کنش بین دو هسته و $V_{EPT}(\vec{s})$ پتانسیل بخش تبادلی برهم کنش بین دو هسته را نشان میدهد. چگالی های توزیع نوکلئونی مربوط به بخش مستقیم و $\rho_{EP}(\vec{r}_p), \rho_{ET}(\vec{r}_t)$ چگالی های توزیع نوکلئونی بخش تبادلی می باشند.

۳-۷-۲- برهم کنش مستقیم هسته - هسته

با توجه به رابطه ی (۳-۱۹) بخش مستقیم انتگرال دابل فولدینگ به صورت زیر محاسبه می شود

$$U_{DF}(\vec{R}) = \int d\vec{r}_p \int d\vec{r}_t \rho_{DP}(\vec{r}_p) \rho_{DT}(\vec{r}_t) V_{DPT}(\vec{s}) \quad (۳-۲۲)$$

در این رابطه چگالی های توزیع نوکلئونی هسته های هدف و پرتابه به صورت زیر در محاسبات وارد می شوند

$$\rho_{DP}(\vec{r}_p) = \frac{\rho_0}{1 + \exp(\frac{r_p - R_p}{a_p})} \frac{A_p}{Z_p}$$

$$\rho_{DT}(\vec{r}_t) = \frac{\rho_0}{1 + \exp(\frac{r_t - R_t}{a_t})} \frac{A_t}{Z_t} \quad (۳-۲۳)$$

یکی از مهمترین رکن های مدل فولدینگ انتخاب مناسب پتانسیل برهم کنش موثر نوکلئون-نوکلئون می باشد. ما در این رساله از پتانسیل برهم کنشی M3Y برای توصیف برهم کنش موثر نوکلئون-نوکلئون استفاده کرده ایم. تاکنون مدل های مختلفی از M3Y پیشنهاد شده است که همگی آنها موفقیت هایی را نیز کسب کرده اند، از جمله ی آن ها می توان به M3Y, DDM3Y, BDM3Y و CDM3Y اشاره کرد. پتانسیل برهم کنش M3Y اولین بار توسط برتیش و دیگران از روی پتانسیل یوکاوا پیشنهاد داده شد است [۲۶-۲۸]

$$V(\vec{r}) = \sum_{i=1}^3 G_{Di} v_{vi}(\vec{s}) \quad (۳-۲۴)$$

در رابطه ی بالا $v_{vi}(\vec{s})$ پتانسیل یوکاوا به فرم زیر می باشد

$$v_{vi}(\vec{s}) = \frac{\exp(-\frac{\vec{s}}{r_{vi}})}{(\frac{\vec{s}}{r_{vi}})} \quad (25-3)$$

ثابت های r_{vi} ، G_{Di} بسته به نوع برهم کنش در جدول (3-1) نمایش داده شده اند. همچنین برهم کنش M3Y در سیستم های چند نوکلئونی به اثراتی نظیر چگالی ماده هسته ای و انرژی متوسط هر نوکلئون از هسته پرتابه وابسته می باشد.

3-7-3- برهم کنش تبادلی هسته- هسته

چگالی های بخش تبادلی به دلیل تبادل نوکلئونی شکلی متفاوت از چگالی های بخش مستقیم خواهند داشت. بنابراین می بایست این چگالی ها به روشی محاسبه شوند تا بخش تبادلی انتگرال دابل فولدینگ و در نهایت پتانسیل هسته ای کل به این روش قابل محاسبه گردد. بخش تبادلی انتگرال دابل فولدینگ به صورت زیر می باشد [26-27]

$$U_{EF}(\vec{R}) = \int d\vec{r}_p \int d\vec{r}_t \rho_{EP}(\vec{r}_p; \vec{r}_p + \vec{s}) \rho_{ET}(\vec{r}_t; \vec{r}_t - \vec{s}) V_{EPT}(\vec{s}) \quad (26-3)$$

چگالی های موجود در رابطه بالا چگالی های به دست آمده از روش بسط ماتریس چگالی هستند که به صورت زیر تعریف می شوند

$$\rho(\vec{r}_p, \vec{r}_p + \vec{s}) \cong \rho_p(\vec{r}_p + \vec{s}/2) j_1(k_{eff}(\vec{r}_p + \vec{s}/2).s) \quad (27-3)$$

$$\rho(\vec{r}_t, \vec{r}_t - \vec{s}) \cong \rho_t(\vec{r}_t - \vec{s}/2) j_1(k_{eff}(\vec{r}_t - \vec{s}/2).s) \quad (28-3)$$

در رابطه ی بالا تابع بسل کروی مرتبه اول با فرم کلی زیر وارد محاسبات می شود

$$j_1(x) = \frac{3[\sin(x) - x\cos(x)]}{x^3} \quad (29-3)$$

تکانه ی موثر k_{eff} به شکل روابط زیر وارد محاسبات می شود

$$k_{eff}^2(\vec{r}_p + \frac{\vec{s}}{2}) = \left(\frac{3\pi^2 \rho_p(\vec{r}_p; \vec{r}_p + \vec{S})}{2} \right)^{2/3} + \frac{5c_s}{3} \left(\frac{\nabla \rho_p(\vec{r}_p; \vec{r}_p + \vec{S})}{\rho_p(\vec{r}_p; \vec{r}_p + \vec{S})} \right)^2 + \frac{5\nabla^2 \rho_p(\vec{r}_p; \vec{r}_p + \vec{S})}{36\rho_p(\vec{r}_p; \vec{r}_p + \vec{S})} \quad (30-3)$$

$$k_{eff}^2(\vec{r}_T - \frac{\vec{s}}{2}) = \left(\frac{3\pi^2 \rho_T(\vec{r}_T; \vec{r}_T - \vec{S})}{2} \right)^{2/3} + \frac{5c_s}{3} \left(\frac{\nabla \rho_T(\vec{r}_T; \vec{r}_T - \vec{S})}{\rho_T(\vec{r}_T; \vec{r}_T - \vec{S})} \right)^2 + \frac{5\nabla^2 \rho_T(\vec{r}_T; \vec{r}_T - \vec{S})}{36\rho_T(\vec{r}_T; \vec{r}_T - \vec{S})} \quad (31-3)$$

پتانسیل برهم کنش نیز برای بخش تبدیلی به صورت زیر است

$$V_E(\vec{r}) = g(E_p) \sum_{i=1}^3 G_{Ei} v_{vi}(\vec{s}), v_{vi}(\vec{s}) = \frac{\exp(-\frac{\vec{s}}{r_{vi}})}{(\frac{\vec{s}}{r_{vi}})} \quad (32-3)$$

۳-۸- تاثیر حرکت نسبی هسته ها در برهم کنش

از آنجا که دو هسته در حال برهم کنش نسبت به هم در حال حرکت هستند بنابراین دارای سرعت

نسبی می باشند. برای در نظر گرفتن حرکت نسبی هسته ها رابطه ی $\exp(\frac{i\vec{k} \cdot \vec{s}}{A_{red}})$ در انتگرال دابل

فولدینگ وارد می شود. عدد موج k که به دلیل در نظر گرفتن حرکت نسبی هسته ها به مسئله وارد

می شود تعریفی مطابق رابطه زیر دارد

$$k^2 = \frac{2m_n A_{red} (E_{c.m} - U(\vec{R}))}{\hbar^2} \quad (33-3)$$

در این رابطه $E_{c.m}$ انرژی در دستگاه مرکز جرم و m_n جرم یک نوکلئون است. A_{red} عدد جرمی

کاهش یافته هسته ها مطابق رابطه زیر می باشد

$$A_{red} = \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} \quad (34-3)$$

A_1 تعداد نوکلئونهای هسته اول A_2 تعداد نوکلئونهای هسته دوم و $U(R)$ پتانسیل کلی برهم کنش می باشد [۲۸-۳۱].

۳-۹- وابستگی به چگالی در انتگرال دابل فولدینگ

به منظور در نظر گرفتن وابستگی به چگالی در محاسبات دابل فولدینگ از فرم کلی برهم کنش موثر نوکلئون-نوکلئون وابسته به چگالی از نوع M3Y استفاده می نماییم [۳۲]. این وابستگی به صورت زیر نمایش داده می شود

$$F(\rho_{FA}) = c[1 + \alpha \exp(-\beta \rho_{FA}) - \gamma \rho_{FA}] \quad (۳-۳۵)$$

ضرایب ثابت γ , β , α , c برای انواع برهم کنش ها در جدول ۳-۲ نشان داده شده است. توزیع چگالی نوکلئونی برای بخش تبادلی و مستقیم به صورت مجموع چگالی های توزیع نوکلئونی هسته های پرتابه و هدف می باشد

$$\begin{aligned} \rho_{FADirect} &= \rho_P(\vec{r}_p) + \rho_T(\vec{r}_T) \\ \rho_{FAExchange} &= \rho_P(\vec{r}_p + \frac{\vec{s}}{2}) + \rho_T(\vec{r}_T - \frac{\vec{s}}{2}) \end{aligned} \quad (۳-۳۶)$$

بنابراین فاکتور $F(\rho_{FA})$ پتانسیل برهم کنش را به چگالی وابسته می سازد، با در نظر گرفتن این بخش فاکتور $F(\rho_{FA})$ در کل انتگرال دابل فولدینگ ضرب می شود.

جدول (۳-۱) ضرایب نوکلئون-نوکلئون وابسته به پتانسیل M3Y [۳۹]

DD label	Interaction	C	α	B(fm ^{-۳})	γ (fm ^{-۳})
۰	Din dependent	۱	۰.۰	۰.۰	۰.۰
۱	DDM ^۳ Y ^۱	۰.۲۹۶۳	۳.۷۲۳۱	۳.۷۳۴۸	۰.۰
۲	CDM ^۳ Y ^۱	۰.۳۴۲۹	۳.۰۲۳۲	۳.۵۵۱۲	۰.۵
۳	CDM ^۳ Y ^۲	۰.۳۳۴۶	۳.۰۳۵۷	۳.۰۶۸۵	۱
۴	CDM ^۳ Y ^۳	۰.۲۹۸۵	۳.۴۲۲۸	۲.۶۳۸۸	۱.۵
۵	CDM ^۳ Y ^۴	۰.۳۰۵۲	۳.۲۹۹۸	۲.۳۱۸۰	۲
۶	CDM ^۳ Y ^۵	۰.۲۷۲۸	۳.۷۳۶۷	۱.۸۲۹۴	۳
۷	CDM ^۳ Y ^۶	۰.۲۶۸۵	۳.۸۰۳۳	۱.۴۰۹۹	۴
۸	BDM ^۳ Y ^۱	۱.۲۵۲۱	۰.۰	۰.۰	۱.۷۴۵۲

جدول (۳-۲) ضرایب پتانسیل مربوط به پتانسیل M3Y . Reid و Paris [۳۶]

Coefficient	Reid	Paris
G_{D^1} (MeV)	۷۹۹۹	۱۱۰۶۲
G_{D^2} (MeV)	-۲۱۳۴	-۲۵۳۷.۵
G_{D^3} (Mev)	.	.
G_{E^1} (MEV)	۴۶۳۱.۴	-۱۵۲۴.۲۵
G_{E^2} (Mev)	-۱۷۸۷.۱	-۵۱۸.۷۵
G_{E^3} (Mev)	-۷.۸۴۷	-۷.۸۴۷
$1/a_1$ (fm)	۰.۲۵	۰.۲۵۱
$1/a_2$ (fm)	۰.۴	۰.۴
$1/a_3$ (fm)	۱.۴۱۴	۱.۴۱۴
$G_{E\delta}$ (Mev fm ^۳)	-۲۷۶	-۵۹۲
K (Mev ^{-۱})	۰.۰۰۲	۰.۰۰۳

فصل چهارم

محاسبه گشتاور های هسته و پتانسیل برهمکنش

۴-۱- مقدمه

در کوانتوم مکانیک حل دقیق مسئله همواره نقش مهمی را بازی کرده است، به این دلیل که در پاسخ مسائل اطلاعات مهمی نهفته است. معادله شرودینگر یک معادله موج بنیادی در فیزیک است. این معادله برای بعضی از پتانسیل‌های معین حل می‌شود و کاربردهای مهمی در فیزیک اتمی، هسته‌ای، فیزیک انرژی‌های بالا و فیزیک ذرات دارد. در این رساله نیز به تابع موج موج هسته‌ها برای محاسبه ی گشتاورهای هسته‌ای و پتانسیل برهم کنش بین هسته‌ها نیاز داریم؛ از این رو از معادله ی موج شرودینگر D بعدی بهره می‌بریم.

۴-۲- معادله ی موج شرودینگر

نیروهای چند جسمی با استفاده از فرمالیزم هارمونیک‌های فوق‌کروی قابل تعریفند. اگر سیستمی با تعداد ذرات ثابت و یکسان N در نظر بگیریم، معادله شرودینگر مربوط به این سیستم به صورت زیر خواهد بود [۴۰-۵۰]

$$\left(\frac{-1}{2\mu}\nabla_D^2 + [V(r, \theta) - E]\right)\psi_{l_1 \dots l_{D-2}}^{l_{D-1}=l}(x) = 0 \quad (1-4)$$

که در رابطه ی ذکر شده ∇_D^2 به صورت زیر تعریف می‌شود [۵۰-۵۱]

$$\nabla_D^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{(D-1)}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{\sin^{D-2} \theta_{D-1}} \frac{\partial}{\partial \theta_{D-1}} (\sin^{D-2} \theta_{D-1} \frac{\partial}{\partial \theta_{D-1}}) - \frac{L_{D-2}^2}{\sin^2 \theta_{D-1}} \right] \quad (2-4)$$

تابع موج تعریف شده $\psi_{l_1 \dots l_{D-2}}^{l_{D-1}=l}(x)$ در رابطه ی (۱-۴) عبارت است از

$$\psi_{l_1 \dots l_{D-2}}^{l_{D-1}=l}(x) = R_l(r) Y_{l_1 \dots l_{D-2}}^{(l)}, R_l(r) = r^{-(D-1)/2} g(r) \quad (3-4)$$

در رابطه (۴-۱) $V(r, \theta)$ پتانسیل برهمکنش است که فقط تابعی از فاصله و زاویه ی بین ذرات می باشد. D بعد فضا و μ نیز جرم یکی از ذرات سیستم می باشد. از این معادله فوق شعاعی می توان برای بررسی مسائل چند جسمی استفاده نمود. در این رساله دلیل بهره گیری از معادله ی شرودینگر D بعدی در نظر گرفتن تمامی نوکلئون های هسته و مسئله ی چند جسمی بوده است. بهره گیری از معادله ی شرودینگر D بعدی به این معنی است که یک هسته با تمامی نوکلئون هایش مانند یک سیستم D بعدی در نظر گرفته می شود که در آن D مطابق با رابطه ی $D=3N-3$ به N یعنی تعداد نوکلئون های هسته، وابسته می باشد. معادله ی شرودینگر D بعدی به دلیل در نظر گرفتن تمامی نوکلئون های هسته معادله ی مناسبی برای بدست آوردن تابع موج هسته ها به نظر می رسد. برای یافتن تابع موج هسته های $J=1$ (${}^6\text{Li}, {}^2\text{H}, {}^{14}\text{N}$) تحت پتانسیل های وابسته به زاویه با جایگذاری پتانسیل ها ی مورد نظر در معادله ی شرودینگر توابع موج هسته ها بدست می آید. برای حل معادله ی شرودینگر با پتانسیل های ذکر شده باید از یکی از روش های حل تحلیلی معادله برای بدست آوردن معادله ی موج و ویژه مقادیر انرژی استفاده شود، چراکه معادله ی شرودینگر برای تمامی پتانسیل ها دارای حل دقیق نمی باشد. در این رساله برای حل معادله شرودینگر به سراغ روش نیکیفورو-یواروف^۱ (NU) رفته ایم [۵۰-۵۵].

۴-۳- کلیات روش نیکیفورو- یواروف

نقطه ی شروع در استفاده از روش حل NU داشتن یک معادله ی دیفرانسیل درجه دوم به شکل زیر می باشد

$$\Psi_n''(z) + \frac{\tilde{\tau}(z)}{\sigma(z)} \Psi_n'(z) + \frac{\tilde{\sigma}(z)}{\sigma^2(z)} \Psi_n(z) = 0 \quad (۴-۵)$$

^۱ Nikiforov-Uvarov

که در این معادله $\sigma(z)$ و $\tau(z)$ چند جمله‌ای‌هایی حداکثر از درجه دوم و $\tilde{\tau}(z)$ یک چندجمله‌ای حداکثر از درجه اول است. با جایگذاری تابع موج $\Psi(z)$ به صورت

$$\Psi_n(z) = y_n(z)\phi_n(z) \quad (۶-۴)$$

میتوان معادله (۵-۴) به صورت یک معادله از نوع فوق هندسی تبدیل کرد [۵۶-۵۸]

$$\sigma(z) + y''(z) + \tau(z)y'(z) + \lambda(z) = 0 \quad (۷-۴)$$

که در آن $\sigma(z)$ و $\tau(z)$ عبارتند از

$$\sigma(z) = \pi(z) \frac{\phi(z)}{\phi'(z)} \quad (۸-۴)$$

$$\tau(z) = \tilde{\tau}(z) + 2\pi(z), \tau' < 0 \quad (۹-۴)$$

λ نیز پارامتری است که به صورت زیر تعریف می‌شود [۵۹]

$$\lambda = \lambda_n = -n\tau'(z) - \frac{n(n-1)}{2}\sigma''(z), n = 0, 1, 2, \dots \quad (۱۰-۴)$$

مشتق مرتبه اول $\tau'(z)$ باید منفی باشد. باید به این نکته توجه کرد که λ و λ_n از یک جواب خاص به شکل $y(z) = y_n(z)$ که چند جمله‌ای درجه n است به دست می‌آیند، به علاوه اینکه جمله $y_n(z)$ تابع موج معادله یک تابع از نوع فوق هندسی است که از رابطه ردیگز^۱ زیر به دست می‌آید

$$y_n(z) = \frac{B_n}{\rho_n} \frac{d^n}{dz^n} (\sigma^n(z) \rho(z)) \quad (۱۱-۴)$$

که در آن B_n ثابت نرمالیزاسیون است و ρ_n تابع وزنی است که باید شرط زیر را برآورده کند

^۱ Rodriguez

$$\frac{d}{dz} \omega(z) = \frac{\tau(z)}{\sigma(z)} \omega(z), \omega(z) = \sigma(z) \rho(z) \quad (12-4)$$

λ و تابع $\pi(z)$ به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\pi(z) = \left(\frac{\sigma'(z) - \tilde{\tau}(z)}{2} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma'(z) - \tilde{\tau}(z)}{2} \right)^2 + \sigma'(z) + \kappa \sigma(z)} \quad (13-4)$$

$$\lambda = \kappa + \pi'(z) \quad (14-4)$$

از آن جایی که باید $\pi(z)$ حداکثر یک چندجمله‌ای درجه یک باشد، جملات زیر رادیکال در معادله (13-4) باید به صورت یک چند جمله ای درجه اول مرتب شوند و این در صورتی ممکن است که $\Delta = b^2 - 4ac$ صفر باشد. در این حالت یک معادله برای κ به دست می‌آید که پس از حل معادله مقادیر به دست آمده برای κ را در معادله (14-4) جایگذاری می‌کنیم و با مقایسه با (4-10) و (14-4) ویژه مقادیر انرژی را به دست می‌آوریم. قابل ذکر است که ویژه مقادیر انرژی و ویژه توابع وابسته آنها را برای سیستمی تحت یک پتانسیل غیر مرکزی معین به آسانی میتوان با بکار بستن روش NU به دست آورد [60-62].

4-4- حل معادله ی موج شرودینگر با پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل

حلقوی

پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه ی پتانسیل حلقوی¹ در فضای هماهنگ های کروی به صورت زیر تعریف می‌شود

$$V(r, \theta) = -\frac{a}{r} + \frac{b}{r^2} + \beta \frac{\cot^2 \theta}{r^2} + c \quad (15-4)$$

¹ the Pseudo-Coulomb potential plus ring-shaped potential

در این رابطه a, b, c و β مقادیر مثبت و حقیقی هستند [۶۱-۶۳]. با جایگذاری این پتانسیل در

معادله ی شرودینگر به فرم معادله ی (۱۶-۴) خواهیم داشت

$$\frac{-1}{2\mu} \nabla_D^2 \psi_{l_1, \dots, l_{D-2}}^{(l_{D-1}=l)}(x) = [E - V(r, \theta)] \psi_{l_1, \dots, l_{D-2}}^{(l_{D-1}=l)}(x) \quad (16-4)$$

در رابطه ی (۱۶-۴) μ جرم کاهش یافته و E انرژی برهم کنش می باشد. در این رابطه x بردار D

بعدی مکان با اجزای فوق کروی در دستگاه کارتزین^۱ می باشد. به ترتیبی که $x_1, x_2, \dots, x_D$ به شکل

زیر تعریف شده اند:

$$\begin{aligned} x_1 &= r \cos \theta_1 \sin \theta_2 \dots \sin \theta_{D-1} \\ x_2 &= r \sin \theta_1 \sin \theta_2 \dots \sin \theta_{D-1} \\ x_3 &= r \cos \theta_2 \sin \theta_3 \dots \sin \theta_{D-1} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ x_j &= r \cos \theta_{j-1} \sin \theta_j \dots \sin \theta_{D-1}, 3 \leq j \leq D-1 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ x_{D-1} &= r \cos \theta_{D-2} \sin \theta_{D-1}, \quad x_D = r \cos \theta_{D-1}, \sum_{j=1}^D x_j^2 = r^2 \end{aligned} \quad (17-4)$$

برای حل رابطه ی (۱۶-۴) نیازمند ساده سازی رابطه به وسیله ی تفکیک قسمت های شعاعی و زاویه

ای معادله ی موج عبارات می باشیم که با انجام این موارد خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \psi_{l_1 \dots l_{D-2}}^l(x) &= R_l(r) Y_{l_1 \dots l_{D-2}}^l(x) \\ Y_{l_1 \dots l_{D-2}}^l(x) &= Y(l_1, l_2, \dots, l_{D-2}, l), l = |m| \text{ for } D = 2 \\ R_l(r) &= r^{-(D-1)/2} g(r) \\ Y_{l_1 \dots l_{D-2}}^l(x) &= \phi(\theta_1 = \varphi) H(\theta_2, \dots, \theta_{D-1}) \end{aligned} \quad (18-4)$$

¹ Cartesian

در رابطه ی (۱۸-۴) بازه ی تعریف متغیرها به صورت $\theta_j = [0, \pi]$, $\theta_1 \in [0, 2\pi]$, $r \in [0, \infty)$ می باشد. از

طرفی ویژه مقادیر L_j^2 عبارتند از [۶۴]

$$\begin{aligned} L_1^2 Y_{l_1, \dots, l_{D-2}}^{(l)}(x) &= m^2 Y_{l_1, \dots, l_{D-2}}^{(l)}(x) \\ L_j^2 Y_{l_1, \dots, l_{D-2}}^{(l)}(x) &= l_j(l_j + j - 1) Y_{l_1, \dots, l_{D-2}}^{(l)}(x) \\ l &= 0, 1, \dots, l_k = 0, 1, \dots, l_{k+1}, j \in [1, D-1], k \in [2, D-2] \\ l_1 &= -l_2, -l_2 + 1, \dots, l_{2-1}, l_2 \\ L_{D-1}^2 Y_{l_1, \dots, l_{D-2}}^{(l)}(x) &= l(l + D - 2) Y_{l_1, \dots, l_{D-2}}^{(l)}(x), x = \frac{x}{r} \end{aligned} \quad (۱۹-۴)$$

با جایگذاری قسمت شعاعی پتانسیل در معادله ی شرودینگر رابطه زیر حاصل می شود

$$-\frac{1}{2\mu} \left\{ \frac{1}{r^{D-1}} \frac{\partial}{\partial r} (r^{D-1} \frac{\partial}{\partial r}) - \frac{L_{D-1}^2}{r^2} + 2\mu(E + \frac{a}{r} - \frac{b}{r^2} - c) \right\} \psi_{l_1, \dots, l_{D-2}}^l(x) = 0 \quad (۲۰-۴)$$

اپراتور اندازه حرکت زاویه ای نیز به صورت زیر تعریف میشود

$$\begin{aligned} L_1^2 &= -\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \\ L_k^2 &= \sum_{a < b=2}^{k+1} L_{ab}^2 = -\frac{1}{\sin^{k-1} \theta_k} \frac{\partial}{\partial \theta_k} (\sin^{k-1} \theta_k \frac{\partial}{\partial \theta_k}) + \frac{L_{k-1}^2}{\sin^2 \theta_k}, 2 \leq k \leq D-1 \\ L_{ab} &= -i[x_a \frac{\partial}{\partial x_b} - x_b \frac{\partial}{\partial x_a}] \end{aligned} \quad (۲۱-۴)$$

با توجه به روابط (۲۱-۴)، (۱۹-۴) و (۲۰-۴) یک سری معادلات درجه ی دوم خواهیم داشت [۶۳-۶۴]

[۶۸]

$$\frac{d^2 \phi(\theta_1 = \varphi)}{d\theta_1^2} + m^2 \phi(\theta_1 = \varphi) = 0 \quad (۲۲-۴)$$

$$\left[\frac{1}{\sin^{j-1} \theta_j} \frac{d}{d\theta_j} (\sin^{j-1} \theta_j \frac{d}{d\theta_j}) + l_j(l_j + j - 1) - \frac{l_{j-1}(l_{j-1} + j - 2)}{\sin^2 \theta_j} \right] H(\theta_j) = 0, j \in [2, D-2] \quad (۲۳-۴)$$

$$\left[\frac{1}{\sin^{D-2} \theta_{D-1}} \frac{d}{d\theta_{D-1}} (\sin^{D-2} \theta_{D-1} \frac{d}{d\theta_{D-1}}) + l(l+D-2) \right. \quad (24-4)$$

$$\left. - \frac{L_{D-2}^2}{\sin^2 \theta_{D-1}} - \frac{2\mu\beta \cos^2 \theta_{D-1}}{\sin^2 \theta_{D-1}} \right] H(\theta_{D-1}) = 0$$

$$\left[\frac{1}{r^{D-1}} \frac{d}{dr} (r^{D-1} \frac{d}{dr}) - \frac{l(l+D-2)}{r^2} \right] R_l(r) + 2\mu \left[E + \frac{a}{r} - \frac{b}{r^2} - c \right] R_l(r) = 0 \quad (25-4)$$

پاسخ معادله ی (۲۲-۴) به دلیل ارضا شدن شرایط مرزی به صورت زیر خواهد بود

$$\phi_m(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(\pm im\varphi), m = 0, 1, 2, \dots \quad (26-4)$$

در ادامه روابط (۲۴-۴) و (۲۵-۴) که نشان دهنده ی تابع موج زاویه ای هستند به فرم معادلات زیر

ساده سازی میشوند

$$\frac{d^2 H(\theta_j)}{d\theta_j^2} + (j-1) \frac{\cos \theta_j}{\sin \theta_j} \frac{dH(\theta_j)}{d\theta_j} + \left(\Lambda_j - \frac{\Lambda_{j-1}}{\sin^2 \theta_j} \right) H(\theta_j) = 0, \text{ with } j \in [2, D-2], D > 3 \quad (27-4)$$

$$\frac{d^2 H(\theta_{D-1})}{d\theta_{D-1}^2} + (D-2) \frac{\cos \theta_{D-1}}{\sin \theta_{D-1}} \frac{dH(\theta_{D-1})}{d\theta_{D-1}} + \left[l(l+D-2) - \frac{\Lambda_{D-2} + 2\mu\beta \cos^2 \theta_{D-1}}{\sin^2 \theta_{D-1}} \right] H(\theta_{D-1}) = 0 \quad (28-4)$$

در این روابط $\Lambda_p = l_p(l_p + p - 1)$ تعریف میشود. با استفاده از روش NU و معرفی متغیر جدیدی به فرم

$s = \cos \theta_j$ و جایگذاری در رابطه ی شماره (۲۷-۴) خواهیم داشت

$$\frac{d^2 H(s)}{ds^2} - \frac{js}{1-s^2} \frac{dH(s)}{ds} + \frac{\Lambda_j - \Lambda_{j-1} - \Lambda_j s^2}{(1-s^2)^2} H(s) = 0, \text{ with } j \in [2, D-2], D > 3 \quad (29-4)$$

باتوجه به روش NU پارامترهای این روش به شکل زیر تعریف می شوند

$$\tilde{\tau} = -js, \sigma(s) = 1-s^2, \tilde{\sigma}(s) = -\Lambda_j s^2 + \Lambda_j - \Lambda_{j-1} \quad (30-4)$$

با قرار دادن روابط بالا در رابطه ی شماره ی (۱۳-۴) و جایگذاری $\sigma'(s) = -2s$ تابع $\pi(s)$ خواهد شد

$$\pi(s) = \frac{(j-2)}{2} s \pm \sqrt{\left[\left(\frac{j-2}{2} \right)^2 + \Lambda_j - k \right] s^2 + k - \Lambda_j + \Lambda_{j-1}} \quad (31-4)$$

با توجه به چند جمله ای $\pi(s)$ چهار پاسخ امکان پذیر است

$$\pi(s) = \left\{ \begin{array}{ll} \left(\frac{j-2}{2} + \tilde{\Lambda}_{j-1}\right)s & \text{for } k_1 = \Lambda_j - \Lambda_{j-1} \\ \left(\frac{j-2}{2} - \tilde{\Lambda}_{j-1}\right)s & \text{for } k_1 = \Lambda_j - \Lambda_{j-1} \\ \frac{(j-2)}{2}s + \tilde{\Lambda}_{j-1} & \text{for } k_2 = \Lambda_j + \left(\frac{j-2}{2}\right)^2 \\ \frac{(j-2)}{2}s - \tilde{\Lambda}_{j-1} & \text{for } k_2 = \Lambda_j + \left(\frac{j-2}{2}\right)^2 \end{array} \right\} \quad (32-4)$$

در اینجا $\tilde{\Lambda}_p$ عبارت است از

$$\tilde{\Lambda}_p = l_p + (p-1)/2, p = j-1, j \in [2, D-2], D > 3 \quad (33-4)$$

با اعمال شرایط ذکر شده در روش NU برای $\tau'(s) < 0$ تنها یک انتخاب خواهیم داشت

$$k_1 = \Lambda_j - \Lambda_{j-1} \text{ and } \pi(s) = \left(\frac{j-2}{2} - \tilde{\Lambda}_{j-1}\right)s \quad (34-4)$$

و

$$\tau(s) = -2(1 + \tilde{\Lambda}_{j-1})s \quad (35-4)$$

می شود λ و در نهایت رابطه

$$\lambda = \lambda_n = 2n(1 + \tilde{\Lambda}_{j-1}) + n(n-1), \lambda = \Lambda_j - \Lambda_{j-1} - \tilde{\Lambda}_{j-1} + \frac{j-2}{2} \quad (36-4)$$

با توجه به روابط بالا و مقایسه ی با رابطه ی (35-4) خواهیم داشت

$$n = \tilde{\Lambda}_j - \tilde{\Lambda}_{j-1} - \frac{1}{2} \quad (37-4)$$

با توجه به روابط (4-6) و (4-8) و (4-11) و (4-12) قسمتی از تابع موج به صورت زیر بدست می آید

$$\Phi(s) = (1-s^2)^{l_{j-1}/2}, \rho(s) = (1-s^2)^{\tilde{\Lambda}_{j-1}} \quad j \in [2, D-2], D > 3 \quad (38-4)$$

با جایگذاری تابع وزنی $\rho(s)$ داده شده در رابطه ی شماره (۳۷-۴) و جایگذاری در رابطه رودریگز (۴-)

(۱۱) تابع موج در ترم زیر بدست می آید

$$y_{n_j}(s) = A_{n_j} (1-s^2)^{-\tilde{\Lambda}_{j-1}} \frac{d^n}{ds^n} (1-s^2)^{n+\tilde{\Lambda}_{j-1}} \quad (39-4)$$

در این رابطه A_{n_j} ضریب نرمالیزاسیون می باشد و در نهایت تابع موج زاویه ای به صورت زیر خواهد

شد

$$H_{n_j}(\theta_j) = N_{n_j} (\sin \theta_j)^{l_{j-1}/2} P_{n_j}^{(\tilde{\Lambda}_{j-1}, \tilde{\Lambda}_{j-1})}(\cos \theta_j), j \in [2, D-2], D > 3 \quad (40-4)$$

و

$$n_j = l_j - l_{j-1}, j \in [2, D-2], D > 3 \quad (41-4)$$

برای حل رابطه ی شماره ی (۳۷-۴) نیاز داریم تغییر متغیری به فرم $s = \cos \theta_{D-1}$ اعمال کنیم

$$\frac{d^2 H(s)}{ds^2} + \frac{(D-1)s}{1-s^2} \frac{dH(s)}{ds} + \frac{v'(1-s^2) - \Lambda'_{D-2}}{(1-s^2)^2} H(s) = 0 \quad (42-4)$$

به طوریکه در این رابطه v' و Λ'_{D-2} عبارتند از

$$v' = l'(l' + D - 2) = l(l + D - 2) + 2\mu\beta \quad (43-4)$$

and $\Lambda'_{D-2} = \Lambda_{D-2} + 2\mu\beta$

با مقایسه ی رابطه ی (۴۱-۴) و رابطه ی (۵-۴) چند جمله ای های رابطه ی NU عبارتند از

$$\tau'(s) = -(D-1)s, \quad \sigma(s) = 1-s^2, \quad \tilde{\sigma}(s) = -v's^2 + v' - \Lambda'_{D-2} \quad (44-4)$$

با جایگذاری این روابط در رابطه ی شماره ی (۱۳-۴) و $\sigma' = -2s$ رابطه ی زیر بدست خواهد آمد

$$\pi(s) = \frac{(D-3)}{2}s \pm \sqrt{\left[\left(\frac{D-3}{2}\right)^2 + v' - k\right]s^2 + k - v' + \Lambda'_{D-2}} \quad (45-4)$$

در این صورت پاسخ های ممکن رابطه ی شماره (45-4) عبارت خواهند بود

$$\pi(s) = \begin{cases} \left(\frac{D-3}{2} + \tilde{\Lambda}_{D-2}\right)s & \text{for } k_1 = v' - \Lambda'_{D-2} \\ \left(\frac{D-3}{2} - \tilde{\Lambda}_{D-2}\right)s & \text{for } k_1 = v' - \Lambda'_{D-2} \\ \frac{(D-3)}{2}s + \tilde{\Lambda}_{D-2} & \text{for } k_2 = v' + \left(\frac{D-3}{2}\right)^2 \\ \frac{(D-3)}{2}s - \tilde{\Lambda}_{D-2} & \text{for } k_2 = v' + \left(\frac{D-3}{2}\right)^2 \end{cases} \quad (46-4)$$

در این رابطه $\tilde{\Lambda}_{D-2} = \frac{1}{2}\sqrt{(2l_{D-2} + D-3)^2 + 8\mu\beta}$ می باشد و با در نظر گرفتن شرط $\tau'(s) < 0$ خواهیم داشت

$$k_1 = v' - \Lambda'_{D-2} \quad \text{and} \quad \pi(s) = \left(\frac{D-3}{2} - \tilde{\Lambda}_{D-2}\right)s \quad (47-4)$$

در این صورت

$$\tau(s) = -2(1 + \tilde{\Lambda}_{D-2})s \quad (48-4)$$

با استفاده از روابط شماره ی (4-14) و (4-10) λ عبارت خواهد شد از

$$\begin{aligned} \lambda = \lambda_n &= 2n_{D-1}(1 + \tilde{\Lambda}_{D-2}) + n_{D-1}(n_{D-1} - 1) \\ \lambda &= v' - \Lambda'_{D-2} - \tilde{\Lambda}_{D-2} + \frac{D-3}{2} \end{aligned} \quad (49-4)$$

با مقایسه روابط (47-4) و استفاده از $v' = l'(l' + D - 2)$ اندازه حرکت زاویه ای l' دارای مقادیر زیر خواهد بود:

$$l' = n_{D-1} + \tilde{\Lambda}_{D-2} - \frac{(D-3)}{2} \quad (50-4)$$

که می توان برای سادگی l' را به شکل $l' = l = n + m$ تعریف کرد.

با استفاده از روابط (۴-۶) ، (۴-۸) و (۴-۱۱) ، (۴-۱۲) قسمتی از تابع موج به شکل زیر بدست می آید

$$\phi(s) = (1-s^2)^{(2\tilde{\Lambda}_{D-2}+3-D)/4}, \quad \rho(s) = (1-s^2)^{\tilde{\Lambda}_{D-2}} \quad (۴-۵۱)$$

با جایگذاری تابع وزنی $\rho(s)$ بدست آمده از رابطه ی (۴-۴۹) و قرار دادن آن در رابطه ی رودریگز شماره ی (۴-۱۱) قسمتی دیگر از تابع موج نیز به فرم زیر بدست می آید

$$y_{n_j}(s) = B_{n_j} (1-s^2)^{-\tilde{\Lambda}_{D-2}} \frac{d^{n_j}}{ds^{n_j}} (1-s^2)^{n_j+\tilde{\Lambda}_{D-2}}, j = D-1 \quad (۴-۵۲)$$

ضریب نرمالیزاسیون می باشد و در نهایت تابع موج زاویه ای برابر خواهد شد با

$$H_{n_j}(\theta_j) = N_{n_j} (\sin \theta_j)^{\tilde{\Lambda}_{D-2} - \frac{(D-3)}{2}} P_{n_j}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})}(\cos \theta_j) \quad (۴-۵۳)$$

9

$$2n_j = \sqrt{(2l + D - 2)^2 + 8\mu\beta} - \sqrt{(2l_{D-2} + D - 3)^2 + 8\mu\beta} - 1, j = D-1 \quad (۴-۵۴)$$

حال به سراغ حل معادله ی شماره ی (۴-۲۴) می رویم که میتوان آن را به فرم زیر نوشت

$$\frac{d^2 g(r)}{dr^2} + [2\mu(E-c) + 2\mu a \frac{1}{r} - \frac{\tilde{v} + (2\mu b)}{r^2}] g(r) = 0 \quad (۴-۵۵)$$

که در این رابطه $\tilde{v}$ عبارت است از:

$$\tilde{v} = \frac{1}{4} (M-1)(M-3), M = D + 2l \quad (۴-۵۶)$$

برای حل قسمت شعاعی معادله ی شرودینگر با در نظر گرفتن روابط زیر و جایگزینی آنها در رابطه ی

(۴-۵۵) خواهیم داشت

$$\varepsilon = \sqrt{2\mu(E-c)}, \alpha = 2\mu a, \gamma = \tilde{v} + 2\mu b \quad (57-4)$$

رابطه ی (55-4) به صورت زیر تبدیل می شود

$$\frac{d^2 g(r)}{dr^2} + \left(\frac{-\varepsilon^2 r^2 + \alpha r - \gamma}{r^2} \right) g(r) = 0 \quad (58-4)$$

با به کار گیری روش NU و مقایسه ی رابطه ی (5-4) با رابطه ی (58-4) به روابط زیر دست می

یابیم

$$\tilde{\tau}(r) = 0, \quad \sigma(r) = r, \quad \tilde{\sigma}(r) = -\varepsilon^2 r^2 + \alpha r - \gamma \quad (59-4)$$

با جایگذاری در رابطه ی (19-4) خواهیم داشت

$$\pi(r) = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{4\varepsilon^2 r^2 + 4(k - \alpha)r + 4\gamma + 1} \quad (60-4)$$

ریشه های k عبارت خواهند بود

$$k = \alpha \pm \varepsilon \sqrt{4\gamma + 1} \quad (61-4)$$

در نتیجه $\pi(r)$ دارای پاسخ های زیر خواهد بود

$$\pi(r) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{2} + [\varepsilon r + \frac{1}{2} \sqrt{4\gamma + 1}] & \text{for } k_1 = \alpha + \varepsilon \sqrt{4\gamma + 1} \\ \frac{1}{2} - [\varepsilon r + \frac{1}{2} \sqrt{4\gamma + 1}] & \text{for } k_1 = \alpha + \varepsilon \sqrt{4\gamma + 1} \\ \frac{1}{2} + [\varepsilon r - \frac{1}{2} \sqrt{4\gamma + 1}] & \text{for } k_2 = \alpha - \varepsilon \sqrt{4\gamma + 1} \\ \frac{1}{2} - [\varepsilon r - \frac{1}{2} \sqrt{4\gamma + 1}] & \text{for } k_2 = \alpha - \varepsilon \sqrt{4\gamma + 1} \end{array} \right\} \quad (62-4)$$

با توجه به شرایط انتخاب $\pi(r)$ و بر آورده کردن شرط مربوط به رابطه ی (9-4) ما می توانیم پاسخ

زیر را انتخاب کنیم

$$k = \alpha - \varepsilon \sqrt{4\gamma + 1}, \quad \text{and} \quad \pi(r) = \frac{1}{2} - [\varepsilon r - \frac{1}{2} \sqrt{4\gamma + 1}] \quad (۶۳-۴)$$

در نتیجه خواهیم داشت

$$\tau(r) = -2\varepsilon r + (1 + \sqrt{4\gamma + 1}) \quad (۶۴-۴)$$

رقم میزنند استفاده از رابطه ی (۱۰-۴) و (۱۴-۴) بسط های زیر را برای

$$\lambda = \lambda_n = 2N\varepsilon, \quad N = 0, 1, 2, \dots, \quad \lambda = \alpha - \varepsilon(1 + \sqrt{4\gamma + 1}) \quad (۶۵-۴)$$

و در نهایت ویژه مقادیر انرژی به صورت زیر بدست آمده اند.

$$E_N = c - \frac{2\mu a^2}{(2N + 1 + \sqrt{(M-1)(M-3) + 8\mu b})^2} \quad (۶۶-۴)$$

که در این رابطه

$$(M-1)(M-3) = 4\tilde{v} = (2l' + D - 2)^2 - 8\mu\beta - 1 \quad (۶۷-۴)$$

مقدار l' قبلا در رابطه ی شماره (۵۰-۴) تعریف شده است. می توان فرم کلی ویژه مقادیر انرژی را به

صورت زیر به فرم کولمبی نوشت

$$E_N = c - \frac{\mu a^2}{2(N')^2}, \quad N' = 0, 1, 2, \dots \quad (۶۸-۴)$$

در این رابطه N' برابر است با

$$N' = N + L + 1 = \frac{1}{2} [2N + 1 + \sqrt{(2l' + D - 2)^2 + 8\mu(b - \beta)}] \quad (۶۹-۴)$$

حال به سراغ یافتن تابع موج شعاعی می رویم، با استفاده از مقادیر $\pi(r)$, $\tau(r)$, $\sigma(r)$ و استفاده از

روابط (۹-۴) و (۱۲-۴) خواهیم داشت

$$\phi(r) = r^{(\sqrt{4\gamma+1}+1)/2} e^{-\varepsilon r}, \rho(r) = r^{(\sqrt{4\gamma+1}-1)/2} e^{-2\varepsilon r} \quad (۷۰-۴)$$

با استفاده از رابطه ی (۴-۱۱) بدست می آوریم

$$y_n(r) = B_n r^{-\sqrt{4\gamma+1}} e^{2\varepsilon r} \frac{d^N}{dr^N} (r^{N+\sqrt{4\gamma+1}} e^{-2\varepsilon r}) \quad (۷۱-۴)$$

و به این ترتیب $g(r)$ را می توان به فرم چند جمله ای های لاگر نوشت

$$g(r) = C_{N,L} r^{L+1} e^{-\varepsilon r} L_N^{2L+1}(2\varepsilon r) \quad (۷۲-۴)$$

که در اینجا L به صورت زیر تعریف می شود

$$L = \frac{1}{2} [\sqrt{(2l' + D - 2)^2 + 8\mu(b - \beta)} - 1] \quad (۷۳-۴)$$

و در نتیجه تابع موج شعاعی معادله ی شرودینگر به صورت زیر بدست می آید

$$R(r) = C_{N,L} r^{L-(D-3)/2} e^{-\varepsilon r} L_N^{2L+1}(2\varepsilon r), \quad \varepsilon = \frac{\mu a}{N}, N = 0, 1, 2, \dots \quad (۷۴-۴)$$

در این رابطه $C_{N,L}$ ضریب نرمالیزاسیون است و دارای مقدار $C_{N,L} = \sqrt{\frac{(2\varepsilon)^{2L+3} N!}{2(N+L+1)(N+2L+1)!}}$ می باشد.

در نهایت تابع موج کلی معادله ی شرودینگر به صورت زیر بدست می آید. [۶۳-۲۶]

$$\begin{aligned} \Psi(x) = & \sqrt{\frac{(2\varepsilon)^{2L+3} N!}{4\pi!(N+L+1)(N+2L+1)!}} r^{L-(D-3)/2} \exp(-\varepsilon r) L_N^{2L+1}(2\varepsilon r) \\ & \exp(\pm i m \varphi) \prod_{j=2}^{D-2} N_{n_j} (\sin \theta_j)^{l_{j-1}} P_{n_j}^{(\tilde{\Lambda}_{j-1}, \tilde{\Lambda}_{j-1})} (\cos \theta_j) N_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})} (\cos \theta_{D-1}) \\ & \sin(\theta_{D-1})^{\tilde{\Lambda}_{D-2}-(D-3)/2} P_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})} (\cos \theta_{D-1}) \end{aligned} \quad (۷۵-۴)$$

۴-۴-۱ محاسبات مربوط به پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی

باتوجه به حل معادله ی شرودینگر با پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی، تابع موج و ویژه مقادیر انرژی در بخش (۴-۴) بدست آمده اند

$$E_N = c - \frac{2\mu a^2}{(2N+1 + \sqrt{(M-1)(M-3) + 8mb})^2} \quad (۴-۶۶)$$

که در این رابطه

$$(M-1)(M-3) = 4\tilde{v} = (2l' + D - 2)^2 - 8\mu\beta - 1 \quad (۴-۶۷)$$

مقدار l' قبلا در رابطه ی شماره (۴-۵۱) تعریف شده است

$$\begin{aligned} \Psi(x) = & \sqrt{\frac{(2\varepsilon)^{2L+3} N!}{4\pi!(N+L+1)(N+2L+1)!}} r^{L-(D-3)/2} \exp(-\varepsilon r) L_N^{2L+1}(2\varepsilon r) \\ & \exp(\pm im\varphi) \prod_{j=2}^{D-2} N_{n_j} (\sin\theta_j)^{l_{j-1}} P_{n_j}^{(\tilde{\Lambda}_{j-1}, \tilde{\Lambda}_{j-1})} (\cos\theta_j) N_{n_{D-1}} \\ & \sin(\theta_{D-1})^{\tilde{\Lambda}_{D-2}-(D-3)/2} P_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})} (\cos\theta_{D-1}) \end{aligned} \quad (۴-۷۵)$$

با جایگذاری مقادیر مربوط به هسته های ${}^2\text{H}$, ${}^6\text{Li}$, ${}^{14}\text{N}$, ${}^{17}\text{O}$ در رابطه (۴-۷۵) تابع موج این هسته ها

بدست می آیند

$$\begin{aligned} \Psi_{{}^2\text{H}}(x) = & \sqrt{\frac{(2\varepsilon)^{2L+3} N!}{4\pi!(N+L+1)(N+2L+1)!}} r^L \exp(-\varepsilon r) \\ & L_N^{2L+1}(2\varepsilon r) \exp(\pm im\varphi) \prod_{j=2}^{D-2} N_{n_j} (\sin\theta_j)^{l_{j-1}} \\ & P_{n_j}^{(\tilde{\Lambda}_{j-1}, \tilde{\Lambda}_{j-1})} (\cos\theta_j) N_{n_{D-1}} \sin(\theta_{D-1})^{\tilde{\Lambda}_{D-2}} P_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})} (\cos\theta_{D-1}) \end{aligned} \quad (۴-۷۶)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{{}^6\text{Li}}(x) = & \sqrt{\frac{(2\varepsilon)^{2L+3} N!}{4\pi!(N+L+1)(N+2L+1)!}} r^{L-6} \exp(-\varepsilon r) L_N^{2L+1}(2\varepsilon r) \\ & \exp(\pm im\varphi) \prod_{j=2}^{D-2} N_{n_j} (\sin\theta_j)^{l_{j-1}} P_{n_j}^{(\tilde{\Lambda}_{j-1}, \tilde{\Lambda}_{j-1})} (\cos\theta_j) N_{n_{D-1}} \\ & \sin(\theta_{D-1})^{\tilde{\Lambda}_{D-2}-(12)/2} P_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})} (\cos\theta_{D-1}) \end{aligned} \quad (۴-۷۷)$$

$$\begin{aligned}\Psi_{\mu_N}(x) &= \sqrt{\frac{(2\varepsilon)^{2L+3} N!}{4\pi!(N+L+1)(N+2L+1)!}} r^{L-18} \exp(-\varepsilon r) L_N^{2L+1}(2\varepsilon r) \\ \exp(\pm im\varphi) \prod_{j=2}^{D-2} N_{n_j}(\sin\theta_j)^{l_{j-1}} P_{n_j}(\tilde{\Lambda}_{j-1}, \tilde{\Lambda}_{j-1})(\cos\theta_j) N_{n_{D-1}} \\ \sin(\theta_{D-1})^{\tilde{\Lambda}_{D-2}-(18)/2} P_{n_{D-1}}(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})(\cos\theta_{D-1})\end{aligned}\quad (78-4)$$

$$\begin{aligned}\Psi_{\nu_O}(x) &= \sqrt{\frac{(2\varepsilon)^{2L+3} N!}{4\pi!(N+L+1)(N+2L+1)!}} r^{L-45/2} \exp(-\varepsilon r) L_N^{2L+1}(2\varepsilon r) \\ \exp(\pm im\varphi) \prod_{j=2}^{D-2} N_{n_j}(\sin\theta_j)^{l_{j-1}} P_{n_j}(\tilde{\Lambda}_{j-1}, \tilde{\Lambda}_{j-1})(\cos\theta_j) N_{n_{D-1}} \\ \sin(\theta_{D-1})^{\tilde{\Lambda}_{D-2}-(45)/2} P_{n_{D-1}}(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})(\cos\theta_{D-1})\end{aligned}\quad (79-4)$$

۴-۵- حل معادله‌ی موج شرودینگر باپتانسیل شبه هارمونیک حلقوی^۱

پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی در فضای هماهنگ های کروی به صورت زیر تعریف می شود [68]

$$V(r, \theta) = ar^2 + \frac{b}{r^2} + \beta \frac{\cot^2 \theta}{r^2} + c, \beta > 0 \quad (80-4)$$

در این رابطه $a = D_e r_e^{-2}, b = D_e r_e^{-2}, c = -2D_e$ ثابت های پتانسیل مودیفای هستند [۶۵].

$$\frac{-1}{2\mu} \nabla_D^2 \Psi_{l_1, \dots, l_{D-2}}^{(l_{D-1}=l)}(x) = [E - V(x, \theta)] \Psi_{l_1, \dots, l_{D-2}}^{(l_{D-1}=l)} \quad (81-4)$$

با جایگذاری پتانسیل فوق در معادله ی شرودینگر و بهره گیری از روابط (۴-۱۷)، (۴-۱۸)، (۴-۱۹)

و (۴-۲۱) خواهیم داشت

$$\Psi_{l_1 \dots l_{D-2}}(x) = R_l(r) Y_{l_1 \dots l_{D-2}}^m(x), R(r) = r^{-(D-1)/2} g(r) \quad (82-4)$$

¹ Ring-shaped pseudo harmonic potential

با جایگذاری قسمت های تفکیک شده در معادله ی شرودینگر روابط زیر حاصل شده است

$$\frac{d^2\phi(\theta_1=\varphi)}{d\theta_1^2} + m^2\phi(\theta_1=\varphi) = 0 \quad (۸۳-۴)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{\sin^{j-1}\theta_j} \frac{d}{d\theta_j} (\sin^{j-1}\theta_j \frac{d}{d\theta_j}) + l_j(l_j + j - 1) \right. \\ & \left. - \frac{l_{j-1}(l_{j-1} + j - 2)}{\sin^2\theta_j} \right] H(\theta_j) = 0, j \in [2, D-2] \end{aligned} \quad (۸۴-۴)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{\sin^{D-2}\theta_{D-1}} \frac{d}{d\theta_{D-1}} (\sin^{D-2}\theta_{D-1} \frac{d}{d\theta_{D-1}}) + l(l + D - 2) - \frac{L_{D-2}^2}{\sin^2\theta_{D-1}} \right. \\ & \left. - \frac{2\mu\beta \cos^2\theta_{D-1}}{\sin^2\theta_{D-1}} \right] H(\theta_{D-1}) = 0 \end{aligned} \quad (۸۵-۴)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{4l(l + D - 2) + (D - 1)(D - 3)}{4r^2} \right] R_l(r) + \\ & 2\mu[E - ar^2 - \frac{b}{r^2} - c] R_l(r) = 0 \end{aligned} \quad (۸۶-۴)$$

پاسخ معادله ی (۸۳-۴) به دلیل ارضا شدن شرایط مرزی به صورت زیر خواهد بود

$$\phi_m(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(\pm im\varphi), m = 0, 1, 2, \dots \quad (۸۷-۴)$$

در ادامه معادله ی (۸۴-۴) و (۸۵-۴) که نشان دهنده ی تابع موج زاویه ای هستند به فرم زیر ساده

سازی میشوند

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 H(\theta_j)}{d\theta_j^2} + (j-1) \frac{\cos\theta_j}{\sin\theta_j} \frac{dH(\theta_j)}{d\theta_j} + \left(\Lambda_j - \frac{\Lambda_{j-1}}{\sin^2\theta_j} \right) H(\theta_j) = 0, \\ & \text{with } j \in [2, D-2], D > 3 \end{aligned} \quad (۸۸-۴)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 H(\theta_{D-1})}{d\theta_{D-1}^2} + (D-2) \frac{\cos\theta_{D-1}}{\sin\theta_{D-1}} \frac{dH(\theta_{D-1})}{d\theta_{D-1}} + [l(l + D - 2) \\ & - \frac{\Lambda_{D-2} + 2\mu\beta \cos^2\theta_{D-1}}{\sin^2\theta_{D-1}}] H(\theta_{D-1}) = 0 \end{aligned} \quad (۸۹-۴)$$

در این روابط $\Lambda_p = l_p(l_p + p - 1)$ تعریف میشود . با استفاده از روش NU و معرفی متغیر جدیدی

به فرم $s = \cos\theta_j$ و جایگذاری در معادله ی شماره (۸۷-۴) خواهیم داشت

$$\frac{d^2 H(s)}{ds^2} - \frac{js}{1-s^2} \frac{dH(s)}{ds} + \frac{\Lambda_j - \Lambda_{j-1} - \Lambda_j s^2}{(1-s^2)^2} H(s) = 0, \quad (90-4)$$

with $j \in [2, D-2], D > 3$

و باتوجه به روش NU پارامترهای این روش به فرم زیر تعریف می شوند

$$\tilde{\tau} = -js, \sigma(s) = 1-s^2, \tilde{\sigma}(s) = -\Lambda_j s^2 + \Lambda_j - \Lambda_{j-1} \quad (91-4)$$

با قرار دادن روابط بالا در رابطه ی شماره ی (۱۳-۴) و جایگذاری $\sigma'(s) = -2s$ تابع زیر حاصل می

شود

$$\pi(s) = \frac{(j-2)}{2} s \pm \sqrt{\left[\left(\frac{j-2}{2}\right)^2 + \Lambda_j - k\right]s^2 + k - \Lambda_j + \Lambda_{j-1}} \quad (92-4)$$

با توجه به چند جمله ای $\pi(s)$ چهار پاسخ برای آن امکان پذیر است

$$\pi(s) = \left\{ \begin{array}{ll} \left(\frac{j-2}{2} + \tilde{\Lambda}_{j-1}\right)s & \text{for } k_1 = \Lambda_j - \Lambda_{j-1} \\ \left(\frac{j-2}{2} - \tilde{\Lambda}_{j-1}\right)s & \text{for } k_1 = \Lambda_j - \Lambda_{j-1} \\ \frac{(j-2)}{2} s + \tilde{\Lambda}_{j-1} & \text{for } k_2 = \Lambda_j + \left(\frac{j-2}{2}\right)^2 \\ \frac{(j-2)}{2} s - \tilde{\Lambda}_{j-1} & \text{for } k_2 = \Lambda_j + \left(\frac{j-2}{2}\right)^2 \end{array} \right\} \quad (93-4)$$

در اینجا نیز $\tilde{\Lambda}_p$ عبارت خواهد بود

$$\tilde{\Lambda}_p = l_p + (p-1)/2, p = j-1, j \in [2, D-2], D > 3 \quad (94-4)$$

با اعمال شرایط ذکر شده در روش NU برای $\tau'(s) < 0$ تنها یک انتخاب خواهیم داشت

$$k_1 = \Lambda_j - \Lambda_{j-1} \text{ and } \pi(s) = \left(\frac{j-2}{2} - \tilde{\Lambda}_{j-1}\right)s \quad (95-4)$$

و

$$\tau(s) = -2(1 + \tilde{\Lambda}_{j-1})s \quad (96-4)$$

و در نهایت رابطه λ عبارت خواهد شد از

$$\begin{aligned} \lambda &= \lambda_n = 2n_j(1 + \tilde{\Lambda}_{j-1}) + n(n-1), \\ \lambda &= \Lambda_j - \Lambda_{j-1} - \tilde{\Lambda}_{j-1} + \frac{j-2}{2} \end{aligned} \quad (97-4)$$

و با توجه به مقایسه ی روابط بالا (96-4) خواهیم داشت:

$$n = \tilde{\Lambda}_j - \tilde{\Lambda}_{j-1} - \frac{1}{2} \quad (98-4)$$

با توجه به روابط (96-4) و (98-4) و (99-4) و (100-4) قسمتی از تابع موج به صورت زیر بدست می آید

$$\Phi(s) = (1-s^2)^{l_{j-1}/2}, \rho(s) = (1-s^2)^{\tilde{\Lambda}_{j-1}} \quad j \in [2, D-2], D > 3 \quad (99-4)$$

با توجه به جایگذاری تابع وزنی $\rho(s)$ معرفی شده در رابطه ی شماره (98-4) و جایگذاری در رابطه رودریگز (101-4) تابع موج در ترم زیر بدست می آید

$$y_{n_j}(s) = A_{n_j} (1-s^2)^{-\tilde{\Lambda}_{j-1}} \frac{d^n}{ds^n} (1-s^2)^{n+\tilde{\Lambda}_{j-1}} \quad (100-4)$$

در این رابطه A_{n_j} ضریب نرمالیزاسیون می باشد و در نهایت تابع موج زاویه ای به صورت زیر خواهد بود

$$\begin{aligned} H_{n_j}(\theta_j) &= N_{n_j} (\sin \theta_j)^{l_{j-1}/2} P_{n_j}^{(\tilde{\Lambda}_{j-1}, \tilde{\Lambda}_{j-1})}(\cos \theta_j), \\ j &\in [2, D-2], D > 3 \end{aligned} \quad (101-4)$$

$$n_j = l_j - l_{j-1}, j \in [2, D-2], D > 3 \quad (10.2-4)$$

حال به سراغ حل رابطه ی شماره ی (۹۸-۴) میرویم با اعمال تغییر متغیری به فرم $s = \cos \theta_{D-1}$ خواهیم داشت

$$\frac{d^2 H(s)}{ds^2} + \frac{(D-1)s}{1-s^2} \frac{dH(s)}{ds} + \frac{v'(1-s^2) - \Lambda'_{D-2}}{(1-s^2)^2} H(s) = 0, \quad (10.3-4)$$

به طوریکه در این رابطه v' و Λ'_{D-2} عبارتند از

$$v' = l'(l' + D - 2) = l(l + D - 2) + 2\mu\beta \quad (10.4-4)$$

and $\Lambda'_{D-2} = \Lambda_{D-2} + 2\mu\beta$

با مقایسه ی رابطه ی (۱۰۲-۴) و رابطه ی (۵-۴) چند جمله ای های رابطه ی NU عبارتند از

$$\tau(s) = -(D-1)s, \quad \sigma(s) = 1-s^2, \quad \sigma'(s) = -v's^2 + v' - \Lambda'_{D-2} \quad (10.5-4)$$

با جایگذاری این روابط در رابطه ی شماره ی (۱۳-۴) و $\sigma' = -2s$ خواهیم داشت

$$\pi(s) = \frac{(D-3)}{2} s \pm \sqrt{\left[\left(\frac{D-3}{2}\right)^2 + v' - k\right]s^2 + k - v' + \Lambda'_{D-2}} \quad (10.6-4)$$

در این صورت پاسخ های ممکن رابطه ی شماره (۱۰۶-۴) عبارت خواهند بود

$$\pi(s) = \begin{cases} \left(\frac{D-3}{2} + \tilde{\Lambda}_{D-2}\right)s & \text{for } k_1 = v' - \Lambda'_{D-2} \\ \left(\frac{D-3}{2} - \tilde{\Lambda}_{D-2}\right)s & \text{for } k_1 = v' - \Lambda'_{D-2} \\ \frac{(D-3)}{2} s + \tilde{\Lambda}_{D-2} & \text{for } k_2 = v' + \left(\frac{D-3}{2}\right)^2 \\ \frac{(D-3)}{2} s - \tilde{\Lambda}_{D-2} & \text{for } k_2 = v' + \left(\frac{D-3}{2}\right)^2 \end{cases} \quad (10.7-4)$$

در این رابطه $\Lambda_{D-2} = \frac{1}{2} \sqrt{(2l_{D-2} + D - 3)^2 + 8\mu\beta}$ و با در نظر گرفتن شرط $\tau'(s) < 0$ داریم

$$k_1 = v' - \Lambda'_{D-2} \quad \text{and} \quad \pi(s) = \left(\frac{D-3}{2} - \tilde{\Lambda}_{D-2}\right)s \quad (108-4)$$

و در این صورت

$$\tau(s) = -2(1 + \tilde{\Lambda}_{D-2})s \quad (109-4)$$

با استفاده از روابط شماره ی (14-4) و (10-4) λ عبارت خواهد شد از

$$\begin{aligned} \lambda = \lambda_n &= 2n_{D-1}(1 + \tilde{\Lambda}_{D-2}) + n_{D-1}(n_{D-1} - 1) \\ \lambda &= v' - \Lambda'_{D-2} - \tilde{\Lambda}_{D-2} + \frac{D-3}{2} \end{aligned} \quad (110-4)$$

با مقایسه روابط (108-4) و استفاده از $v' = l'(l' + D - 2)$ اندازه حرکت زاویه ای l' دارای مقادیر زیر خواهد بود

$$l' = n_{D-1} + \tilde{\Lambda}_{D-2} - \frac{(D-3)}{2} \quad (111-4)$$

که می توان برای سادگی l' را به شکل $l' = l = n + m$ تعریف کرد.

با استفاده از روابط (6-4) ، (8-4) و (11-4) ، (12-4) قسمتی از تابع موج به شکل زیر بدست می آید

$$\phi(s) = (1-s^2)^{(2\tilde{\Lambda}_{D-2}+3-D)/4}, \quad \rho(s) = (1-s^2)^{\tilde{\Lambda}_{D-2}} \quad (112-4)$$

با جایگذاری تابع وزنی $\rho(s)$ بدست آمده از رابطه ی (110-4) و قرار دادن آن در رابطه ی رودریگز شماره ی (11-4) قسمتی از تابع موج به فرم زیر بدست می آید

$$y_{n_j}(s) = B_{n_j} (1-s^2)^{-\tilde{\Lambda}_{D-2}} \frac{d^{n_j}}{ds^{n_j}} (1-s^2)^{n_j + \tilde{\Lambda}_{D-2}}, \quad j = D-1 \quad (113-4)$$

ضریب نرمالیزاسیون می باشد و در نهایت تابع موج زاویه ای برابر خواهد شد با

$$H_{n_j}(\theta_j) = N_{n_j}(\sin\theta_j)^{\bar{\Lambda}_{D-2}-\frac{(D-3)}{2}} P_{n_j}^{(\bar{\Lambda}_{D-2}, \bar{\Lambda}_{D-2})}(\cos\theta_j) \quad (114-4)$$

9

$$2n_j = \sqrt{(2l+D-2)^2 + 8\mu\beta} - \sqrt{(2l_{D-2}+D-3)^2 + 8\mu\beta} - 1, \quad (115-4)$$

$$j = D-1$$

حال به سراغ حل معادله ی شماره ی (۸۵-۴) می رویم که میتوان آن را به فرم زیر نوشت

$$\frac{d^2 g(r)}{dr^2} + [2\mu(E-c) + 2\mu a \frac{1}{r} - \frac{\tilde{v} + (2\mu b)}{r^2}]g(r) = 0 \quad (116-4)$$

که در این رابطه $\tilde{v}$ عبارت است از

$$v = \frac{1}{4}(M-1)(M-3), M = D+2l \quad (117-4)$$

برای حل قسمت شعاعی معادله ی شرودینگر با در نظر گرفتن روابط زیر و جایگزینی آنها در رابطه ی

(۱۱۶-۴) خواهیم داشت

$$\varepsilon = \sqrt{2\mu(E-c)}, \alpha = 2\mu a, \gamma = \tilde{v} + 2\mu b \quad (118-4)$$

رابطه ی (۱۱۶-۴) به صورت زیر تبدیل خواهد شد

$$\frac{d^2 g(r)}{dr^2} + \left(\frac{-\varepsilon^2 r^2 + \alpha r - \gamma}{r^2} \right) g(r) = 0$$

(۱۱۹-4)

با به کار گیری روش NU و تغییر متغیری به شکل $s = r^2$ خواهیم داشت

$$\frac{d^2 g(s)}{ds^2} + \frac{1}{2s} \frac{dg(s)}{ds} + \left(\frac{-\varepsilon^2 s - \alpha s^2 - \gamma}{2s^2} \right) g(s) = 0 \quad (120-4)$$

با مقایسه ی رابطه ی (۵-۴) و (۱۱۹-۴) به روابط زیر میرسیم

$$\tilde{\tau}(r)=1, \quad \sigma(s)=2s, \quad \tilde{\sigma}(s)=\varepsilon^2 s - \alpha s^2 - \gamma \quad (۱۲۱-۴)$$

و جایگذاری در رابطه ی (۱۹-۴) خواهیم داشت

$$\pi(r) = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{4(2k - \varepsilon^2)s + 4\alpha s^2 + 4\gamma + 1} \quad (۱۲۲-۴)$$

ریشه های k عبارت خواهند بود

$$k = \frac{\varepsilon^2}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\alpha(4\gamma + 1)} \quad (۱۲۳-۴)$$

در نتیجه $\pi(s)$ دارای پاسخ های زیر خواهد بود

$$\pi(r) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} [2\sqrt{\alpha s} + \sqrt{4\gamma + 1}] & \text{for } k_1 = \frac{\varepsilon^2}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\alpha(4\gamma + 1)} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} [2\sqrt{\alpha s} + \sqrt{4\gamma + 1}] & \text{for } k_1 = \frac{\varepsilon^2}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\alpha(4\gamma + 1)} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} [2\sqrt{\alpha s} - \sqrt{4\gamma + 1}] & \text{for } k_2 = \frac{\varepsilon^2}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\alpha(4\gamma + 1)} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} [2\sqrt{\alpha s} - \sqrt{4\gamma + 1}] & \text{for } k_2 = \frac{\varepsilon^2}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\alpha(4\gamma + 1)} \end{array} \right\} \quad (۱۲۴-۴)$$

با توجه به شرایط انتخاب $\pi(s)$ و بر آورده کردن شرط مربوط به رابطه ی (۹-۴) ما می توانیم پاسخ

زیر را انتخاب کنیم

$$k = \frac{\varepsilon^2}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\alpha(4\gamma + 1)}, \quad \text{and} \quad \pi(s) = \frac{1 + \sqrt{4\gamma + 1}}{2} - \sqrt{\alpha s} \quad (۱۲۵-۴)$$

در نتیجه خواهیم داشت

$$\tau(s) = -2\sqrt{\alpha s} + 2 + \sqrt{4\gamma + 1}, \tau'(s) = -2\sqrt{\alpha} < 0 \quad (۱۲۶-۴)$$

رقم میزنده استفاده از رابطه ی (۱۰-۴) و (۱۴-۴) بسط های زیر را برای

$$\lambda = \lambda_n = 2N\sqrt{\alpha}, \quad N = 0, 1, 2, \dots \quad (127-4)$$

$$\lambda = \frac{\varepsilon^2}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\alpha(4\gamma+1)} - \sqrt{\alpha}$$

که میتوانیم ویژه مقادیر انرژی را از رابطه ی زیر بدست آوریم

$$E_N = c - \sqrt{\frac{\alpha}{2}(4N+2 + \sqrt{(M-1)(M-3) + 8\mu b + 1})} \quad (128-4)$$

که در این رابطه

$$(M-1)(M-3) = 4\tilde{v} = (2l' + D - 2)^2 - 8\mu\beta - 1 \quad (129-4)$$

مقدار l' قبلا در رابطه ی شماره (۱۱۱-۴) تعریف شده است. می توان فرم کلی ویژه مقادیر انرژی را

به صورت زیرنوشت

$$E_N = c + \sqrt{\frac{\alpha}{2\mu}(4N+2 + \sqrt{(2n_{D-1}+1 + \sqrt{(2l_{D-2}+D-3)^2 + 8\mu\beta})^2 + 8\mu(b-\beta)})} \quad (130-4)$$

در این رابطه $N = 0, 1, 2, \dots$ می باشد.

حال به سراغ یافتن تابع موج شعاعی می رویم، با استفاده از مقادیر $\pi(r)$, $\tau(r)$, $\sigma(r)$ استفاده از

روابط (۹-۴) و (۱۲-۴) خواهیم داشت

$$\phi(s) = s^{(\sqrt{4\gamma+1}+1)/4} e^{-\frac{\sqrt{\alpha}}{2}s}, \quad \rho(r) = s^{(\sqrt{4\gamma+1})/2} e^{-\sqrt{\alpha}s} \quad (131-4)$$

با استفاده از رابطه ی (۱۱-۴) بدست می آوریم

$$y_n(r) = B_n s^{-\sqrt{4\gamma+1}/2} e^{\sqrt{\alpha}s} \frac{d^N}{ds^N} (s^{N+\sqrt{4\gamma+1}/2} e^{-\sqrt{\alpha}s}) \quad (132-4)$$

و به این ترتیب $g(r)$ را می توان به فرم چند جمله ای های لاگر نوشت

$$g(r) = C_{N,L} s^{(1+\sqrt{4\gamma+1})/4} e^{-\sqrt{\alpha}s/2} s^{(1+\sqrt{4\gamma+1})/4} L_N^{L+\frac{1}{2}}(\sqrt{\alpha}s) \quad (133-4)$$

که در اینجا L به صورت زیر تعریف می شود

$$L = \frac{1}{2} [\sqrt{(2l' + D - 2)^2 + 8\mu(b - \beta)} - 1] \quad (۱۳۴-۴)$$

و در نهایت تابع موج شعاعی معادله ی شرودینگر به صورت زیر بدست می آید

$$R(r) = C_{N,L} r^{L-(D-3)/2} e^{-\frac{\sqrt{\alpha}}{2} r^2} L_N^{L+\frac{1}{2}}(\sqrt{\alpha} r^2) \quad (۱۳۵-۴)$$

در این رابطه $C_{N,L}$ ضریب نرمالیزاسیون است و دارای مقدار $C_{N,L} = \sqrt{\frac{2(\sqrt{2\mu D_e / r_e})^{L+3/2} N!}{\Gamma(N+L+3/2)}}$ می باشد.

شکل تابع موج کلی معادله ی شرودینگر به صورت [۶۸]

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{(\sqrt{2\mu D_e / r_e})^{L+3/2} N!}{\pi \Gamma(N+L+3/2)}} r^{L-(D-3)/2} \exp(-\sqrt{\frac{\mu D_e}{2r_e^2}} r^2) L_N^{L+1/2}(\sqrt{\frac{\mu D_e}{2r_e^2}} r^2) \quad (۱۳۶-۴)$$

$$\exp(\pm i m \phi) \prod_{j=2}^{D-2} N_{n_j} (\sin \theta_j)^{l_{j-1}} P_{n_j}^{(\tilde{\Lambda}_{j-1}, \tilde{\Lambda}_{j-1})} (\cos \theta_j) N_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})} (\cos \theta_{D-1})$$

$$\sin(\theta_{D-1})^{\tilde{\Lambda}_{D-2}-(D-3)/2} P_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})} (\cos \theta_{D-1})$$

۴-۵-۱ محاسبات مربوط به پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی

باتوجه به حل معادله ی شرودینگر با پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی ؛ تابع موج و ویژه مقادیر انرژی

در بخش (۴-۵) بدست آمده اند

$$E_N = c + \sqrt{\frac{\alpha}{2\mu}} (4N + 2 + \sqrt{(2n_{D-1} + 1 + \sqrt{(2l_{D-2} + D - 3)^2 + 8\mu\beta})^2 + 8\mu(b - \beta)}), \quad (۱۳۰-۴)$$

$$\begin{aligned}
\Psi(x) &= \sqrt{\frac{(\sqrt{2\mu D_e / r_e})^{L+3/2} N!}{\pi \Gamma(N+L+3/2)}} r^{L-(D-3)/2} \exp\left(-\sqrt{\frac{\mu D_e}{2r_e^2}} r^2\right) L_N^{L+1/2}\left(\sqrt{\frac{\mu D_e}{2r_e^2}} r^2\right) \\
&\exp(\pm im\varphi) \prod_{j=2}^{D-2} N_{n_j} (\sin \theta_j)^{l_{j-1}} P_{n_j}^{(\tilde{\Lambda}_{j-1}, \tilde{\Lambda}_{j-1})} (\cos \theta_j) N_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})} \\
&\sin(\theta_{D-1})^{\tilde{\Lambda}_{D-2}-(D-3)/2} P_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})} (\cos \theta_{D-1})
\end{aligned} \tag{۱۳۱-۴}$$

با جایگذاری مقادیر مربوط به هسته ی ^2H , ^6Li , ^{14}N , ^{17}O در روابط (۴-۱۱۰) و (۴-۱۱۶) تابع موج

این هسته ها بدست می آیند

$$\begin{aligned}
\Psi_{^2\text{H}}(x) &= \sqrt{\frac{(\sqrt{2\mu D_e / r_e})^{L+3/2} N!}{\pi \Gamma(N+L+3/2)}} r^L \exp\left(-\sqrt{\frac{\mu D_e}{2r_e^2}} r^2\right) L_N^{L+1/2}\left(\sqrt{\frac{\mu D_e}{2r_e^2}} r^2\right) \\
&\exp(\pm im\varphi) \prod_{j=2}^{D-2} N_{n_j} (\sin \theta_j)^{l_{j-1}} P_{n_j}^{(\tilde{\Lambda}_{j-1}, \tilde{\Lambda}_{j-1})} (\cos \theta_j) N_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})}, \\
&\sin(\theta_{D-1})^{\tilde{\Lambda}_{D-2}-(D-3)/2} P_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})} (\cos \theta_{D-1})
\end{aligned} \tag{۱۳۷-۴}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_{^6\text{Li}}(x) &= \sqrt{\frac{(\sqrt{2\mu D_e / r_e})^{L+3/2} N!}{\pi \Gamma(N+L+3/2)}} r^{L-(12)/2} \exp\left(-\sqrt{\frac{\mu D_e}{2r_e^2}} r^2\right) L_N^{L+1/2}\left(\sqrt{\frac{\mu D_e}{2r_e^2}} r^2\right) \\
&\exp(\pm im\varphi) \prod_{j=2}^{D-2} N_{n_j} (\sin \theta_j)^{l_{j-1}} P_{n_j}^{(\tilde{\Lambda}_{j-1}, \tilde{\Lambda}_{j-1})} (\cos \theta_j) N_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})}, \\
&\sin(\theta_{D-1})^{\tilde{\Lambda}_{D-2}-(12)/2} P_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})} (\cos \theta_{D-1})
\end{aligned} \tag{۱۳۸-۴}$$

$$\begin{aligned}
\Psi_{^{14}\text{N}}(x) &= \sqrt{\frac{(\sqrt{2\mu D_e / r_e})^{L+3/2} N!}{\pi \Gamma(N+L+3/2)}} r^{L-(36)/2} \exp\left(-\sqrt{\frac{\mu D_e}{2r_e^2}} r^2\right) L_N^{L+1/2}\left(\sqrt{\frac{\mu D_e}{2r_e^2}} r^2\right) \\
&\exp(\pm im\varphi) \prod_{j=2}^{D-2} N_{n_j} (\sin \theta_j)^{l_{j-1}} P_{n_j}^{(\tilde{\Lambda}_{j-1}, \tilde{\Lambda}_{j-1})} (\cos \theta_j) N_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})}, \\
&\sin(\theta_{D-1})^{\tilde{\Lambda}_{D-2}-(36)/2} P_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})} (\cos \theta_{D-1})
\end{aligned} \tag{۱۳۹-۴}$$

$$\Psi_{\nu_O}(x) = \sqrt{\frac{(\sqrt{2\mu D_e / r_e})^{L+3/2} N!}{\pi \Gamma(N+L+3/2)}} r^{L-(45)/2} \exp\left(-\sqrt{\frac{\mu D_e}{2r_e^2}} r^2\right) L_N^{L+1/2}\left(\sqrt{\frac{\mu D_e}{2r_e^2}} r^2\right) \\ \exp(\pm i m \varphi) \prod_{j=2}^{D-2} N_{n_j} (\sin \theta_j)^{l_{j-1}} P_{n_j}(\tilde{\Lambda}_{j-1}, \tilde{\Lambda}_{j-1}) (\cos \theta_j) N_{n_{D-1}}, \quad D=48 \quad (140-4) \\ \sin(\theta_{D-1})^{\tilde{\Lambda}_{D-2}-(45)/2} P_{n_{D-1}}(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2}) (\cos \theta_{D-1})$$

۴-۶- محاسبه ی گشتاور دوقطبی مغناطیسی برای هسته های پایدار J=1



گشتاور مغناطیسی یک آزمون خوب برای خلوص یک پیکر بندی خاص است. گشتاورهای مغناطیسی خیلی حساس به این موضوع نیستند که یک مدار به صورت نرمال یا به واسطه ی برانگیختگی در مدارهای دیگر پر شده است [۲]. گشتاور زاویه ای اسپین هسته که مرتبط است با گشتاور دو قطبی مغناطیسی تنها می تواند با یک میدان مغناطیسی برهم کنش داشته باشد و از آنجایی که پتانسیل های برهم کنش بین دوهسته در روش دابل فولدینگ دارای ماهیت مغناطیسی نیستند پس تاثیری بر روی گشتاور مغناطیسی هسته نخواهد داشت [۷۰]. با توجه به رابطه (۱-۵) فصل اول برای هسته های $J=1$ و ^{17}O با استفاده از پتانسیل هسته ای شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی شکل و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی گشتاور دو قطبی هسته ها محاسبه شده اند.

در جدول (۱-۴) ضرایب $l, N, l_{j-1}, m, l_{D-2}$ مربوط به تابع موج هریک از هسته ها و نیز ضرایب a, b, β, θ وابسته به پتانسیل هسته ای به صورت دستی و به گونه ای انتخاب شده اند که نتایج محاسبه شده ی گشتاور هسته ای نزدیکترین نتیجه به مقادیر آزمایشگاهی را داشته باشد. در جدول (۲-۴) همانند جدول قبلی ضرایب وابسته به پتانسیل شبه هارمونیک یعنی θ, β, re, De همچنین ضرایب $l_{D-2}, l_{j-1}, N, L, m$ تابع موج هریک از هسته ها نیز به همان صورت و به نحوی در نظر گرفته شده اند تا نتایج منطبق ترین حالت را با نتایج آزمایشگاهی داشته باشند.

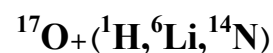
جدول (۴-۱): گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته های $J=1$ در حضور پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه ی پتانسیل حلقوی [۶، ۷۰]

هسته	l	N	a	b	β	l_{j-1}	m	l_{D-2}	Θ	$\mu(\text{nm})$ (محاسبه شده)	$\mu(\text{nm})$ (تجربی)	$\mu(\text{nm})$ (دیگران)
^1H	۰	۱	۰,۰۰۵	۰,۰۲۸	۰,۰۶۷۲	۰	۰	۰	$\pi/3$	+۰,۸۵۱۵۰	+۰,۸۵۷۴	+۰,۸۵۷۴
^6Li	۰	۱	۰,۴	۰,۰۰۸	۰,۰۳۳	۰	۰	۰	$\pi/3$	+۰,۸۱۲۵۱	+۰,۸۲۲۰	-
^{14}N	۰	۱	۰,۰۱۷۱	۰,۰۰۹۵	۰,۰۰۲	۰	۰	۰	$\pi/3$	+۰,۴۰۴۷۸	+۰,۴۰۳۷	+۰,۴۰۳۷
^{17}O	۰	۱	۰,۰۰۶۹	۰,۰۰۹۵	۰,۰۰۲۱	۲	۰	۰	$\pi/3$	-۱,۷۲۴۳۶	-۱,۸۹۳۷	-۱,۸۸۸۲

جدول (۴-۲): گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته های $J=1$ در حضور پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی [۶، ۷۰]

هسته	r_e	D_e	β	l	m	N	l_{D-2}	l_{j-1}	Θ	$\mu(\text{nm})$ (محاسبه شده)	$\mu(\text{nm})$ (تجربی)	$\mu(\text{nm})$ (دیگران)
^1H	۰,۷۱	۵,۴	۱	۲	۰	۳	۲	۲	$\pi/3$	+۰,۷۷۰۸۱	+۰,۸۵۷۴	+۰,۸۵۷۴
^6Li	۰,۷	۵	۱	۰	۰	۳	۲	۱	$\pi/18$	+۰,۸۳۸۵۴	+۰,۸۲۲۰	-
^{14}N	۰,۷	۵,۰۹	۱	۰	۰	۰	۲	۲	$\pi/18$	+۰,۴۵۶۳۸	+۰,۴۰۳۷	+۰,۴۰۳۷
^{17}O	۰,۷	۵,۰۹	۱	۰	۰	۰	۲	۲	$\pi/3$	-۱,۸۲۳۴۳	-۱,۸۹۳۷	-۱,۸۸۸۲

۴-۷- محاسبه ی گشتاور چهارقطبی الکتریکی برای هسته های پایدار $J=1$



در این رساله ابتدا گشتاور چهار قطبی الکتریکی هریک از هسته های عناصر ^2H , ^6Li , ^{14}N (دارای $J=1$ هستند) را به همراه ^{17}O بدست آورده ایم، سپس تغییرات گشتاور هریک از هسته ها تحت برهم کنش با هسته ی اکسیژن ^{17}O را در فصل پنجم رساله بررسی کرده ایم. گشتاور الکتریکی محاسبه شده ی هسته ها با مقادیر تجربی و کارهای دیگران مقایسه شده اند و نتایج قابل قبولی بدست آمده

است. انتخاب هسته ی ^{17}O به این دلیل صورت گرفته است که این هسته پایدار است و دارای مقادیر آزمایشگاهی و محاسباتی گشتاور چهارقطبی الکتریکی و مغناطیسی می باشد.

۴-۷-۱ محاسبات مربوط به پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه ی پتانسیل حلقوی شکل

باتوجه به حل معادله ی شرودینگر با پتانسیل هسته ای شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی شکل، تابع موج و ویژه مقادیر انرژی در بخش (۴-۴-۱) بدست آمده اند و با استفاده از روابط مربوط به محاسبه ی گشتاور چهارقطبی الکتریکی در رابطه ی (۲-۸) و رابطه ی (۲-۹) گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های $(^1\text{H}, ^6\text{Li}, ^{14}\text{N}) J=1$ و هسته ی ^{17}O بدست آورده ایم و نتیجه ی بدست آمده را با مقادیر جدول استون و کارهای دیگران مقایسه کرده ایم

$$eQ = \int \psi^* (3z'^2 - r'^2) \psi dv' \quad (۲-۸)$$

$$Q_s = \frac{3K^2 - J(J+1)}{(J+1)(2J+3)} Q_0 \quad (۲-۹)$$

مقادیر بدست آمده از گشتاور چهارقطبی الکتریکی هریک از هسته ها در جدول (۴-۳) ذکر شده است [۶، ۷۰].

مقادیر محاسبه شده گشتاور الکتریکی هریک از هسته ها با توجه به مقادیر دستی که به هریک از ضرایب a, b, β, θ پتانسیل هسته ای و ضرایب $l, N, l_{j-1}, m, L_{D-2}$ تابع موج اختصاص داده ایم، محاسبه شده اند. مقادیر اختصاص داده شده به این ضرایب با توجه به انطباق بهتر مقادیر محاسبه شده با مقادیر آزمایشگاهی صورت گرفته اند.

جدول (۳-۴): گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های $J=1$ تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی [۷۴-۷۱]

هسته	l	N	a	b	β	l_{j-1}	m	l_{D-2}	θ	$Q_s(b)$ (محاسبه شده)	$Q_s(b)$ (تجربی)	$Q_s(b)$ (دیگران)
^2H	۰	۱	۰,۹۹	۰,۰۲۸	۰,۰۲۸	۰	۰	۰	$\pi/3$	+۰,۰۰۲۹۵۸	+۰,۰۰۲۸۶	-
^6Li	۰	۱	۰,۰۰۰۰۴	۰,۰۰۸	۰,۰۰۸	۰	۰	۰	$\pi/18$	-۰,۰۰۰۹۸	-۰,۰۰۰۸۰	-۰,۰۰۰۸
^{14}N	۰	۱	۰,۹۹	۰,۰۰۹۵	۰,۰۲۲	۰	۰	۰	$\pi/18$	+۰,۰۰۲۱۶۹	+۰,۰۰۲۰۴۴	+۰,۰۰۲۰۸
^{17}O	۱	۱	۰,۹۹۹	۰,۰۰۹۸	۰,۰۲۵	۱	۰	۰	$\pi/3$	-۰,۰۰۲۵۳۵	-۰,۰۰۲۵۶	-۰,۰۰۲۵۵

۴-۷-۲ محاسبات مربوط به پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی

باتوجه به حل معادله ی شرودینگر با پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی ، تابع موج و ویژه مقادیر انرژی در بخش (۴-۵-۱) بدست آمده اند. با جایگذاری تابع موج مربوط به هسته ی $^2\text{H}, ^6\text{Li}, ^{14}\text{N}, ^{17}\text{O}$ در روابط مربوط به گشتاور چهار قطبی الکتریکی به محاسبه ی گشتاور چهارقطبی الکتریکی، هسته های $^2\text{H}, ^6\text{Li}, ^{14}\text{N}$ قبل از برهم کنش با هسته ی ^{17}O با استفاده از روابط (۲-۸) و (۲-۹) پرداخته ایم و نتیجه ی بدست آمده را با مقادیر جدول استون و کارهای دیگران مقایسه کرده ایم.

در جدول ذیل ضرایب De, re, θ و β مربوط به پتانسیل هارمونیک حلقوی و ضرایب $L, N, L_{j-1}, m, L_{D-2}$ تابع موج هریک از هسته ها جهت بدست آوردن نتایج بهتر و نزدیکتر به مقادیر آزمایشگاهی به صورت دستی انتخاب شده اند.

جدول (۴-۴): گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های $J=1$ تحت پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی [۷۰، ۶]

هسته	r_e	D_e	β	l	m	N	l_{D-2}	l_{j-1}	θ	$Q_s(b)$ (محاسبه شده)	$Q_s(b)$ (تجربی)	$Q_s(b)$ (دیگران)
^2H	۰٫۷۱	۲٫۶۴	۱	۰	۰	۳	۰	۱	$\pi/3$	+۰٫۰۲۵۶	+۰۰۰۲۸۶	-
^6Li	۰٫۷	۲٫۰۵۳	۱	۰	۰	۳	۱	۱	$\pi/15$	-۰٫۰۰۰۸۳	-۰٫۰۰۰۸۰۶	-۰٫۰۰۰۸۰۸
^{14}N	۰٫۷	۵	۱	۰	۰	۰	۱۸	۴	$\pi/15$	+۰٫۰۲۲۰۸	+۰٫۰۲۰۴۴	+۰٫۰۲۰۸
^{17}O	۰٫۷	۴٫۹۵	۱	۰	۰	۲	۱۸	۴	$\pi/15$	-۰٫۰۲۶۸۲	-۰٫۰۲۵۶	-۰٫۰۲۵۵۸

۴-۸- محاسبه ی پتانسیل برهم کنش بین هسته های $^2\text{H}, ^6\text{Li}, ^{14}\text{N}$ و هسته ی

^{17}O (تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی)

در این بخش برای محاسبه ی پتانسیل برهم کنش بین هسته ها از مدل فولدینگ استفاده میکنیم که در فصل سوم رساله به معرفی این مدل پرداختیم. همان طور که عنوان شد این یک ابزار قدرتمند برای تحلیل میکروسکوپی واکنش های هسته ای است و برای محاسبه ی پتانسیل اپتیکی نوکلئون - هسته در فرم ساختاری غیر کشسان کاربرد دارد. گاهی در روند برخورد بین دوهسته تبادل نوکلئونی نیز روی میدهد در این صورت وقوع تبادل نوکلئونی بین هسته ها در خصوصیات هسته ها تغییراتی ایجاد می کند. از مهم ترین این تغییرات به وجود آمدن چگالی های توزیع نوکلئونی جدید در اثر این تبادل نوکلئونی می باشد. با استفاده از پتانسیل دابل فولدینگ با در نظر گرفتن اثرات تبادل نوکلئونها در جریان برهم کنش بین دو هسته پتانسیل تبدالی نیز محاسبه شده است. در محاسبات بخش مستقیم نیز پتانسیل برهم کنش، بین دوهسته بدون تبادل نوکلئونی محاسبه و رسم شده است .

باتوجه به حل معادله ی شرودینگر با پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی، تابع موج و ویژه

مقادیر انرژی در بخش (۴-۴) بدست آمده اند که رابطه ی تابع موج به صورت زیر بدست آمد

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{(2\varepsilon)^{2L+3} N!}{4\pi!(N+L+1)(N+2L+1)!}} r^{L-(D-3)/2} \exp(-\varepsilon r) L_N^{2L+1}(2\varepsilon r)$$

$$\exp(\pm im\varphi) \prod_{j=2}^{D-2} N_{n_j} (\sin\theta_j)^{l_{j-1}} P_{n_j}^{(\tilde{\Lambda}_{j-1}, \tilde{\Lambda}_{j-1})} (\cos\theta_j) N_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})} (\cos\theta_{D-1})$$

$$\sin(\theta_{D-1})^{\tilde{\Lambda}_{D-2}-(D-3)/2} P_{n_{D-1}}^{(\tilde{\Lambda}_{D-2}, \tilde{\Lambda}_{D-2})} (\cos\theta_{D-1}) \quad (75-4)$$

با جایگذاری مقادیر مربوط به هسته ی ${}^2\text{H}, {}^6\text{Li}, {}^{14}\text{N}, {}^{17}\text{O}$ در رابطه (75-4) تابع موج این هسته ها بدست آمده اند، با استفاده از روابط مربوط به محاسبه ی پتانسیل برهم کنش بین هسته های ${}^2\text{H}, {}^6\text{Li}, {}^{14}\text{N}$ با هسته ی ${}^{17}\text{O}$ بدست آورده ایم و نتایج بدست آمده را در این بخش در قالب نمودار بیان کرده ایم. چگالی های توزیع نوکلئونی هسته های هدف و پرتابه در برهم کنش مستقیم با توجه به رابطه ی (3-20) به صورت زیر در محاسبات وارد شده اند.

$$\rho_{DP}(\vec{r}_P) \rho_{DT}(\vec{r}_T) = \left| \psi_{DP}(\vec{r}_P) \psi_{DP}^*(\vec{r}_P) \right| \left| \psi_{DT}(\vec{r}_T) \psi_{DT}^*(\vec{r}_T) \right| \quad (141-4)$$

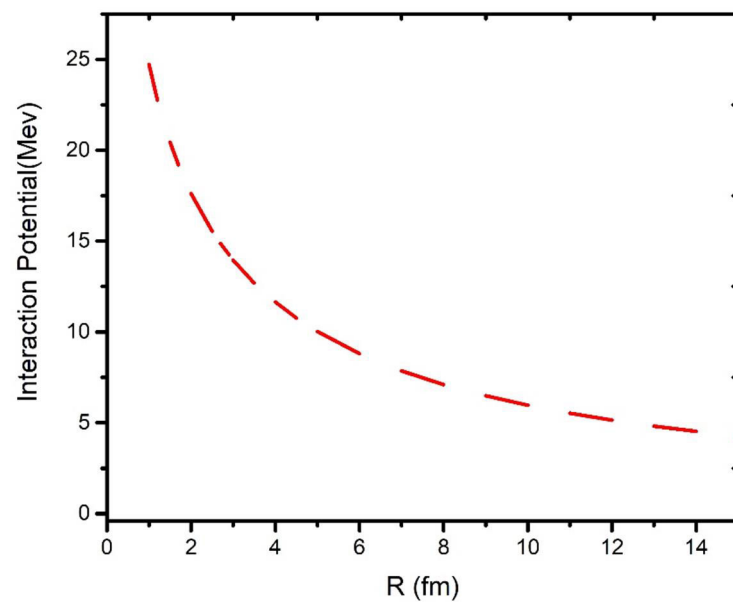
تابع موج بخش تبدیلی انتگرال دابل فولدینگ نیز با توجه به روابط (3-25) و (3-26) در نهایت به صورت زیر در محاسبات وارد می شود

$$\rho_E(\vec{r}_{P,T}, \vec{r}_{P,T} \pm \vec{s}) \cong \rho_{P,T}(\vec{r} \pm \vec{s}/2) j_1(k_{eff}(\vec{r} \pm \vec{s}/2), s) \quad (142-4)$$

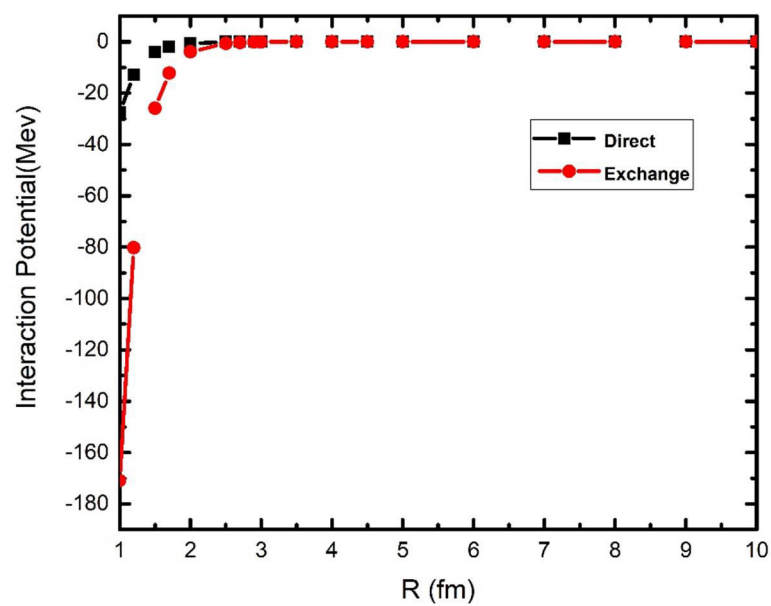
$$\rho_E(\vec{r}, \vec{r} \pm \vec{s}) = \left| \psi(\vec{r}, \vec{r} \pm \vec{s}) \psi^*(\vec{r}, \vec{r} \pm \vec{s}) \right| \approx \left| \psi(\vec{r} \pm \vec{s}/2) \psi^*(\vec{r} \pm \vec{s}/2) \right| j_1(|k_{eff}(\vec{r} \pm \vec{s}/2)|, s) \quad (143-4)$$

4-8-1 برهم کنش بین ${}^2\text{H} - {}^{17}\text{O}$

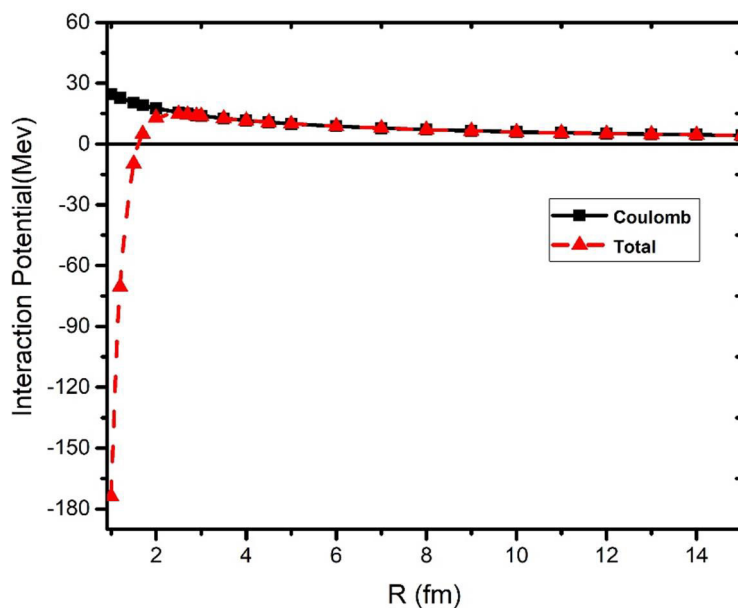
پتانسیل هسته ای مستقیم، تبادلی، پتانسیل کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل برای برهمکنش ${}^2\text{H} - {}^{17}\text{O}$ را بر اساس روابط تابع موج و ویژه مقادیر انرژی و نیز استفاده از روابط دابل فولدینگ در فصل سوم محاسبه شده که نتیجه محاسبات در شکل های (4-1) الی (4-4) نمایش داده شده است [71-75].



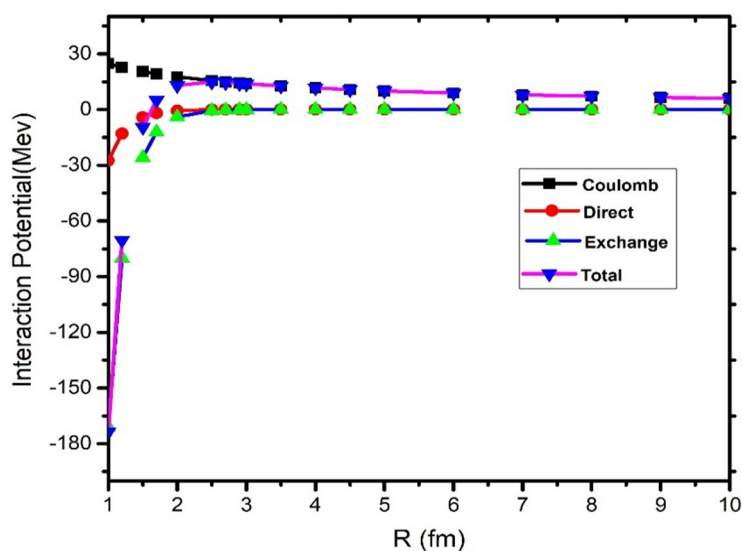
شکل (۴-۱): پتانسیل برهم کنش کولمبی در واکنش $^2\text{H} - ^{17}\text{O}$



شکل (۴-۲): پتانسیل برهم کنش مستقیم و تبدیلی در واکنش $^2\text{H} - ^{17}\text{O}$



شکل (۳-۴): مقایسه ی پتانسیل برهم کنش کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل در واکنش $^2\text{H}-^{17}\text{O}$



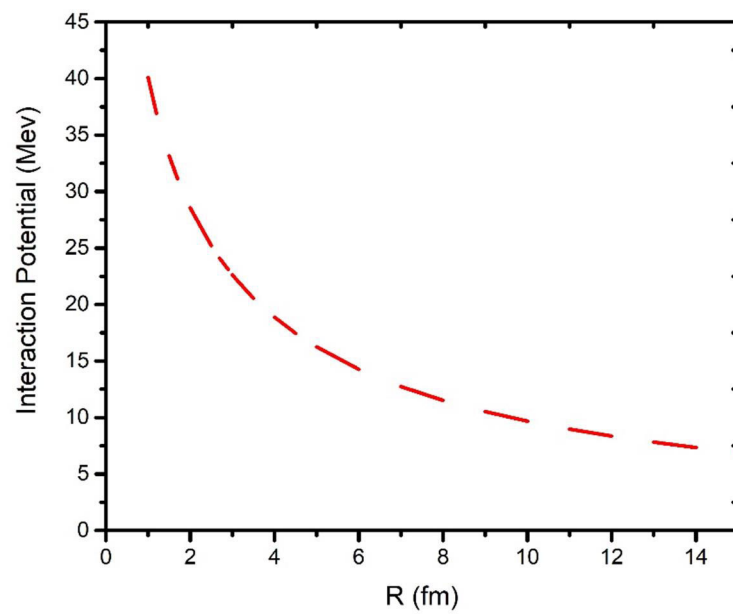
شکل (۴-۴): مقایسه ی تمامی پتانسیل های برهم کنش واکنش $^2\text{H}-^{17}\text{O}$

۴-۸-۲- برهم کنش بین $^6\text{Li}-^{17}\text{O}$

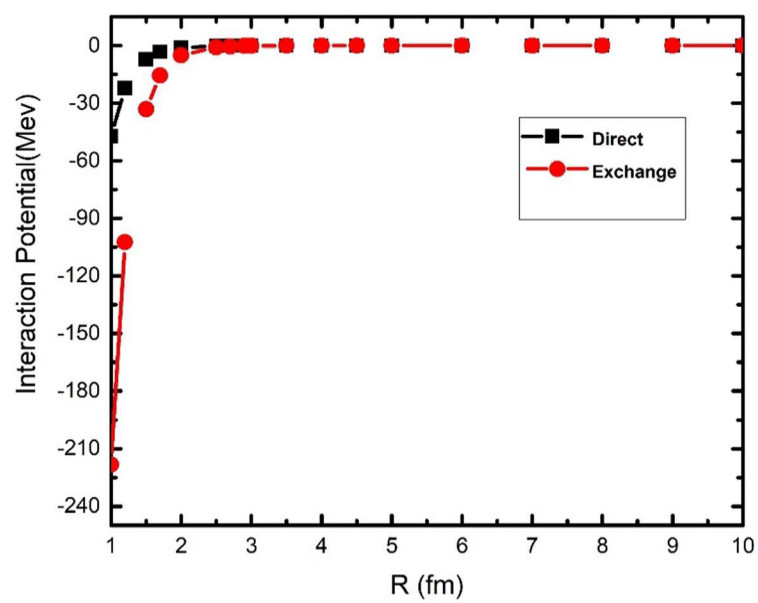
پتانسیل هسته ای مستقیم، تبادل، پتانسیل کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل برای برهمکنش $^6\text{Li}-^{17}\text{O}$

^{17}O را بر اساس روابط تابع موج و ویژه مقادیر و نیز استفاده از روابط دابل فولدینگ در فصل سوم

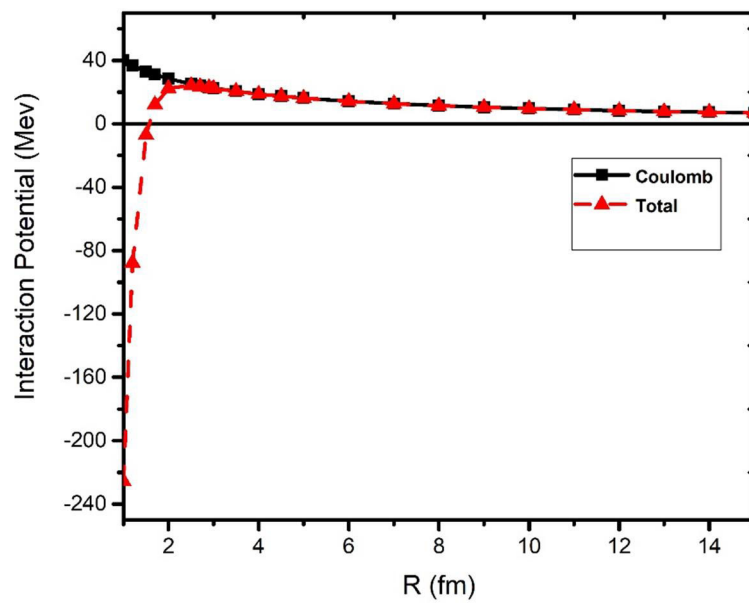
محاسبه شده که نتیجه محاسبات در شکل های (۴-۵) الی (۴-۸) نمایش داده شده است.



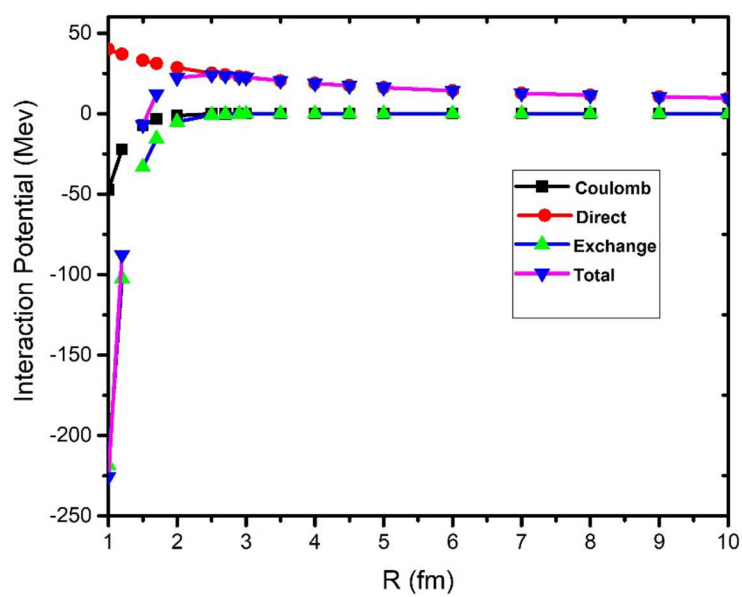
شکل (۴-۵): پتانسیل برهم کنش کولمبی در واکنش ${}^6\text{Li}-{}^{17}\text{O}$



شکل (۴-۶): پتانسیل برهم کنش مستقیم و تبدیلی در واکنش ${}^6\text{Li}-{}^{17}\text{O}$



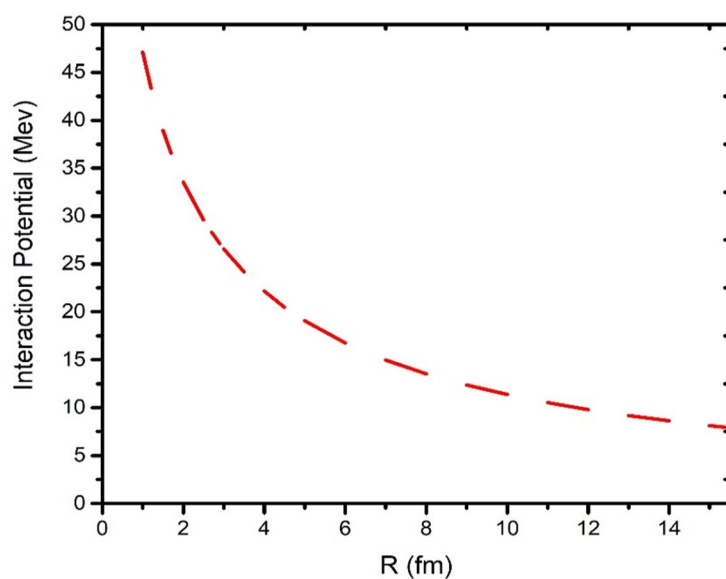
شکل (۴-۷): مقایسه ی پتانسیل های برهم کنش کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل در واکنش ${}^6\text{Li}-{}^{17}\text{O}$



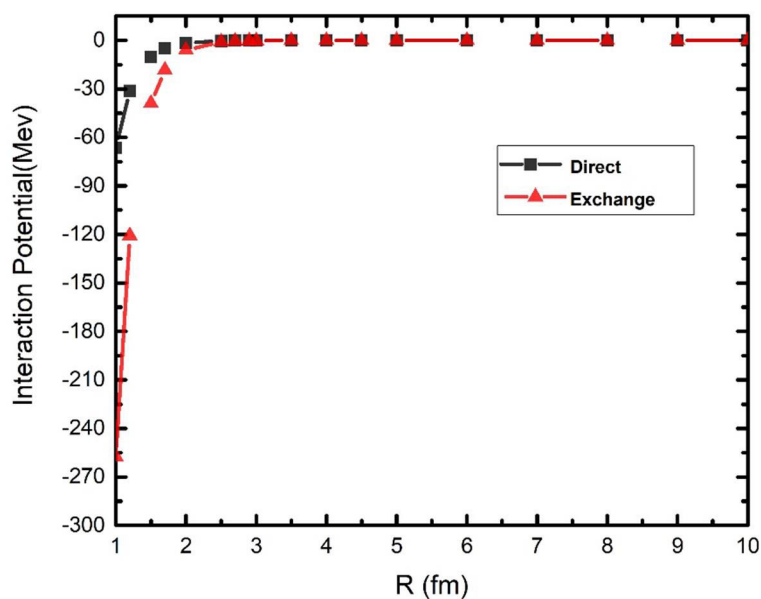
شکل (۴-۸): مقایسه ی تمامی پتانسیل های برهم کنش واکنش ${}^6\text{Li}-{}^{17}\text{O}$

۴-۸-۳- برهم کنش بین ^{14}N - ^{17}O

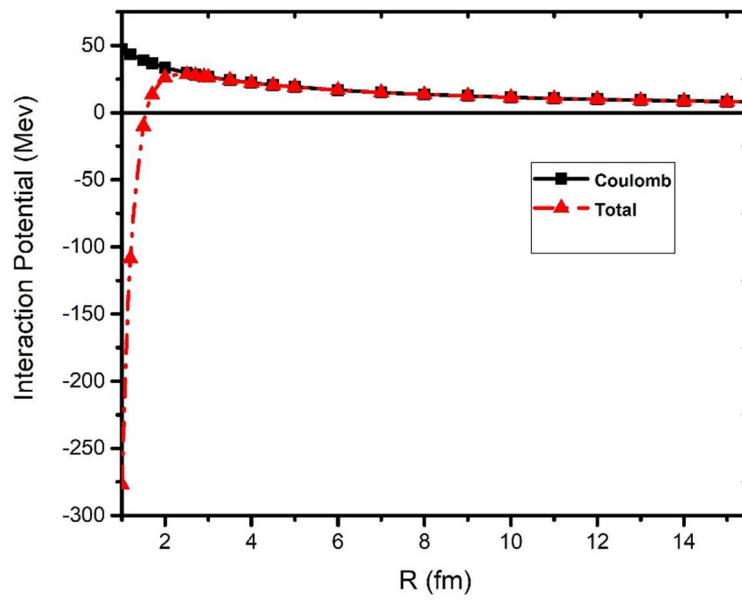
پتانسیل هسته ای مستقیم، تبادل، پتانسیل کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل برای برهمکنش ^{17}O - ^{14}Li را بر اساس روابط تابع موج و ویژه مقادیر انرژی و نیز استفاده از روابط دابل فولدینگ در فصل سوم محاسبه شده که نتیجه محاسبات در شکل های (۴-۹) الی (۴-۱۲) نمایش داده شده است.



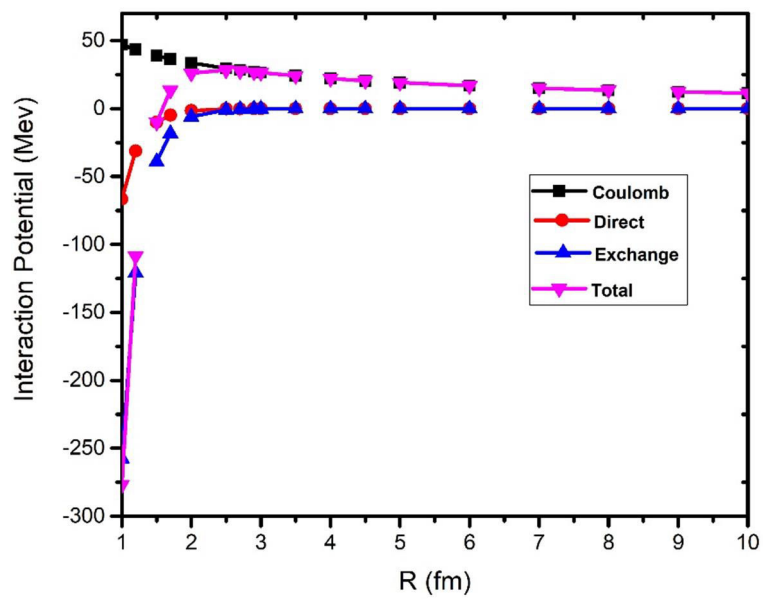
شکل (۴-۹): پتانسیل برهم کنش کولمبی در واکنش ^{14}N - ^{17}O



شکل (۴-۱۰): پتانسیل برهم کنش مستقیم و تبدیلی در واکنش ^{14}N - ^{17}O



شکل (۴-۱۱): مقایسه پتانسیل برهم کنش کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل در واکنش ^{14}N - ^{17}O



شکل (۴-۱۲): مقایسه پتانسیل های برهم کنش در واکنش ^{14}N - ^{17}O

۴-۹- محاسبه ی پتانسیل برهم کنش بین هسته های ^2H , ^6Li , ^{14}N و هسته ی

^{17}O (تحت پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی)

باتوجه به حل معادله ی شرودینگر با پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی ، تابع موج و ویژه مقادیر انرژی در بخش (۴-۴) بدست آمده اند. باتوجه به حل معادله ی شرودینگر با پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی ؛ تابع موج و ویژه مقادیر انرژی در بخش (۴-۵) بدست آمده اند.

$$E_N = c + \sqrt{\frac{\alpha}{2\mu}} (4N + 2 + \sqrt{(2n_{D-1} + 1 + \sqrt{(2l_{D-2} + D - 3)^2 + 8\mu\beta})^2 + 8\mu(b - \beta)}) \quad (۴-۱۳۰)$$

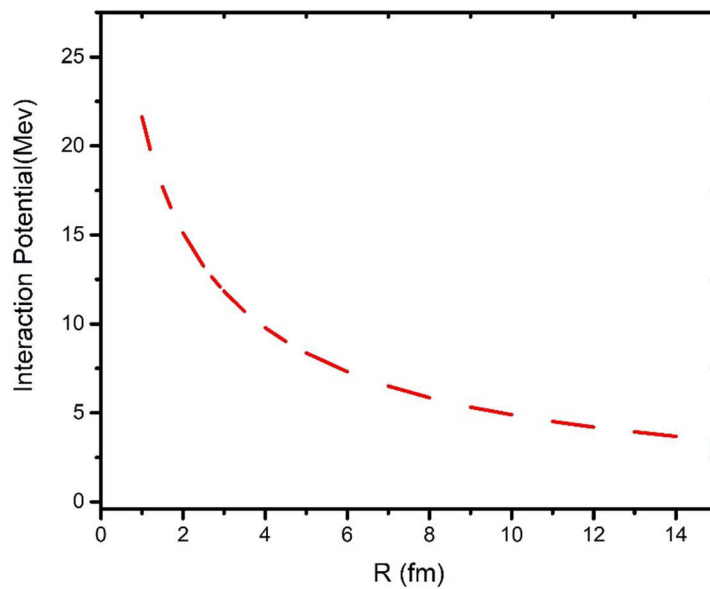
$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{(\sqrt{2\mu D_e / r_e})^{L+3/2} N!}{\pi \Gamma(N + L + 3/2)}} r^{L-(D-3)/2} \exp(-\sqrt{\frac{\mu D_e}{2r_e^2}} r^2) L_N^{L+1/2} \left(\sqrt{\frac{\mu D_e}{2r_e^2}} r^2\right) \\ \exp(\pm i m \varphi) \prod_{j=2}^{D-2} N_{n_j} (\sin \theta_j)^{l_{j-1}} P_{n_j}^{(\bar{\Lambda}_{j-1}, \bar{\Lambda}_{j-1})} (\cos \theta_j) N_{n_{D-1}}^{(\bar{\Lambda}_{D-2}, \bar{\Lambda}_{D-2})} (\cos \theta_{D-1}) \\ \sin(\theta_{D-1})^{\bar{\Lambda}_{D-2} - (D-3)/2} P_{n_{D-1}}^{(\bar{\Lambda}_{D-2}, \bar{\Lambda}_{D-2})} (\cos \theta_{D-1}) \quad (۴-۱۳۶)$$

با جایگذاری مقادیر مربوط به هسته ی ^2H , ^6Li , ^{14}N , ^{17}O در روابط تابع موج این هسته ها بدست می آیند. سپس با استفاده از روابط مربوط به محاسبه ی پتانسیل برهم کنش بین هسته های ^2H , ^6Li , ^{14}N با هسته ی ^{17}O بدست آورده ایم و نتایج بدست آمده را در این بخش در قالب نمودار بیان کرده ایم. چگالی های توزیع نوکلئونی هسته های هدف و پرتابه در برهم کنش مستقیم با توجه به روابط ذکر شده در بخش (۴-۸) در محاسبات وارد می شوند.

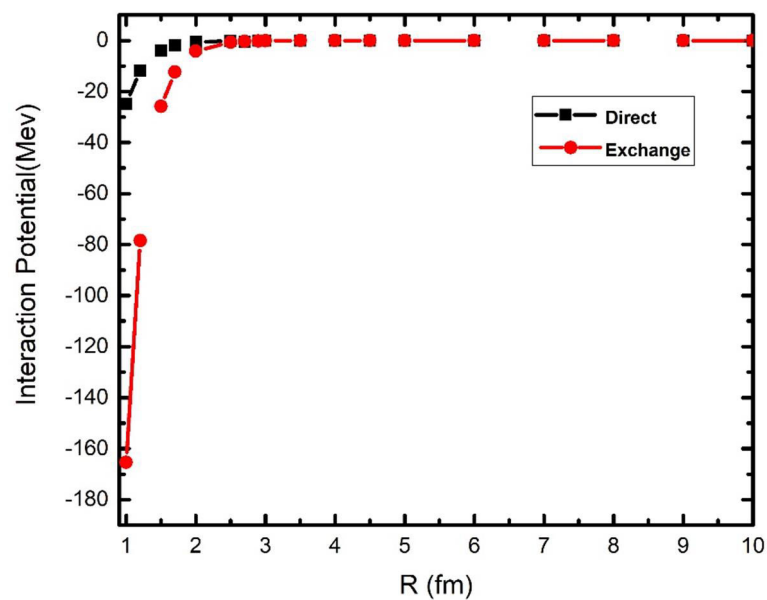
۴-۹-۱ برهم کنش بین ^2H - ^{17}O

پتانسیل هسته ای مستقیم، تبادل، پتانسیل کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل که مجموع تمامی این پتانسیل در نظر گرفته شده است، برای برهمکنش ^2H - ^{17}O را بر اساس روابط تابع موج و ویژه مقادیر

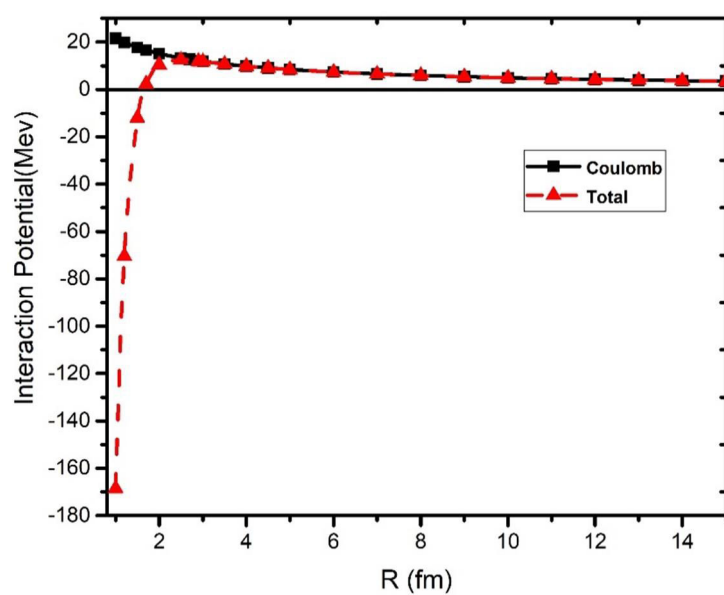
انرژی و نیز استفاده از روابط دابل فولدینگ در فصل سوم محاسبه شده که نتیجه محاسبات در شکل های (۱۳-۴) الی (۱۶-۴) نمایش داده شده است.



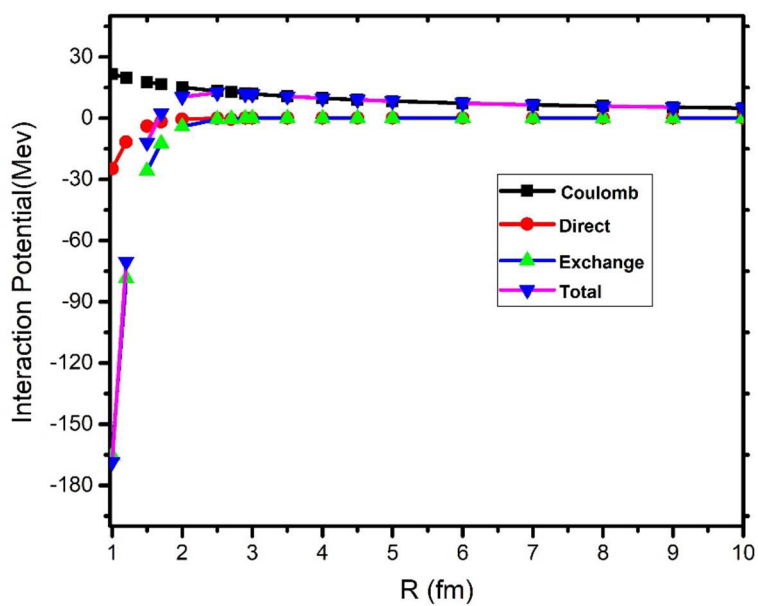
شکل (۱۳-۴): پتانسیل برهم کنش کولمبی در واکنش $^2\text{H}-^{17}\text{O}$



شکل (۱۴-۴): پتانسیل برهم کنش مستقیم و تبادلی در واکنش $^2\text{H}-^{17}\text{O}$



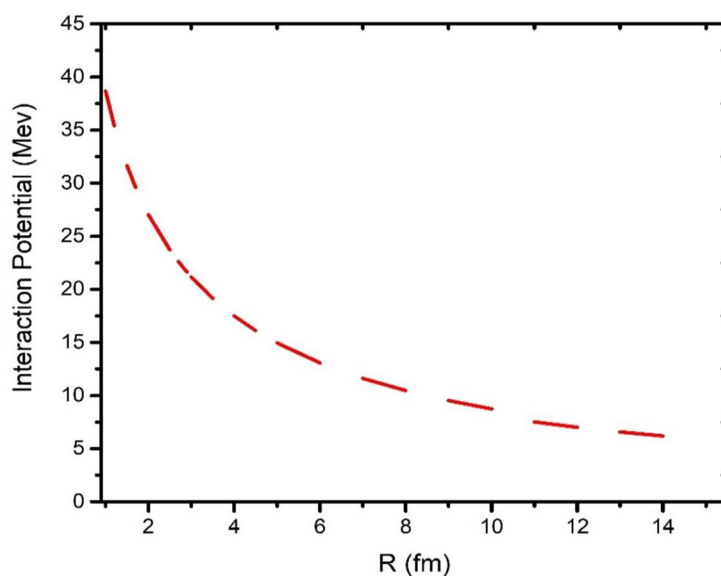
شکل (۴-۱۵): مقایسه ی پتانسیل برهم کنش کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل در واکنش $^2\text{H}-^{17}\text{O}$



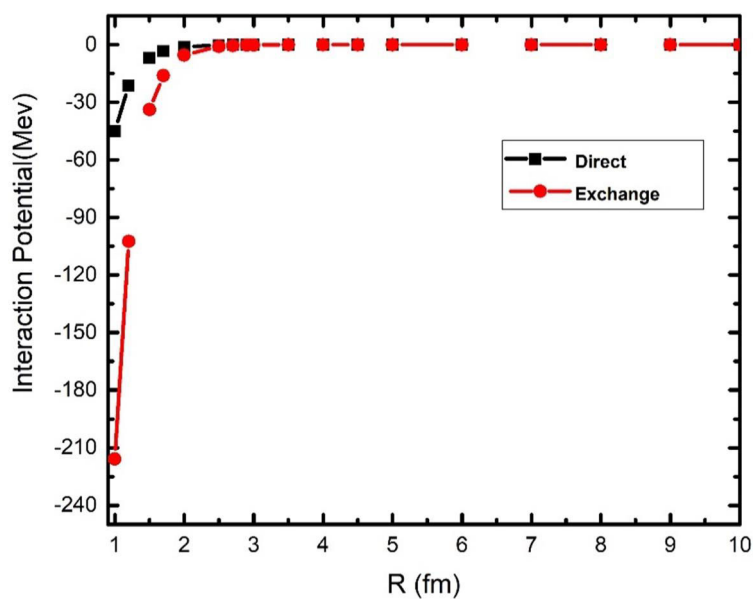
شکل (۴-۱۶): مقایسه ی تمامی پتانسیل های برهم کنش واکنش $^2\text{H}-^{17}\text{O}$

۴-۹-۲ برهم کنش بین ${}^6\text{Li}$ - ${}^{17}\text{O}$

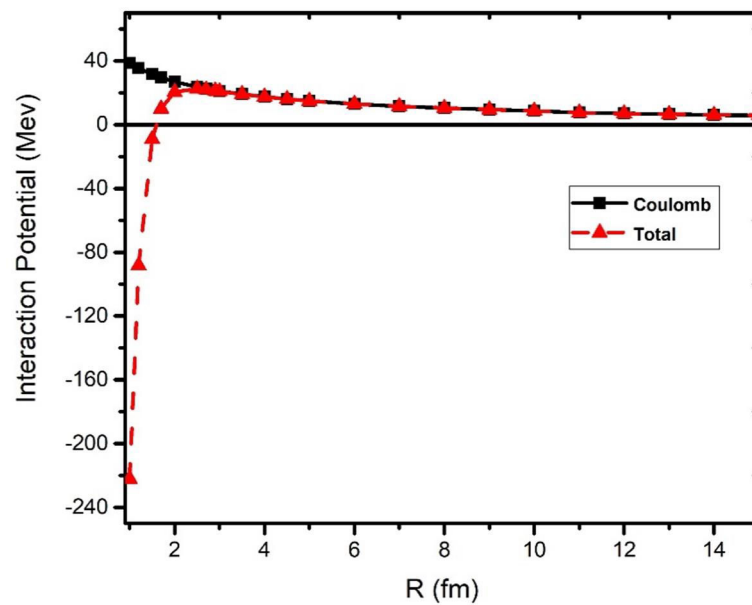
پتانسیل هسته ای مستقیم، تبادل، پتانسیل کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل برای برهمکنش ${}^6\text{Li}$ - ${}^{17}\text{O}$ را بر اساس روابط تابع موج و نیز استفاده از روابط دابل فولدینگ در فصل سوم محاسبه شده که نتیجه محاسبات در شکل های (۴-۱۷) الی (۴-۲۰) نمایش داده شده است.



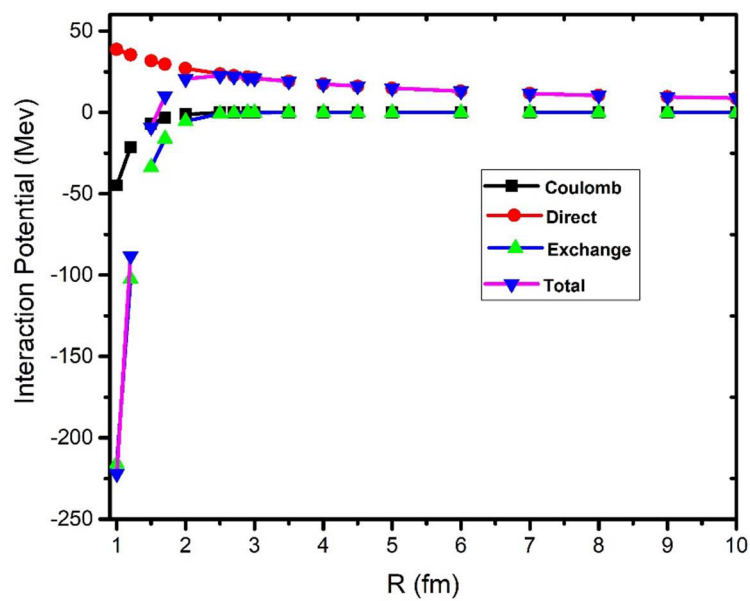
شکل (۴-۱۷): پتانسیل برهم کنش کولمبی در واکنش ${}^6\text{Li}$ - ${}^{17}\text{O}$



شکل (۴-۱۸): پتانسیل برهم کنش مستقیم و تبدیلی در واکنش ${}^6\text{Li}$ - ${}^{17}\text{O}$



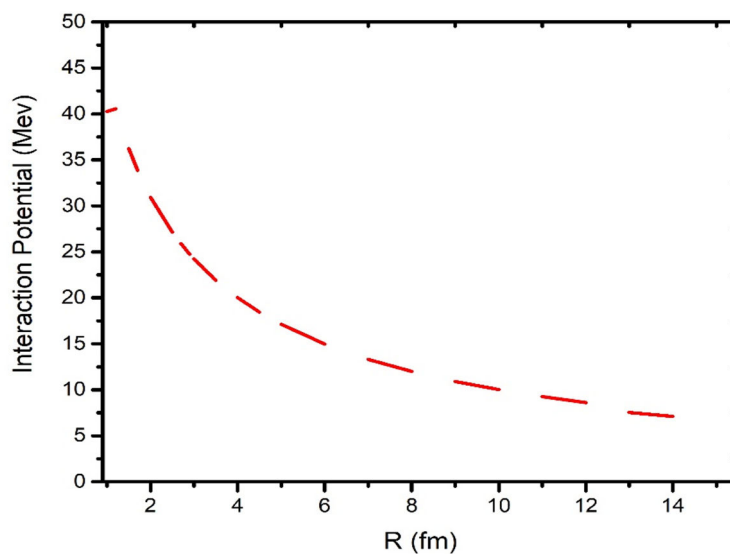
شکل (۴-۱۹): مقایسه ی پتانسیل برهم کنش کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل در واکنش ${}^6\text{Li}-{}^{17}\text{O}$



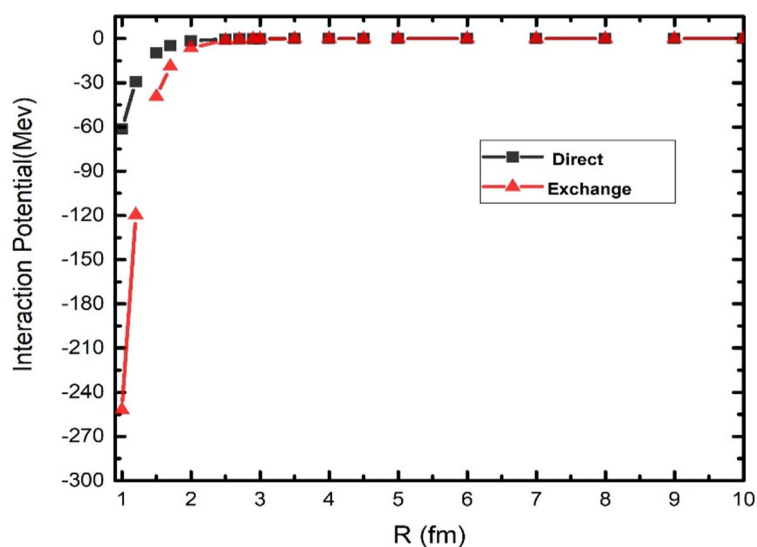
شکل (۴-۲۰): مقایسه ی تمامی پتانسیل های برهم کنش واکنش ${}^6\text{Li}-{}^{17}\text{O}$

۳-۹-۴ برهم کنش بین ^{14}N - ^{17}O

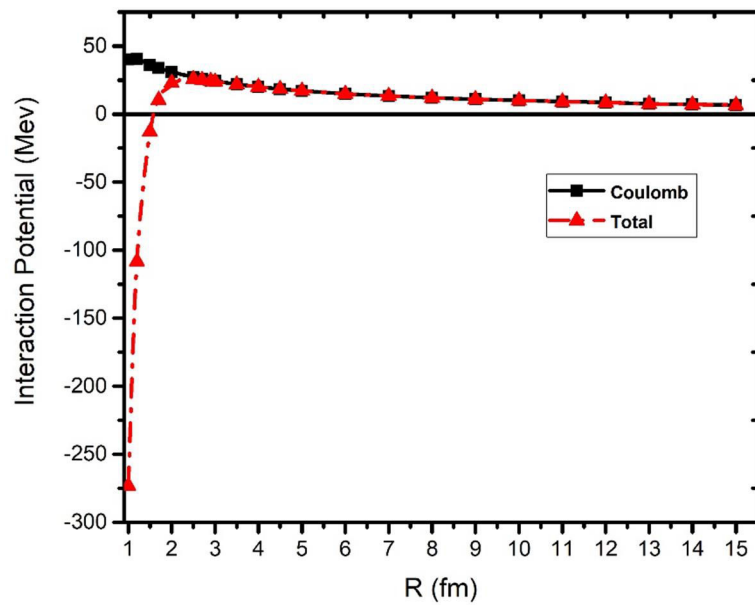
پتانسیل هسته ای مستقیم، تبادل، پتانسیل کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل برای برهمکنش ^{14}N - ^{17}O را بر اساس روابط تابع موج و ویژه مقادیر انرژی $(4-110)$ ، $(4-111)$ ، $(4-112)$ و $(4-113)$ و نیز استفاده از روابط دابل فولدینگ در فصل محاسبه شده که نتیجه محاسبات در شکل های $(4-6)$ الی $(4-12)$ نمایش داده شده است.



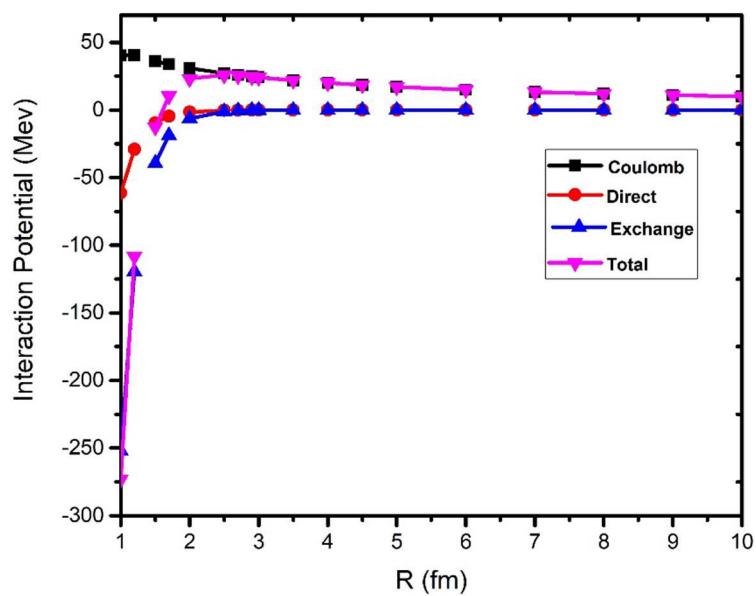
شکل $(4-21)$: پتانسیل برهم کنش کولمبی در واکنش ^{14}N - ^{17}O



شکل $(4-22)$: پتانسیل برهم کنش مستقیم و تبدیلی در واکنش ^{14}N - ^{17}O



شکل (۴-۲۳): مقایسه ی پتانسیل برهم کنش کولمبی و پتانسیل برهم کنش کل در واکنش $^{14}\text{N}-^{17}\text{O}$



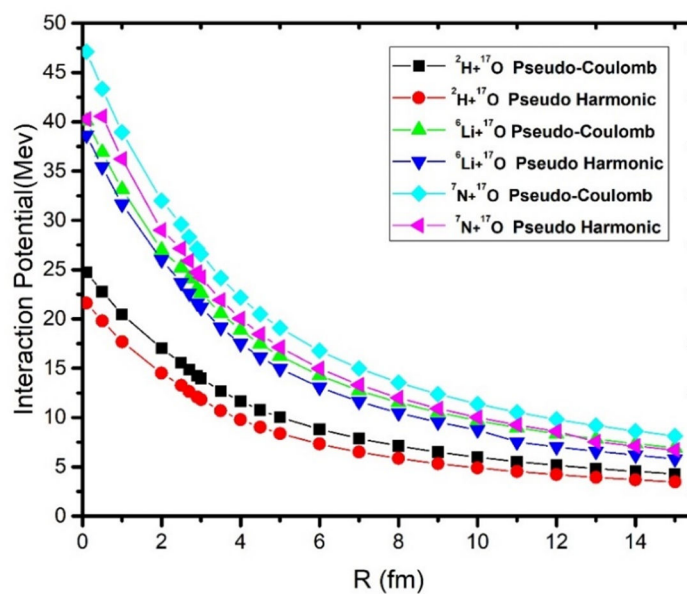
شکل (۴-۲۴): مقایسه ی تمامی پتانسیل های برهم کنش واکنش $^{14}\text{N}-^{17}\text{O}$

۴-۱۰- مقایسه برهم کنش ها تحت تاثیر پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه ی

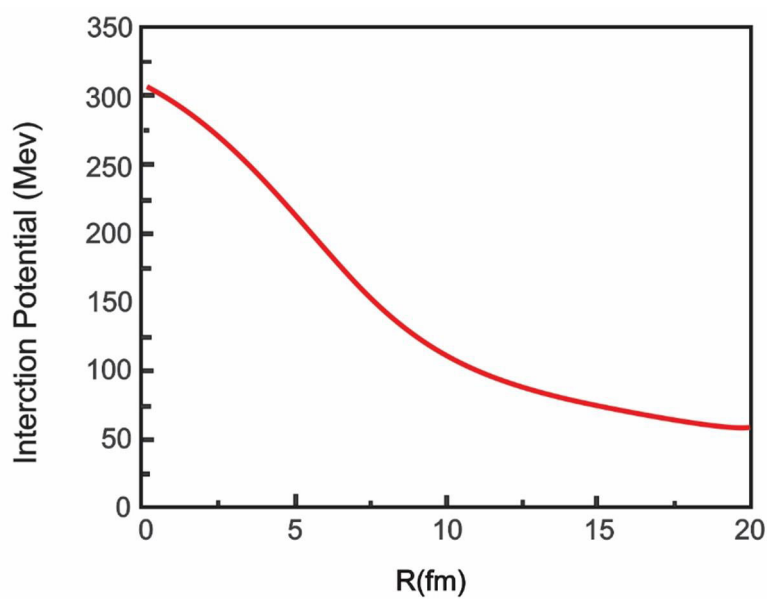
پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی

در این بخش به مقایسه ی بزرگی پتانسیل های برهم کنش بین هسته ها تحت پتانسیل های هسته ای شبه هارمونیک حلقوی و پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی پرداخته ایم. همانطور که در نمودار حاصل از نتایج محاسبات این رساله دیده می شود، مقادیر پتانسیل برهم کنش کولمبی زمانی که معادله شرودینگر با استفاده از پتانسیل هسته ای شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی حل شده است، بیشتر از مقادیر حل معادله ی شرودینگر با استفاده از پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی است. برهم کنش های ${}^{17}\text{O}-{}^{14}\text{N}$ و ${}^{17}\text{O}-{}^2\text{H}$ دارای حداکثر و حداقل مقدار پتانسیل کولمبی هستند و این پتانسیل با شبیه نرم به سمت صفر میل می کند [۷۵-۸۰]. شکل (۴-۲۶) نمونه ای برای بیان شیب نرم پتانسیل برهم کنش کولمبی در واکنش ${}^{58}\text{Ni}-{}^{58}\text{Ni}$ می باشد، همانطور که در این شکل قابل مشاهده است مقدار این پتانسیل در فواصل بزرگتر از (۲۰ fm) همچنان دارای اندازه ی بزرگتر از (Mev) ۵۰ می باشد، این شکل نمونه ای از نمودار کولمبی رسم شده برای برهم کنش هسته ای می باشد که از کارهای دیگران استخراج شده است [۷۵]. در شکل (۴-۲۷) مقادیر عددی پتانسیل برهم کنش نوکلئون-نوکلئون مستقیم با توجه به نوع پتانسیل هسته ای و نوع هسته های برهم کنش کننده با هسته ی ${}^{17}\text{O}$ رسم شده اند. زمانی که هسته ها با یکدیگر وارد برهم کنش شده و تنها اثر این برهم کنش این باشد که هسته ها پس از همپوشانی تنها به مقدار کمی از مسیر اصلی و اولیه خود منحرف شوند (برهم کنش مستقیم) هسته ها تمامی خصوصیات پیش از برهم کنش خود اعم از چگالی های توزیع نوکلئونی را حفظ می کنند. شکل (۴-۲۸) مقادیر عددی پتانسیل برهم کنش نوکلئون-نوکلئون تبدالی با توجه به نوع پتانسیل هسته ای و نوع هسته های برهم کنش کننده با هسته ی ${}^{17}\text{O}$ رسم شده اند. در این حالت تبادل نوکلئونی تغییراتی در خصوصیات هسته ها ایجاد میکند. از مهم ترین این تغییرات که به خصوص در روش دابل فولدینگ مد نظر است به وجود آمدن

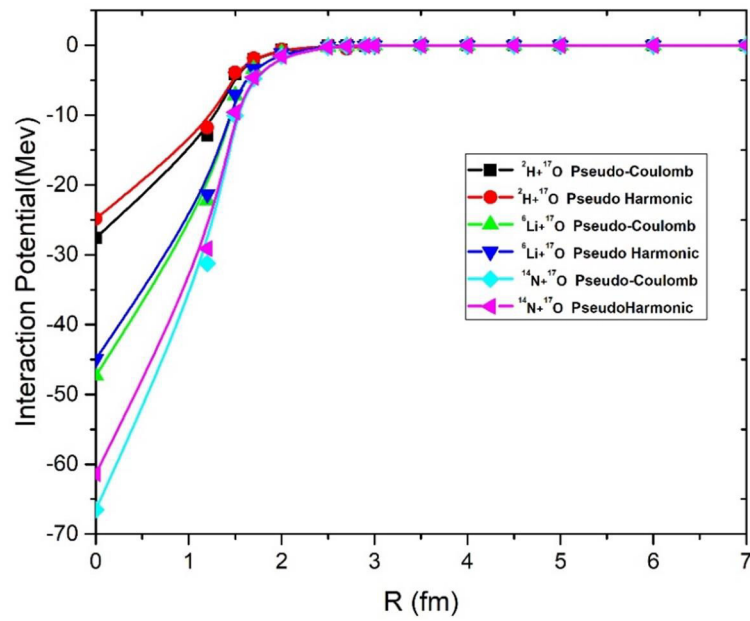
چگالی های توزیع نوکلئونی جدید در اثر این تبادل نوکلئونی برای هسته ها می باشد که در این رساله مد نظر قرار گرفته است. طبق نمودار های رسم شده میتوان این نتیجه را نیز گرفت انتخاب پتانسیل هسته ای هسته در میزان بزرگی پتانسیل برهم کنش بین هسته ها موثر است. همان طور که در نمودارهای بدست آمده از نتایج حاصل از محاسبات این رساله مشاهده می کنید مقادیر پتانسیل های برهم کنش زمانی که معادله ی شرودینگر در حضور پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی حل شده است نسبت به حل معادله ی شرودینگر توسط پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی شکل دارای مقادیر عددی بزرگتری است، در نهایت محاسبه ی پتانسیل برهم کنش نوکلئون – نوکلئون (مستقیم و تبادلی) و پتانسیل کولمبی بین هسته ها با استفاده از تابع موج هسته ها و انتخاب پتانسیل های هسته ای متفاوت و مقایسه ی نتایج و نمودارهای بدست آمده با کارهای دیگران نشان دهنده ی تطابق شکل کلی پتانسیل های برهم کنش با کارهای انجام گرفته توسط دیگران است [82-88]، شکل (۴-۳۰) نیز جهت مقایسه ی شکل کلی پتانسیل برهم کنش محاسبه شده با نتایج دیگران در ادامه قرار داده شده است. در شکل های (۴-۳۱) و (۴-۳۲) و (۴-۳۳) نمودار پتانسیل برهم کنش بین هسته ای های ^{16}O - ^{16}O برگرفته از دو منبع متفاوت رسم شده است همانطور که مشاهده می کنید شکل کلی برهم کنش های تبادلی و مستقیم و برهم کنش کلی مطابق با فرم کلی نمودارهای این رساله می باشد [۷۶-۸۵].



شکل (۴-۲۵): مقایسه برهم کنش کولمبی واکنش ها در حضور پتانسیل شبه کولمبی و شبه هارمونیک حلقوی

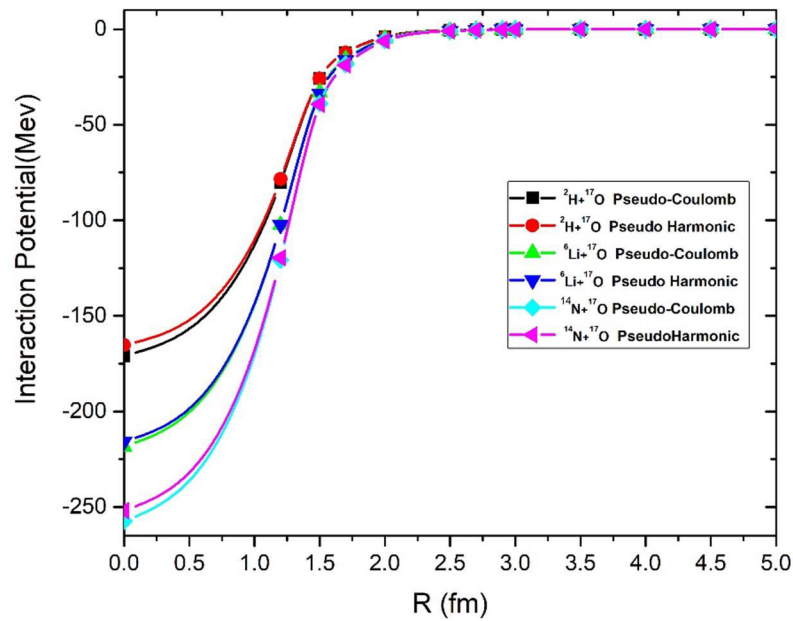


شکل (۴-۲۶): پتانسیل برهم کنش کولمبی در واکنش $^{58}\text{Ni} - ^{58}\text{Ni}$ [۷۶].

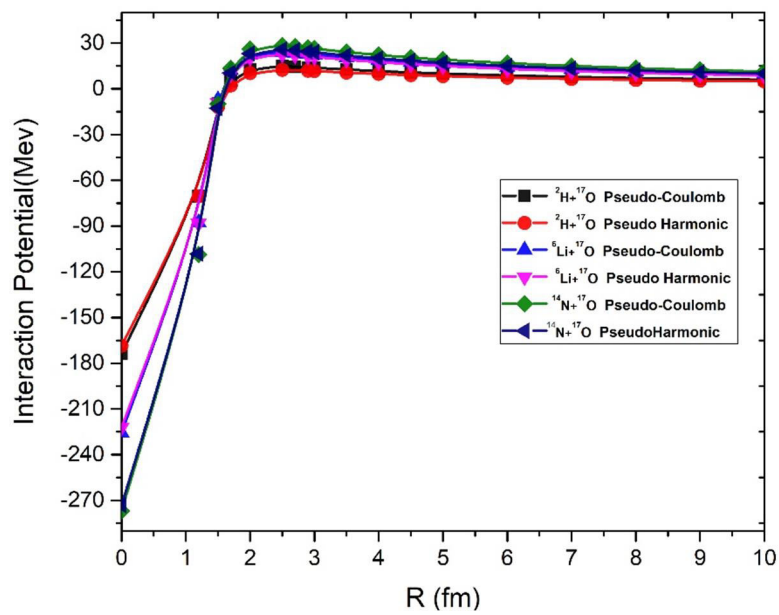


شکل (۴-۲۷): مقایسه برهم کنش نوکلئون-نوکلئون مستقیم در حضور پتانسیل شبه کولمبی و شبه هارمونیک

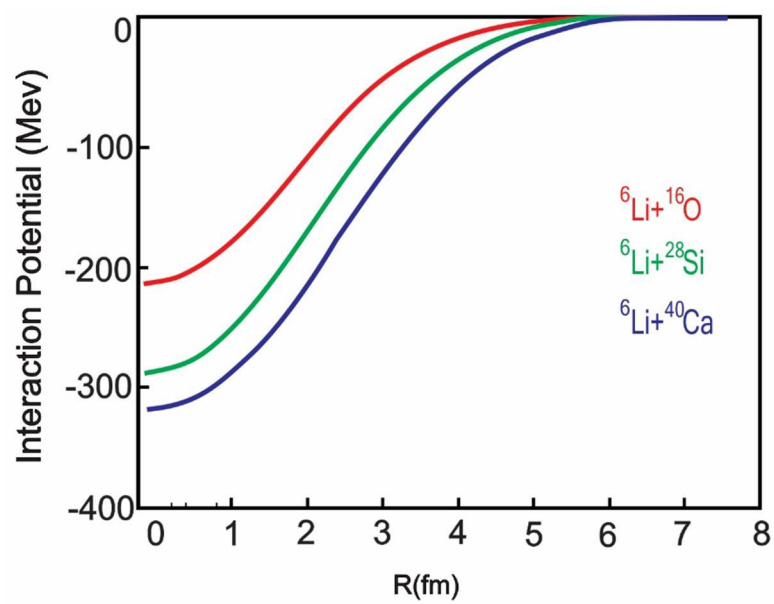
حلقوی



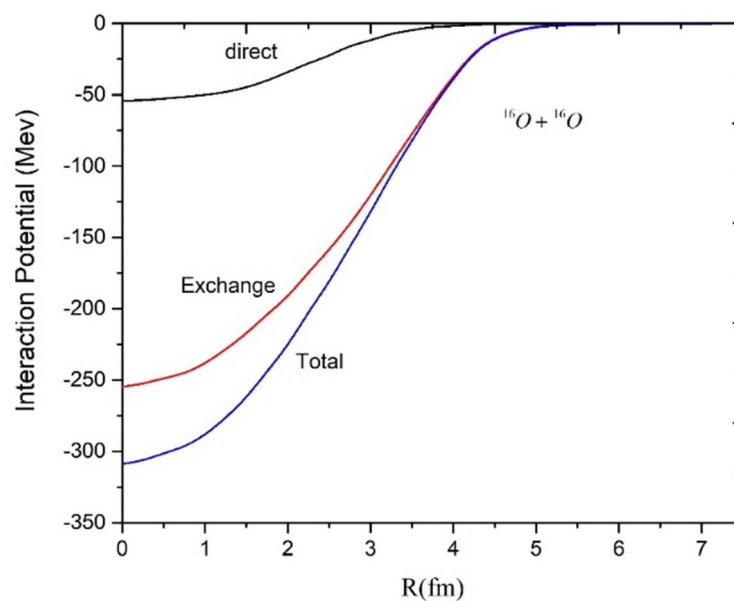
شکل (۴-۲۸): مقایسه برهم کنش نوکلئون-نوکلئون تبدلی در حضور پتانسیل شبه کولمبی و شبه هارمونیک حلقوی



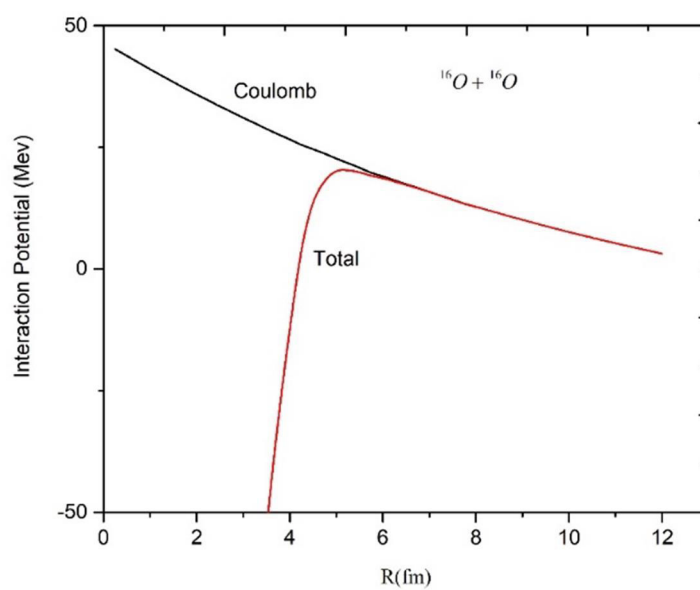
شکل (۴-۲۹): مقایسه برهم کنش کل در حضور پتانسیل شبه کولمبی و شبه هارمونیک حلقوی



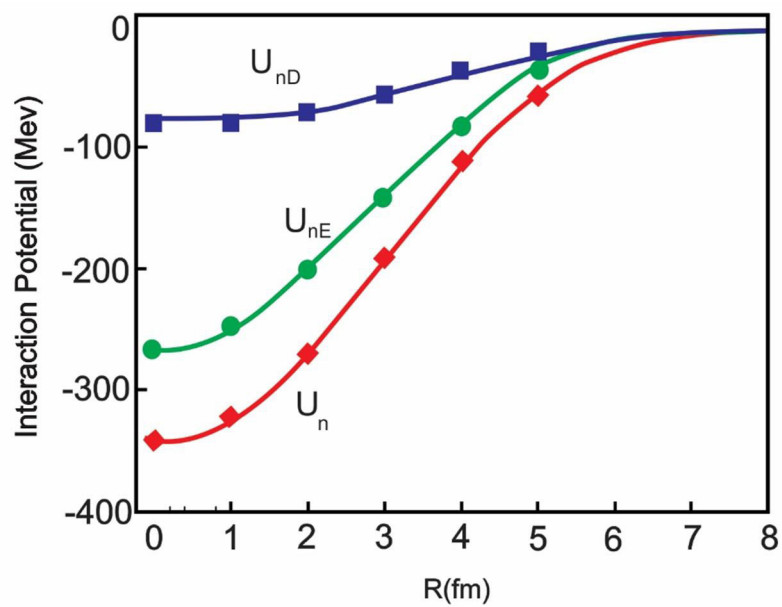
شکل (۴-۳۰): نمودار پتانسیل برهم کنش کل بین هسته ${}^6\text{Li}$ و هسته های ${}^{16}\text{O}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{28}\text{Si}$ برگرفته از منبع [۲۶]



شکل (۴-۳۱): نمودار پتانسیل برهم کنش مستقیم و تبدیلی و کل بین هسته های $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$ [76]



شکل (۴-۳۲): نمودار پتانسیل برهم کنش کولمبی و کل بین هسته های $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$ [76]



شکل (۴-۳۳): نمودار پتانسیل برهم کنش تبدلی و مستقیم و پتانسیل کل بین هسته های $^{16}\text{O}-^{16}\text{O}$ [77]

فصل پنجم

بررسی تاثیر پتانسیل برهم کنش بر روی گشتاور

هسته

۵-۱- بررسی تاثیر برهم کنش بین هسته ها بر روی گشتاور دوقطبی مغناطیسی

گشتاور مغناطیسی یک آزمون خوب برای شناسایی پیکر بندی هسته می باشد و همان طور که در فصل اول ذکر شد گشتاورهای مغناطیسی به برهم کنش هایی که باعث تغییر شکل هسته می شوند حساس نیستند و ناشی از دو عامل زیر می باشند[۲]:

۱. گشتاور دوقطبی مغناطیسی ذاتی اسپین پروتون ها و نوترون ها در هسته که می تواند با میدان مغناطیسی برهم کنش داشته باشد.

۲. جریان هایی که در هسته به دلیل حرکت پروتون بوجود می آیند[۳].

پس می توان نتیجه گرفت گشتاور زاویه ای اسپین هسته که مرتبط است با گشتاور دوقطبی مغناطیسی تنها می تواند با یک میدان مغناطیسی برهم کنش داشته باشد و از آنجایی که پتانسیل برهم کنش مدل ایتیکی خاصیت مغناطیسی ندارد تاثیری بر روی گشتاور مغناطیسی هسته نخواهد داشت [۸۴-۸۵]

۵-۲- بررسی تاثیر برهم کنش بین هسته ها بر روی گشتاور چهارقطبی

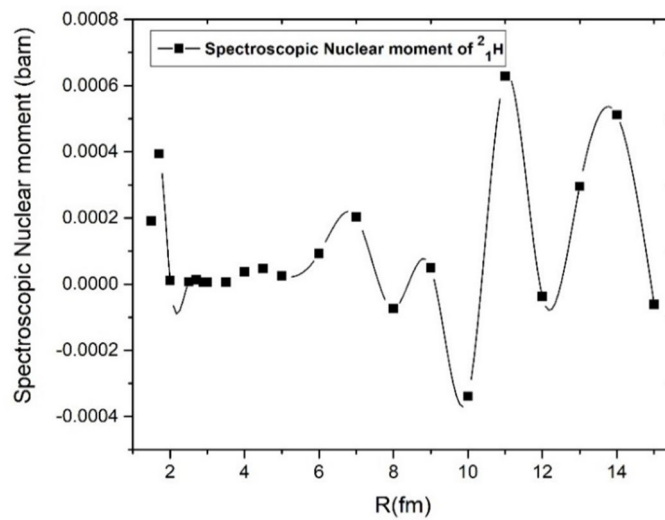
الکتریکی

در این بخش به بررسی تاثیر پتانسیل برهم کنش کولمبی، مستقیم و تبادلی بر روی گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته می پردازیم. در فصل سوم بطور اجمالی به معرفی گشتاور چهارقطبی الکتریکی هسته و روابط آن پرداختیم. همانطور که ذکر شد برهم کنش بین هسته ای می تواند باعث تغییر شکل هسته ها شود. تغییر شکل هسته در قالب گشتاور چهار قطبی الکتریکی بر روی نمودارهایی که برحسب فاصله ی بین دوهسته رسم شده اند را بررسی و برای نشان دادن میزان تغییرات عددی گشتاور چهارقطبی الکتریکی هسته ها تعدادی از اعداد بدست آمده را برحسب فاصله ی بین دوهسته تا ۱۰ فرمی در جداولی ذکر کرده ایم.

۵-۲-۱- بررسی تاثیر برهم کنش بین هسته ها بر روی گشتاور چهارقطبی الکتریکی

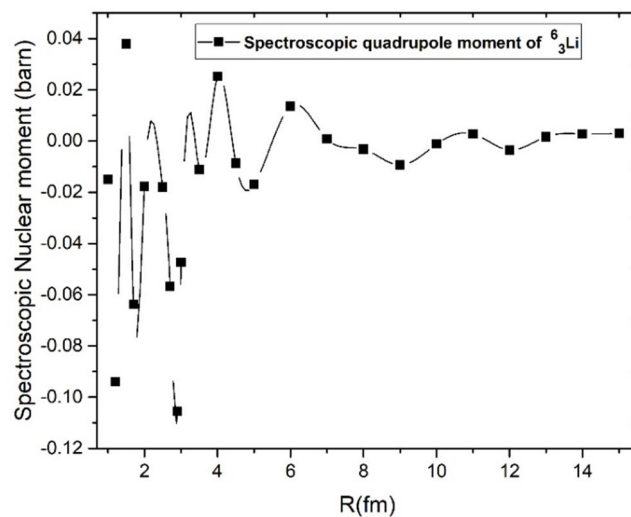
در حضور پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی

۵-۲-۱-۱- برهم کنش بین ^2H - ^{17}O



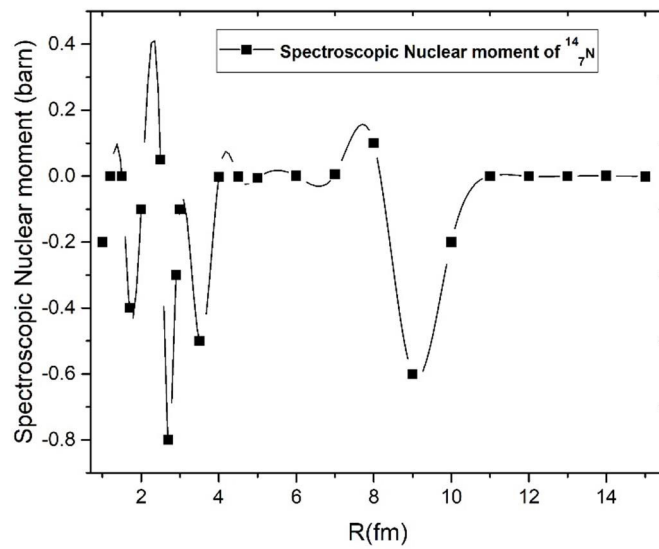
شکل (۵-۱): مقادیر عددی گشتاور چهارقطبی الکتریکی ^2H بعد از برهم کنش با ^{17}O بر حسب فاصله ی بین دو هسته

۵-۲-۱-۲- برهم کنش بین ^6Li - ^{17}O



شکل (۵-۲): مقادیر عددی گشتاور چهارقطبی الکتریکی ^6Li بعد از برهم کنش با ^{17}O بر حسب فاصله ی بین دو هسته

۵-۲-۱-۳- برهم کنش بین ^{14}N - ^{17}O



شکل (۳-۵): مقادیر عددی گشتاور چهارقطبی الکتریکی ^{14}N بعد از برهم کنش با ^{17}O برحسب فاصله ی دو هسته

جدول (۵-۱): تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های ^2H و ^{17}O تحت برهم کنش باهم تحت پتانسیل هسته ای شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی [۷۱]

هسته	مقادیر محاسبه شده (b)	مقادیر آزمایشگاهی (b)	۱ (fm)	۲ (fm)	۳ (fm)	۴ (fm)	۵ (fm)	۶ (fm)	۷ (fm)	۸ (fm)	۹ (fm)	۱۰ (fm)
^2H	+۰,۰۰۲۵	+۰,۰۰۲۸	$+۱,۲۴ \times 10^{-11}$	$+۱,۱۱ \times 10^{-۵}$	$+۵,۷۷ \times 10^{-۶}$	$+۳,۶۹ \times 10^{-۵}$	$+۲,۴۶ \times 10^{-۵}$	$+۹,۲ \times 10^{-۵}$	$+۲,۰۳ \times 10^{-۴}$	$-۷,۳۹ \times 10^{-۵}$	$+۴,۹۳ \times 10^{-۵}$	$-۳,۳۸ \times 10^{-۴}$
^{17}O	-۰,۰۲۶۰	-۰,۰۲۵۶	+۰,۰۱۴۰	-۰,۰۷۰۴	-۰,۵۴۰۹	-۰,۰۶۷۶	+۰,۳۲۲۰	-۰,۱۶۳۴	-۰,۱۳۵۲	-۰,۱۹۱۵	-۰,۱۸۵۹	-۰,۲۲۵۳

جدول (۵-۲): تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های ^6Li و ^{17}O تحت برهم کنش باهم تحت پتانسیل هسته ای شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی [۷۱]

هسته	مقادیر محاسبه شده (b)	مقادیر آزمایشگاهی (b)	۱ (fm)	۲ (fm)	۳ (fm)	۴ (fm)	۵ (fm)	۶ (fm)	۷ (fm)	۸ (fm)	۹ (fm)	۱۰ (fm)
^6Li	-۰,۰۰۰۸	-۰,۰۰۰۸	-۰,۰۱۴۹	-۰,۰۱۷۶	-۰,۰۴۷۳	+۰,۰۲۵۲	-۰,۰۱۶۹	+۰,۰۱۳۶	$+۷,۸۸ \times 10^{-۴}$	-۰,۰۰۳۱	-۰,۰۰۹۳	-۰,۰۰۱۱
^{17}O	-۰,۰۲۶۰	-۰,۰۲۵۶	$-۵,۲۲ \times 10^{-۵}$	+۰,۰۸۱۷	-۰,۰۷۵۸	+۰,۰۷۸۸	-۰,۲۴۷۹	-۰,۰۴۷۹	-۰,۰۲۰۵۶	-۰,۰۶۷۶	-۰,۰۳۹۴	+۰,۰۳۰۹

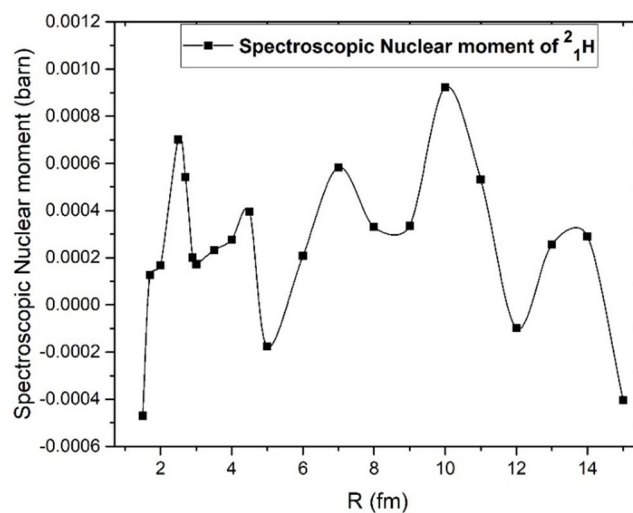
جدول (۳-۵): تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های ^{14}N و ^{17}O تحت برهم کنش باهم تحت پتانسیل هسته ای شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی [۷۱]

هسته	مقادیر محاسبه شده (b)	مقادیر آزمایشگاهی (b)	۱ (fm)	۲ (fm)	۳ (fm)	۴ (fm)	۵ (fm)	۶ (fm)	۷ (fm)	۸ (fm)	۹ (fm)	۱۰ (fm)
^{14}N	+۰,۰۱۸۹	+۰,۰۲۰۴	--,۲۰۰۰	--,۱۰۲۳	--,۱۰۰۳	--,۰۰۲۰	--,۰۰۵۱	+۰,۰۰۱۰	+۰,۰۰۶۳	+۰,۱۰۲۳	--,۶۴۳۶	--,۲۱۴۳
^{17}O	--,۰۲۶۰	--,۰۲۵۶	--,۰۱۱۸	--,۱۵۷۷	--,۳۸۳۱	+۰,۰۶۱۹	--,۱۶۰۵	--,۰۷۷۴	--,۰۶۷۶	--,۰۲۹۵	--,۰۴۷۱	--,۰۱۴۷

۵-۲-۲- بررسی تاثیر برهم کنش بر روی گشتاور چهار قطبی الکتریکی تحت تاثیر

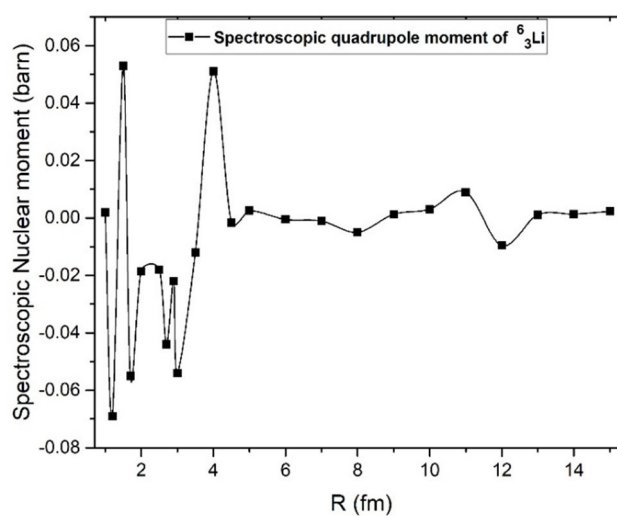
پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی

۵-۲-۲-۱- برهم کنش بین ^2H - ^{17}O



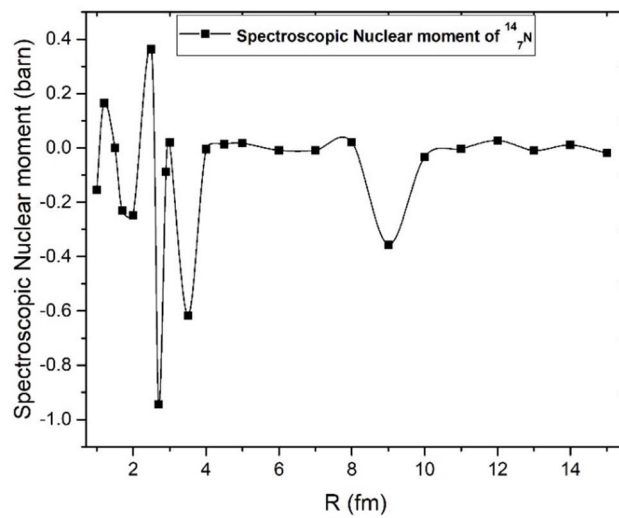
شکل (۴-۵): مقادیر عددی گشتاور چهار قطبی الکتریکی ^2H بعد از برهم کنش با ^{17}O بر حسب فاصله ی بین دو هسته

۵-۲-۲-۲- برهم کنش بین ^6Li - ^{17}O



شکل (۵-۵): مقادیر عددی گشتاور چهار قطبی الکتریکی ^6Li بعد از برهم کنش با ^{17}O بر حسب فاصله ی بین دو هسته

۵-۲-۳- برهم کنش بین ^{14}N - ^{17}O



شکل (۵-۶): مقادیر عددی گشتاور چهارقطبی الکتریکی ^{14}N بعد از برهم کنش با ^{17}O برحسب فاصله ی بین دو هسته

جدول (۴-۵): تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های ^{17}O و ^2H تحت برهم کنش باهم تحت پتانسیل هسته ای شبه هارمونیک حلقوی [۷۱]

هسته	مقادیر محاسبه شده (b)	مقادیر آزمایشگاهی (b)	۱ (fm)	۲ (fm)	۳ (fm)	۴ (fm)	۵ (fm)	۶ (fm)	۷ (fm)	۸ (fm)	۹ (fm)	۱۰ (fm)
^2H	+۰,۰۲۵	+۰,۰۲۸	$+1,24 \times 10^{-11}$	$+1,11 \times 10^{-5}$	$+5,77 \times 10^{-6}$	$+3,69 \times 10^{-5}$	$+2,46 \times 10^{-5}$	$+9,2 \times 10^{-5}$	$+2,3 \times 10^{-4}$	$-7,3 \times 10^{-5}$	$+4,93 \times 10^{-5}$	$-3,38 \times 10^{-4}$
^{17}O	-۰,۰۲۶۰	-۰,۰۲۵۶	+۰,۰۱۴۰	-۰,۰۷۰۴	-۰,۵۴۰۹	-۰,۰۶۷۶	+۰,۳۲۲۰	-۰,۱۶۳۴	-۰,۱۳۵۲	-۰,۱۹۱۵	-۰,۱۸۵۹	-۰,۲۲۵۳

جدول (۵-۵): تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های ^{17}O و ^6Li تحت برهم کنش باهم تحت پتانسیل هسته ای شبه هارمونیک حلقوی [۷۱]

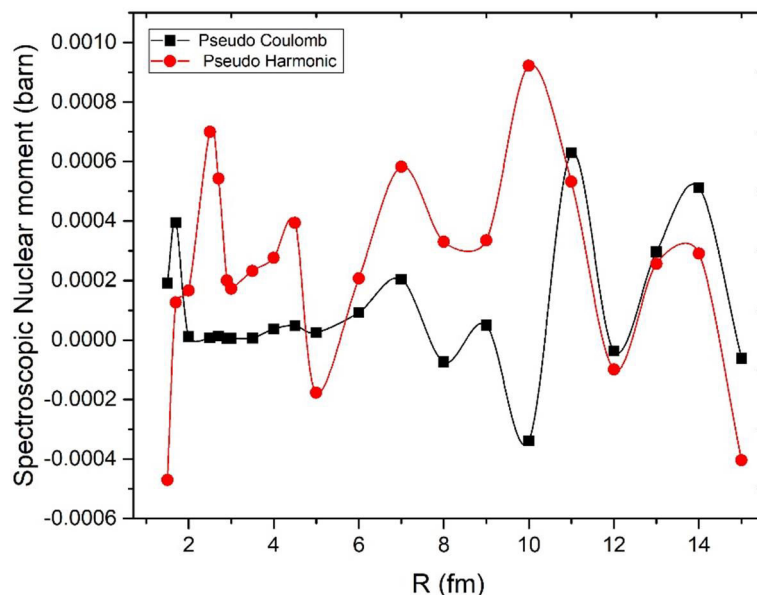
هسته	مقادیر محاسبه شده (b)	مقادیر آزمایشگاهی (b)	۱ (fm)	۲ (fm)	۳ (fm)	۴ (fm)	۵ (fm)	۶ (fm)	۷ (fm)	۸ (fm)	۹ (fm)	۱۰ (fm)
^6Li	-۰,۰۰۰۸	-۰,۰۰۰۸	+۰,۰۰۱۹	-۰,۰۱۸۶	-۰,۵۴۳۱	+۰,۰۵۱۰	+۰,۰۰۲۵	$+5,61 \times 10^{-4}$	-۰,۰۰۱۱	-۰,۰۰۵۱	۰,۰۰۱۲	۰,۰۰۳۰
^{17}O	-۰,۰۲۶۰	-۰,۰۲۵۶	$-1,73 \times 10^{-4}$	-۰,۰۳۱۸	-۰,۰۸۳۹	+۰,۰۸۶۷	-۰,۰۲۱۰	-۰,۰۰۳۱	-۰,۲۲۰۸	-۰,۰۲۷۶	-۰,۰۳۵۱	+۰,۰۱۵۷

جدول (۵-۶): تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های ^{14}N و ^{17}O تحت برهم کنش باهم تحت پتانسیل هسته ای شبه هارمونیک حلقوی [۷۱]

هسته	مقادیر محاسبه شده (b)	مقادیر آزمایشگاهی (b)	۱ (fm)	۲ (fm)	۳ (fm)	۴ (fm)	۵ (fm)	۶ (fm)	۷ (fm)	۸ (fm)	۹ (fm)	۱۰ (fm)
^{14}N	+۰,۰۱۸۹	+۰,۰۲۰۴	-۰,۰۱۵۵۴	-۰,۰۲۴۷۳	+۰,۰۱۹۰	-۰,۰۰۵۳	+۰,۰۱۶۵	-۰,۰۰۹۰	-۰,۰۰۸۶	۰,۰۲۰۵	-۰,۰۳۵۶۶	-۰,۰۳۳۱
^{17}O	-۰,۰۲۶۰	-۰,۰۲۵۶	+۰,۰۳۴۰۷	+۰,۰۰۷۸	-۰,۰۴۶۹۶	+۰,۰۱۶۱	-۰,۰۱۴۲	+۰,۰۳۲۳	+۰,۰۲۱۸	$-۷,۸۸ \times 10^{-۴}$	+۰,۰۳۱۹	+۰,۰۱۴۹

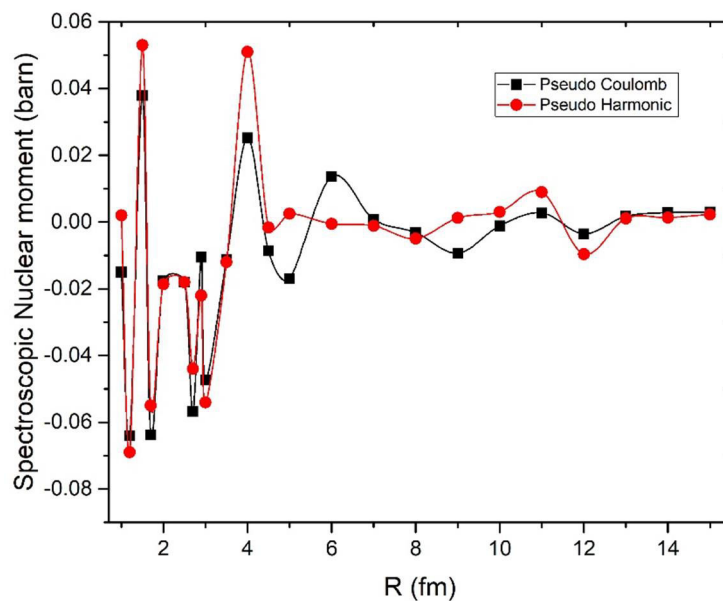
۵-۳- جمع بندی

تاثیر پتانسیل برهم کنش بین هسته ها بر روی گشتاور چهارقطبی الکتریکی هسته در شکل ها و جداول (۱-۵) الی (۶-۵) نسبت به فاصله ی بین دوهسته ی برهم کنش کننده به تصویر کشیده شده اند، با توجه به این جداول و شکل ها میزان تاثیر پتانسیل برهم کنش بر روی گشتاور چهارقطبی هسته مشخص شده است. در شکل هایی که در ادامه رسم شده اند مقایسه ای بین میزان تغییرات گشتاور هسته تحت تاثیر دو پتانسیل هسته ای متفاوت که در این رساله مورد استفاده قرار گرفته اند، بررسی شده است.

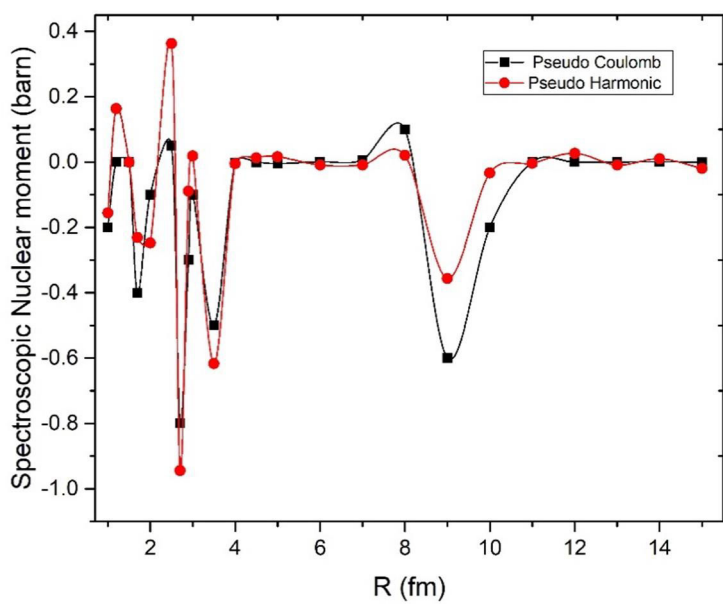


شکل (۷-۵): مقایسه ی تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته ی ^2H تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه

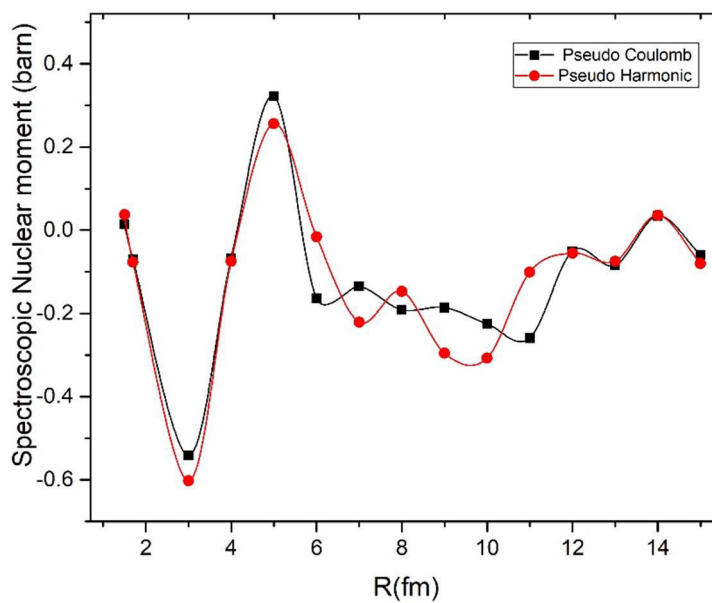
پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی



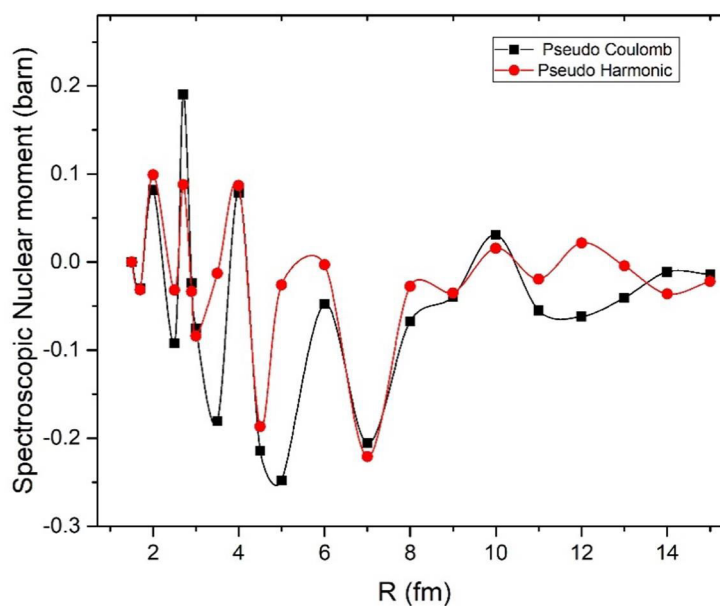
شکل (۸-۵): مقایسه ی تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته ${}^6\text{Li}$ تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی



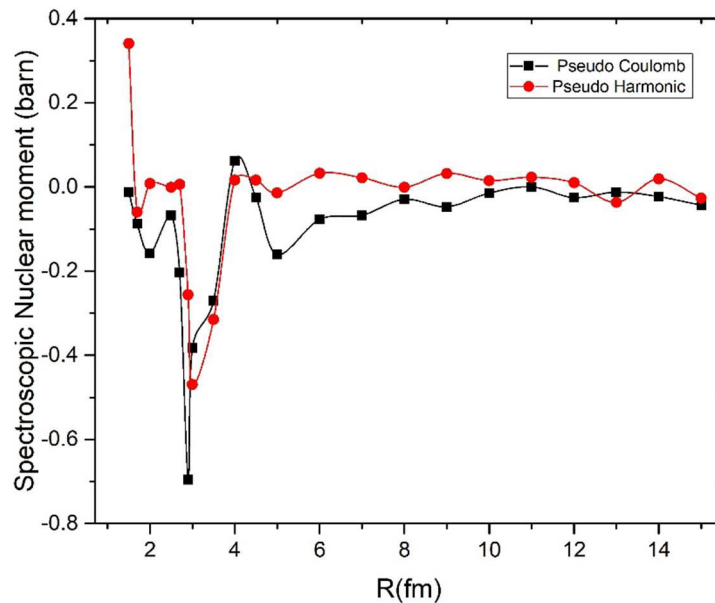
شکل (۹-۵): مقایسه ی تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته ${}^{14}\text{N}$ تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی



شکل (۵-۱۰): مقایسه ی تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته ی ^{17}O در برهم کنش با ^2H تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی



شکل (۵-۱۱): مقایسه ی تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های ^{17}O در برهم کنش با ^6Li تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی



شکل (۵-۱۲): مقایسه ی تغییرات گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته های ^{17}O در برهم کنش با ^{14}N تحت پتانسیل شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی

همانگونه که در شکل های (۵-۷) الی (۵-۱۲) مشاهده می شود اختلاف قابل توجهی در روند تغییرات مقادیر گشتاور چهار قطبی الکتریکی برای دو پتانسیل مختلف نسبت به فاصله ی بین دو هسته مشاهده نمی شود. به نظر می رسد که در نظر گرفتن پتانسیل های هسته ای ذکر شده در این رساله، تاثیر چندانی در تغییرات گشتاور در بازه مورد بررسی ندارد به طوریکه در نظر گرفتن هر کدام از پتانسیل های مذکور نتایج تقریباً مشابهی ایجاد می کند.

۵-۴- نتیجه گیری

در این رساله گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی و چهار قطبی الکتریکی هسته های ^{14}N , ^6Li , ^2H و ^{17}O و پتانسیل برهمکنش بین هسته های $^{17}\text{O} + ^2\text{H}$ ، $^{17}\text{O} + ^6\text{Li}$ و $^{17}\text{O} + ^{14}\text{N}$ با استفاده از روش دابل فولدینگ و جایگزینی توابع موج هسته ها محاسبه شده است. هدف این محاسبات ارزیابی توابع موج D بعدی محاسبه شده برای هسته و کاربرد آن در محاسبات گشتاورهای هسته ای و برهم کنش بین

هسته ها می باشد. در روش دابل فولدینگ به طور معمول پتانسیل برهم کنش با استفاده از چگالی های توزیع نوکلئونی هسته های شرکت کننده در واکنش محاسبه می شود. روش به کار گرفته شده در این رساله استفاده از رابطه $|V_{\text{eff}}^*|$ بر حسب تابع موج D بعدی هسته جایگزین چگالی توزیع نوکلئونی در محاسبه پتانسیل برهم کنش به روش دابل فولدینگ می باشد. محاسبات مربوط به تابع موج هسته ها با دو پتانسیل مختلف کوتاه برد شبه کولمبی بعلاوه پتانسیل حلقوی و پتانسیل شبه هارمونیک حلقوی انجام شده است و با استفاده از توابع موج هسته ها گشتاورهای دوقطبی و چهار قطبی هسته محاسبه شده اند. در محاسبات دابل فولدینگ وابستگی به چگالی نیز در برهمکنش نوکلئون - نوکلئون لحاظ شده است. محاسبات مربوط به پتانسیل برهمکنش کولمبی، هسته ای و کل برای برهم کنش های مذکور، با کارهای دیگران در مقالات مختلف و در برهم کنش های مشابه با این رساله مقایسه شده اند. همانطور که در فصل چهارم ذکر شده است، روش به کار گرفته شده در این رساله یعنی استفاده از تابع موج هسته در محاسبات گشتاورهای دوقطبی مغناطیسی و چهار قطبی الکتریکی در به دست آمدن نتایجی نزدیک به داده های آزمایشگاهی با توجه به نتایج کلی که در جدول های (۳-۴) و (۴-۴) ارائه شده است عملکرد قابل قبولی ارائه کرده است. جایگزینی تابع موج در روابط دابل فولدینگ و مقایسه ی شکل و بزرگی برهم کنش ها نیز نتایج قابل قبولی در محاسبات پتانسیل های کولمبی، هسته ای مستقیم و تبادلی و پتانسیل کل ارائه می کند. پیش بینی می شود تفاوت مقادیر آزمایشگاهی با نتایج محاسبه شده در جدول های (۱-۴) الی (۴-۴) مربوط به قبل از برهم کنش هسته ها ناشی از در نظر نگرفتن اثراتی مانند برهم کنش اسپین مدار. در محاسبات باشد. بنابراین با در نظر گرفتن این اثرات و تصحیحات بیشتر، احتمالاً می توان اختلافات موجود میان اندازه گشتاور های محاسبه شده و داده های آزمایشگاهی را مرتفع نمود. این مساله می تواند موضوع پروژه های تحقیقاتی در ادامه این رساله باشد.

- [1]. Brown B.A. Chung W. Wildenthal B.H. (1980) "Electromagnetic multipole moments of ground states of stable odd-mass nuclei in the sd shell" Phys.Rev c 22, 2 pp 774.
- [2]. Neyens G. (2003) "Nuclear magnetic and quadrupole moments for nuclear structure research on exotic nuclei Course note" Rep. Prog. Phys. 66, 4 pp633.
- [3]. Krane K. S. (1998), "Introductory Nuclear Physics", Vol (1, 2), J. Willey & Sons. Pp320, 100.
- [4]. Neugart R. Neyens G. (2006). Nuclear Moments, pp135-189: "The Euroschool Lectures on Physics with Exotic Beams, Vol. II. Lecture Notes in Physics", 700, Roeckl E. Springer, Berlin.
- [5]. Mohammadi S., (2012) "quadrupole moment's calculation of deformed nuclei", [Rutherford Centennial Conference on Nuclear Physics, P012129](#), Manchester, UK.
- [6]. Ston N.J. (2005) "Table of nuclear magnetic dipole and electric quadrupole moments", [Atomic Data and Nuclear Data Tables.](#), 90, 1, pp 75.
- [7]. Nazarewicz W. (1994) "Microscopic Origin of Nuclear Deformations" Nucl. Phys. A., 574, 1, pp 27.
- [8]. Neyens G. (2004) "Static Electric and magnetic moments of exotic nuclear structures Course note" Rep. Prog. Phys.68, pp 4.
- [9]. Buchmann A.J. Henley E. M. (2000) "Intrinsic quadrupole moment of the nucleon", Phys. Rev C., 63, 1, pp 015202.
- [10]. Liu S., (2010) "Nuclear structure studies of neutron-rich nuclei produced in the spontaneous fission of ^{252}Cf : Triaxiality near A=110, spherical shapes and octupoles correlations beyond ^{132}Sn ", Phys. Depart. Vanderbilt University,
- [11]. Boboshin I. Ishkhanov B. Komarov S. Orlin V. Peskov N. and Varlamov V., (2007) "Investigation of quadrupole deformation of nucleus and its surface dynamic vibrations", International Conference on Nuclear Data for Science and Technology, P 65, Nice, France.

- [12]. Bohr A.N. Mottelson B.R. (1968), “Nuclear structure”, Vol.1, Benjamin, New York. Pp. 237.
- [13]. Caurier E. Egido J.L. Martinez-Pinedo G. Poves A. (1995) “Intrinsic vs. laboratory frame description of the deformed nucleus ^{48}Cr ” Phys. Rev. Lett., 75, 13, pp 2466.
- [14] Basdevant J.L. Rich J. Spiro M. (2005), “Fundamentals in Nuclear Physics from Nuclear Structure to cosmology”, Springer, New York. pp 67.
- [15]. Bender M. Heenen P.H. (2003) “Self-consistent mean-field models for nuclear structure” Rev. Mod. Phys. **75**, 1, pp 121.
- [16]. Temmer G.M. (1985) “Angular shapes of nuclei” Rev. Mod. Phys., 30, 2, pp489.
- [17]. Cook J. (1982) “DFPOT-a program for the calculation of double folded potentials”, Comput. Phys. Comm., 35, pp 775.
- [18]. Hamada S.H. Amangeldi N. (2013) “Phenomenological and Semi-microscopic Analysis for the Elastic Scattering of Protons from ^{12}C Nuclei at Different Energies” J. Modern. Phys., 4, 5, pp78.
- [19]. Watson B.A. Singh P.P Segel R.E. (1969) “Optical-Model Analysis of Nucleon Scattering from p -Shell Nuclei between 1 and 10 MeV” Phys. Rev., 182, 4, pp977.
- [20]. Aygun M. (2014) “Double Folding Model Analysis of Elastic Scattering Data of $^{19}\text{F}+^{159}\text{Tb}$ Reaction” Gazi. Univ. J. Sci., 27, 3, pp 897.
- [21]. Feshbach H. (1958) “Unified theory of nuclear reactions” Annals. Phys. 5, 4, pp 357.
- [22]. Negele J.W. Vautherin .D (1972) “Density-Matrix Expansion for an Effective Nuclear Hamiltonian” Phys. Rev. C., 5, 5, pp 1472.
- [23]. Negele J.W. Vautherin. D (1975) “Density-matrix expansion for an effective nuclear Hamiltonian. II” Phys. Rev. C., 11, 3, pp 1031.
- [24]. Khoa D.T. Khan E. Colo G. Van Giai N. (2002) “Folding model analysis of elastic and inelastic proton scattering on sulfur isotopes” Nucl. Phys. A., 706, 1, pp 61.

- [25]. Cuong D.C. Khoa D.T. Kanada-En'yo Y. (2013) "Folding-model analysis of inelastic $\alpha+^{12}\text{C}$ scattering at medium energies, and the isoscalar transition strengths of the cluster states of ^{12}C " *Phys. Rev. C.*, 88, 6, pp 064317.
- [26]. Gontchar I.I. Chushnyakova M.V. (2010) "A C-code for the double folding interaction potential of two spherical nuclei" *Comp. Phys. Comm.*, 181, 1, pp 168.
- [27]. Aygun. M (2015) "Extended Double Folding Model Analysis of the Elastic Scattering of ^6Li Using the No-Core Full Configuration Density Distribution" *Chinese J. Phys.*, 53, 4, pp 080301.
- [28]. Campi X. Bouyssy A. (1978) "A Simple Approximation for the Nuclear Density Matrix" *Phys. Lett. B.*, 73, 23, pp 63.
- [29]. P E Hodgson, "the Nuclear optical model", Oxford, (1994)
- [30]. Khoa D.T. Oertzen W.V. Bohlen H.G. (1994) "Double-folding model for heavy-ion optical potential: Revised and applied to study ^{12}C and ^{16}O elastic scattering" *Phys. Rev. C.*, 49, 3, pp 1652.
- [31]. Rashdan (1996) "Folding model description of fusion reaction" *J. Phys. G.*, 22, 1, pp 139.
- [32]. Khoa D.T. (2001) " α -nucleus optical potential in the double-folding model" *Phys. Rev. C.*, 63, 3, pp 034007.
- [33]. Anantaraman N. Toki H. Bertsch G.B. (1983) "An effective interaction for inelastic scattering derived from the Paris potential" *Nucl. Phys. A.*, 398, 2, pp 269.
- [34]. Halbert E.C. Satchler G.R. (1974) "Effective interactions for $^{208}\text{Pb} + p$ reactions" *Nucl. Phys. A.*, 233, 2, pp 265.
- [35]. Elliott J.P. Jackson A.D. Mavromatis H.A. Sanderson E.A. Singh B. (1968) "Matrix elements of the nucleon- nucleon potential for use in nuclear-structure calculations" *Nucl. Phys. A.*, 121, 2, pp 241.
- [36]. Thompson I.J. (1988). Coupled reaction channels calculations in nuclear physics, pp 167-212, In: "Computer Physics Reports", Netherlands.

- [37]. Sinha B. (1975) “The optical potential and nuclear structure” Phys. Rep. C., 20, 1, pp 1.
- [38]. Satchler G.R. Love W.G. (1979) “Folding model potentials from realistic interactions for heavy-ion scattering” Phys. Rep. 55, 3, pp183.
- [39]. Bertsch G. Borysowicz J. McManus H. Love W.G. (1977) “Interactions for inelastic scattering derived from realistic potentials” Nucl. Phys. A., 284, 3, pp 399.
- [40]. Dong S.H. (2011), “Wave Equations in Higher Dimensions”, Springer, Netherlands, pp 299.
- [41]. Ballot J.L. Navaroo J. (1975) “Hyperspherical formalism applied to He-like atoms” J. Phys. B. At. Mol. Phys., 8, 2, pp 172.
- [42]. Fabre de la Ripelle M. (1987), “Models and Methods in Few Body Physics”, Vol.273, Springer, Berlin, pp 283.
- [43]. Drechsel D. Giannini M. M. Tiator L. (1986), “Three body forces in the quark model”, Vol. 260, Springer, Berlin, pp 541.
- [44]. Ballot J. L. Fabre de la Ripelle M. (1987), “Few-Body Problems in Particle, Nuclear, Atomic, and Molecular Physics”, Vol. 2, Springer, Wien-New York, pp 448.
- [45]. Bohm M. (1980) “The masses of the nonstrange baryon resonances in quark model with spin-spin and tensor interactions” Z. Phys. C - Particles and Fields., 3, 4, pp 321.
- [46]. Foster F. Hughes G. (1983) “A simple quark model for resonance electro production” Z. Phys. C- Particles and Fields 14, 2, pp 123.
- [47]. Badalyan A. M. (1987) “Unified description of ground state mesons and baryons in a potential model” Phys. Lett. B 199, 2, pp 267.
- [48]. Fabre de la Ripelle M. (1988) “A confining potential for quarks” Nucl. Phys. A., 497, pp 595.
- [49]. Louck J.D. Shaffer W.H. (1960) “Generalized orbital angular momentum and the n-fold degenerate quantum mechanical oscillator: Part I. The twofold degenerate oscillator”, J. Molecular Spectroscopy., 4, 1, pp 285.

- [50]. Louck J.D. (1960) "Generalized orbital angular momentum and the n-Fold degenerate quantum mechanical oscillator: Part II. The n-Fold degenerate oscillator", J. Molecular Spectroscopy., 4, 1, pp 298.
- [51]. Louck J.D. (1960) "Generalized orbital angular momentum and the n-fold degenerate quantum-mechanical oscillator: Part III. Radial integrals", J. Molecular Spectroscopy., 4, 1, pp 334.
- [52]. Wang L.Y. GU X.Y. Ma Z.Q. and Dong S. H. (2002) "Exact solutions to D-dimensional Schrödinger equation with a pseudo harmonic oscillator" Found. Phys. Lett., 15, pp 569.
- [53]. Ikhdair S.M Sever R. (2008) "Exact solutions of the modified Kratzer potential plus ring-shaped potential in the D-dimensional Schrodinger equation by the Nikiforov-Uvarov method" Int. J. Modern. Phys. C.,19, 2, pp 221.
- [54]. Rajabi A. A. (2005) "Exact analytical solution of the Schrödinger equation for an N-identical body-force system" Few-Body Systems., 37, 4, pp 197.
- [55]. Rajabi A. A. (2006) "Bound states for hypercentral singular and exponential potentials", Commun.Theor. Phys., 45, 4, pp 669.
- [56]. Giannini M.M. Santopinto E. Vassallo A. (2002) "The hypercentral constituent quark model" Nucl. Phys., 699, pp 308.
- [57]. Nikiforov A.F. Uvarov V.B. (1988) "Special Functions of Mathematical Physics", Comm. Math. Phys., 115, 3, pp 3.
- [58]. Hamzavi M. Movahedi M. Thylwe K.E Rajabi A.A (2012) "Approximate analytical solution of the Yukawa potential with arbitrary angular momenta" Chinese. Phys. Lett., 29, 8, 080302.
- [59]. Tezcan C. Sever R. (2009) "A general approach for the exact solution of the Schrödinger equation" Int. J. Theor. Phys., 48, pp337.
- [60]. Hamzavi M. Rajabi A.A. Hassanabadi H. (2012) "The rotation–vibration spectrum of diatomic molecules with the Tietz–Hua rotating oscillator and approximation scheme to the centrifugal term" Molecular Physics., 110, 7, pp 389.

- [61]. Hassanabadi H. Lub L.L. Zarrinkamar S. Liub G.H. and Rahimov. H (2012) “Approximate Solutions of Schrödinger Equation under Manning Rosen Potential in Arbitrary Dimension via SUSYQM”, *Acta Physica Polonica. A.*, 122, 4, pp 650.
- [62]. Agboola D. (2011) “Dirac equation with spin symmetry for the modified Pöschl–Teller potential in D dimensions”, *Pramana. Journal of Physics.*, 76, 6, pp 875.
- [63]. Kievsky A. Viviani M. Marcucci L.E and Rosati S. (2006),” Variational Calculation on A = 3 and 4 Nuclei with Non-Local Potentials”, *Few-Body System.*, 39, pp159.
- [64]. Ikhdair S.M. (2008) “Exact Solutions of the D-dimensional Schrodinger Equation for a Pseudo-Coulomb Potential Plus Ring-Shaped Potential” *Ch. J. Physic.*, 46, 3, pp 291.
- [65]. Dong S.H. (2003) “The realization of dynamic group for the pseudo harmonic oscillator” *App. Math. Lett.*, 16, 2, pp 199.
- [66]. Aydogdu O. (2010) “Ramazan Sever, Exact solution of the Dirac equation with the Mie-type potential under the pseudospin and spin symmetry limit” *Annals of physics*, 325, 2, pp 373.
- [67]. Ikhdair S.M. Sever R. (2008) “Exact solutions of the D-dimensional Schrödinger equation for a ring-shaped pseudo harmonic potential” *Cent. Eur. J.Phys.*, 6, 3, pp 685.
- [68]. Pyykko P. (2001) “Spectroscopic nuclear quadrupole moments”, *Molecular. Phys.*, 99, 19, pp 1617.
- [69]. Tuli J.K. (2011), “Nuclear Wallet Cards”, Vol. 1, National Nuclear Data Center, New York, 11973–5000.
- [70]. Fuller G.H. (1976) “Nuclear spin and moment”, *J. Phys. Chem. Ref. Data. U.S.A. DA.*, 5, 4, pp 835.
- [71]. Takigawa N. Rumin T. and Ihara N. (2000) “Coulomb interaction between a spherical and a deformed nuclei” *Phys. Rev. C.*, **61**, 4, pp 044607.
- [72]. Brink D.M. Stancu F.L. (1975) “Interaction potential between two ^{16}O nuclei derived from the skyrme interaction” *Nucl. Phys. A.*, 234, 1, pp 175.

- [73]. Simenel C. Chomaz Ph. and France G. de. (2004) “Quantum calculations of Coulomb reorientation for sub-barrier fusion” *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 10, pp 102701.
- [74]. Chamon L.C. Nobre G. P. A. Pereira D. Rossi E. S. and Silva C.P. (2004) “Coulomb and nuclear potentials between deformed nuclei” *Phys. Rev. C.*, 70, 1, pp 014604.
- [75]. Li Q. Zuo W. Li W. Wang N. Zhao N. Li J. Scheid W. (2005) “Deformation and orientation effects in the driving potential of the dinuclear model” *Eur. Phys. J. A.*, 24, pp 223.
- [76]. Pakdel F. Rajabi A.A. (2016) “Studying of the Nucleus-Nucleus Interaction Using Wave Function of the Nucleus and Hyperspherical Formalism” *Z. Naturforsch.*, 71, 11, pp 979.
- [77]. Gontchar I.I. Hinde D. J. Dasgupta M. and Newton J.O (2004) “Double folding nucleus-nucleus potential applied to heavy-ion fusion reactions” *Phys. Rev. C.*, 69, 2, pp 024610.
- [78]. Panda K.C. Patra T. (1988) “Comparison of folding model and energy density model for the heavy-ion optical potential”, *J. Phys. G: Nucl. Phys.*, 14, 12, pp1489.
- [79]. Lukyanov V. K. Kadrev D. N. Zemlyanaya E. V. Antonov A. N. Lukyanov K. V. Gaidarov M.K. (2010) “Study of $6\text{He}+^{12}\text{C}$ Elastic Scattering Using a Microscopic Optical Potential” *Phys. Rev. C.*, **82**, 2, pp 024604 .
- [80]. Mateja J. F. Stanley D. P. Theisen L. V. Frawley A. D. Pemiller P. L. Medsker L. R. Nagel P. B. (1981) “A WOODS-SAXON and double-folding optical model description of on elastic and inelastic scattering ^{24}Mg , ^{27}Al AND ^{28}Si ” *Nucl. Phys.A.*,351, 3, pp 509.
- [81]. Dasso C.H. Pollaro G. (2003) “Investigating the nucleus-nucleus potential at very short distances” *Phys. Rev. C.*, 68, pp 054604.
- [82]. Stoks V. G. J. Klomp R. A. M. Rentmeester M. C. M. Swart J. J. de (1993) “Partial-wave analysis of all nucleon-nucleon scattering data below 350 MeV” *Phys. Rev. C.*, 48, 2, pp792.

- [83]. Caurier E. Egido J.L. Martinez-Pinedo G. Poves A (1995) “Intrinsic vs. laboratory frame description of the deformed nucleus ^{48}Cr ” *Phys. Rev.*, 75, pp 2455.
- [84]. Sagawa H. Arima A. (1988) “static and dynamic quadrupole moments of high-spin isomers in the Pb-region” *Phys. Lett B.*, 202, 1, pp 15.
- [85]. Glendenning N.K. Hendrie D.L. Jarvis O.N (1968), “Relation between the optical potential for spherical and deformed nuclei” *Phys. Lett B.*, 26, 3 pp 131.

Abstract

This thesis presents the results of the nuclear magnetic dipole moment and electrical quadrupole moment of the nuclei with $J=1$ (${}^6\text{Li}$, ${}^2\text{H}$, ${}^{14}\text{N}$) before and after their scattering interaction with ${}^{17}\text{O}$ near the Coulomb barrier. The interaction potential between the nuclei is achieved using the double-folding model. In this thesis, the wave functions of the interacting nuclei $\left| \psi_D(\vec{r}) \psi_D^*(\vec{r}) \right|_{T,P}$ and $\left| \psi_{Ex}(\vec{r}, \vec{r} \pm \vec{s}) \psi_{Ex}^*(\vec{r}, \vec{r} \pm \vec{s}) \right|_{T,P}$, replace the density functions $\rho_D(\vec{r}_{P,T})$ and $\rho_E(\vec{r}_{P,T}, \vec{r}_{P,T} \pm \vec{s})$ in the double-folding model. The wave functions of the interacting nuclei have been obtained through the D-dimensional Schrodinger equation with the pseudo-coulomb potential plus ring-shaped potential and pseudo-Harmonic plus ring-shaped potential by the Nikiforov-Uvarov solution method. In the following by replacement of nuclei wave functions instead of density distribution functions we have compared the results of interaction potential values (direct and exchange nucleon-nucleon and coulomb) between nuclei under the pseudo-coulomb potential plus ring-shaped potential and pseudo-Harmonic plus ring-shaped potential, and also to investigate the effect of the obtained interaction potential on the quadrupole momentum and magnetic moment of the nuclei and observes their changes relative to the distance between the interacting nuclei.

Keywords: Magnetic dipol moment, Nuclear electrical quadrupole moment, Double folding model, Pseudo-coulomb potential plus ring-shaped potential, Pseudo Harmonic plus ring-shaped potential



**Shahrood University of
Technology**

**Faculty of Physics and Nuclear Engineering
PhD Thesis in Nuclear Physics**

**Calculation of the magnetic dipole moment and electric
quadrupole moment by using coulomb and nuclear
interactions**

By Laleh Nickhah

Supervisor:
Dr Ali Akbar Rajabi

February 2021