

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده فیزیک و مهندسی هسته‌ای

پایان‌نامه کارشناسی ارشد فیزیک اتمی مولکولی

بررسی عددی خود هدایت‌گری پالس لیزر در هوا

نگارنده

شادی داودی

استاد راهنما

دکتر سمیه مهربان

بهمن ماه ۱۳۹۹

تقدیم اثر

عزیز قدردانی نیست در مصر سخن نجی

ندارد ورزنجی غیر یوسف کاروان ما

گل خود می شارد خنده صبح قیامت را

این پایان نامه را تقدیم می کنم به مهربان ترین بهرامان زندگی ام، پدر، مادر، خواهران عزیزم که حضورشان همیشه گرمابخش روح من بوده است.

شکر و قدردانی

معالماتست ز عرش برتر باد

همیشه توست اندیشه است مغرب باد

باتقدیر و شکر شایسته از استاد فرهیخته و فرزانه سرکار خانم دکتر سیمه مهراییان که با نکته های دلاویز و گفته های بلند، صحیفه های سخن را علم پرور نمود و بهواره راهنما و راه گشای مکارنده در اتمام و کمال پایان نامه بوده است.

در پایان از تمامی عزیزانی که در طول انجام این پروژه مرایای کرده اند از جمله مهدی باقرپور، دکتر بابک پروین، حامد قلندری، دکتر محمد رضا بنام، دکتر جواد باعدی و محمد حسین دوست کمال شکر و قدردانی را ابراز می نمایم.

تهیه نامه

اینجانب شادی داودی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک پلاسما دانشکده فیزیک و مهندسی هسته ای دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه بررسی عددی خود هدایت گری پالس لیزر در هوا تحت راهنمایی دکتر سمیه مهراییان متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود . استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

در این پژوهش به بررسی انتشار پالس لیزر شدت بالا در گاز زمینه یک اتمسفر (اکسیژن، نیتروژن و هوا) پرداخته می‌شود. بدین منظور با استفاده از معادلات ماکسول، معادله حاکم بر انتشار پالس لیزر در محیط به دست می‌آید. این معادله در کلی‌ترین حالت شامل اثرات غیرخطی خود کانونی، پراکندگی ناشی از رامان، واگرایی ناشی از پلاسما، میدان دنباله ای، اثرات نسبیتی و کاهش انرژی پالس ناشی از یونیزاسیون می‌باشد که در معادله انتشار پالس لیزر نقش دارند. اما در مبحث خود هدایت‌گری عبارات واگرایی ناشی از پلاسما، خود کانونی و کاهش انرژی پالس ناشی از یونیزاسیون از اهمیت بیشتری نسبت به پدیده‌های دیگر برخوردار هستند. برای بررسی خود هدایت‌گری با استفاده از روش SDE، معادله حاکم بر قطر پالس لیزر به دست می‌آید و تغییرات آن بر حسب زمان در طول زمانی پالس و بر حسب مکان در مسیر انتشار به ازای گازهای زمینه اکسیژن، نیتروژن و هوا بررسی می‌شود. بررسی تغییرات قطر پالس لیزر نشان می‌دهد که در پشت پالس به دلیل وجود پلاسما، میزان واگرایی بیشتر است. از طرفی واگرایی با افزایش طول در مسیر انتشار افزایش می‌یابد. مطالعه تغییرات شدت پالس لیزر نشان دهنده این است که تغییرات شدت با میزان واگرایی نسبت عکس دارد. چنانکه بیشترین کاهش شدت در پشت پالس و سپس جلوی پالس بوده و کمترین کاهش شدت مربوط به وسط پالس می‌باشد. تغییرات چگالی الکترونی پالس لیزر بررسی شده و نتایج نشان می‌دهند تغییرات شدت و چگالی رابطه مستقیم باهم دارند.

کلمات کلیدی: خود هدایت‌گری، خود کانونی، یونیزاسیون چند فوتونی، یونیزاسیون کانالی، روش SDE، معادله قطر پالس لیزر.

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

داودی، شادی؛ مهربان، سمیه؛ ۱۳۹۸، بررسی عددی انتشار پالس‌های لیزر پر شدت در گاز-پلاسما،

هفتمین کنفرانس مهندسی و فیزیک پلاسما، شاهرود

فهرست مطالب

۱	فصل ۱: مقدمه و کلیات
۲	۱-۱ مقدمه
۳	۲-۱ لیزر
۴	۳-۱ تاریخچه لیزر
۵	۴-۱ ویژگی‌های پالس لیزر
۶	۱-۴-۱ تک‌فامی
۶	۲-۴-۱ همدوسی
۷	۳-۴-۱ هم‌راستایی
۷	۴-۴-۱ درخشایی
۷	۵-۱ ساختار لیزر
۱۱	۶-۱ سازوکار لیزر
۱۳	۷-۱ انواع لیزر
۱۵	۸-۱ پلاسما
۱۶	۹-۱ تاریخچه پلاسما
۱۷	۱۰-۱ ویژگی‌های پلاسما
۱۸	۱۱-۱ بیشینه تحقیق
۲۱	فصل ۲: بررسی انتشار پالس لیزر در هوا
۲۲	۱-۲ مقدمه
۲۲	۲-۲ معادلات ماکسول
۲۳	۳-۲ فیزیک انتشار پالس لیزر در گاز

۲-۴ اثر یونیزاسیون در انتشار پالس لیزر در هوا..... ۲۶

فصل ۳: خود هدایت‌گری پالس لیزر در هوا ۳۱

۳-۱ اپتیک خطی و غیرخطی..... ۳۲

۳-۲ معادله انتشار موج لیزر در هوا..... ۳۳

۳-۲-۱ منبع خطی..... ۳۵

۳-۲-۲ منبع غیرخطی..... ۳۷

۳-۲-۳ معادله کامل انتشار لیزر در ۳ بعد..... ۴۱

۳-۳ روش SDE..... ۴۳

۳-۳-۱ معادله قطر پالس لیزر برای یونیزاسیون چند فوتونی..... ۴۷

۳-۳-۲ معادله قطر پالس لیزر برای یونیزاسیون کانالی..... ۵۰

فصل ۴: حل عددی معادلات و نتایج ۵۳

۴-۱ مقدمه..... ۵۴

۴-۱-۱ شرایط مرزی و اولیه..... ۵۶

۴-۲ نتایج..... ۵۸

فصل ۵: نتیجه‌گیری و پیشنهادات ۷۷

۵-۱ نتیجه‌گیری..... ۷۸

۵-۲ پیشنهادات..... ۷۸

پیوست الف ۸۰

مراجع ۸۲

فهرست جداول

جدول ۴-۱: معادلات مورد استفاده با در نظر گرفتن سه عبارت غیر خطی در گاز اکسیژن یا نیتروژن	۵۳
جدول ۴-۲: معادلات مورد استفاده با در نظر گرفتن سه عبارت غیر خطی در هوا	۵۴
جدول ۴-۳: معادلات مورد استفاده با در نظر گرفتن دو عبارت غیر خطی	۵۵
جدول ۴-۴: کمیت‌های مورد استفاده در حل عددی معادله قطر پالس لیزر	۵۸

فهرست اشکال

- شکل ۱-۱: تفاوت نور معمولی و نور لیزر..... ۵
- شکل ۱-۲: ساختار لیزر..... ۸
- شکل ۱-۳: کاواک تشدید یک لیزر..... ۹
- شکل ۱-۴: هندسه‌های مختلف تشدیدکننده‌های نوری پایدار..... ۱۱
- شکل ۱-۵: تحول مرحله به مرحله کاواک تشدیدگر نوعی، الف) لیزر خاموش، ب) پمپ محیط فعال لیزر (دمش لیزری)، ج) گسیل خودبه‌خودی و القایی، د) شروع تقویت نور، ه) ادامه تقویت نور، و) تثبیت لیزر..... ۱۲
- شکل ۱-۶: خروجی لیزرها به صورت، الف) پیوسته، ب) پالسی می‌باشد..... ۱۴
- شکل ۲-۱: (a) فیلامان لیزر، (b) خود کانونی پالس لیزر از طریق افزایش ضریب شکست ($\eta_2 I$) موجب همگرایی پالس لیزر می‌شود و (c) پلاسما مانند لنز واگرا عمل کرده و با کاهش ضریب شکست ($n_e/2 n_c$) اثر خودکانونی را خنثی می‌کند. ($\eta = \eta_0 + \eta_2 I - n_e/2 n_c$)..... ۲۳
- شکل ۲-۲: یک تصویر ساده‌سازی شده از متمرکز شدن متحرک..... ۲۴
- شکل ۲-۳: انتشار مخروطی در هدایت‌گری پالس را نشان می‌دهد که نور سفید هسته فیلامان است و بقیه حلقه‌های نیوتن می‌باشند..... ۲۵
- شکل ۲-۴: تصویر فروشکست القایی لیزر..... ۲۶
- شکل ۲-۵: مکانیسم‌های یونیزاسیون کانالی و چند فوتونی..... ۲۷
- شکل ۲-۶: یونیزاسیون کانالی در میدان لیزر: در فواصل $r < r_0$ نمی‌توان پتانسیل ناشی از میدان الکتریکی لیزر ($-F_r$) را نادیده گرفت، درحالی‌که در $r > r_0$ پتانسیل ناشی از میدان کولنی (V_r) نسبت به پتانسیل میدان لیزر ناچیز است. در $r = R_c$ الکترون از سد پتانسیل عبور می‌کند..... ۲۹
- شکل ۴-۱: فلوچارت مراحل حل عددی..... ۵۶
- شکل ۴-۲: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه برحسب z در $\tau = 0 \text{ fs}$ (جلوی پالس) برای الف) گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا..... ۵۸

شکل ۳-۴: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه برحسب z در $\tau = 15 \text{ fs}$ (اواسط پالس) برای الف) گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا..... ۵۹

شکل ۴-۴: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه برحسب z در $\tau = 120 \text{ fs}$ (پشت پالس) برای الف) گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا..... ۶۱

شکل ۵-۴: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه شده بر حسب z در $\tau = 0$ ، $\tau = 12$ و $\tau = 120 \text{ fs}$ در هوا برای گاز اکسیژن..... ۶۲

شکل ۶-۴: تغییرات توان پالس لیزر نرمالیزه برحسب z در $\tau = 0$ ، $\tau = 15$ و $\tau = 120 \text{ fs}$ برای الف) گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا..... ۶۳

شکل ۷-۴: تغییرات شدت پالس لیزر نرمالیزه بر حسب z در $\tau = 0$ ، $\tau = 15$ و $\tau = 120 \text{ fs}$ برای الف) گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا..... ۶۴

شکل ۸-۴: تغییرات چگالی الکترونی نرمالیزه بر حسب z در $\tau = 0$ ، $\tau = 15$ و $\tau = 120 \text{ fs}$ برای الف) گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا..... ۶۶

شکل ۹-۴: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه بر حسب τ در $z = 10z_r$ برای الف) گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا..... ۶۷

شکل ۱۰-۴: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه بر حسب τ در $z = 25z_r$ برای الف) گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا..... ۶۸

شکل ۱۱-۴: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه بر حسب τ در $z = 40z_r$ برای الف) گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا..... ۷۰

شکل ۱۲-۴: تغییرات توان پالس لیزر نرمالیزه برحسب τ در $z = 0z_r$ ، $z = 10z_r$ ، $z = 25z_r$ و $z = 40z_r$ برای الف) گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا..... ۷۲

شکل ۱۳-۴: تغییرات توان پالس لیزر نرمالیزه شده بر حسب τ در $z = 0z_r$ ، $z = 10z_r$ و $z = 40z_r$ برای گاز اکسیژن در هوا..... ۷۲

شکل ۱۴-۴: تغییرات شدت پالس لیزر نرمالیزه برحسب τ در $z = 0z_r$ ، $z = 10z_r$ ، $z = 25z_r$ و $z = 40z_r$ برای الف) گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا..... ۷۳

شکل ۱۵-۴: تغییرات چگالی الکترونی نرمالیزه برحسب τ در $z = 0z_r$ ، $z = 10z_r$ ، $z = 25z_r$ و $z = 40z_r$ برای الف) گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا..... ۷۶

فصل ۱: مقدمه و کلیات

۱-۱ مقدمه

اپتیک غیرخطی، به مطالعه محیط‌هایی می‌پردازد که در آن قطبش تابعی غیرخطی از شدت میدان الکتریکی است. در صورتی که شدت میدان الکتریکی زیاد باشد، این پدیده‌های غیرخطی قابل مشاهده است [۱]. از جمله پدیده‌های غیرخطی می‌توان به تولید هارمونیک‌ها^۱، خود کانونی^۲، خود مدولاسیون فازی^۳، رشته‌ای شدن^۴ پالس لیزر و ... اشاره کرد. با ابداع لیزرهای پالس کوتاه، امکان مشاهده این پدیده‌های غیرخطی به دلیل شدت بالای میدان الکتریکی وجود دارد. از جمله پدیده‌های غیرخطی دیگری که مورد توجه فراوان قرار گرفته است، خود هدایت‌گری پالس لیزر است. در واقع در برهم کنش پالس‌های پرشدت با یک گاز به دلیل تولید پلاسما امکان وقوع پدیده‌های غیرخطی وجود دارد. به‌طوری‌که اثر ترکیبی پدیده‌های پراش، خود کانونی، یونیزاسیون و واگرایی ناشی از پلاسما^۵ نقش مهمی در انتشار پرتو ایفا می‌کنند [۲-۳]. از طرفی به دلیل اثر پدیده پراش و تولید پلاسما که سبب واگرایی پالس لیزر می‌شوند امکان انتشار پالس در بیش از چند برابر طول ریلی (طولی که در آن باریکه بدون واگرایی محسوس منتشر می‌شود) وجود ندارد.

اما می‌توان با استفاده از پدیده خود کانونی کردن که در آن محیط به دلیل خصوصیات غیرخطی همانند یک عدسی همگرا عمل می‌کند، اثر پدیده پراش و واگرایی ناشی از پلاسما را خنثی کرد. در صورتی که اثرات خود کانونی کردن، پراش و واگرایی ناشی از پلاسما یکدیگر را خنثی کنند، پالس لیزر تا فواصل طولانی بدون واگرایی یا همگرایی انتشار می‌یابد. به این پدیده، خود هدایت‌گری^۶ پالس لیزر گفته

^۱ Harmonic generation

^۲ Self focusing

^۳ Self phase modulation

^۴ Filamentation

^۵ Plasma defocusing

^۶ Self guiding

می‌شود. اگرچه که اتلاف‌های ناشی از پراش در همه محیط‌ها وجود دارد، اما برای خود کانونی کردن (و به دنبال آن ایجاد پدیده خود هدایت‌گری) می‌توان از یک محیط غیرخطی و یا پلاسما استفاده کرد [۲].

در واقع زمانی که یک لیزر پرشدت با گاز بر هم کنش می‌کند؛ پالس لیزر، مولکول‌های گاز را یونیزه کرده و پلاسما ایجاد می‌کند. پلاسمای ایجاد شده موجب افزایش چگالی الکترون و کاهش ضریب شکست می‌شود که این کاهش، سبب واگرایی پالس لیزر می‌گردد. از طرف دیگر، افزایش جرم نسبیتی الکترون و کاهش چگالی الکترونی محوری ناشی از نیروی پاندرموتیو، ضریب شکست را افزایش داده و موجب همگرایی پالس لیزر می‌شود. در صورت ایجاد تعادل بین واگرایی و همگرایی، پالس لیزر تا فواصل طولانی انتشار می‌یابد در نتیجه خود هدایت‌گری پالس لیزر اتفاق می‌افتد [۴-۵]. انتشار پرتو لیزر در فواصل طولانی دارای کاربردهایی چون تولید اشعه ایکس، سنجش راه دور، تقویت رامان در پلاسما، تولید هارمونیک‌های بالا، ایجاد فیلامان‌های بلند در اتمسفر، تولید تابش THz و ... است، فلذا بررسی آن از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است [۲]. به دلیل اهمیت موضوع، در این پژوهش به بررسی پدیده خود هدایت‌گری پالس لیزر در یک گاز زمینه با استفاده از حل عددی معادلات مربوطه پرداخته می‌شود.

۲-۱ لیزر

واژه لیزر در انگلیسی مخفف light amplification by stimulated emission of radiation (به معنی تقویت نور به روش گسیل القایی تابش) می‌باشد [۶]. این واژه اولین بار توسط آرتور لئونارد شالو^۱ و چارلز هارد تاونز^۲ پیشنهاد شده است [۷]. به‌طور کلی مولد لیزر وسیله‌ای است که نور را به‌صورت

^۱ Arthur L. Schawlow

^۲ Charles H. Townes

پرتوهای موازی بسیار باریکی با طول موج مشخص ساطع می‌کند. از این‌روی اصول لیزر را می‌توان بر اساس فوتون‌ها و سطوح انرژی اتمی توضیح داد [۸].

۳-۱ تاریخچه لیزر

اولین مبانی نظری لیزر را آلبرت انیشتین^۱ با استفاده از قانون تابش پلانک در سال ۱۹۱۶ بیان کرد. در سال ۱۹۵۸ آرتور لئونارد شالو و چارلز هارد تاونز اولین مقاله در مورد میزر اپتیکی را ارائه دادند [۹]. سال‌ها بعد تئودور میمن^۲ با جمع‌آوری اطلاعات چندین دانشمند در تابستان سال ۱۹۶۰ موفق به ساخت اولین لیزر پالسی جامد از جنس بلور یاقوت^۳ شد؛ به‌طوری‌که دنیا برای اولین بار شاهد پیدایش منبع نور همدوس کاملاً جدیدی بود [۱۰]. هم‌چنان در همین سال پروفسور علی جوان و بنت^۴ اولین لیزر گازی را با ترکیب ۱:۱۰ از گازهای هلیوم و نئون ساختند. سپس در سال ۱۹۶۲ انتشار پرتو اولین لیزر دیودی از جنس گالیوم آرسناید^۵ (GaAs) با طول موج 850 nm توسط هال^۶ نشان داده شد.

^۱ Albert Einstein

^۲ Theodore Maiman

^۳ Ruby

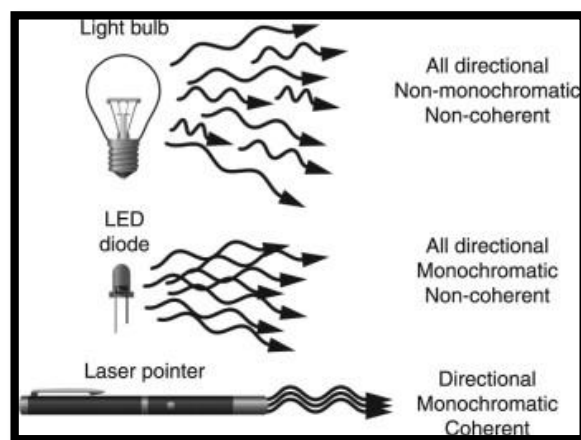
^۴ William Bennett Jr

^۵ Gallium arsenide

^۶ Robert Hall

۴-۱ ویژگی‌های پالس لیزر

سه شخصیتی که نقش اصلی را در تاریخ تئوری نور داشتند، هوک^۱، هویگنس^۲ و نیوتن^۳ بودند. با اینکه نظریه‌های متناقض پیشنهاد دادند، اما پایه‌ای برای درک مدرن نور را ایجاد کردند [۱۱]. اشعه لیزر دارای ماهیتی مانند نور معمولی است، بدین معنی که اجزاء تشکیل‌دهنده آن همان فوتون‌ها هستند. اما ویژگی‌های باریکه لیزر و نحوه گسیل پرتو آن، دلایل تمایزش با نور معمولی می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۱-۱ پیداست گستره طول‌موج نور سفید زیاد بوده و نور را در همه جهات منتشر می‌کند اما لیزر دارای یک طول‌موج می‌باشد که نور را به‌صورت یک باریکه موازی و در یک‌جهت با واگرایی کم انتشار می‌دهد. در حالت کلی پالس لیزر توسط ویژگی‌های تک‌فامی^۴، همدوسی^۵ فضایی و زمانی، هم‌راستایی^۶ و درخشایی^۷ مشخص می‌شود [۱۲].



شکل ۱-۱: تفاوت نور معمولی و نور لیزر [۱۳].

^۱ Hooke

^۲ Huygens

^۳ Newton

^۴ Monochromatic

^۵ Coherence

^۶ Directionality

^۷ Brightness

۱-۴-۱ تک‌فامی

نور لیزر دارای یک طول‌موج است. لذا رنگ باریکه لیزر توسط طول موج آن مشخص می‌گردد. طول‌موج آن به نوع محیط فعال و تشدیدگر بستگی دارد. البته نور لیزر دقیقاً تک فرکانس نیست بلکه دارای طیف باریکی از فرکانس‌ها می‌باشد [۱۲، ۱۴].

۱-۴-۲ همدوسی

در تقریب اول برای هر موج الکترومغناطیسی دو مفهوم مستقل همدوسی فضایی و زمانی را می‌توان تعریف کرد. این خاصیت حاکی از هم‌فاز بودن امواج تولید شده در نور لیزر می‌باشد، بدین معنی که کاملاً هماهنگ در فضا و زمان با یکدیگر حرکت می‌کنند. بنابراین در یک لیزر ایده آل انتظار داریم که میدان الکتریکی با زمان به‌مانند هر نقطه دیگر سطح مقطع پرتوها (هم‌فازی امواج) تغییر کند. چنین پرتوهایی دارای همدوسی فضایی کامل هستند. دیگر خاصیت آن، همدوسی زمانی است، که به ارتباط فازی نسبی میدان الکتریکی در همان نقطه برحسب زمان (هم فرکانسی امواج) بستگی دارد [۷، ۱۵-۱۶]. از این روی برای گسیل نور با همدوسی زیاد باید وسعت ناحیه تابش کننده کوچک (در حد یک اتم) باشد و نوری با پهنای نوار باریک گسیل شود. چشمه لیزری به دلیل نور تقویت‌شده از طریق گسیل القایی، دارای خروجی به‌صورت نوار باریک فوق‌الذکر و درجه زیادی از همبستگی فازی می‌باشد [۱۷].

۱-۴-۳ همراستایی

پرتو لیزر به صورت باریکه‌ای موازی، می‌تواند در مسیر طولانی با واگرایی کم منتشر شود. به‌منظور ایجاد باریکه نور موازی در محفظه مولد اشعه لیزر، از دو آینه استفاده شده که نور را تقویت و به‌صورت موازی خارج می‌کنند. این آینه‌ها با سطوح خمیده‌ای که تقعر آن‌ها به‌طرف داخل کاواک است باعث تمرکز نور بازتابیده به درون کاواک می‌شوند. لذا هر چه تک‌فامی و همدوسی نور بیشتر باشد، امکان همراستایی افزایش می‌یابد [۸،۱۷].

۱-۴-۴ درخشایی^۱

توان گسیل‌شده از واحد سطح چشمه در واحد زاویه فضایی را، درخشایی چشمه امواج الکترومغناطیسی گویند. به‌طور معمول قطر پرتو خروجی از محفظه لیزر، تا حدی دارای گستردگی و واگرایی می‌باشد. به این منظور پرتو از یک عدسی همگرا عبور داده می‌شود، تا قطر آن کاهش و شدت افزایش یابد [۱۲]. در توان‌های کم، لیزر درخشایی زیادی دارد. در مواقعی، از درخشایی ویژه استفاده می‌شود و این درخشایی بر واحد ناحیه طول‌موج در نظر گرفته می‌شود [۱۶].

۱-۵ ساختار لیزر

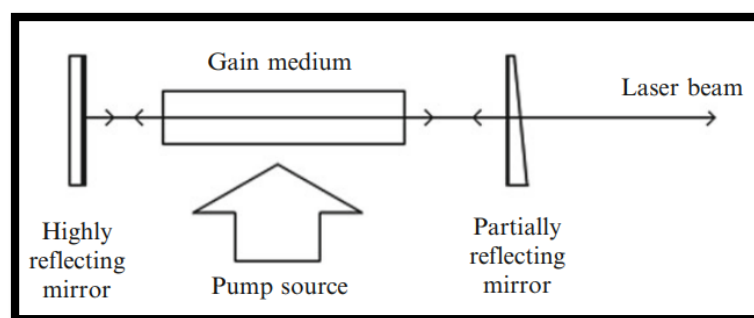
با توجه به شکل ۱-۲ ساختار اصلی لیزر به‌صورت زیر است [۸،۱۷]:

^۱ Brightness

۱_ محیط فعال^۱، کاواک فعالی است که وارونی جمعیت^۲ و گسیل القایی با هم در این محیط انجام می‌شود و موجب تقویت نور لیزر می‌شوند.

۲_ منبع پمپاژ^۳ که با ایجاد وارونی جمعیت میان ترازهای انرژی، محیط فعال را تقویت می‌کند.

۳_ تشدیدگر اپتیکی^۴، ابزاری است که فوتون‌ها را در داخل محیط فعال لیزری برای بازتاب نور به جلو و عقب می‌راند.



شکل ۱-۲: ساختار لیزر [۱۸].

ماده محیط فعال می‌تواند جامد (شیشه)، مایع (رنگ‌های اصلی مانند رودامین^۵ ۶۰، کومارین^۶ ۲ و کومارین ۳۰ که در حلال‌هایی مانند آب یا الکل حل می‌شوند)، گاز یا پلاسما باشد [۷]. این ماده طول موج تابش لیزری را تعیین می‌کند [۱۷]. هر منبع انرژی می‌تواند به عنوان یک منبع پمپاژ استفاده شود و می‌تواند از نوع اپتیکی، الکتریکی، شیمیایی یا گرمایی باشد. منابعی که به طور معمول بکار برده می‌شوند شامل: لامپ فلش، لیزرها، واکنش‌های شیمیایی، پرتو یونی و منبع اشعه ایکس هستند [۸، ۱۷]. همچنین توان خروجی متناسب با توان منبع پمپاژ و مقدار ماده فعال است. بنابراین توان را می‌توان توسط ماده فعال یا منبع پمپاژ کنترل کرد [۷].

^۱ Active medium

^۲ Population Inversion

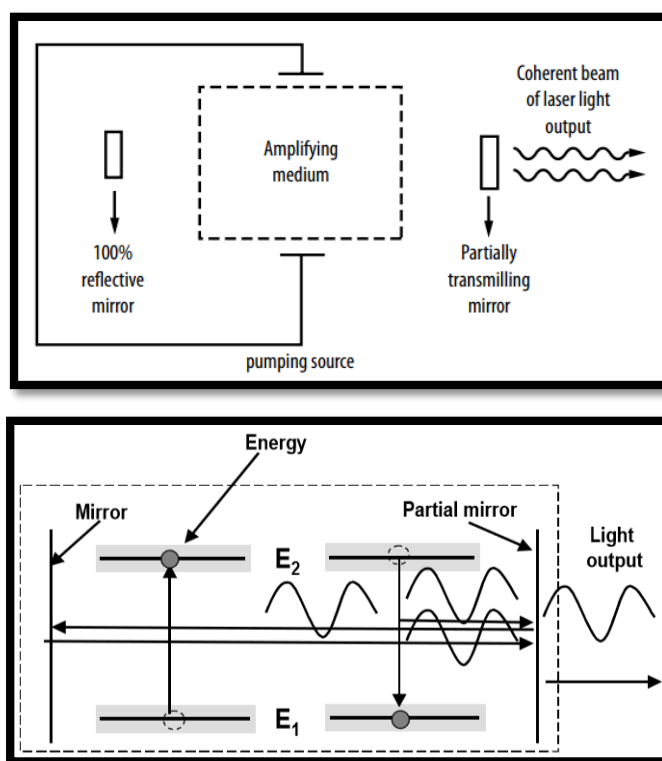
^۳ Pumping source

^۴ Optical resonator

^۵ Rhodamine

^۶ Coumarin

تشدیدگر اپتیکی، نوری را که توسط محیط فعال تولید می‌شود به موازات محور (خود) در این محیط به سمت عقب و جلو باز می‌تاباند. به‌طوری‌که این نور در کاواک تشدیدی چندین بار تقویت می‌شود. اما فقط بخشی از آن با عبور از آینه با بازتابندگی کمتر از ۱۰۰٪، به‌عنوان یک پرتو لیزر منتشر می‌شود. بنابراین تشدیدگر اپتیکی کاواکی است که توسط یک آینه با بازتابندگی ۱۰۰٪ در یک‌طرف و آینه دیگر (دارای عبور جزئی نور) و بازتابندگی بزرگ‌تر از ۹۵٪ در طرف دیگر تشکیل شده است که یک نمونه کاواک تشدیدی در شکل ۱-۳ نشان داده شده است [۷]. هندسه آینه‌ها و فاصله آن‌ها تعیین‌کننده ساختار میدان الکترومغناطیسی داخل کاواک تشدیدی هستند [۱۷].



شکل ۱-۳: کاواک تشدیدی یک لیزر [۷].

شکل ۱-۴، الگوی تابش را در داخل انواع کاواک‌های نوری دو آینه‌ای با انحنای مختلف نشان می‌دهد، تشدیدگرهای لیزری با هندسه‌های مختلف دارای مزایا و معایب خاص خود هستند. متداول‌ترین انواع کاواک‌های نوری از دو صفحه مسطح یا آینه‌های کروی رو به روی هم تشکیل شده‌اند. ساده‌ترین

این کاواک، صفحات موازی^۱ یا فابری-پرو نام دارد که از دو آینه مسطح به وجود می‌آید که در آن دو آینه تخت موازی به فاصله L از یکدیگر قرار دارند. اما تراز کردن آینه‌ها به روش کاملاً موازی دشوار خواهد بود. زیرا انحراف اندک از هندسه موازی باعث می‌شود تا پرتو لیزر پس از چند بازتاب، از محور کاواک دور شود. بنابراین به دلیل سختی در موازی‌سازی، این نوع کاواک به‌ندرت در لیزرهای مقیاس بزرگ استفاده می‌شود. این مشکل برای آینه‌هایی با فاصله کمتر از یک سانتی متر کاهش می‌یابد. زمانی که یک تشدیدگر اپتیکی متشکل از دو آینه با شعاع انحنای R_1 و R_2 ، که برابر با نیمی از طول حفره ($R_1 = R_2 = L/2$) باشد، یک هم‌مرکز^۲ یا تشدیدگر کروی^۳ حاصل می‌گردد. این نوع کاواک، یک حد پراش پرتو در وسط کاواک ایجاد کرده و قطر پرتوهای بزرگ در آینه‌ها تمام روزه آینه را پر می‌کند. مشابه آن کاواک نیمه کروی^۴ است که یک آینه صاف و یک آینه با شعاع انحنای برابر با L را در برمی‌گیرد. با این حال در تشدیدکننده هم‌کانونی^۵، آینه‌های کروی با شعاعی برابر طول کاواک ($R_1 = R_2 = L$) به کار می‌رود و از آن برای طول‌موج‌های میلی‌متری استفاده می‌کنند. به شرط آن که مرکز انحنای یکی از آینه‌ها روی سطح دیگری قرار گیرد، عملکرد هم‌کانونی روی می‌دهد. با این حال تراز کردن آینه‌های این تشدیدگر بسیار ساده انجام می‌شود. از طرفی کاواک مقعر-محدب^۶ یک آینه محدب با شعاع انحنای منفی دارد. این طراحی فاقد تمرکز پرتو داخل کاواک بوده و در لیزرهای پر قدرت بسیار مفید است [۱۹].

^۱ Plane-parallel

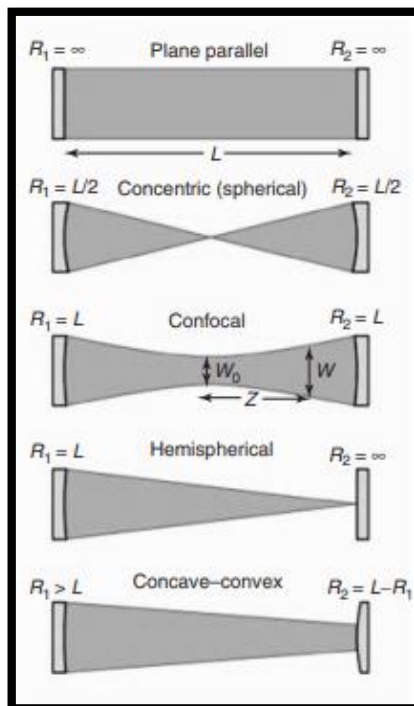
^۲ Concentric

^۳ Spherical resonator

^۴ Hemispherical

^۵ Confocal resonator

^۶ Concave-convex cavity

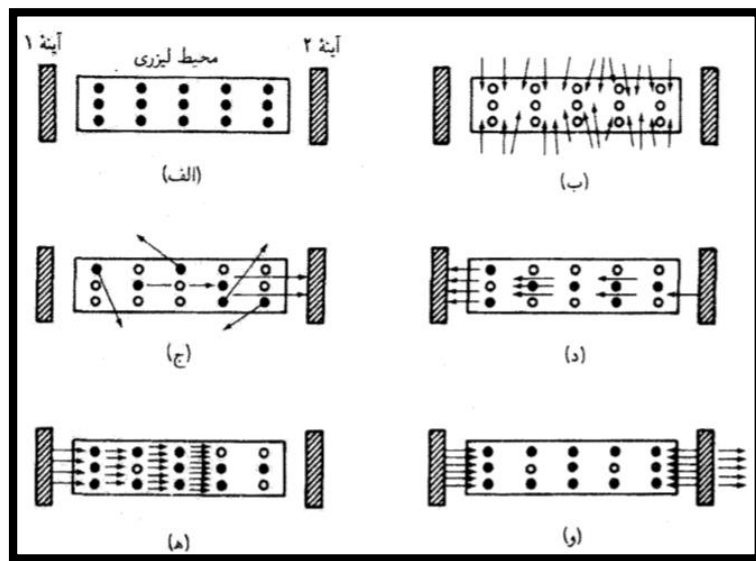


شکل ۱-۴: هندسه‌های مختلف تشدیدکننده‌های نوری پایدار [۲۰].

۱-۶ سازوکار لیزر

تقویت نور و خروجی لیزر توسط برهم‌کنش میان اتم‌ها و مولکول‌های محیط فعال با میدان الکترومغناطیسی منبع پمپاژ حاصل می‌شود. انرژی یا فوتون‌های خروجی دارای فرکانس، فاز، جهت پلاریزاسیون و جهت انتشار یکسان هستند. این موجب تقویت نور شده و نور لیزر همدوس تولید می‌کند. از طرفی فرآیند گسیل القایی برای لیزر مهم است که در آن نیاز به وارونگی جمعیت می‌باشد [۷]. در غیر این صورت، نور عبور کننده از محیط لیزری تضعیف خواهد شد [۱۷]. برای جلوگیری از تضعیف شدن نور عبوری از محیط لیزر باید انرژی خیلی سریع به اتم داده شود، زیرا وقتی اتم به ترازهای بالاتر صعود می‌کند در حدود چند هزارم ثانیه بعد به تراز پایه برمی‌گردد [۱۰]. حال اگر تعداد اتم‌ها در تراز E_1 و E_2 به ترتیب برابر با N_1 و N_2 باشد، زمانی که $N_2 > N_1$ است وارونگی جمعیت ایجاد شده است

[۸].



شکل ۵-۱: تحول مرحله به مرحله کاواک تشدیدگر نوعی، الف) لیزر خاموش، ب) پمپ محیط فعال لیزر (دمش لیزری)، ج) گسیل خود به خودی و القایی، د) شروع تقویت نور، ه) ادامه تقویت نور، و) تثبیت لیزر [۱۷].

شکل ۵-۱، فرآیند گسیل القایی را برحسب رفتار اتم‌ها در محیط فعال و جمعیت فوتون در کاواک تشدیدگر نشان می‌دهد. در قسمت (الف) بیشتر اتم‌ها در محیط فعال در حالت پایه قرار دارند. این حالت با نقاط سیاه نشان داده شده است. سپس انرژی خارجی به محیط در قسمت (ب) دمیده می‌شود و بیشتر اتم‌ها به ترازهای برانگیخته می‌روند. که دایره‌های سفید نمایانگر حالات برانگیخته هستند. به طوری که فرآیند تقویت نور در قسمت (ج)، زمانی که برخی از اتم‌های برانگیخته به حالت پایه خود می‌روند شروع می‌شود. در این حالت که گسیل خود به خودی است، اتم‌ها به صورت کاتوره‌ای در تمام جهات انتشار می‌یابند. برخی از فوتون‌ها که در راستای لیزر (عمود به آینه‌ها) در حال حرکت هستند، در صورت وجود انرژی مناسب، مرحله گسیل القایی آغاز گشته و با انتقال این انرژی به دیگر اتم‌هایی که در حالت برانگیخته‌اند، دو فوتون در راستای لیزر ساطع می‌گردد. لذا تعداد زیادی فوتون هم‌دوس در بین آینه‌ها به سمت عقب و جلو بازتابیده خواهد شد. این فرایند که در قسمت (د) و (ه) نشان داده شده است، تا زمانی که اتم‌های برانگیخته و فوتون‌های انرژی تشدیدی در کاواک وجود داشته باشند، ادامه می‌یابد. البته آینه خروجی ۲ تا حدی شفاف بوده (دارای حدوداً ۵٪ عبور) و تعدادی فوتون از آن عبور می‌کنند. این فوتون‌ها باریکه خروجی لیزر را در قسمت (و) تشکیل داده و فوتون‌هایی که بازتابیده

شدند، مجدداً حرکت رفت و برگشت را انجام می‌دهند. این فرآیند تولید اشعه لیزر، تا وقتی که برای برانگیختن اتم‌ها و حفظ وارونی جمعیت، انرژی کافی به محیط فعال برسد ادامه می‌یابد. لیکن طول موج نور خروجی لیزر با اختلاف میان تراز حالت شبه پایدار و تراز انرژی پایین تر محیط فعال متناظر است [۷،۱۸،۲۱].

۷-۱ انواع لیزر

انواع لیزر و راه‌های استفاده از آن‌ها زیاد و متنوع‌اند. لذا با توجه به ماده فعالشان نام‌گذاری می‌شوند. با در نظر گرفتن طبیعت فیزیکی ماده فعال، لیزرها را به چهار نوع لیزرهای آلائیده شده با عایق، لیزرهای نیمه‌هادی، لیزرهای گازی و لیزرهای رنگی تقسیم‌بندی می‌کنند [۲۲]. طبق شکل ۱-۶ خروجی لیزرها به صورت پیوسته^۱ (مانند لیزر دی‌اکسید کربن و آرگون) یا پالسی^۲ (مانند لیزر FPPDL^۳) می‌باشد [۲۱]. مدت زمان لیزرهای پالسی کوتاه‌تر از زمان ارتعاش حرارتی مولکولی (حدوداً ۱۰ ps) می‌باشد و کاربرد این پالس‌ها از دو ویژگی آن‌ها نشأت می‌گیرد:

۱) مدت زمان بسیار کوتاه آن‌ها که می‌تواند علاوه بر به حداقل رساندن انتقال حرارت به هدف، برای القا و اندازه‌گیری پدیده‌های فوق سریع با طول پالس fs (و اخیراً با صدها آتوثانیه^۴) مورد استفاده قرار گیرد.

۲) این پالس‌ها دارای میدان الکتریکی و مغناطیسی با انرژی بیشتر از انرژی یونیزاسیون اتم‌های محیط هستند که این منجر به یونیزاسیون بیشتر اتم‌ها شده و ساختار مواد محیط را تغییر می‌دهد. الکترون‌های

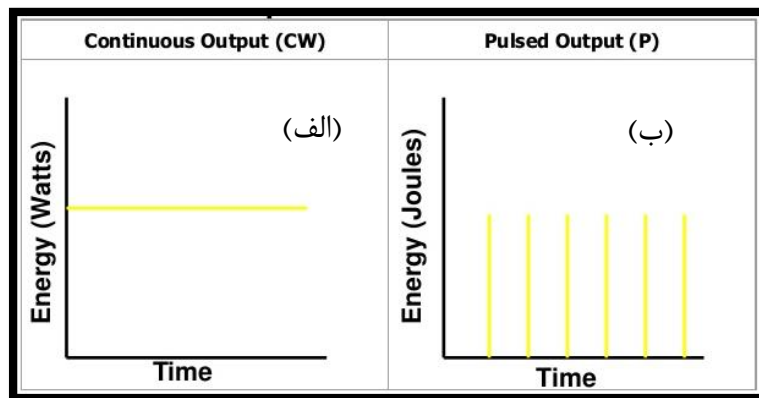
^۱ Continuous (CW)

^۲ Pulsed (P)

^۳ Flashlamp pumped pulsed dye laser

^۴ Attosecond

آزاد تولید شده نیز می‌توانند توسط میدان الکترومغناطیسی با انرژی های بالا، حتی در رژیم نسبیتی وارد شوند [۲۳].



شکل ۱-۶: خروجی لیزرها به صورت، الف) پیوسته، ب) پالسی می‌باشد [۱۳].

یک روش برای تمایز بین لیزرها برحسب طول موج آن‌ها می‌باشد. از آنجایی که نور سفید تجمعی از رنگ‌ها با طول موج‌های خاص است، لذا هرچه میزان طول موج کمتر باشد، تمایل به رنگ آبی بودن بیشتر می‌شود [۲۴]. لیکن طیف نوری قابل مشاهده از حدود 750 nm برای قرمز تیره، تا بنفش تیره در حدود 380 nm گسترش می‌یابد. بنابراین طول موج‌های 1310 nm و 1550 nm در ارتباطات کاربرد دارند و در طیف مادون قرمز هستند، که برای چشم انسان نامرئی می‌باشند [۱۶]. به عنوان مثال پرتو تولید شده توسط لیزر دی‌اکسید کربن و لیزرهای نئودیم با چشم انسان دیده نخواهد شد، زیرا در قسمت طیف مادون قرمز است. از طرفی لیزرهای یاقوت^۱ یا هلیوم نئون با نور قرمز و لیزر آرگون با نور سبز و آبی که در ناحیه طیف مرئی هستند، مشاهده می‌شوند. اما خروجی لیزر کریپتون فلوراید در طول موج 248 nm در محدوده امواج فرابنفش قرار دارد و به صورت مستقیم تشخیص داده نمی‌شود [۱۴]. درجهایی که تابش لیزر باعث ایجاد صدمه می‌شود، با فرآیندهای حرارتی^۲، صوتی-حرارتی^۳ و شیمیایی-حرارتی^۴ همراه است. درجهای که هریک از این مکانیسم‌ها باعث خسارت می‌شوند بستگی به

^۱ Ruby

^۲ Thermal

^۳ Thermo-acoustic

^۴ Thermo-chemical

مشخصات چشمه لیزر مانند طول موج، زمان پالس، توان، اندازه تصویر و چگالی انرژی دارد [۲۲]. امروزه لیزر در پردازش مواد^۱ (برشکاری، جوشکاری، مته کاری و عملیات حرارتی^۲)، پزشکی، نشانه گذاری و حکاکی^۳، تولید قطعات ریز^۴، طیف نگاری لیزری^۵، تسلیحات^۶، مخابرات^۷، پردازش اطلاعات^۸، حسگری اپتیکی^۹، گستره یابی اپتیکی^{۱۰}، ذخیره سازی اپتیکی^{۱۱}، چاپگرها و تکثیرکننده ها^{۱۲}، هولوگرافی^{۱۳}، تراز کردن^{۱۴} و سرگرمی و نمایش^{۱۵} کاربرد دارد [۱۷].

۸-۱ پلاسما

پلاسما به گاز یونیزه ای اطلاق می شود که دارای ویژگی های شبه خنثایی و رفتار جمعی می باشد. ۹۹٪ ماده جهان در حالت پلاسما است [۲۵].

^۱ Materials processing

^۲ Heat treating

^۳ Marking and scribing

^۴ Microfabrication

^۵ Laser spectroscopy

^۶ Weaponry

^۷ Communication

^۸ Information processing

^۹ Optical sensing

^{۱۰} Optical ranging

^{۱۱} Optical storage

^{۱۲} Printers and copiers

^{۱۳} Holography

^{۱۴} Alignment

^{۱۵} Entertainment and display

۹-۱ تاریخچه پلاسما

در دهه‌های ۲۰ و ۳۰، چندین محقق به‌صورت جداگانه، مطالعه آنچه را که امروزه فیزیک پلاسما می‌نامند آغاز کردند. این کار عمدتاً سبب درک: (۱) تأثیر پلاسمای یونوسفر در انتشار مسافت‌های طولانی موج رادیویی کوتاه (۲) تیوب‌های^۱ گازی الکترونی که برای بهبود، سوئیچینگ استفاده شده بود، شد. در دهه ۴۰ هانس آلفن^۲ نظریه‌ای از امواج هیدرو مغناطیسی (که امروزه امواج آلفون نامیده می‌شود) ارائه داد و پیشنهاد کرد که این امواج در پلاسمای اخت‌فیزیکی کاربرد دارند. در اوایل دهه ۵۰ میلادی تحقیقات مقیاس بزرگ فیزیک پلاسما مبتنی بر انرژی همجوشی هسته‌ای به‌طور هم‌زمان در ایالات متحده آمریکا، انگلیس و اتحاد جماهیر شوروی آغاز شد. پیشرفت این موضوع در دهه ۶۰ کند بود، اما در اواخر آن دهه، پیکربندی توکامک روسی که به‌طور تجربی توسعه یافته بود، تولید پلاسما را با پارامترهایی به مراتب بهتر از نتایج ضعیف دو دهه قبلی آغاز کرد. در دهه‌های ۷۰ و ۸۰ بسیاری از توکامک‌ها با عملکرد به تدریج بهبود یافته ساخته شده‌اند. هم‌زمان با تحقیق بر همجوشی هسته‌ای، یک مطالعه به همان اندازه مهم و گسترده از پلاسمای فضا^۳ انجام شد. اندازه‌گیری پلاسمای فضایی نزدیک زمین مانند شفق قطبی و یونوسفر از اواخر قرن نوزدهم توسط ابزارهای زمینی به دست آمده بود. اما در دهه ۹۰ مطالعات روی پلاسمای غباری^۴ آغاز شد. دانه‌های غبار غوطه‌ور شده در یک پلاسما می‌توانند بار الکتریکی داشته باشند و به عنوان یک نوع ذره باردار اضافی عمل کنند. از آنجاکه دانه‌های گردوغبار در مقایسه با الکترون یا یون بزرگ هستند می‌توانند به روش‌های مختلف باردار شوند. در دهه‌های ۸۰ و ۹۰ نیز در مورد پلاسمای غیر خنثی^۵ تحقیقاتی انجام شد. علاوه بر فعالیت‌های فوق، تحقیقات مداوم

^۱ Tubes

^۲ Hannes Alfvén

^۳ Space plasmas

^۴ Dusty plasmas

^۵ Non-neutral plasmas

در مورد کاربرد پلاسما در صنعت مانند آرک^۱، مشعل‌های پلاسما^۲ و لیزر پلاسمایی ادامه داشته است. به‌طور خاص، تقریباً ۴۰٪ از فولاد تولید شده در ایالات متحده در کوره‌های قوس الکتریکی عظیم بازیافت می‌شود که قادر است در عرض چند دقیقه بیش از ۱۰۰ تن فولاد قراضه را ذوب کند. نمایشگرهای پلاسما برای تلویزیون‌های صفحه تخت استفاده می‌شوند و البته پلاسمای زمینی مانند صاعقه نیز وجود دارد [۲۵].

۱-۱۰ ویژگی‌های پلاسما

در حالت کلی در طبیعت ماده به چهار حالت جامد، مایع، گاز و پلاسما وجود دارد. تفاوت این حالت‌ها مربوط به قدرت انرژی پیوندی بین ذرات آن‌هاست. همانطور که بیان شد، پلاسما یک گاز شبه خنثی از ذرات باردار و خنثی است که رفتار جمعی از خود نشان می‌دهد. به دلیل وجود تعداد زیادی از یون‌های منفی و مثبت و همچنین الکترون‌های پرانرژی دارای یک محیط بانرژی بالا و رسانندگی الکتریکی می‌باشیم. این ممکن است به اندازه کافی دقیق به نظر برسد، اما اصطلاحات نسبتاً مبهم "شبه خنثی" و "رفتار جمعی" نیاز به توضیح بیشتر دارد. پلاسما "شبه خنثی" است یعنی تا حدی خنثی هست که چگالی الکترون‌ها و یون‌ها تقریباً برابر بوده و به‌عنوان چگالی پلاسما در نظر گرفته می‌شود ولی درعین حال تمام نیروهای الکترومغناطیسی حذف نمی‌شوند. خاصیت دوم، رفتار "جمعی" که به دلیل طبیعت دوربرد پتانسیل کولنی $1/r$ به وجود می‌آید، یعنی حرکاتی که به شرایط موضعی^۳ و حالت پلاسما در مناطق دور بستگی دارد [۲۶]. لذا پلاسما حفاظی در مقابل با پتانسیل‌های الکتریکی خارجی ایجاد می‌کند. محدوده‌ای که در آن به دلیل وجود بار، پتانسیل مذکور ایجاد می‌گردد با پوشش بار

^۱ Arcs

^۲ Plasma torches

^۳ Local disturbances

مخالف اثر پتانسیل خنثی می‌شود. از طرفی گستردگی این حفاظ تا ناحیه‌ای از فضا می‌باشد که در آن انرژی جنبشی ذرات برابر با انرژی پتانسیل الکتریکی در آن نقطه باشد. درواقع طول دبای اندازه‌ای از شعاع حفاظ یا ضخامت غلاف است. در نتیجه خاصیت شبه خنثایی و رفتار جمعی در پلاسما به ترتیب با شرایطی که طول دبای بسیار کوچک‌تر از طول محیط پلاسما موجود و تعداد ذرات در حفاظ دبای بسیار بزرگ‌تر از یک باشد بیان می‌شود. علاوه بر دو شرط قبلی، برای یک پلاسما باید $\omega_p \tau > 1$ باشد که ω_p فرکانس نوسانات پلاسما و τ زمان متوسط بین برخوردها با اتم‌های خنثی است، برای مثال گاز یونیزه ضعیف در خروجی یک جت مشخصه‌های پلاسما را ندارد زیرا ذرات باردار با اتم‌های خنثی آنقدر برخورد می‌کنند که حرکت آن‌ها توسط نیروهای هیدرودینامیک معمولی تعیین می‌شود نه توسط نیروهای الکترومغناطیسی [۲۵، ۲۷]. بنابراین در پلاسما نیروهای الکترومغناطیسی عامل تعیین کننده حرکت ذرات هستند و دارای اهمیت بیشتری نسبت به برخورد با ذرات خنثی برخوردار می‌باشند.

۱-۱۱ پیشینه تحقیق

پدیده خود کانونی ناشی از اثر اپتیکی کر در سال ۱۹۶۰ با مشاهده فیلامان و پهن‌شدگی طیفی (طیف نور قرمز) توسط رنتجس^۱ و همکاران گزارش شد [۲۸]. پس از آن در سال ۱۹۶۴، هرچر^۲ برای اولین بار با متمرکز کردن یک پرتو لیزر Q سوئیچ شده توانست فیلامان را در اجسام جامد مشاهده کند. همچنین در سال ۱۹۹۵ براون و همکارانش^۳ ایجاد کانال برای انتشار توسط خود پالس لیزر^۴ را در هوا با توان لیزر GW برای مسافت بیشتر از $20m$ بررسی و مشاهده کردند. خود هدایت‌گری در سال ۱۹۹۵

^۱ Reintjes

^۲ Hercher

^۳ Braun et al

^۴ Self-channeling

برای اولین بار توسط براون^۱ و همکارانش هنگامی که فیلامان نوری (رشته نورانی طولانی با قطر باریک و پهنای کم) کشف شد، مطرح گردید. برای توضیح این که چگونه پالس لیزر fs قادر به حفظ خصوصیات و قطر^۲ خود در مسیرهای طولانی است (فراتر از طول ریلی)، آن‌ها پیشنهاد کردند که پراش خطی و واگرایی ناشی از پلازما توسط پدیده خود کانونی متعادل شود [۲۹]. سپس علی جوان و کلی^۳ در سال ۱۹۹۶، ویژگی‌های اندازه، شدت قله و چگالی الکترون‌های تولیدشده در فرآیند مذکور را مطالعه کردند [۳۰]. در سال ۲۰۰۴، نشان داده شد فیلامانی که در محیط غیرخطی با جذب چند فوتونی شکل می‌گیرد یک موج مخروطی می‌باشد [۳۱]. همچنین در سال ۲۰۱۷، خود هدایت‌گری پالس‌های لیزر فوق کوتاه در فواصل طولانی به صورت تجربی بررسی شد [۳۲]. سپس انتشار پالس‌های لیزر در فواصل طولانی در هوا به صورت تئوری تحلیل گردید [۳۳]. این مدل یک واکنش شبه پایدار از مولکول‌های هوا را نشان می‌دهد که به دلیل انتشار پالس‌های لیزر fs پرشدت در هوا وجود دارد [۳۴]. به همین دلیل بررسی خود هدایت‌گری پالس‌های خیلی کوتاه در مسیرهای طولانی مورد توجه زیادی قرار گرفته است زیرا در کانال‌های صاعقه، LIDAR، تولید پیوستار نور سفید پر قدرت، سنجش از راه دور و فشرده‌سازی پالس‌های نوری کاربرد دارد [۳۵]. از این روی همان گونه که بیان شد در این تحقیق به بررسی پدیده خود هدایت‌گری پالس لیزر در گاز زمینه با فشار اتمسفری پرداخته می‌شود. ساختار تحقیق به صورت زیر است:

در فصل دوم، به بررسی فیزیک انتشار پالس در محیط پرداخته می‌شود. در فصل سوم خود هدایت‌گری پالس لیزر در هوا بررسی می‌شود که شامل نحوه حل معادلات مربوطه با استفاده از روش SDE^۴ و به دست آوردن معادلات حاکم بر تغییرات قطر پالس لیزر است. در فصل چهارم نتایج عددی حاصل از حل معادلات مذکور ارائه و تحلیل شده است.

^۱ Braun

^۲ Spot size

^۳ Kelley

^۴ Source dependent expansion

فصل ۲. بررسی انتشار پالس لیزر در هوا

۱-۲ مقدمه

دانشمندان مدت زمان زیادی برای درک ماهیت نور تلاش کردند و به جنبه‌های گوناگون آن علاقه‌مند شدند که بسیاری از آن‌ها بعد از قرن‌های متمادی درک شده‌اند. با وجود این شکست و بازتاب توسط یونانیان شناخته شده بود، حتی زمانی که اثرات آن قابل توضیح نبود [۳۶]. از سال ۱۶۷۰ تا ۱۶۷۲ نیوتن درزمینه‌ی نورشناختی تحقیقات بسیاری انجام داده است که در این مدت او شکست نور را بررسی و نشان داد یک منشور می‌تواند نور سفید را به طیف‌های رنگی مختلف تجزیه کند و با یک عدسی و منشور دوم توانست طیف‌های چندرنگ مختلف را دوباره به نور سفید بازگرداند. همچنین او با جدا کردن یک پرتو رنگی و تاباندن آن بر روی اشیاء مختلف، نشان داد که اشیاء رنگی خاصیت آن را تغییر نمی‌دهند و تأکید کرد که پرتو نور با بازتاب و پراکنده شدن از سطح اجسام به همان رنگ باقی می‌ماند. بنابراین اجسام نور تولید نمی‌کنند. در سال ۱۷۰۴ نیوتن مقاله اپتیک را نوشت و در آن نظریه نور ذره‌ای را بیان کرد. اپتیک شاخه‌ای از فیزیک است که رفتار، خواص انواع نور مرئی، ماوراءبنفش و مادون‌قرمز را و نیز برهم‌کنش آن‌ها با ماده را مورد بررسی قرار می‌دهد [۳۷]. اپتیک در حالت کلی به سه دسته هندسی، موجی و کوانتومی طبقه‌بندی می‌شود.

۲-۲ معادلات ماکسول

در اپتیک موجی برای بررسی انتشار امواج الکترومغناطیسی از معادلات ماکسول استفاده می‌شود. معادلات ماکسول از معادلات بنیادی نظریه الکترومغناطیس هستند که شامل قانون گاوس در الکتریسیته، عدم وجود تک قطبی مغناطیسی، قانون القای فارادی و قانون آمپر می‌باشند و به‌طور کلی در سیستم گاوسی به‌صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi\rho \quad (1-2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2-2)$$

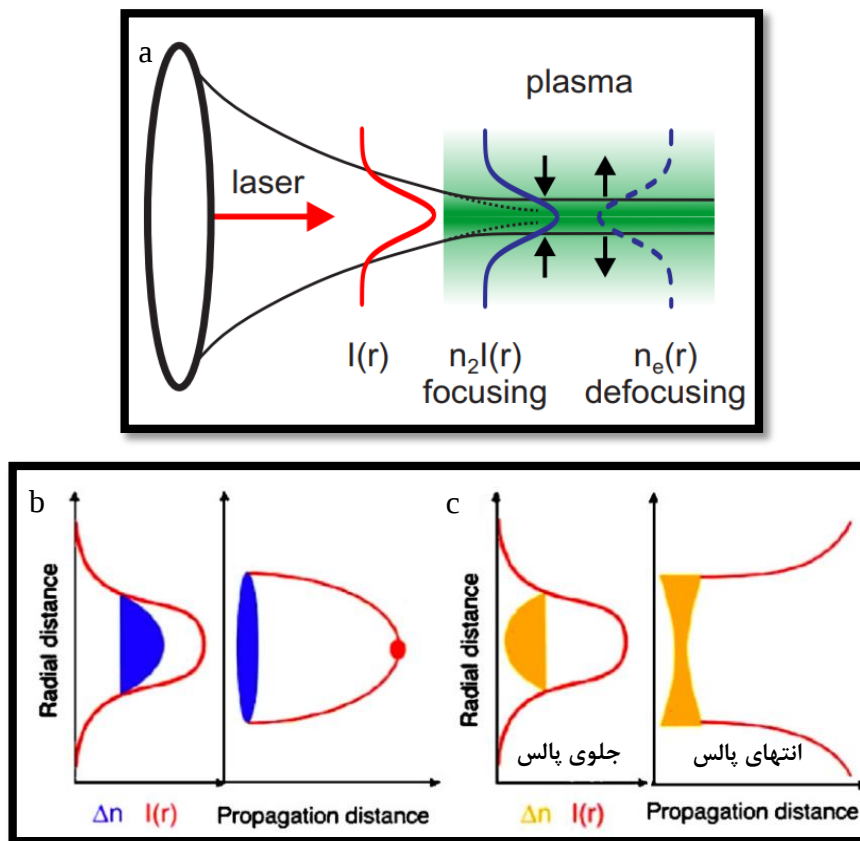
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3-2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{J} \quad (4-2)$$

۳-۲ فیزیک انتشار پالس لیزر در گاز

همان گونه که بیان شد انتشار پرتو لیزر در گاز به دلیل شدت بالا، توأمان با بروز پدیده های غیرخطی است که می تواند انتشار پرتو لیزر را در چند طول ریلی محدود کند. اما هدف این است که پرتو لیزر در طول محور انتشار بیش از چندین متر انتشار یابد. لذا برای هدایت پرتوی لیزر بدین شکل باید تعادل بین اثر خود کانونی ناشی از اثر اپتیکی کر و واگرایی ناشی از تولید پلاسما صورت پذیرد تا پرتو لیزر تا فواصل طولانی منتشر شود. در این صورت فیلامان نوری ایجاد می شود و در واقع اصطلاح فیلامان معرف رشته نورانی طولانی با قطر باریک و پهنای کم در مسافت هایی طولانی تر از طول ریلی است که هدایت را بدون هر سازوکار خارجی حفظ می کند [۳۸]. همچنین ایجاد فیلامان را می توان با کنترل قطر اولیه پرتو و مدت زمان پالس دست کاری کرد. نیز یک فیلامان را می توان به عنوان حامل برای سایر منابع نوری که برای انتشار در مسافت های طولانی در جو مناسب نیستند، مورد استفاده قرارداد [۳۹]. زمانی که یک پالس لیزر خیلی کوتاه با شدت زیاد در هوا انتشار می یابد، تغییرات ضریب شکست ناشی از نور منجر به خود کانونی شدن پرتو می شود (با شروع خود کانونی قطر پرتو کاهش و شدت پرتو افزایش می یابد). اگر توان خود کانونی با پراش خطی با یکدیگر به تعادل برسند به آن توان بحرانی گفته می شود [۴۰]. هنگامی که توان قله پالس بیشتر از توان بحرانی برای خود کانونی باشد، خود کانونی بر پراش خطی طبیعی غلبه کرده و به سمت یک منطقه با شدت بالا می رود و مولکول های هوا را یونیزه (به شکل

کانالی، چند فوتونی یا هردو) می‌کند. این مسئله منجر به تولید پلاسما شده که ضریب شکست را کاهش داده و پالس را واگرا می‌کند. لذا کانال‌های پلاسمایی بعد از چند ns از انتشار پالس لیزر در هوا تشکیل می‌شوند [۴۰-۴۱].



شکل ۱-۲: (a) فیلامان لیزر، (b) خود کانونی پالس لیزر از طریق افزایش ضریب شکست ($\eta_2 I$) موجب همگرایی پالس لیزر می‌شود و (c) پلاسما مانند لنز واگرا عمل کرده و با کاهش ضریب شکست ($n_e/2 n_c$) اثر خودکانونی را خنثی می‌کند. $(\eta = \eta_0 + \eta_2 I - n_e/2 n_c)$ [۴۲-۴۳].

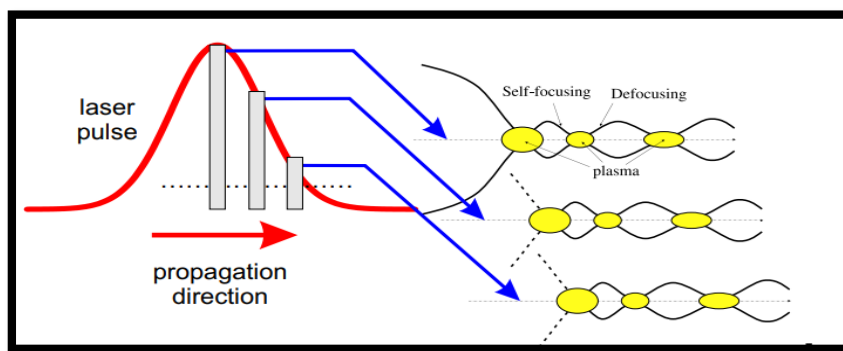
تعادل بین واگرایی و همگرایی فیلامان پالس لیزر در شکل ۱-۲ به‌وضوح دیده می‌شود. با در نظر گرفتن این شکل قسمت جلویی پالس، پلاسمای الکترونی را تولید و انتهای پالس را واگرا می‌کند. این واگرایی در ناحیه‌ای به‌صورت موضعی و به‌موقع اعمال می‌شود که تقارن را در پروفایل مکانی پالس برهم می‌زند [۴۳]. از طرفی شدت فشردگی بالا داخل یک فیلامان لیزر نه‌تنها مولکول‌های هوا را یونیزه می‌کند بلکه مولکول‌ها و یون‌ها را در حالات برانگیخته‌ی بالا قرار می‌دهد و منجر به فلورسانس می‌شود

[۴۱]. در فیلامان، بسیاری از فرآیندهای غیرخطی با یکدیگر رقابت می کنند. به طوری که در طول انتشار،

پالس لیزر خود را در فضا و زمان سازمان دهی می کند [۳۹].

شکل ۲-۲ خصوصیات یک باریکه شدت بالای متمرکز را در راستای انتشار نشان می دهد که توسط پلاسما واگرا می گردد، سپس در منطقه ای با پلاسمای کمتر دوباره متمرکز و کل فرآیند تکرار می شود. خود هدایت گری شکل پالس را به طور قابل ملاحظه ای تغییر داده و پراکندگی، خود مدولاسیون فازی

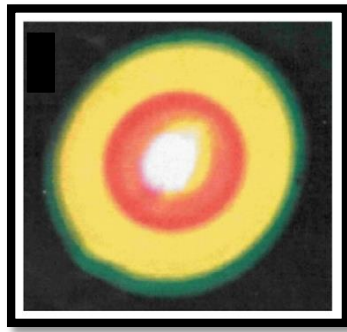
و تیزشدگی^۱ پالس در این فرآیند نقش دارند [۴۲-۴۴].



شکل ۲-۲: یک تصویر ساده سازی شده از متمرکز شدن متحرک [۴۲].

یکی دیگر از پدیده هایی که در انتشار پالس های پر شدت به وقوع می پیوندد، تولید نور سفید می باشد. بطوری که از یک رژیم انتشار غیرخطی خاص برای پالس های لیزری با توان بسیار بالا نشأت می گیرد و در آن بخش قابل توجهی از انرژی پرتو خود را به یک کانال نازک نوری با طولی بسیار طولانی تر از طول ریلی هدایت می کند [۴۵]. شکل ۲-۳ انتشار مخروطی در یک پالس خود هدایت شونده را نشان می دهد. به طوری که پرتو نور سفید ایجاد شده در فیلامان از یک قسمت مرکزی سفید رنگ تشکیل شده است و توسط یک انتشار رنگ مخروطی شکل، شبیه رنگین کمان احاطه شده است [۴۳].

^۱ Self steepening



شکل ۲-۳: انتشار مخروطی در هدایت‌گری پالس را نشان می‌دهد که نور سفید هسته فیلامان است و بقیه حلقه‌های نیوتن می‌باشند [۴۳، ۴۶].

می‌توان انتشار یک فیلامان در محیط غیرخطی را از طریق حل عددی معادلات مربوطه مورد بررسی قرارداد. در رژیم اپتیک غیرخطی انواع مختلفی از معادلات همانند معادلات ماکسول روبه‌جلو^۱، معادله پوش غیرخطی^۲ و معادله شرودینگر غیرخطی^۳ در شبیه‌سازی‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند و این معادله‌ها را معادلات انتشار پالس لیزر در یک‌جهت می‌نامند^۴ [۳۸].

۲-۴ اثر یونیزاسیون در انتشار پالس لیزر در هوا

در هنگام انتشار پالس لیزر پرشدت در هوا، پدیده یونیزاسیون در سه مرحله به شکل زیر رخ می‌دهد و پلاسما تشکیل می‌شود :

(۱) الکترون‌های تراز آخر اتم‌ها با انرژی یونیزاسیون پایین به راحتی می‌توانند چند الکترون آزاد با انرژی جنبشی اولیه در قسمت جلویی پالس فراهم آورند.

^۱ Forward Maxwell's Equation

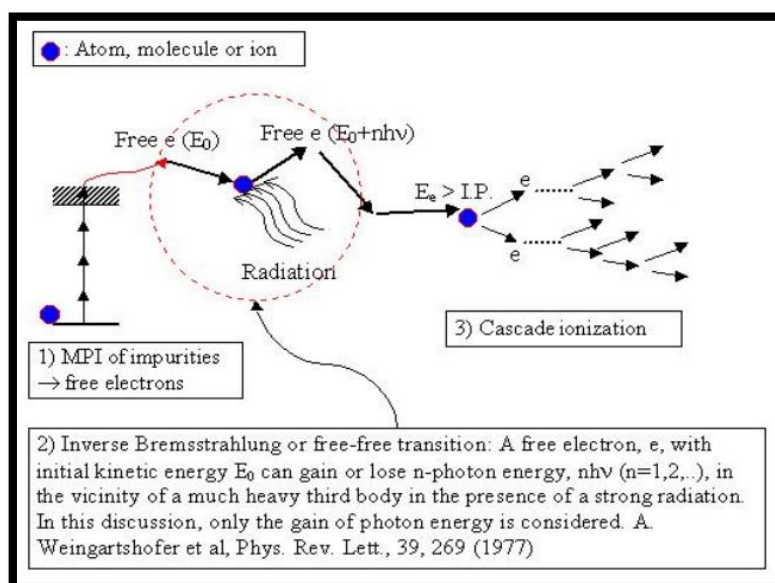
^۲ Nonlinear Envelop Equation

^۳ Non-linear Schrödinger Equation

^۴ Unidirectional Pulse Propagation Equation

(۲) الکترون‌های آزاد در میدان لیزر قادر به جذب n فوتون ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) هنگام برخورد (پراکندگی) با یک ذره بسیار سنگین‌تر هستند و ذرات سنگین در حین برهم‌کنش تکانه را حفظ می‌کنند. این فرآیند را تابش ترمزی معکوس^۱ یا گذار آزاد-آزاد^۲ می‌گویند.

(۳) پس از یک یا چند فرآیند تابش ترمزی معکوس، الکترون آزاد می‌تواند انرژی جنبشی E_e بیشتر از انرژی یونیزاسیون مولکول / اتم گاز را به دست آورد. برخورد بعدی باعث بیرون انداختن یک الکترون اضافی از مولکول / اتم و ایجاد دو الکترون با انرژی کم خواهد شد. آن‌ها قبل از هر بار تولید جفت الکترون، تا زمانی که گاز کاملاً یونیزه شود مراحل مشابهی را طی می‌کنند که به آن یونیزاسیون آبشاری^۳ یا بهمنی^۴ گفته می‌شود و این فرآیند پلاسما تولید می‌کند که در شکل ۲-۴ نشان داده شده است [۴۷-۴۸].



شکل ۲-۴: تصویر فروشکست القایی لیزر [۴۷].

^۱ Inverse Bremsstrahlung

^۲ Free-Free transition

^۳ Cascade ionization

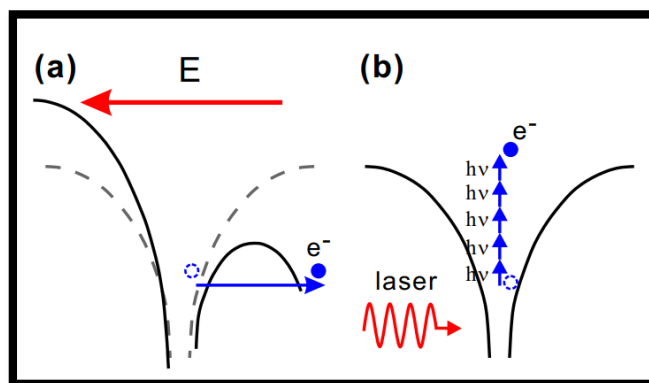
^۴ Avalanche ionization

فوتو یونیزاسیون شامل یونیزاسیون کانالی و چند فوتونی هست [۴۰]. در سال‌های ۱۹۶۳-۱۹۶۴ کلدیش^۱ مقاله‌ای در مورد تئوری یونیزاسیون اتم‌ها در میدان‌های لیزر با شدت بالا ارائه داد. او با توصیف پارامتر γ بین یونیزاسیون چند فوتونی و تونل زنی تمایز ایجاد کرد:

$$\gamma_k = \sqrt{\frac{U_{ion}}{2U_P}} \quad (۵-۲)$$

که در این معادله U_P و U_{ion} به ترتیب انرژی یونیزاسیون و انرژی پاندرموتیو^۲ هستند [۳]. در این رابطه اگر $\gamma_k \gg 1$ باشد، یونیزاسیون چند فوتونی^۳ (MPI) و زمانی که $\gamma_k \ll 1$ یونیزاسیون کانالی^۴ اتفاق می‌افتد.

در خلال سال‌های ۱۹۶۰-۱۹۸۰ تنها شرط $\gamma_k \gg 1$ در تمام آزمایشات با استفاده از پالس‌های طولانی (ns یا زیر ns) مشاهده شده بود، به‌طوری‌که اولین آزمایش بر روی MPI^۵ توسط دلن^۶ در سال ۱۹۶۵ انجام گرفت. پس‌از آن در سال ۱۹۷۰ گروه فرانسوی ساکلای^۷ تلاش کردند تا یونیزاسیون کانالی اتم‌ها را مشاهده کنند، اما نتایج منفی شد [۴۷].



شکل ۵-۲: مکانیسم‌های یونیزاسیون کانالی و چند فوتونی [۴۲].

^۱ Keldysh

^۲ Pondermotive Energy

^۳ Multiphoton ionization

^۴ Tunneling ionization

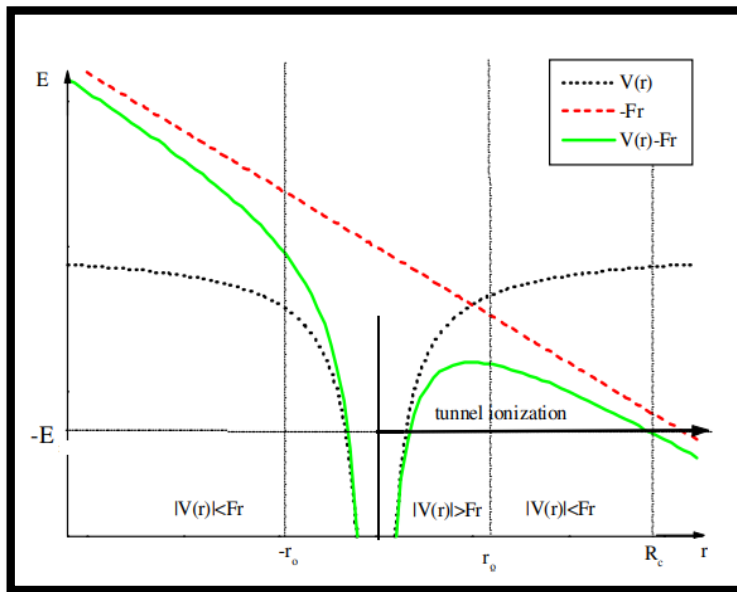
^۵ Multiphoton ionization

^۶ Delone

^۷ French Saclay group

مطابق شکل ۲-۵، MPI هنگامی اتفاق می‌افتد که چندین فوتون به‌طور هم‌زمان توسط الکترون جذب شوند و انرژی کافی برای غلبه بر انرژی یونیزاسیون را فراهم کنند. در هوا اولین مولکولی که یونیزه می‌شود گاز اکسیژن، با انرژی یونیزاسیون 12 eV است و فوتون‌ها در طول موج 800 nm هر یک دارای انرژی 1.55 eV $\hbar\omega \approx$ می‌باشند، در نتیجه ۸ فوتون برای غلبه بر انرژی یونیزاسیون کافی هست. همچنین گاز نیتروژن با انرژی یونیزاسیون 15.6 eV با ۱۱ فوتون یونیزه می‌شود [۴۰].

هنگامی که طول زمان پالس طولانی‌تر از زمان تونل زنی الکترون از میان سد پتانسیل اتم باشد یونیزاسیون در رژیم کانالی قرار می‌گیرد. این نوع یونیزاسیون برای لیزرهایی با فرکانس کم یا شدت میدان زیاد رخ می‌دهد [۴۲]. در این نوع یونیزاسیون، الکترون‌های موجود در یک اتم (یا یک مولکول) از سد پتانسیل عبور کرده و از اتم (یا مولکول) فرار می‌کنند. در یک میدان الکتریکی پرشدت، سد پتانسیل اتم (یا مولکول) به‌شدت دچار تغییر می‌شود. بنابراین، طول سدی که الکترون‌ها باید از آن عبور کنند کاهش می‌یابد و الکترون‌ها می‌توانند راحت‌تر اتم را ترک نمایند. یونیزاسیون کانالی یک پدیده مکانیک کوانتومی است، زیرا در تصویر کلاسیک الکترون انرژی کافی برای غلبه بر سد پتانسیل اتم را ندارد. در نتیجه یونیزاسیون ناشی از تونل زنی کوانتومی می‌باشد. در یونیزاسیون کلاسیکی، یک الکترون باید انرژی کافی برای غلبه بر سد پتانسیل را داشته باشد، اما در یونیزاسیون کوانتومی الکترون این اجازه را می‌یابد تا به دلیل ماهیت موجیش سد پتانسیل را بپیماید. در عمل، یونیزاسیون کانالی هنگامی اتفاق می‌افتد که اتم یا مولکول با پالس‌های لیزر قوی نزدیک مادون قرمز برهم‌کنش دارند. در این برهم‌کنش، یک الکترون پیوندی از طریق جذب بیش از یک فوتون انرژی به دست می‌آورد که اگر این انرژی جذب‌شده از میدان الکترومغناطیسی لیزر، بیشتر از انرژی کولنی باشد که الکترون را به هسته مقید می‌کند، در این صورت الکترون می‌تواند از سد پتانسیلی عبور کرده و خود را از هسته اتم جدا و سبب یونیزاسیون اتم شود [۴۴].



شکل ۲-۶: یونیزاسیون کانالی در میدان لیزر: در فواصل $r < r_0$ نمی‌توان پتانسیل ناشی از میدان الکتریکی لیزر $(-F_r)$ را نادیده گرفت، درحالی‌که در $r > r_0$ پتانسیل ناشی از میدان کولنی (V_r) نسبت به پتانسیل میدان لیزر ناچیز است. در $r = R_c$ الکترون از سد پتانسیل عبور می‌کند [۴۷].

در شکل ۲-۶ فرض شده است که انرژی جنبشی الکترون برابر با انرژی یونیزاسیون قبل از اعمال میدان خارجی هست، با فرض این‌که در آن پتانسیل کلاسیکی کولنی در امتداد محور یک‌بعدی r به سمت عقب و جلو حرکت می‌کند [۴۷].

فصل ۳ : خودمدایت کمری پالس لنیر در هوا

۳-۱ اپتیک خطی و غیر خطی

اپتیک غیر خطی، مطالعه برهم کنش نور شدید لیزر با ماده است، همچنین شامل پدیده‌هایی که در اثر تغییر و اصلاح ویژگی‌های نوری مواد در حضور نور رخ می‌دهند می‌باشد. پس از اختراع لیزر در سال ۱۹۶۰، تحقیقات در مورد اپتیک غیر خطی انجام شده است. در واقع، آغاز شاخه آن به کشف تولید هم‌هنگ دوم توسط فرانکن و همکارانش در سال ۱۹۶۱، بلافاصله بعد از به نمایش درآمدن نحوه کار اولین لیزر به وسیله میمن در سال ۱۹۶۰، برمی‌گردد. پاسخ مواد به یک میدان نوری مانند قطبش دی‌الکتریک و جذب، تقریباً با توجه به دامنه میدان، خطی می‌باشد. با این حال، اگر دامنه بزرگ باشد پاسخ از حالت خطی منحرف می‌شود. این انحرافات را معمولاً اپتیک غیر خطی می‌گویند. از آنجاکه تابش منسجم تولید شده توسط لیزرها را می‌توان در دامنه‌های مکانی، زمانی و طیفی محدوده بسیار باریکی متمرکز کرد، دامنه میدان اغلب بسیار بزرگ و اثرات غیر خطی نوری قابل توجهی رؤیت می‌گردد. در نتیجه زمانی که پاسخ سیستم به میدان نوری اعمال شده یک پاسخ غیر خطی باشد، پدیده‌های نوری غیر خطی اتفاق می‌افتد. به عنوان مثال، تولید هم‌هنگ دوم نتیجه بخشی از پاسخ اتمی هست که بستگی به توان دوم شدت میدان اعمال شده (به روی مواد) دارد. در نتیجه شدت نور تولید شده در هم‌هنگ دوم با شدت نور لیزر اعمال شده افزایش می‌یابد. اپتیک غیر خطی، انجام بسیاری از کارکردهایی که با اپتیک خطی و الکترونیک امکان‌پذیر نیست را ممکن می‌کند که شامل تغییر طول موج نوری با تولید هارمونیک، ترکیب فرکانس‌ها و تقویت و تولید تابش همدوس توسط فرآیندهای پارامتری هستند [۱، ۴۸].

۳-۲ معادله انتشار موج لیزر در هوا

پارامترهای انتشار پالس لیزر با ضریب شکست محیط تعیین می‌شوند. برای پالس‌های پرشدت با مدت زمان زیر ps، ضریب شکست محیط به شدت لیزر و دوره تناوب پالس بستگی دارد. همچنین اثر کر با سهم غیرخطی در ضریب شکست آشکار می‌شود که متناسب با شدت لیزر می‌باشد و اثر خود کانونی را ایجاد می‌کند. این اثر از یک پاسخ الکترونی خالص با یک‌زمان ثابت کمتر از یک fs و یک واکنش آهسته از حرکت هسته‌ای منشأ می‌گیرد. از این‌رو ضریب کر به مدت‌زمان پالس لیزر وابسته است. اگر مدت زمان پالس از زمان پاسخ رامن کوتاه‌تر باشد، فقط به پاسخ الکترونیکی (لحظه وار) الکترون‌ها کمک می‌کند. برانگیختگی اجزا مولکول‌های دورانی هوا توسط پراکندگی رامن می‌تواند منجر به تأخیر در پاسخ غیرخطی شود که در این حالت مدت‌زمان پالس با دوره دورانی مولکولی قابل قیاس می‌باشد. در نتیجه، پالس‌هایی که در مقایسه با دوره چرخش کوتاه هستند، یک ضریب شکست غیرخطی مؤثر کوچک‌تر را تجربه خواهند کرد. وابستگی ضریب شکست غیرخطی به مدت‌زمان پالس بر کانونی شدن، فیلامان شدن پالس لیزر و همچنین انتشار هدایت‌شده بعدی فیلامان‌ها تأثیر می‌گذارد. در محیط‌های گازی با مولکول‌های ناهمسانگرد، جهت‌گیری مولکول‌ها در پاسخ به میدان تابیده‌شده سهم عمده‌ای در شاخص غیرخطی دارا هستند. این فرآیندها، همراه با اثرات پراش، یونیزاسیون و واگرایی پلاسما نقش مهمی در انتشار هدایت‌شده فیلامان‌های لیزر و پلاسما دارند. به‌طور کلی اثر کر، برانگیختگی توسط پراکندگی رامن و یونیزاسیون پالس لیزر هدایت‌شده منجر به پهن‌شدگی قابل‌توجه طیفی و تولید نور سفید با کارایی مناسب می‌گردد [۴۳-۴۴].

طبق معادلات ماکسول در سیستم گاوسی که در بخش ۲-۲ فصل پیش بیان شد، شکل معادله موج برای انتشار لیزر با میدان الکتریکی $E(x,y,z,t)$ در هوا به‌صورت زیر است: (اثبات معادله در ضمیمه الف می‌باشد)

$$\left(\nabla_{\perp}^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) E = S_L + S_{NL} \quad (1-3)$$

که در آن c ، S_L و S_{NL} به ترتیب سرعت نور، پارامتر خطی و غیرخطی منبع هستند. راستای انتشار محور z در نظر گرفته می‌شود. در ادامه شکل کامل معادله موج در سه بعد را که شامل اثر پراش^۱، کاهش انرژی پالس لیزر به دلیل یونیزاسیون^۲، برانگیخته شدن مولکول‌ها توسط پراکندگی رامان^۳، غیرخطی بودن مرتبط با الکترون‌های پیوندی^۴، غیریکنواختی در چگالی هوا^۵، میدان دنباله‌ای پلاسما^۶ و حرکت نسبیتی الکترون‌ها^۷ می‌باشد، ارائه می‌گردد.

میدان الکتریکی لیزر، منابع خطی و غیرخطی به ترتیب، به صورت تابعی از دامنه مختلط $A(x, y, z, t)$ ، $S_L(x, y, z, t)$ و تغییرات سریع فاز $\psi(z, t)$ بیان می‌شوند:

$$E(x, y, z, t) = A(x, y, z, t) e^{i\psi(z, t)} \frac{\hat{e}_x}{2} + c. c. \quad (2-3)$$

$$S_L(x, y, z, t) = S_L(x, y, z, t) e^{i\psi(z, t)} \frac{\hat{e}_x}{2} + c. c. \quad (3-3)$$

$$S_{NL}(x, y, z, t) = S_{NL}(x, y, z, t) e^{i\psi(z, t)} \frac{\hat{e}_x}{2} + c. c. \quad (4-3)$$

که $\psi(z, t) = k_0 z - \omega_0 t$ به طوری که k_0 و ω_0 به ترتیب عدد موج و فرکانس حامل هستند. همچنین

$\hat{e}_x$ بردار یکه در راستای پلاریزاسیون می‌باشد. با جایگذاری معادلات (۲-۳)، (۳-۳) و

(۴-۳) در معادله (۱-۳) داریم:

$$\left(\nabla_{\perp}^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A(x, y, z, t) e^{i(k_0 z - \omega_0 t)} \quad (5-3)$$

$$= S_L(x, y, z, t) e^{i(k_0 z - \omega_0 t)} + S_{NL}(x, y, z, t) e^{i(k_0 z - \omega_0 t)}$$

با مشتق‌گیری از عبارت $A(x, y, z, t) e^{i(k_0 z - \omega_0 t)}$ معادله (۵-۳) به فرم زیر می‌شود:

^۱ Diffraction

^۲ Pulse energy depletion due to ionization

^۳ Stimulated molecular Raman scattering

^۴ Nonlinearities associated with bound electrons

^۵ Spatial inhomogeneity in air density

^۶ Plasma wakefields

^۷ Relativistic Electron Motion

$$\left(\nabla_{\perp}^2 - k_0^2 + \frac{\omega_0^2}{c^2} + 2ik_0 \frac{\partial}{\partial z} + 2i \frac{\omega_0}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) A = S_L + S_{NL} \quad (۶-۳)$$

در ادامه منابع خطی و غیرخطی در سمت راست معادله تشریح می‌شود و معادله موج حاکم بر انتشار لیزر در سه بعد به دست می‌آید [۳].

۳-۲-۱ منبع خطی

منبع خطی، اثرات مرتبط با قطبش خطی الکترون‌های مقید را توصیف می‌کند. لذا به دلیل وجود الکترون‌های مقید می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$S_L(\mathbf{r}, t) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} \quad (۷-۳)$$

که در آن P_L پلاریزاسیون خطی است. رابطه بین تبدیل فوریه پلاریزاسیون خطی و میدان الکتریکی لیزر E توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$\hat{P}_L(\mathbf{r}, \omega) = \hat{\chi}_L(\mathbf{r}, \omega) \hat{E}(\mathbf{r}, \omega) \quad (۸-۳)$$

که $\hat{P}_L$ و $\hat{E}$ به ترتیب تبدیلات فوریه P_L و E است. همچنین $\hat{\chi}_L(\mathbf{r}, \omega)$ پذیرفتاری خطی اسکالر می‌باشد که ممکن تابعی از $\mathbf{r}$ باشد. به طوری که از جفت تبدیل فوریه زیر (برای رفتن از فضای فرکانس به زمان یا بالعکس) استفاده می‌شود:

$$\hat{P}_L(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) e^{i\omega t} dt \quad (۹-۳)$$

$$\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{P}_L(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (۱۰-۳)$$

در نتیجه رابطه بین $\mathbf{P}_L$ و E به صورت زیر داده می‌شود:

$$\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \chi_L(t-t') \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt' = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \chi_L(\tau) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t-\tau) d\tau \quad (۱۱-۳)$$

به دلیل اصل علیت $\chi_L(\tau)$ برای $\tau < 0$ برابر با صفر هست و اصل علیت بدین معنا است که مقدار پلاریزاسیون در زمان t به مقدار میدان در زمان‌های قبل‌تر بستگی دارد. سپس پلاریزاسیون و میدان الکتریکی به صورت زیر بر حسب یک دامنه در یک عامل فازی نوشته می‌شود:

$$E(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r}, t) e^{i\psi(\mathbf{z}, t)} \frac{\hat{e}_x}{2} + c. c. \quad (12-3)$$

$$P_L(\mathbf{r}, t) = C(\mathbf{r}, t) e^{i\psi(\mathbf{z}, t)} \frac{\hat{e}_x}{2} + c. c. \quad (13-3)$$

که در آن $A(\mathbf{r}, t)$ و $C(\mathbf{r}, t)$ به ترتیب دامنه پلاریزاسیون و دامنه میدان هستند. بنابراین برای داشتن یک معادله حاکم بر دامنه میدان، بایستی $C(\mathbf{r}, t)$ را بر حسب $A(\mathbf{r}, t)$ نوشته شود. لذا معادلات (۳-۳) و (۱۲-۳) را در معادله (۱۱-۳) جایگذاری کرده، سپس در یک $\exp(i\omega_0 t)$ ضرب می‌شود. در نتیجه با انجام یک سری محاسبات دامنه پلاریزاسیون به صورت زیر به دست می‌آید:

$$C(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \frac{\partial^n \hat{\chi}_L(\omega_0)}{\partial \omega_0^n} \frac{\partial^n A(\mathbf{r}, t)}{\partial t^n} \quad (14-3)$$

از آنجاکه در معادله (۱۴-۳) پارامتر $\chi_L(\tau)$ نزدیک $\tau \cong 0$ متمرکز است، عبارت $A(\mathbf{r}, t - \tau)$ را حول t برای مقادیر کوچک τ بسط داده می‌شود، در نتیجه داریم:

$$C(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \chi_L(\tau) \left(1 - \tau \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\tau^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\tau^3}{6} \frac{\partial^3}{\partial t^3} + \dots \right) A(\mathbf{r}, t - \tau) e^{i\omega_0 \tau} d\tau \quad (15-3)$$

حال با جایگذاری معادله (۱۵-۳) در معادله (۷-۳)، عبارت مربوط به منبع خطی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} S_L(\mathbf{r}, t) &= \left(\frac{4\pi}{c^2} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 \chi_L(\tau)}{\partial \tau^2} A(\mathbf{r}, t - \tau) e^{i\omega_0 \tau} d\tau \\ &= - \left(\frac{4\pi}{c^2} \right) \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{i^\ell}{\ell!} \frac{\partial^\ell (\omega_0^2 \hat{\chi}_L(\omega_0))}{\partial \omega_0^\ell} \frac{\partial^\ell A(\mathbf{r}, t)}{\partial t^\ell} \end{aligned} \quad (16-3)$$

با فرض اینکه مقدار $\chi_L(\tau)$ و $\partial^2 \chi_L(\tau) / \partial \tau^2$ در $\tau = 0$ برابر با صفر هستند برای حل انتگرال معادله (۱۶-۳) از عبارت زیر استفاده می‌شود [۴۸]:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 \chi_L(\tau)}{\partial \tau^2} \tau^\ell e^{i\omega_0 \tau} d\tau = -(-i)^\ell \frac{\partial^\ell (\omega_0^2 \hat{\chi}_L(\omega_0))}{\partial \omega_0^\ell} \quad (17-3)$$

در نتیجه دامنه منبع خطی می تواند به صورت زیر نوشته شود [۳]:

$$S_L(\mathbf{r}, t) = \left(\frac{\omega_0}{c}\right)^2 \sum_{\ell=0}^{\infty} i^{\ell} \alpha_{\ell}(\mathbf{r}) \omega_0^{-\ell} \frac{\partial^{\ell} A(\mathbf{r}, t)}{\partial t^{\ell}} \quad (\ell = 0, 1, 2, \dots) \quad (18-3)$$

که در آن ℓ عددی صحیح است. معادله (۱۸-۳) را می توان بر اساس پارامترهای پراکندگی معمول که در زیر آورده شده اند، نیز بازنویسی کرد [۴۹]:

$$\alpha_{\ell} = -\frac{\omega_0^{\ell-2}}{\ell!} \frac{\partial^{\ell}}{\partial \omega_0^{\ell}} [c^2 \beta^2(\omega_0) - \omega_0^2] \quad (19-3)$$

$$\beta_{\ell} = \left(\frac{\partial^{\ell} \beta(\omega)}{\partial \omega^{\ell}}\right)_{\omega=\omega_0} \quad (20-3)$$

$$\beta(\omega) = \frac{\omega}{c} n_0(\omega) \quad (21-3)$$

که در آن n_0 ضریب شکست خطی است. لذا برای مقادیر α به ازای $\ell = 0, 1, 2, 3$ داریم [۴۴]:

$$\alpha_1 = \frac{1}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial \omega_0} [c^2 \beta^2(\omega_0) - \omega_0^2] = 2[1 - \frac{c^2}{\omega_0} \beta_1 \beta_0]$$

$$\alpha_2 = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \omega_0^2} [c^2 \beta^2(\omega_0) - \omega_0^2] = 1 - c^2 [\beta_2 \beta_0 + \beta_1^2]$$

$$\alpha_3 = -\frac{\omega_0}{3} \frac{\partial^3}{\partial \omega_0^3} [c^2 \beta^2(\omega_0) - \omega_0^2] = -\omega_0 c^2 (\beta_2 \beta_1 + \frac{\beta_3 \beta_0}{3})$$

در نتیجه به طور کلی معادله (۱۸-۳) به صورت زیر بیان می شود:

$$S_L(\mathbf{r}, t) = \left(\frac{\omega_0}{c^2}\right)^2 \left[\alpha_0 A(\mathbf{r}, t) + \frac{i}{\omega_0} \alpha_1 \frac{\partial A(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \frac{\alpha_2}{\omega_0^2} \frac{\partial^2 A(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} - \frac{i \alpha_3}{\omega_0^3} \frac{\partial^3 A(\mathbf{r}, t)}{\partial t^3} \right] \quad (22-3)$$

۲-۲-۳ منبع غیر خطی

همان گونه که بیان شد، دامنه منبع غیر خطی شامل اثرات غیر خطی خود کانونی، پراکندگی ناشی از رامان، واگرایی ناشی از پلاسما، میدان دنباله ای، اثرات نسبیتی و کاهش انرژی پالس ناشی از یونیزاسیون است و به صورت زیر بیان می شود [۳]:

$$S_{NL}(\mathbf{r}, t) = S_{bound} + S_{Raman} + S_{Plasma} + S_{Wake} + S_{rel} + S_{ion} \quad (23-3)$$

که در ادامه هر یک از جملات تشریح می‌شوند.

۱-۲-۲-۳ پلاریزاسیون غیرخطی الکترون‌های پیوندی

سهم غیرخطی الکترون‌های پیوندی ناشی از اثر کر، توسط رابطه زیر بیان می‌شود:

$$S_{bound}(\mathbf{r}, t) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_{bound}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} \quad (24-3)$$

که در آن پلاریزاسیون غیرخطی پیوندی P_{bound} عبارت است از:

$$P_{bound}(\mathbf{r}, t) = \left(\frac{n_0}{4\pi}\right)^2 c \eta_2 |A(\mathbf{r}, t)|^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (25-3)$$

در نتیجه با جایگذاری معادله (۲۵-۳) در (۲۴-۳)، دامنه غیرخطی مربوط به الکترون‌های پیوندی به صورت زیر می‌شود:

$$S_{bound}(\mathbf{r}, t) = \frac{\omega_0^2 n_0^2 \eta_2}{4\pi c} |A(\mathbf{r}, t)|^2 A(\mathbf{r}, t) \quad (26-3)$$

که در آن η_2 ضریب شکست غیرخطی ناشی از الکترون‌های پیوندی است که توسط توان غیرخطی پدیده خود کانونی تعریف می‌شود:

$$P_{NL} = \frac{\lambda_0^2}{2\pi n_0 \eta_2} \quad (27-3)$$

۲-۲-۲-۳ پراکندگی ناشی از رامان

پراکندگی رامان می‌تواند از طریق برهم‌کنش لیزر با گشتاور دوقطبی، مولکول‌های هوا را برانگیخته

کرده و به وجود آید [۴۴]. پارامتر منبع غیرخطی برای پراکندگی رامان عبارت است از:

$$S_{Raman}(\mathbf{r}, t) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_{Raman}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} \quad (28-3)$$

فرض بر این است که حالت دورانی یک مولکول می‌تواند با سه سطح انرژی W_1 ، W_2 و یک حالت برانگیخته با انرژی $W_3 \geq W_2 - W_1$ (به عنوان مثال حالت الکتریکی یا جنبشی) تعیین گردد. از آنجایی که حالت‌های انرژی یکسان هستند، گذار مستقیم بین سطوح انرژی اول و دوم ممنوع می‌باشد. همچنین فرض بر این است که فرآیند رامان غیرتشدید است و در سطح سوم انرژی، وارونی جمعیت رخ نمی‌دهد. تحت این فرضیات، می‌توان با استفاده از معادله ماتریس چگالی استاندارد، قطبش غیرخطی رامان را به صورت زیر نشان داد:

$$P_{Raman}(\mathbf{r}, t) = \chi_L Q(t) A(\mathbf{r}, t) \quad (۲۹-۳)$$

که χ_L پذیرفتاری خطی است و $Q(t)$ تابع نوسانی رامان می‌باشد که بدون بعد هست. $Q(t)$ توسط سیستم معادلات زیر تعیین می‌گردد:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} + (\omega_R^2 + \Gamma_2^2)Q + 2\Gamma_2 \frac{\partial Q}{\partial t} = -\omega_R \frac{\Omega_R^2}{\Omega} W(t) \frac{|A(\mathbf{r}, t)|^2}{A_0^2} \quad (۳۰-۳)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\Omega_R^2}{\Omega \omega_R} W(t) \frac{|A(\mathbf{r}, t)|^2}{A_0^2} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} + \Gamma_2 Q \right) - \Gamma_1 (W - W_0) \quad (۳۱-۳)$$

که در آن $\Omega_R = \mu A_0 / \hbar$ فرکانس رابی است و μ و A_0 به ترتیب دامنه لیزر^۱، عنصر ماتریس گذار ممان دوقطبی و فرکانس دورانی اولیه هستند که با گذار به حالت سوم همراه هست [۴۴]. همچنین کمیت‌های صحیح Γ_1 و Γ_2 نرخ میرایی پدیدار شناختی است. مقدار W تفاوت چگالی جمعیت نرمالیزه بین حالات اول و دوم می‌باشد، همچنین وقتی $t \rightarrow -\infty$ حالت $W_0 = W$ اتفاق می‌افتد لذا برای محیطی که تمام مولکول‌ها در ابتدا در حالت پایه قرار دارند، $W_0 = -1$. دامنه تغییرات پلاریزاسیون را آهسته فرض می‌کنیم یعنی $|P_{Raman}| \ll \omega_0^2$ ، در نتیجه پارامتر منبع غیرخطی ناشی از پراکندگی رامان برانگیخته توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$S_{Raman}(\mathbf{r}, t) = -4\pi \frac{\omega_0^2}{c^2} \chi_L Q(t) A(\mathbf{r}, t) \quad (۳۲-۳)$$

^۱Peak Laser Amplitude

۳-۲-۲-۳ حرکت الکترون‌های آزاد

عبارت مربوط به حرکت الکترون‌های آزاد در سمت راست معادله موج به صورت زیر بیان می‌شود:

$$S_{free}(\mathbf{r}, t) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial J}{\partial t} \quad (3-33)$$

که در آن $J = qn_e v$ چگالی جریان پلاسما است و این عبارت غیرخطی شامل ترم‌های اثرات پلاسما، وجود میدان دنباله ای و اثر نسبیتی می‌باشد.

$$S_{free} = S_{plasma} + S_{wake} + S_{rel} \quad (3-34)$$

عبارت مربوط به تولید پلاسما عبارت است از:

$$S_{plasma}(\mathbf{r}, t) = \frac{\omega_p^2(\mathbf{r}, t)}{c^2} \left(1 - i \frac{v_e}{\omega_0}\right) A(\mathbf{r}, t) \quad (3-35)$$

که در آن $\omega_p(r, t) = \left[\frac{4\pi q^2 n_e(r, t)}{m}\right]^{1/2}$ فرکانس پلاسما است، n_e و v_e به ترتیب چگالی پلاسمای تولیدشده توسط یونیزاسیون و فرکانس برخورد الکترون‌ها (برای هوا $v_e \approx 3 \times 10^{12} \text{ sec}^{-1}$) می‌باشند. از طرفی یونیزاسیون موجب ایجاد ستون پلاسما به صورت موضعی بر محور انتشار می‌شود. این ستون منجر به کاهش موضعی ضریب شکست خواهد شد که می‌تواند پالس لیزر را واگرا کند.

اصطلاح S_{wake} ناشی از میدان دنباله‌ای در پلاسما^۱ بوده و توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$S_{wake}(\mathbf{r}, t) = \frac{\omega_p^2(\mathbf{r}, t)}{c^2} \frac{\delta n_e}{n_e} A(\mathbf{r}, t) \quad (3-36)$$

که در آن n_e و δn_e به ترتیب چگالی پلاسما و اختلال چگالی در پلاسما است که به وسیله میدان دنباله ای پالس لیزر ایجاد می‌شود. به طوری که $\delta n_e = \nabla \cdot E_w / 4\pi q$ مدولاسیون چگالی پلاسما را نشان می‌دهد.

ترم S_{rel} که ناشی از حرکت ارتعاشی الکترون‌های پلاسما در میدان لیزر هست عبارت است از:

^۱ plasma wakefield

$$S_{rel}(\mathbf{r}, t) = \frac{\omega_p^2(\mathbf{r}, t)}{c^2} \left(\frac{q |A(\mathbf{r}, t)|}{mc\omega_0} \right)^2 A(\mathbf{r}, t) \quad (37-3)$$

که در آن q بار الکترون است و با جایگذاری ترم‌های مربوط به اثر تولید پلاسما، میدان دنباله‌ای و اثر نسبیتی در معادله (32-3) داریم:

$$S_{free}(\mathbf{r}, t) = \frac{\omega_p^2(\mathbf{r}, t)}{c^2} \left[1 - i \frac{v_e}{\omega_0} - \left(\frac{q |A(\mathbf{r}, t)|}{2mc\omega_0} \right)^2 + \frac{\delta n_e}{n_e} \right] A(\mathbf{r}, t) \quad (38-3)$$

۳-۲-۲-۴ کاهش انرژی توسط یونیزاسیون مولکول‌های هوا

ترم کاهش انرژی توسط یونیزاسیون برابر است با:

$$S_{ion}(\mathbf{r}, t) = -8\pi i k_0 \frac{U_{ion}}{c |A(\mathbf{r}, t)|^2} \frac{\partial n_e}{\partial t} A(\mathbf{r}, t) \quad (39-3)$$

که در آن U_{ion} انرژی یونیزاسیون است. در نتیجه معادله (33-3) در حالت کلی می‌شود:

$$S_{NL}(\mathbf{r}, t) = \left[-\frac{\omega_0^2 n_0^2 n_2}{4\pi c} |A(\mathbf{r}, t)|^2 - 4\pi \frac{\omega_0^2}{c^2} \chi_L Q(t) + \frac{\omega_p^2}{c^2} \left(1 - i \frac{v_e}{\omega_0} \right) + \frac{\omega_p^2 \delta n_e}{c^2 n_e} - \frac{\omega_p^2 q^2 |A(\mathbf{r}, t)|^2}{4m^2 \omega_0^2 c^4} + 8\pi i k_0 \frac{U_{ion}}{|A(\mathbf{r}, t)|^2} \frac{\partial n_e}{\partial t} \right] A(\mathbf{r}, t) \quad (40-3)$$

۳-۲-۳ معادله کامل انتشار لیزر در ۳ بعد

با جایگذاری معادله (32-3) و (40-3) در (3-6)، معادله انتشار غیرخطی پالس لیزر در هوا می‌شود:

$$\begin{aligned}
& \left(\nabla_{\perp}^2 - \frac{\omega_p^2}{c^2} \left(1 - i \frac{v_e}{\omega_0} \right) + 2ik_0 \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2i \frac{\omega_0}{c^2} \left(1 - \frac{\alpha_1}{2} \right) \frac{\partial}{\partial ct} + (1 - \alpha_0) \frac{\omega_0^2}{c^2} \right. \\
& \quad \left. - k_0^2 - (1 - \alpha_2) \frac{\partial^2}{\partial c^2 t^2} + i \frac{\alpha_3 c}{\omega_0} \frac{\partial^3}{\partial c^3 t^3} \right) A(r, t) \\
& = - \left(\frac{\omega_0^2 n_0^2 n_2}{4\pi c} |A(r, t)|^2 + \frac{\omega_p^2 q^2 |A(r, t)|^2}{4m^2 \omega_0^2 c^4} - \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\delta n_e}{n_e} \right. \\
& \quad \left. + 8\pi i k_0 \frac{U_{ion}}{|A(r, t)|^2} \frac{\partial n_e}{\partial ct} + 4\pi \frac{\omega_0^2}{c^2} \chi_L Q(t) \right) A(r, t)
\end{aligned} \tag{۴۱-۳}$$

در معادله بالا $\Delta K^2 = [(1 - \alpha_0)\omega_0^2/c^2] - k_0^2$ است که z و t به Z و τ ، براساس $\tau = t - v_g^{-1}z$

تبدیل می‌شوند. طبق متغیرهای جدید، مشتقات به صورت $\partial/\partial t \rightarrow \partial/\partial \tau$ و $\partial/\partial z \rightarrow \partial/\partial Z$

زیر $\partial/\partial \tau$ v_g^{-1} (سرعت گروه خطی پالس) تغییر شکل می‌دهند، در نتیجه معادله (۳-۳۹) به صورت زیر

در می‌آید:

$$\begin{aligned}
& \left(\nabla_{\perp}^2 - \frac{\omega_p^2}{c^2} \left(1 - i \frac{v_e}{\omega_0} \right) + 2ik_0 \frac{\partial}{\partial Z} - \frac{2ik_0}{v_g} \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} - \frac{1}{v_g^2} \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \right. \\
& \quad \left. + 2i \frac{\omega_0}{c^2} \left(1 - \frac{\alpha_1}{2} \right) \frac{\partial}{\partial c\tau} + \Delta K^2 - (1 - \alpha_2) \frac{\partial^2}{\partial c^2 \tau^2} \right. \\
& \quad \left. + i \frac{\alpha_3 c}{\omega_0} \frac{\partial^3}{\partial c^3 \tau^3} \right) A(x, y, z, \tau) \\
& = - \left(\frac{\omega_0^2 n_0^2 n_2}{4\pi c} |A(r, \tau)|^2 + \frac{\omega_p^2 q^2 |A(r, \tau)|^2}{4m^2 \omega_0^2 c^4} - \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\delta n_e}{n_e} \right. \\
& \quad \left. + 8\pi i k_0 \frac{U_{ion}}{|A(r, \tau)|^2} \frac{\partial n_e}{\partial c\tau} + 4\pi \frac{\omega_0^2}{c^2} \chi_L Q(\tau) \right) A(x, y, z, \tau)
\end{aligned} \tag{۴۲-۳}$$

با کمی ساده‌سازی و فاکتورگیری از معادله بالا و جایگذاری $\Delta \Omega = (1 - \alpha_1/2)\omega_0 - \beta_g^{-1}ck_0$ و

$\beta_g = v_g/c$ داریم:

$$\begin{aligned}
& \left(\nabla_{\perp}^2 + \Delta K^2 - \frac{\omega_p^2}{c^2} \left(1 - i \frac{v_e}{\omega_0} \right) + 2ik_0 \frac{\partial}{\partial z} - \frac{2}{\beta_g} \frac{\partial^2}{\partial z \partial c\tau} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{2i\Delta\Omega}{c} \frac{\partial}{\partial c\tau} \right. \\
& \quad \left. - \left(1 - \alpha_2 - \frac{1}{\beta_g^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial c^2 \tau^2} + i \frac{\alpha_3 c}{\omega_0} \frac{\partial^3}{\partial c^3 \tau^3} \right) A(x, y, z, \tau) \\
& = - \left(\frac{\omega_0^2 n_0^2 n_2}{4\pi c} |A(r, \tau)|^2 + \frac{\omega_p^2 q^2 |A(r, \tau)|^2}{4m^2 \omega_0^2 c^4} - \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\delta n_e}{n_e} \right. \\
& \quad \left. + 8\pi i k_0 \frac{U_{ion}}{|A(r, \tau)|^2} \frac{\partial n_e}{\partial c\tau} + 4\pi \frac{\omega_0^2}{c^2} \chi_L Q(\tau) \right) A(x, y, z, \tau)
\end{aligned} \tag{۴۳-۳}$$

طبق تقریب پیرامحوری $\partial^2 A / \partial z^2 \ll \partial A / \partial z$ است بنابراین می‌توان از $\partial^2 A / \partial z^2$ صرف‌نظر کرد.

همچنین $\beta_1 = v_g^{-1}$ ، در نتیجه $\beta_g^{-2} = c^2 \beta_1^2$ و $\beta_0 = k_0$ که در آن k_0 عدد موج می‌باشد. بنابراین با

در نظر گرفتن $\Delta\Omega = \Delta K = 0$ خواهیم داشت $k_0 = n_0 \omega_0 / c$ و $v_g = c / (n_0 + \omega_0 \partial n_0 / \partial \omega_0)$

در نتیجه معادله ساده شده عبارت است از:

$$\begin{aligned}
& \left(\nabla_{\perp}^2 - \frac{\omega_p^2}{c^2} \left(1 - i \frac{v_e}{\omega_0} \right) + 2ik_0 \frac{\partial}{\partial z} - \frac{2}{\beta_g} \frac{\partial^2}{\partial z \partial c\tau} - c^2 k_0 \beta_2 \frac{\partial^2}{\partial c^2 \tau^2} \right. \\
& \quad \left. + i \frac{\alpha_3 c}{\omega_0} \frac{\partial^3}{\partial c^3 \tau^3} \right) A(x, y, z, \tau) \\
& = - \left(\frac{\omega_0^2 n_0^2 n_2}{4\pi c} |A(r, \tau)|^2 + \frac{\omega_p^2 q^2 |A(r, \tau)|^2}{4m^2 \omega_0^2 c^4} - \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\delta n_e}{n_e} \right. \\
& \quad \left. + 8\pi i k_0 \frac{U_{ion}}{|A(r, \tau)|^2} \frac{\partial n_e}{\partial c\tau} + 4\pi \frac{\omega_0^2}{c^2} \chi_L Q(\tau) \right) A(x, y, z, \tau)
\end{aligned} \tag{۴۴-۳}$$

که معادله بالا، معادله انتشار پالس در حالت کلی در سه بعد می‌باشد.

۳-۳ روش SDE

چگالی الکترون‌های آزاد در هوا به دلیل یونیزاسیون و بازترکیب دچار تغییرات می‌شود. لذا معادله

نرخ تغییرات چگالی الکترونی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = W n_n - \eta n_e - \beta_r n_e^2 \tag{۴۵-۳}$$

که در آن n_n ، W ، η و β_r به ترتیب چگالی گاز خنثی، نرخ فوتو یونیزاسیون، نرخ چسبندگی الکترون^۱ و ضریب باز ترکیب^۲ هستند. برای مدت زمان های تقریباً یک پیکو ثانیه یا کمتر برای یک پالس منفرد می توان از عبارات دوم و سوم سمت راست معادله (۳-۴۵) صرف نظر کرد. همچنین برای این پالس های لیزر کوتاه، الکترون های آزاد توسط فرآیند یونیزاسیون چند فوتونی و تونل زنی به وجود می آید. همان طور که در فصل ۲ بیان شد، با توجه به ضریب کلدیش و میزان شدت ها می توان نوع یونیزاسیون را تشخیص و بر اساس آن معادله نرخ یونیزاسیون مناسب را برگزید.

نرخ یونیزاسیون در رژیم چند فوتونی (MPI) که در آن شدت لیزر کمتر از 10^{12} W/cm^2 می باشد به صورت زیر است:

$$W_{MPI} = \frac{2\pi\omega}{(\ell-1)!} \left(\frac{I(r, z, \tau)}{I_{MPI}} \right)^\ell \quad (۳-۴۶)$$

به طوری که برای یک پالس لیزر $I(r, z, \tau)$ شدت، $I_{MPI} = \hbar\omega^2/\sigma_{MPI}$ و طبق نتایج تجربی $\sigma_{MPI} = 6.4 \times 10^{-18} \text{ cm}^2$ است. همچنین $\ell = \text{Int}[U_{ion}/\hbar\omega + 1]$ عدد صحیحی می باشد که

کمترین تعداد فوتون مورد نیاز برای یونیزاسیون را نشان می دهد (Int یعنی مقدار صحیح عدد).

برای شدت های بیشتر از 10^{14} W/cm^2 رژیم یونیزاسیون تونل زنی است و نرخ یونیزاسیون آن به فرم زیر خواهد بود:

$$W_{tun} = 4\Omega_0 \sqrt{\frac{3}{\pi}} (U_i)^{5/2} \left(\frac{E_H}{|E|} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{2}{3} (U_i)^{3/2} \left(\frac{E_H}{|E|} \right) \right] \quad (۳-۴۷)$$

^۱ Electron-attachment rate coefficient

^۲ Recombination coefficient

که در آن $\Omega_0 = me^2/h^3 = 4.16 \times 10^{16} \text{sec}^{-1}$ ، $E_H = m^2 e^5/h^4$ ، $U_H = 13.6 \text{ eV}$ و U_{ion} به

ترتیب فرکانس اتمی^۱، میدان اتمی هیدروژن^۲، انرژی یونیزاسیون هیدروژن^۳ و انرژی یونیزاسیون گاز

زمینه^۴ است و $U_i = U_{ion}/U_H$.

حال اگر $10^{12} (W/cm^2) < I < 10^{14} (W/cm^2)$ باشد (ضریب کلدیش تقریباً یک)، نرخ

یونیزاسیون کل را می‌توان ترکیبی از یونیزاسیون کانالی و چند فوتونی در نظر گرفت [۳].

از آنجایی که هدف از این پژوهش بررسی اثر خود هدایت‌گری پالس لیزر است از معادله انتشار پالس

لیزر در سه بعد استفاده کرده و فقط ترم‌های اتلاف انرژی پالس لیزر، اثر پلاسما و اثر خود کانونی، که

طبق مطالعات ما مهم‌تر هستند را در نظر گرفته و از باقی صرف‌نظر می‌شود در نتیجه با استفاده از رابطه

(۳-۴۴)، معادله موج پالس لیزر به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\left(\nabla_{\perp}^2 + 2ik_0 \frac{\partial}{\partial z}\right) A(r, z, \tau) = (S_{bound} + S_{plasma} + S_{ion}) A(r, z, \tau) \quad (۳-۴۸)$$

با توجه به این معادله می‌توان ترم $M(r, z, \tau)$ را به‌صورت $M(r, z, \tau) = S_{bound} + S_{plasma} + S_{ion}$

در نظر گرفت. در نتیجه معادله (۳-۴۶) برحسب M به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\left(\nabla_{\perp}^2 + 2ik_0 \frac{\partial}{\partial z}\right) A(r, z, \tau) = M(r, z, \tau) A(r, z, \tau) \quad (۳-۴۹)$$

فرض می‌کنیم که دامنه میدان الکتریکی مختلط لیزر $A(r, z, \tau)$ از رابطه زیر تبعیت می‌کند:

$$A(r, z, \tau) = B(z, \tau) \exp(i\theta(z, \tau) + ik\xi - (1 - i\alpha_s) r^2/r_s^2) \quad (۳-۵۰)$$

که در آن B ، θ ، r_s و α_s و $I = I_0 e^{-\chi}$ به ترتیب دامنه میدان، فاز، قطر پالس لیزر، انحنای جبهه موج و

شدت پالس لیزر هستند. سپس با استفاده از روش SDE (یک روش کلی برای حل معادله موج

پیرامحوری^۵ با استفاده از ترم‌های غیرخطی است)، معادله حاکم بر قطر پالس لیزر به دست می‌آید. در

^۱ Fundamental atomic frequency

^۲ Atomic field of hydrogen

^۳ Ionization energy of hydrogen

^۴ Ionization energy of field gas

^۵ Paraxial wave equation

این روش میدان الکتریکی بر اساس تابع لاگرانژ گوسین^۱ نوشته شده و پس از جایگذاری در معادله موج،

چهار معادله کوپل شده حاکم بر B ، θ ، r_s و α_s به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$\frac{1}{Br_s} \frac{\partial(Br_s)}{\partial z} = F_i \quad (۵۱-۳)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{(1 + \alpha_s^2)}{k_0 r_s^2} + \frac{\alpha}{r_s} \frac{\partial r_s}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial \alpha_s}{\partial z} = -F_r \quad (۵۲-۳)$$

$$\frac{1}{r_s} \frac{\partial r_s}{\partial z} + \frac{2\alpha_s}{k_0 r_s^2} = -G_i \quad (۵۳-۳)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \alpha_s}{\partial z} + \frac{(1 + \alpha_s^2)}{k_0 r_s^2} = -G_r - \alpha G_i \quad (۵۴-۳)$$

اندیس‌های i و r در معادلات به ترتیب نشان‌دهنده قسمت موهومی و حقیقی توابع هستند. با استفاده

از چهار معادله کوپل شده بالا و تعریف توان با رابطه $p = cr_s^2 B^2 / 16$ ، معادلات حاکم بر توان و قطر

پالس لیزر به دست می‌آید.

$$\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial z} = 2F_i \quad (۵۵-۳)$$

$$\frac{\partial^2 r_s}{\partial z^2} - \frac{4}{k_0^2 r_s^3} (1 + k_0 r_s^2 G_r) + \left(2 \frac{\partial r_s}{\partial z} + r_s G_i \right) G_i + r_s \frac{\partial G_i}{\partial z} = 0 \quad (۵۶-۳)$$

معادله (۵۵-۳) و (۵۶-۳) به ترتیب معادلات حاکم بر توان و قطر پالس لیزر هستند. توابع مختلط F و

G در معادلات بالا عبارت‌اند از:

$$F(z, \tau) = \frac{1}{2k_0} \int_0^\infty d\chi M(r, z, \tau) e^{-\chi} \quad (۵۷-۳)$$

$$G(z, \tau) = \frac{1}{2k_0} \int_0^\infty d\chi M(r, z, \tau) (1 - \chi) e^{-\chi} \quad (۵۸-۳)$$

که در آن $\chi = -2r^2/r_s^2$ است. حال با داشتن تابع $M(r, z, \tau)$ و محاسبه انتگرال معادلات (۵۷-۳) و

(۵۸-۳)، معادلات حاکم بر توان و قطر پالس لیزر به ازای اثرات غیرخطی به دست می‌آیند.

^۱Laguerre–Gaussian functions

۳-۳-۱ معادله قطر پالس لیزر برای یونیزاسیون چند فوتونی

همان گونه که بیان شد با استفاده از روش SDE و معادلات (۳-۵۵) تا (۳-۵۸)، معادلات توان و قطر

پالس لیزر به دست می آیند. لذا با در نظر گرفتن تابع $M = S_{bound} + S_{plasma} + S_{ion}$ که شامل

اثرات خودکانونی، پلاسما و اتلاف انرژی پالس لیزر است، خواهیم داشت:

$$M = -\frac{\omega_0^2 \eta_2}{4\pi c} |A|^2 + \frac{\omega_P^2}{c^2} - 8\pi i k_0 \frac{U_{ion}}{c |A|^2} \frac{\partial n_e}{\partial \tau} \quad (۳-۵۹)$$

و طبق معادله (۳-۵۰)، $|A|^2$ عبارت است از:

$$|A|^2 = B^2 \exp(-2r^2/r_s^2) \quad (۳-۶۰)$$

سپس با جایگذاری معادله (۳-۵۹) در (۳-۵۷) و (۳-۵۸) خواهیم داشت:

$$F = \frac{1}{2k_0} \left(-\frac{\omega_0^2 \eta_2 B^2}{4\pi c} \int_0^\infty d\chi e^{-2\chi} \right. \quad (۳-۶۱)$$

$$\left. + \frac{\omega_{P0}^2}{c^2} \int_0^\infty d\chi e^{-\chi(1+\ell)} - 8\pi i k_0 \frac{U_{ion}}{c B^2} \frac{\partial n_{e0}}{\partial \tau} \int_0^\infty d\chi e^{-\ell\chi} \right)$$

$$G = \frac{1}{2k_0} \left(-\frac{\omega_0^2 \eta_2 B^2}{4\pi c} \int_0^\infty d\chi (1-\chi) e^{-2\chi} \right. \quad (۳-۶۲)$$

$$\left. + \frac{\omega_{P0}^2}{c^2} \int_0^\infty d\chi (1-\chi) e^{-\chi(1+\ell)} - 8\pi i k_0 \frac{U_{ion}}{c B^2} \frac{\partial n_{e0}}{\partial \tau} \int_0^\infty d\chi (1-\chi) e^{-\ell\chi} \right)$$

در معادلات بالا تغییرات چگالی پلاسما از رابطه زیر تبعیت می کند:

$$\frac{\partial n_{e0}(z, \tau)}{\partial \tau} = W_{MPI}(r=0, z, \tau) n_n = \left(\frac{2\pi\omega}{(\ell-1)!} \left(\frac{I(z, \tau)}{I_{MPI}} \right)^\ell \right) n_n \quad (۳-۶۳)$$

که در آن

$$I(z, \tau) = \frac{2p(z, \tau)}{\pi r_s^2(z, \tau)} \quad (۳-۶۴)$$

لازم به ذکر است که در این رابطه n_n چگالی گاز خنثی است. با توجه به انرژی یونیزاسیون و طول موج پالس لیزر، مقدار $\ell = \text{Int}[U_{ion}/\hbar\omega + 1]$ برای اکسیژن و نیتروژن به ترتیب برابر با ۸ و ۱۰ می‌باشد. حال با حل انتگرال‌های معادلات بالا، عبارات نهایی F و G به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$F = \frac{1}{2k_0} \left(-\frac{\omega_0^2 \eta_2 B^2}{8\pi c} + \frac{1}{1+\ell} \frac{\omega_{p0}^2}{c^2} - i \frac{1}{\ell} \frac{8\pi k_0 U_{ion}}{c B^2} \frac{\partial n_{e0}}{\partial \tau} \right) \quad (۶۵-۳)$$

$$G = \frac{1}{2k_0} \left(-\frac{\omega_0^2 \eta_2 B^2}{16\pi c} + \frac{\ell}{(1+\ell)^2} \frac{\omega_{p0}^2}{c^2} - i \frac{\ell - 1}{\ell^2} \frac{8\pi k_0 U_{ion}}{c B^2} \frac{\partial n_{e0}}{\partial \tau} \right) \quad (۶۶-۳)$$

با قرار دادن قسمت موهومی معادله (۶۵-۳) در معادله (۵۵-۳) معادله حاکم بر تغییرات توان پالس لیزر به دست می‌آید.

$$\frac{\partial p(z, \tau)}{\partial z} = -\frac{\pi}{2} \frac{U_{ion}}{\ell} r_s^2(z, \tau) \frac{\partial n_{e0}(z, \tau)}{\partial \tau} \quad (۶۷-۳)$$

و با گذاشتن قسمت موهومی و حقیقی معادله (۶۶-۳) در معادله (۵۶-۳)، معادله قطر پالس لیزر به صورت زیر می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 r_s(z, \tau)}{\partial z^2} = & \frac{4}{k_0^2 r_s^3(z, \tau)} \left(1 - \frac{p(z, \tau)}{p_{NL}} + \frac{2\pi\ell}{(\ell+1)} r_e r_s^2(z, \tau) n_{e0}(z, \tau) \right) \\ & - \frac{(\ell-1)}{2\ell} \frac{1}{r_s^3(z, \tau)} \left[r_s^2(z, \tau) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{r_s^2(z, \tau)}{p(z, \tau)} \frac{\partial p(z, \tau)}{\partial z} \right) \right. \\ & \left. + \frac{(\ell-1)}{2\ell} \left(\frac{r_s^2(z, \tau)}{p(z, \tau)} \frac{\partial p(z, \tau)}{\partial z} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (۶۸-۳)$$

معادله (۶۸-۳) را معادله حاکم بر تغییرات قطر پالس لیزر با سه ترم غیرخطی اثر پلاسما، اثر خودکانونی و اتلاف انرژی پالس لیزر گویند که در آن $r_e = \frac{q^2}{mc^2} = 2.8 \times 10^{-13}$ شعاع کلاسیکی الکترون است.

اگر از ترم اتلاف انرژی پالس لیزر در سمت راست معادله بالا صرف نظر کنیم بدین معنی که تابع $M = S_{bound} + S_{plasma}$ باشد، معادله حاکم بر تغییرات قطر پالس لیزر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 r_s(z, \tau)}{\partial z^2} = \frac{4}{k_0^2 r_s^3(z, \tau)} \left(1 - \frac{p(z, \tau)}{p_{NL}} + \frac{2\pi\ell}{(\ell+1)} r_e r_s^2(z, \tau) n_{e0}(z, \tau) \right) \quad (۶۹-۳)$$

همان گونه که بیان شد مقدار ℓ برای گاز نیتروژن و اکسیژن به ترتیب برابر با ۱۰ و ۸ می‌باشد بنابراین

برای استفاده از معادلات ذکر شده در بالا برای بررسی پدیده خود هدایت‌گری در هوا باید میزان نرخ فوتونیزاسیون به صورت $W = 0.8W_{N_2} + 0.2W_{O_2}$ در نظر گرفته شود. در این صورت معادله حاکم بر چگالی الکترونی، توان و قطر پالس لیزر برای سه ترم غیرخطی (اثر پلاسما، اثر خودکانونی، اتلاف انرژی پالس لیزر) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$W_{MPI}(r, z, \tau) = \frac{0.4\pi\omega}{(\ell_{O_2} - 1)!} \left(\frac{I(r, z, \tau)}{I_{MPI}} \right)^{\ell_{O_2}} + \frac{1.6\pi\omega}{(\ell_{N_2} - 1)!} \left(\frac{I(r, z, \tau)}{I_{MPI}} \right)^{\ell_{N_2}} \quad (۷۰-۳)$$

$$\frac{\partial n_{e0}(z, \tau)}{\partial \tau} = W_{MPI}(r = 0, z, \tau) n_n \quad (۷۱-۳)$$

$$= \left(\frac{0.4\pi\omega}{(\ell_{O_2} - 1)!} \left(\frac{I(z, \tau)}{I_{MPI}} \right)^{\ell_{O_2}} + \frac{1.6\pi\omega}{(\ell_{N_2} - 1)!} \left(\frac{I(z, \tau)}{I_{MPI}} \right)^{\ell_{N_2}} \right) n_n$$

$$\frac{\partial p(z, \tau)}{\partial z} = -\frac{\pi n_n}{2} r_s^2(z, \tau) \left(\frac{U_{ion(O_2)}}{\ell_{O_2}} \frac{0.4\pi\omega}{(\ell_{O_2} - 1)!} \left(\frac{I(z, \tau)}{I_{MPI}} \right)^{\ell_{O_2}} + \frac{U_{ion(N_2)}}{\ell_{N_2}} \frac{1.6\pi\omega}{(\ell_{N_2} - 1)!} \left(\frac{I(z, \tau)}{I_{MPI}} \right)^{\ell_{N_2}} \right) \quad (۷۲-۳)$$

$$\frac{\partial^2 r_s(z, \tau)}{\partial z^2} = \frac{4}{k_0^2 r_s^3(z, \tau)} \left(1 - \frac{p(z, \tau)}{p_{NL}} \right) \quad (۷۳-۳)$$

$$+ 2\pi r_e r_s^2(z, \tau) \left(\frac{\ell_{O_2}}{(\ell_{O_2} + 1)} n_{e0(O_2)}(z, \tau) + \frac{\ell_{N_2}}{(\ell_{N_2} + 1)} n_{e0(N_2)}(z, \tau) \right)$$

$$- \frac{1}{r_s^3(z, \tau)} \left[\left(\frac{(\ell_{O_2} - 1)}{2\ell_{O_2}} + \frac{(\ell_{N_2} - 1)}{2\ell_{N_2}} \right) r_s^2(z, \tau) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{r_s^2(z, \tau)}{p(z, \tau)} \frac{\partial p(z, \tau)}{\partial z} \right) + \left(\left(\frac{(\ell_{O_2} - 1)}{2\ell_{O_2}} \right)^2 + \left(\frac{(\ell_{N_2} - 1)}{2\ell_{N_2}} \right)^2 \right) \left(\frac{r_s^2(z, \tau)}{p(z, \tau)} \frac{\partial p(z, \tau)}{\partial z} \right)^2 \right]$$

همچنین معادله حاکم بر قطر پالس لیزر در هوا با در نظر گرفتن دو ترم غیرخطی (اثر پلاسما، اثر

خودکانونی) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 r_s(z, \tau)}{\partial z^2} = & \frac{4}{k_0^2 r_s^3(z, \tau)} \left(1 - \frac{p(z, \tau)}{p_{NL}} \right. \\ & + 2\pi r_e r_s^2(z, \tau) \left(\frac{\ell_{O_2}}{(\ell_{O_2} + 1)} n_{e0(O_2)}(z, \tau) \right. \\ & \left. \left. + \frac{\ell_{N_2}}{(\ell_{N_2} + 1)} n_{e0(N_2)}(z, \tau) \right) \right) \end{aligned} \quad (74-3)$$

۳-۳-۲ معادله قطر پالس لیزر برای یونیزاسیون کانالی

برای به دست آوردن معادله حاکم بر قطر پالس لیزر در یونیزاسیون کانالی تابع $M = S_{bound} +$

S_{plasma} در نظر گرفته می‌شود.

$$M = -\frac{\omega_0^2 \eta_2}{4\pi c} |A|^2 + \frac{\omega_p^2}{c^2} \quad (75-3)$$

$$|A|^2 = \frac{E_0^2 r_0^2}{r_s^2} \exp(-\chi) \quad (76-3)$$

از آنجایی که تابع M دارای عبارت موهومی نیست، معادله (۷۵-۳) برابر با صفر شده و با جایگذاری معادله

(۷۵-۳) و (۷۶-۳) در معادله (۷۸-۳) تابع G عبارت می‌شود با:

$$G = \frac{1}{2k_0} \int_0^\infty d\chi (1 - \chi) \left(-\frac{\omega_0^2 \eta_2}{4\pi c} \frac{E_0^2 r_0^2}{r_s^2} \exp(-\chi) + \frac{\omega_p^2}{c^2} \right) e^{-\chi} \quad (77-3)$$

که در آن E_0 ، r_0 و c به ترتیب دامنه میدان لیزر، کمر باریکه و سرعت نور هستند. سپس معادله (۷۷-۳)

بر اساس تابع شدت $I = cE_0^2 r_0^2 \exp(-\chi) / 8\pi r_s^2$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$G = \frac{1}{2k_0} \left(-2k_0^2 \eta_2 \int_0^\infty d\chi I (1 - \chi) e^{-\chi} + \frac{1}{c^2} \int_0^\infty d\chi \omega_p^2 (1 - \chi) e^{-\chi} \right) \quad (78-3)$$

تابع انتگرالی بالا را طبق روش جزء به جزء حل کرده، سپس با استفاده از رابطه انتگرالی مقدار میانگین

$$\langle Q \rangle_r = (4/r_s^2) \int_0^\infty dr r e^{-\chi} Q(r) \quad \text{به صورت زیر در می آید:}$$

$$G = \frac{1}{2k_0} \left(-k_0^2 \eta_2 \langle r \frac{\partial I}{\partial r} \rangle + \frac{1}{2c^2} \langle r \frac{\partial \omega_p^2}{\partial r} \rangle \right) \quad (۷۹-۳)$$

پرانتر عبارت بالا برابر با مشتق اول تابع $\eta_r \simeq 1 - \eta_2 I + \omega_p^2/2\omega^2$ نسبت به r است، که با جایگذاری

آن در معادله (۷۹-۳) $G = k_0 \langle r \partial \eta_r / \partial r \rangle_r / 2$ می شود. همانطور که بیان شد، برای به دست آوردن

معادله حاکم بر قطر پالس لیزر باید تابع G را در معادله (۵۶-۳) جایگذاری کرد.

$$\frac{\partial^2 r_s}{\partial z^2} = \frac{4}{k_0^2 r_s^3} + \frac{2}{r_s} \langle r \frac{\partial \eta_r}{\partial r} \rangle_r \quad (۸۰-۳)$$

برای ساده سازی بیشتر معادله (۸۰-۳) باید مقدار تابع $\langle r \frac{\partial \eta_r}{\partial r} \rangle_r$ را به دست آورد. لذا بار دیگر با حل

انتگرال (۷۸-۳) بر حسب شدت اولیه و فرکانس پلاسما ی اولیه تابع $G = -k_0 \eta_2 I_0 / 4 + k_{p0}^2 f_G / 2k_0$

می شود، که در آن مقدار f_G عبارت است با:

$$f_G = \int_0^\infty d\chi \frac{n}{n_{n0}} (1 - \chi) e^{-\chi} \quad (۸۱-۳)$$

که در آن n و n_{n0} به ترتیب برابر با چگالی پلاسما و چگالی گاز زمینه هستند. سپس با استفاده از بسط

مک لورن حول $r = 0$ از معادله (۸۱-۳) داریم:

$$f_G \simeq \frac{2}{r_s^2(\xi)} \int_\xi^0 d\xi' K_G(\xi') r_s^2(\xi') b_G^{-1}(\xi') \quad (۸۲-۳)$$

که در آن

$$K_G(\xi) = 4 \sqrt{\frac{3}{\pi}} \frac{\Omega_0}{c} U_i^{7/4} \sqrt{\frac{E_H}{B}} \exp(-b_G(\xi)) \quad (۸۳-۳)$$

$$b_G(\xi) = \frac{2}{3} U_i^{3/2} \frac{E_H}{B} \quad (۸۴-۳)$$

حال با برابر قرار دادن این دو تابع G ، مقدار میانگین در سمت راست معادله (۸۰-۳) به صورت

می شود. سپس با جایگذاری این تابع در معادله (۸۰-۳)، معادله قطر

پالس لیزر برای یونیزاسیون کانالی به دست می آید:

$$\frac{\partial^2 r_s}{\partial z^2} = \frac{1}{z_R^2 R^2} \left(1 - \frac{p}{p_{NL}} + r_s^2 k_{p0}^2 \frac{f_G}{2} \right) \quad (۸۵-۳)$$

که در آن $z_R = \pi r_0^2 / \lambda$ ، $R = r_s / r_0$ و k_{p0} به ترتیب طول ریلی، قطر پالس لیزر نرمالیزه و عدد موج

پلاسما می‌باشند [۴۰، ۵۰].

فصل ۴ : حل عددی معادلات و نتایج

۴-۱ مقدمه

با استفاده از روش تفاضل محدود^۱، معادله قطر پالس لیزر برای یونیزاسیون چند فوتونی در نرم افزار matlab 2018a حل عددی می گردد. عبارات غیرخطی در معادله پالس لیزر در دو حالت زیر انتخاب می شود:

الف) دو عبارت غیرخطی شامل اثر خود کانونی و اثر واگرایی ناشی از پلاسما
 ب) سه عبارت غیرخطی شامل اثر خود کانونی، اثر واگرایی ناشی از پلاسما و کاهش انرژی پالس به واسطه یونیزاسیون

معادلاتی که برای حل عددی استفاده شده اند در جداول ۴-۱، ۴-۲ و ۴-۳ آورده شده است.

جدول ۴-۱: معادلات مورد استفاده با در نظر گرفتن سه عبارت غیر خطی در گاز اکسیژن یا نیتروژن.

$\frac{\partial^2 r_s(z, \tau)}{\partial z^2} = \frac{4}{k_0^2 r_s^3(z, \tau)} \left(1 - \frac{p(z, \tau)}{p_{NL}} + \frac{2\pi\ell}{(\ell+1)} r_e r_s^2(z, \tau) n_{e0}(z, \tau) \right) - \frac{(\ell-1)}{2\ell} \frac{1}{r_s^3(z, \tau)} \left[r_s^2(z, \tau) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{r_s^2(z, \tau)}{p(z, \tau)} \frac{\partial p(z, \tau)}{\partial z} \right) + \frac{(\ell-1)}{2\ell} \left(\frac{r_s^2(z, \tau)}{p(z, \tau)} \frac{\partial p(z, \tau)}{\partial z} \right)^2 \right]$	(۱-۴)
$\frac{\partial n_{e0}(z, \tau)}{\partial \tau} = W_{MPI}(r=0, z, \tau) n_n = \left(\frac{2\pi\omega}{(\ell-1)!} \left(\frac{I(z, \tau)}{I_{MPI}} \right)^\ell \right) n_n$	(۲-۴)
$\frac{\partial p(z, \tau)}{\partial z} = -\frac{\pi U_{ion}}{2} \frac{1}{\ell} r_s^2(z, \tau) \frac{\partial n_{e0}(z, \tau)}{\partial \tau}$	(۳-۴)
$I(z, \tau) = \frac{2p(z, \tau)}{\pi r_s^2(z, \tau)}$	(۴-۴)

^۱ Finite difference

جدول ۴-۲: معادلات مورد استفاده با در نظر گرفتن سه عبارت غیر خطی در هوا.

$\frac{\partial n_{e0}(z, \tau)}{\partial \tau} = W_{MPI}(r = 0, z, \tau)n_n$ $= \left(\frac{0.4\pi\omega}{(\ell_{O_2} - 1)!} \left(\frac{I(z, \tau)}{I_{MPI}} \right)^{\ell_{O_2}} + \frac{1.6\pi\omega}{(\ell_{N_2} - 1)!} \left(\frac{I(z, \tau)}{I_{MPI}} \right)^{\ell_{N_2}} \right) n_n$	(۵-۴)
$\frac{\partial p(z, \tau)}{\partial z} = -\frac{\pi n_n}{2} r_s^2(z, \tau) \left(\frac{U_{ion(O_2)}}{\ell_{O_2}} \frac{0.4\pi\omega}{(\ell_{O_2} - 1)!} \left(\frac{I(z, \tau)}{I_{MPI}} \right)^{\ell_{O_2}} \right.$ $\left. + \frac{U_{ion(N_2)}}{\ell_{N_2}} \frac{1.6\pi\omega}{(\ell_{N_2} - 1)!} \left(\frac{I(z, \tau)}{I_{MPI}} \right)^{\ell_{N_2}} \right)$	(۶-۴)
$\frac{\partial^2 r_s(z, \tau)}{\partial z^2} = \frac{4}{k_0^2 r_s^3(z, \tau)} \left(1 - \frac{p(z, \tau)}{p_{NL}} \right.$ $+ 2\pi r_e r_s^2(z, \tau) \left(\frac{\ell_{O_2}}{(\ell_{O_2} + 1)} n_{e0(O_2)}(z, \tau) \right.$ $\left. \left. + \frac{\ell_{N_2}}{(\ell_{N_2} + 1)} n_{e0(N_2)}(z, \tau) \right) \right)$ $- \frac{1}{r_s^3(z, \tau)} \left[\left(\frac{(\ell_{O_2} - 1)}{2\ell_{O_2}} \right. \right.$ $+ \frac{(\ell_{N_2} - 1)}{2\ell_{N_2}} \left. \right) r_s^2(z, \tau) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{r_s^2(z, \tau)}{p(z, \tau)} \frac{\partial p(z, \tau)}{\partial z} \right)$ $+ \left(\left(\frac{(\ell_{O_2} - 1)}{2\ell_{O_2}} \right)^2 + \left(\frac{(\ell_{N_2} - 1)}{2\ell_{N_2}} \right)^2 \right) \left(\frac{r_s^2(z, \tau)}{p(z, \tau)} \frac{\partial p(z, \tau)}{\partial z} \right)^2 \left. \right]$	(۷-۴)

جدول ۴-۳: معادلات مورد استفاده با در نظر گرفتن دو عبارت غیر خطی.

$\frac{\partial^2 r_s(z, \tau)}{\partial z^2} = \frac{4}{k_0^2 r_s^3(z, \tau)} \left(1 - \frac{p(z, \tau)}{p_{NL}} + \frac{2\pi\ell}{(\ell + 1)} r_e r_s^2(z, \tau) n_{e0}(z, \tau) \right)$	(۸-۴)
$\frac{\partial^2 r_s(z, \tau)}{\partial z^2} = \frac{4}{k_0^2 r_s^3(z, \tau)} \left(1 - \frac{p(z, \tau)}{p_{NL}} + 2\pi r_e r_s^2(z, \tau) \left(\frac{\ell_{O_2}}{(\ell_{O_2} + 1)} n_{e0(O_2)}(z, \tau) + \frac{\ell_{N_2}}{(\ell_{N_2} + 1)} n_{e0(N_2)}(z, \tau) \right) \right)$	(۹-۴)

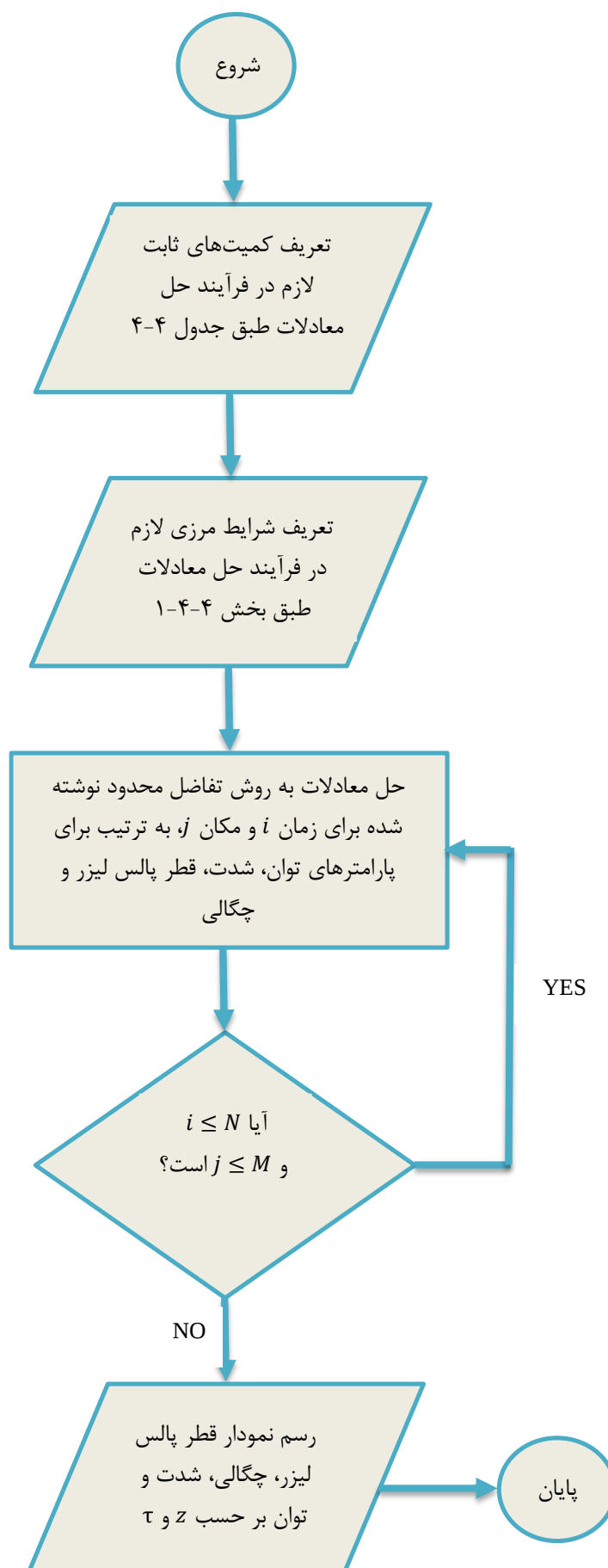
۴-۱-۱ شرایط مرزی و اولیه

در فرآیند حل معادله قطر پالس لیزر مقدار r_s و $\partial r_s / \partial z$ در $z = 0$ به ترتیب برابر با صفر و r_0 هستند. همچنین چگالی الکترونی در $(z = 0, \tau = 0)$ ، برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود. مقادیر ثابت مورد نیاز در فرآیند حل عددی معادلات فوق‌الذکر نیز در جدول ۴-۴ ارائه می‌گردد.

$$p(z = 0, \tau) = p_{NL} \left(1 + \frac{2\pi\ell}{(\ell + 1)^2} r_e R^2(z = 0, \tau) n_{e0}(z = 0, \tau) \right) \quad (۱۰-۴)$$

$$I(z = 0, \tau) = \frac{2p(z = 0, \tau)}{\pi R^2(z = 0, \tau)} \quad (۱۱-۴)$$

$$I(z, \tau = 0) = I_0 \quad (۱۲-۴)$$



شکل ۴-۱: فلوچارت مراحل حل عددی.

جدول ۴-۴: کمیت‌های مورد استفاده در حل عددی معادله قطر پالس لیزر [۳].

مقدار	نماد	کمیت
$0.775 \mu m$	λ	طول موج پالس لیزر
$3 \times 10^8 m/s$	c	سرعت نور
$2.7 \times 10^{19} cm^{-3}$	N_0	چگالی گاز خنثی در هوا
$50 \mu m$	r_0	قطر اولیه پالس لیزر
$5.6 \times 10^{-19} cm^2/W$	η_2	ضریب شکست غیرخطی
$1.602 \times 10^{-19} C$	e	بار الکترون
$9.1096 \times 10^{-28} g$	m_e	جرم الکترون
$4.3 \times 10^{13} W/cm^2$	I_0	شدت پالس لیزر در $\tau = 0 fs$
$6.626068 \times 10^{-34} Js$	h	ثابت پلانک
$6.4 \times 10^{-18} cm^2$	σ_{mp}	سطح مقطع یونیزاسیون چند فوتونی
$12.1 eV$	$U_{ion}(O_2)$	انرژی یونیزاسیون گاز اکسیژن
$15.6 eV$	$U_{ion}(N_2)$	انرژی یونیزاسیون گاز نیتروژن
120×10^{-16}		dt
0.01		dz

۴-۲ نتایج

با استفاده از روش تفاضل محدود تغییرات r_s ، توان، شدت و چگالی الکترونی برحسب τ در z ثابت

و برحسب z در τ ثابت رسم شده و نتایج در ادامه ارائه می‌گردد.

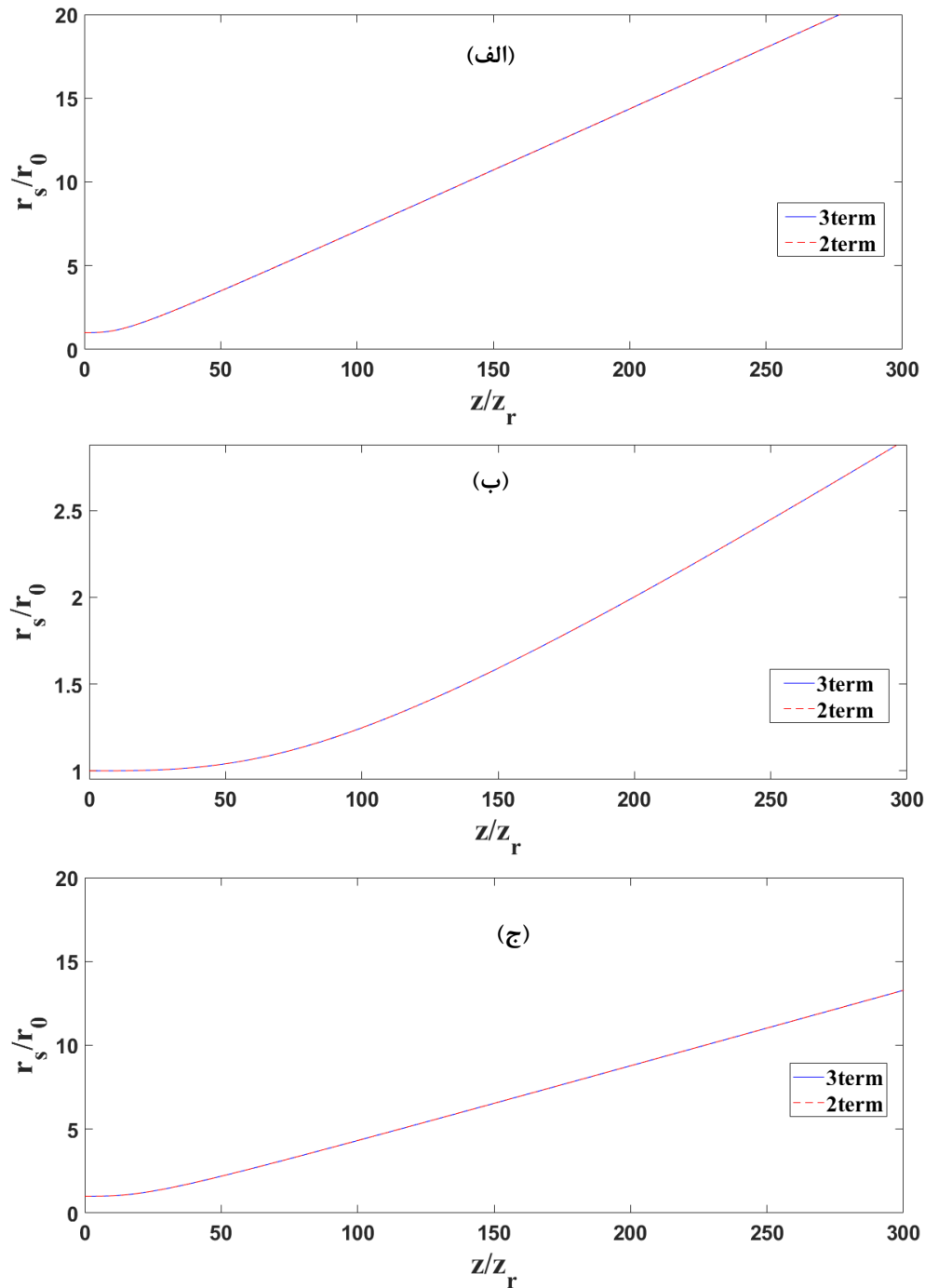
شکل ۴-۲ تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه برحسب z به ازای $\tau = 0 fs$ (جلو پالس) را نشان

می‌دهد. در جلوی پالس به دلیل وجود پلاسمای کمتر، میزان واگرایی کمتر است. از طرفی انرژی

یونیزاسیون گاز اکسیژن و نیتروژن به ترتیب $12.1 eV$ و $15.6 eV$ است بنابراین نیتروژن نسبت به هوا و

بعد گاز اکسیژن سخت‌تر یونیزه می‌شود. لذا چگالی الکترونی در گاز نیتروژن کمتر خواهد بود که به تبع

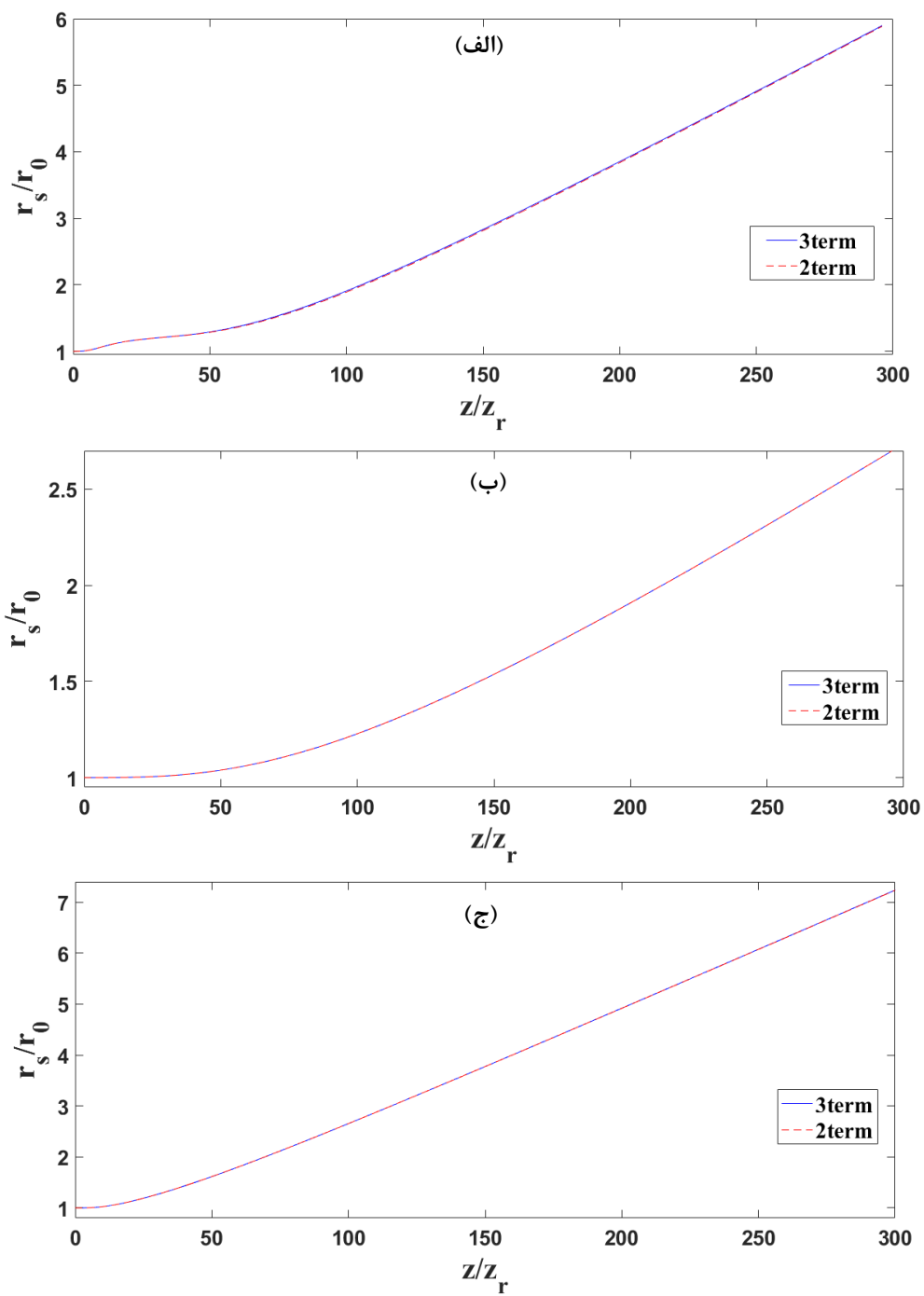
آن میزان واگرایی ناشی از پلاسما کمتر می‌شود. از این‌روی گاز اکسیژن به دلیل کمتر بودن انرژی یونیزاسیون نسبت به هوا و نیتروژن دچار واگرایی بیشتری می‌شود.



شکل ۴-۲: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه بر حسب z در $\tau = 0 \text{ fs}$ (جلوی پالس) برای الف) گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا.

اما از آنجایی گاز نیتروژن سخت‌تر یونیزه می‌گردد دچار واگرایی کمتری ناشی از پلاسما خواهد شد و خود هدایت‌گری تا طول بیشتری برای آن رخ می‌دهد. همان‌گونه که در شکل ۴-۲ مشاهده می‌شود خود هدایت‌گری برای اکسیژن، نیتروژن و هوا به ترتیب تا نزدیک $z = 10z_r$ ، $z = 50z_r$ و $z = 15z_r$ اتفاق می‌افتد.

تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه برحسب z به ازای $\tau = 15 \text{ fs}$ (اواسط پالس) در شکل ۴-۳ به نمایش درآمده است. با توجه به اینکه پالس لیزر از جلو و پشت شروع به واگرا شدن می‌کند میزان واگرایی در $\tau = 15 \text{ fs}$ که زمانی بین ابتدا و انتهای پالس هست نسبت به واگرایی در جلو و پشت پالس کمتر است. همان‌طور که در شکل ۴-۳ دیده می‌شود میزان واگرایی برای نمودار (الف) و (ج) به ترتیب نسبت به شکل ۴-۲ تقریباً از ۲۰ به ۶ و از ۱۳ به ۷ کاهش یافته است بنابراین میزان واگرایی پالس لیزر در $\tau = 15 \text{ fs}$ برای نمودار (الف) و (ج) کمتر شده است. اما برای گاز نیتروژن به دلیل بیشتر بودن انرژی یونیزاسیون دچار تغییرات زیادی نمی‌شود. در نتیجه مقدار واگرایی در وسط پالس نسبت به جلو پالس کمتر می‌باشد بخصوص برای اکسیژن به دلیل داشتن انرژی یونیزاسیون کمتر، واگرایی خیلی کمتر است.

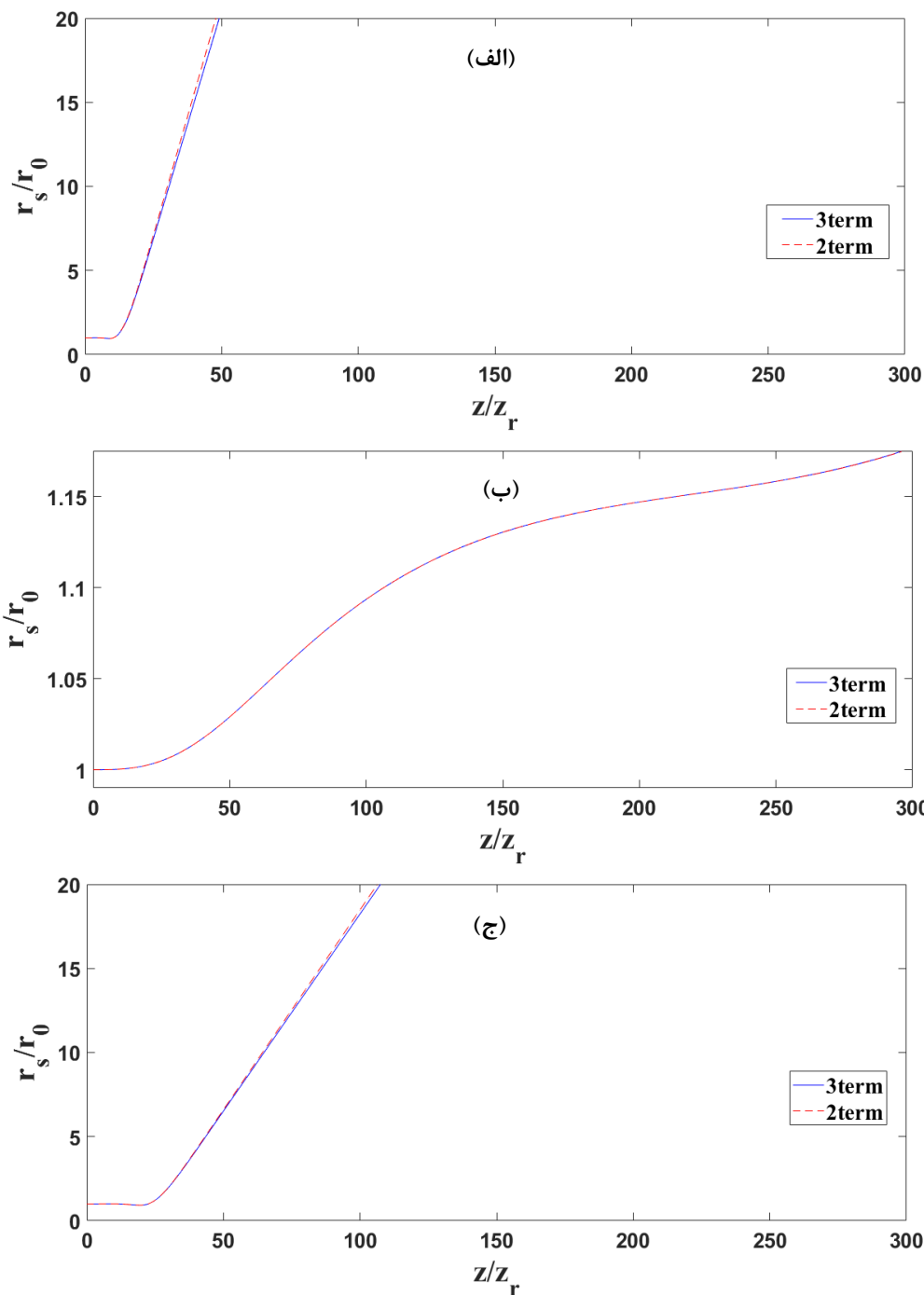


شکل ۴-۳: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه بر حسب z در $\tau = 15 \text{ fs}$ (اواسط پالس) برای الف) گاز اکسیژن، ب) گاز

نیتروژن، ج) هوا.

تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه بر حسب z به ازای $\tau = 120 \text{ fs}$ (پشت پالس) در شکل ۴-۴ به

نمایش درآمده است.

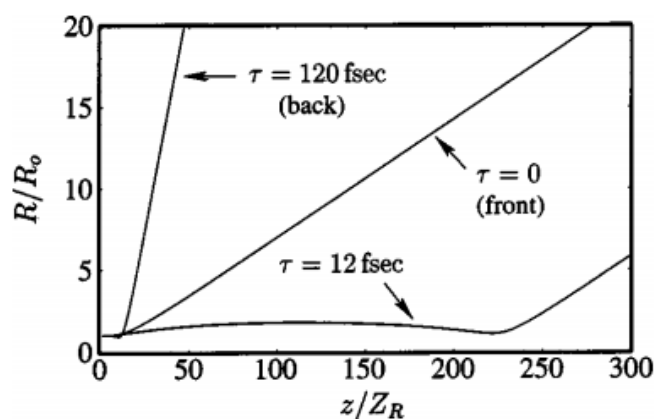


شکل ۴-۴: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه برحسب z در $\tau = 120 \text{ fs}$ (پشت پالس) برای (الف) گاز اکسیژن، (ب) گاز نیتروژن، (ج) هوا.

همان گونه که در شکل مشاهده می شود در $\tau = 120 \text{ fs}$ (پشت پالس) مقدار قطر پالس لیزر با سرعت بیشتری شروع به افزایش می کند که نشان از واگرایی شدید پالس لیزر برای گاز اکسیژن، نیتروژن و هوا نسبت به جلو پالس و اواسط پالس است. دلیل این مسأله این است که با انتشار پالس لیزر در محیط

پلازما ایجاد می‌شود و پشت پالس بیشتر تحت تاثیر این پلازما قرار می‌گیرد بنابراین واگرایی در پشت پالس بیشتر است. لازم به ذکر است که در شکل ۴-۲، ۴-۳ و ۴-۴ تغییرات r_s بر حسب z برای دو و سه ترم به نمایش در آمده است و همان گونه که در این سه شکل دیده می‌شود اثر کاهش انرژی پالس به واسطه یونیزاسیون تاثیر چندانی بر خود هدایت‌گری پالس لیزر ندارد هر چند که تاثیرات آن برای گاز اکسیژن به دلیل انرژی یونیزاسیون کمتر آن بیشتر است.

برای مقایسه نتایج به دست آمده با نتایج تحقیقات انجام شده، شکل ۴-۵ ارائه می‌شود که توسط اسپرانگل و همکارانش در سال ۲۰۰۲ انجام شده است [۳] و تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه شده بر حسب z/z_r در $\tau = 0$ ، $\tau = 12$ و $\tau = 120 \text{ fs}$ را برای گاز اکسیژن نشان می‌دهد.

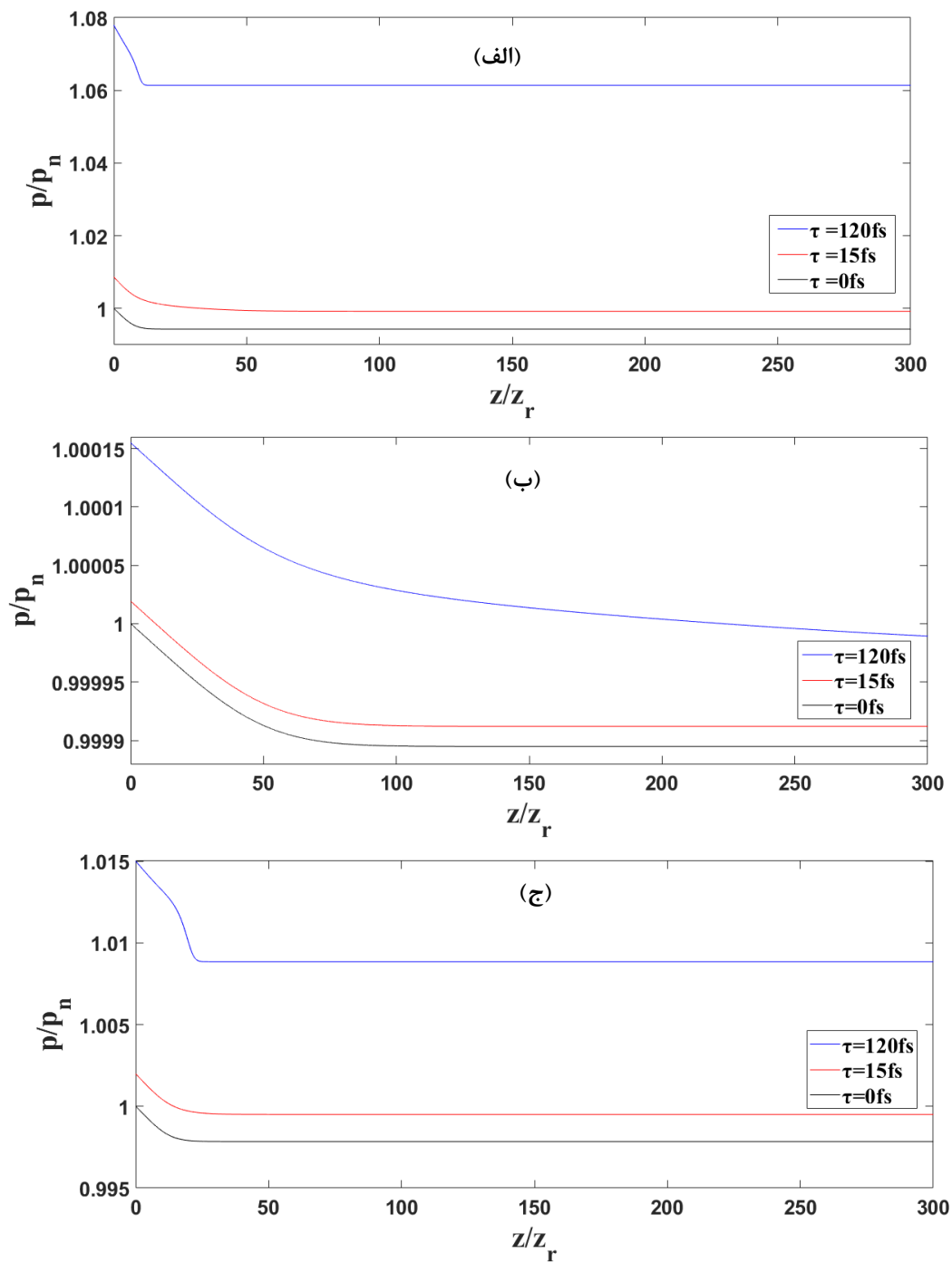


شکل ۴-۵: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه شده بر حسب z در $\tau = 0$ ، $\tau = 12$ و $\tau = 120 \text{ fs}$ برای گاز اکسیژن

[۳].

همان گونه که در شکل دیده می‌شود کمترین میزان واگرایی در $\tau = 12 \text{ fs}$ ، بعد آن در $\tau = 0 \text{ fs}$ و بعد در $\tau = 120 \text{ fs}$ می‌باشد که این نتایج دارای انطباق خوب با نتایج ارائه شده از شبیه سازی در این پایان‌نامه است.

تغییرات توان پالس لیزر نرمالیزه بر حسب z در $\tau = 0$ ، $\tau = 15$ و $\tau = 120 \text{ fs}$ در شکل ۴-۶ به نمایش در آمده است.

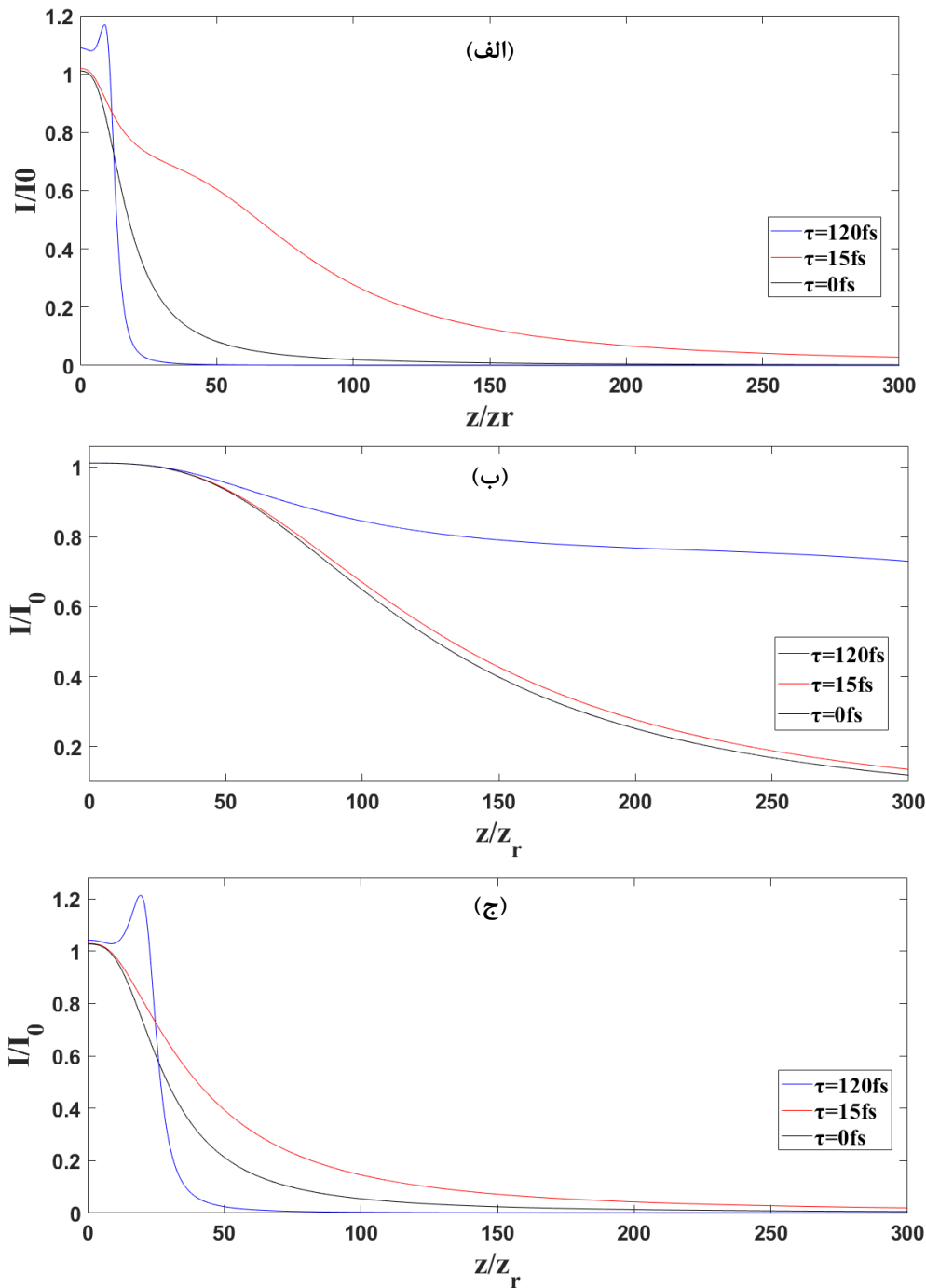


شکل ۴-۶: تغییرات توان پالس لیزر نرمالیزه بر حسب z در $\tau = 0$ ، $\tau = 15$ و $\tau = 120 \text{ fs}$ برای الف) گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا.

با توجه به معادلات (۳-۶۷) و (۳-۷۲) تغییرات نمودار توان بر حسب z را با نمودار چگالی الکترونی بر حسب τ می‌توان قیاس کرد. زیرا مشتق توان بر حسب z با منفی مشتق چگالی الکترونی بر حسب τ رابطه دارد. این معادلات حاکی از رفتار عکس این دو نمودار با هم هستند. همانطور که در شکل چگالی

الکترونی بر حسب τ در شکل ۴-۱۵ خواهید دید، تغییرات چگالی الکترونی بر حسب τ روند افزایشی دارد. بنابراین تغییرات توان بر حسب z روند کاهشی دارد و تقریباً ثابت می‌گردد.

در شکل ۴-۷ تغییرات شدت پالس لیزر نرمالیزه بر حسب z در $\tau = 0$ ، $\tau = 15$ و $\tau = 120$ fs نشان

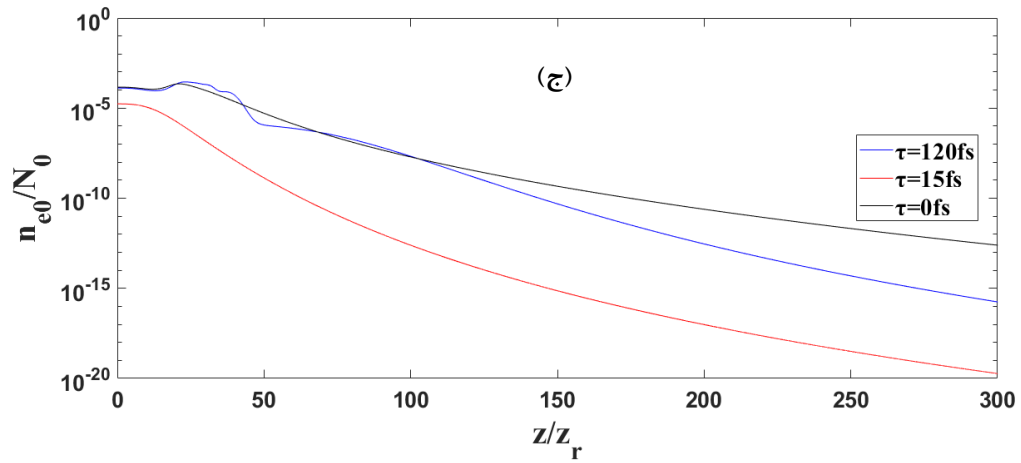
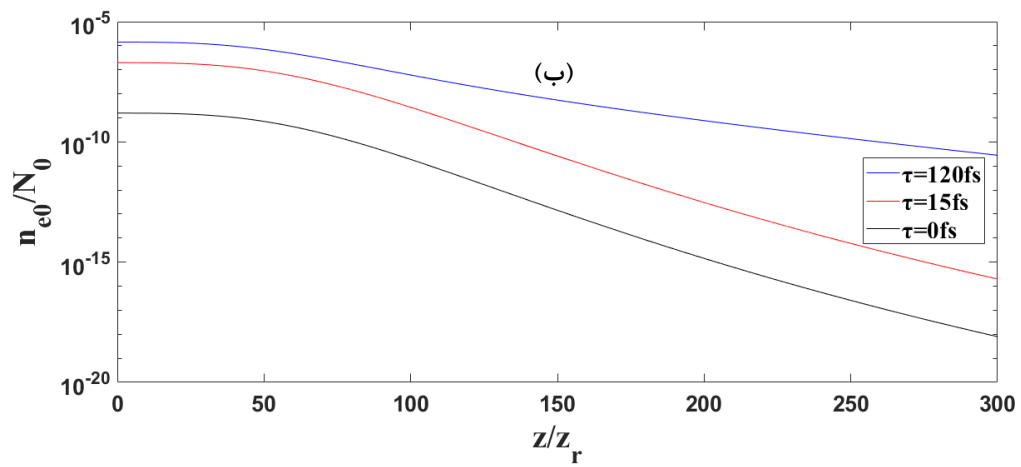
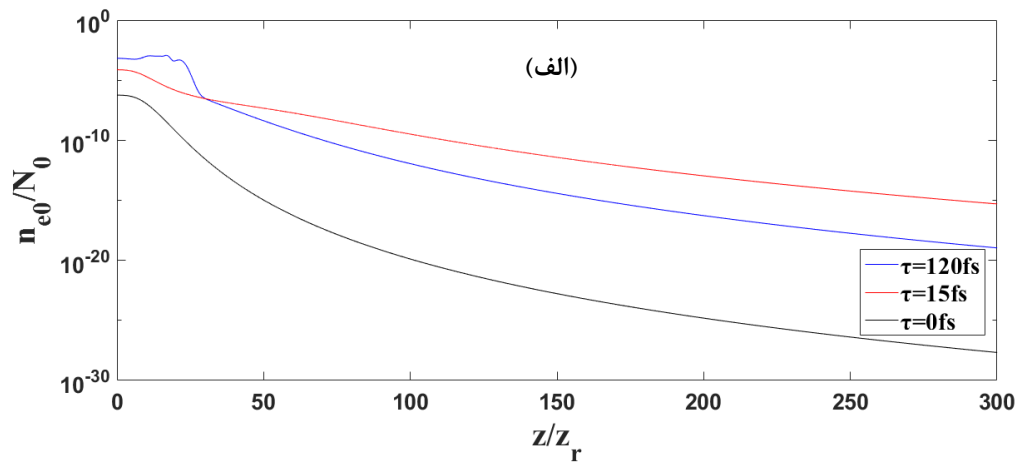


شکل ۴-۷: تغییرات شدت پالس لیزر نرمالیزه بر حسب z در $\tau = 0$ ، $\tau = 15$ و $\tau = 120$ fs برای الف) گاز

اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا.

داده شده است. با افزایش میزان واگرایی، شدت کاهش پیدا می کند بنابراین انتظار می رود که رفتار شدت با واگرایی رابطه عکس داشته باشد. همان گونه که بیان شد میزان واگرایی در پشت پالس بیشتر از جلو و اواسط پالس است و علاوه بر این با افزایش طول در مسیر انتشار میزان واگرایی افزایش پیدا می کند، بنابراین همان گونه که در شکل دیده می شود برای گاز اکسیژن و هوا به ترتیب تا $z = 10z_r$ و $z = 15z_r$ شدت تغییر چندانی ندارد زیرا تا این فاصله برای این دو گاز خود هدایت گری اتفاق افتاده است و پس از آن به دلیل واگرا شدن پالس میزان شدت در این فاصله کاهش پیدا می کند. همچنین با پیشروی پالس در امتداد محور z میزان واگرایی افزایش پیدا می کند بنابراین انتظار می رود که شدت پالس با افزایش z کاهش یابد.

در شکل ۴-۸ تغییرات چگالی الکترونی نرمالیزه بر حسب z در $\tau = 0$ ، $\tau = 15$ و $\tau = 120 \text{ fs}$ نشان داده شده است. تغییرات چگالی الکترونی با شدت رابطه مستقیم دارد و با توجه به این که با انتشار پالس در امتداد محور z میزان واگرایی بیشتر می شود، شدت کاهش می یابد. بنابراین میزان یونیزاسیون کمتر می شود و انتظار می رود که مقدار چگالی در امتداد محور z کاهش پیدا کند. با توجه به این که انرژی یونیزاسیون گاز اکسیژن بیشتر از هوا و نیتروژن است بنابراین انتظار می رود که میزان چگالی الکترونی تولید شده برای گاز اکسیژن بیشتر از هوا و نیتروژن باشد، لذا به دلیل انرژی یونیزاسیون بالای گاز نیتروژن انتظار می رود که میزان چگالی الکترونی که تولید شده کمتر باشد.

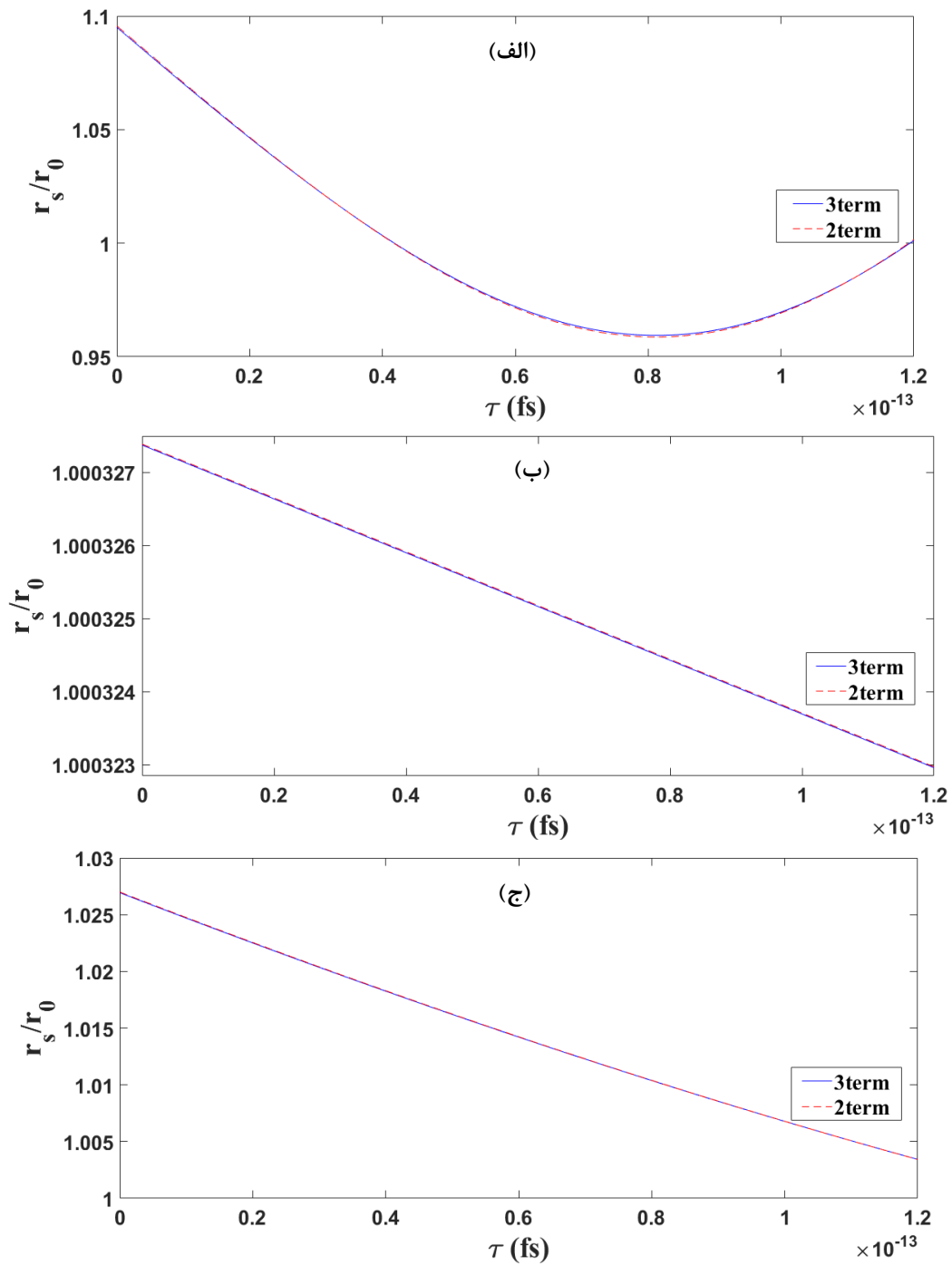


شکل ۴-۸: تغییرات چگالی الکترونی نرمالیزه بر حسب z در $\tau = 0$ ، $\tau = 15$ و $\tau = 120$ برای الف) گاز

اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا.

شکل ۴-۹: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه بر حسب τ در $z = 10z_r$ را نشان می‌دهد. همان‌طور که در

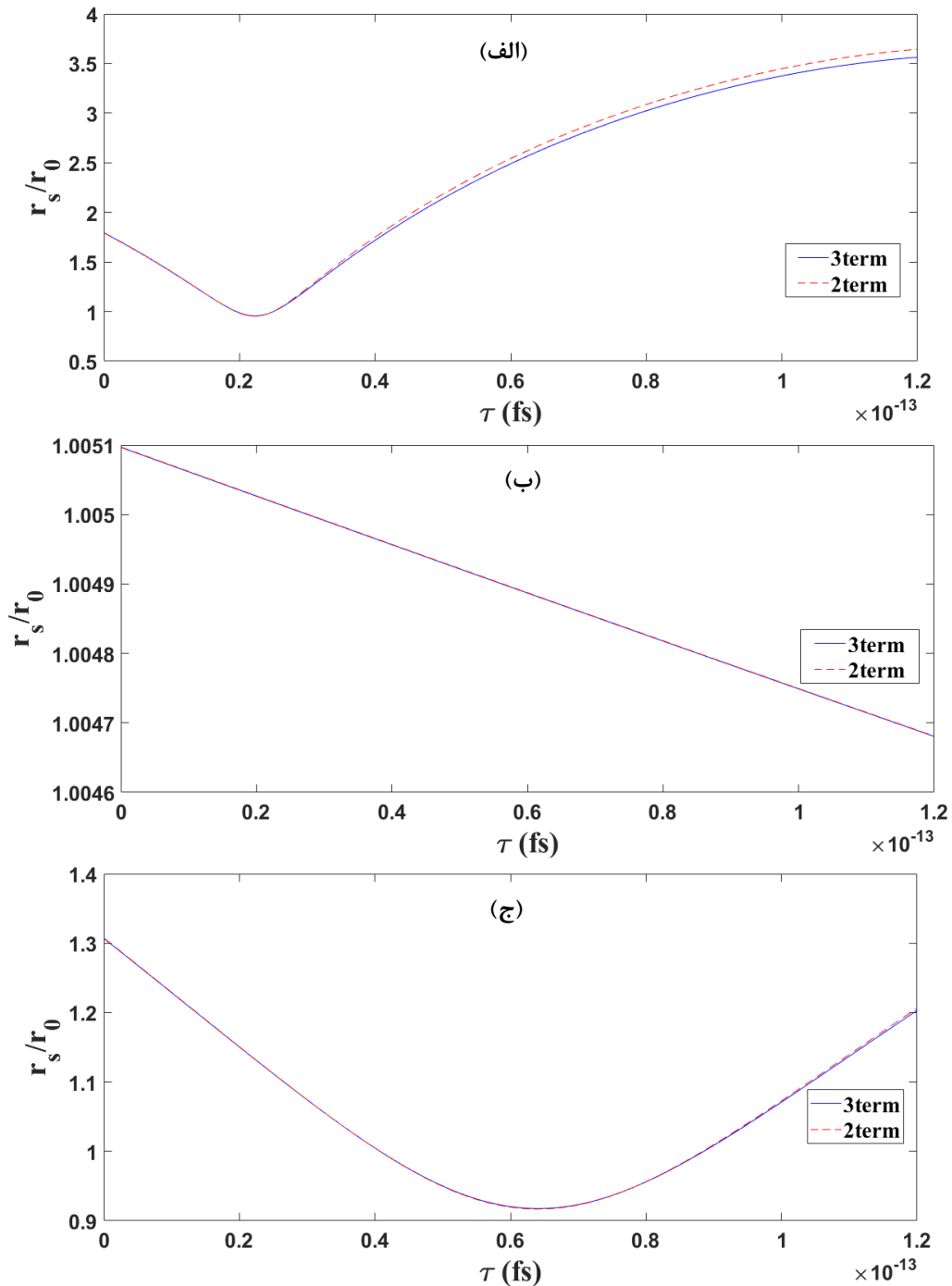
شکل ۴-۴ دیده شد گاز اکسیژن، نیتروژن و هوا تا $z = 10z_r$ خود هدایت‌گری داشتند. از آنجایی که



شکل ۴-۹: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه بر حسب τ در $z = 10z_r$ برای (الف) گاز اکسیژن، (ب) گاز نیتروژن، (ج) هوا. این شکل تغییرات را بر حسب τ در $z = 10z_r$ نشان می‌دهد، بنابراین در این شکل انتظار می‌رود تغییرات r_s/r_0 خیلی کم باشد و همانطور که مشاهده می‌شود این تغییرات بسیار کم است و همین تغییرات اندک، برای گاز اکسیژن بیشتر از هوا و برای هوا بیشتر از گاز نیتروژن است. تغییرات r_s/r_0

برای گاز اکسیژن، نیتروژن و هوا به ترتیب تقریباً بین ۰٫۹۴ تا ۱٫۱، ۱٫۰۰۰۳۲۳ تا ۱٫۰۰۰۳۲۷۵ و ۱٫۰۰۴ تا ۱٫۰۲۷ می‌باشد.

شکل ۴-۱۰: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه بر حسب τ در $z = 25z_r$ را نشان می‌دهد. همانطور

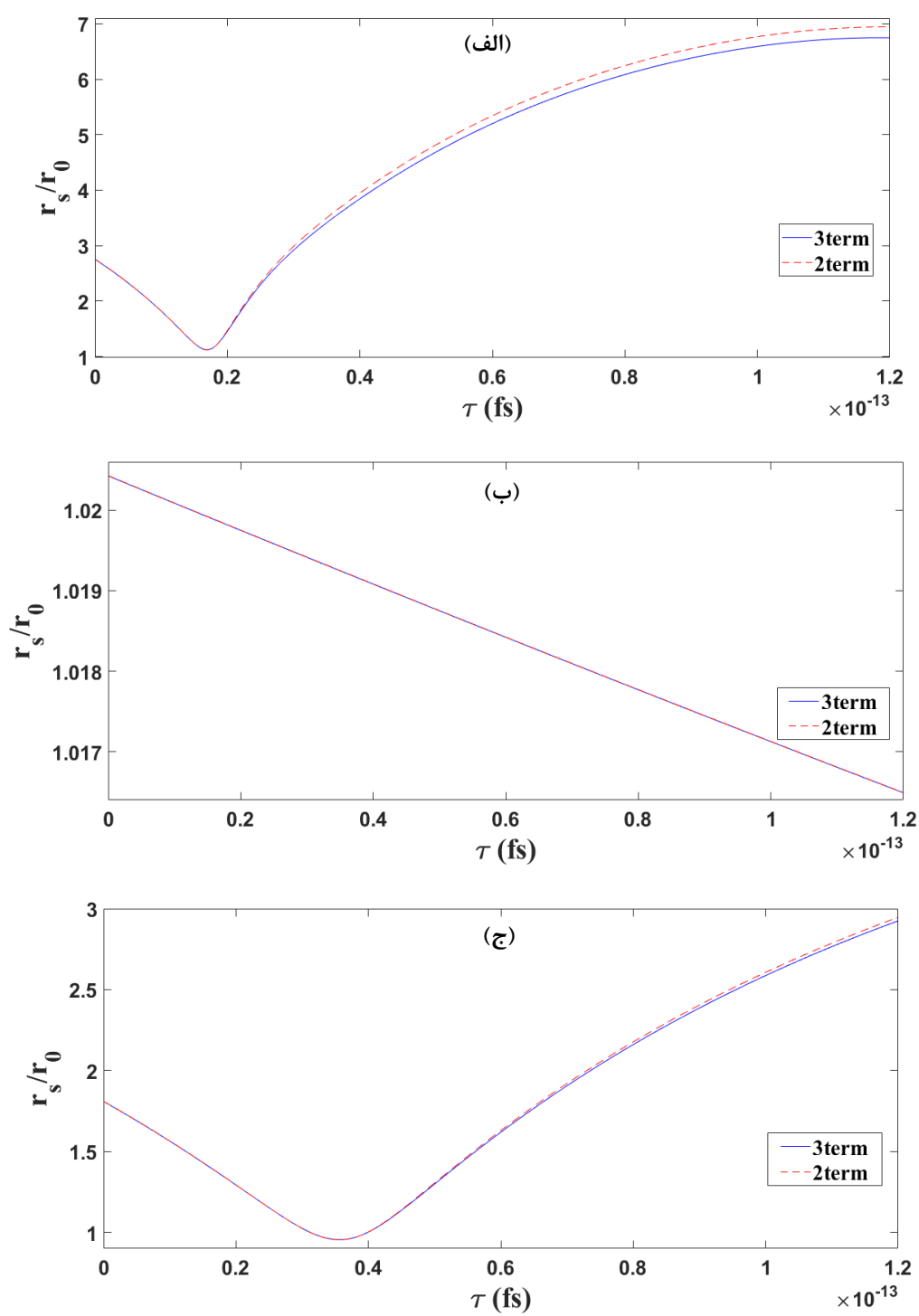


شکل ۴-۱۰: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه بر حسب τ در $z = 25z_r$ برای (الف) گاز اکسیژن، (ب) گاز نیتروژن، (ج)

هوا.

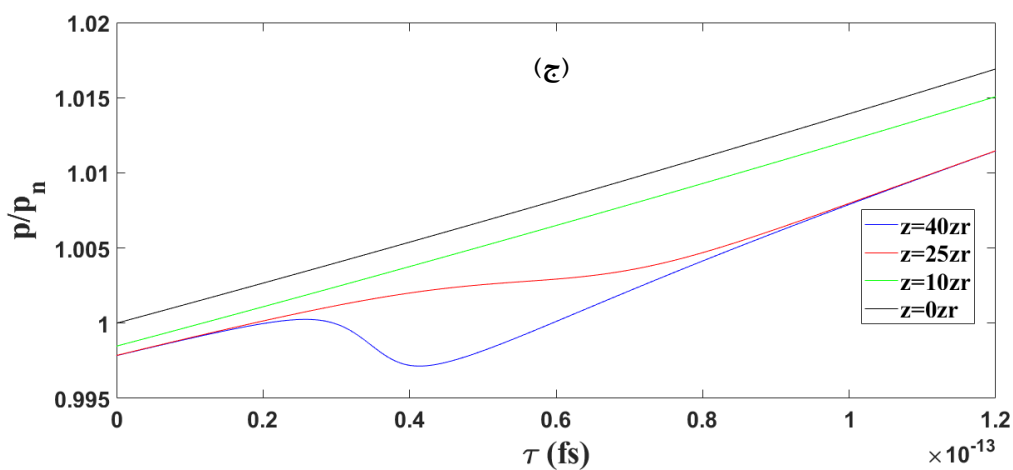
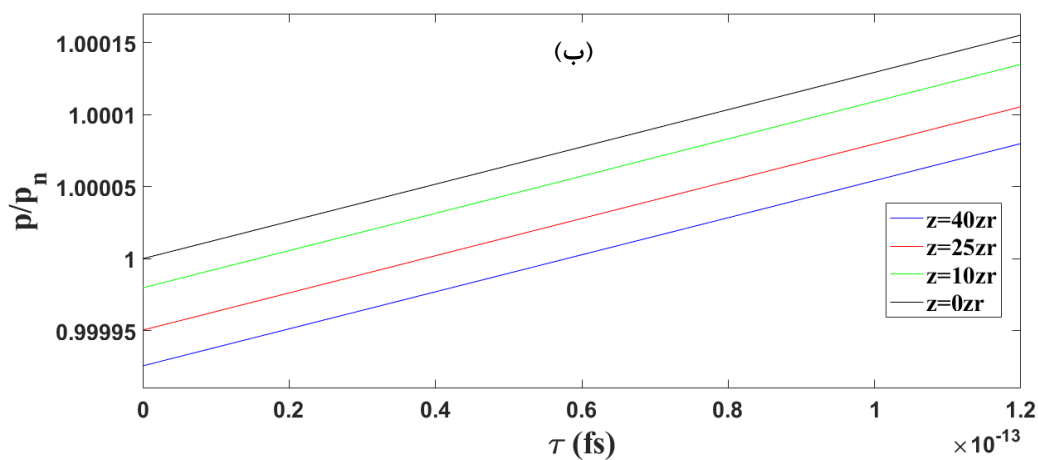
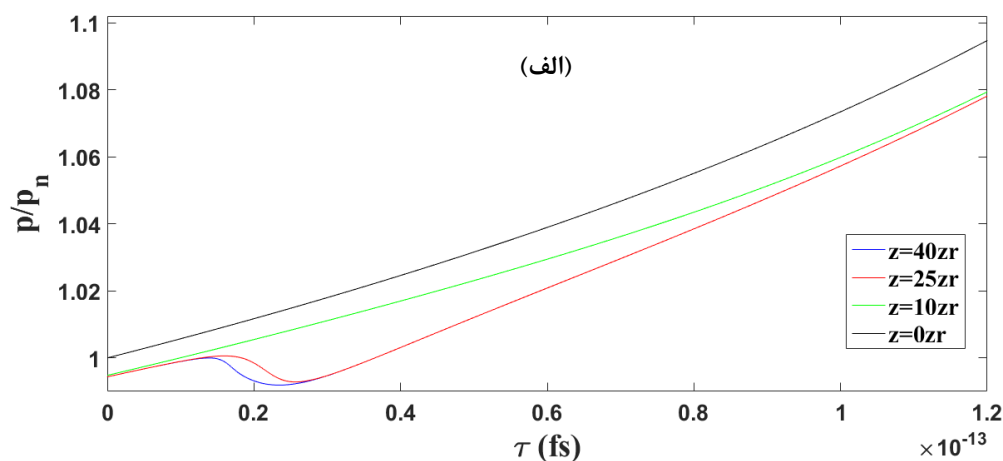
که در شکل ۴-۴ مشاهده شده است گاز اکسیژن از $z = 10z_r$ به بعد واگرایی از خود نشان می‌دهد. در این شکل، انتظار می‌رود چون بر حسب τ در $z = 25z_r$ رسم شده است میزان تغییرات r_s/r_0 برای گاز اکسیژن بیشتر از هوا باشد، زیرا هوا تا $z = 15z_r$ خود هدایت‌گری را نشان داده است. از طرفی انتظار داریم چون گاز نیتروژن تا $z = 50z_r$ خود هدایت‌گری نشان می‌داد تغییرات r_s/r_0 آن بسیار کم باشد. تغییرات r_s/r_0 برای گاز اکسیژن، نیتروژن و هوا به ترتیب تقریباً بین ۱ تا ۳٫۶، ۰٫۴۶۹ تا ۱٫۰۵۱ و ۰٫۹۱ تا ۱٫۳ می‌باشد.

شکل ۴-۱۱ تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه بر حسب τ در $z = 40z_r$ را نشان می‌دهد. طبق شکل ۴-۴ که خود هدایت‌گری را برای گاز اکسیژن، نیتروژن و هوا به ترتیب تقریباً تا $z = 10z_r$ ، $z = 15z_r$ و $z = 50z_r$ نشان می‌دهد، انتظار می‌رود که تغییرات r_s/r_0 به ترتیب برای گاز اکسیژن بیشتر از هوا برای هوا بیشتر از گاز نیتروژن باشد و میزان واگرایی بیشتر نسبت به شکل‌های ۴-۹ و ۴-۱۰ مشاهده شود. حالت دو ترم و سه ترم به نمایش درآمده است و همان‌گونه که مشاهده می‌شود اثر کاهش انرژی پالس به واسطه یونیزاسیون تأثیر چندانی بر روی خود هدایت‌گری پالس لیزر ندارد، هر چند که تأثیر آن بر روی اکسیژن بیشتر از نیتروژن و هوا است. تغییرات قطر پالس نرمالیزه برای حالت دو و سه ترم به نمایش درآمده است و همان‌گونه که مشاهده می‌شود اثر کاهش انرژی پالس به واسطه یونیزاسیون تأثیر چندانی بر روی خود هدایت‌گری پالس لیزر ندارد، هر چند که تأثیر آن بر روی اکسیژن بیشتر از نیتروژن و هوا است.



شکل ۴-۱۱: تغییرات قطر پالس لیزر نرمالیزه بر حسب τ در $z = 40z_r$ برای (الف) گاز اکسیژن، (ب) گاز نیتروژن، (ج) هوا.

شکل ۴-۱۲: تغییرات توان پالس لیزر نرمالیزه شده بر حسب τ را در $z = 0z_r$ ، $z = 10z_r$ ، $z = 25z_r$ و $z = 40z_r$ نشان می‌دهد.



شکل ۴-۱۲: تغییرات توان لیزر نرمالیزه برحسب τ در $z = 40z_r$ و $z = 25z_r$ ، $z = 10z_r$ ، $z = 0z_r$ برای الف)

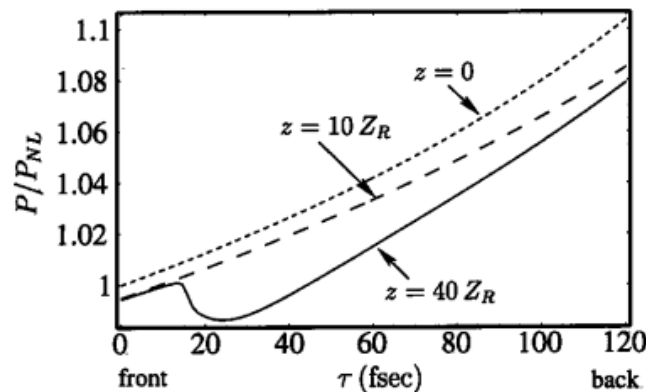
گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا.

تغییرات توان نرمالیزه برای گاز اکسیژن بیشتر از هوا و گاز نیتروژن است، چون واگرایی و کاهش

شدت برای گاز اکسیژن نسبت به هوا و برای هوا نسبت به گاز نیتروژن بیشتر است و در $z = 40z_r$ نیز

تغییرات نمودار توان بر حسب τ به دلیل بیشتر بودن واگرایی بیشتر است.

برای نشان دادن صحت نتایج، شکل ۴-۱۳ از مقاله اسپرانگل که در سال ۲۰۰۲ منتشر شد [۳] آورده شده است.



شکل ۴-۱۳: تغییرات توان پالس لیزر نرمالیزه شده بر حسب τ در $z = 0z_r$ ، $z = 10z_r$ و $z = 40z_r$ برای گاز

اکسیژن [۳].

شکل ۴-۱۳ تغییرات توان پالس لیزر نرمالیزه شده را بر حسب τ در $z = 0z_r$ ، $z = 10z_r$ و $z = 40z_r$

برای گاز اکسیژن نشان می‌دهد که انطباق خوبی با نتایج این پایان نامه دارد.

تغییرات شدت پالس لیزر نرمالیزه بر حسب τ در $z = 0z_r$ ، $z = 10z_r$ ، $z = 25z_r$ و $z = 40z_r$ در

شکل ۴-۱۴ به نمایش در آمده است. تغییرات شدت به میزان واگرایی مربوط است و هر چه میزان

واگرایی بیشتر باشد تغییرات شدت بیشتر خواهد بود. در $z = 0z_r$ چون تغییری در میزان قطر پالس

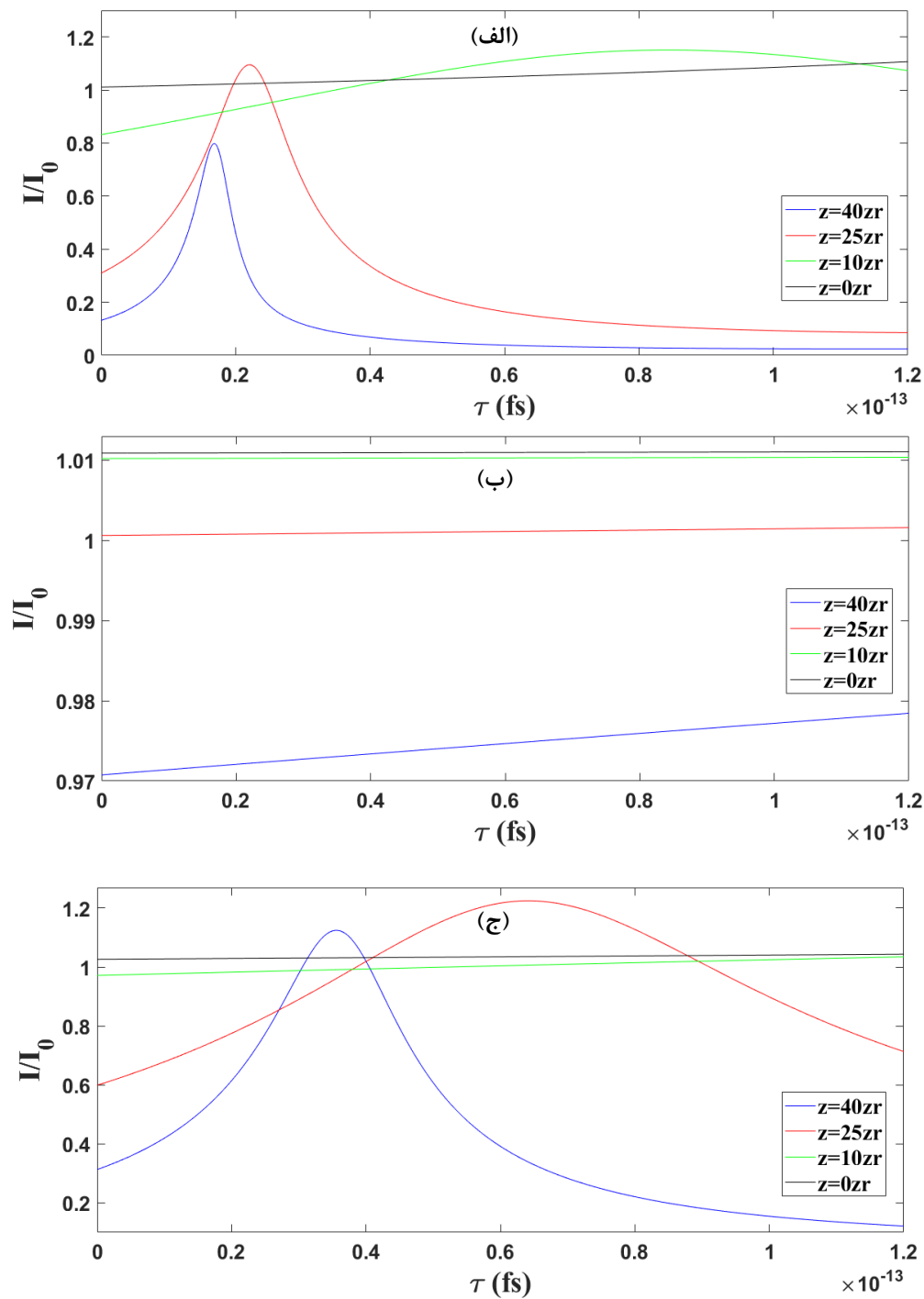
لیزر انجام نشده بنابراین انتظار می‌رود که شدت برای گاز اکسیژن، نیتروژن و هوا ثابت باشد که در

شکل ۴-۱۴ هم مشخص است. در $z = 10z_r$ برای گاز اکسیژن، نیتروژن و هوا انتظار می‌رود که تغییرات

شدت ثابت یا بسیار کم باشد و همانطور که مشاهده می‌شود برای گاز نیتروژن و هوا بدین گونه است

که شدت تقریباً ثابت است و برای اکسیژن هم چون تا $z = 10z_r$ خود هدایت‌گری دارد و بعد از آن

پالس شروع به واگرا شدن می‌کند، تغییرات شدت بسیار اندک است.

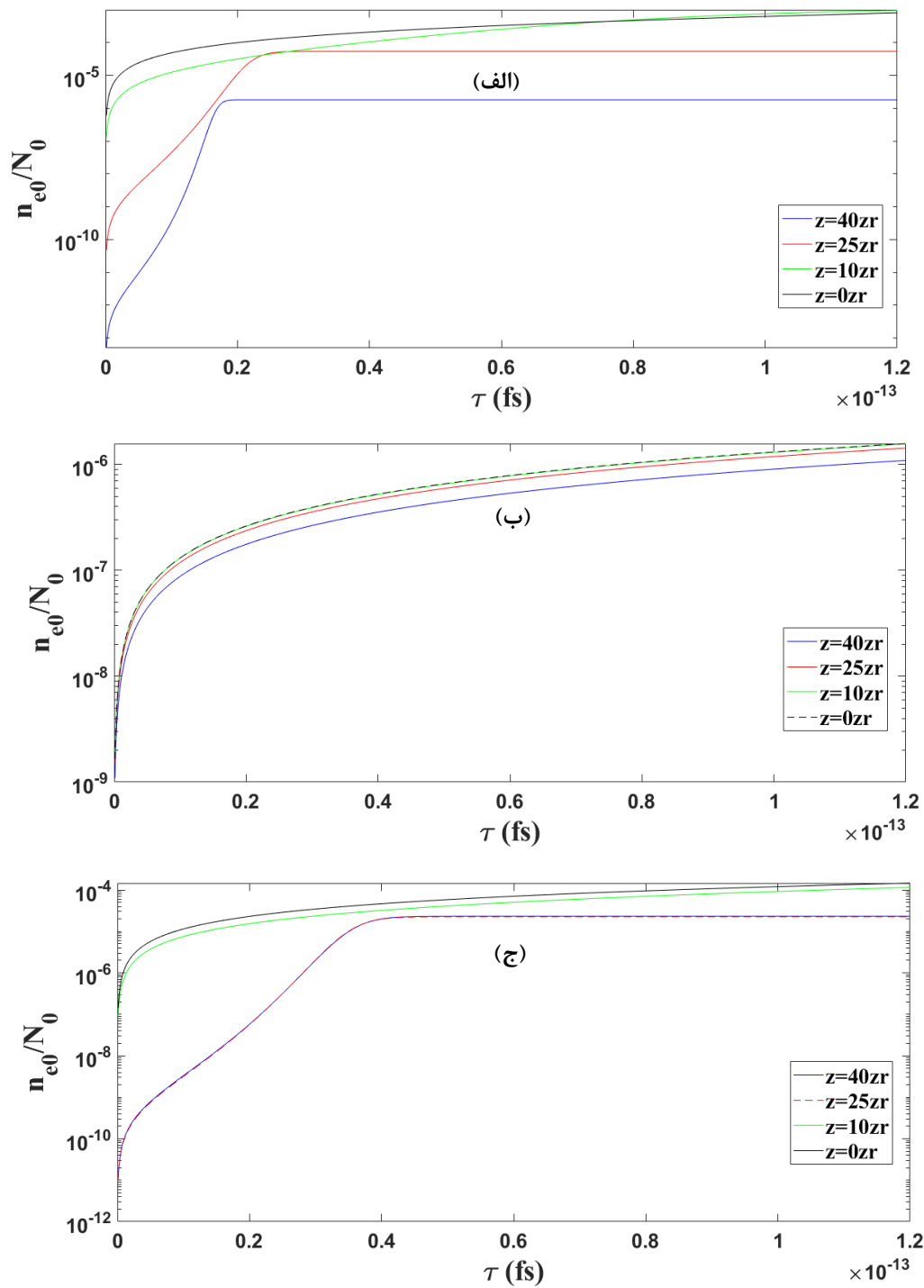


شکل ۴-۱۴: تغییرات شدت پالس لیزر نرمالیزه برحسب τ در $z = 40z_r$ و $z = 25z_r$, $z = 10z_r$, $z = 0z_r$ برای

الف) گاز اکسیژن، ب) گاز نیتروژن، ج) هوا.

در $z = 25z_r$ تغییرات شدت برای گاز اکسیژن زیاد است اما برای گاز نیتروژن به دلیل اینکه تا $z = 50z_r$ خود هدایت‌گری داشته و بعد واگرا شده، کمتر است. در نتیجه انتظار می‌رود تغییرات شدت برای هوا نسبت به گاز اکسیژن در $z = 25z_r$ کمتر باشد و برای گاز نیتروژن هم تقریباً ثابت است. در $z =$

$40zr$ تغییرات برای گاز اکسیژن و هوا زیاد است و تغییرات گاز نیتروژن نسبت به $z = 25zr$ بیشتر شده اما تغییرات زیادی در شدت مشاهده نمی‌شود چون در واقع گاز نیتروژن خود هدایت‌گری را تا $z = 50zr$ نشان می‌دهد.



شکل ۴-۱۵: تغییرات چگالی الکترونی نرمالیزه برحسب τ در $z = 40zr$ و $z = 25zr$, $z = 10zr$, $z = 0zr$ برای (الف)

گاز اکسیژن، (ب) گاز نیتروژن، (ج) هوا.

تغییرات چگالی الکترونی نرمالیزه بر حسب τ در $z = 0z_r$ ، $z = 10z_r$ ، $z = 25z_r$ و $z = 40z_r$ در شکل ۴-۱۵ نشان داده شده است. به علت این که بیشترین کاهش شدت در $z = 40z_r$ اتفاق افتاده است، انتظار می‌رود که کمترین چگالی را داشته باشد که این مساله در نمودارهای (الف)، (ب) و (ج) قابل مشاهده است. در واقع شدت با واگرایی رابطه عکس دارد و هر چه واگرایی بیشتر باشد شدت کاهش پیدا می‌کند و میزان چگالی هم همانطور که بیان شد با میزان شدت رابطه مستقیم دارد بنابراین انتظار داریم که با افزایش شدت میزان چگالی افزایش پیدا کند و با کاهش شدت، روند چگالی ثابت می‌شود زیرا با کاهش شدت یونیزاسیون رخ نداده است.

فصل ۵ : نتیجه گیری و پیشنهادات

۵-۱ نتیجه‌گیری

در این مطالعه، انتشار یک پالس لیزر شدت بالا در هوا مورد بررسی قرار می‌گیرد. هدف از این پژوهش بررسی پارامترهای فیزیکی در معادله حاکم بر قطر پالس لیزر می‌باشد. نتایج بیانگر این هستند که :

- با افزایش طول در مسیر انتشار میزان واگرایی بیشتر می‌شود و در نتیجه خود هدایت‌گری کاهش پیدا می‌کند.
- واگرایی برای گاز اکسیژن بیشتر از هوا و برای هوا بیشتر از گاز نیتروژن است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که خود هدایت‌گری برای گاز نیتروژن به دلیل انرژی یونیزاسیون بالاتری که دارد، بهتر اتفاق می‌افتد.
- میزان واگرایی در پشت پالس به دلیل این که پشت پالس تحت تاثیر پلاسمای ایجاد شده در محیط قرار می‌گیرد بیشتر از جلوی پالس و برای جلوی پالس بیشتر از اواسط پالس است.
- با افزایش واگرایی شدت کاهش می‌یابد.
- شدت و چگالی الکترونی با هم رابطه مستقیم دارند به گونه‌ای که با کاهش شدت پالس لیزر یونیزاسیون متوقف شده و چگالی پلاسما افزایش نمی‌یابد.

۵-۲ پیشنهادات

- بررسی تأثیر سایر عبارات غیرخطی بر انتشار پالس لیزر در هوا
- بررسی انتشار پالس لیزر در سایر رژیم‌های یونیزاسیون
- بررسی خود هدایت‌گری در شرایط جوی متفاوت

- بررسی کاربردهای خود هدایت‌گری پالس لیزر

پوست الف

اثبات معادله انتشار موج کل لیزر در هوا

با فرض ρ و J مساوی صفر و غیر مغناطیسی بودن محیط ($B = H$) از معادلات ماکسول به صورت

زیر استفاده می شود:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (\text{الف-۱})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{الف-۲})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{الف-۳})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \quad (\text{الف-۴})$$

اگر محیط خطی باشد، مقدار میدان جابجایی به صورت زیر نوشته می شود:

$$D = E + 4\pi P_L \quad (\text{الف-۵})$$

و اگر محیط غیرخطی باشد رابطه D عبارت می شود با:

$$D = 4\pi P_{NL} \quad (\text{الف-۶})$$

همان گونه که بیان شد با انتشار پالس لیزر در هوا اثرات فیزیکی به صورت خطی و غیرخطی است که

به صورت زیر می شود:

$$D = E + 4\pi P_L + 4\pi P_{NL} \quad (\text{الف-۷})$$

که در آن بردار قطبش $P = P_L + P_{NL}$ است. سپس از دو طرف معادله (الف-۳) کرل گرفته می شود در

نتیجه داریم:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \quad (\text{الف-۸})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \quad (\text{الف-۹})$$

سپس با جایگذاری معادله (الف-۹) در (الف-۸)، عبارت زیر حاصل می‌گردد:

$$\nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} \quad (\text{الف-۱۰})$$

عبارت $\nabla(\nabla \cdot E)$ بسیار کوچک است و از آن صرف‌نظر می‌شود. لذا با تعریف دو عبارت برای منبع خطی

و غیرخطی، و جایگذاری معادله (الف-۷) در (الف-۱۰) داریم:

$$S_L = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_L}{\partial t^2} \quad (\text{الف-۱۱})$$

$$S_{NL} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} \quad (\text{الف-۱۲})$$

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (P_L + P_{NL}) = S_L + S_{NL} \quad (\text{الف-۱۳})$$

که در آن عملگر لاپلاس در مختصات دکارتی سه بعدی به‌صورت زیر است:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (\text{الف-۱۴})$$

در نتیجه به‌طور کلی می‌توان معادله انتشار موج در دستگاه مختصات دکارتی سه‌بعدی را به‌صورت زیر

نوشت:

$$\left(\nabla_{\perp}^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E = S_L + S_{NL} \quad (\text{الف-۱۵})$$

$$\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (\text{الف-۱۶})$$

- [1] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*. New York: Academic, 2003.
- [2] A. Morozov, A. Goltsov, Q. Chen, M. Scully, and S. Suckewer, "Ionization assisted self-guiding of femtosecond laser pulses," *Phys. Plasmas*, vol. 25, no. 5, p. 53110, 2018.
- [3] P. Sprangle, J. R. Penano, and B. Hafizi, "Propagation of intense short laser pulses in the atmosphere," *Phys. Rev. E*, vol. 66, no. 4, p. 46418, 2002.
- [4] P. L. Kelley, "Self-focusing of optical beams," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 15, no. 26, p. 1005, 1965.
- [5] S. A. Akhmanov, A. P. Sukhorukov, and R. V Khokhlov, "Self-focusing and diffraction of light in a nonlinear medium," *Sov. Phys. USPEKHI*, vol. 10, no. 5, p. 609, 1968.
- [6] C. H. Townes, *How the laser happened: Adventures of a scientist*. Oxford University Press, 2002.
- [7] W. M. Steen and J. Mazumder, *Laser material processing*. Springer science & business media, 2010.
- [8] B. E. Gihleengen, L. Thoresen, and K. A. Grimsrud, "Semiconductor Lasers," *TFY14 Funct. Mater.*, vol. 2007, p. 22, 2007.
- [9] A. L. Schawlow and C. H. Townes, "Infrared and optical masers," *Phys. Rev.*, vol. 112, no. 6, p. 1940, 1958.
- [10] ح-پازنده، "لیزر و مکانیزم آن"، نشریه دانشکده فنی، جلد ۳۹، ۱۳۵۷.
- [11] M. Bertolotti, *The history of the laser*. CRC press, 2004.
- [12] O. Svelto and D. C. Hanna, *Principles of lasers*, vol. 1. Springer, 2010.
- [13] H. Jelinkova and J. Šulc, "Laser characteristics," in *Lasers for Medical Applications*, Elsevier, 2013, p. 17–46.
- [14] C. B. Hitz, J. J. Ewing, and J. Hecht, *Introduction to laser technology*. John Wiley & Sons, 2012.
- [15] ر.ز. اقدم، و م. رادفر، "بررسی خواص فیزیکی لیزر و تاثیر آن بر روی بافت"، *مجله پرستاری و مامایی*، جلد ۳، شماره ۳، ص ۱۲۶–۱۱۵، ۱۳۸۴.
- [16] T. S. FRANCIS, *Introduction to optical engineering*. Cambridge University Press, 1997.
- [17] S. J. Pedrotti, L. Frank, and L. S. Pedrotti, *Introduction to Optics*. Cambridge University Press, 2017.

- [18] P. K. Gupta and R. Khare, *Laser Physics and Technology: Proceedings of the School on Laser Physics & Technology, Indore, India, March 12-30*, vol. 160. Springer, 2012.
- [19] S. C. Singh, H. Zeng, C. Guo, and W. Cai, *Lasers: fundamentals, types, and operations, Nanomater. Process. Charact. With Lasers*, First Ed. Wiley-VCH Verlag GmbH Co. KGaA, 2012.
- [20] S. C. Singh, H. B. Zeng, C. Guo, and W. Cai, *Nanomaterials: processing and characterization with lasers*. John Wiley & Sons, 2012.
- [21] N. Bloembergen, "Proposal for a new type solid state maser," *Phys. Rev.*, vol. 104, no. 2, p. 324, 1956.
- [22] J. Wilson and J. F. B. Hawkes, *Lasers, principles and applications*. Prentice hall, 1987.
- [23] R. E. SAMAD, L. C. COURROL, S. L. Baldochi, V. JUNIOR, and D. NILSON, *Ultrashort laser pulses applications*. Intech open 2010.
- [24] ص. نژاد و د. م. رسول، "فیزیک لیزر،" *مجله دانشگاه علوم پزشکی گیلان جلد ۱، شماره ۴،* ص ۴۴-۵۳، ۱۳۷۱.
- [25] P. M. Bellan, *Fundamentals of plasma physics*. Cambridge University Press, 2008.
- [26] C. Barty, *Nuclear Photonics Abstract Book*. Lawrence Livermore National Lab.(LLNL), Livermore, CA (United States), 2017.
- [27] A. Dinklage, T. Klinger, G. Marx, and L. Schweikhard, *Plasma physics: confinement, transport and collective effects*, vol. 670. Springer Science & Business Media, 2005.
- [28] S. L. Chin *et al.*, "The propagation of powerful femtosecond laser pulses in optical media: physics, applications, and new challenges," *Can. J. Phys.*, vol. 83, no. 9, p. 863–905, 2005.
- [29] J. D. Anderson Jr, *Gas Dynamic Lasers: An Introduction*. Physics today, 1976.
- [30] J. Yao, W. Chu, C. Tian, Z. Li, Z. Wang, and Y. Cheng, "Harmonic-seeded resonant Raman amplification in strong-field ionized nitrogen molecules," *arXiv Prepr. arXiv1608.05183*, 2016.
- [31] V. Jukna, *Conical wave triggered transient spatio-temporal effects in Kerr media*. Vilnius university, 2012.
- [32] W. E. Lamb Jr and R. C. Retherford, "Fine structure of the hydrogen atom by a microwave method," *Phys. Rev.*, vol. 72, no. 3, p. 241, 1947.
- [33] J. P. Gordon, H. J. Zeiger, and C. H. Townes, "Molecular microwave oscillator and new hyperfine structure in the microwave spectrum of N H 3," *Phys. Rev.*, vol. 95, no. 1, p. 282, 1954.
- [34] J. Yeak, *Optical Filaments and Gas Dynamics in Air*. Optical science and engineering, 2014.

- [35] R. Danielius, D. Mikalauskas, A. Dubietis, and A. P. Piskarskas, "Self-guided intense laser pulse propagation in air," *Nonlinear Anal. Model. Control*, vol. 6, no. 1, p. 21–26, 2000.
- [36] H. Zappe, *Fundamentals of Micro-optics*. Cambridge University Press, 2010.
- [37] G. Smith, Isaac Newton, *The british journal for the history of science*, 32, no.4, 381-419, 1999.
- [38] Y. Hu and J. Nie, "Laser filamentation in air via Mathieu modulation: ranging from trajectory-predesigned curved filament to quasi-soliton and ring light bullet," *Opt. Express*, vol. 25, no. 13, p. 14944–14959, 2017.
- [39] Y. Chen, *From physics to application of filamentation in air*, Universal laval, 2010.
- [40] S. Rostami, *Polarization characterization of nonlinear laser propagation*, Optical Science and Engineering, 2016.
- [41] A. Bandrauk, E. Lorin, and J. V Moloney, "Laser Filamentation," *Math. Methods Model. (switzerl. Springer Int. Publ.)*, 2016.
- [42] Y. Chen, *The ultrafast nonlinear response of air molecules and its effect on femtosecond laser plasma filaments in atmosphere*. Dissertation, 2011.
- [43] A. Couairon and A. Mysyrowicz, "Femtosecond filamentation in transparent media," *Phys. Rep.*, vol. 441, no. 2–4, p. 47–189, 2007.
- [44] J. R. Penano, P. Sprangle, B. Hafizi, A. Ting, D. F. Gordon, and C. A. Kapetanakis, "Propagation of ultra-short, intense laser pulses in air," *Phys. Plasmas*, vol. 11, no. 5, p. 2865–2874, 2004.
- [45] J. Kasparian and J.-P. Wolf, "Physics and applications of atmospheric nonlinear optics and filamentation," *Opt. Express*, vol. 16, no. 1, p. 466–493, 2008.
- [46] S. L. Chin, "The physics and the challenge of the propagation of powerful femtosecond laser pulses in optical media," *Phys. Canada*, vol. 60, no. 5, p. 273–281, 2004.
- [47] S. L. Chin, "From multiphoton to tunnel ionization," in *Advances in multi-photon processes and spectroscopy*, World Scientific, 2004, p. 249–271.
- [48] P. Sprangle, J. R. Penano, and B. Hafizi, "Propagation of intense short laser pulses in the atmosphere," *Phys. Rev. E*, vol. 66, p. 46418, 2002.
- [49] P. A. Govind, *Nonlinear fiber optics*. Opt. Photonics, Acad. Press. San Diego, Calif, 2001.
- [50] E. Esarey, P. Sprangle, J. Krall, and A. Ting, "Self-focusing and guiding of short laser pulses in ionizing gases and plasmas," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 33, no. 11, p. 1879–1914, 1997.

Abstract

In this study, the propagation of a high intensity laser pulse in the background gas of one atmosphere (oxygen, nitrogen and air) is investigated. For this purpose, using Maxwell equations, the equation governing the laser pulse propagation is obtained. This equation generally includes the nonlinear effects of self-focusing, Raman scattering, plasma defocusing, plasma Wakefield, relativistic effects, and the pulse energy depletion due to the ionization. However, regarding the laser pulse self-guiding, the terms of plasma defocusing, self-focusing, and the pulse energy depletion due to the ionization are more important than the others. To investigate the laser pulse self-guiding, the equation of the laser spot size is obtained using the SDE method. Then its variations with time over the pulse duration and also with position in the propagation path for the oxygen, nitrogen and air are investigated. Our results show that there is a greater degree of divergence behind the laser pulse due to the presence of plasma. Moreover, the pulse divergence increases with the propagation length. Study of the laser pulse intensity shows that the intensity is inversely proportional to the degree of divergence. Therefore, the greatest decrement in the laser pulse intensity is observed behind the pulse and then in front of it. The least intensity decrement occurs in the middle of the pulse. Investigation of the electron density also shows that the changes in the laser intensity and the electron density are directly related.

Keywords: Self-guiding, Self-focusing, Multi-photon ionization, Tunneling ionization, SDE method, Laser spot size equation.



Shahrood University of Technology

Faculty of Physics and Nuclear Engineering

M.Sc. Thesis in Atomic and Molecular Physics

Numerical Investigation of the Laser Pulse Self guiding in Air

By: Shadi Davoodi

Supervisor:
Dr. Somayeh Mehrabian

February 2021