





دانشکده فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک ذرات بنیادی و نظریه میدان ها

تورم پیمانه‌ای همسانگرد با پتانسیل های جامع

نگارنده: مسعود رضائی

استاد راهنما

دکتر سید علی حسینی منصوری

استاد مشاور

دکتر محمد علی گرجی

شهریور ۱۳۹۸

تقدیم به پدر و مادرم که بعد از خدا، تمامی دست آورده‌هایم در زندگانی،
به تمامی، مدیون و مرهون زحمات این بزرگواران می باشد.

سپاس‌گزاری...

سپاس خداوندی را که سخنوران از ستودن او عاجزند و حسابگران از شمارش نعمت‌های او ناتوان و تلاش‌گران از ادای حق او درمانده‌اند. خدایی که افکار ژرف‌اندیش، ذات او را درک نمی‌کنند و دست‌غواصان دریای علوم به او نخواهد رسید. پروردگاری که برای صفات او حد و مرزی وجود ندارد و تعریف کاملی نمی‌توان یافت و برای خدا وقت معین و سرآمدی مشخص نمی‌توان تعیین کرد. مخلوقات را با قدرت خویش آفرید و با رحمت خود بادها را به حرکت درآورد و به وسیله کوه‌ها اضطراب و لرزش زمین را به آرامش تبدیل کرد.

پس از حمد و ثنای پروردگار دو عالم بر خود واجب می‌دانم که ابتدا از پدر و مادر خود تشکر و قدردانی کنم که در مسیر زندگانی و کسب علم مرا همواره پشتیبانی کرده‌اند که اگر وجود پربرکت این عزیزان و ایثار و فداکاریشان در زندگانی من نبود قطعا موفق به کسب توفیقات نمی‌شدم.

پس از آن با تمام وجود از استاد راهنمای خود، جناب دکتر سید علی حسینی منصوری تشکر و قدردانی می‌کنم که مرا مانند فرزند خود در راه کسب علم و دانش پرورش داد، آداب علم‌آموزی و دانشجویی تعلیم کرد و مسیر درست و همواری در پیش پای من گذاشت. لذا تمامی دست‌آورد‌های این پایان‌نامه بدون این استاد گرانقدر دست‌یافتنی نبود.

مسعود رضائی

شهریور ۱۳۹۸

تعهد نامه

اینجانب **مسعود رضائی** دانشجوی کارشناسی ارشد رشته فیزیک دانشکده فیزیک دانشگاه شاهرود، نویسنده پایان نامه با عنوان **تورم پیمانه‌ای همسانگرد با پتانسیل‌های جامع**، تحت راهنمایی **سید علی حسینی منصوری** متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های دیگر پژوهش‌گران، به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب این پایان نامه، تا کنون توسط خود، یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ‌جا ارایه نشده است.
- حقوق معنوی این اثر، به دانشگاه صنعتی شاهرود تعلق دارد، و مقالات مستخرج با نام “دانشگاه صنعتی شاهرود” یا “Shahrood University of Technology” به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به‌دست آوردن نتایج اصلی پایان نامه تاثیرگذار بوده‌اند، در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در تمام مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در تمام مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته (یا استفاده شده است)، اصل رازداری و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

مسعود رضائی

شهریور ۱۳۹۸

مالکیت نتایج و حق نشر

- تمام حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی، در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در این پایان نامه بدون ذکر منبع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

در این پایان نامه یک مدل تورمی شامل یک میدان اسکالر و سه گانه‌ای از میدان‌های پیمانه‌ای $A^{(a)}_\mu$ با تقارن $U(1)$ که $a = 1, 2, 3$ و $\mu = 0, 1, 2, 3$ می‌باشد را در نظر می‌گیریم. در واقع استفاده از سه گانه‌ی میدان‌های پیمانه‌ای با انتخاب مقادیر مناسب در پس زمینه، ایجاد یک پس زمینه‌ی همسانگرد را برای ما فراهم می‌سازد. بسیار شگفت انگیز است که تقارن موضعی شامل $U(1) \times U(1) \times U(1)$ معادل با تقارن $O(3)$ می‌باشد. همچنین به منظور شکست تقارن هم‌مدیس و به دست آوردن اختلالات مقیاس ناوردا، تابعی از میدان اسکالر را به عنوان جفت شدگی با میدان پیمانه‌ای مشابه با مدل ناهمسانگرد، در نظر می‌گیریم. به عبارت دیگر می‌توان گفت که مدل ما بسطی از مدل‌های تورمی ناهمسانگرد با چندین میدان پیمانه‌ای می‌باشد که تحت یک تقارن اضافه $O(3)$ به منظور ایجاد پس زمینه‌ی همسانگرد قرار دارند. بنابراین انتظار داریم هیچگونه ناهمسانگردی آماری در همبستگی‌های کیهانی از جمله طیف توانی و همبستگی سه نقطه‌ای نداشته باشیم.

علاوه بر این جمله ناوردای شبه اسکالر $F^{(a)}_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}_{(a)}$ را به منظور افزودن هلیسیتی به مدل تورمی برداری همسانگرد شامل میدان اسکالر و سه گانه‌ای از میدان‌های برداری، اضافه می‌کنیم. سپس با جداسازی اختلالات اسکالر به مدهای بی دررو و آنتروپی، طیف توانی مربوط به انحنای اختلال و نیز طیف توانی آنتروپی اختلال و ترکیبی از این دو را محاسبه می‌کنیم. در واقع وجود هلیسیتی سبب افزایش همبستگی میان مدهای بی دررو و مدهای آنتروپی می‌شود.

کلمات کلیدی: اختلالات کیهانی، مدل تورمی همسانگرد، طیف توانی، نقص پارите

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

۱. سید علی حسینی منصوری، مسعود رضائی، نقص پاریته در مدل تورم برداری همسانگرد، ارائه شده در همایش ملی کیهان‌شناسی، پژوهشکده دانش‌های بنیادی، بهمن ۱۳۹۷.

فهرست مطالب

س	فهرست تصاویر	
ف	فهرست جداول	
۱	مقدمه	۱
۳	مقدمه‌ای بر کیهان‌شناسی	۲
۴	۱.۲ اصل کیهان‌شناختی	۱.۲
۴	۲.۲ تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی	۲.۲
۵	۱.۲.۲ تاریخچه	۱.۲.۲
۷	۲.۲.۲ آزمایش‌ها و رصد تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی	۲.۲.۲
۸	۳.۲ انتقال به سرخ و انبساط کیهان	۳.۲
۱۲	۴.۲ مشکل افق	۴.۲
۱۳	۵.۲ مشکل تختی	۵.۲
۱۵	۶.۲ نظریه تورم	۶.۲
۱۸	۷.۲ تورم غلتش آرام	۷.۲
۱۹	۱.۷.۲ پارامترهای غلتش آرام پتانسیل	۱.۷.۲
۱۹	۲.۷.۲ پارامترهای غلتش آرام هابل	۲.۷.۲
۲۳	۳ مقدمه‌ای بر اختلالات کیهانی	۳
۲۳	۱.۳ تئوری اختلالات نیوتونی	۱.۳
۲۴	۲.۳ اختلالات متریک	۲.۳
۲۴	۳.۳ اسکالر، بردار و تانسور	۳.۳
۲۵	۴.۳ تبدیلات پیمانه	۴.۳
۲۷	۵.۳ اختلالات پیمانه ناوردا	۵.۳
۲۷	۶.۳ انتخاب پیمانه	۶.۳
۲۷	۱.۶.۳ پیمانه نیوتون	۱.۶.۳

۲۸	۲.۶.۳	پیمانه‌ی فضایی-تخت
۲۸	۳.۶.۳	پیمانه‌ی همراه
۲۹	۷.۳	پارامتر پیمانه ناوردا
۳۳	۴	جهان تورمی ناهمسانگرد
۳۳	۱.۴	مدل تورم برداری ناهمسانگرد
۳۴	۱.۱.۴	معادلات پایه
۳۶	۲.۱.۴	تورم ناهمسانگرد
۴۱	۵	تورم برداری همسانگرد
۴۲	۱.۵	تعریف مدل
۴۷	۲.۵	اختلالات کیهانی
۴۹	۱.۲.۵	اختلالات اسکالر
۵۳	۲.۲.۵	تجزیه‌ی بی‌دررو و آنتروپی
۵۵	۳.۲.۵	طیف توانی اختلالات خمیدگی
۵۸	۴.۲.۵	طیف‌های توانی اسکالر
۵۹	۵.۲.۵	اختلالات تانسوری
۶۳	۶	نقص پارितه در مدل تورم برداری همسانگرد
۶۴	۱.۶	مدل
۶۶	۲.۶	اختلال اسکالر
۷۱	۷	نتیجه‌گیری و پیشنهادات
۷۳	آ	متریک همگن و همسانگرد
۷۴	۱.آ	متریک کلی
۷۵	۲.آ	انحنا
۷۵	۱.۲.آ	مختصات کروی
۷۵	۳.آ	معادلات فریدمان
۷۷	۴.آ	ثابت کیهان‌شناسی
۷۹		مراجع

فهرست تصاویر

- ۱.۲ تصویر امواج پس‌زمینه مایکروویو از تشعشعات کیهانی که توسط ماهواره پلانک متعلق به آژانس فضایی اروپا (ESA) در سال ۲۰۱۳ گرفته شده است و نشان می‌دهد که تغییرات اندکی در سراسر آسمان دیده می‌شود. ۵
- ۲.۲ از چپ به راست به ترتیب آقای آرنو پنزیاس و آقای رابرت ویلسون. ۶
- ۳.۲ این تصویر که بر پایه‌ی تصاویر به‌دست آمده از ماهواره‌های کوبی، دبلیومپ و پلانک تکمیل شده است، تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی درست ۳۸۰ هزار سال پس از مه‌بانگ را نشان می‌دهد. ۸
- ۴.۲ مقایسه‌ی پدیده‌ی انتقال به سرخ و انتقال به آبی. ۹
- ۵.۲ نمودار سرعت بر حسب فاصله چند کهکشان که بیان می‌کند کهکشان‌های دورتر با سرعت بیشتری در حال انبساط هستند. ۱۰
- ۶.۲ مختصات همراه با انبساط حرکت می‌کند، بنابراین نقاط روی شبکه دارای مختصه‌های ثابتی هستند. ۱۲
- ۷.۲ فوتون‌هایی که از دو لبه‌ی کیهان به ما می‌رسند، زمان کافی برای این‌که در گذشته به تعادل ترمودینامیکی برسند را نداشته‌اند. ۱۴
- ۸.۲ هندسه موضعی جهان با توجه به اینکه چگالی نسبی Ω کوچکتر، بزرگتر یا برابر با یک باشد، تعیین می‌گردد. از بالا به پایین: یک جهان کروی با چگالی بیشتر از چگالی بحرانی $\Omega > 1$ ؛ جهان هایپربولیک با چگالی کمتر از چگالی بحرانی $\Omega < 1$ و یک جهان تخت با چگالی دقیقاً برابر با چگالی بحرانی $\Omega = 1$ ۱۵
- ۹.۲ آلن گوت ۱۶
- ۱۰.۲ باید پتانسیل‌هایی انتخاب شود که ذره‌ی اینفلاتون (ذره‌ی مولد تورم) به آرامی غلت بخورد و پایین بیاید تا دوره‌ی تورمی تا 60 Number Of e-folds به طول بی‌انجامد و در کمینه‌ی پتانسیل دوره‌ی تورمی پایان می‌یابد و پس از آن دوره‌ی بازگرمایش آغاز می‌شود. ۲۰

- ۱.۴ جریان فاز برای ϕ نشان داده شده است. در اینجا، پارامترهای c و κm را به صورت $c = 2$ و $\kappa m = 10^{-5}$ در نظر گرفتیم. همچنین شرایط اولیه $\phi_i = 12$ و $\dot{\phi}_i = 0$ را قرار دادیم. دو فاز غلتش آهسته‌ی متفاوت وجود دارد. انتقال، پیرامون $\kappa\phi = 9$ رخ می‌دهد. ۳۷
- ۲.۴ سیر تحول ناهمسانگردی Σ/H برای c های مختلف نشان داده شده است. می‌توانیم ببینیم که جذب شبیه به ناهمسانگردی رفتار می‌کند. ۳۷
- ۱.۵ نمودار فضای فاز $(\phi, \dot{\phi})$ با توجه به N برای پتانسیل $V = \frac{1}{4}m^2\phi^2$. پارامترها $c = 2, 1/9, 1/01$ مقدار $m = 10^{-6} M_P, \phi(0) = 11/2 M_P, \dot{\phi}(0) = 0$ هستند. ما می‌بینیم که هرچه c بزرگ‌تر باشد، فاز جذب زودتر شروع می‌شود و مرحله‌ی دوم تورم طولانی‌تر است. ۴۷
- ۱.۶ نمودار فاز مربوط به میدان اسکالر ϕ با تابع پتانسیل $V = \frac{1}{4}m^2\phi^2$ و با شرایط اولیه $I = 1/2$ و $m = 10^{-6}$ و $\phi_i = 11/2$ و $\dot{\phi}_i = 0$ ۶۵

فهرست جداول

۱.۲ نتایج پلانک ۲۰۱۸ [۱] – پارامترهای کیهانی. ۸

فصل ۱

مقدمه

مدل‌های تورمی بر پایه‌ی یک تک میدان اسکالر با یک پتانسیل، به خوبی با مشاهدات کیهان شناسی سازگار است [۱، ۲]. از جمله پیش‌بینی‌های اساسی این مدل در حال حاضر این است که اختلالات اولیه تقریباً مقیاس ناوردا، تقریباً بی‌دررو و تقریباً گاوسی هستند، که این آمار بسیار با مشاهدات سازگار هستند. پس از گفتن این، باید گفت که درک منحصر بفردی از دینامیک تورم در بیان فیزیک انرژی بالا یا ماوراء مدل استاندارد فیزیک ذرات وجود ندارد. برای مثال، ماهیت میدان اینفلاتون^۱ چیست؟ چه مکانیسمی پتانسیل تورمی را به اندازه‌ی کافی حفظ می‌کند تا دوره‌ی تورمی به اندازه‌ی کافی به طول بیانجامد تا مساله افق و تختی را حل کند؟

به طور کلی اعتقاد بر این است که در طول تورم ممکن است میدان‌های زیادی وجود داشته باشد که برخی از نقش‌ها را بازی کند. اگر میدان‌ها در طول تورم در مقایسه با مقیاس هابل بسیار سنگین باشند، انتظار نمی‌رود که نقش مهمی ایفا کنند. با این حال، اگر میدان‌ها سبک یا نیمه سنگین باشند، می‌توانند اثرات غیر قابل ملاحظه‌ای بر مشاهدات کیهانی مانند طیف توانی و آمار سه‌نقطه‌ای^۲ داشته باشند، برای مثال [۳، ۴، ۵] را ببینید. علاوه بر این، هیچ دلیلی وجود ندارد که فقط میدان‌های اسکالر نقش‌های مهمی در طول دوره‌ی تورم نقش مهمی ایفا کنند. بطور خاص، میدان‌های پیمانه‌ای و میدان‌های برداری عناصر ضروری تشکیل دهنده‌ی مدل استاندارد و هر نظریه‌ی فیزیک انرژی بالا هستند. بنابراین، کاملاً طبیعی است

¹Inflaton

²Bispectrum

که به دنبال اثر میدان‌های برداری در طول تورم باشیم. یکی از مشکلات مربوط به میدان‌های برداری در پس‌زمینه این است که آنها جهت‌ها را حمل می‌کنند بنابراین به طور کلی مدل‌های تورمی با میدان‌های برداری پس‌زمینه، ناهمسانگرد هستند. مسئله دوم با میدان‌های برداری این است که به دلیل ناوردا بودن آنها، آنها به سرعت در پس‌زمینه گسترش می‌یابند، بنابراین اثرات آنها در طول تورم به سرعت ناچیز می‌شود.

تورم ناهمسانگرد، یک مدل تورمی بر پایه‌ی پیمانه‌ی $U(1)$ است. برای اصلاح مسئله دوم ذکر شده در بالا، جفت شدگی پیمانه‌ی جنبشی در این مدل‌ها، یک تابع از میدان تورمی است که انحنای ناوردا را شکسته است. با انتخاب یک فرم مناسب از پیمانه‌ی جفت‌شده‌ی جنبشی، چگالی انرژی میدان الکتریکی تقریباً ثابت می‌شود، بنابراین این پیمانه تا پایان تورم انبساط می‌یابد [۶]. علاوه بر این، اختلالات پیمانه تقریباً مقیاس ناوردا می‌شود و می‌توانیم بخش‌هایی از آن را بعنوان مولد اختلالات کیهانی در نظر بگیریم. به طور خاص، ناهمسانگردی‌های آماری چهارگانه‌ای در این مدل‌ها تولید می‌شود که می‌تواند در نقشه‌های CMB مورد آزمایش قرار گیرد. برای کارهای مختلف در مورد تورم ناهمسانگرد [۷] را ببینید.

در این پایان‌نامه ما یک مدل تورمی شامل یک میدان اسکالر، میدان اینفلاتون و یک سه‌گانه از $U(1)$ پیمانه‌ی $A_\mu^{(a)}$ با $a = 1, 2, 3$ در نظر می‌گیریم. شبیه به [۸] و استفاده از پیمانه‌ی سه‌گانه با مقادیر مناسب میدان پس‌زمینه که ما را قادر می‌سازد که یک پس‌زمینه‌ی FRW همسانگرد داشته باشیم. در حالی که مدل متقارن $U(1) \times U(1) \times U(1)$ جالب‌تر و کاربردی‌تر است، اما آن یک تقارن $O(3)$ داخلی دارد. علاوه بر این برای شکستن انحنای ناوردا و به‌دست آوردن اختلالات مقیاس ناوردا برای پیمانه‌ی تحریک شده، ما پیمانه برداری را با میدان اینفلاتون مانند مدل‌های تورمی همسانگرد، جفت می‌کنیم. عبارت دیگر، مدل ما گسترش مدل‌های تورمی همسانگرد با پیمانه چندگانه است که با تقارن داخلی $O(3)$ ، پس‌زمینه‌ی همسانگرد را بدست می‌آوریم. در نتیجه، هیچگونه ناهمسانگردی آماری در همبستگی‌های کیهانی مانند طیف توانی و آمار سه‌نقطه‌ای وجود ندارد. علاوه بر این می‌توان با اضافه کردن جملاتی مانند $F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}$ به مدل‌های برداری، درجات آزادی مدل را به منظور تاثیر گذار بودن میدان برداری تا پایان تورم افزایش داد.

فصل ۲

مقدمه‌ای بر کیهان‌شناسی

بشر از زمان پیدایش بر روی کره‌ی خاکی، سوالات متعددی پیرامون عالم و طبیعت اطراف خود داشته است. سوالاتی که گاه بسیار ژرف بوده و پاسخ آنها قرن‌هاست به یکی از دغدغه‌های آدمی بدل شده است. از زمان باستان، نظریات مختلفی پیرامون کیهان و دنیای خارج از کره زمین وجود داشته است. از بطلمیوس^۱ و نظریه‌ی زمین مرکزی گرفته تا کوپرنیکوس^۲، هابل^۳ و انبساط عالم، همه و همه تصویر جدیدی از این کیهان بزرگ و پیچیده به ما ارائه می‌دهند. خوشبختانه پیشرفت‌های عظیم فیزیک نظری از یک سو و آغاز رصدهای دقیق کیهان‌شناسی از طرف دیگر، قرن بیستم را به عنوان نقطه‌ی عطفی بر علم شناخت کیهان رقم زد. نظریه‌ی نسبیت عام امکان بررسی دینامیک در مقیاس‌های کیهانی را فراهم نمود و نظریه‌ی میدان‌های کوانتومی به همراه مدل استاندارد ذرات بنیادی چارچوب تقریباً جامعی را برای توصیف مواد موجود در عالم معرفی کردند. بدین ترتیب مدل استاندارد کیهان‌شناسی (مدل مه‌بانگ) شکل گرفت که با دقت بسیار بالایی با مشاهدات رصدی همخوانی دارد از جمله مشاهدات صورت گرفته می‌توان به کشف تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی^۴ و انبساط هابل و غیره اشاره نمود که در بخش‌های بعد به اختصار به توصیف چنین مشاهداتی خواهیم پرداخت.

^۱Batlamyus

^۲Copernicus

^۳Hubble

^۴cosmic microwave background Radiation

۱.۲ اصل کیهان‌شناختی

در کیهان‌شناسی، اصل کیهان‌شناختی، اصلی است که روی بسیاری از نظریه‌های ممکن در کیهان‌شناسی قیده‌ای سختی می‌گذارد. این اصل از رصد کیهان در مقیاس‌های بزرگ به دست آمده است و می‌گوید، در مقیاس‌های فضایی بزرگ، عالم همگن^۱ و همسانگرد^۲ است. همسانگردی به این معناست که هیچ راستای مرجعی در کیهان وجود ندارد و در هر جهتی که بنگریم، کیهان یکسان به نظر می‌رسد. همگنی نیز یعنی هیچ مکان مرجعی در کیهان وجود ندارد و از هر نقطه‌ای کیهان که نگاه کنیم عالم را مشابه خواهیم یافت. به زبان ساده، همه جای جهان در مقیاس‌های بزرگ (حدود ۱۰۰ مگا پارسک^۳) مانند هم است. همگن و همسانگرد بودن جهان ایجاب می‌کند که زمین جایگاه ویژه‌ای در عالم ندارد (اصل کپرنیکی^۴) و در مقیاس‌های خیلی بزرگ، جهان یکنواخت است. خوشبختانه می‌دانیم که هندسه‌ی عالم در مقیاس‌های چند مگا پارسک انحراف بسیار کمی از زمینه‌ی همگن و همسان‌گرد نشان می‌دهد. هندسه‌ی عالم را می‌توان با حرکت کهکشان‌ها^۵، همگرایی گرانشی^۶ و به ویژه تابش زمینه‌ی کیهان مورد آزمون قرار داد.

۲.۲ تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی

به گفته‌ی دانشمندان تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی، باقیمانده‌ای از اثرات مه‌بانگ^۷ در زمانی که جهان متولد شده، می‌باشد. در واقع ۳۸۰۰۰۰ سال بعد از مه‌بانگ که دما به حد کافی کاهش پیدا کرد تا نور بتواند از حمام گرمایی فرار کند، این نورهای سرگردان یک مه غلیظ در جهان اولیه شکل دادند که به آن تابش زمینه‌ی کیهانی گفته می‌شود. براساس فرضیه‌ی مطرح شده، جهان در زمانی که متولد شد، تحت یک انبساط و تورم بسیار سریع قرار گرفت. این تابش در واقع نشان دهنده‌ی گرمای باقیمانده از مه‌بانگ و انبساط سریع جهان است. این امواج الکترومغناطیسی که سراسر کیهان را پوشانده است با چشمان غیرمسلح قابل مشاهده نیستند. دلیل غیرقابل مشاهده بودن این امواج برای چشم انسان، دمای بسیار پایین آن‌ها می‌باشد. دمای این امواج فقط ۲/۷۲۵ درجه از صفر مطلق (صفر کلوین) بالاتر است. این بدان معناست که این امواج فقط برای بخش مایکروویو طیف سنج‌های الکترومغناطیس قابل

^۱ homogeneous

^۲ Isotropic

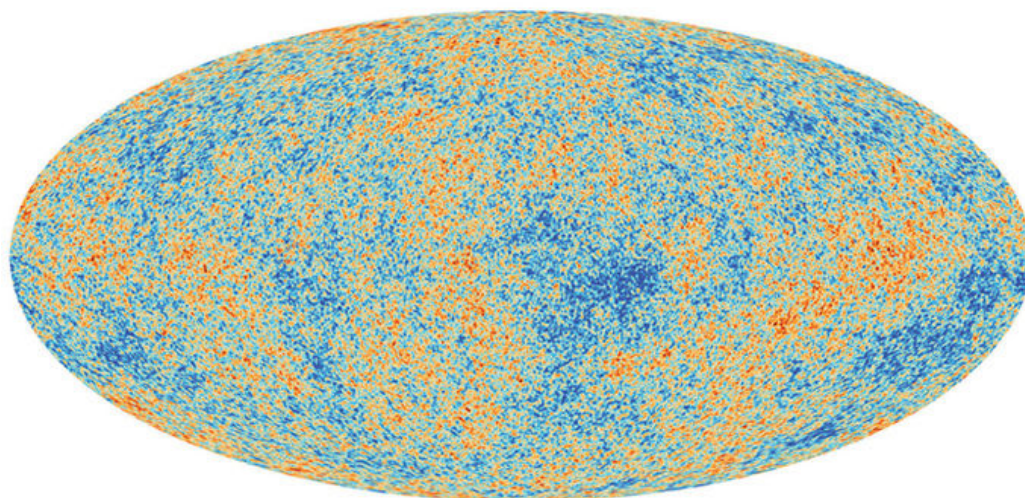
^۳ یکی از واحدهای سنجش مسافت در ستاره‌شناسی است. یک پارسیک برابر با ۹.۳۰ تریلیون کیلومتر (۱۹/۲ تریلیون مایل) و معادل ۳/۲۶ سال نوری است.

^۴ در قرن شانزدهم میلادی نیکولاس کوپرنیکوس نظریه‌ی خورشید مرکزی را ارائه داد و نشان داد که می‌توان حرکت سیارات را بی‌آن که زمین را مرکز عالم بپنداریم توصیف کرد.

^۵ Galaxy

^۶ Gravitational lensing

^۷ Big Bang



شکل ۱.۲: تصویر امواج پس‌زمینه مایکروویو از تشعشعات کیهانی که توسط ماهواره پلانک متعلق به آژانس فضایی اروپا (ESA) در سال ۲۰۱۳ گرفته شده است و نشان می‌دهد که تغییرات اندکی در سراسر آسمان دیده می‌شود.

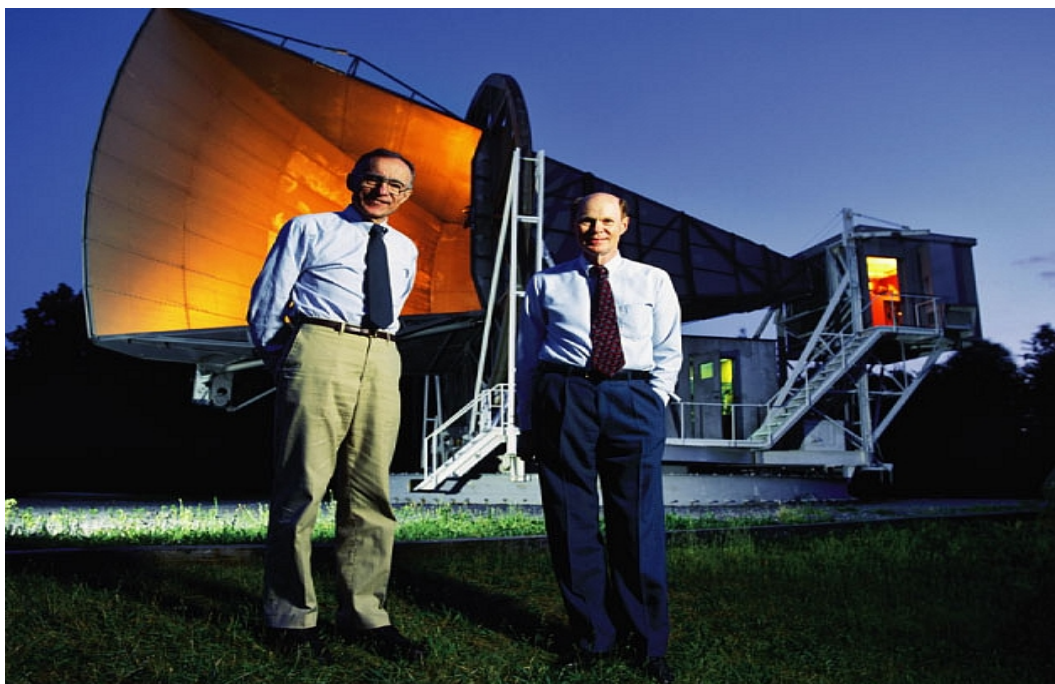
مشاهده هستند.

۱.۲.۲ تاریخچه

جهان میلیاردها سال پیش متولد شده است و تاریخ تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی به حدود ۴۰۰ هزار سال پس از رویداد مه‌بانگ باز می‌گردد. طبق گفته‌ی ناسا^۱، این امر به این دلیل است که در نخستین سال‌های کیهان، زمانی که ابعاد جهان فقط یک صد هزار میلیونوم امروز بوده، دمای آن ناگهان افزایش پیدا کرده و به ۲۷۳ میلیون درجه بالای صفر مطلق رسید. در این دما تمامی اتم‌های موجود، شکسته شده و به ذرات ریزتر یعنی پروتون‌ها و الکترون‌ها تقسیم شدند. فوتون‌های مربوط به تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی توسط الکترون‌ها متفرق شده و در جهان اولیه سرگردان شدند. بنابراین این نورهای سرگردان یک مه غلیظ را در جهان اولیه شکل دادند. در حدود ۳۸۰ هزار سال پس از پدیده مه‌بانگ، جهان به اندازه‌ای کافی سرد شد که هیدروژن بتواند شکل بگیرد. از آنکه ضربات وارده به فوتون‌های تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی از طرف مولکول‌های هیدروژن آنقدر قوی نبود که بتواند این فوتون‌ها را تحت تاثیر قرار دهد، این فوتون‌ها در یک مسیر مستقیم حرکت می‌کردند. کیهان‌شناسان با اشاره به سطح آخرین

¹ National Aeronautics and Space Administration(NASA)

تفرق ایجاد شده زمانیکه فوتون‌های تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی به مواد دیگر ضربه وارد کردند، بیان می‌کنند که از آن زمان به بعد و در اثر این ضربات، جهان ما بسیار بزرگ شد. بنابراین، وقتی ما نقشه‌ی این تابش کیهانی را بررسی می‌کنیم در واقع برمی‌گردیم به ۳۸۰ هزار سال پس از رویداد مه‌بانگ و زمانی که جهان آنقدر مات بود که بتواند از خود اشعه (نور) صادر کند.



شکل ۲.۲: از چپ به راست به ترتیب آقای آرنو پنزیاس و آقای رابرت ویلسون.

این تشعشات برای اولین بار به صورت کاملاً تصادفی مشاهده شد. در سال ۱۹۶۵، دو محقق از آزمایشگاه بل در نیوجرسی به نام‌های آرنو پنزیاس^۱ و رابرت ویلسون^۲، در حال تولید کردن یک دریافت‌کننده‌ی رادیویی و در حالیکه از نویزهای ایجاد شده بسیار متحیر بودند، امواج مایکروویو پس‌زمینه را کشف کردند. آنها خیلی زود تشخیص دادند که این نویزها به صورت منظم و از تمام آسمان ایجاد می‌شود. در همان زمان یک تیم تحقیقاتی در دانشگاه پرینستون به رهبری رابرت دیک^۳ در حال تلاش برای یافتن این تشعشات بود. تیم دیک اطلاعات مربوط به آزمایش بل را دریافت کردند و تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی را در نتایج آن آزمایش تشخیص دادند. هر دو تیم سریعاً مقالات خود را در سال ۱۹۶۵ در نشریه مربوط به ستاره‌شناسی منتشر کردند [۹]. در این مقالات پنزیاس و ویلسون در خصوص آنچه مشاهده کرده بودند صحبت کردند و تیم دیک توضیح دادند که در بطن جهان چه می‌گذرد. ویلسون و پنزیاس جایزه نوبل فیزیک را در سال ۱۹۷۸ برای این کشفیات بردند. (آنها جایزه خود را

^۱Arno Penzias

^۲Robert Wilson

^۳Robert Dick

با دانشمند اهل شوروی به نام پیورت کپیتسا^۱ قسمت کردند). در واقع تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی پنجره جدیدی برای شناخت بهتر جهان هستی به روی دانشمندان گشود. آنچه به نظر می‌رسد دمای کل جهان یکنواخت است ولی نوسانات کوچکی دارد که فقط با دقیق‌ترین تلسکوپ‌ها قابل تشخیص می‌باشند. با مطالعه‌ی این نوسانات، کیهان‌شناسان می‌توانند در خصوص ریشه‌ی کهکشان‌ها و ابرساختارهای کهکشانی اطلاعات بیشتری کسب کنند و پارامترهای اصلی مهبانگ را اندازه‌گیری نمایند.

۲.۲.۲ آزمایش‌ها و رصد تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی

از زمان کشف تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی، صدها آزمایش برای سنجش و ثبت دقیق آن انجام شده‌است. معروف‌ترین این آزمایش‌ها کاوشگر زمینه کیهانی کوبی^۲ است. این ماهواره را ناسا در سال‌های ۱۹۸۹ تا ۱۹۹۶ به گردش درآورد و توانست با آن ناهمسانگردی‌های بزرگ‌مقیاس تابش زمینه را در حد دقت خود ببیند و بسنجد. پس از داده‌های کوبی که تابشی بسیار یکنواخت و همگن را نشان می‌داد [۱۰]، چندین آزمایش از روی زمین یا با بالون این ناهمسانگردی‌ها را در مقیاس‌های زاویه‌ای کوچکتر سنجیدند. هدف اصلی این آزمایش‌ها یافتن بزرگی مقیاس نخستین قله‌ی آکوستیکی بود که کوبی به خاطر دقت پایین‌اش نتوانسته بود آن را ببیند. این سنجش‌ها سرانجام توانستند نظریه‌ی ریسمان کیهانی را که گمان می‌شد بهترین نظریه برای تشکیل ساختارهای کیهانی است وابنهند و تورم کیهانی را به جایش پیش بگذارند. در ژوئن ۲۰۰۱، ناسا در تلاش برای سنجش هرچه دقیق‌تر ناهمسانگردی‌های بزرگ مقیاس در کل آسمان، دومین ماهواره‌ی تابش زمینه را به نام دبلیومپ^۳ به فضا فرستاد. نخستین نتایج این مأموریت در سال ۲۰۰۳ سنجش دقیقی بود از طیف توانی زاویه‌ای با در مقیاسی کمتر از یک درجه، که روی بسیاری از پارامترهای کیهان‌شناسی قیده‌ای محکمی می‌گذاشت [۱۱، ۱۲]. این نتایج همخوانی بسیار خوبی با نظریه‌ی تورم کیهانی و چندین نظریه‌ی رقیب دارد. با این که دبلیومپ سنجش‌های دقیقی از افت‌وخیزهای بزرگ در مقیاس درجه دارد (افت‌وخیزهایی به اندازه‌ی زاویه‌ای ماه در آسمان)، وضوح زاویه‌ای‌اش به اندازه‌ی سنجش‌های تداخل سنج‌های زمینی که افت‌وخیزهای کوچک‌تر را سنجیده‌اند نیست. مأموریت فضایی سومی به نام پلانک^۴ در سال ۲۰۰۸ با هدف مشاهده‌ی ناهمسانگردی‌های تابش زمینه‌ی کیهانی و نیز قطبش آن در تمام آسمان، با استفاده از حساسیت و تفکیک زاویه‌ای بالا به فضا پرتاب شد. برخلاف دو مأموریت پیشین، پلانک با همکاری ناسا و ایسا (اژانس فضایی اروپا) ساخته شد. پلانک تابش زمینه‌ی کیهانی را با دقتی بیش از دبلیومپ مورد سنجش قرار داد [۱، ۱۳، ۱۴] (به جدول ۱.۲ رجوع شود).

^۱Pyotr Kapitsa

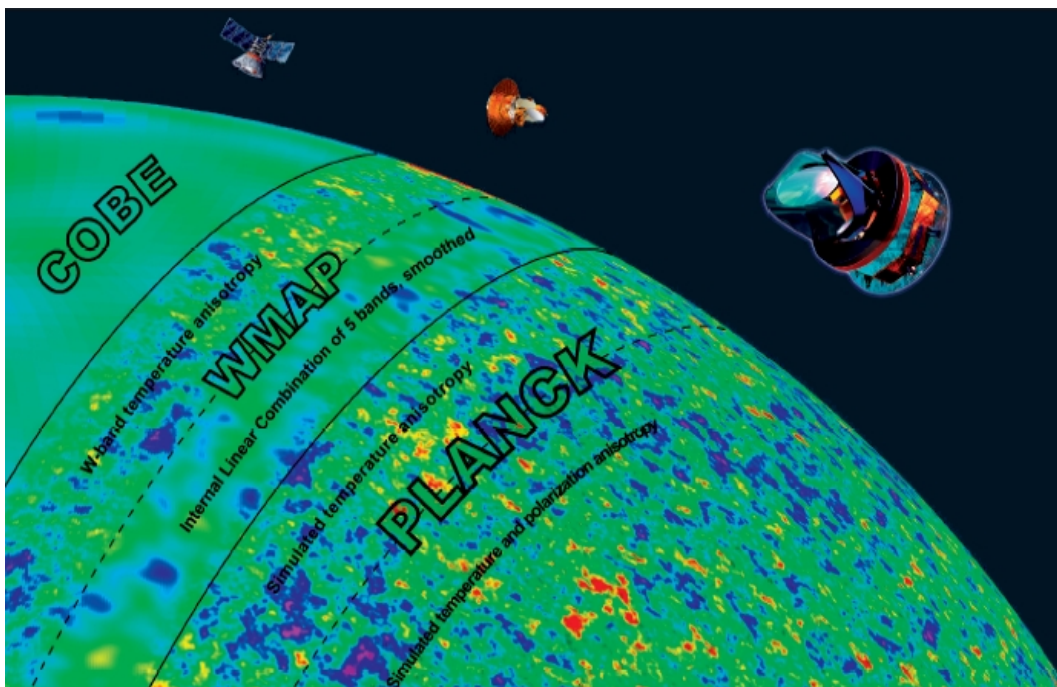
^۲Cosmic Background Explorer(COBE)

^۳Wilkinson Microwave Anisotropy Probe(WMAP)

^۴Planck

جدول ۱.۲: نتایج پلانک ۲۰۱۸ [۱] - پارامترهای کیهانی.

پارامتر	نماد	مقدار
چگالی ماده تاریک ^۱	$\Omega_c h^2$	0.120 ± 0.001
چگالی باریون ^۲	$\Omega_b h^2$	0.0224 ± 0.0001
پارامتر چگالی ماده ^۳	Ω_m	0.315 ± 0.007
ثابت هابل ^۴	H_0	$(67.4 \pm 0.5) \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
چگالی تختی ^۵	Ω_k	0.001 ± 0.002
شاخص طیفی اسکالر ^۶	n_s	0.965 ± 0.004
نسبت تانسور به اسکالر ^۷	$r_{0.002}$	$r_{0.002} < 0.07$



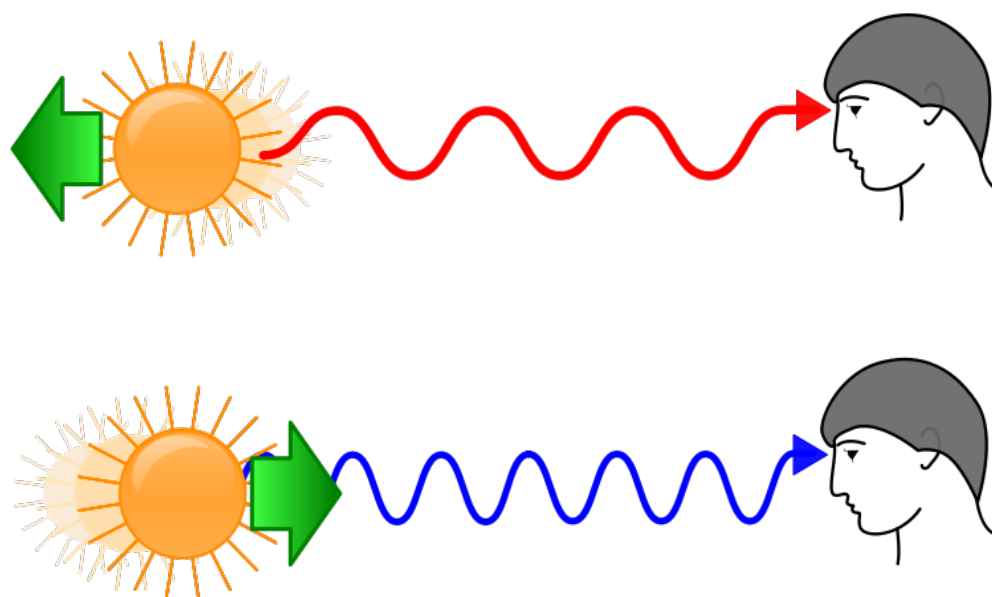
شکل ۳.۲: این تصویر که بر پایه‌ی تصاویر به‌دست آمده از ماهواره‌های کوبی، دبلیومپ و پلانک تکمیل شده است، تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی درست ۳۸۰ هزار سال پس از مه‌بانگ را نشان می‌دهد.

۳.۲ انتقال به سرخ و انبساط کیهان

وقتی نوری که از یک کهکشان به ما می‌رسد را طیف‌سنجی می‌نماییم، تعدادی خطوط جذبی را مشاهده می‌کنیم (برخی از کهکشان‌ها که هسته‌ی فعال دارند، خطوط تابشی نیز دارند). اگر طول موج یکی از این خطوط جذبی را روی زمین λ_{em} اندازه بگیریم و طول موجی که از

کهکشان دور مشاهده کرده‌ایم λ_{ob} باشد، می‌گوییم کهکشان انتقال به سرخ^۱ z دارد که به این صورت تعریف می‌شود.

$$z \equiv \frac{\lambda_{ob} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}} \quad (1.2)$$



شکل ۴.۲: مقایسه‌ی پدیده‌ی انتقال به سرخ و انتقال به آبی.

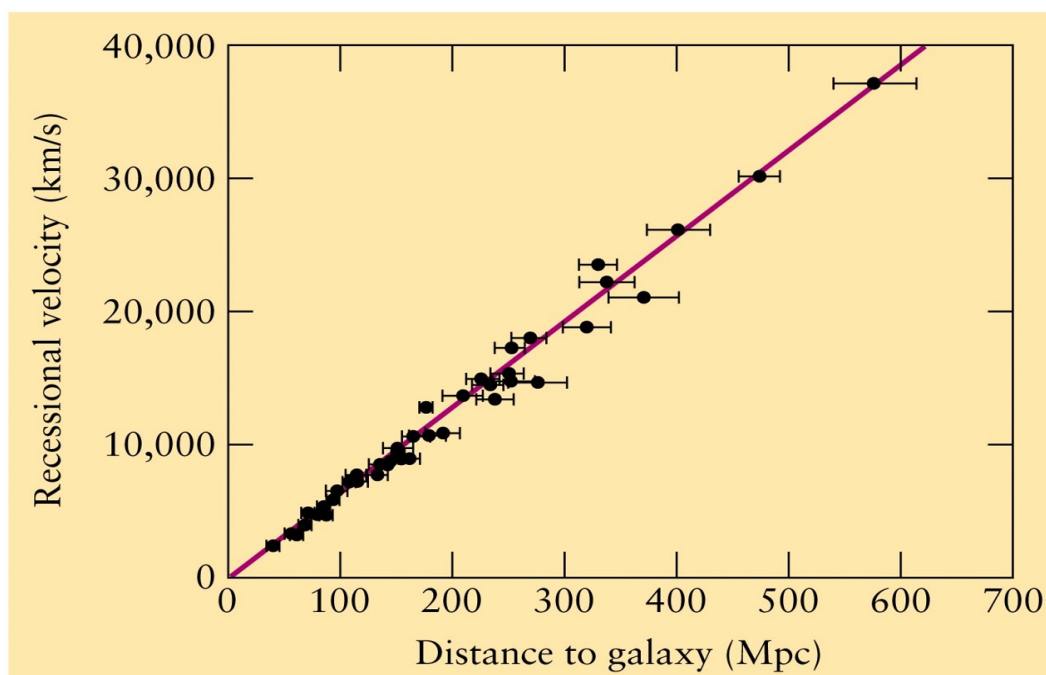
همان‌طور که در شکل (۳.۲) مشاهده می‌کنید اگر $z > 0$ باشد، جسم انتقال به سرخ^۲ دارد و اگر $z < 0$ انتقال به آبی^۳ دارد. به طور آماری اغلب کهکشان‌ها $z > 0$ دارند. هابل^۴ در سال ۱۹۲۹ از طریق مشاهدات خود و بررسی انتقال به سرخ ۲۴ کهکشان و مقایسه‌ی آنها با یکدیگر توانست نمودار انتقال به سرخ بر حسب فاصله را رسم کند (شکل (۳.۲)) و از برابری خط با داده‌ها به رابطه‌ی خطی زیر برای فاصله و انتقال به سرخ رسید.

^۱ پدیده‌ای که در آن نور گسیل شده از یک جرم (امواج مرئی، فرابنفش، اشعه ایکس، اشعه گاما و...) به سمت طول موج قرمز در انتهای طیف می‌رود. یعنی نوری که توسط طیف‌سنج ثبت می‌شود طول موجی بلندتر و بسامدی کمتر از نور گسیل شده از منبع دارد. به طور مثال این پدیده هنگامی رخ می‌دهد که منبع تولید نور در حال دور شدن از بیننده باشد. مانند اثر دوپلر که در بسامد امواج صوتی تغییر ایجاد می‌کند.

^۲ Redshift

^۳ Blueshift

^۴ ادوین پاول هابل دانشمند اخترشناس آمریکایی (۱۸۸۹ – ۱۹۵۳) کسی بود که ثابت کرد برخی از سحابی‌های بیضی شکلی که در آسمان دیده می‌شوند، کهکشانهایی هستند که در فاصله‌ای بسیار دور از کهکشان ما قرار دارند.



شکل ۵.۲: نمودار سرعت بر حسب فاصله چند کهکشان که بیان می‌کند کهکشان‌های دورتر با سرعت بیشتری در حال انبساط هستند.

$$z = \frac{H_0}{c} r \quad (۲.۲)$$

که H_0 ثابت هابل نام دارد. هابل این انتقال به سرخ را به عنوان انتقال دوپلری ناشی از سرعت شعاعی کهکشان نسبت به زمین تعبیر کرد. از آنجا که انتقال به سرخ‌هایی که هابل اندازه گرفت مقادیر کوچکی داشتند ($z < ۰.۰۰۴$) او توانست از تقریب غیر نسبیتی اصر دوپلر، یعنی $z = v/c$ که v همان سرعت شعاعی است، استفاده کند. در این صورت

$$v = H_0 r \quad (۳.۲)$$

است. هابل با بیان این رابطه و همین‌طور مقایسه مشاهدات خود به این نتیجه رسید که کهکشان‌های دورتر با سرعت بیشتری در حال دور شدن هستند [۲۰]. این نتیجه را امروز به عنوان قانون هابل می‌شناسیم. در واقع ثابت هابل مهمترین ثابت در علم کیهان‌شناسی محسوب می‌شود، زیرا ثابت هابل نشان می‌دهد که جهان با چه سرعتی در حال انبساط است. دانشمندان به این فکر افتادند که اگر جهان در حال انبساط باشد، پس احتمالاً آغازی دارد که این خود شاهدهی بر نظریه مه‌بانگ است. درحقیقت عکس ثابت هابل، می‌تواند به طور تقریبی در محاسبه عمر جهان به ما کمک کند. اندازه‌گیری‌های فعلی که از ترکیب رصدهای

مختلف به دست آمده‌اند نشان می‌دهند که مقدار کنونی ($t = t_0$) ثابت هابل [۱] برای عالم برابر است با

$$H_0 = (67/4 \pm 0/5) \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \quad (4.2)$$

توجه داشته باشیم که در مقیاس‌های بزرگ‌تر از 10 Mpc ، همه‌ی کهکشان‌ها از قانون هابل تبعیت می‌کنند. طبق اصل کیهان‌شناختی مفهوم انبساط هابلی تنها برای ناظر زمینی نیست بلکه همسانگردی و همگنی ایجاب می‌کند که هر ناظر دیگری در هر جهت و هر مکانی از کیهان، انبساط و دور شدن کهکشان‌ها را درک می‌نماید. اگرچه فرض می‌کنیم که مقدار ثابت هابل H_0 برای تمام ناظرها در کیهان یکسان است اما دقت کنیم که در اصل این مقدار تابعی از زمان است یعنی $H(t)$ و در دوره‌های مختلف کیهان مقادیر متفاوتی داشته است. خاصیت همگنی عالم به ما اجازه می‌دهد دستگاه مختصات جدیدی به نام دستگاه مختصات همراه تعریف کنیم که این دستگاه همراه با انبساط عالم حرکت می‌کند و بنابراین مختصات نقاط روی دستگاه همراه تغییر نمی‌کند. از آنجا که کیهان همگن است رابطه‌ی بین فاصله‌ی فیزیکی $\vec{r}$ فاصله‌ی همراه $\vec{\chi}$ را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد.

$$\vec{r} = a(t)\vec{\chi} \quad (5.2)$$

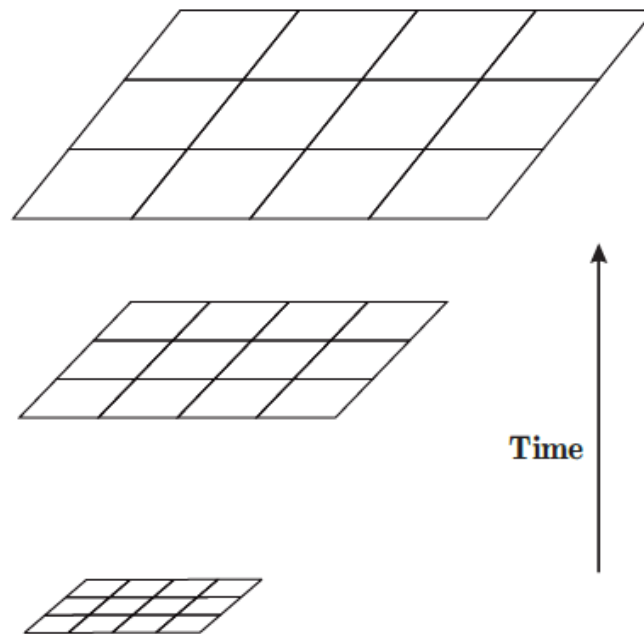
علاوه بر این قید همگنی نشان می‌دهد که ضریب a فقط تابعی از زمان است. می‌توان این‌طور تصور کرد که مختصات همراه مانند شبکه‌ای که در شکل (۳.۲) نشان داده شده است با زمان منبسط می‌شود اما مختصه‌ی نقاط ثابت می‌ماند. این انبساط در تمام راستاها اتفاق می‌افتد، درست مانند این که یک تصویر را با یک ضریب، مقیاس کنیم و در همه‌ی جهات بزرگ نماییم. به همین دلیل به کمیت $a(t)$ ضریب مقیاس می‌گویند. این ضریب به نوعی نرخ انبساط کیهان را مشخص می‌کند و در هر زمانی، مقدار متفاوتی دارد. برای مثال اگر بین زمان‌های t_1 و t_2 مقدار ضریب مقیاس دو برابر شده باشد، یعنی فاصله‌ی ما از دیگر کهکشان‌ها در این بازه‌ی زمانی دو برابر شده است. اگر از رابطه‌ی بالا نسبت به زمان مشتق بگیریم خواهیم داشت.

$$v = \frac{\dot{a}}{a} \vec{x} \quad (6.2)$$

رابطه‌ی بالا در واقع همان قانون هابل را بیان می‌کند. بنابراین پارامتر هابل به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$H(t) \equiv \frac{\dot{a}}{a} \quad (7.2)$$

این پارامتر به نوعی نشان‌دهنده‌ی نرخ انبساط عالم می‌باشد و در دوره‌های زمانی مختلف، با تغییر ضریب مقیاس، مقادیر متفاوتی کسب می‌کند. با کمی دقت به قانون هابل در می‌یابیم که H_0 بعد معکوس زمان دارد که می‌توان از آن زمان هابل، $t_H \equiv H_0^{-1} \simeq 13/6 \text{ Gyr}$ و همچنین طول هابل، $l_H = ct_H \simeq 42^{00} \text{ Mpc}$ را نیز تفسیر کرد. بنابراین تا اینجا هم مشاهدات رصدی پس‌زمینه کیهانی و نیز مشاهدات هابل موجود آغازی بر عالم هستی را نشان می‌دهد. اما با وجود این موفقیت‌ها، نظریه‌ی مه‌بانگ نمی‌تواند به چند پرسش اساسی پاسخ دهد، از جمله اینکه چرا کیهان در مقیاس‌های بزرگ تا این اندازه همگن و همسانگرد است؟ و پرسش دیگر موسوم به مسأله‌ی تخت بودن در مورد هندسه‌ی کیهان است. علاوه بر این مسأله‌ی دیگری با عنوان مسأله‌ی تک‌قطبی مغناطیسی را می‌توان مطرح کرد که در واقع نوع دیگری از همان مسأله‌ی افق است که در فیزیک ذرات بنیادین مطرح می‌شود.



شکل ۶.۲: مختصات همراه با انبساط حرکت می‌کند، بنابراین نقاط روی شبکه دارای مختصه‌های ثابتی هستند.

۴.۲ مشکل افق

مسئله افق^۱ در مدل استاندارد کیهان‌شناسی برای اولین بار در اواخر دهه‌ی ۱۹۶۰ توسط جارلز میسنر^۲ مطرح شد. این مسئله بیان می‌کند که با توجه به نقشه‌ی پس‌زمینه کیهانی نواحی دور

^۱Horizon Problem

^۲Charles W. Misner

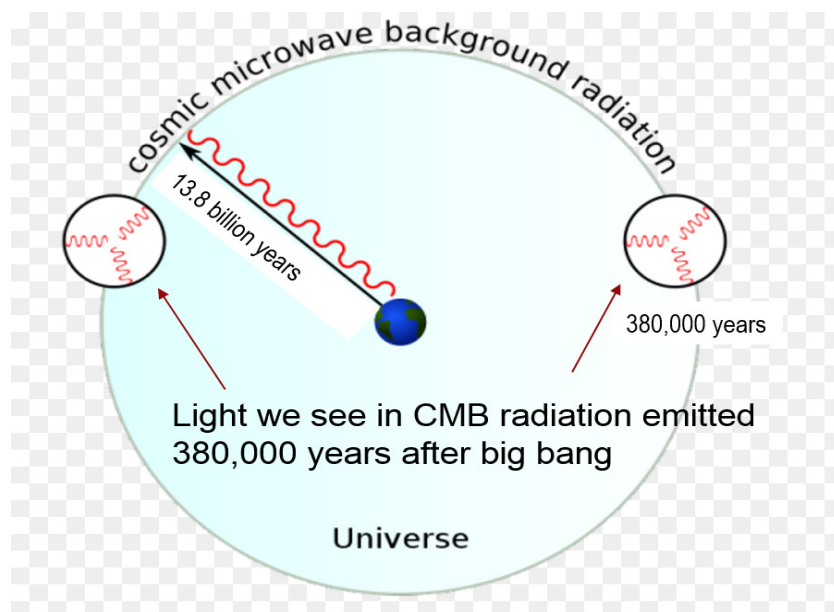
دست کیهان هرگز با هم در تماس نبوده‌اند، با این وجود، دما و ویژگی‌های فیزیکی آن‌ها یکسان است (شکل (۴.۲)). این شباهت در ویژگی‌های فیزیکی نباید امکان‌پذیر می‌بود، زیرا انتقال اطلاعات (انرژی و گرما و غیره) حداکثر می‌تواند با سرعت نور انجام شود. مسئله‌ی افق کیهان مهم‌ترین مشکل با مدل مه‌بانگ است و به چگونگی ارتباط بین مناطق مختلف کیهان مربوط می‌شود. نکته اساسی این است که جهان تنها یک سن محدود دارد، و بنابراین نور تنها می‌توانسته‌است یک فاصله‌ی محدود را تا هر زمان معینی بپیماید. مسافتی را که نور توانسته است در مدت سن جهان بپیماید، ناحیه‌ای را پدید آورده است که به عنوان جهان مشاهده‌پذیر شناخته می‌شود. این همان ناحیه‌ای است که در عمل می‌بینیم، و همواره محدود است. با نگاه کردن به طیف تابش زمینه‌ی کیهانی می‌توان دریافت که نقاط مختلف آسمان، با دقت زیاد (از مرتبه‌ی یک در صد هزار)، در همه‌ی جهات دارای ویژگی‌های کاملاً یکسان هستند. به طور معمول برای آنکه دو جسم شبیه به هم باشند، باید زمانی با یکدیگر در تماس بوده باشند تا اصطلاحاً به تعادل گرمایی برسند. اما دو نقطه در جهت مقابل یکدیگر در آسمان که نورشان از دوران آخرین پراکندگی^۱ به ما می‌رسد، نمی‌توانند روزی در تماس با هم بوده باشند، چرا که نور هر یک، از آن زمان تا به حال در راه بوده تا تنها به نقطه‌ای که ما قرار داریم برسد. حال آن‌که حداقل به همان اندازه زمان نیاز بوده است تا بتواند با نقطه‌ی دیگر برهم‌کنش داشته باشد. البته با انجام محاسبات، می‌توان نشان داد که حتی دو نقطه در فاصله‌ی زاویه‌ای حدود دو درجه در آسمان نیز زمان کافی برای رسیدن به تعادل گرمایی را نداشته‌اند؛ زیرا دو نقطه، باید پیش از دوران آخرین پراکندگی به تعادل گرمایی رسیده باشند. این پرسش که چرا طیف تابش زمینه‌ی کیهانی در همه‌ی جهات تقریباً یکسان است، معروف به مسأله‌ی افق می‌باشد.

۵.۲ مشکل تختی

طبق مشاهدات رصدی به خصوص تابش زمینه‌ی کیهانی، جهان تقریباً تخت است. در واقع هندسه‌ی فضا-زمان با همان هندسه‌ی اقلیدسی یا به بیان دیگر متریک مینکوفسکی^۲ توصیف می‌شود. طبق نظریه‌ی نسبیت عام انیشتین، فضا-زمان می‌تواند بسته به توزیع چگالی ماده یا انرژی، خمیده شود. اگر چگالی ماده و تابش و همچنین چگالی انرژی خلا (ρ) در جهان کمتر از مقدار معینی موسوم به چگالی بحرانی باشد ($\rho_{crit,0} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 2/8 \times 10^{11} h^2 M_\odot Mpc^{-3}$)، انحنا منفی بوده ($k = -1$) و جهان باز است، در واقع کیهان تا ابد به گسترش خود ادامه خواهد داد. اگر چگالی کل از چگالی بحرانی بیشتر باشد، انحنا مثبت ($k = 1$) بوده و اصطلاحاً جهان بسته است، به عبارت دیگر، گسترش کیهان پس از مدتی متوقف شده و شروع به رمبش می‌کند تا به نقطه‌ی تکینگی برسد. در حالتی که چگالی کل در کیهان با چگالی بحرانی برابر است، با

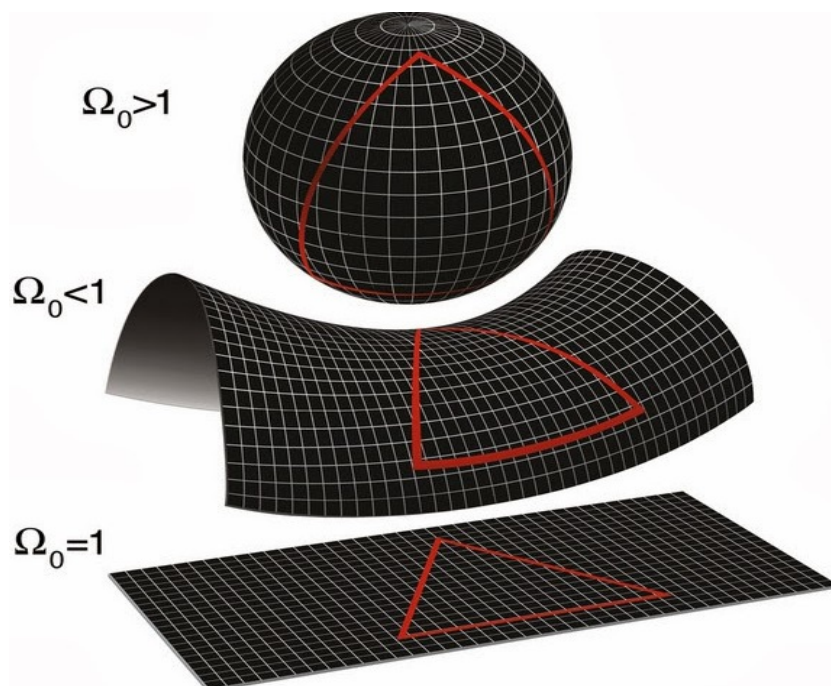
¹Last Scattering

²Minkowski



شکل ۷.۲: فوتون‌هایی که از دو لبه‌ی کیهان به ما می‌رسند، زمان کافی برای این که در گذشته به تعادل ترمودینامیکی برسند را نداشته‌اند.

جهانی تخت ($k = 0$) رو به رو هستیم که انحنای آن صفر می‌باشد. همچنین به نسبت چگالی کل کیهان به مقدار چگالی بحرانی آن در هر زمان، پارامتر چگالی ($\Omega \equiv \frac{\rho}{\rho_{crit}}$) گفته می‌شود. طبق تعریف‌های بالا می‌توان به سادگی دریافت، در صورتی که این پارامتر برابر یک باشد، جهان تخت است و اگر بزرگ‌تر یا کوچک‌تر از یک باشد، به ترتیب انحنای فضا-زمان، مثبت و منفی خواهد بود. بر اساس آخرین داده‌های رصدی، مقدار پارامتر چگالی در حال حاضر بسیار به یک نزدیک بوده و جهان با دقت خوبی تخت است [۱۴]. با حل معادلات می‌توان نشان داد که با گذشت زمان، انحراف از تخت بودن افزایش می‌یابد، به‌طوری که کوچک‌ترین انحراف از تختی در دوران اولیه‌ی کیهان، خیلی زود به جهانی با انحنای غیر صفر می‌انجامد. بنابراین با توجه به مقدار کنونی پارامتر چگالی، هر چه به زمان‌های عقب‌تر برویم، مقدار این پارامتر به یک نزدیک‌تر شده و جهان به تخت بودن، نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود. مثلاً در دوران آخرین پراکندگی، اختلاف پارامتر چگالی از عدد یک، از مرتبه‌ی یک در صد هزار است. در دوران هسته‌سازی (یک ثانیه پس از مه‌بانگ)، این مقدار از مرتبه‌ی یک در یک میلیارد میلیارد بوده و در مقیاس‌های انرژی الکتروضعیف (یک هزار میلیارد ثانیه بعد از مه‌بانگ)، کیهان با دقت یک در هزار میلیارد میلیارد، تخت بوده است! پرسشی که در اینجا مطرح می‌شود این است که چرا کیهان باید با مقدار اولیه‌ای تا این اندازه نزدیک به تخت بودن، آغاز شده باشد. گویی که کیهان دارای تنظیمی ظریف است. هر اختلاف ناچیزی از این مقدار اولیه، می‌توانسته به تفاوتی فاحش منجر شده و کیهان را به شکلی دیگر درآورد. در ادامه نظریه تورم را معرفی می‌کنیم که مشکلات نظریه مه‌بانگ یعنی مشکل افق و مشکل تختی را حل می‌کند.



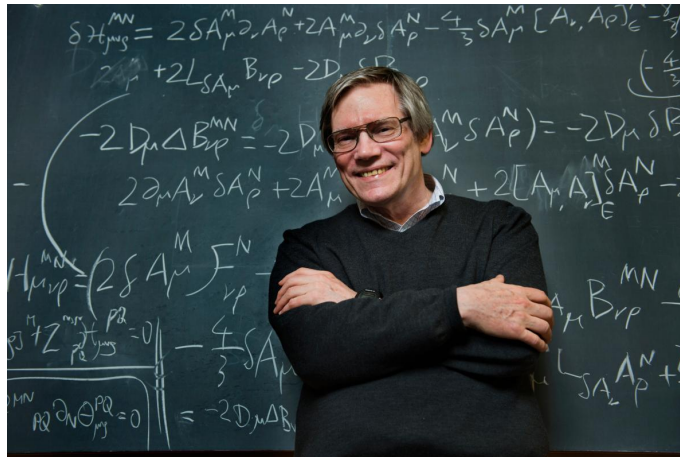
شکل ۸.۲: هندسه موضعی جهان با توجه به اینکه چگالی نسبی Ω کوچکتر، بزرگتر یا برابر با یک باشد، تعیین می‌گردد. از بالا به پایین: یک جهان کروی با چگالی بیشتر از چگالی بحرانی $\Omega > 1, k < 0$ ؛ جهان هایپربولیک با چگالی کمتر از چگالی بحرانی $\Omega < 1, k > 0$ و یک جهان تخت با چگالی دقیقاً برابر با چگالی بحرانی $\Omega = 1, k = 0$.

۶.۲ نظریه تورم

فرضیه‌ی تورمی توسط دانشمند آمریکایی آلن گوث^۱ در سال ۱۹۸۰ پیشنهاد شد. نظریه‌ی تورمی می‌تواند توضیح دهد که چرا کیهان در مقیاس‌های بزرگ تا این اندازه همگن و همسانگرد است [۱۵].

ایده‌ی مدل تورم بسیار ساده است، جهان خیلی آغازین، دست‌خوش انبساطی بسیار بزرگ شده است. در واقع در بازه‌ی زمانی 10^{-36} تا حدود 10^{-32} ثانیه پس از مه‌بانگ، کیهان به صورت نمایی گسترش یافته، به‌طوری که در این بازه‌ی زمانی بسیار کوتاه، از چیزی بسیار کوچک‌تر از یک اتم تا حدود اندازه‌ی یک توپ بسکتبال، افزایش حجم پیدا کرده است! گسترش بسیار سریع کیهان در دوره‌ی تورم، موجب شد تا ذرات اولیه‌ی عالم رقیق شوند، بدین ترتیب، مقدار آن‌ها در کیهان امروزی قابل اغماض خواهد بود. هم‌چنین دو نقطه‌ای که در حال حاضر در فاصله‌ی زیاد از یک‌دیگر قرار دارند، در زمان پیش از تورم، قادر بوده‌اند در تماس با یک‌دیگر باشند، چرا که تورم باعث دور افتادن آن‌ها از یک‌دیگر با سرعتی بسیار بیشتر

¹Alan Guth



شکل ۹.۲: آلن گوت

از سرعت نور شده است. بنابراین دو نقطه‌ی به ظاهر غیر مرتبط با یک‌دیگر در زمان کنونی، پیش از تورم در تعادل گرمایی بوده‌اند. در مورد مسأله‌ی تخت بودن نیز این‌طور می‌توان بیان کرد که به علت کش‌آمدگی زیاد کیهان در این دوره، هر گونه انحنای اولیه‌ی فضا زمان، به جهانی بسیار نزدیک به جهان تخت منجر شده تا آن‌جا که امروز نیز کیهان تقریباً تخت است. تنها در آینده‌ای دور است که بار دیگر پارامتر چگالی از مقدار یک فاصله خواهد گرفت. علاوه بر موارد یاد شده، امروزه می‌دانیم مدل تورمی، نقش مهمی در توصیف منشأ ساختارها در کیهان و وجود ناهمسانگردی‌های موجود در طیف تابش زمینه‌ی کیهانی دارد، همان‌طور که پیشتر اشاره شد، طیف تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی کاملاً همگن نیست، بلکه افت و خیزهای دمایی ناچیزی از مرتبه‌ی یک در صد هزار، در آن مشاهده می‌شود. احتمالاً این افت و خیزها توسط نیروی گرانش تقویت شده و بنابراین مناطقی با چگالی بیشتر و بیشتر به وجود آمده‌اند که هسته‌های اولیه برای اولین ستارگان را تشکیل داده و بعدها منجر به ساخت ساختارهای بزرگ‌تر مانند کهکشان‌ها، خوشه‌های کهکشانی و نهایتاً ابرخوشه‌ها در کیهان شده‌اند. به بیان دیگر، تورم مرحله‌ای از سیر جهان می‌باشد که در آن عالم با شتاب بسیار بالایی منبسط شده است. وجود این مرحله بسیاری از مشکلات نظریه‌ی مه‌بانگ را برطرف می‌کند. ρ, P ، چگالی انرژی و فشار مربوط به میدان مادی را نشان می‌دهند، که باعث بوجود آمدن این شتاب سریع می‌شوند، معادلات اینشتین مربوط به جهان تخت به صورت دو معادله‌ی فریدمان شامل فاکتور مقیاس $a(t)$ ، به شکل زیر ارائه می‌شود.

$$H^2 = \left(\frac{8\pi G}{3}\right)\rho, \quad \frac{\ddot{a}}{a} = -\left(\frac{4\pi G}{3}\right)(\rho + 3P) \quad (۸.۲)$$

که در رابطه‌ی بالا $H = \frac{\dot{a}}{a}$ ، پارامتر هابل می‌باشد. با توجه به رابطه دوم فریدمان کاملاً واضح است که برای داشتن شتاب مثبت $\ddot{a} > 0$ ، نیاز است که رابطه زیر برقرار باشد.

$$(\rho + 3P) < 0 \quad (9.2)$$

در واقع رابطه بالا شرط لازم برای ایجاد مرحله‌ی تورم می‌باشد. عناصر شناخته‌شده در کیهان‌شناسی، ماده ($P = 0$)، و تابش ($P = \frac{1}{3}$)، نمی‌توانند رابطه‌ی بالا را برآورده کنند. به این منظور برای به‌دست آوردن شتاب مثبت، لازم است که شکلی دیگر برای ماده در نظر بگیریم. میدان‌های اسکالر که در مدل‌های مختلف فیزیک انرژی بالا کاربرد دارند و از طرفی همسانگردی فضا را تضمین می‌کنند، در ساختن شرایط لازم جهت رسیدن به جهان تورمی به ما کمک می‌کنند. حال یک میدان اسکالر ϕ ، را که تحت تاثیر پتانسیل $V(\phi)$ ، می‌باشد بررسی می‌کنیم. کنش ساده‌ی زیر، مربوط به این میدان را در نظر می‌گیریم.

$$S(\phi) = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right] \quad (10.2)$$

تانسور انرژی-تکانه برای این کنش به شکل زیر بیان می‌شود.

$$T^\mu_\nu = \partial^\mu \phi \partial_\nu \phi - \delta^\mu_\nu \left[\frac{1}{2} \partial_\lambda \phi \partial^\lambda \phi - V(\phi) \right] \quad (11.2)$$

تقارن موجود در معادلات فریدمان (همگنی و همسانگردی) باعث می‌شود که میدان اسکالر فقط تابعی از زمان باشد. بنابراین چگالی انرژی و فشار مربوط به این فضای همگن و همسانگرد به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند.

$$T^0_0 = \rho = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi), \quad T^i_j = -P \delta^i_j = -\left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi)\right) \delta^i_j \quad (12.2)$$

علاوه بر این با استفاده از کنش (۱۰.۲)، می‌توان معادله حرکت میدان اسکالر را در یک فضای فریدمانی به شکل زیر بیان کرد.

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0, \quad V_{,\phi} = \frac{dV}{d\phi} \quad (13.2)$$

با استفاده از رابطه (۱۲.۲)، شرط لازم برای وجود مرحله تورم (۹.۲)، به شکل زیر بیان می‌شود.

$$\dot{\phi}^2 < V(\phi) \quad (14.2)$$

بعبارت دیگر تورم زمانی رخ می‌دهد که انرژی پتانسیل بر انرژی جنبشی غلبه کند. با استفاده از یک پتانسیل خاص $V(\phi)$ ، می‌توان حل سازگاری برای فاکتور مقیاس و میدان

اسکالر به‌دست آورد. از طرفی با استفاده از رابطه (۱۲.۲)، معادلات فریدمان (۸.۲) به شکل زیر بیان می‌شوند.

$$H^2 = \left(\frac{1}{3M_P^2}\right) \left[\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi)\right], \quad \dot{H} = -\left(\frac{1}{2M_P^2}\right)\dot{\phi}^2 \quad (15.2)$$

که جرم پلانک، بصورت $M_P^2 = 1/\kappa^2$ تعریف می‌شود. از ترکیب دو معادله بالا می‌توان عبارتی برای میدان اسکالر و پتانسیل، بر حسب زمان کیهانی به‌دست آورد.

$$\phi(t) = \sqrt{2}M_P \int dt \sqrt{-\dot{H}}, \quad V(t) = M_P^2(3H^2 + \dot{H}) \quad (16.2)$$

۷.۲ تورم غلتش آرام

شرط بیان شده در رابطه‌ی (۱۴.۲)، که غلبه‌ی انرژی پتانسیل بر انرژی جنبشی را بیان می‌کند به عنوان شرط لازم برای وقوع دوره‌ی تورم شناخته می‌شود. شرط کافی برای وقوع این دوره به عنوان شرط غلتش آرام شناخته می‌شود.

$$\dot{\phi}^2 \ll V(\phi) \quad (17.2)$$

رابطه بالا شرط تضمین کننده‌ی تورم می‌باشد. همچنین رابطه‌ی بالا به منظور به‌دست آوردن عدد توان نمایی^۱ مورد استفاده قرار می‌گیرد. از طرفی دیگر می‌توان تقریب زیر را نیز در نظر گرفت.

$$\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi} \quad (18.2)$$

کلیه‌ی تقریب‌های ذکر شده در بالا به عنوان تقریب غلتش آرام شناخته می‌شوند و همانطور که خواهیم دید وجود جواب‌های تحلیلی را هم در حد پایه و هم در حد اختلالی ممکن می‌سازند. دو نوع خاص از پارامترهای غلتش آرام (پارامترهایی که به کمک پتانسیل و مشتقات آن ساخته می‌شوند و پارامترهایی که به کمک پارامتر هابل و مشتقات آن تعریف می‌شوند) اغلب هائز اهمیت هستند. در ادامه این دو نوع پارامتر را شرح خواهیم داد و حل‌هایی مربوط به اینفلاتون^۲ و فاکتور مقیاس را برای کلاس ویژه‌ای از پتانسیل‌ها، در تقریب غلتش آرام به‌دست خواهیم آورد.

^۱Number Of e-folds

^۲Inflaton

۱.۷.۲ پارامترهای غلتش آرام پتانسیل

این پارامترها به صورت زیر تعریف می شوند.

$$\eta_V = M_P^2 \left(\frac{V_{,\phi\phi}}{V} \right), \quad \varepsilon_V = \left(\frac{M_P^2}{V} \right) \left(\frac{V_{,\phi}}{V} \right)^2 \quad (۱۹.۲)$$

در عبارت بالا $V_{,\phi\phi} = \frac{d^2 V}{d\phi^2}$ است. به منظور برآورده شدن شرایط غلتش آرام این دو پارامتر کوچکتر از یک در نظر گرفته می شوند. پارامترهای η_V, ε_V به عنوان پارامترهای غلتش آرام پتانسیل^۱ شناخته می شوند. واضح است که صرف نظر کردن از ترم انرژی جنبشی $(\frac{\dot{\phi}^2}{2})$ ، در معادله‌ی اول فریدمان و همچنین جمله‌ی $\ddot{\phi}$ ، در معادله حرکت میدان اسکالر (۱۳.۲)، معادل است با کوچک بودن این دو پارامتر، البته عکس این عبارت صحیح نمی باشد. بدین معنی که کوچک بودن پارامترهای غلتش آرام پتانسیل، فقط شرط لازم است و شرط کافی برای حذف این جملات نمی باشد. در واقع علت این امر آن است که این پارامترها فقط به شکل پتانسیل مربوط می شوند و به حل های دینامیکی ارتباطی ندارد. اگر مقادیر η_V, ε_V کوچک باشند باز هم امکان دارد که $\dot{\phi}$ ، بزرگ باشد و در نتیجه ممکن است وجود دوره‌ی تورم رد شود. پس علاوه بر اینکه باید پارامترهای غلتش آرام پتانسیل، کوچک باشند، شرط دیگری لازم است تا تورم غلتش آرام بوجود آید. شرایط غلتش آرام زمانی برقرار است که میدان اسکالر به کندی حرکت کند و به صورت یک حل جذب در معادله‌ی

$$3H\dot{\phi} = -V_{,\phi} \quad (۲۰.۲)$$

صدق کند. با وجود این نقص، پارامترهای غلتش آرام پتانسیل، بسیار کاربردی هستند به طوری که برای یک پتانسیل شناخته شده، به کمک این پارامترها می توان محدوده و شرایط پتانسیل برای ایجاد تورم را مشخص نمود.

۲.۷.۲ پارامترهای غلتش آرام هابل

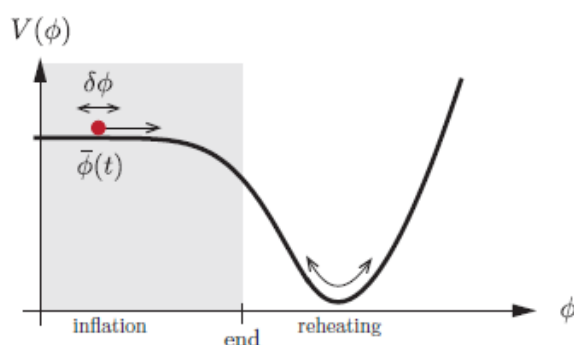
پارامترهای غلتش آرام هابل^۲ به شکل زیر تعریف می شوند.

$$\varepsilon_H = 2M_P^2 \left(\frac{H_{,\phi}}{H} \right)^2 \quad (۲۱.۲)$$

$$\eta_H = 2M_P^2 \left(\frac{H_{,\phi\phi}}{H} \right), \quad H_{,\phi\phi} = \frac{d^2 H}{d\phi^2}$$

^۱Potential slow-rolls parameters

^۲Hubble slow-rolls parameters



شکل ۱۰.۲: باید پتانسیل‌هایی انتخاب شود که ذره‌ی اینفلاتون (ذره‌ی مولد تورم) به آرامی غلت بخورد و پایین بیاید تا دوره‌ی تورمی تا 60 Number Of e-folds به طول بی‌انجامد و در کمینه‌ی پتانسیل دوره‌ی تورمی پایان می‌یابد و پس از آن دوره‌ی بازگرمایش آغاز می‌شود.

این نوع پارامترها انتخاب مناسب‌تری برای مطالعه‌ی تورم غلتش آرام، می‌باشند. زیرا شرط اضافه‌ای برای برای برآورده شدن شرایط غلتش آرام نیاز نیست و فقط کوچک بودن این پارامترها کفایت می‌کند. در تعریف این پارامترها از پارامتر هابل به عنوان کمیت اولیه و مشتقات آن نسبت به میدان اسکالر استفاده می‌شود. معادله‌ی دوم فریدمان بر این اساس به شکل زیر نیز بیان می‌شود.

$$\dot{\phi} = -(2M_P^2)^{-1} H_{,\phi}, \quad H_{,\phi} = \frac{dH}{d\phi} \quad (22.2)$$

با قرار دادن این عبارت در معادله‌ی اول فریدمان معادله‌ی زیر را داریم.

$$H_{,\phi}^2 - \left(\frac{3H^2}{2M_P^2}\right) = -\left(\frac{V}{2M_P^4}\right) \quad (23.2)$$

با استفاده از معادلات (۱۳.۲)، (۲۲.۲)، (۲۳.۲)، این دو پارامتر را می‌توان به شکل زیر تعریف نمود.

$$\begin{aligned} \varepsilon_H &= \left(\frac{2\dot{\phi}^2}{V}\right) = -\left(\frac{\dot{H}}{H^2}\right), \\ \eta_H &= -\left(\frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}}\right) = \varepsilon_H - \frac{\dot{\varepsilon}_H}{2H\varepsilon_H} \end{aligned} \quad (24.2)$$

که ρ ، چگالی انرژی مربوط به میدان اسکالر است. در مورد این پارامترها دو نکته بسیار مهم است. اول اینکه شرط

$$\varepsilon_H \ll 1 \quad (25.2)$$

شرط لازم برای صرف نظر کردن از جمله‌ی انرژی جنبشی در کل انرژی میدان اسکالر است. و شرط

$$\eta_H \ll 1 \quad (26.2)$$

معادل با موقعیتی است که جمله‌ی شتاب میدان اسکالر در مقایسه با جمله‌ی شامل سرعت در معادله‌ی (۱۳.۲) قابل صرف نظر کردن است. در نهایتا شرط $\ddot{a} > 1$ دقیقا معادل با $\varepsilon_H < 1$ می باشد. حال می‌خواهیم حل‌هایی برای میدان و فاکتور مقیاس در تقریب غلتش آرام پیدا کنیم. معادله حرکت میدان اسکالر (۱۳.۲) و معادله اول فریدمان (۱۵.۲)، را می‌توان برحسب پارامترهای غلتش آرام هابل، به صورت زیر بازنویسی کرد.

$$H^2 \left[1 - \frac{\varepsilon_H}{3} \right] = \frac{V}{3M_P^2}, \quad 3H\dot{\phi} \left[1 - \frac{\eta_H}{3} \right] = -V_{,\phi} \quad (27.2)$$

تقریب غلتش آرام معادل با موقعیتی است که پارامترهای غلتش آرام هابل، نامساوی‌های زیر را برآورده کند.

$$\varepsilon_H \ll 1, \quad \eta_H \ll 1 \quad (28.2)$$

$$O^2(\varepsilon_H^2, \eta_H^2, (\varepsilon_H \eta_H)) \ll \varepsilon_H$$

در این حد معادلات (۲۷.۲)، به شکل زیر تقلیل پیدا می کنند.

$$3H\dot{\phi} = -V_{,\phi} H^2 = \left(\frac{V}{3M_P^2} \right) \quad (29.2)$$

فصل ۳

مقدمه‌ای بر اختلالات کیهانی

تا کنون، ما جهان را کاملاً همگن در نظر گرفتیم. اما برای درک شکل‌گیری و تکامل ساختارهای کیهان در مقیاس بزرگ، ما باید ناهمگنی‌ها را معرفی کنیم. تا زمانی که این اختلالات نسبتاً کوچک باقی مانده باشند، می‌توانیم آنها را در تئوری اختلال به کار گیریم. به طور خاص، ما می‌توانیم معادلات اینشتین را به ترتیب در اختلالات متریک و تانسور گسترش دهیم. این باعث می‌شود که سیستم‌های پیچیده با معادلات دیفرانسیل جفت شده، قابل کنترل باشند.

۱.۳ تئوری اختلالات نیوتونی

گرانش نیوتنی یک توصیف کامل و کافی از نسبیت عام در مقیاس خوبی، در شعاع هابل و برای ماده‌ی غیر نسبیتی (به عنوان مثال ماده تاریک سرد و باریون‌ها پس از جدا شدن) است. با تئوری اختلال نیوتنی شروع خواهیم کرد، زیرا این امر شهودی‌تر از حل کامل در نسبیت عام است. بیشتر از واحدهای طبیعی استفاده می‌کنیم که سرعت نور و ثابت پلانک برابر یک یعنی $c = \hbar = 1$ تنظیم می‌شود. طول و زمان پس از آن، یک واحد دارند. امضای متریک ما به صورت $(- - - +)$ است، به طوری که برای فضای مینکوفسکی $ds^2 = dt^2 - dx^2$ و $x^\mu = (t, x, y, z)$ برای $\mu = 0, 1, 2, 3$ است.

۲.۳ اختلالات متریک

ایده‌ی اصلی این است که اختلالات کوچک $\delta g_{\mu\nu}$ حول متریک FRW ، $\bar{g}_{\mu\nu}$ را در نظر بگیریم [۱۸، ۱۷، ۱۶].

$$g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu} \quad (۱.۳)$$

با استفاده از معادلات اینشتین، اختلالات متریک به اختلالات در توزیع ماده مرتبط می‌شود. برای جلوگیری از حواس پرتی‌های تکنیکی غیر ضروری، تنها مواردی را که در فضا-زمان پس‌زمینه FRW وجود دارد، ارائه می‌دهیم، اما قبل از آن باید بیان کنیم که برای راحتی از زمان همدیس استفاده می‌کنیم. یعنی در واقع از تبدیل زیر استفاده می‌کنیم.

$$d\tau = \frac{1}{a(t)} dt \rightarrow dt = a(\tau) d\tau \quad (۲.۳)$$

متریک ما در زمان کیهانی با رابطه‌ی زیر داده می‌شود.

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) [dx^2 + dy^2 + dz^2] \quad (۳.۳)$$

و در زمان همدیس به این صورت نوشته می‌شود.

$$ds^2 = a^2(\tau) [d\tau^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)] \rightarrow ds^2 = a^2(\tau) [d\tau^2 - \delta_{ij} dx^i dx^j] \quad (۴.۳)$$

پس متریک مختل شده را می‌توان به شکل زیر نوشت.

$$ds^2 = a^2(\tau) \left[(1 + 2A) d\tau^2 - 2B_i dx^i d\tau - (\delta_{ij} + h_{ij}) dx^i dx^j \right] \quad (۵.۳)$$

که A, B_i, h_{ij} توابع فضا-زمان هستند.

۳.۳ اسکالر، بردار و تانسور

برای ما بسیار مفید و کاربردی تر است که اختلالات اسکالر، بردار و تانسور را به صورت جداگانه در نظر بگیریم. به سادگی می‌توان فهمید که می‌توانیم هر سه بردار را به شکلی از یک اسکالر و یک بردار بدون واگرایی بنویسیم [۱۸، ۱۷، ۱۶].

$$B_i = \partial_i B + \hat{B}_i \quad (۶.۳)$$

با $\partial^i \hat{B}_i = 0$. به طور مشابه، برای هر تانسور متقارن مرتبه دو می توان نوشت.

$$h_{ij} = 2C\delta_{ij} + 2\partial_i\partial_j E + 2\partial_i\hat{E}_j + 2\hat{E}_{ij} \quad (۷.۳)$$

که

$$\partial_i\partial_j E \equiv (\partial_i\partial_j - \frac{1}{3}\delta_{ij}\nabla^2)E \quad (۸.۳)$$

،

$$\partial_i\hat{E}_j \equiv \frac{1}{3}(\partial_i\hat{E}_j + \partial_j\hat{E}_i) \quad (۹.۳)$$

مانند قبل، مدهای اختلالی برداری دارای خصوصیت بدون واگرایی^۱ هستند، مانند $\partial_i\hat{E}_i = 0$ و $\partial^i\hat{E}_{ij} = 0$. همچنین اختلالات تانسوری بدون رد^۲ هستند یعنی $\hat{E}_i^i = 0$. بنابراین ۱۰ درجه آزادی متریک به ترتیب به $2+4+4$ درجه آزادی برای اسکالر، بردار و تانسور تجزیه می شود.

• پارامترهای اسکالر: A, B, C, E

• بردارها: $\hat{B}_i, \hat{E}_i$

• تانسور: $\hat{E}_{ij}$

آنچه که تجزیه اسکالر- بردار- تانسور^۳ را قدرتمند می سازد، این واقعیت است که معادلات اینشتین برای اسکالرها، بردارها و تانسورها به صورت خطی مخلوط نمی شوند و بنابراین می توانند جداگانه رفتار کنند.

۴.۳ تبدیلات پیمانه

تبدیل مختصات زیر را در نظر بگیرید.

$$X^\mu \rightarrow \tilde{X}^\mu \equiv X^\mu + \zeta^\mu(\tau, x) \quad (۱۰.۳)$$

که $\zeta^0 \equiv T$ و $\zeta^i \equiv L^i = \partial^i L + \hat{L}^i$ هستند. ما قسمت فضایی L^i را به یک اسکالر L و یک بردار بدون واگرایی، $\hat{L}^i$ تقسیم کردیم. حال می خواهیم بدانیم که تبدیلات متریک تحت این تغییر مختصات چگونه تغییر می کند. این ترفند این گونه است که از تغییر ناپذیر بودن فاصله ی فضازمان استفاده کنیم.

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(X)dX^\mu dX^\nu = \tilde{g}_{\alpha\beta}(\tilde{X})d\tilde{X}^\alpha d\tilde{X}^\beta \quad (۱۱.۳)$$

^۱Divergenceless

^۲Traceless

^۳Scalar-Vector-Tensor(SVT)

که از تعدادی شاخص‌های ساختگی استفاده کرده‌ایم تا بتوانیم چند خط بعدی را واضح‌تر بیان کنیم. می‌نویسیم $d\tilde{X}^\alpha = (\partial\tilde{X}^\alpha/\partial X^\mu)dX^\mu$ (و به‌طور مشابه برای dX^β) رابطه‌ی زیر را پیدا می‌کنیم.

$$g_{\mu\nu}(X) = \frac{\partial\tilde{X}^\alpha}{\partial X^\mu} \frac{\partial\tilde{X}^\beta}{\partial X^\nu} \tilde{g}_{\alpha\beta}(\tilde{X}) \quad (۱۲.۳)$$

این معادله، متریک $g_{\mu\nu}$ در مختصات قدیم را به متریک $\tilde{g}_{\alpha\beta}$ در مختصات جدید مرتبط می‌کند. اجازه دهید ببینیم چه چیزی در (۱۲.۳) برای تبدیلات اختلالات متریک در (۵.۳) بیان می‌شود. به عنوان مثال مولفه $\circ\circ$ را به کار می‌بریم. در رابطه (۱۲.۳)، $\mu = \nu = \circ$ در نظر بگیرید.

$$g_{\circ\circ}(X) = \frac{\partial\tilde{X}^\alpha}{\partial\tau} \frac{\partial\tilde{X}^\beta}{\partial\tau} \tilde{g}_{\alpha\beta}(\tilde{X}) \quad (۱۳.۳)$$

برای مثال $\alpha = \circ$ و $\beta = i$ را در نظر بگیرید. مولفه غیر قطری متریک $\tilde{g}_{\circ i}$ ، متناسب با $\tilde{B}_i$ است، بنابراین از مرتبه‌ی اول اختلال می‌باشد. اما $\partial\tilde{X}^i/\partial\tau$ متناسب با مرتبه اول متغیر است، بنابراین محصول مرتبه دوم است و می‌توان از آن چشم‌پوشی کرد. همچنین استدلال مشابهی برای $\alpha = i$ و $\beta = j$ وجود دارد. بنابراین معادله (۱۳.۳) به شکل زیر کاهش می‌یابد.

$$g_{\circ\circ}(X) = \left(\frac{\partial\tilde{\tau}}{\partial\tau}\right)^2 \tilde{g}_{\circ\circ}(\tilde{X}) \quad (۱۴.۳)$$

با جایگزینی (۱۰.۳) و (۵.۳) به رابطه‌ی زیر می‌رسیم.

$$\begin{aligned} a^\gamma(\tau)(1 + 2A) &= (1 + T')^\gamma a^\gamma(\tau + T)(1 + 2\tilde{A}) \\ &= (1 + 2T' + \dots)(a(\tau) + a'T + \dots)^\gamma (1 + 2\tilde{A}) \\ &= a^\gamma(\tau)(1 + 2HT + 2T' + 2\tilde{A} + \dots) \end{aligned} \quad (۱۵.۳)$$

که $H \equiv a'/a$ پارامتر هابل در زمان همدیس است. به این ترتیب به عنوان اولین مرتبه، اختلال متریک A به شکل زیر تبدیل می‌شود.

$$A \rightarrow \tilde{A} = A - T' - HT \quad (۱۶.۳)$$

با استدلال به رابطه بالا برای اجزای دیگر متریک هم، به همین صورت عمل می‌کنیم.

$$B_i \rightarrow \tilde{B}_i = B_i + \partial_i T - L'_i \quad (۱۷.۳)$$

$$h_{ij} \rightarrow \tilde{h}_{ij} = h_{ij} - 2\partial_{(i} L_{j)} - 2HT\delta_{ij} \quad (۱۸.۳)$$

در شرایط تجزیه SVT داریم.

$$A \rightarrow A - T' - HT \quad (۱۹.۳)$$

$$\hat{B}_i \rightarrow \hat{B}_i - \hat{L}'_i, \quad B \rightarrow B + T - L', \quad (۲۰.۳)$$

$$C \rightarrow C - HT - \frac{1}{3} \nabla^2 L, \quad (۲۱.۳)$$

$$\hat{E}_{ij} \rightarrow \hat{E}_{ij}, \quad \hat{E}_i \rightarrow \hat{E}_i - \hat{L}_i, \quad E \rightarrow E - L \quad (۲۲.۳)$$

$$v_i \rightarrow v_i + L'_i \quad (۲۳.۳)$$

۵.۳ اختلالات پیمانه ناورد

یکی از راه‌های اجتناب از مشکلات پیمانه این است که ترکیب ویژه‌ای از اختلالات متریک که تحت تغییرات مختصات تغییر نمی‌کند، در نظر بگیریم. اینها متغیرهای باردین^۱ هستند.

$$\Psi \equiv A + H(B - E') + (B - E')', \quad \hat{\Phi}_i \equiv \hat{E}'_i - \hat{B}_i, \quad \hat{E}_{ij} \quad (۲۴.۳)$$

$$\Phi \equiv -C - H(B - E') + \frac{1}{3} \nabla^2 E. \quad (۲۵.۳)$$

۶.۳ انتخاب پیمانه

یک راه حل جایگزین (اما مرتبط) برای مسئله‌ی پیمانه این است که ابتدا پیمانه‌ی مورد نظر خود را تعیین و همه‌ی اختلالات (هم متریک و هم ماده) را دنبال کنیم. به عنوان مثال، ما می‌توانیم از آزادی عمل توابع پیمانه T و L در رابطه‌ی (۱۰.۳) استفاده کنیم تا دو تا از چهار اختلالات متریک اسکالر را به صفر برسانیم.

۱.۶.۳ پیمانه نیوتونی

با انتخاب پیمانه‌ی نیوتون^۲ یعنی

$$B = E = 0, \quad (۲۶.۳)$$

^۱Bardeen

^۲Newtonian gauge

متریک (۵.۳) به رابطه‌ی زیر تبدیل می‌شود.

$$ds^2 = a^2(\tau) \left[(1 + 2\Psi)d\tau^2 - (1 - 2\Phi)\delta_{ij}dx^i dx^j \right] \quad (27.3)$$

در اینجا، دو پارامتر از اختلالات متریک یعنی A و C باقی مانده که این دو را به صورت $A \equiv \Psi, C \equiv -\Phi$ در مرتبه‌ای که برای ما رابطه‌ای با پتانسیل‌های باردین در (۲۴.۳) و (۲۵.۳) بسازد، نام‌گذاری می‌کنیم. برای اختلالاتی که در بی نهایت از بین می‌روند پیمانه‌ی نیوتون منحصر به فرد است. در این پیمانه، فیزیک نسبتاً ساده به نظر می‌رسد از آنجایی که سطوح زمان ثابت بر خطوط ناظر ثابت در این مختصات عمود هستند ($B = 0$)، در غیاب عامل ناهمسانگردی یعنی $\Psi = \Phi$ ، هندسه‌ی ناشی از سطوح زمان ثابت همسانگرد هستند ($E = 0$). توجه داشته باشید شباهت متریک به میدان ضعیف نسبیت عام در حدود فضای مینکوفسکی، ما نشان خواهیم دید که Ψ نقش پتانسیل گرانشی را بازی می‌کند. پیمانه‌ی نیوتون، برای ما پیمانه‌ای را جهت مطالعه‌ی ساختار مقیاس‌های بزرگ و CMB ناهمسانگرد فراهم می‌سازد.

۲.۶.۳ پیمانه‌ی فضایی-تخت

پیمانه‌ی فضایی-تخت^۱ یک پیمانه‌ی مناسب برای محاسبات در اختلالات تورمی است که می‌توان رابطه‌ی زیر را برای آن در نظر گرفت.

$$C = E = 0 \quad (28.3)$$

در این پیمانه، ما قادر خواهیم بود که مستقیماً روی افت و خیزها در میدان تورمی $\delta\phi$ تمرکز کنیم.

۳.۶.۳ پیمانه‌ی همراه

پیمانه همراه^۲ که در آن ذره (اینفلاتون) همراه با چارچوب مرجع لخت (سیال کامل^۳) حرکت می‌کند، تحت این شرایط از دید ناظر خارجی ذره ساکن دیده می‌شود یعنی سرعت ذره، صفر است.

$$E = B = 0, \quad v = 0 \quad (29.3)$$

^۱Spatially- flat

^۲Comoving gauge

^۳Perfect Fluid

۷.۳ پارامتر پیمانه ناوردا

اجازه دهید که در یک پیمانه‌ی دلخواه، انحنای ذاتی سطوح زمان ثابت را بسازیم [۱۹]. در واقع از ترفند تجزیه‌ی ADM ^۱ استفاده می‌کنیم، یعنی از فضا زمان ۴ بعدی با انتخاب سطوح زمان ثابت، قسمت زمانی متریک را حذف کرده و از فضای ۳ بعدی در روابط خود استفاده می‌کنیم. یعنی از فضا زمان ۴ بعدی با مختصات $x^\mu(t, x, y, z)$ و متریک $g_{\mu\nu}$ که بیانگر یک ماتریس چهار بعدی است به یک فضای ۳ بعدی با مختصات $x^i(x, y, z)$ و متریک γ_{ij} که با ماتریس زیر تعریف می‌شود می‌رویم.

$$\gamma_{ij} = \begin{pmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

متریک القا شده، γ_{ij} که تنها قسمت فضایی معادله (۵.۳) روی این سطوح است، در نظر می‌گیریم.

$$\gamma_{ij} \equiv a^2 [(1 + 2C)\delta_{ij} + 2E_{ij}] \quad (30.3)$$

که $E_{ij} = \partial_{(i} \partial_{j)} E$ ، مربوط به اختلالات اسکالر است. از طرفی نماد کیریستوفل (۲) نوع دوم از متریک γ_{ij} به شکل زیر تعریف می‌شود.

$${}^{(3)}\Gamma_{jk}^i = \frac{1}{2} \gamma^{il} (\partial_j \gamma_{kl} + \partial_k \gamma_{jl} - \partial_l \gamma_{jk}), \quad (31.3)$$

که γ^{ij} ، معکوس متریک القا شده است و با رابطه‌ی زیر داده می‌شود.

$$\gamma^{ij} = a^{-2} [(1 - 2C)\delta^{ij} - 2E^{ij}] = a^{-2} \delta^{ij} + O(1). \quad (32.3)$$

بنابراین برای محاسبه‌ی نماد کیریستوفل در اولین مرتبه، ما تنها به معکوس متریک در مرتبه صفرم نیاز داریم، از آنجایی که تمامی مشتقات فضایی γ_{ij} در مرتبه اول اختلال است، رابطه‌ی زیر را داریم.

$$\begin{aligned} {}^{(3)}\Gamma_{jk}^i &= \delta^{il} \partial_j (C \delta_{kl} + E_{kl}) + \delta^{il} \partial_k (C \delta_{jl} + E_{jl}) - \delta^{il} \partial_l (C \delta_{jk} + E_{jk}) \\ &= 2\delta_{(j}^i \partial_{k)} C - \delta^{il} \delta_{jk} \partial_l C + 2\partial_{(j} E_{k)}^i - \delta^{il} \partial_l E_{jk}. \end{aligned} \quad (33.3)$$

انحنای ذاتی مربوط به پارامتر ریچی اسکالر است، که توسط رابطه‌ی زیر بیان می‌شود.

$$R_{(3)} = \gamma^{ik} \partial_l {}^{(3)}\Gamma_{ik}^l - \gamma^{ik} \partial_k {}^{(3)}\Gamma_{il}^l + \gamma^{ik} {}^{(3)}\Gamma_{ik}^l {}^{(3)}\Gamma_{lm}^m - \gamma^{ik} {}^{(3)}\Gamma_{il}^m {}^{(3)}\Gamma_{km}^l. \quad (34.3)$$

¹Richard Arnowitt, Stanley Deser and Charles W. Misner

²Christoffel

در اولین مرتبه، (۳۴.۳) به معادله‌ی زیر کاهش می‌یابد.

$$a^2 R_{(3)} = \delta^{ik} \partial_l^{(3)} \Gamma_{ik}^l - \delta^{ik} \partial_k^{(3)} \Gamma_{il}^l. \quad (35.3)$$

که معادله‌ی بالا شامل دو رابطه‌ی ادغام شده است. برای اولین مرتبه رابطه‌ی زیر را داریم.

$$\begin{aligned} \delta^{ik(3)} \Gamma_{ik}^l &= \delta^{ik} (\mathfrak{V} \delta_{(i}^l \partial_{k)} C - \delta^{jl} \delta_{ik} \partial_j C) + \delta^{ik} (\mathfrak{V} \partial_{(i} E_{k)}^l - \delta^{jl} \partial_j E_{ik}) \\ &= \mathfrak{V} \delta^{kl} \partial_k C - \mathfrak{V} \delta^{jl} \partial_j C + \partial_i E^{il} - \delta^{jl} \partial_j (\delta^{ik} E_{ik}) \\ &= -\delta^{kl} \partial_k C + \mathfrak{V} \partial_k E^{kl}. \end{aligned} \quad (36.3)$$

همین‌طور مرتبه‌ی دوم به شکل زیر بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} {}^{(3)}\Gamma_{il}^l &= \delta_i^l \partial_l C + \delta_i^l \partial_l C - \partial_i C + \partial_l E_i^l + \partial_i E_l^l - \partial_l E_i^l \\ &= \mathfrak{V} \partial_i C. \end{aligned} \quad (37.3)$$

بنابراین (۳۵.۳) به رابطه‌ی زیر تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned} a^2 R_{(3)} &= \partial_l (-\delta^{kl} \partial_k C + \mathfrak{V} \partial_k E^{kl}) - \mathfrak{V} \delta^{ik} \partial_k \partial_i C \\ &= -\nabla^2 C + \mathfrak{V} \partial_i \partial_j E^{ij} - \mathfrak{V} \nabla^2 C \\ &= -4\nabla^2 C + \mathfrak{V} \partial_i \partial_j E^{ij}. \end{aligned} \quad (38.3)$$

لذا برای اختلالات اسکالر، با $E_{ij} = \partial_{(i} \partial_{j)} E$ داریم.

$$\begin{aligned} \partial_i \partial_j E^{ij} &= \delta^{il} \delta^{jm} \partial_i \partial_j (\partial_l \partial_m E - \frac{1}{3} \delta_{lm} \nabla^2 E) \\ &= \nabla^2 \nabla^2 E - \frac{1}{3} \nabla^2 \nabla^2 E \\ &= \frac{2}{3} \nabla^4 E. \end{aligned} \quad (39.3)$$

سرانجام به رابطه‌ی زیر می‌رسیم.

$$a^2 R_{(3)} = -4\nabla^2 \left(C - \frac{1}{3} \nabla^2 E \right), \quad (40.3)$$

اختلال انحنا را به‌عنوان $C - \frac{1}{3} \nabla^2 E$ تعریف می‌کنیم. پارامتر اختلال انحنا همراه R اختلال خمش به‌دست آمده در پیمانه همراه می‌باشد ($B_i = 0 = q^i$). این رابطه ثابت خواهد کرد که یک عبارت پیمانه ناوردا برای R وجود دارد، به طوری که می‌توانیم آن را از اختلالات در هر پیمانه‌ای به‌دست آوریم (برای مثال در پیمانه نیوتون). از B و v در پیمانه همراه چشم‌پوشی می‌کنیم، همچنین می‌توانیم همیشه ترکیب خطی از این‌ها را به شکل یک ترکیب پیمانه ناوردا که برابر با R هستند به $C - \frac{1}{3} \nabla^2 E$ اضافه کنیم. با استفاده از معادلات (۲۰.۳)، (۲۲.۳) و (۲۳.۳) می‌بینیم که عبارت صحیح پیمانه ناوردا برای اختلال انحنا در پیمانه‌ی همراه به شکل زیر است.

$$R = C - \frac{1}{3} \nabla^2 E + H(B + v). \quad (41.3)$$

با قرار دادن شرایط پیمانه‌ی همراه در رابطه (41.3) به رابطه‌ی زیر می‌رسیم.

$$R_c = E \quad (42.3)$$

اگر در متریک (5.3) تنها قسمت اسکالر را در نظر بگیریم، متریک به رابطه‌ی زیر تبدیل می‌شود.

$$ds^2 = a^2(\tau) \left[(1 + 2A) d\tau^2 - 2\partial_i B dx^i d\tau - (\delta_{ij} + 2C\delta_{ij}) dx^i dx^j \right] \quad (43.3)$$

با قرار دادن (42.3) در (43.3)

$$C = R \rightarrow ds^2 = a^2(\tau) \left[(1 + 2A) d\tau^2 - 2\partial_i B dx^i d\tau - \delta_{ij} (1 + 2R) dx^i dx^j \right] \quad (44.3)$$

فصل ۴

جهان تورمی ناهمسانگرد

در این بخش به طور اجمالی مدل تورمی پیمانه‌ای ناهمسانگرد [۳۰] را مورد مطالعه قرار خواهیم داد که در فصل بعد تلاش داریم تا با ارائه‌ی یک مدل سه‌گانه‌ی $U(1)$ از میدان برداری، همسانگردی این مدل را پیاده‌سازی کنیم.

۱.۴ مدل تورم برداری ناهمسانگرد

تحولات اخیر کیهان‌شناسی نشان می‌دهد که ناهمسانگردی جزئی در طرح پس‌زمینه‌ی کیهانی وجود دارد [۲۵، ۲۶، ۲۷]. از لحاظ نظری وجود میدان برداری می‌تواند این ناهمسانگردی را توجیه کند ولی متأسفانه اثر میدان برداری در گذشت زمانی کوتاه از دوره‌ی تورمی از بین می‌رود و تنها مداسکالر اینفلاتون در این دوره باقی خواهد ماند. حال این سوال مطرح می‌شود که چگونه می‌توان اثر میدان برداری را تا انتهای دوره‌ی تورمی حفظ کرد [۲۸]. بر اساس این مشاهدات، یک سناریوی تورمی را که در آن اینفلاتون با ترم جنبشی یک میدان برداری بدون جرم جفت شده است [۳۰] را مطالعه می‌کنیم. باید تأکید کرد که وجود موی برداری در جهان اولیه، ناوردا بودن چرخش را می‌شکند و بنابراین نتیجه‌های مختلف جالبی را در علم پدیده‌شناسی فراهم می‌کند [۳۵]. علاوه بر این، تورم ناهمسانگرد ممکن است در حدود یک درصد همبستگی بین امواج گرانشی اولیه و تابش پس‌زمینه کیهانی را افزایش دهد، که ممکن است توسط مشاهدات CMB در آینده‌ای نزدیک مورد آزمایش قرار بگیرد [۳۰]. بنابراین “تورم

مودار“ از لحاظ پدیده شناختی ارزشمند است.

۱.۱.۴ معادلات پایه

کنش زیر را برای میدان‌های گرانشی در نظر می‌گیریم که در آن میدان اینفلاتون ϕ و میدان برداری A_μ با ϕ جفت شده‌اند.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2\kappa^2} R - \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi) (\partial^\mu \phi) - V(\phi) - \frac{1}{4} f^2(\phi) F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right] \quad (۱.۴)$$

که g تعیین کننده متریک است، R ریچی اسکالر، $V(\phi)$ پتانسیل اینفلاتون و $f(\phi)$ تابع جفت‌شده‌ی میدان اینفلاتون با یک بردار است. انرژی میدان برداری با $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ تعریف می‌شود. با توجه به پیمانه‌ی ناورد، می‌توانیم پیمانه‌ی $A_\mu = 0$ را انتخاب نمائیم. بدون از دست دادن کلیت قضیه، می‌توانیم محور x را در جهت بردار بگیریم. از این رو، میدان‌های همگن را به شکل $A_\mu = (0, A_x(t), 0, 0)$ و $\phi = \phi(t)$ در نظر می‌گیریم. توجه داشته باشید که برای سادگی فرض کردیم جهت میدان برداری در زمان تغییر نمی‌کند. این نوع پیکربندی میدان، تقارن را در صفحه‌ی عمود بر بردار حفظ می‌کند. پس، متریک را به شکل زیر انتخاب می‌کنیم.

$$ds^2 = -dt^2 + e^{2\alpha(t)} \left[e^{-4\sigma(t)} dx^2 + e^{2\sigma(t)} (dy^2 + dz^2) \right], \quad (۲.۴)$$

که در آن از زمان کیهانی t استفاده می‌شود. در اینجا، e^α عامل مقیاس همسانگرد و σ نشان دهنده‌ی انحراف از همسانگردی است. با استفاده از رابطه‌ی بالا، معادله‌ی حرکت برای میدان برداری را به دست می‌آوریم که به سادگی به شکل زیر حل می‌شود.

$$\dot{A}_x = f^{-2}(\phi) e^{-\alpha-4\sigma} p_0, \quad (۳.۴)$$

که در رابطه‌ی بالا نقطه، مشتق نسبت به زمان کیهانی t و p_0 نشان دهنده‌ی ثابت انتگرال است. با قرار دادن رابطه‌ی (۳.۴) در معادلات دیگر، معادلات پایه را به دست می‌آوریم.

$$\ddot{\alpha} = \dot{\sigma}^2 + \frac{\kappa^2}{3} \left[\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) + \frac{p_0^2}{2} f^{-2}(\phi) e^{-4\alpha-4\sigma} \right], \quad (۴.۴)$$

$$\ddot{\alpha} = -3\dot{\alpha}^2 + \kappa^2 V(\phi) + \frac{\kappa^2 p_0^2}{6} f^{-2}(\phi) e^{-4\alpha-4\sigma}, \quad (۵.۴)$$

$$\ddot{\sigma} = -3\dot{\alpha}\dot{\sigma} + \frac{\kappa^2 p_0^2}{3} f^{-2}(\phi) e^{-4\alpha-4\sigma}, \quad (۶.۴)$$

$$\ddot{\phi} = -3\dot{\alpha}\dot{\phi} - V'(\phi) + p_0^2 f^{-3}(\phi) f'(\phi) e^{-4\alpha-4\sigma} \quad (۷.۴)$$

که پریم، مشتق نسبت به ϕ را نشان می‌دهد. و پارامتر هابل را می‌توان به صورت $H \equiv \dot{\alpha}$ بیان کرد. از معادله‌ی (۱.۴)، چگالی انرژی و فشار برای میدان اسکالر ϕ و میدان برداری A_μ به شکل زیر هستند.

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V, \quad p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V, \quad (۸.۴)$$

$$\rho_A = \frac{p_o^2}{2}f^{-2}(\phi)e^{-4\alpha-4\sigma}, \quad p_A = \frac{p_o^2}{6}f^{-2}(\phi)e^{-4\alpha-4\sigma}$$

از معادله (۴.۴)، می‌بینیم که پتانسیل موثر $V_{\text{eff}} = V + p_o^2 f^{-2} e^{-4\alpha-4\sigma} / 2$ دینامیک اینفلاتون را تعیین می‌کند. دومین جمله که از سهم برداری آمده است را به عنوان چگالی انرژی برداری در نظر می‌گیریم. حال اجازه دهید مدلی را مورد بررسی قرار دهیم که در آن تورم رخ دهد. با استفاده از معادلات (۴.۴) و (۵.۴)، شتاب جهان توسط رابطه‌ی زیر داده می‌شود.

$$\ddot{\alpha} + \dot{\alpha}^2 = -2\dot{\sigma}^2 - \frac{\kappa^2}{3}\dot{\phi}^2 + \frac{\kappa^2}{3} \left[V - \frac{p_o^2}{2}f^{-2}e^{-4\alpha-4\sigma} \right] \quad (۹.۴)$$

می‌بینیم، برای اینکه تورم رخ دهد باید جمله‌ی انرژی پتانسیل اینفلاتون، بر دیگر جملات غالب باشد. اکنون، فرض می‌کنیم چگالی انرژی برداری می‌تواند در مقایسه با دینامیک اینفلاتون ناچیز باشد. سپس، ما حالتی را که در آن ناهمسانگردی در طول تورم ضعیف نشده را بررسی می‌کنیم. از معادله (۶.۴)، کاملاً آشکار است که نرخ گسترش ناهمسانگردی $\Sigma \equiv \dot{\sigma}$ به رفتار تابع جفت‌شده‌ی $f(\phi)$ بستگی دارد. در مورد بحرانی $f(\phi) \propto e^{-2\alpha}$ ، چگالی انرژی میدان برداری به عنوان جمله‌ی منبع در معادله (۶.۴) اغلب در طول تورم غلش آرام ثابت باقی می‌ماند. با استفاده از معادلات غلش آرام

$$\dot{\alpha}^2 = \frac{\kappa^2}{3}V(\phi), \quad 3\dot{\alpha}\dot{\phi} = -V'(\phi), \quad (۱۰.۴)$$

رابطه‌ی $\frac{d\alpha}{d\phi} = -\kappa^2 \frac{V(\phi)}{V'(\phi)}$ را به دست می‌آوریم. با حل این معادله به راحتی روابط زیر را به دست می‌آوریم.

$$\alpha(\phi) \simeq -\kappa^2 \int_{\phi_i}^{\phi} \frac{V}{V'} d\phi, \quad \dot{\phi} \simeq -\frac{V'}{\kappa\sqrt{3V}}. \quad (۱۱.۴)$$

در رابطه‌ی بالا، ثابت انتگرال را در تعریف α جذب کرده‌ایم. بنابراین، معادله‌ی زیر را به دست می‌آوریم.

$$f = e^{-2\alpha} = e^{2\kappa^2 \int \frac{V}{V'} d\phi}. \quad (۱۲.۴)$$

برای پتانسیل چند جمله‌ای $V \propto \phi^n$ ، رابطه‌ی $f = e^{\kappa^2 \phi^n / n}$ را داریم. با توجه به مورد بحرانی (۱۲.۴)، می‌توانیم تابع جفت‌شده را مانند (۱۰.۴) تنظیم کنیم.

$$f = e^{2c\kappa^2 \int \frac{V}{V'} d\phi}, \quad (۱۳.۴)$$

که c یک پارامتر است و با توجه به معادله حرکت برای ϕ و میدان برداری، رابطه‌ی زیر را داریم.

$$3\dot{\alpha}\dot{\phi} \simeq -V'(\phi) + 2c\kappa^2 p_o^2 \frac{V}{V'} e^{-4c\kappa^2 \int (V/V') d\phi - 4\alpha - 4\sigma}, \quad (۱۴.۴)$$

یا (با استفاده از (۹.۴))

$$\frac{d\phi}{d\alpha} = -\frac{V'}{\kappa^2 V} + \frac{2cp_0^2}{V'} e^{-4c\kappa^2 \int (V/V) d\phi - 4\alpha - 4\sigma}. \quad (15.4)$$

ما زمانی را که آخرین جمله در طرف راست معادله‌ی (۱۵.۴)، شروع می‌کند به غلبه بر جمله‌ی اول، ”انتقال فاز” نام‌گذاری می‌کنیم، بعد از آن زمان معادله‌ی (۱۵.۴) را می‌توان برای $c > 1$ به صورت زیر حل کرد.

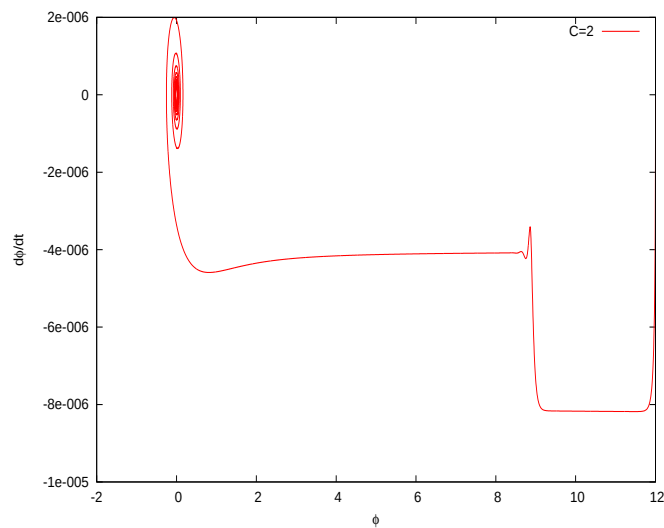
$$f^{-2} e^{-4\alpha - 4\sigma} \simeq \frac{(c-1)V'^2}{2c^2 \kappa^2 p_0^2 V} \quad (16.4)$$

به بیان ساده، چگالی انرژی میدان برداری زمانی که $c > 1$ است در طول تورم افزایش می‌یابد، این همان موردی است که می‌خواهیم در نظر بگیریم. در این حالت غیر ممکن است که میدان برداری را نادیده گرفت و معادله‌ی (۱۰.۴) برای بحث در مورد دینامیک تورم مناسب نیست. اکنون اجازه دهید ببینیم که اگر میدان برداری ناچیز نباشد چه اتفاقی می‌افتد.

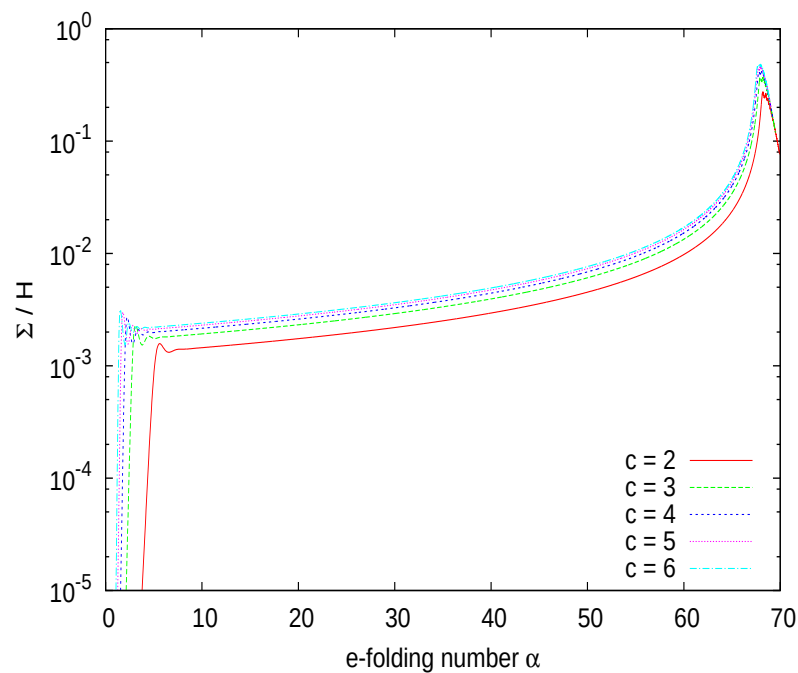
۲.۱.۴ تورم ناهمسانگرد

برای تجزیه و تحلیل دقیق، تورم آشفته با پتانسیل $V(\phi) = m^2 \phi^2/2$ ($n = 2$) را در نظر می‌گیریم. برای این پتانسیل، تابع جفت‌شده به $f(\phi) = e^{c\kappa^2 \phi^2/2}$ تبدیل می‌شود. این کار مفید است که ببینیم با حل عددی معادلات (۴.۴) – (۷.۴)، چه اتفاقی می‌افتد. در شکل (۱.۴) جریان فاز در فضای $\phi - \dot{\phi}$ نشان داده شده است، که می‌توانیم دو حالت غلتش آرام را ببینیم، که نشان می‌دهد چیزی متفاوت با تورم معمول رخ داده است. در شکل (۲.۴)، ما سیر تغییرات ناهمسانگردی $\Sigma/H \equiv \dot{\sigma}/\dot{\alpha}$ را برای پارامترهای مختلف c تحت شرایط اولیه‌ی $\sqrt{c}\kappa\phi_i = 17$ محاسبه کردیم. همانطور که انتظار داشتیم، تمام جواب‌ها رشد سریع ناهمسانگردی در اولین مرحله‌ی غلتش آرام را نشان می‌دهد. با این حال، رشد ناهمسانگردی بالاخره در مرتبه‌ی یک درصد متوقف می‌شود. توجه داشته باشید که این جذب زیاد به پارامتر c حساس نیست. اکنون، ما یک توضیح تحلیلی از نتایج عددی ارائه خواهیم داد و یک رابطه‌ی بسیار قابل توجه بین ناهمسانگردی و پارامتر غلتش آرام تورم پیدا می‌کنیم. چون چگالی انرژی میدان برداری باید در طول تورم غالب باشد، ما می‌توانیم آن را در معادلات (۴.۴)، (۵.۴) و (۷.۴) نادیده بگیریم. با این حال، در معادله‌ی (۶.۴) تمام جملات باید به همان ترتیب باشند. حال، معادلات (۴.۴) و (۷.۴) را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\dot{\alpha}^2 = \frac{\kappa^2}{3} \left[\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} m^2 \phi^2 + \frac{1}{2} e^{-c\kappa^2 \phi^2 - 4\alpha} p_0^2 \right], \quad (17.4)$$



شکل ۱.۴: جریان فاز برای ϕ نشان داده شده است. در اینجا، پارامترهای c و κm را به صورت $c = 2$ و $\kappa m = 10^{-5}$ در نظر گرفتیم. همچنین شرایط اولیه $\phi_i = 12$ و $\phi_i = 0$ را قرار دادیم. دو فاز غلتش آرامی متفاوت وجود دارد. انتقال، پیرامون $\kappa\phi = 9$ رخ می‌دهد..



شکل ۲.۴: سیر تحول ناهمسانگردی Σ/H برای c های مختلف نشان داده شده است. می‌توانیم ببینیم که جذب شبیه به ناهمسانگردی رفتار می‌کند.

$$\ddot{\phi} = -3\dot{\alpha}\dot{\phi} - m^2\phi + c\kappa^2\phi e^{-c\kappa^2\phi^2 - 4\alpha} p_o^2 \quad (18.4)$$

اجازه دهید تا ببینیم چگالی انرژی میدان برداری در این معادلات چگونه کار می کند. زمانی که اثر میدان برداری با آنچه که در میدان اینفلاتون به عنوان جملات منبع در (۱۸.۴) قابل مقایسه است، ما رابطه‌ی $c\kappa^2 p_o^2 e^{-c\kappa^2\phi^2 - 4\alpha} \sim m^2$ را در نظر می گیریم. اگر ما نرخ چگالی انرژی میدان برداری $\rho_A \equiv p_o^2 e^{-c\kappa^2\phi^2 - 4\alpha} / 2$ ، به چگالی انرژی اینفلاتون $\rho_\phi \equiv m^2\phi^2 / 2$ را به صورت زیر تعریف کنیم، رابطه‌ی زیر را داریم.

$$\mathcal{R} \equiv \frac{\rho_A}{\rho_\phi} = \frac{p_o^2 e^{-c\kappa^2\phi^2 - 4\alpha}}{m^2\phi^2}, \quad (19.4)$$

می بینیم زمانی که رابطه‌ی بالا برقرار می شود این نسبت به $\mathcal{R} \sim 1/c\kappa^2\phi^2$ تبدیل می شود. از این رو، عدد توان نمایی به طور خالص توسط رابطه‌ی $N \sim \kappa^2\phi^2$ داده می شود و مقیاس مشاهده شده توسط CMB مربوط به $N \sim \mathcal{O}(100)$ ، ما به نوعی $\kappa\phi \sim \mathcal{O}(10)$ داریم. بنابراین دریافتیم که اثر میدان برداری در (۱۷.۴)، ناچیز است حتی زمانی که با آنچه در میدان اسکالر یعنی رابطه‌ی (۱۸.۴) داریم، قابل مقایسه باشد. به نظر می رسد که وضعیت بالا گذرا نیست بلکه یک جذب اسکالر به بردار است. فرض کنید که ρ_A در ابتدا ناچیز است یعنی $\mathcal{R}_i \ll 10^{-2}$. در اولین مرحله‌ی تورمی غلتش آرام (۱۰.۴)، رابطه‌ی $e^{-\kappa^2\phi^2} \propto e^{4\alpha}$ را همانطور که در (۱۲.۴) نشان داده شد، حفظ می کند. از این رو، نسبت $\mathcal{R}$ مانند $R \propto e^{4(c-1)\alpha}$ تغییر می کند. چون $c > 1$ را در نظر گرفتیم، ρ_A در طول تورم به سرعت افزایش می یابد و در نهایت به $\mathcal{R} \sim 10^{-2}$ می رسد. در حالی که، هنگامی که $\mathcal{R}$ از 10^{-2} بیشتر می شود، ایفلاتون، پتانسیل ناشی از اثر میدان برداری در (۱۸.۴) را افزایش می دهد، از این رو، ρ_A به سرعت کاهش می یابد و به مقدار $\mathcal{R} \sim 10^{-2}$ برمی گردد. بنابراین، بدون توجه به شرایط اولیه، ρ_A ، ρ_ϕ را دنبال می کند. استدلال های بالا به این معناست که دینامیک اینفلاتون پس از ردیابی، توسط معادلات غلتش آرامی اصلاح شده اداره می شود.

$$\dot{\alpha}^2 = \frac{\kappa^2}{6} m^2 \phi^2, \quad (20.4)$$

$$3\dot{\alpha}\dot{\phi} = -m^2\phi + c\kappa^2\phi p_o^2 e^{-c\kappa^2\phi^2 - 4\alpha}. \quad (21.4)$$

با استفاده از معادلات بالا، می توان رابطه‌ی زیر را نتیجه گرفت.

$$\phi \frac{d\phi}{d\alpha} = -\frac{2}{\kappa^2} + \frac{2cp_o^2}{m^2} e^{-c\kappa^2\phi^2 - 4\alpha}. \quad (22.4)$$

این رابطه می تواند توسط $e^{-c\kappa^2\phi^2 - 4\alpha} = m^2(c-1)/c^2\kappa^2 p_o^2 [1 + De^{-4(c-1)\alpha}]^{-1}$ ، کامل شود، که D یک ثابت انتگرال است. این جواب به سرعت به رابطه‌ی زیر تبدیل می شود.

$$e^{-c\kappa^2\phi^2 - 4\alpha} = \frac{m^2(c-1)}{c^2\kappa^2 p_o^2} \quad (23.4)$$

بنابراین، در می‌یابیم که ρ_A در طول مرحله‌ی دوم تورم ثابت می‌شود. با قرار دادن نتیجه (۲۳.۴) در معادلات اصلاح شده‌ی غلتش آرام (۲۱.۴)، معادله‌ی مرحله‌ی دوم تورم را به‌دست می‌آوریم.

$$3\dot{\alpha}\dot{\phi} = -\frac{m^2}{c}\phi \quad (24.4)$$

این معادله نشان می‌دهد که $\dot{\phi}$ در مرحله‌ی دوم تورم حدود $1/c$ زمانی است که در مرحله‌ی اول تورم بود. در شکل (۱.۴)، می‌توانیم ببینیم که مقدار بعد از انتقال فاز حدود نصف آن در مرحله‌ی اول است، که با ارزیابی تحلیلی برای $c=2$ همخوانی دارد. حال اجازه دهید که ناهمسانگردی را در نظر بگیریم. در مرحله‌ی دوم غلتش آرام، معادله‌ی (۶.۴) رابطه‌ی زیر را بیان می‌کند.

$$3\dot{\alpha}\dot{\sigma} = \frac{\kappa^2 p_o^2}{3} e^{-c\kappa^2 \phi^2 - 4\alpha} \quad (25.4)$$

که در آن $\sigma \ll c\kappa^2 \phi^2$, $\dot{\sigma} \ll \dot{\alpha}\dot{\sigma}$ فرض گرفته بودیم. با استفاده از معادلات (۲۰.۴) و (۲۵.۴)، ناهمسانگردی با نسبت (۱۹.۴) به صورت زیر تعیین شده است.

$$\frac{\Sigma}{H} = \frac{\kappa^2 p_o^2 e^{-c\kappa^2 \phi^2 - 4\alpha}}{9\dot{\alpha}^2} = \frac{2}{3} R(t) \quad (26.4)$$

با استفاده از رابطه‌ی (۲۳.۴)، می‌توانیم نسبت زیر را محاسبه کنیم.

$$R(t) = \frac{c-1}{c^2 \kappa^2 \phi^2}. \quad (27.4)$$

با استفاده از این رابطه، می‌توانیم درجات ناهمسانگردی را به پارامتر غلتش آرام مربوط کنیم. با ترکیب معادلات (۴.۴) با (۵.۴)، رابطه‌ی زیر را به‌دست می‌آوریم.

$$\ddot{\alpha} = -\frac{\kappa^2}{3}\dot{\phi}^2 - \frac{\kappa^2}{3}e^{-c\kappa^2 \phi^2 - 4\alpha} p_o^2, \quad (28.4)$$

جایی که از $\kappa^2 \phi^2 \ll \dot{\sigma}^2$ استفاده کردیم که این رابطه را از معادلات (۲۰.۴)، (۲۴.۴)، و (۲۶.۴) و (۲۷.۴) نتیجه گرفتیم. بنابراین، پارامتر غلتش آرام توسط رابطه‌ی زیر داده می‌شود.

$$\epsilon \equiv -\frac{\ddot{\alpha}}{\dot{\alpha}^2} = \frac{2}{c\kappa^2 \phi^2}, \quad (29.4)$$

به خاطر داشته باشید که برای به‌دست آوردن رابطه‌ی بالا از نتایج (۲۰.۴)، (۲۳.۴) و (۲۴.۴) استفاده کرده‌ایم. بنابراین با ترکیب معادلات (۲۶.۴)، (۲۷.۴) و (۲۹.۴) به نتیجه‌ی اصلی یعنی رابطه‌ی زیر می‌رسیم.

$$\frac{\Sigma}{H} = \frac{1}{3} \frac{c-1}{c} \epsilon \quad (30.4)$$

این رابطه‌ی جالب توجه نشان می‌دهد که مطابقت بسیار خوبی با نتایج عددی در شکل (۲.۴) دارد.

اگرچه تا کنون به شکل خاصی از پتانسیل علاقه‌مند بودیم، ولی می‌توان محاسبات را به پتانسیل‌های جامع بسط داد. برای این منظور پتانسیل کلی $V(\phi)$ را که تابعی از اینفلاتون است، در نظر بگیرید. در این صورت تابع جفت‌شده با رابطه (۱۳.۴) داده می‌شود. اکنون با توجه به معادله (۱۶.۴)، زمانی که $c > 1$ ، چگالی انرژی بردار خیلی زود نسبت به چگالی انرژی اینفلاتون عقب می‌افتد. در نقطه‌ی انتقال، ρ_A و ρ_ϕ تمایل دارند که به $\rho_A \simeq (V'/V)^2 \rho_\phi / 4c\kappa^2$ میل کنند. در این صورت نسبت چگالی انرژی میدان اسکالر به چگالی انرژی میدان برداری و همچنین متغیر ناهمسانگردی با روابط زیر داده می‌شود.

$$\mathcal{R} \equiv \frac{\rho_A}{\rho_\phi} = \frac{p_\phi^2 f^{-2}(\phi) e^{-4\alpha - 4\sigma}}{\dot{\phi}^2 + 2V}, \quad \frac{\Sigma}{H} \equiv \frac{\dot{\sigma}}{\dot{\alpha}}, \quad (31.4)$$

همچنین با توجه به روابط (۴.۴) تا (۷.۴) و نیز رابطه‌ی (۱۷.۴) پارامتر غلتش آرام را می‌توان با روابط زیر به‌دست آورد.

$$\epsilon \equiv -\frac{\ddot{\alpha}}{\dot{\alpha}^2} = \frac{1}{2c\kappa^2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2, \quad \epsilon_V \equiv \frac{1}{2\kappa^2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2, \quad (32.4)$$

اکنون به سادگی می‌توان رابطه‌ی بین نسبت چگالی‌ها با پارامترهای غلتش آرام را به صورت زیر بیان کرد.

$$\mathcal{R} = \frac{c-1}{2c} \epsilon_\alpha = \frac{c-1}{2c^2} \epsilon_V \quad (33.4)$$

علاوه براین می‌توان مشاهده نمود که پارامتر ناهمسانگردی از مرتبه‌ی پارامتر غلتش آرام است.

$$\frac{\Sigma}{H} \simeq \frac{1}{6c\kappa^2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \simeq \frac{1}{3} \epsilon. \quad (34.4)$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که درجات آزادی ناهمسانگردی به‌طور کلی با پارامتر غلتش آرام تورم تعیین می‌شود. از آنجایی که پارامتر غلتش آرام به صورت مشاهداتی از مرتبه‌ی یک درصد شناخته شده است، ناهمسانگردی در طول تورم نمی‌تواند کاملاً ناچیز باشد. در واقع، چون ناوردایی چرخش نقض شده است، می‌توان ناهمسانگردی‌های آماری از افت و خیزهای دمایی CMB انتظار داشت. جالب‌تر از آن این است که اختلالات تانسوری می‌تواند از اختلالات خمشی از طریق ناهمسانگردی فضا زمان پس‌زمینه ایجاد شود. یک نتیجه‌ی فوری، همبستگی میان خمشی و اختلالات تانسوری است [۳۰]. این همبستگی باید از طریق تجزیه تحلیل دما در CMB تشخیص داده شود. علاوه بر این، به دلیل ناهمسانگرد بودن، ممکن است قطبش خطی در امواج گرانشی اولیه وجود داشته باشد. این قطبش می‌تواند توسط مشاهدات CMB یا مشاهدات مستقیم تداخل سنج تشخیص داده شود. این پیش‌بینی‌ها می‌توانند توسط مشاهدات آینده بررسی شوند. از لحاظ نظری، ما بیشتر به بررسی سیستماتیک مانند اثرات حلقه‌ی کوانتومی نیاز داریم [۳۸].

فصل ۵

تورم برداری همسانگرد

مدل‌های تورمی بر پایه‌ی یک تک میدان اسکالر به همراه یک پتانسیل، به خوبی با مشاهدات کیهان‌شناسی سازگار است [۱، ۲]. از جمله پیش‌بینی‌های اساسی این مدل در حال حاضر این است که اختلالات اولیه تقریباً مقیاس ناوردا، تقریباً بی‌دررو و تقریباً گاوسی هستند، که این آمار بسیار با مشاهدات سازگار هستند. پس از گفتن این، باید گفت که درک منحصر بفردی از دینامیک تورم در بیان فیزیک انرژی بالا یا ماوراء مدل استاندارد فیزیک ذرات وجود ندارد. برای مثال، ماهیت میدان اینفلاتون چیست؟ چه مکانیسمی پتانسیل تورمی را به اندازه‌ی کافی حفظ می‌کند تا دوره‌ی تورمی به اندازه‌ی کافی به طول بیانجامد تا مساله افق و تختی را حل کند؟

به طور کلی اعتقاد بر این است که در طول تورم ممکن است میدان‌های زیادی وجود داشته باشد که برخی از نقش‌ها را بازی کند. اگر میدان‌ها در طول تورم در مقایسه با مقیاس هابل بسیار سنگین باشند، انتظار نمی‌رود که نقش مهمی ایفا کنند. با این حال، اگر میدان‌ها سبک یا نیمه سنگین باشند، می‌توانند اثرات غیر قابل ملاحظه‌ای بر مشاهدات کیهانی مانند طیف توانی و آمار دو نقطه‌ای^۱ داشته باشند، برای مثال [۳، ۴، ۵] را ببینید. علاوه بر این، هیچ دلیلی وجود ندارد که فقط میدان‌های اسکالر در طول دوره‌ی تورم نقش مهمی ایفا کنند. به طور خاص، میدان‌های پیمانه‌ای و میدان‌های برداری عناصر ضروری تشکیل دهنده‌ی مدل استاندارد و هر نظریه‌ی فیزیک انرژی بالا هستند. بنابراین، کاملاً طبیعی است که به دنبال

¹Bispectrum

اثر میدان‌های برداری در طول تورم باشیم. یکی از مشکلات مربوط به میدان‌های برداری در پس‌زمینه این است که آنها جهت‌ها را حمل می‌کنند بنابراین، به طور کلی مدل‌های تورمی با میدان‌های برداری پس‌زمینه، ناهمسانگرد هستند. مسئله دوم با میدان‌های برداری این است که به دلیل ناوردا بودن انحنا، آنها به سرعت در پس‌زمینه گسترش می‌یابند، بنابراین اثرات آنها در طول تورم به سرعت ناچیز می‌شود.

تورم ناهمسانگرد، یک مدل تورمی بر پایه‌ی پیمانه‌ی $U(1)$ است. برای تصحیح مسئله دوم ذکر شده در بالا، جفت شدگی پیمانه‌ی جنبشی در این مدل‌ها، یک تابع از میدان تورمی است که انحنای ناوردا را شکسته است. با انتخاب یک شکل مناسب از پیمانه‌ی جفت‌شده‌ی جنبشی، چگالی انرژی میدان الکتریکی تقریباً ثابت می‌شود، بنابراین این پیمانه تا پایان تورم انبساط می‌یابد [۶]. علاوه بر این، اختلالات پیمانه تقریباً مقیاس ناوردا می‌شود و می‌توانیم بخش‌هایی از آن را به عنوان مولد اختلالات کیهانی در نظر بگیریم. به طور خاص، ناهمسانگردی‌های آماری چهارگانه‌ای در این مدل‌ها تولید می‌شود که می‌تواند در نقشه‌های CMB مورد آزمایش قرار گیرد. برای کارهای مختلف در مورد تورم ناهمسانگرد [۷] را ببینید.

در این کار، ما یک مدل تورمی شامل یک میدان اسکالر، میدان اینفلاتون و یه‌گانه‌ای از میدان‌های پیمانه‌ای $A^{(a)}_\mu$ با تقارن $U(1)$ که $a = 1, 2, 3$ و $\mu = 0, 1, 2, 3$ می‌باشد را در نظر می‌گیریم. شبیه به [۸] (همچنین [۲۹] را ببینید) و استفاده از پیمانه‌ی سه‌گانه با مقادیر مناسب میدان پس‌زمینه که ما را قادر می‌سازد یک پس‌زمینه‌ی FRW همسانگرد داشته باشیم. در حالی که مدل متقارن $U(1) \times U(1) \times U(1)$ جالب‌تر و کاربردی‌تر است، اما این مدل یک تقارن $O(3)$ داخلی دارد. علاوه بر این برای شکستن انحنای ناوردا و به‌دست آوردن اختلالات مقیاس ناوردا برای پیمانه‌ی تحریک شده، پیمانه برداری را با میدان اینفلاتون مانند مدل‌های تورمی همسانگرد، جفت می‌کنیم. عبارت دیگر، این مدل گسترش مدل‌های تورمی همسانگرد با پیمانه چندگانه است که با تقارن داخلی $O(3)$ ، پس‌زمینه‌ی همسانگرد را به‌دست می‌آوریم. در نتیجه، هیچ‌گونه ناهمسانگردی آماری در همبستگی‌های کیهانی مانند طیف توانی و آمار دو نقطه‌ای وجود ندارد.

۱.۵ تعریف مدل

ما مدل تورم ناهمسانگرد را گسترش دادیم [۶، ۸]. با در نظر گرفتن سه‌گانه‌ای از پیمانه‌ی $U(1)$ جفت‌شده به میدان اینفلاتون ϕ ، رابطه‌ی زیر را داریم.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_P^2}{2} R - \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) - \frac{f^2(\phi)}{4} \sum_a (F_{\mu\nu}^{(a)} F_{(a)}^{\mu\nu}) \right], \quad (1.5)$$

که M_P ، جرم کاهش یافته‌ی پلانک است، R ریچی اسکالر و میدان تانسوری قوی مرتبط با هر نوع از میدان برداری $A_\mu^{(a)}$ ، با $a = 1, 2, 3$ به شکل زیر تعریف شده است.

$$F_{\mu\nu}^{(a)} = \partial_\mu A_\nu^{(a)} - \partial_\nu A_\mu^{(a)}. \quad (2.5)$$

توجه داشته باشید که $a = 1, 2, 3$ ، شاخص‌های فضایی میدان داخلی را نشان می‌دهد در حالی که $\mu = 0, \dots, 3$ شاخص‌های فضا زمان هستند. میدان جنبشی جفت‌شده برای هر پیمانه‌ی برداری، توسط $f^2(\phi)$ داده شده است. نوعی تابع از $f(\phi)$ را برای جلوگیری از رقیق شدن چگالی انرژی میدان پیمانه‌ای در پس‌زمینه‌ی تورم انتخاب خواهیم کرد. کنش (۱.۵) همان شکلی است که در مدل‌های تورمی ناهمسانگرد دیدیم اما میدان‌های پیمانه‌ای در اینجا از یک تقارن داخلی کلی $O(3)$ استفاده می‌کنند. با توجه به این تقارن جدید، این مدل دیگر ناهمسانگرد نیست و این حالت، راه‌حل همگن و همسانگرد را ارضا می‌کند [۸]. توجه داشته باشید که تعریف بالا را می‌توان به عنوان حد جهانی تعدادی از مدل‌های موضعی محاسبه شده با پیمانه تقارن همگن به تقارن $O(3)$ در نظر گرفت [۲۳]. به عنوان مثال، ما می‌توانیم مدل بالا را از حد جهانی $g \rightarrow 0$ از یک مدل $SU(2)$ با پیمانه‌ی جفت‌شده‌ی g از مدل $SU(2)$ که با $SO(3)$ همگن است، به‌دست آوریم. بنابراین مدل (۱.۵) همسانگردی را در پس‌زمینه‌ی کیهانی متریک FRW پذیرفته است.

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\delta_{ij}dx^i dx^j, \quad (3.5)$$

با در نظر گرفتن میدان برداری به صورت زیر [۸، ۲۹]،

$$A_\mu^{(a)}(t) = A(t)\delta_\mu^a. \quad (4.5)$$

این مدل بصورت موضعی شبیه به سه‌گانه‌ی متعامد میدان‌های پیمانه‌ای $U(1)$ رفتار می‌کند و با توجه به (۴.۵) همان مقدار $A(t)$ را به هر میدان پیمانه‌ای می‌دهد [۲۹]. اما باید توجه داشته باشیم که این مدل بصورت جهانی از تقارن $O(3)$ برخوردار است [۸]. در واقع، می‌توان یک وضعیت را در نظر گرفت که در آن نوسانات اولیه‌ی میدان‌های پیمانه‌ای با یکدیگر برابر نیستند، $A_\mu^{(a)}(t) \neq A_\mu^{(b)}(t)$ برای $a \neq b$. در این مورد، متریک فضا زمان به شکل بیانچی^۱ نوع ۱ خواهد بود. با این حال، همانطور که در [۲۴] نشان داده شده است، پیش‌بینی می‌شود پس‌زمینه‌ی همسانگرد FRW به عنوان راه حل جذب از سیستم که فضا زمان به سرعت به پس‌زمینه‌ی FRW نزدیک می‌شود و نوسانات میدان پیمانه‌ای برابر می‌شوند. با مشتق‌گیری از کنش (۱.۵) نسبت به میدان پیمانه، معادله ماکسول مربوطه را به‌دست می‌آوریم.

$$\dot{A} = \frac{q_0}{a} f^{-2}, \quad (5.5)$$

¹Bianchi

که نقطه، مشتق نسبت به زمان کیهانی t را نشان می‌دهد و q_0 ثابت انتگرال است. با مشتق گیری از کنش (۱.۵) نسبت به میدان اسکالر ϕ ، به معادله‌ی کلاین گوردون^۱ دست می‌یابیم.

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = \frac{3q_0^2}{a^4} \left(\frac{f_{,\phi}}{f^3} \right), \quad (۶.۵)$$

که ϕ ، مشتق نسبت به میدان اسکالر را نشان می‌دهد. توجه داشته باشید که اثرات مهم واکنش برگشتی میدان پیمانه‌ای روی میدان اسکالر به عنوان منبع در طرف راست معادله‌ی بالا در نظر گرفته می‌شود. در نهایت، معادلات اینشتین را به شکل زیر داریم.

$$3M_P^2 H^2 = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V + \frac{3q_0^2}{2a^4 f^2}, \quad (۷.۵)$$

$$M_P^2 (2\dot{H} + 3H^2) = -\left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} - V + \frac{q_0^2}{2a^4 f^2} \right). \quad (۸.۵)$$

سمت راست معادله (۷.۵) چگالی انرژی کل است در حالی که عبارت میان پرانتز در سمت راست معادله‌ی (۸.۵) بیانگر فشار کل می‌باشد. با مقایسه‌ی مقادیر میدان‌های برداری با چگالی انرژی و فشار، می‌توانیم به راحتی ببینیم که آنها به دلیل تقارن مانند تابش رفتار می‌کنند. اکنون، همانند مدل تورم همسانگرد [۴]، مناسب است که نسبت چگالی انرژی میدان برداری به میدان اسکالر (اینفلاتون) را به شکل زیر تعریف کنیم.

$$R \equiv \frac{\mathcal{P}_A}{\mathcal{P}_\phi} = \frac{3q_0^2}{2V + \dot{\phi}^2} a^{-4} f^{-2}. \quad (۹.۵)$$

به منظور دستیابی به یک دوره طولانی تورم با پس‌زمینه‌ی شبه دسیتر،^۲ ما انتظار داریم که سهم میدان برداری نسبت به چگالی انرژی کل کوچک باشد. این امر به این دلیل است که، همانطور که قبلاً ذکر شد، سهم میدان‌های برداری مانند تابش است و نمی‌تواند به تنهایی از تورم حمایت کند. به عبارت دیگر، به عنوان مثال در مدل‌های معمول تورم غلتش آرام، انتظار می‌رود که عمدتاً تورم توسط میدان اسکالر هدایت شود. به عنوان یک نتیجه می‌توان گفت که برای دستیابی به یک دوره‌ی طولانی تورم، به $R \ll 1$ نیاز داریم. پویایی پس‌زمینه بسیار شبیه به وضعیت تورم ناهمسانگرد است. در مراحل اولیه تورم، میدان‌های برداری انرژی کافی از میدان اینفلاتون نمی‌گیرند، بنابراین پارامتر R بسیار کوچکتر از پارامترهای غلتش آرام است. در این حد ما می‌توانیم سهم میدان‌های برداری در فشار و چگالی انرژی کل را نادیده بگیریم و سیستم را به عنوان یک مدل تک میدان غلتش آرام با روابط زیر حل کنیم.

$$3M_P^2 H^2 \simeq V, \quad 3H\dot{\phi} \simeq -V_{,\phi}. \quad (۱۰.۵)$$

بنابراین در حد غلتش آرام، و برای پتانسیل $V(\phi)$ ، معادلات بالا، جواب زیر را فراهم می‌کنند.

$$a \simeq \exp \left(-\frac{1}{M_P^2} \int_{\phi_i}^{\phi} \frac{V}{V_{,\phi}} d\phi \right). \quad (۱۱.۵)$$

^۱Klein Gordon

^۲Quasi Dessiter

حال، با افزایش تورم، میدان‌های برداری بیشتر از میدان اینفلاتون توسط جفت‌شدگی متقارن $f(\phi)$ انرژی می‌گیرند. همانطور که در [۴] نشان داده شده است، سیستم به یک جذب محدود می‌رسد در حالی که در آن کسری از چگالی انرژی میدان برداری به چگالی انرژی کل به مقدار ثابت می‌رسد. در طول مرحله جذب، R در مرتبه‌ی پارامتر غلتش آرام $\varepsilon \equiv -\dot{H}/H^2$ می‌شود و تا پایان تورم نزدیک به ثابت می‌ماند. در این مرتبه برای رسیدن R به یک مقدار ثابت، از معادله (۹.۵) باید $f(\phi) \propto a(t)^{-2}$ را انتخاب کنیم. بنابراین منطقی است که این شرط را بپذیریم.

$$f(\phi) = \exp\left(\frac{2c}{M_P^2} \int \frac{V}{V_{,\phi}} d\phi\right), \quad (12.5)$$

با یک پارامتر ثابت c . همانطور که نقش میدان‌های برداری اهمیت پیدا می‌کند، آنها بر روی حرکت ذره‌ی اینفلاتون هم که در معادله‌ی (۶.۵) به عنوان منبع داده شده است، واکنش نشان می‌دهند. با در نظر گرفتن واکنش‌های برگشتی میدان‌های برداری روی مسیر تورمی، رابطه بین R و پارامتر غلتش آرام ثابت می‌شود. معادله‌ی میدان اسکالر در حد پارامترهای غلتش آرام توسط معادله‌ی زیر داده شده است.

$$3H\dot{\phi} = \frac{2q_0^2 f_{,\phi}}{a^4 f^3} - V_{,\phi}. \quad (13.5)$$

با استفاده از معادلات (۱۰.۵) و (۱۳.۵)، معادله‌ی زیر را برای ϕ در عبارت‌های عدد توان نمایی $\ln a = N$ (تنظیم $M_P = 1$ برای سادگی) می‌نویسیم.

$$\phi \frac{d\phi}{dN} = -\frac{V_{,\phi}}{V} + \frac{2q_0^2 c e^{-4cf(V/V_{,\phi})d\phi}}{V_{,\phi}} e^{-4N}. \quad (14.5)$$

اکنون، مناسب است که معادله‌ی (۱۴.۵) را به شکل زیر بازنویسی کنیم.

$$4c \frac{V}{V_{,\phi}} e^{4cf \int \frac{V}{V_{,\phi}} d\phi} \left(\frac{d\phi}{dN} + \frac{V_{,\phi}}{V} \right) = \frac{24c^2 q_0^2 V}{V_{,\phi}^2} e^{-4N}. \quad (15.5)$$

سپس با استفاده از تعریف $e^{4cf \int \frac{V}{V_{,\phi}} d\phi} \equiv e^{-4N} G(N)$ ، معادله‌ی بالا به رابطه‌ی زیر کاهش می‌یابد.

$$\frac{dG(N)}{dN} + 4(c-1)G(N) = \frac{24c^2 q_0^2 V}{V_{,\phi}^2}. \quad (16.5)$$

می‌توان حل این معادله دیفرانسیل را در حد غلتش آرام به‌دست آورد.

$$G(N)^{-1} = e^{-4N} e^{-4cf \int \frac{V}{V_{,\phi}} d\phi} = \frac{(c-1)V_{,\phi}^2}{24c^2 q_0^2 V} \left[1 + \frac{24c^2 q_0^2 VC}{(c-1)V_{,\phi}^2} e^{4N(1-c)} \right]^{-1}, \quad (17.5)$$

که C ثابت انتگرال است. ما می‌بینیم که برای $c > 1$ ، آخرین جمله در براکت بالا در طول تورم از بین می‌رود و رابطه‌ی (۱۷.۵) به معادله‌ی زیر تبدیل می‌شود.

$$e^{-4N} e^{-4cf \int \frac{V}{V_{,\phi}} d\phi} = \frac{(c-1)V_{,\phi}^2}{24c^2 q_0^2 V}. \quad (18.5)$$

در نتیجه، $\mathcal{P}_A$ در فاز دوم تورم تقریباً ثابت می‌شود و پس از محاسبات ساده، عبارت زیر را به دست می‌آوریم.

$$R = \frac{c-1}{4c^2} \left(\frac{V_{,\phi}}{V} \right)^2. \quad (19.5)$$

با جایگزینی معادله‌ی (۱۸.۵) در معادله‌ی تصحیح شده‌ی غلتش آرام یعنی معادله‌ی (۱۳.۵)، رابطه‌ی زیر را به دست می‌آوریم.

$$3H\dot{\phi} \approx -\frac{V_{,\phi}}{c}. \quad (20.5)$$

این معادله نشان می‌دهد که جرم موثر میدان اینفلاتون در طول مرحله‌ی دوم تورم توسط عامل $1/\sqrt{c}$ ، نسبت به مرحله‌ی اول تورم کاهش می‌یابد. علاوه بر این، همچنین از معادلات (۷.۵)، (۸.۵) و (۱۸.۵) میتوان پارامتر غلتش آرام را به صورت زیر به دست آورد.

$$\varepsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{1}{4c} \left(\frac{V_{,\phi}}{V} \right)^2. \quad (21.5)$$

بنابراین، R را بر حسب I و ε پیدا می‌کنیم.

$$R = \frac{c-1}{4c} \varepsilon = \frac{I}{4} \varepsilon, \quad (22.5)$$

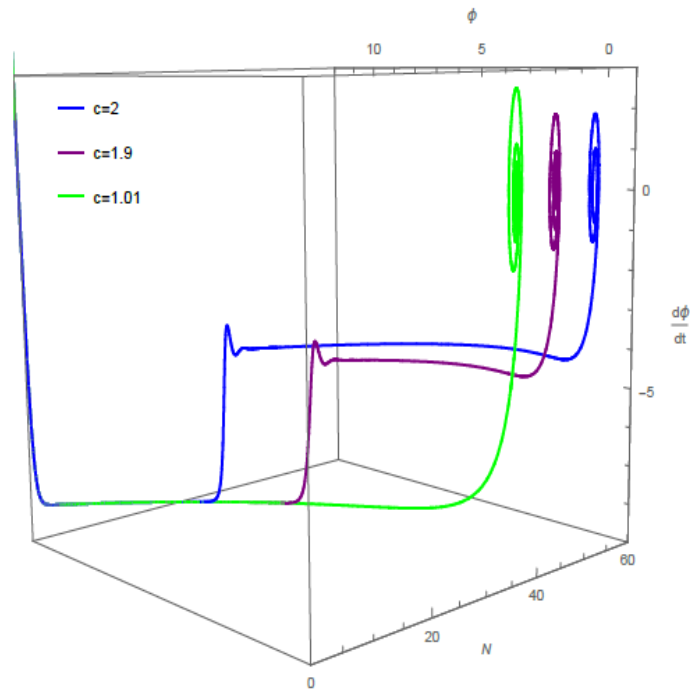
که پارامتر I را به شکل $I \equiv (c-1)/c$ تعریف کردیم. جالب است رابطه‌ی بین R و ε داده شده در معادله‌ی (۲۲.۵)، همانند تورم ناهمسانگرد است.

در شکل (۱.۵)، نمودار فضای فاز $(\phi, \dot{\phi})$ با توجه به N برای پتانسیل $V = \frac{1}{4}m^2\phi^2$ برای سه مقدار $c = 2, 1/9, 1/10$ نمایش داده شده است. در ابتدا میدان اینفلاتون مستقل از اثرات میدان برداری است، بنابراین هر سه منحنی در مرحله اول تورم برهم منطبق می‌شوند. با این حال، مرحله‌ی دوم جذب برای مقدار بزرگ‌تر c زودتر شروع می‌شود. این قابل درک است، چون مقدار c بزرگ‌تر است، انرژی بیشتری به میدان برداری از میدان اینفلاتون پمپ می‌شود. پس از گذر یک دوره‌ی کوتاه، سیستم به فاز جذب^۱ می‌رسد. همچنین می‌بینیم که فاز جذب و عدد توان نمایی کل برای مقادیر بزرگ c بیشتر به طول می‌انجامد. این امر نیز در معادلات ما هم دیده می‌شود. شروع از $N = -\int \frac{H}{\dot{\phi}} d\phi$ و با استفاده از معادله‌ی (۲۰.۵)، $N = -c \int \frac{V_{,\phi}}{V} d\phi$ را به دست می‌آوریم. بنابراین، عدد توان نمایی کل با افزایش مقدار c ، افزایش می‌یابد.

۲.۵ اختلالات کیهانی

در این بخش، تجزیه و تحلیل اختلال مدل خودمان را بر پایه‌ی کنش (۱.۵) انجام می‌دهیم. از حالا، با زمان همدیس کار می‌کنیم که به صورت $\tau = \int dt/a(t)$ تعریف می‌شود. اختلالات متریک توسط روابط زیر داده شده است.

¹Attractor



شکل ۱.۵: نمودار فضای فاز $(\phi, \dot{\phi})$ با توجه به N برای پتانسیل $V = \frac{1}{2}m^2\phi^2$. پارامترها $m = 10^{-6} M_P, \phi(0) = 11/2 M_P, \dot{\phi}(0) = 0$ برای سه مقدار $c = 2, 1/9, 1/01$ هستند. ما می بینیم که هرچه c بزرگ تر باشد، فاز جذب زودتر شروع می شود و مرحله ی دوم تورم طولانی تر است.

$$\delta g_{00} = 2a^2\alpha, \quad (23.5)$$

$$\delta g_{ii} = a^2(\partial_i\beta + B_i),$$

$$\delta g_{ij} = a^2(2\psi\delta_{ij} + 2\partial_i\partial_j E + \partial_i F_j + \partial_j F_i + h_{ij}).$$

در که α, β, ψ و E اختلالات اسکالر، B_i, F_i اختلالات برداری و h_{ij} اختلالات تانسوری هستند. علاوه بر این، میدان های برداری و تانسوری دارای شرایط عرضی و بدون رد هستند.

$$\partial_i B_i = \partial_i F_i = \partial_i h_{ij} = h_{ii} = 0. \quad (24.5)$$

اختلالات میدان برداری اغلب غیر قابل چشم پوشی هستند، به همین دلیل باید با توجه به تقارن $O(3)$ داخلی تعریف شوند. با توجه به [۸]، اختلالات میدان برداری با تقارن $O(3)$ جهانی

توسط رابطه‌ی زیر داده می‌شود.

$$\delta A_o^{(a)} = Y_a + \partial_a Y, \quad (25.5)$$

$$\delta A_i^{(a)} = \delta Q \delta_{ia} + \partial_i (\partial_a M + M_a) + \varepsilon_{iab} (\partial_b U + U_b) + t_{ia},$$

که $(Y, \delta Q, M, U)$ مدهای اسکالر، (Y_a, M_a, U_a) مدهای برداری و (t_{ia}) برحسب مدهای تانسوری مرتبط با اختلالات میدان برداری هستند. مانند بالا، مدهای برداری و تانسوری تحت شرایط عرضی و بدون رد هستند.

$$\partial_i Y_i = \partial_i M_i = \partial_i U_i = \partial_i t_{ij} = t_{ii} = 0. \quad (26.5)$$

علاوه بر اختلالات بالا، ما همچنین اختلالات اینفلاتون $\delta\phi$ را نیز داریم. درجه آزادی پیمانه‌ی وابسته به چهار بعدی دیفئومورفیسم^۱ ناوردا، دو مد اسکالر و دو مد برداری را ثابت می‌کند. برای مدهای اسکالر، ما در پیمانه‌ی فضایی تخت کار می‌کنیم، در جایی که

$$\psi = E = 0, \quad (27.5)$$

هستند. همچنین برای اختلالات برداری، ما پیمانه را با رابطه‌ی $F_i = 0$ محدود می‌کنیم. با وجود این که میدان پیمانه‌ی $A_\mu^{(a)}$ به طور معمول در تقارن موضعی $A_\mu^{(a)} \rightarrow A_\mu^{(a)} - \partial_\mu \Lambda^a$ قرار می‌گیرد، با تجزیه‌ی Λ^a به قسمت اسکالر Λ و قسمت برداری $\Lambda_a^\perp$ توسط $\Lambda^a = \partial_a \Lambda + \Lambda_a^\perp$ با شرط $\partial_a \Lambda_a^\perp = 0$ در سطح اختلالات خطی داریم.

$$\delta A_\mu^{(a)} \rightarrow \delta A_\mu^{(a)} - \partial_\mu \partial_a \Lambda - \partial_\mu \Lambda_a^\perp. \quad (28.5)$$

در نتیجه، اختلالات پیمانه‌ی در معادله‌ی (۲۵.۵) تحت تبدیلات $U(1)$ تغییر می‌کند، این تبدیلات به شکل زیر هستند.

$$\begin{aligned} Y &\rightarrow Y - a^{-1} \Lambda', & M &\rightarrow M - \Lambda, \\ Y_a &\rightarrow Y_a - a^{-1} \Lambda'^\perp_a, & M_a &\rightarrow M_a - \Lambda_a^\perp, \end{aligned} \quad (29.5)$$

که پریم مستق نسبت به زمان همدیس را نشان می‌دهد. دیگر اختلالات معادله (۲۵.۵) تحت تقارن موضعی (۲۸.۵)، ناوردا هستند. تبدیلات بالا نشان می‌دهد که یک مد اسکالر و دو مد برداری، درجه آزادی فیزیکی واقعی نیستند و می‌توان بوسیله‌ی تبدیلات (۲۸.۵) پیمانه‌ی $U(1)$ آنها را حذف کرد. بدون از دست دادن کلیت قضیه، ما شرط زیر را انتخاب می‌کنیم.

$$M = 0, \quad (30.5)$$

در مورد اختلالات اسکالر و $M_a = 0$ برای مدهای برداری. به طور خلاصه بعد از درست کردن پیمانه‌های مرتبط با دیفئومورفیسم و پیمانه‌ی $U(1)$ موضعی ناوردا، شش درجه‌ی آزادی

¹Diffeomorphism

اسکالر $(\alpha, \beta, \delta\phi, \delta Q, Y, U)$ ، شش درجه‌ی آزادی برداری (B_i, U_a, Y_a) و چهار اختلال تانسوری (h_{ij}, t_{ij}) داریم. در مجموع ۱۶ درجه آزادی فیزیکی داریم. این با انتظارات فیزیکی ما مطابقت دارد که باید ۶ درجه آزادی فیزیکی از اختلالات متریک، $3 \times 3 = 9$ درجه آزادی فیزیکی از سه تصویر پیمانه‌ی $A_\mu^{(a)}$ و یک اختلال میدان اسکالر $\delta\phi$ داشته باشیم. همچنین باید یادآوری کنیم که پیمانه‌ی $A_\mu^{(a)}$ دارای تقارن کلی $O(3)$ هستند به طوری که اختلالات تانسوری، برداری و اسکالر در مرتبه‌ی اختلالات خطی از یکدیگر تفکیک می‌شوند. علاوه بر این، چون ترکیب ما همسانگرد است، اختلالات برداری به طور معمول در یک جهان در حال انبساط فرو می‌ریزد و ما آنها را از حالا به بعد در نظر نمی‌گیریم.

۱.۲.۵ اختلالات اسکالر

با کار در پیمانه‌ی فضایی تخت (۲۷.۵) و درست کردن پیمانه‌ی موضعی متقارن (۳۰.۵)، شش مد اسکالر $(\alpha, \beta, \delta\phi, \delta Q, Y, U)$ داریم. محاسبات مستقیم نشان می‌دهد که (α, β, Y) ، در کنش مرتبه‌ی دوم بدون مشتقات زمانی ظاهر می‌شوند و بنابراین می‌تواند جایگزین خوبی از معادلات جبری حرکت باشد. درجات آزادی اسکالر دینامیکی باقی مانده $(\delta Q, U, \delta\phi)$ هستند. در بخش بعد، تجزیه و تحلیل مختصری از کنش مرتبه دوم برای پارامترهای اصلی غلتش آرام و مقادیر دلخواه پارامتر I ارائه می‌دهیم و کنش (۳۹.۵) را می‌سازیم. در اصل می‌توان با کنش (۳۹.۵) پیش رفت و طیف توانی اختلالات اسکالر را محاسبه کرد. با این حال، بر اساس بینش فیزیکی، انتظار داریم که پارامتر I کوچک باشد. توجه داشته باشید که I تنها در بازه‌ی $0 \leq I < 1$ تعریف شده است. علاوه بر این، چون اینفلاتون (میدان اسکالر) منبع اصلی چگالی انرژی پس‌زمینه است، انتظار می‌رود که سهم اصلی در طیف توانی اختلال انحنای توسط اختلالات اینفلاتون یعنی $\delta\phi$ ارائه شود. با این حال، جملات برهم‌کنشی در (۳۹.۵) مخلوط شده‌ی $\delta\phi$ به δQ توسط پارامتر $\sqrt{I}$ کنترل می‌شود. بنابراین انتظار داریم که I کوچک باشد تا سهم اصلی در اختلالات خمشی از اختلالات اینفلاتون باشد. یک فرض ممکن این است که $I \sim O(\epsilon, \eta)$ باشد که η دومین پارامتر غلتش آرام است. با این حال، می‌توان نشان داد برای رسیدن به اختلالات انحنای تقریباً مقیاس ناوردا، نیاز است که $I \lesssim \epsilon/N$ باشد. در نتیجه، توانستیم به خوبی دلیل در نظر گرفتن $I \ll 1$ را توجیه کنیم.

کنش مرتبه دو برای اختلالات اسکالر

در این قسمت برخی از جزئیات محاسبه‌ی کنش درجه دوم برای حالت‌های اسکالر را ارائه می‌دهیم. با توجه به اختلالات متریک (۲۳.۵) در پیمانه‌ی فضایی تخت (۲۷.۵) و شرایط پیمانه‌ی $(M = 0, U(1))$ ، کنش برای درجات آزادی اسکالر باقی مانده $(\alpha, \beta, \delta\phi, \delta Q, Y, U)$ در

فضای فوریه توسط رابطه‌ی زیر داده می‌شود.

$$\begin{aligned}
 S^{(\gamma)} = & \int d\tau d^3k \left\{ f^{(\gamma)}(kU')^2 - k^{(\gamma)} f^{(\gamma)}(kU)^2 + \frac{3}{\gamma} f^{(\gamma)} \delta Q^{(\gamma)} - k^{(\gamma)} f^{(\gamma)} \delta Q^{(\gamma)} \right. \\
 & - \frac{1}{\gamma} \left[a^{(\gamma)} (k^{(\gamma)} + a^{(\gamma)} V_{,\phi\phi}) - 3A^{(\gamma)} (f_{,\phi}^{(\gamma)} + f f_{,\phi\phi}) \right] \delta \phi^{(\gamma)} + 6 f f_{,\phi} A' \delta Q' \delta \phi + \frac{1}{\gamma} a^{(\gamma)} \delta \phi^{(\gamma)} \\
 & - \left[a^{(\gamma)} \phi' \alpha \delta \phi' + (a^{(\gamma)} V_{,\phi} + 3 f f_{,\phi} A^{(\gamma)}) \delta \phi + 3 f^{(\gamma)} A' \delta Q' \right] \alpha \\
 & - (2 f^{(\gamma)} A' \delta Q + a^{(\gamma)} \phi' \delta \phi) (k^{(\gamma)} \beta) + (f^{(\gamma)} \delta Q' + 2 f f_{,\phi} A' \delta \phi) (k^{(\gamma)} Y) \\
 & \left. - a^{(\gamma)} V \alpha^{(\gamma)} + \frac{1}{\gamma} f^{(\gamma)} (k^{(\gamma)} Y)^2 + 2 a^{(\gamma)} \eta \alpha (k^{(\gamma)} \beta) - f^{(\gamma)} A' \alpha (k^{(\gamma)} Y) \right\},
 \end{aligned} \quad (31.5)$$

که دامنه‌ی تبدیل فوریه را با $X(\tau, k)$ برای هر حالت اسکالر $X(\tau, x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \delta X(\tau, k) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}$ برای هر اختلال اسکالر بیان کردیم.

از کنش بالا، درمی‌یابیم که حالت‌های α, β و Y غیر دینامیکی هستند، بنابراین می‌توان آنها را از معادلات حرکتشان به صورت زیر حل کرد.

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{\phi'}{2\eta} \delta \phi + \frac{f^{(\gamma)} A'}{a^{(\gamma)} \eta} \delta Q, \\
 k^{(\gamma)} \beta &= \frac{\phi'}{2\eta} \delta \phi' + (a^{(\gamma)} V_{,\phi} + f f_{,\phi} A^{(\gamma)} - \frac{1}{\gamma} a^{(\gamma)} \phi^{(\gamma)} + 3 a^{(\gamma)} \mathcal{H}^{(\gamma)} \phi' - f^{(\gamma)} A^{(\gamma)} \phi') \frac{\delta \phi}{2 a^{(\gamma)} \mathcal{H}^{(\gamma)}} \\
 &+ \frac{f^{(\gamma)} A'}{a^{(\gamma)} \eta} \delta Q' + (a^{(\gamma)} V + f^{(\gamma)} A^{(\gamma)}) \frac{f^{(\gamma)} A'}{a^{(\gamma)} \mathcal{H}^{(\gamma)}} \delta Q, \\
 k^{(\gamma)} Y &= \left(\frac{\phi'}{2\mathcal{H}} - 2 \frac{f_{,\phi}}{f} \right) A' \delta \phi - \delta Q' + \frac{A^{(\gamma)} f^{(\gamma)}}{a^{(\gamma)} \eta} \delta Q.
 \end{aligned} \quad (32.5)$$

با جایگزینی جواب‌های بالا در (31.5)، کنش کاهش یافته برای حالت‌های اسکالر را به صورت زیر پیدا می‌کنیم.

$$\begin{aligned}
 S^{(\gamma)} = & \frac{1}{\gamma} \int d\tau d^3k \left\{ U_c^{(\gamma)} - \left[k^{(\gamma)} - \frac{\phi^{(\gamma)} f_{,\phi\phi}}{f} - \frac{f_{,\phi} \phi^{(\gamma)}}{f} \right] U_c^{(\gamma)} + \delta Q_c^{(\gamma)} - \left[k^{(\gamma)} - \frac{\phi^{(\gamma)} f_{,\phi\phi}}{f} \right. \right. \\
 & - \frac{f_{,\phi} \phi^{(\gamma)}}{f} + 6 \frac{f^{(\gamma)} A^{(\gamma)}}{a^{(\gamma)}} - 2 \frac{f^{(\gamma)} A^{(\gamma)}}{a^{(\gamma)} \eta} - 4 \frac{f f_{,\phi} A^{(\gamma)} \phi'}{a^{(\gamma)} \eta} - \frac{f^{(\gamma)} A^{(\gamma)} \phi^{(\gamma)}}{a^{(\gamma)} \eta^2} - 2 \frac{f^{(\gamma)} A' A^{(\gamma)}}{a^{(\gamma)} \eta} \left. \right] \delta Q_c^{(\gamma)} \\
 & + \delta \phi_c^{(\gamma)} - \left[k^{(\gamma)} - 2\eta^{(\gamma)} + a^{(\gamma)} V_{,\phi\phi} + \frac{f^{(\gamma)} A^{(\gamma)}}{a^{(\gamma)}} + \frac{f_{,\phi}^{(\gamma)} A^{(\gamma)}}{a^{(\gamma)}} + \frac{a^{(\gamma)} V_{,\phi} \phi'}{\eta} + \frac{f f_{,\phi} A^{(\gamma)} \phi'}{a^{(\gamma)} \eta} \right. \\
 & + \frac{3}{\gamma} \phi^{(\gamma)} - \frac{\phi^{(\gamma)}}{2\eta^{(\gamma)}} - \frac{f^{(\gamma)} A^{(\gamma)} \phi^{(\gamma)}}{a^{(\gamma)} \eta^2} - 3 \frac{f A^{(\gamma)} f_{,\phi\phi}}{a^{(\gamma)}} - \frac{\phi' \phi^{(\gamma)}}{\eta} \left. \right] \delta \phi_c^{(\gamma)} - \frac{4\sqrt{\gamma} f_{,\phi} A'}{a} \delta \phi_c' \delta Q_c \\
 & + \frac{\sqrt{\gamma}}{a f \mathcal{H}^{(\gamma)}} \left[4 f \mathcal{H}^{(\gamma)} f_{,\phi} A' - a^{-(\gamma)} f^{(\gamma)} \mathcal{H} V_{,\phi} A' - a^{(\gamma)} f^{(\gamma)} \mathcal{H} f_{,\phi} A^{(\gamma)} - 4 f^{(\gamma)} \mathcal{H}^{(\gamma)} A' \phi' \right. \\
 & - 4 \mathcal{H}^{(\gamma)} f_{,\phi}^{(\gamma)} A' \phi' + 2 a^{-(\gamma)} f^{(\gamma)} A^{(\gamma)} \phi' + 2 f \mathcal{H} f_{,\phi} A' \phi^{(\gamma)} + f^{(\gamma)} A' \phi^{(\gamma)} - 4 f \mathcal{H}^{(\gamma)} A' \phi' f_{,\phi\phi} \\
 & \left. - 4 f \mathcal{H}^{(\gamma)} f_{,\phi} A'' + f^{(\gamma)} \mathcal{H} \phi' A'' + f^{(\gamma)} \mathcal{H} A' \phi'' \right] \delta Q_c \delta \phi_c \left. \right\},
 \end{aligned} \quad (33.5)$$

که $\mathcal{H} \equiv aH$ و میدان‌های نرمال شده‌ی کانونی به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\delta Q_c \equiv \sqrt{\gamma} f \delta Q, \quad U_c \equiv \sqrt{\gamma} k f U, \quad \delta \phi_c \equiv a \delta \phi. \quad (34.5)$$

کنش (۳۳.۵) را می‌توان با اعمال شرایط غلتش آرام به شکل ساده تری بیان کرد. با توجه به η ، پارامترهای غلتش آرام توسط روابط زیر تعریف می‌شوند.

$$\delta Q_c \equiv \sqrt{2} f \delta Q, \quad U_c \equiv \sqrt{2} k f U, \quad \delta \phi_c \equiv a \delta \phi. \quad (35.5)$$

علاوه بر این، در تقریب غلتش آرام، عامل مقیاس (a) و پارامتر هابل ($\mathcal{H}$) را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$a \approx -\frac{1}{H\tau(1-\epsilon)}, \quad \mathcal{H} = \frac{a'}{a} \approx -\frac{1}{\tau}(1+\epsilon), \quad \frac{a''}{a} = \mathcal{H}' + \mathcal{H}^2 \approx \frac{1}{\tau^2}(2+3\epsilon). \quad (36.5)$$

توجه داشته باشید که پارامترهای هندسی غلتش آرام تعریف شده در بالا، به پارامترهای غلتش آرام بیان شده در مشتقات پتانسیل مربوط می‌شوند.

$$\epsilon_V = \frac{1}{2} \left(\frac{V_{,\phi}}{V} \right)^2 = \frac{\epsilon}{1-I}, \quad \eta_V = \frac{V_{,\phi\phi}}{V} = \frac{2I\epsilon}{1-I} + \eta. \quad (37.5)$$

علاوه بر این، از معادلات فریدمان در تقریب غلتش آرام و با استفاده از رابطه‌ی (۲۲.۵)، رابطه‌ی زیر را به‌دست می‌آوریم.

$$V(\phi) \approx 3H^2 \left(1 - \frac{\epsilon}{6}(I+2) \right). \quad (38.5)$$

با استفاده از معادلات (۳۵.۵) و (۳۶.۵) و (۳۸.۵)، و بعد از محاسبات ساده اما خسته کننده، کنش مرتبه دوم را برای میدان‌های دینامیکی $(U, \delta Q, \delta \phi)$ به صورت زیر به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} S^{(2)} = & \frac{1}{2} \int d\tau d^3k \left\{ U_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2}(2 + (\epsilon - 5I)\epsilon - 2(1-I)\eta) \right] U_c^2 \right. \\ & + \delta Q_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2}(2 + (\epsilon - 11I)\epsilon - 2(1-I)\eta) \right] \delta Q_c^2 \\ & + \delta \phi_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} \left(2 \frac{1+I}{1-I} + \frac{27-I-26I^2}{1-I} \epsilon - 3(1+I)\eta \right) \right] \delta \phi_c^2 \\ & \left. + \frac{2\sqrt{I}}{3\sqrt{1-I}} \left[\frac{1}{\tau^2} (12 + (46 - 37I)\epsilon - 12(1-I)\eta) \delta \phi_c \delta Q_c + \frac{1}{\tau} (12 + (10 - I)\epsilon) \delta \phi_c' \delta Q_c \right] \right\}. \end{aligned} \quad (39.5)$$

با جایگزینی از معادله‌ی (۳۷.۵) و (۳۸.۵) در کنش بالا، کنش مرتبه دوم برای اختلالات اسکالر در عبارت‌های آدیاباتیک و آنتروپی $(\delta\sigma, \delta s)$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} S^{(2)} = & \frac{1}{2} \int d\tau d^3k \left\{ \bar{U}'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2}(2 + (\epsilon - 5I)\epsilon - 2(1-I)\eta) \right] U_c^2 \right. \\ & + \delta \sigma_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} \left(2 - 8I + (9 - \frac{91}{3}I + 7I^2 + \frac{4}{3}I^3)\epsilon - 3(1-I)^2\eta \right) \right] \delta \sigma_c^2 \\ & + \delta s_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} \left(2 \frac{1+(5-4I)I}{1-I} + (\epsilon + 28I - 7I^2 - \frac{4}{3}I^3)\epsilon - (2 + 7I - 3I^2)\eta \right) \right] \delta s_c^2 \\ & + \frac{2\sqrt{I(1-I)}}{\tau^2} \left[\lambda + \frac{(65 - 100I + 19I^2 + 4I^3)}{3(1-I)} \epsilon - (5 - 3I)\eta \right] \delta \sigma_c \delta s_c \\ & \left. - \frac{8\sqrt{I}}{\tau\sqrt{1-I}} \left[1 + \frac{1}{12}(10 - I)\epsilon \right] \delta \sigma_c \delta s_c' \right\}. \end{aligned} \quad (40.5)$$

در به دست آوردن کنش‌های (۳۹.۵) و (۴۰.۵)، فرض نکردیم که I کوچک است، بنابراین کنش‌های بالا در همه‌ی مرتبه‌ها در I معتبر است. همانطور که قبلاً اشاره کردیم، برای داشتن یک طیف توانی تقریباً مقیاس ناوردا نیاز داریم که $I \ll 1$ باشد. اکنون با حفظ عبارت‌های اصلی در I ، ما به ترتیب کنش‌های (۴۱.۵) و (۵۲.۵) را به دست می‌آوریم. حالا با توجه به اثرات برجسته‌ی سه پارامتر کوچک (ε, η, I) ، کنش مرتبه دوم (۳۹.۵) در فضای فوریه، به صورت زیر ساده می‌شود.

$$\begin{aligned} S^{(2)} = & \frac{1}{4} \int d\tau d^3k \left\{ U_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 + 6\varepsilon - 2\eta) \right] U_c^2 \right. \\ & + \delta Q_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 + 6\varepsilon - 2\eta) \right] \delta Q_c^2 + \delta \phi_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 + 4I + 9\varepsilon - 3\eta) \right] \delta \phi_c^2 \\ & \left. + 8\sqrt{I} \left[\frac{1}{\tau^2} \delta \phi_c \delta Q_c + \frac{1}{\tau} \delta \phi_c' \delta Q_c \right] \right\}, \end{aligned} \quad (41.5)$$

که میدان‌های بهنجار کانونی را به این صورت تعریف کردیم.

$$\delta Q_c = \sqrt{2} f \delta Q, \quad U_c = \sqrt{2} k f U, \quad \delta \phi_c = a \delta \phi, \quad (42.5)$$

و پارامتر دوم غلتش آرام توسط معادله‌ی زیر تعریف می‌شود.

$$\eta \equiv 2\varepsilon - \frac{\dot{\varepsilon}}{2H\varepsilon}. \quad (43.5)$$

با کمی دقت در کنش بالا می‌بینیم که میدان U از دیگر میدان‌ها جدا شده است. علاوه بر این، این میدان در سطح پس‌زمینه وجود ندارد. بنابراین میدان U یک مد اختلالی خاص است. این بر خلاف اختلالات δQ می‌باشد و همچنین دارای یک مولفه‌ی پس‌زمینه است که در معادله‌ی (۴.۵) ارائه شده است. می‌بینیم که هر دو میدان اسکالر و مولفه‌ی قطبی $A_i^{(a)}$ به انرژی پس‌زمینه و برهم‌کنش با یکدیگر کمک می‌کنند. در این دیدگاه، با یک مدل چند میدان تورمی مواجه هستیم که بسیار مورد مطالعه قرار گرفته است. به‌طور خاص، شبیه به استدلال [۳۹]، انتظار داریم که ترکیبی از میدان‌ها $(\delta \phi, \delta Q)$ ، نقش مد بی‌دررو را بازی کنند درحالی‌که ترکیبات متفاوت دیگری نقش اختلالات آنتروپی را بازی می‌کنند.

۲.۲.۵ تجزیه‌ی بی‌دررو و آنتروپی

اختلالات انحنای همراه R توسط رابطه‌ی زیر داده شده است.

$$\mathcal{R} = \psi + H\delta u, \quad (44.5)$$

که ψ انحنای فضایی را اندازه‌گیری می‌کند و δu پتانسیل سرعت است که به صورت $\delta T_i^\circ = (P + p)\partial_i \delta u$ تعریف شده است. با محاسبه‌ی تانسور انرژی-تکانه در مرتبه‌ی خطی اختلالات

و توجه به اینکه در پیمانه‌ی فضایی تخت یعنی $\psi = 0$ کار می‌کنیم، اختلال انحنای همراه R به شکل زیر در می‌آید.

$$\mathcal{R} = -aH \frac{\sqrt{2} f A' \delta Q_c + a \phi' \delta \phi_c}{2 f^2 A'^2 + a^2 \phi'^2}. \quad (45.5)$$

حال فرض می‌کنیم که $I \ll 1$ باشد و با در نظر گرفتن نقش اصلی I ، رابطه‌ی زیر را پیدا می‌کنیم.

$$\mathcal{R} = -\frac{H}{\phi'} [(1-I)\delta\phi_c - \sqrt{I}\delta Q_c]. \quad (46.5)$$

فرمول فوق از این نظر جالب است که نشان می‌دهد سهم هریک از میدان‌ها در اختلال انحنای کل، توسط کسری از میدان مربوط به چگالی انرژی کل جدا می‌شود. سهم غالب در اختلالات انحنای به‌وسیله‌ی اختلالات میدان تورمی $\delta\phi$ مطرح می‌شود. اما انتظار داریم که سهم اصلی از مولفه‌ی قطری $A_i^{(a)}$ که توسط مقدار جزئی $\sqrt{I}$ در فرمول بالا داده شده است، باشد. با توجه به استدلال [۳۹]، مدهای اسکالر $\delta\phi_c$ و δQ_c می‌توانند به اجزای بی‌دررو و آنتروپی به صورت زیر تجزیه شوند.

$$\delta\sigma_c = \cos\theta\delta\phi_c + \sin\theta\delta Q_c, \quad (47.5)$$

$$\delta s_c = -\sin\theta\delta\phi_c + \cos\theta\delta Q_c, \quad (48.5)$$

که در رابطه‌ی بالا توابع مثلثاتی به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\cos\theta \equiv \sqrt{1-I}, \quad \sin\theta \equiv -\sqrt{I}. \quad (49.5)$$

این متغیرها مربوط به اختلالات بی‌دررو و آنتروپیک استاندارد تعریف شده در مرجع [۴۰]، به صورت $\delta\sigma = \delta\sigma_c/a$ و $\delta s = \delta s_c/a$ هستند. با استفاده از تجزیه‌ی معادله‌ی (۴۷.۵) در (۴۶.۵)، اختلالات انحنای توسط رابطه‌ی زیر داده می‌شود.

$$\mathcal{R} = -\frac{H}{\dot{\phi}} \cos\theta \delta\sigma. \quad (50.5)$$

در حد $I \rightarrow 0$ ، $\cos\theta = 1$ است و معادله‌ی (۴۷.۵) را می‌دهد و نتیجه‌ی شناخته شده‌ی $R = -\frac{H}{\dot{\phi}} \delta\phi$ برای اختلالات انحنای به‌دست خواهد آمد. به این ترتیب، وابستگی اختلال آنتروپی نرمال شده را از طریق رابطه‌ی زیر بیان می‌کنیم.

$$\mathcal{S} \equiv -\frac{H}{\dot{\phi}} \cos\theta \delta s \quad (51.5)$$

هدف نهایی، یافتن طیف توانی برای مقادیر قابل مشاهده $\mathcal{S}$ و $\mathcal{R}$ است. برای این منظور، کنش مرتبه دوم (۴۱.۵) را در عبارتهای آدیاباتیک و آنتروپیک بازنویسی می‌کنیم.

$$\begin{aligned} S^{(2)} = & \frac{1}{\tau} \int d\tau d^3k \left\{ U_c^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (\gamma + 6\epsilon - 2\eta) \right] U_c^2 \right. \\ & + \delta\sigma_c^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (\gamma - 8I + 9\epsilon - 3\eta) \right] \delta\sigma_c^2 \\ & + \delta s_c^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (\gamma + 12I + 6\epsilon - 2\eta) \right] \delta s_c^2 \\ & \left. + 8\sqrt{I} \left[\frac{\gamma}{\tau^2} \delta\sigma_c \delta s_c - \frac{1}{\tau} \delta\sigma_c \delta s'_c \right] \right\}. \end{aligned} \quad (52.5)$$

می‌بینیم که مدهای آدیاباتیک و آنتروپیک با جفت‌شدگی متناسب با $\sqrt{I}$ به یکدیگر جفت می‌شوند. طیف توانی $\mathcal{P}_R$ و $\mathcal{P}_S$ و همبستگی آنها $\mathcal{P}_{RS}$ را در زیربخش‌های بعدی محاسبه می‌کنیم. با این حال، قبل از آن، اجازه دهید که اختلال U را که یک مد اختلالی خالص است و با دیگر مدها جفت نیست را در نظر بگیریم. با تجزیه‌ی U به عملگرهای خلق و فنا و شرایط اولیه مینکوفسکی بانچ دیویس^۱ به روابط زیر خواهیم رسید.

$$U_c(\mathbf{k}) = u(k)a_{\mathbf{k}} + u^*(k)a_{-\mathbf{k}}^\dagger; \quad u(k) = \frac{ie^{-ik\tau}}{\sqrt{2}k^3\tau} (1 + ik\tau).$$

به‌طور مشابه، طیف توانی بدون بعد برای $U = U_c/a$ ، به‌طور معمول با $\langle U^\dagger(\tau, k)U(\tau, k') \rangle \equiv$ در مقیاس افق^۲، توسط رابطه‌ی زیر داده می‌شود.

$$\mathcal{P}_U = \left(\frac{H}{2\pi} \right)^2 \quad (53.5)$$

نتیجه‌ی بالا نشان می‌دهد که مد اسکالر U شبیه به یک میدان ناظر با دامنه‌ی $H/2\pi$ رفتار می‌کند.

۳.۲.۵ طیف توانی اختلالات خمیدگی

در این زیر مجموعه ما طیف توانی اختلال انحنا را محاسبه می‌کنیم. از رابطه‌ی (۵۰.۵) طیف توانی اختلالات انحنا در پایان تورم τ_e توسط رابطه‌ی زیر داده شده است.

$$\langle \mathcal{R}^\dagger(\tau_e, \mathbf{k}) \mathcal{R}(\tau_e, \mathbf{k}') \rangle = \left(\frac{H}{\dot{\phi}} \right)^2 \cos^2 \theta \langle \delta\sigma^\dagger \delta\sigma \rangle \equiv \frac{\gamma\pi^2}{k^3} \mathcal{P}_R (\gamma\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \quad (54.5)$$

سهم اصلی طیف توانی اختلال خمیدگی از مد آدیاباتیک $\delta\sigma$ می‌آید. با این حال، حالت‌های آدیاباتیک و آنتروپیک به یکدیگر با برهم‌کنش‌های داده شده توسط دو عبارت پایانی کنش (۵۲.۵) جفت‌شده‌اند. بنابراین، ما همچنین باید تصحیحات را از حالت آنتروپی محاسبه

¹ Bunch-Davies

²Horizon Scale

کنیم. چون فرض کردیم که $1 \ll I$ است، این تحلیل را می‌توان با استفاده از فرمالیسم استاندارد $in - in$ به صورت اختلالی انجام داد [۴۱]. تابع دو نقطه‌ای برای حالت آدیاباتیک توسط رابطه‌ی زیر داده شده است.

$$\begin{aligned} \langle \delta\sigma^2(\tau_e) \rangle &= \left\langle \circ \left| \left[\bar{T} \exp \left(i \int_{\tau_0}^{\tau_e} H_I(\tau'') d\tau'' \right) \right] \delta\sigma(\tau_e) \left[T \exp \left(-i \int_{\tau_0}^{\tau_e} H_I(\tau') d\tau' \right) \right] \right| \circ \right\rangle \\ &= \langle \circ | \delta\sigma^2 | \circ \rangle + i \left\langle \circ \left| \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \left[H_I(\tau_1), \delta\sigma^2(\tau_e) \right] \right| \circ \right\rangle \\ &\quad - \left\langle \circ \left| \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau_2 \left[H_I(\tau_2), \left[H_I(\tau_1), \delta\sigma^2(\tau_e) \right] \right] \right| \circ \right\rangle + \dots \end{aligned} \quad (55.5)$$

که $\bar{T}, T$ عملگرهای ترتیب زمانی^۱ و پاد ترتیب زمانی^۲ هستند و H_I هامیلتونی برهم‌کنش در تصویر برهم‌کنش است. انتگرال‌ها از زمان اولیه $\tau_0 \rightarrow -\infty$ گرفته شده است زمانی که مدها درون افق به سمت پایان تورم $\tau_e \rightarrow 0$ است. اولین عبارت در دومین خط رابطه‌ی (۵۵.۵) تابع دو نقطه‌ای مد آدیاباتیک در غیاب برهم‌کنش است که توسط کنش آزاد رابطه‌ی (۵۲.۵) مشخص شده است. این باعث برجسته تر شدن سهم طیف توانی اختلالات خمیدگی می‌شود که با $\mathcal{P}_R^{(\circ)}$ نمایش داده می‌شود، که به صورت زیر است.

$$\mathcal{P}_R^{(\circ)} = \frac{H^2}{4\pi^2 \epsilon M_P^2}. \quad (56.5)$$

برای محاسبه‌ی تصحیحات در طیف توانی خمیدگی، نیاز داریم که هامیلتونی برهم‌کنش را به دست آوریم. علاوه بر دو برهم‌کنش که به طور مستقیم میدان‌های $\delta\sigma$ و δs (خط سوم در کنش (۵۲.۵)) را به هم متصل می‌کند، دو برهم‌کنش جدید در کنش از خط دوم (۵۲.۵) که شامل پارامتر I است، داریم. توجه داشته باشید که I را به عنوان پارامتر اختلال در نظر می‌گیریم بنابراین، هر عبارتی که شامل این پارامتر است باید به عنوان عامل برهم‌کنش در مقایسه با نظریه‌ی آزاد^۳ تلقی شود. در کل، چهار هامیلتونی برهم‌کنش برای اختلالات اسکالر داریم، $H_I^s = \sum_i H_i^s$ با

$$\begin{aligned} H_1^s &= -\frac{\Lambda\sqrt{I}}{\tau^2} \delta\sigma_c \delta s_c, & H_2^s &= \frac{4\sqrt{I}}{\tau} \delta\sigma_c \delta s_c', \\ H_3^s &= -\frac{6I}{\tau} \delta s_c^2, & H_4^s &= \frac{12I}{\tau^2} \delta\sigma_c^2. \end{aligned} \quad (57.5)$$

توجه داشته باشید که به دلیل جفت شدن جنبشی $\delta\sigma\delta s'$ ، هامیلتونی برهم‌کنش $-L_I$ ساده نیست. باید مقدار نیروی صرف شده p_j مربوط به هر میدان $\delta q_j = \{\delta\sigma, \delta s\}$ و بعد از آن هامیلتونی را با استفاده از فرمول استاندارد $H = \sum_i p_j \delta q_j' - L$ ایجاد کنیم. با انجام این کار ما در می‌یابیم که برهم‌کنش‌هایی که شامل $\delta\sigma^2, \delta s^2$ می‌شوند، سهم بیشتری را نسبت به آنچه

¹Time-ordered

²Antitime-ordered

³Free Theory

که ممکن است به سادگی با استفاده از $H_I = -L_I$ ایجاد شود، دریافت می‌کند. اجازه دهید که تصحیح وارد شده از برهم‌کنش‌ها به مدهای آدیاباتیک مرتبط با $\Delta\langle\delta\sigma^2\rangle$ را بیان کنیم. نگاه کنید به معادله‌ی (۵۵.۵)، دو راه ممکن برای اینکه هامیلتونی‌های برهم‌کنش در $\Delta\langle\delta\sigma^2\rangle$ مشارکت کنند، وجود دارد. اگر این سهم از تک هامیلتونی که در خط دوم معادله‌ی (۵۵.۵) وجود دارد، آمده باشد، آن را با $\Delta^{(1)}\langle\delta\sigma^2\rangle$ بیان می‌کنیم. برای مثال آن در H_i^s از مرتبه‌ی خطی است. از سوی دیگر، اگر این سهم از انتگرال تو در تو شامل دو هامیلتونی در خط سوم معادله‌ی (۵۵.۵) آمده باشد، ما آن را با $\Delta^{(2)}\langle\delta\sigma^2\rangle_{ij}$ بیان می‌کنیم، که در آن شاخص‌های i, j به ترتیب برای $H_i^s(\tau_1)$ و $H_j^s(\tau_2)$ هستند. با این نشانه گذاری، داریم.

$$\Delta\langle\delta\sigma^2\rangle = \Delta^{(1)}\langle\delta\sigma^2\rangle_{\mathcal{F}} + \Delta^{(2)}\langle\delta\sigma^2\rangle_{11} + \Delta^{(2)}\langle\delta\sigma^2\rangle_{12} + \Delta^{(2)}\langle\delta\sigma^2\rangle_{21} + \Delta^{(2)}\langle\delta\sigma^2\rangle_{22}, \quad (58.5)$$

تابع موج آزاد برای $M_{ik} = \{\delta\sigma_c(k), \delta s_c(k)\}$ با شرایط اولیه‌ی بانچ دیویس، توسط رابطه‌ی زیر داده شده است.

$$M_{ik} = v(k)a_{i\mathbf{k}} + v(k)^*a_{i-\mathbf{k}}^\dagger; \quad v(k) = \frac{ie^{-ik\tau}}{\sqrt{2}k^3\tau} (1 + ik\tau). \quad (59.5)$$

برای ساده‌سازی نماد گذاری، اجازه دهید که عامل $(2\pi)^3\delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ را بیرون بکشیم و همبستگی‌های مربوطه را با Δ' بیان کنیم. سپس، تصحیحات پیشنهادی برای همبستگی به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \Delta'^{(1)}\langle\delta\sigma_c^2\rangle_{\mathcal{F}} &= i \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 [H_{\mathcal{F}}(\tau_1), \delta\sigma^2(\tau)] = -4\lambda I \operatorname{Re} \left[i \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \left(\frac{1}{\tau_1} \right)^2 \left(v(\tau_1)v^*(\tau_e) \right)^2 \right] \\ &= \frac{8IN_e}{k^3\tau_e^2}, \end{aligned} \quad (60.5)$$

$$\begin{aligned} \Delta'^{(2)}\langle\delta\sigma_c^2\rangle_{11} &= 512I \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau_2 \left(\frac{1}{\tau_1\tau_2} \right)^2 \operatorname{Im} [v(\tau_1)v^*(\tau_e)] \operatorname{Im} [v(\tau_2)v^*(\tau_e)v(\tau_2)v^*(\tau_1)] \\ &= \frac{64IN_e^2}{9k^3\tau_e^2}, \end{aligned} \quad (61.5)$$

$$\begin{aligned} \Delta'^{(2)}\langle\delta\sigma_c^2\rangle_{12} &= -256I \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau_2 \left(\frac{1}{\tau_1^2\tau_2} \right) \operatorname{Im} [v(\tau_1)v^*(\tau_e)] \operatorname{Im} [v(\tau_2)v^*(\tau_e)v'(\tau_2)v^*(\tau_1)] \\ &= -\frac{16IN_e^2}{9k^3\tau_e^2}, \end{aligned} \quad (62.5)$$

$$\begin{aligned} \Delta'^{(2)}\langle\delta\sigma_c^2\rangle_{21} &= -256I \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau_2 \left(\frac{1}{\tau_1\tau_2^2} \right) \operatorname{Im} [v(\tau_1)v^*(\tau_e)] \operatorname{Im} [v(\tau_2)v^*(\tau_e)v(\tau_2)v'^*(\tau_1)] \\ &= \frac{32IN_e^2}{9k^3\tau_e^2}, \end{aligned} \quad (63.5)$$

$$\begin{aligned}\Delta'^{(2)}\langle\delta\sigma_c^2\rangle_{22} &= 128I \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau_2 \left(\frac{1}{\tau_1\tau_2}\right) \text{Im}\left[v(\tau_1)v^*(\tau_e)\right] \text{Im}\left[v(\tau_2)v^*(\tau_e)v'(\tau_2)v'^*(\tau_1)\right] \\ &= -\frac{8IN_e^2}{9k^3\tau_e^2},\end{aligned}\quad (64.5)$$

که $N_e = -\ln(-k\eta_e)$ عدد توان نمایی در پایان تورم است. توجه داشته باشید که با $N_e \sim 60 - 50$ تصحیحات شامل IN_e را در مقایسه با IN_e^2 در آخرین معادله از چهار انتگرال بالا را نادیده می‌گیریم. با این حال، از آنجا که سهم $\Delta^{(1)}\langle\delta\sigma_c^2\rangle_4$ فقط شامل عبارت IN_e است، این عبارت زیرمجموعه در معادله‌ی (۶۰.۵) را برای مقایسه با سهم IN_e^2 از معادلات (۶۱.۵) - (۶۴.۵) نگه می‌داریم. حال، با ترکیب پنج سهم تاثیرگذار در تصحیحات که در بالا بیان کردیم و همینطور نادیده گرفتن مشارکت‌های برجسته در IN_e ، اختلال خمیدگی کل به‌دست می‌آید.

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}} = \mathcal{P}^{(0)}_{\mathcal{R}} \left(1 + 16IN_e^2\right). \quad (65.5)$$

با به‌دست آوردن نتیجه‌ی بالا، رابطه‌ی $\left(\frac{H}{\phi}\right)^2 \cos^2\theta = \frac{1}{\tau_e}$ را جایگزین می‌کنیم. دقیق‌تر از معادلات (۲۰.۵) و (۲۱.۵) و (۳۸.۵) رابطه‌ی $\left(\frac{H}{\phi}\right)^2 \approx \frac{1}{\tau_e}(1+I)$ را پیدا کردیم. به‌عبارت دیگر، از معادله‌ی (۴۹.۵)، ما دریافتیم که $\cos^2\theta = 1 - I$ و بنابراین $\left(\frac{H}{\phi}\right)^2 \cos^2\theta = \frac{1}{\tau_e} + O(I^2)$ است. تصحیحی که ناشی از میدان پیمانه‌ای دینامیک در اختلالات خمیدگی رابطه‌ی (۶۵.۵) است، متناسب با IN^2 است که ساختاری مشابه با مدل ناهمسانگرد تورمی دارد. به‌طور خاص، در مدل ناهمسانگرد تورمی، تصحیحات میدان پیمانه‌ای در طیف توانی موجب ناهمسانگردی آماری $[42, 43, 44, 45]$ $\Delta\mathcal{P}/\mathcal{P}_{\mathcal{R}}^{(0)} = g_* \cos^2(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{n}})$ با دامنه‌ی چهار قطبی $g_* = 24IN_e^2$ در جایی که $\hat{n}$ مسیر ترجیحی در آسمان است. به منظور تطابق و هم‌خوانی با محدودیت‌های مشاهده‌نیاز داریم که $|g_*| \lesssim 10^{-2}$ [۴۶، ۴۷] باشد، و همینطور باید $I \lesssim 10^{-7}$ را در نظر بگیریم. با این حال، در ترکیب ما با تقارن $O(3)$ داخلی، سه میدان متعامد با دامنه‌ی برابر داریم، به‌طوری‌که هیچ ناهمسانگردی آماری وجود ندارد و به‌عنوان یک نتیجه می‌توان بیان کرد که محدودیت‌های کمتری روی مقدار I داریم. با محاسبه‌ی تصحیحات در طیف توانی اختلال خمیدگی، همچنین می‌توانیم تصحیحات در شاخص طیفی یعنی Δn_s که توسط رابطه‌ی زیر داده شده است، محاسبه کنیم.

$$\Delta n_s = \Delta \frac{d \ln \mathcal{P}_{\mathcal{R}}}{d \ln k} \Big|_* = 32IN_e \frac{dN_e}{d \ln k} = 32IN_e, \quad (66.5)$$

که در آن زیراندیس * زمان عبور از افق را برای حالت مورد توجه k نشان می‌دهد. به منظور اینکه طیف توانی تقریباً مقیاس ناوردا داشته باشیم، نیاز داریم که Δn_s از مرتبه‌ی پارامترهای غلتش آرام ε, η باشد. به عنوان نتیجه، ما نتیجه می‌گیریم که $I \lesssim \varepsilon/10N_e$ است. این فرض ما را در پذیرش $I \ll 1$ متقاعد می‌کند. با این حال، نتیجه‌ی بالا نیز نشان می‌دهد که I به صورت پارامتریک به ترتیب $\varepsilon \sim 10^{-4}$ است و فرض می‌شود که در حدود چند درصد است. این مورد محدودیتی کمتر در مقایسه با محدودیت اعمال شده بر I که در مدل تورمی ناهمسانگرد بالا در مورد آن بحث کردیم، دارد.

¹Quadrupole

۴.۲.۵ طیف‌های توانی اسکالر

در این زیربخش، طیف توانی مد آنتروپی $\mathcal{P}_S$ و همبستگی آن با اختلال خمیدگی $\mathcal{P}_{RS}$ را محاسبه می‌کنیم. به دنبال نشانه‌گذاری مشابه در تحلیل مد آدیاباتیکی، سهم اصلی در طیف توانی مد آنتروپی و همبستگی آن با مد آدیاباتیکی توسط رابطه‌ی زیر داده می‌شود.

$$\Delta\langle\delta s^2\rangle = \Delta^{(1)}\langle\delta s^2\rangle_3 + \Delta^{(2)}\langle\delta s^2\rangle_{11} + \Delta^{(2)}\langle\delta s^2\rangle_{12} + \Delta^{(2)}\langle\delta s^2\rangle_{21} + \Delta^{(2)}\langle\delta s^2\rangle_{22}, \quad (۶۷.۵)$$

و

$$\Delta\langle\delta\sigma\delta s\rangle = \Delta^{(1)}\langle\delta\sigma\delta s\rangle_1 + \Delta^{(1)}\langle\delta\sigma\delta s\rangle_2. \quad (۶۸.۵)$$

برای همبستگی متقابل در معادله‌ی (۶۸.۵)، رابطه‌ی زیر را پیدا کردیم.

$$\begin{aligned} \Delta^{(1)}\langle\delta\sigma_c\delta s_c\rangle &= i \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \left[H_1^s(\tau_1) + H_2^s(\tau_1), \delta\sigma^2(\tau_e) \right] \\ &= 16\sqrt{I} \operatorname{Re} \left[i \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \left(\frac{1}{\eta_1} \right)^2 v(\tau_1) v_2^*(\tau_e) v(\tau_1) v^*(\tau_e) \right] \\ &\quad - 8\sqrt{I} \operatorname{Re} \left[i \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \left(\frac{1}{\tau_1} \right) v'(\tau_1) v^*(\tau_e) v(\tau_1) v^*(\tau_e) \right] \\ &= -\frac{2\sqrt{I}N_e}{k^2\tau_e^2}. \end{aligned} \quad (۶۹.۵)$$

در می‌یابیم که برخلاف انتگرال‌های قبلی، همبستگی متقابل مد آنتروپیک و آدیاباتیکی متناسب با $\sqrt{IN_e}$ است. دلیل این است که ما نباید یک انتگرال تو در تو را محاسبه کنیم. به همین ترتیب، رابطه‌ی متقابل آنتروپی و اختلال خمشی با رابطه‌ی زیر مشخص می‌شود.

$$\mathcal{P}_{RS} = 4\mathcal{P}_{\mathcal{R}}^{(o)}\sqrt{IN_e}. \quad (۷۰.۵)$$

برای محاسبه‌ی $\mathcal{P}_S$ می‌توانیم انتگرال‌های تو در تو مشابه را مانند کاری که در مورد اختلالات خمشی در بخش قبلی انجام دادیم، عمل کنیم. با این حال، راه‌های ساده‌تری برای به دست آوردن $\mathcal{P}_S$ مانند روشی که در زیر توضیح داده‌ایم وجود دارد. می‌بینیم که H_1^s فقط تصحیحاتی را که از مرتبه‌ی IN_e نسبت به طیف توانی اختلال خمشی هستند را می‌دهد. به همان شیوه، می‌توانیم ببینیم که H_2^s فقط تصحیح IN_e را به $\mathcal{P}_S$ می‌دهد و بنابراین می‌توانیم از ابتدا آن را نادیده بگیریم. در نتیجه، فقط نیاز داریم که H_1^s, H_2^s را برای به دست آوردن تصحیحات به $\mathcal{P}_S$ بررسی کنیم. هامیلتونی برهم‌کنش کل، مجموع H_1^s, H_2^s است که توسط معادله‌ی (۵۷.۵) داده می‌شود. همچنین می‌توانیم این دو هامیلتونی را ادغام کرده و رابطه‌ی $H_1^s + H_2^s = -\frac{4\sqrt{I}}{\tau^2}\delta\sigma_c\delta s_c - \frac{4\sqrt{I}}{\tau}\delta\sigma_c'\delta s_c$ را پیدا کنیم. حال رابطه‌ی $\delta\sigma \leftrightarrow \delta s$ را ایجاد کرده و هامیلتونی‌های برهم‌کنشی جدید را تعریف می‌کنیم.

$$\tilde{H}_1^s = -\frac{4\sqrt{I}}{\tau^2}\delta\sigma_c\delta s_c \quad \tilde{H}_2^s = -\frac{4\sqrt{I}}{\tau}\delta\sigma_c'\delta s_c \quad (۷۱.۵)$$

با مقایسه‌ی هامیلتونی‌های رابطه‌ی (۵۷.۵)، ما می‌بینیم که $\tilde{H}_\gamma^s \leftrightarrow -H_\gamma^s$ و $\tilde{H}_\gamma^s \leftrightarrow \frac{1}{2}H_\gamma^s$. با استفاده از این روابط، معادلات زیر را پیدا می‌کنیم.

$$\begin{aligned}\Delta'^{(2)}\langle\delta s_c^2\rangle_{11} &= \frac{1}{4} \times \Delta'^{(2)}\langle\delta\sigma_c^2\rangle_{11} = \frac{16IN_e^2}{9k^3\tau_e^2} + \mathcal{O}(IN_e), \\ \Delta'^{(2)}\langle\delta s_c^2\rangle_{12} &= -\frac{1}{4} \times \Delta'^{(2)}\langle\delta\sigma_c^2\rangle_{12} = \frac{8IN_e^2}{9k^3\tau_e^2} + \mathcal{O}(IN_e), \\ \Delta'^{(2)}\langle\delta s_c^2\rangle_{21} &= -\frac{1}{4} \times \Delta'^{(2)}\langle\delta\sigma_c^2\rangle_{21} = -\frac{16IN_e^2}{9k^3\tau_e^2} + \mathcal{O}(IN_e), \\ \Delta'^{(2)}\langle\delta s_c^2\rangle_{22} &= \Delta'^{(2)}\langle\delta\sigma_c^2\rangle_{22} = -\frac{8IN_e^2}{9k^3\tau_e^2} + \mathcal{O}(IN_e).\end{aligned}\quad (72.5)$$

نتیجه‌ی فوق می‌تواند از محاسبات مستقیم $in - in$ تایید شود. به‌طور خلاصه در تمام تصحیحات بالا، ما می‌بینیم که عبارت‌های IN_e^2 یک دیگر را حذف می‌کنند و تصحیح IN_e^2 به طیف توانی مدهای آنتروپی وجود ندارد. از این رو، اگرچه نیازی به پیدا کردن تصحیحات IN_e^2 به $\mathcal{P}_R$ نداشتیم، باید آنها را در $\mathcal{P}_S$ در نظر بگیریم. با انجام محاسبات $in - in$ مربوطه، تصحیح به طیف توانی مد آنتروپی که در زیر بیان شده است را پیدا می‌کنیم.

$$\mathcal{P}_S = \mathcal{P}_R^{(0)} \left(1 - \frac{56}{3} IN_e \right). \quad (73.5)$$

۵.۲.۵ اختلالات تانسوری

در این مدل دو نوع مختلف از اختلالات تانسوری وجود دارد. یکی از آنها اختلالات تانسوری متریک h_{ij} است. یکی دیگر t_{ij} است که از بخش ماده‌ی میدان‌های پیمانه‌ای $\mathcal{O}(3)$ در معادله‌ی (۲۵.۵) می‌آید. بنابراین چهار حالت تانسور در این مدل داریم. با استفاده از شرایط عرضی و بدون رد کنش مرتبه دوم در فضای فوریه به‌دست آمده است.

$$\begin{aligned}S^{(2)} &= \frac{1}{4} \int d^3k d\tau \left\{ \bar{h}_{ij}^{\lambda} - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 + 3\epsilon) \right] \bar{h}_{ij}^{\lambda} \right. \\ &\quad \left. + \bar{t}_{ij}^{\lambda} - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 + 6\epsilon - 2\eta) \right] \bar{t}_{ij}^{\lambda} + \frac{4\sqrt{I\epsilon}}{\tau^2} (\tau \bar{h}_{ij} \bar{t}_{ij}^{\lambda} - 2 \bar{h}_{ij} \bar{t}_{ij}^{\lambda}) \right\},\end{aligned}\quad (74.5)$$

که میدان‌های نرمال شده‌ی کانونی را به صورت زیر تعریف کردیم.

$$\bar{h}_{ij} = \frac{a}{\tau} h_{ij}, \quad \bar{t}_{ij} = f t_{ij}. \quad (75.5)$$

این کار خیلی راحت است که مدهای تانسوری را بر اساس قطبش‌های آن بنویسیم. به منظور انجام این کار، باید توجه کنیم که شرایط عرضی و بدون رد این شروط را برای ما می‌سازد $\bar{h}_{ii} = k_i \bar{h}_{ij} = \bar{t}_{ii} = k_i \bar{t}_{ij} = 0$. در نتیجه، می‌توانیم آنها را در عبارت‌های تانسور قطبشی به‌عنوان $\bar{h}_{ij} = \sum_{+, \times} \bar{h}^{\lambda} e_{ij}^{\lambda}$ و $\bar{t}_{ij} = \sum_{+, \times} \bar{t}^{\lambda} e_{ij}^{\lambda}$ بیان کنیم، که $e_{ii}^{\lambda} = k^i e_{ij}^{\lambda} = 0$ و $e_{ij}^{\lambda} e_{ij}^{\lambda'} = 2\delta_{\lambda\lambda'}$ است. عبارت‌های برهم‌کنشی در (۷۴.۵) متناسب با $\sqrt{I\epsilon}$ است. در بخش قبلی دیدیم که $I \lesssim 10^{-2}\epsilon$

است و بنابراین $\sqrt{I\epsilon} \lesssim 10^{-1}$ که مقداری کوچک است. به عبارت دیگر، جملات برهم کنشی که در (۷۴.۵) داریم همانند جملات برهم کنشی در (۵۲.۵) است که قبلاً بیان کردیم. بنابراین، چهار نتیجه برای مدهای اسکالر، تصحیحات برجسته و اصلی در همبستگی‌های تانسوری از مرتبه‌ی $I\epsilon N_e^2$ هستند. توابع موج برای حالت‌های تانسوری آزاد $N_{ik} = \{\bar{h}^\lambda(k), \bar{t}^\lambda(k)\}$ توسط روابط زیر تعریف می‌شوند.

$$N_{ik} = n(k)a_{ik} + n(k)^*a_{i-\mathbf{k}}^\dagger \quad ; \quad n(k) = i\frac{e^{-ik\tau}}{\sqrt{2}k^3\tau}(1 + ik\tau) \quad (76.5)$$

چگالی هامیلتونی برهم کنش وابسته به کنش مرتبه دوم (۷۴.۵) در تصویر برهم کنشی از طریق روابط زیر داده می‌شود.

$$H_I^t = \frac{4\sqrt{\epsilon I}}{\tau^2} \sum_{+, \times} (2\bar{h}^\lambda \bar{t}^\lambda - \tau \bar{h}^\lambda \bar{t}^\lambda). \quad (77.5)$$

همینطور تعریف می‌کنیم.

$$H_1^t = \frac{8\sqrt{\epsilon I}}{\tau^2} \sum_{+, \times} \bar{h}^\lambda \bar{t}^\lambda, \quad H_2^t = -\frac{4\sqrt{\epsilon I}}{\tau} \sum_{+, \times} \bar{h}^\lambda \bar{t}^\lambda, \quad (78.5)$$

سهم اصلی هامیلتونی برهم کنش به طیف توانی $\bar{h}^\lambda$ توسط روابط زیر داده می‌شود.

$$\Delta\langle\bar{h}^{\lambda\dagger}\bar{h}^{\lambda'}\rangle = \left(\Delta^{(2)}\langle(\bar{h}^\lambda)^2\rangle_{11} + \Delta^{(2)}\langle(\bar{h}^\lambda)^2\rangle_{12} + \Delta^{(2)}\langle(\bar{h}^\lambda)^2\rangle_{21} + \Delta^{(2)}\langle(\bar{h}^\lambda)^2\rangle_{22}\right)\delta_{\lambda\lambda'}.$$

حال با استفاده از فرمول $in - in$ (۵۵.۵)، روابط زیر را پیدا می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \Delta^{(2)}\langle(\bar{h}^\lambda)^2\rangle_{11} &= 512\epsilon I \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau_2 \left(\frac{1}{\tau_1\tau_2}\right)^2 \text{Im}\left[n(\tau_1)n^*(\tau_e)\right] \text{Im}\left[n(\tau_2)n^*(\tau_e)n(\tau_2)n^*(\tau_1)\right] \\ &= \frac{64I\epsilon N_e^2}{9\tau_e^2 k^3}, \end{aligned} \quad (80.5)$$

$$\begin{aligned} \Delta^{(2)}\langle(\bar{h}^\lambda)^2\rangle_{12} &= -256\epsilon I \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau_2 \left(\frac{1}{\tau_1^2\tau_2}\right) \text{Im}\left[n(\tau_1)n^*(\tau_e)\right] \text{Im}\left[n(\tau_2)n^*(\tau_e)n'(\tau_2)n^*(\tau_1)\right] \\ &= -\frac{16I\epsilon N_e^2}{9k^3\tau_e^2}, \end{aligned} \quad (81.5)$$

$$\begin{aligned} \Delta^{(2)}\langle(\bar{h}^\lambda)^2\rangle_{21} &= -256\epsilon I \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau_2 \left(\frac{1}{\tau_1\tau_2^2}\right) \text{Im}\left[n(\tau_1)n^*(\tau_e)\right] \text{Im}\left[n(\tau_2)n^*(\tau_e)n(\tau_2)n'^*(\tau_1)\right] \\ &= \frac{32I\epsilon N_e^2}{9k^3\tau_e^2}, \end{aligned} \quad (82.5)$$

$$\begin{aligned} \Delta^{(2)}\langle(\bar{h}^\lambda)^2\rangle_{22} &= 128\epsilon I \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \int_{\tau_0}^{\tau_1} d\tau_2 \left(\frac{1}{\tau_1\tau_2}\right) \text{Im}\left[n(\tau_1)n^*(\tau_e)\right] \text{Im}\left[n(\tau_2)n^*(\tau_e)n'(\tau_2)n'^*(\tau_1)\right] \\ &= -\frac{8I\epsilon N_e^2}{9k^3\tau_e^2}. \end{aligned} \quad (83.5)$$

با جایگزینی نتایج بالا در معادله‌ی (۷۹.۵)، تصحیح کلی نسبت به تابع دو نقطه‌ای $\bar{h}^\lambda$ به دست می‌آید.

$$\Delta'^{(2)} \langle \bar{h}^{\lambda\dagger} \bar{h}^{\lambda'} \rangle = \frac{16 I \epsilon N_e^2}{k^3 \tau_e^2} \delta_{\lambda\lambda'}. \quad (۸۴.۵)$$

همانطور که انتظار می‌رود، تصحیحات اصلی و برجسته در $\langle \bar{h}^{\lambda\dagger} \bar{h}^{\lambda'} \rangle$ متناسب با $I \epsilon N_e^2$ است. برای محاسبه‌ی $\langle \bar{t}^{\lambda\dagger} \bar{t}^{\lambda'} \rangle$ ، از ترفندی مشابه آنچه برای مدهای آنتروپی انجام دادیم، عمل می‌کنیم. با یکی کردن قسمت‌های هامیلتونی برهم‌کنش و مقایسه‌ی هامیلتونی‌های برهم‌کنش جدید با آنچه که در بالا استفاده کردیم، نتایج زیر را برای مدهای تانسوری میدان پیمانه‌ای $\bar{t}^\lambda$ به دست می‌آوریم.

$$\Delta'^{(2)} \langle (\bar{t}^\lambda)^2 \rangle_{11} = \frac{16}{9 k^3 \tau_e^2} I \epsilon N_e^2,$$

$$\Delta'^{(2)} \langle (\bar{t}^\lambda)^2 \rangle_{12} = \frac{8}{9 k^3 \tau_e^2} I \epsilon N_e^2,$$

$$\Delta'^{(2)} \langle (\bar{t}^\lambda)^2 \rangle_{21} = -\frac{16}{9 k^3 \tau_e^2} I \epsilon N_e^2,$$

و

$$\Delta'^{(2)} \langle (\bar{t}^\lambda)^2 \rangle_{22} = -\frac{8}{9 k^3 \tau_e^2} I \epsilon N_e^2.$$

به‌طور خلاصه در تصحیحات بالا، می‌بینیم که آنها یکدیگر را حذف می‌کنند و بنابراین هیچ تصحیح $I \epsilon N_e^2$ به تابع دو نقطه‌ای $\bar{t}^\lambda$ وجود ندارد. تنها تصحیحات عمده متناسب با $I \epsilon N_e$ وجود دارد که آن را نادیده می‌گیریم چون بسیار کوچک است. آنچه که باقی می‌ماند، رابطه‌ی متقابل بین $\bar{h}^\lambda$ و $\bar{t}^\lambda$ است که به دست آمده است.

$$\begin{aligned} \Delta^{(1)} \langle h^{\lambda\dagger} \bar{t}^\lambda \rangle &= i \int_{\tau_0}^{\tau_e} d\tau_1 \left[H_I(\tau_1), h^\lambda(\tau) t^\lambda(\tau) \right] \\ &= -16 \sqrt{I \epsilon} \operatorname{Re} \left[i \int_{\tau_0}^{\tau_e} \left(\frac{1}{\tau_1} \right)^2 n(\tau_1) n^*(\tau_e) n(\tau_1) n^*(\tau_e) \right] \\ &+ 8 \sqrt{I \epsilon} \operatorname{Re} \left[i \int_{\tau_0}^{\tau_e} \left(\frac{1}{\tau_1} \right) n(\tau_1) n^*(\tau_e) n'(\tau_1) n^*(\tau_e) \right] \\ &= \frac{2 \sqrt{I \epsilon}}{k^3} \left(\frac{1}{\tau_e} \right)^2 N_e. \end{aligned} \quad (۸۵.۵)$$

با به دست آوردن تابع دو نقطه‌ای $\bar{h}^\lambda$ و $\bar{t}^\lambda$ و همبستگی متقابل آنها، می‌توانیم طیف توانی را به دست آوریم. طیف توانی مدهای تانسور گرانش معمولاً به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\sum_{+, \times} \langle h^{\lambda\dagger}(\tau, \mathbf{k}) h^{\lambda'}(\tau, \mathbf{k}') \rangle = 2 \langle h^{\lambda\dagger} h^\lambda \rangle \equiv \frac{2 \pi^2}{k^3} \mathcal{P}_h (2 \pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}'). \quad (۸۶.۵)$$

از معادله‌ی (۷۵.۵) رابطه‌ی $\langle h^{\lambda\dagger} h^\lambda \rangle = \frac{4 \langle \bar{h}^{\lambda\dagger} \bar{h}^\lambda \rangle}{a^4}$ را داریم، که بعد از جایگزین کردن از رابطه‌ی (۸۴.۵)، عبارت زیر را برای طیف توانی بدون بعد از مدهای تانسور گرانش به دست می‌آوریم.

$$\mathcal{P}_h = \mathcal{P}_h^{(\circ)} (1 + 16 I \epsilon N_e^2), \quad (۸۷.۵)$$

که رابطه‌ی زیر

$$\mathcal{P}_h^{(\circ)} \equiv \frac{2 H^2}{\pi^2 M_P^2}, \quad (۸۸.۵)$$

طیف توانی تانسوری استاندارد برای گراویتون‌ها^۱ است. با تعاریف مشابه برای $\mathcal{P}_t$ و $\mathcal{P}_{ht}$ ، روابط زیر را پیدا می‌کنیم.

$$\mathcal{P}_t = \mathcal{P}_h^{(\circ)}, \quad (۸۹.۵)$$

$$\mathcal{P}_{ht} = 4 \mathcal{P}_h^{(\circ)} \sqrt{I \epsilon} N_e. \quad (۹۰.۵)$$

جالب توجه است، از معادله‌ی (۸۹.۵) می‌بینیم که حالت‌های تانسوری از میدان پیمانه‌ای دقیقاً همان طیف توانی همانند حالت‌های تانسوری از بخش گرانش را دارند. با محاسبه‌ی اختلال خمش و طیف توانی تانسور گرانشی در معادله‌ی (۶۵.۵) و (۸۷.۵)، نسبت تانسور به طیف توانی اسکالر، با پارامتر r نشان داده شده است که توسط رابطه‌ی زیر داده می‌شود.

$$r \simeq 16 \epsilon (1 - 16 I N_e^2 + 16 I \epsilon N_e^2) \simeq 16 \epsilon (1 - 16 I N_e^2). \quad (۹۱.۵)$$

در نتیجه، اثرات میدان‌های پیمانه‌ای، مقدار r را در مقایسه با مدل‌های تک میدان، کاهش می‌دهد.

^۱Gravitons

فصل ۶

نقص پاریته در مدل تورم برداری همسانگرد

باور عمومی بر این است که در طول تورم ممکن است تعداد زیادی میدان به غیر از میدان اسکالر وجود داشته باشند که در دوره تورم تاثیرگذار هستند. با این وجود در صورتی که میدان‌ها در مقایسه با پارامتر هابل خیلی سنگین باشند، نقششان بسیار ناچیز است. در حالی که میدان‌های سبک یا نیمه سبک تاثیرات غیر بدیهی روی مشاهدات کیهان‌شناسی از جمله آمار دو نقطه‌ای (طیف توانی^۱) و سه نقطه‌ای^۲ می‌گذارند [۳، ۴]. بنابراین در طول دوره‌ی تورم علاوه بر تاثیر میدان اسکالر، نقش میدان‌های دیگر از جمله میدان‌های پیمانه‌ای یا برداری را باید در نظر گرفت. اما وجود میدان پیمانه‌ای سبب ایجاد مشکلات دیگری از جمله پس-زمینه‌ی ناهمسانگرد به علت انتخاب جهت مرجع و نیز رقیق شدن میدان‌های پیمانه‌ای در پس‌زمینه‌ی انبساطی به علت تقارن همدیس، می‌شود. خوشبختانه مشکل دوم اشاره شده در بالا را می‌توان با در نظر گرفتن جفت‌شدگی مانند تابعی از میدان اسکالر با جمله‌ی جنبشی میدان پیمانه‌ای رفع نمود، زیرا در این حالت تقارن همدیس شکسته خواهد شد. همچنین با انتخاب شکل مناسبی از تابع جفت‌شدگی، می‌توان چگالی انرژی میدان الکتریکی را تقریباً ثابت در نظر گرفت. بنابراین میدان پیمانه‌ای تا پایان دوره‌ی تورم تاثیرگذار است [۶]. علاوه بر این اختلالات میدان پیمانه‌ای تقریباً مقیاس ناوردا هستند، لذا می‌توانند سهمی در

^۱Power Spectrum

^۲Bispectrum

ایجاد اختلالات کیهانی داشته باشند. به ویژه این مدل‌های پیمانه‌ای مولد آمار چهار قطبی ناهمسانگرد هستند که در طرح تابش پس‌زمینه‌ی کیهانی قابل جستجو است [۷]. علاوه بر این می‌توان با اضافه کردن جملاتی که منجر به نقص پاریته می‌شوند، درجات آزادی مدل را به منظور تاثیر گذار بودن میدان برداری تا پایان تورم افزایش داد. در واقع این جملات سبب ایجاد دو مد با هلیسیتی چپگرد و راستگرد خواهند شد که به طور مستقل تحول پیدا می‌کنند. در نتیجه اثری از همبستگی مدهای قطبیده و در طرح پس‌زمینه کیهانی قابل مشاهده است [۲۱]. در این مقاله یک مدل تورمی شامل یک میدان اسکالر و سه‌گانه‌ای از میدان‌های پیمانه‌ای $A_\mu^{(a)}$ با تقارن $U(1)$ که $a = 1, 2, 3$ و $\mu = 0, 1, 2, 3$ می‌باشد را در نظر می‌گیریم. استفاده از سه‌گانه‌ی میدان‌های پیمانه‌ای با انتخاب مقادیر مناسب در پس‌زمینه، ایجاد یک پس‌زمینه‌ی همسانگرد را برای ما فراهم می‌سازد [۸]. بسیار شگفت‌انگیز است که تقارن موضعی شامل $U(1) \times U(1) \times U(1)$ معادل با تقارن $O(3)$ می‌باشد. همچنین به منظور شکست تقارن همدیس و نقص پاریته و به‌دست آوردن اختلالات مقیاس ناوردا، تابعی از میدان اسکالر را به عنوان جفت‌شدگی با میدان پیمانه‌ای و دوگان آن مشابه با مدل ناهمسانگرد، در نظر می‌گیریم.

۱.۶ مدل

در این قسمت به معرفی مدل و نیز خواص آن می‌پردازیم. با در نظر گرفتن کپی سه‌گانه از پیمانه $U(1)$ و جمله ناوردای شبه اسکالر [۲۱]، کنش به صورت

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} R - V(\phi) - \frac{1}{2} \nabla_\mu \phi \nabla^\mu \phi - \frac{f^2(\phi)}{4} F_{\mu\nu}^{(a)} F^{\mu\nu}_{(a)} - \frac{\gamma}{4} I^2(\phi) F_{\mu\nu}^{(a)} \tilde{F}^{\mu\nu}_{(a)} \right] \quad (1.6)$$

نوشته می‌شود که ضرایب جفت‌شدگی I و f به علت شکست تقارن همدیس اضافه شده‌اند. اکنون در پس‌زمینه FRW همسانگرد و نیز فرض نمودن $A_\mu^{(a)}(t) = A(t) \delta_\mu^a$ و $F_{\mu\nu}^{(a)} = \partial_\mu A_\nu^{(a)} - \partial_\nu A_\mu^{(a)}$ و $\tilde{F}^{(a)\mu\nu} = \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta}^{(a)}$ که $a = 1, 2, 3$ ، معادلات پس‌زمینه با روابط زیر داده می‌شوند.

$$\begin{aligned} \dot{A} &= \frac{q_0}{a} f^{-2} \quad (2.6) \\ \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} &= \frac{3q_0^2}{a^2} \left(\frac{f_{,\phi}}{f^3} \right) \\ 3M_P^2 H^2 &= \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V + \frac{3q_0^2}{2a^2 f^3}, \\ M_P^2 (2\dot{H} + 3H^2) &= -\left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} - V + \frac{q_0^2}{2a^2 f^3} \right) \end{aligned}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود جمله شبه اسکالر $F_{\mu\nu}^{(a)} \hat{F}^{\mu\nu}_{(a)}$ هیچ اثری بر معادلات پس‌زمینه ندارد ولی در قسمت اختلال اثر آن قابل مشاهده است. اکنون برای اینکه در دوره تورم پس‌زمینه شبه دوستیه باشد لازم است تا چگالی انرژی میدان برداری نسبت به چگالی انرژی

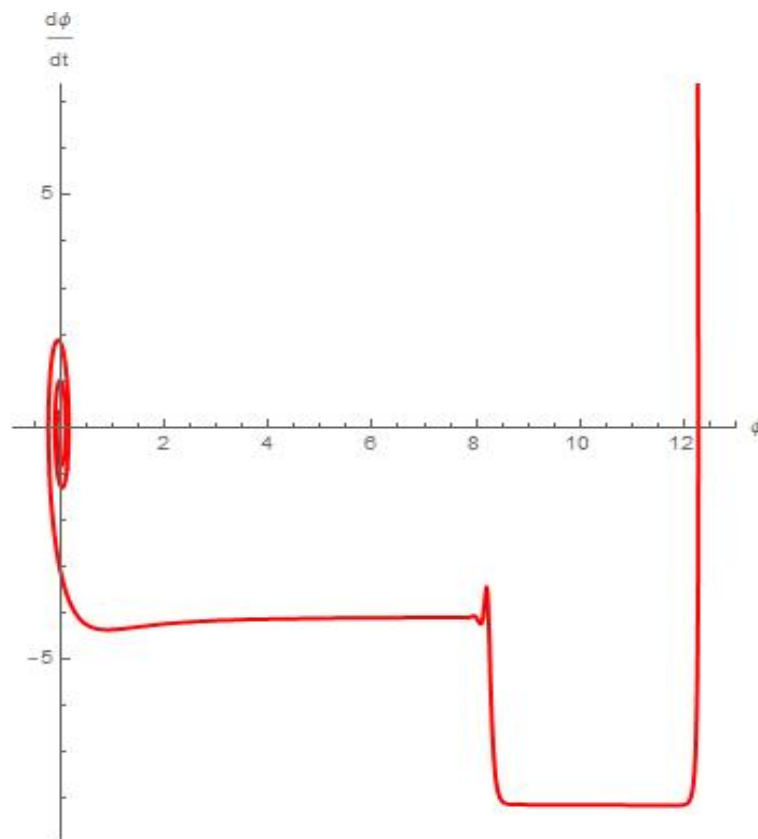
کل کوچک باشد.

$$R \equiv \frac{\rho_A}{\rho_\phi} \ll 1$$

در روشی مشابه با [۶]، برای این منظور باید رابطه‌ی زیر را لحاظ نمود.

$$f = I = \exp\left(\frac{2}{1-I} \int \frac{V}{V_{,\phi}} d\phi\right)$$

می‌توان دید که معادلات (۲.۶) منجر به حل جاذبه^۱ خواهد شد. همان‌گونه که در شکل (۱.۶) آمده در فاز اول تورم دو میدان اسکالر و برداری همراه با هم تحول می‌یابند اما با شروع فاز دوم ناگهان انرژی از میدان برداری به میدان اسکالر پمپ می‌شود و تورم با میدان اسکالر ادامه می‌یابد که منجر به حل جاذبه خواهد شد.



شکل ۱.۶: نمودار فاز مربوط به میدان اسکالر ϕ با تابع پتانسیل $V = \frac{1}{2}m^2\phi^2$ و با شرایط اولیه $I = 1/2$ و $m = 10^{-6}$ و $\phi_i = 11/2$ و $\dot{\phi}_i = 0$.

¹Attractor

۲.۶ اختلال اسکالر

در این بخش اختلالات اسکالر کنش (۱.۶) را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در مختصات همدیس متریک اختلالی به صورت

$$\delta g_{\circ\circ} = 2a^2\alpha, \delta g_{\circ i} = a^2(\partial_i\beta + B_i), \quad (3.6)$$

$$\delta g_{ij} = a^2(2\psi\delta_{ij} + 2\partial_i\partial_j E + \partial_i F_j + \partial_j F_i + h_{ij})$$

که شرایط بدون رد و مماسی برای مدهای برداری و تانسوری برقرار است. همچنین اختلالات مربوط به میدان برداری با معادلات زیر داده می‌شوند [۸].

$$\delta A_\circ^{(a)} = Y_a + \partial_a Y, \quad (4.6)$$

$$\delta A_i^{(a)} = \delta Q\delta_{ia} + \partial_i(\partial_a M + M_a) + \epsilon_{iab}(\partial_b U + U_b) + t_{ia}$$

اکنون با انتخاب پیمانه تخت ($\psi = \circ, E = \circ$) مدهای $(\alpha, \beta, \delta\phi, \delta Q, Y, U, M)$ مدهای اسکالر هستند. علاوه براین با توجه به تقارن $U(1)$ برای میدان برداری و بدون از دست دادن کلیات مسئله می‌توان $M = \circ$ در نظر گرفت. سپس با حذف مدل‌های اسکالر غیردینامیکی از کنش اختلالی مرتبه دوم و استفاده از روابط غلتش آرام،

$$\epsilon_V = \frac{1}{2}\left(\frac{V,\phi}{V}\right)^2 = \frac{\epsilon}{1-I} \quad \eta_V = \frac{V,\phi\phi}{V} = \frac{2I\epsilon}{1-I} + \eta \quad (5.6)$$

$$V(\phi) \approx 3H^2\left(1 - \frac{\epsilon}{6}(I+2)\right)$$

سرانجام به کنش اختلالی مرتبه دوم زیر خواهیم رسید.

$$\begin{aligned} S^{(2)} = & \frac{1}{2} \int d\tau d^3k \left[U_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 + 6\epsilon - 2\eta) \right] U_c'^2 \right. \\ & + \delta Q_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 + 6\epsilon - 2\eta) \right] \delta Q_c'^2 \\ & + \delta\phi_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 + 4I + 9\epsilon - 3\eta) \right] \delta\phi_c'^2 \\ & \left. + 8\sqrt{I} \left[\frac{1}{\tau^2} \delta\phi_c \delta Q_c + \frac{1}{\tau} \delta\phi_c' \delta Q_c \right] \right] \end{aligned} \quad (6.6)$$

در رابطه بالا مدهای اسکالر مدهای کانونیک هستند. لازم به ذکر است که در روابط بالا پارامتر I را کوچک در نظر گرفته‌ایم که در پایان انتظار چنین فرضی را توضیح خواهیم داد. همان‌طور که پیداست با یک مدل تورمی با سه میدان روبرو هستیم. لذا در روشی مشابه با [۴۰] می‌توان مدهای بی‌دررو و آنتروپی را با روابط زیر در نظر گرفت.

$$\delta\sigma_c = \cos\theta\delta\phi_c + \sin\theta\delta Q_c, \quad (7.6)$$

$$\delta s_c = -\sin\theta\delta\phi_c + \cos\theta\delta Q_c,$$

که در آن $\cos \theta \equiv \sqrt{1-I}$ و $\sin \theta \equiv -\sqrt{I}$ هستند. همچنین کمیت‌های ناوردای پیمانه‌ای انحناى اختلال ($\mathcal{R}$) و آنتروپی اختلال (S) به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$S \equiv -\frac{H}{\dot{\phi}} \cos \theta \delta s, \quad R \equiv -\frac{H}{\dot{\phi}} \cos \theta \delta \sigma \quad (۸.۶)$$

هدف ما یافتن طیف دونقطه‌ای برای مقادیر قابل مشاهده $\mathcal{R}$ و S است. برای این کار کنش را برحسب مدهای بی‌دررو و آنتروپی بازنویسی می‌کنیم.

$$\begin{aligned} S^{(2)} = & \frac{1}{\tau} \int d\tau d^3k [U_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 + 6\varepsilon - 2\eta) \right] U_c^2] \\ & + \delta\sigma_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 - 8I + 9\varepsilon - 3\eta) \right] \delta\sigma_c^2 \\ & + \delta s_c'^2 - \left[k^2 - \frac{1}{\tau^2} (2 + 12I + 6\varepsilon - 2\eta) \right] \delta s_c^2 \\ & + 8\sqrt{I} \left[\frac{1}{\tau^2} \delta\sigma_c \delta s_c - \frac{1}{\tau} \delta\sigma_c \delta s_c' \right] \\ & - 2\gamma \left[\frac{k}{\tau^2} (6 + 3I + 4\varepsilon) \delta s_c U_c \right] \end{aligned} \quad (۹.۶)$$

همانطور که پیداست نقش جمله پاریته، یعنی پارامتر γ سبب می‌شود تا هامیلتونی آزاد مربوط به این لاگرانژی غیر قطری شود. برای به‌دست وردن حل‌های مربوط به هامیلتونی آزاد ما نیازمند قطری کردن هامیلتونی هستیم. برای این منظور از تبدیلات زیر بهره می‌بریم.

$$\delta s_c = \frac{1}{\sqrt{2}} (\delta s_1 - \delta s_2), \quad U_c = \frac{1}{\sqrt{2}} (\delta s_1 + \delta s_2), \quad (۱۰.۶)$$

اکنون هامیلتونی آزاد به صورت زیر قطری خواهد شد.

$$\begin{aligned} S_{\text{free}}^{(2)} = & \frac{1}{\tau} \int d\tau d^3k \{ \delta\sigma_c'^2 - (k^2 - \frac{2}{\tau^2}) \delta\sigma_c^2 + \delta s_1'^2 - (k^2 + \frac{8\gamma k}{\tau} - \frac{2}{\tau^2}) \delta s_1^2 \\ & + \delta s_2'^2 - (k^2 - \frac{8\gamma k}{\tau} - \frac{2}{\tau^2}) \delta s_2^2 \} \end{aligned} \quad (۱۱)$$

لذا برای مد بی‌دررو $\delta\sigma_c(k)$ با شرایط اولیه مجانباً تخت حلی به صورت،

$$\delta\sigma_c(k) = \frac{ie^{-ik\tau}}{\sqrt{2}k^{\frac{3}{2}}\tau} (1 + ik\tau) \quad (۱۲.۶)$$

همچنین معادله‌ی حاکم بر مد δs_1 و δs_2 به صورت

$$\delta s_{1,2}'' + \left(k^2 \pm \frac{8\gamma k}{\tau} - \frac{2}{\tau^2} \right) \delta s_{1,2} = 0, \quad (۱۳.۶)$$

به‌دست می‌آید. در این رابطه علامت‌های مثبت و منفی به ترتیب مربوط به مدهای δs_1 و δs_2 هستند. به روشنی می‌توان دید که در حد $k\tau \rightarrow -\infty$ و $k\tau \rightarrow 0$ ، حل چنین معادله‌ای رفتاری مشابه با معادله‌ی استاندارد (۱۲.۶) دارد. با این وجود تصحیحات نقص پاریته (γ) حل‌های

میانی را به طور عمده ای تغییر خواهد داد. به طور کلی جواب های معادله ی (۱۳.۶) یک ترکیب خطی از توابع ویتکر^۱ $c_1 W_{\kappa, \mu}(\sqrt{2}ik\tau) + c_2 W_{\kappa, \mu}(\sqrt{2}ik\tau)$ هستند که

$$\kappa \equiv -4i\gamma, \quad \text{و} \quad \mu = \frac{3}{4}. \quad (14.6)$$

اگر مدهای فرکانسی مثبت را در نقاط خیلی عمیق داخل افق در نظر بگیریم در این صورت $c_2 = 0$ است. اکنون با توجه به شرط رونسکین^۲ یعنی $\delta s_1^* \delta s_1' - \delta s_1' \delta s_1^* = i$ و یا $\mathcal{W}[W_{\kappa, \mu}(z), W_{-\kappa, \mu}(e^{\pm \pi i} z)] = e^{\pm \kappa \pi i}$ مقدار $c_1 = -\frac{e^{\pm 2\pi\gamma}}{\sqrt{2}k}$ به دست می آید. بنابراین خواهیم داشت،

$$\delta s_{1,2}(\tau) = \frac{e^{\pm i\kappa\pi/4}}{\sqrt{2}k} W_{\kappa, \mu}(\sqrt{2}ik\tau) \quad (15.6)$$

همچنین لاگرانژی برهمکنشی نیز به صورت زیر به دست می آید.

$$S_{\text{int}}^{(2)} = \int d\tau d^3k \left\{ \frac{4\sqrt{2}\sqrt{I}}{\tau^2} \delta\sigma(\delta s_1 - \delta s_2) - \frac{2\sqrt{2}\sqrt{I}}{\tau} \delta\sigma(\delta s_1' - \delta s_2') \right. \\ \left. - \frac{2\gamma k I}{\tau} (\delta s_1^2 - \delta s_2^2) + \frac{3I}{\tau^2} (\delta s_2^2 + \delta s_1^2) - \frac{6I}{\tau^2} \delta s_1 \delta s_2 - \frac{4I}{\tau^2} \delta\sigma^2 \right\} \quad (16.6)$$

همان طور که پیداست به علت اینکه $I \ll 1$ هستند می توان جمله های جفت شده را به عنوان لاگرانژی اختلالی در نظر گرفت. بنابراین می توان از فرمالیسم برای یافتن همبستگی بین مدها بهره ببریم [۶۰]. برای این منظور ابتدا لازم است هامیلتونی برهم کنشی را برای لاگرانژی بالا داشته باشیم که در زیر آورده شده است.

$$H_I = \frac{2\gamma k I \delta s_1^2}{\tau} - \frac{2\gamma k I \delta s_2^2}{\tau} - \frac{3I \delta s_1^2}{\tau^2} + \frac{6I \delta s_2 \delta s_1}{\tau^2} - \frac{4\sqrt{2}\sqrt{I} \delta\sigma \delta s_1}{\tau^2} \\ - \frac{3I \delta s_2^2}{\tau^2} + \frac{12I \delta\sigma^2}{\tau^2} + \frac{4\sqrt{2}\sqrt{I} \delta s_2 \delta\sigma}{\tau^2} + \frac{2\sqrt{2}\sqrt{I} \delta\sigma \delta s_1'}{\tau} - \frac{2\sqrt{2}\sqrt{I} \delta\sigma \delta s_2'}{\tau} \quad (17.6)$$

اکنون با داشتن هامیلتونی بالا و نیز حل های هامیلتونی آزاد و استفاده از رابطه زیر برای طیف توانی مد بی دررو که به شکل زیر تعریف می شود.

$$\langle R^\dagger(\tau, k) R^\dagger(\tau_e, k') \rangle = \left(\frac{H}{\dot{\phi}} \right)^2 \cos^2 \theta \langle \delta\sigma^\dagger \delta\sigma \rangle \equiv \frac{2\pi^2}{k^3} P_R(2\pi)^3 \delta^{(3)}(k - k') \quad (18.6)$$

می توان طیف توانی جملات تصحیح شده طیف توانی P_R با رابطه زیر داده می شود.

$$P_R = P_R^{(0)} (1 + 32 f(\gamma) I N_e^2) \quad (19.6)$$

که در این رابطه

$$f(\gamma) \equiv \frac{1}{1 + 16\gamma^2} \frac{\sinh(\lambda\pi\gamma)}{\lambda\pi\gamma}, \quad (20.6)$$

¹Whittaker function

²Wronskian

می باشد. جمله تصحیح در معادله طیف توان از مرتبه IN_e^2 هست که ساختاری مشابه با مدهای ناهمسانگرد دارد. در مدل ناهمسانگرد طیف توانی با تصحیحی به صورت $\Delta P/P^{(0)} = g_* \cos^2(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{n}})$ که n جهت انتخاب شده در آسمان است، داده می شود. مشاهدات رصدی نشان می دهد $|g_*| \lesssim 10^{-2}$ است یعنی $I \lesssim 10^{-7}$ پیش بینی می شود [۴۴]. ما در مدل ما این قید روی I قدری کمتر خواهد شد. برای درک بهتر این موضوع نیاز به محاسبه شاخص طیفی است.

$$\Delta n_s = \Delta \left. \frac{d \ln P}{d \ln k} \right|_* = 32 IN_e \frac{d N_e}{d \ln k} = 32 f(\gamma) IN_e \quad (21.6)$$

برای مقیاس ناوردا بودن طیف توانی بایستی Δn_s از مرتبه ε و η باشد. بنابراین نتیجه می شود که $f(\gamma) I \lesssim \varepsilon / 10 N_e$ یعنی چیزی از مرتبه $10^{-6} \sim I \sim 10^{-4} \varepsilon$ و $\gamma \sim 10^{-3}$ است. لذا علاوه بر فرض اولیه برای کوچک گرفتن I بایستی γ نیز کوچک باشد. از سوی دیگر طیف توانی برای مدهای آنتروپی و نیز ترکیبی از مدهای آنتروپی و بی دررو به ترتیب با روابط زیر داده می شوند.

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{RS1,2} &= \mp \frac{4\sqrt{2}f(\gamma)}{1 + e^{\mp 4\pi\gamma}} \sqrt{IN_e} \mathcal{P}_R^{(0)}, \\ \mathcal{P}_{S1S2} &= \frac{28}{3} \frac{(1 - 48\gamma^2) f(\gamma)^2}{\cosh^2(4\pi\gamma)} IN_e \mathcal{P}_R^{(0)}. \end{aligned} \quad (22.6)$$

همان گونه که مشاهده می شود جملات تصحیح از مرتبه IN_e هستند. همچنین طیف توانی برای تک تک مدهای آنتروپی با یکدیگر با رابطه زیر داده می شود.

$$\mathcal{P}_{S1,2} = \frac{2f(\gamma)}{1 + e^{\mp 4\pi\gamma}} \mathcal{P}_R^{(0)} \left(1 - \frac{8}{3} \frac{(7 + 312\gamma^2) f(\gamma)}{1 + e^{\mp 4\pi\gamma}} IN_e \right) \quad (23.6)$$

همان طور که پیداست اثر جمله نقص پاریته در بر روی طرح پس زمینه کیهانی قابل ملاحظه می باشد. همچنین وجود جمله نقص پاریتی در لاگرانژی اثر قابل توجهی را در اختلالات تانسوری دارد. به طور خلاصه می توان گفت با جداسازی اختلالات اسکالر به مدهای بی دررو و آنتروپی، طیف توانی مربوط به انحنای اختلال تا مرتبه دوم N_e^2 و نیز طیف توانی آنتروپی اختلال و ترکیبی از این دو را تا مرتبه اول N_e تصحیح می شوند. علاوه بر این وجود جمله پاریته سبب افزایش ایجاد همبستگی میان مد آنتروپی و مد U_c می شود.

فصل ۷

نتیجه گیری و پیشنهادات

در این پایان نامه یک مدل تورمی شامل یک سه گانه از پیمانه‌ی $U(1)$ در نظر گرفتیم. میدان‌های پیمانه‌ای تقارن $U(1)$ موضعی را دارد اما ما همچنین یک تقارن $O(3)$ داخلی همراه با چرخش در فضای میدان داریم. این مدل ترکیبی از مدل‌های تورمی ناهمسانگرد و مدل‌های مبتنی بر میدان‌های غیر آبلی^۱ [۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹] است. به طور خاص، مدل ما با حد $g \rightarrow 0$ (یک پیمانه‌ی جفت شده است) میدان‌های غیر آبلی مطابقت دارد. مشابه با مدل‌های تورمی ناهمسانگرد، با جفت شدگی مناسب میدان‌های پیمانه‌ای به اینفلاتون، سیستم به یک فاز جذب می‌رسد که در آن چگالی انرژی میدان‌های پیمانه‌ای به کسر ثابتی از چگالی انرژی کل می‌رسد و اختلالات میدان پیمانه‌ای، مقیاس ناوردا می‌شود. ما اختلالات اسکالر را به حالت‌های آدیاباتیک و آنتروپی تجزیه می‌کنیم. تصحیحات از میدان‌های پیمانه‌ای به اختلالات خمش با معادله‌ی (۸۷.۵) داده می‌شود. همانطور که انتظار می‌رود، این ساختاری مشابه با مدل‌های تورمی ناهمسانگرد دارد، یعنی متناسب با IN_e^2 است. با این وجود، به دلیل همسانگردی پس زمینه، هیچ ناهمسانگردی آماری چهارگانه‌ای تولید نمی‌شود. ما همچنین تصحیحات را در شاخص طیفی محاسبه کردیم. برای داشتن طیف توانی اختلال خمیدگی تقریباً مقیاس ناوردا، ما نیاز داریم که $I \lesssim \epsilon/10 N_e \sim 10^{-4}$ باشد. این باید با مدل‌های تورمی ناهمسانگرد مقایسه شود که در آن دامنه‌ی ناهمسانگردی چهارگانه g_* توسط رابطه‌ی $g_* = 24 IN_e^2$ بیان می‌شود و نیاز $10^{-2} \lesssim |g_*|$ از مشاهدات CMB نیازمند این است که $I \lesssim 10^{-7}$

¹Non-Abelian

باشد. ما طیف توانی تانسور را هم برای این مدل محاسبه کردیم. علاوه بر تانسورهای که از اختلالات متریک می آیند، ما همچنین اختلالات تانسوری جدیدی از بخش میدانهای پیمانه‌ای نیز داریم. ما شاهد آن هستیم که طیف‌های مربوط به اختلال تانسور ماده دقیقاً با اختلالات تانسوری متریک خلا یکسان هستند. برهم‌کنش‌های بین ماده و اختلالات تانسور متریک، تصحیحات رادر طیف‌های موج گرانشی اولیه که در معادله‌ی (۶۵.۵) داده شده، ارائه می‌دهند. برخی از موضوعات وجود دارد که در آن مطالعه‌ی فعلی می‌تواند گسترش یابد. یک سوال طبیعی مدل غیر گاوسی^۱ است. به‌طور خاص، در مدل‌های تورمی ناهمسانگرد، غیر گاوسی ناهمسانگرد بزرگ تولید می‌شود. به همین ترتیب، ما انتظار داریم که نوعی غیر گاوسی موضعی قابل مشاهده در مدل ما تولید شده باشد. علاوه بر این، همبستگی‌های متقابل بین تانسور-اسکالر-اسکالر وجود دارد که ممکن است مفاهیم قابل توجهی مانند اثرات فسیلی داشته باشند [۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲]. یکی دیگر از پرسش‌های باز در مدل ما مکانیسم گرمایی^۲ است که مشخص نشده است. یک مکانیسم ساده، همانطور که در مکانیسم استاندارد دوره‌ی گرمایی، این است که در پایان تورم میدان‌های پیمانه‌ای به راحتی همه‌ی انرژی خود را به پرتوهای متداول یعنی فوتون و دیگر درجات آزادی در مدل استاندارد انتقال می‌دهند. گزینه‌ی دیگر این است که میدان‌های پیمانه‌ای از بین نمی‌روند (فرو نمی‌پاشند). در این مورد چگالی انرژی آن به صورت تابش است که به سرعت پس از انبساط جهان رقیق می‌شود. یکی دیگر از پرسش‌های باز در ترکیب ما، نقش اختلالات آنتروپی است. این سوال همچنین به سوال قبلی در مورد مکانیسم دوره‌ی گرمایی مرتبط است. از لحاظ مشاهدات، محدودیت‌های زیادی در اختلالات آنتروپی وجود دارد. بنابراین، مدل ما نباید باعث تولید اختلالات آنتروپی زیادی شود. برای مطالعه‌ی این سوال، ما باید مشخص کنیم که چگونه مکانیسم دوره‌ی گرمایی در این مدل کار می‌کند و اینکه آیا میدان‌های پیمانه‌ای به فوتون، باریون و... فرو می‌ریزد یا نه. در نهایت در این کار ما درباره‌ی مفاهیم نظری این مدل بحث نکردیم. یک پرسش جالب برای مطالعه، پیش‌بینی اختلالات دمایی CMB و قطبی شدن است. سهم حالت‌های آنتروپی و تصحیحات در طیف توانی تانسور اولیه، می‌تواند مفاهیم نظری جالبی در پرتو داده‌های CMB پلانک داشته باشد.

¹Non-Gaussianity²Reheating Mechanism

پیوست آ

متریک همگن و همسانگرد

هدفی که ما در علم کیهان‌شناسی داریم این است که دنیای پیرامون خود را توصیف کنیم، برای توصیف عالم اول از همه نیاز داریم که برای آن یک مدل تعریف کنیم. باید به این نکته توجه داشت که مدلی درست است که با مشاهدات ما هم‌خوانی داشته باشد.

در مقیاس $100 Mpc$ و بالاتر از آن دنیا را همگن و همسانگرد می‌بینیم، یعنی نمی‌توانیم برای جهات مختلف تفاوت قایل شویم. پس در ادامه باید به این سوال پاسخ دهیم که اگر دنیا همگن و همسانگرد باشد چگونه باید برای آن مدل تعریف کنیم؟ از چهار نیروی بنیادی موجود یعنی هسته‌ای قوی، هسته‌ای ضعیف، الکترومغناطیس و گرانش، در مقیاس‌های خیلی بزرگ نیروهای هسته‌ای قوی و هسته‌ای ضعیف کوتاه برد هستند پس اصلاً تاثیری ندارند، برای الکترومغناطیس هم می‌توان گفت که چون ما فکر می‌کنیم اشیاء ما خنثی هستند یعنی بار الکتریکی ندارند پس این هم موثر نیست. بنابراین چیزی که ما فرض می‌کنیم، فقط گرانش است.

حال که فقط نیروی گرانش برای ما حائز اهمیت است پس از نسبیت عام اینشتین هیلبرت استفاده می‌کنیم.

$$G_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} \quad (1.آ)$$

چیزی که باید بدانیم این است که هر شیء که برای ما قابل مشاهده است چه مقدار جرم دارد و فاصله‌ی آن با بقیه چقدر است یا واضح‌تر بگوییم این که باید بدانیم چه شکلی است؟

فاصله‌ای که ما می‌توانیم در فیزیک تعریف کنیم پایه و اساس آن متریک است، بنابراین باید از متریک استفاده کنیم و دینامیک متریک را معادله‌ی اینشتین می‌دهد. پس مرور می‌کنیم که ما می‌خواهیم برای دنیا یک نقشه تعیین کنیم (مدل تعریف کنیم) برای این که بتوانیم مدل تعریف کنیم باید فاصله‌ی اجرام از هم را بدانیم، برای این که فاصله را به دست آوریم باید المان طول یعنی ds^2 را داشته باشیم و در نهایت موجودی که به ما فاصله را می‌دهد متریک $g_{\mu\nu}$ است.

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (2.A)$$

که dx^μ و dx^ν مختصات فضا زمان هستند. و در کیهان‌شناسی به خاطر همگنی و همسانگردی از متریک $FLRW^1$ استفاده می‌کنیم. این متریک یک راه حل دقیق از معادلات میدانی اینشتین با نسبیت عام است. این متریک یک جهان همگن، همسانگرد و در حال گسترش را توصیف می‌کند. بایید به این امر توجه داشت که شکل کلی متریک از خصوصیات هندسی بهمین همگنی و همسانگردی به دست می‌آید. معادلات میدانی اینشتین فقط برای استخراج عامل مقیاس جهان (a) به عنوان تابعی از زمان مورد نیاز است. علاوه بر این، این مدل گاهی اوقات مدل استاندارد کیهان‌شناسی مدرن نامیده می‌شود، اگرچه چنین توصیفی با مدل توسعه یافته‌ی Λ CDM نیز همراه است.

۱.۱ متریک کلی

متریک FLRW با فرض همگنی و همسانگردی فضا شروع می‌شود. همچنین فرض می‌کند که مؤلفه مکانی متریک می‌تواند وابسته به زمان باشد. متریک کلی که این شرایط را برآورده می‌کند به شکل زیر است.

$$ds^2 = -dt^2 + \gamma_{ij} dx^i dx^j \quad (3.A)$$

که در آن γ_{ij} به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$\gamma_{ij} = \delta_{ij} + k \frac{x_i x_j}{1 - kx^2} \quad (4.A)$$

که پارامتر k می‌تواند مقادیر صفر (جهان تخت)، مثبت یک (جهان کروی) و منفی یک (جهان هذلولی) را داشته باشد. که برای فضا زمان تخت یعنی $k = 0$ داریم.

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (5.A)$$

حال اگر به مختصات کروی برویم متریک را برای هر k می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$ds^2 = -dt^2 + \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} \right) + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (6.A)$$

¹Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker

اکنون ما می‌توانیم مختصات شعاعی خود را به مختصات همراه تغییر دهیم.

$$r(t) = a(t)r$$

با این تغییرات ما در نهایت به متریک FRW می‌رسیم.

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (۷.آ)$$

۲.آ انحنا

برای فضا زمان تخت ($k=0$)، با استفاده از مختصات دکارتی، مولفه‌های باقی‌مانده از تانسور ریچی به شکل زیر هستند.

$$R_{tt} = -3\frac{\ddot{a}}{a}, \quad R_{xx} = R_{yy} = R_{zz} = (a\ddot{a} + 2\dot{a}^2)$$

و پارامتر اسکالر ریچی به صورت زیر بیان می‌شود.

$$R = 6 \left(\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} + \frac{\dot{a}^2(t)}{a^2(t)} \right)$$

۱.۲.آ مختصات کروی

اکنون اگر مختصات دکارتی را به مختصات کروی تغییر دهیم، می‌توان مولفه‌های باقی‌مانده تانسور ریچی را به شکل زیر بیان کرد.

$$\begin{aligned} R_{tt} &= -3\frac{\ddot{a}}{a}, \\ R_{rr} &= \frac{a(t)\ddot{a}(t) + 2\dot{a}^2(t) + 2k}{1 - kr^2} \\ R_{\theta\theta} &= r^2(a(t)\ddot{a}(t) + 2\dot{a}^2(t) + 2k) \\ R_{\phi\phi} &= r^2(a(t)\ddot{a}(t) + 2\dot{a}^2(t) + 2k)\sin^2(\theta) \end{aligned}$$

و رابطه‌ی زیر پارامتر اسکالر ریچی را در مختصات کروی بیان می‌کند.

$$R = 6 \left(\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} + \frac{\dot{a}^2(t)}{a^2(t)} + \frac{k}{a^2(t)} \right)$$

۳.آ معادلات فریدمان

متریک براساس معادلات میدانی اینشتین برای محاسبه‌ی هندسه فضا زمان تولید شده توسط توزیع مشخصی از جرم و انرژی به شکل زیر تکامل می‌یابد.

$$G_{\mu\nu} = \Lambda\pi GT_{\mu\nu} \quad (۸.آ)$$

جایی که $T_{\mu\nu}$ یک تانسور ماده و انرژی است که تأثیر توزیع جرم و انرژی بر انحنای فضا را ارزیابی می کند ، همانطور که از نظر ریاضی توسط تانسور انیشتین توضیح داده شده است و می توان آن را به صورت زیر تعریف کرد.

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \quad (9. \bar{A})$$

جایی که $R_{\mu\nu}$ و R به ترتیب تانسور ریچی و اسکالر ریچی هستند. با استفاده از نماد تانسور ، می توان معادلات متریک را بطور کلی به صورت زیر نوشت.

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu \quad (10. \bar{A})$$

که در آن $g_{\mu\nu}$ تانسور متریک است و جمع روی μ و ν را شامل می شود. تانسور متریک تمام اطلاعات مربوط به هندسه ذاتی فضا را شامل می شود. اجزای متریک FRW را می توان به عنوان یک ماتریس قطری نوشت.

$$g_{00} = 1, \quad g_{11} = -\frac{a^2}{1 - kr^2}, \quad g_{22} = -a^2 r^2, \quad g_{33} = -a^2 r^2 \sin^2 \theta$$

برای یک ناظر همراه، مولفه‌ی زمان-زمان T_{00} و مولفه‌ی فضا-فضا T_{11} از تانسور انرژی-استرس $T_{\mu\nu}$ در سمت راست معادله‌ی (۹.۱) به شکل زیر تعریف می شوند.

$$T_{00} = \rho, \quad T_{11} = \frac{pa^2}{1 - kr^2} \quad (11. \bar{A})$$

جایی که ρ و p به ترتیب چگالی و فشار هستند. در سمت چپ معادله‌ی میدانی اینشتین ما نیاز داریم که G_{00} و G_{11} به ترتیب با T_{00} و T_{11} برابر شوند. نتیجه یک مشتق نسبتاً طولانی روابط زیر را برای ما می سازد.

$$G_{00} = \frac{3}{a^2}(\dot{a}^2 + k) \quad (12. \bar{A})$$

$$G_{11} = -\frac{(2a\ddot{a} + \dot{a}^2 + k)}{1 - kr^2} \quad (13. \bar{A})$$

با جای گذاری روابط (۱۱.۱)، (۱۲.۱) و (۱۳.۱) در (۸.۱)، ما دو رابطه‌ی دینامیکی مستقل برای تحول زمانی عامل مقیاس کیهانی $a(t)$ را به دست می آوریم.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{\Lambda\pi G}{3}\rho \quad (14. \bar{A})$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = -\Lambda\pi Gp \quad (15. \bar{A})$$

معادله‌ی اول فریدمان (۱۴.آ) نشان می‌دهد که نرخ انبساط کیهان، $\dot{a}$ ، با تراکم جرم عالم افزایش می‌یابد. با کم کردن آن از معادله‌ی دوم فریدمان (۱۵.آ) معادله‌ی شتاب را می‌توان به‌دست آورد.

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \quad (۱۶.آ)$$

که رابطه‌ی بالا نشان می‌دهد با افزایش فشار و چگالی انرژی، چه جرم و انرژی تابشی، شتاب انبساط کیهان کاهش می‌یابد.

در زمان حال t_0 با تعریف $\Omega_0 = \rho_0 / \rho_c$ (جایی که ρ_0 چگالی بحرانی^۱ است که به صورت $\rho_{crit} = \frac{3}{8\pi G} H_0^2$ تعریف می‌شود)، معادله‌ی فریدمان (۱۴.آ) به رابطه‌ی زیر تبدیل می‌شود.

$$\dot{a}_0^2 = \frac{\Lambda\pi G}{3} a_0^2 \rho_0 - k = H_0^2 a_0^2 \Omega_0 - k \quad (۱۷.آ)$$

اگر رابطه‌ی زیر را در نظر بگیریم.

$$k = H_0^2 a_0^2 (\Omega_0 - 1) \quad (۱۸.آ)$$

به معادله‌ی (۱۴.آ) می‌رسیم. معادله‌ی (۱۸.آ) صریحا رابطه‌ی پارامتر انحنای k ، را در متریک (۷.آ) و پارامتر چگالی امروزی Ω_0 را نشان می‌دهد، برای مقادیر مختلف k یعنی $+$ ، 0 و -1 به ترتیب با یک چگالی فوق بحرانی $\Omega_0 > 1$ ، یک چگالی بحرانی $\Omega_0 = 1$ و یک چگالی زیر بحرانی $0 < \Omega_0 < 1$ مطابقت دارد.

۴.آ ثابت کیهان‌شناسی

پیش از کشف انبساط کیهانی توسط هابل در سال ۱۹۲۹، تصور می‌شد که جهان ایستا است. این بدان معناست که فاکتور مقیاس $a \neq f(t)$ اما a_0 یک ثابت است، به طوری که $\dot{a} = \ddot{a} = 0$ (و سن جهان بی‌نهایت است).

دو معادله‌ی فریدمان (۱۴.آ و ۱۵.آ) به معادله‌ی زیر کاهش می‌یابد.

$$\frac{k}{a^2} = \frac{\Lambda\pi G}{3} \rho_0 = -\Lambda\pi G p_0 \quad (۱۹.آ)$$

توجه داشته باشید از آنجا که ρ_0 باید عددی مثبت باشد، پارامتر k باید $+1$ باشد. که این امر منجر به نتیجه‌ای شگفت‌انگیز می‌شود که فشار ماده p_0 منفی است.

اینشتین در سال ۱۹۱۷ با معرفی یک ترم ناوردای لورنتز ثابت $\Lambda g_{\mu\nu}$ در معادله‌ی قدیمی خود (۸.آ) این امر را اصلاح کرد و رابطه‌ی خود را به شکل زیر بازنویسی کرد.

$$G_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = \Lambda\pi G T_{\mu\nu} \quad (۲۰.آ)$$

^۱Critical Density

در مقابل با دو ترم ایجاد شده‌ی تانسور اینشتین $G_{\mu\nu}$ در معادله‌ی (۹.آ) ترم $\Lambda g_{\mu\nu}$ در حد فضا زمان تخت از بین نمی‌رود. با اضافه کردن این پارامتر، معادلات فریدمان به شکل زیر در می‌آید.

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{\Lambda\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} \quad (21.آ)$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = -\Lambda\pi Gp + \Lambda \quad (22.آ)$$

زمانی که معادلات فریدمان را به این شکل می‌نویسیم، می‌توانیم ببینیم که $\Lambda c^2/\Lambda\pi G$ به یک چگالی انرژی، چگالی انرژی خلا^۱ مربوط می‌شود که می‌توان آن را به شکل زیر بیان کرد.

$$\Lambda = \Lambda\pi G\rho_{vac} \quad (23.آ)$$

همچنین به طور مشابه، $\Lambda c^4/\Lambda\pi G$ با یک ترم فشار مطابقت دارد. یک مقدار مثبت Λ مطابق با نیروی دافعه است که با جاذبه‌ی گرانش مطابق است همانطور که توسط اینشتین گفته شد، Λ منفی به یک نیروی جاذب اضافی مربوط می‌شود.

¹Vacum Energy Density

مراجع

- [1] Y. Akrami *et al.* [Planck Collaboration], *Planck 2018 results. X. Constraints on inflation* [arXiv:1807.06211 [astro-ph.CO]].
- [2] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], *Planck 2015 results. XX. Constraints on inflation*, *Astron. Astrophys.* **594**, A20 (2016), [arXiv:1502.02114 [astro-ph.CO]].
- [3] X. Chen and Y. Wang, “Quasi-Single Field Inflation and Non-Gaussianities,” *JCAP* **1004**, 027 (2010), [arXiv:0911.3380 [hep-th]].
- [4] T. Noumi, M. Yamaguchi and D. Yokoyama, “Effective field theory approach to quasi-single field inflation and effects of heavy fields,” *JHEP* **1306**, 051 (2013), [arXiv:1211.1624 [hep-th]].
- [5] R. Emami, “Spectroscopy of Masses and Couplings during Inflation,” *JCAP* **1404**, 031 (2014) doi:10.1088/1475-7516/2014/04/031 [arXiv:1311.0184 [hep-th]].
- [6] M. a. Watanabe, S. Kanno and J. Soda, “Inflationary Universe with Anisotropic Hair,” *Phys. Rev. Lett.* **102**, 191302 (2009), [arXiv:0902.2833 [hep-th]].
- [7] S. Kanno, J. Soda, M. -a. Watanabe, “Anisotropic Power-law Inflation,” *JCAP* **1012**, 024 (2010). [arXiv:1010.5307 [hep-th]].
- [8] R. Emami, S. Mukohyama, R. Namba and Y. l. Zhang, “Stable solutions of inflation driven by vector fields,” *JCAP* **1703**, no. 03, 058 (2017), [arXiv:1612.09581 [hep-th]].
- [9] A. A. Penzias and R. W. Wilson, “A Measurement of excess antenna temperature at 4080-Mc/s,” *Astrophys. J.* **142** (1965) 419. doi:10.1086/148307
- [10] D. J. Fixsen, E. S. Cheng, J. M. Gales, J. C. Mather, R. A. Shafer and E. L. Wright, “The Cosmic Microwave Background spectrum from the full COBE FIRAS data set,” *Astrophys. J.* **473**, 576 (1996) doi:10.1086/178173 [astro-ph/9605054].

-
- [11] C. L. Bennett *et al.* [WMAP Collaboration], “First year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: Preliminary maps and basic results,” *Astrophys. J. Suppl.* **148** (2003) 1 doi:10.1086/377253 [astro-ph/0302207].
- [12] E. Komatsu *et al.* [WMAP Collaboration], “Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation,” *Astrophys. J. Suppl.* **192**, 18 (2011) doi:10.1088/0067-0049/192/2/18 [arXiv:1001.4538 [astro-ph.CO]].
- [13] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], “Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters,” *Astron. Astrophys.* **571**, A16 (2014) doi:10.1051/0004-6361/201321591 [arXiv:1303.5076 [astro-ph.CO]].
- [14] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], “Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters,” *Astron. Astrophys.* **594**, A13 (2016) doi:10.1051/0004-6361/201525830 [arXiv:1502.01589 [astro-ph.CO]].
- [15] A. H. Guth, *Phys. Rev. D* **23** (1981) 347 [Adv. Ser. Astrophys. Cosmol. **3** (1987) 139]. doi:10.1103/PhysRevD.23.347
- [16] D. Baumann, “Primordial Cosmology,” *PoS TASI* **2017** (2018) 009 doi:10.22323/1.305.0009 [arXiv:1807.03098 [hep-th]].
- [17] Dodelson, S., “Modern cosmology,” - 2003. Academic. Press.
- [18] Peter, P., “Primordial Cosmology,” - 2013. Oxford University Press.
- [19] J. M. Bardeen, “Gauge Invariant Cosmological Perturbations,” *Phys. Rev. D* **22** (1980) 1882. doi:10.1103/PhysRevD.22.1882
- [20] E. Hubble, “A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae,” *Proc. Nat. Acad. Sci.* **15**, 168 (1929). doi:10.1073/pnas.15.3.168
- [21] C. Caprini and L. Sorbo, “Adding helicity to inflationary magnetogenesis,” *JCAP* **1410** (2014) no.10, 056 doi:10.1088/1475-7516/2014/10/056 [arXiv:1407.2809 [astro-ph.CO]].
- [22] A. Golovnev, V. Mukhanov and V. Vanchurin, “Vector Inflation,” *JCAP* **0806**, 009 (2008), [arXiv:0802.2068 [astro-ph]].

- [23] M. Henneaux, “Remarks On Space-time Symmetries And Nonabelian Gauge Fields,” J. Math. Phys. **23**, 830 (1982).
- [24] . R. Contaldi, M. Peloso and L. Sorbo, “Suppressing the impact of a high tensor-to-scalar ratio on the temperature anisotropies,” JCAP **1407**, 014 (2014) [arXiv:1403.4596 [astro-ph.CO]].
- [25] E. Komatsu et al. [WMAP Collaboration], “Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Initial Results I: Maps and Primary Anisotropy,” arXiv:0803.0547 [astro-ph].
- [26] D. Baumann et al. [CMBPol Study Team Collaboration], “CMBPol Mission Concept Study: Probing Inflation with CMB Polarization,” arXiv:0811.3919 [astro-ph]; M. Satoh, S. Kanno and J. Soda, “Circular Polarization of Primordial Gravitational Waves in String-inspired Phys. Rev. D **77**, 023526 (2008); M. Satoh and J. Soda, “Higher Curvature Corrections to Primordial Fluctuations in Slow-roll JCAP **0809**, 019 (2008).
- [27] E. A. Lim, “Can we see Lorentz-violating vector fields in the CMB?,” Phys. Rev. D **71**, 063504 (2005) [arXiv:astro-ph/0407437]; S. Kanno and J. Soda, “Lorentz violating inflation,” Phys. Rev. D **74**, 063505 (2006); Arianto, F. P. Zen, B. E. Gunara, Triyanta and Supardi, “Some Impacts of Lorentz Violation on Cosmology,” JHEP **0709**, 048 (2007); T. S. Koivisto and D. F. Mota, “Vector Field Models of Inflation and Dark Energy,” arXiv:0805.4229 [astro-ph]; S. Koh and B. Hu, “Timelike Vector Field Dynamics in the Early Universe,” arXiv:0901.0429 [hep-th].
- [28] R. W. Wald, “Asymptotic behavior of homogeneous cosmological models in the presence of a Phys. Rev. D **28**, 2118 (1983).
- [29] A. Golovnev, V. Mukhanov and V. Vanchurin, “Vector Inflation,” JCAP **0806**, 009 (2008) [arXiv:0802.2068 [astro-ph]];
- [30] S. Kanno, M. Kimura, J. Soda and S. Yokoyama, “Anisotropic Inflation from Vector Impurity,” JCAP **0808**, 034 (2008).
- [31] B. Himmetoglu, C. R. Contaldi and M. Peloso, “Instability of anisotropic cosmological solutions supported by vector arXiv:0809.2779 [astro-ph]; B. Himmetoglu, C. R. Contaldi and M. Peloso, “Instability of the ACW model, and problems with massive vectors during arXiv:0812.1231 [astro-ph].

- [32] M. S. Turner and L. M. Widrow, “Inflation Produced, Large Scale Magnetic Fields,” Phys. Rev. D **37**, 2743 (1988); K. Bamba and J. Yokoyama, “Large-scale magnetic fields from inflation in dilaton electromagnetism,” Phys. Rev. D **69**, 043507 (2004) [arXiv:astro-ph/0310824]; K. Bamba and M. Sasaki, “Large-scale magnetic fields in the inflationary universe,” JCAP **0702**, 030 (2007) [arXiv:astro-ph/0611701].
- [33] J. Martin and J. Yokoyama, “Generation of Large-Scale Magnetic Fields in Single-Field Inflation,” JCAP **0801**, 025 (2008).
- [34] A. R. Pullen and M. Kamionkowski, “Cosmic Microwave Background Statistics for a Direction-Dependent Primordial Phys. Rev. D **76**, 103529 (2007); N. E. Groeneboom and H. K. Eriksen, “Bayesian analysis of sparse anisotropic universe models and application to Astrophys. J. **690**, 1807 (2009); C. Armendariz-Picon and L. Pekowsky, “Bayesian Limits on Primordial Isotropy Breaking,” arXiv:0807.2687 [astro-ph].
- [35] S. Yokoyama and J. Soda, JCAP **0808**, 005 (2008); K. Dimopoulos, D. H. Lyth and Y. Rodriguez, arXiv:0809.1055 [astro-ph]; T. Kahniashvili, G. Lavrelashvili and B. Ratra, “CMB Temperature Anisotropy from Broken Spatial Isotropy due to an Phys. Rev. D **78**, 063012 (2008).
- [36] J. M. Maldacena, “Non-Gaussian features of primordial fluctuations in single field JHEP **0305**, 013 (2003).
- [37] L. Ackerman, S. M. Carroll and M. B. Wise, “Imprints of a Primordial Preferred Direction on the Microwave Background,” Phys. Rev. D **75**, 083502 (2007).
- [38] D. Seery, “Magnetogenesis and the primordial non-gaussianity,” arXiv:0810.1617 [astro-ph].
- [39] D. V. Galtsov and M. S. Volkov, “Yang-Mills cosmology: Cold matter for a hot universe,” Phys. Lett. B **256**, 17 (1991).
- [40] C. Gordon, D. Wands, B. A. Bassett and R. Maartens, “Adiabatic and entropy perturbations from inflation,” Phys. Rev. D **63**, 023506 (2001) doi:10.1103/PhysRevD.63.023506 [astro-ph/0009131].
- [41] D. Wands, K. A. Malik, D. H. Lyth and A. R. Liddle, “A New approach to the evolution of cosmological perturbations on large scales,” Phys. Rev. D **62**, 043527 (2000), [astro-ph/0003278].

- [42] M. a. Watanabe, S. Kanno and J. Soda, “The Nature of Primordial Fluctuations from Anisotropic Inflation,” *Prog. Theor. Phys.* **123** 1041 (2010) [arXiv:1003.0056 [astro-ph.CO]].
- [43] N. Bartolo, S. Matarrese, M. Peloso and A. Ricciardone, “The anisotropic power spectrum and bispectrum in the $f(\phi)F^2$ mechanism,” *Phys. Rev. D* **87**, 023504 (2013). [arXiv:1210.3257 [astro-ph.CO]].
- [44] R. Emami and H. Firouzjahi, “Curvature Perturbations in Anisotropic Inflation with Symmetry Breaking,” *JCAP* **1310**, 041 (2013) [arXiv:1301.1219 [hep-th]].
- [45] A. A. Abolhasani, R. Emami, J. T. Firouzjaee and H. Firouzjahi, “ δN formalism in anisotropic inflation and large anisotropic bispectrum and trispectrum,” *JCAP* **1308**, 016 (2013).
- [46] P. A. R. Ade *et al.* [Planck Collaboration], “Planck 2015 results. XVI. Isotropy and statistics of the CMB,” *Astron. Astrophys.* **594**, A16 (2016) . [arXiv:1506.07135 [astro-ph.CO]].
- [47] J. Kim and E. Komatsu, “Limits on anisotropic inflation from the Planck data,” *Phys. Rev. D* **88**, 101301 (2013) [arXiv:1310.1605 [astro-ph.CO]].
- [48] L. Dai, D. Jeong and M. Kamionkowski, “Anisotropic imprint of long-wavelength tensor perturbations on cosmic structure,” *Phys. Rev. D* **88**, no. 4, 043507 (2013), [arXiv:1306.3985 [astro-ph.CO]].
- [49] E. Dimastrogiovanni, M. Fasiello, D. Jeong and M. Kamionkowski, “Inflationary tensor fossils in large-scale structure,” *JCAP* **1412**, 050 (2014), [arXiv:1407.8204 [astro-ph.CO]].
- [50] M. Akhshik, “Clustering Fossils in Solid Inflation,” *JCAP* **1505**, no. 05, 043 (2015), [arXiv:1409.3004 [astro-ph.CO]].
- [51] E. Dimastrogiovanni, M. Fasiello and M. Kamionkowski, “Imprints of Massive Primordial Fields on Large-Scale Structure,” *JCAP* **1602**, 017 (2016), [arXiv:1504.05993 [astro-ph.CO]].
- [52] R. Emami and H. Firouzjahi, “Clustering Fossil from Primordial Gravitational Waves in Anisotropic Inflation,” *JCAP* **1510**, no. 10, 043 (2015). [arXiv:1506.00958 [astro-ph.CO]].

- [53] A. Maleknejad and M. M. Sheikh-Jabbari, “Gauge-flation: Inflation From Non-Abelian Gauge Fields,” *Phys. Lett. B* **723**, 224 (2013), [arXiv:1102.1513 [hep-ph]].
- [54] P. Adshead and M. Wyman, “Chromo-Natural Inflation: Natural inflation on a steep potential with classical non-Abelian gauge fields,” *Phys. Rev. Lett.* **108**, 261302 (2012), [arXiv:1202.2366 [hep-th]].
- [55] A. Maleknejad, “Chiral Gravity Waves and Leptogenesis in Inflationary Models with non-Abelian Gauge Fields,” *Phys. Rev. D* **90**, no. 2, 023542 (2014) [arXiv:1401.7628 [hep-th]].
- [56] A. Agrawal, T. Fujita and E. Komatsu, “Large tensor non-Gaussianity from axion-gauge field dynamics,” *Phys. Rev. D* **97**, no. 10, 103526 (2018), [arXiv:1707.03023 [astro-ph.CO]].
- [57] A. Agrawal, T. Fujita and E. Komatsu, “Tensor Non-Gaussianity from Axion-Gauge-Fields Dynamics : Parameter Search,” *JCAP* **1806**, no. 06, 027 (2018) doi:10.1088/1475-7516/2018/06/027 [arXiv:1802.09284 [astro-ph.CO]].
- [58] A. Maleknejad and E. Komatsu, “Production and Backreaction of Spin-2 Particles of $SU(2)$ Gauge Field during Inflation,” arXiv:1808.09076 [hep-ph].
- [59] E. Dimastrogiovanni, M. Fasiello, R. J. Hardwick, H. Assadullahi, K. Koyama and D. Wands, “Non-Gaussianity from Axion-Gauge Fields Interactions during Inflation,” arXiv:1806.05474 [astro-ph.CO].
- [60] S. Weinberg, “Quantum contributions to cosmological correlations,” *Phys. Rev. D* **72** (2005) 043514 doi:10.1103/PhysRevD.72.043514 [hep-th/0506236].

Aabstract

In this thesis, we present a model of inflation containing the inflaton field and a triplet of $U(1)$ gauge fields. In addition to the local $U(1)$ symmetries, the gauge fields enjoy an internal $O(3)$ symmetry supporting the isotropic FRW solution. With an appropriate coupling between the gauge fields and the inflaton field, the system reaches an attractor regime in which the gauge fields furnish a small constant fraction of the total energy density. We decompose the scalar perturbations into the adiabatic and entropy modes and calculate the contributions of the gauge fields into the curvature perturbations power spectrum. We also calculate the entropy power spectrum and the adiabatic-entropy cross correlation. In addition to the metric tensor perturbations, there are tensor perturbations associated with the gauge field perturbations which also source the primordial gravitational wave perturbations.

Moreover, we add the pseudoscalar invariant $F_{\mu\nu}^{(a)} \tilde{F}_{(a)}^{\mu\nu}$ to our model in order to violate the parity symmetry. Indeed, this term gives us more freedom in tuning the amplitude of the vector fields at the end of the inflation. By decomposing the scalar perturbations into the adiabatic and entropy modes, we calculate the curvature perturbations power spectrum, the entropy power spectrum and the mixed of them. The results show that the parity violating term leads to enhance the cross-correlation between entropy perturbation and the scalar mode.

Key Words: Anisotropic vector inflation, Parity violation, Power Spectrum



Faculty Of Physics

MSc Thesis in Particle Physics and Quantum Field
Theory

Isotropic Gauge Inflation with General Potentials

By: Masoud Rezaei

Supervisor:

Seyed Ali Hosseini Mansoori

Advisor:

Mohammad Ali Gorji

September 2019