بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده فیزیک و مهندسی هسته‌ای

رشته فیزیک، گرایش هسته ای

رساله‌ی دکتری

بررسی گسیل آلفایی هسته‌های گرم و سرد با مدل پتانسیل تقریبی

نگارنده: سیده سمیرا حسینی

استاد راهنما

دکتر حسن حسن آبادی

تیر ۱۳۹۸

تقدیم به

پدر و مادر ارزشمندم به پاس زحمات بی‌شائبه آنها

، همسر فداکارم و

به وجود دلنشین پسرم

سپاس و قدردانی

خدای خویش را حمد و سپاس گویم که در این راه، قدرت بی پایانش را به سمتم جاری ساخت. سپاسگزارم بخاطر افتخاری که نصیبم شد در خدمت استاد گرانقدرم آقای دکتر حسن حسن آبادی باشم و با القای آرامش، صبوری و توکل بر خدا در تمام مراحل این راه باعث انگیزه و قوت قلبی من بوده‌اند. از زحمات پدر و مادر عزیزم قدردانی می‌کنم که همیشه دعای خیر آنها در همه حال در سراسر زندگی‌ام همراهم بوده و باعث امید و انگیزه من در مسیر زندگی‌ام می‌باشند. از همسر مهربان و فداکارم تشکر می‌کنم که در تمام این راه همراه و باعث قوت قلب من بوده‌اند.

سیده سمیرا حسینی

تیر ۱۳۹۸

تعهدنامه

اینجانب **سیده سمیرا حسینی** دوره **دکتری** در رشته‌ی **فیزیک هسته‌ای** دانشکده **فیزیک و مهندسی هسته‌ای** در دانشگاه **صنعتی شاهرود** نویسنده پایان‌نامه: **بررسی گسیل آلفایی هسته‌های گرم و سرد با مدل پتانسیل تقریبی** تحت راهنمایی **حسن حسن آبادی** متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان‌نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا « **Shahrood University of Technology** » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تاثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجودات زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.

سیده سمیرا حسینی

تیر ماه ۱۳۹۸

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

در این رساله به یکی از مهمترین مدهای واپاشی هسته‌ای، "واپاشی آلفا"، برای هسته‌های مختلف پرداخته شده است. هدف از این رساله، بررسی خواص هسته‌ای مانند مد واپاشی و نیمه عمر حالت پایه، شعاع، اسپین-پاریته، اثرات لایه‌ای و حالت‌های برانگیخته است. همچنین کمیت‌های فیزیکی مهم مانند نسبت انشعابی و فاکتور پیش‌تشکیل آلفا محاسبه شده‌اند. همچنین واپاشی آلفا از طریق نظریه‌ی مکانیک کوانتومی و تقریب WKB با استفاده مدل پتانسیل مجاورت و کولنی تعمیم‌یافته به عنوان سد در مقابل ذره‌ی آلفا، مورد بررسی قرار گرفته است و برای داشتن یک مدل خوب باید اثرات تکانه‌ی زاویه‌ای اوربیتالی ذره‌ی آلفا را اندازه گرفت. همچنین برای ارزیابی نتایج بدست آمده، با مدل‌های نظری و نیمه تجربی و نیز با داده‌های تجربی، مقایسه نموده‌ایم. واپاشی آلفا برای دو حالت در نظر گرفته شده است، هسته در حالت پایه (مستقل از دما) یعنی بدون در نظر گرفتن اثرات دمایی ($T=0$)، و دوم هسته در حالت برانگیخته (هسته داغ) یعنی وابسته به دما ($T\neq 0$) مورد مطالعه قرار دادیم. بررسی سیستم‌های مرکب داغ در انرژی‌های برانگیخته از نظر دمایی، یکی از جالب‌ترین موضوعات در فیزیک می‌باشد. همچنین ارتفاع و پهنای سد کولنی در پتانسیل مجاورت وابسته به دما کمتر از حالت نسخه‌ی مستقل از دما است. به این منظور برای هسته‌های در حالت برانگیخته از کمیت‌های وابسته به دما استفاده شده است. در این رساله، برای پارامترهای پهنای سطح و شعاع هسته عبارت نمایی پیشنهاد شده است که نتایج بدست آمده در توافق خوبی با داده‌های تجربی بوده است.

کلمات کلیدی: گسیل آلفا، اثرات دمای هسته‌ای، فاکتور پیش تشکیل آلفا، تقریب WKB، پتانسیل مجاورت ، نیمه عمر واپاشی آلفا، اثرات ایزواسپین، هسته سنگین و فوق سنگین

لیست مقالات مستخرج از رساله

[۱] S.S. Hosseini, H. Hassanabadi, S. Zarrinkamar, "*Optimal temperature for alpha-decay half-lives with Yukawa proximity potential*", **Int J Mod. Phys. E** ۲۵ (۲۰۱۶) (۱۲)۱۶۵۰۱۰۹.

[۲] S. S. Hosseini, H. Hassanabadi," *Theoretical approaches to alpha decay half-lives of super-heavy nuclei"* Chin. Phys. C, ۴۱, ۶ (۲۰۱۷) ۰۶۴۱۰۱

[۳] S. S. Hosseini, H. Hassanabadi and S. Zarrinkamar," *Alpha decay half-lives for heavy and super-heavy isotopes***", Int J Mod. Phys E,** ۲۶ (۲۰۱۷) ۱۷۵۰۰۲۴ ۱۲

[۴] S. S. Hosseini, H. Hassanabadi and H. Sobhani," *Estimation of the alpha decay of Platinum isotopes using different versions of theoretical formula*" **Int J Mod. Phys E**, ۲۶, ۱۰ (۲۰۱۷) ۱۷۵۰۰۶۹ ۱۵.

[۵] S. S. Hosseini and H. Hassanabadi," *Theoretical approaches on the α-decay of spherical Bismuth isotopes*" **Int J Mod. Phys E** ۲۷, ۳ (۲۰۱۸) ۱۸۵۰۰۲۲ ۱۱.

[۶] S. S. Hosseini, H. Hassanabadi, S. Zarrinkamar, "*A comparative analysis of alpha-decay half-lives foreven–even ۱۷۸Pb to ۲۳۴U isotopes*", **Nucl. Phys. A** ۹۷۰ (۲۰۱۸) ۲۵۹–۲۷۱.

[۷] H. Hassanabadi, S.S. Hosseini," *Branching ratios of α-decay to ground and excited states of Fm, Cf, Cm and Pu*" **Nucl. Phys. A**, ۹۷۴ (۲۰۱۸) ۷۲-۸۵.

[۸] S.S. Hosseini۱, H. Hassanabadi۱, D.T. Akrawy, and S. Zarrinkamar, "*Alpha-decay half-lives for isotopes of even-even nuclei: A temperature-dependent approach with Woods-Saxon potential*", **Eur. Phys. J. Plus** (۲۰۱۸) ۱۳۳: ۷.

[۹] S. S. Hosseini, H. Hassanabadi and D. T. Akrawy," *Alpha particle preformation factor of spherical nuclei for ۶۷≤Z≤۹۱*" **Mod. Phys. Lett. A** ۳۴ (۲۰۱۹) ۱۹۵۰۰۳۹ ۱۳.

[۱۰] S. S. Hosseini, H. Hassanabadi and D. T. Akrawy," *Alpha-decay half-lives of even–even nuclei of Pb, Po, Rn and Ra isotopes*" **Int J Mod. Phys E** (۲۰۱۹).

[۱۱] S.S. Hosseini, H. Hassanabadi and D. T. Akrawy, "*Alpha-decay half-lives of polonium isotopes in the mass range ۱۸۶ to ۲۱۸*", **Int J Mod. Phys E** (۲۰۱۹).

فهرست مطالب

فصل اول : مقدمه‌ای بر واپاشی آلفا ۱

۱-۱ واپاشی آلفازا..... ۲

۱-۲ قاعده‌ی گایگر-ناتال..... ۲

۱-۳ تونل‌زنی کوانتومی..... ۴

۱-۴ پایداری هسته‌ها..... ۶

۱-۵ انرژی بستگی هسته..... ۷

فصل دوم : بررسی نیمه عمر هسته‌های کروی و غیرکروی ۹

۲-۱ کمیت‌های اساسی در نظریه‌ی واپاشی آلفای هسته‌های کروی. ۱۰

۲-۱-۱ فاکتور پیش تشکیل آلفا..... ۱۰

۲-۱-۱-۱ مدل CFM ۱۲

۲-۱-۱-۲ مدل PCM..... ۱۴

۲-۱-۱-۳ مدل DCM..... ۱۴

۲-۱-۱-۴ مدل UFM..... ۱۴

۲-۱-۱-۵ مدل نیمه تجربی تاوارس..... ۱۵

۲-۱-۱-۶ مدل موهر..... ۱۷

۲-۱-۲ محاسبه‌ی انرژی مجاورت هسته‌ای..... ۱۸

۲-۱-۳ توزیع پتانسیل مجاورت هسته‌ای..... ۲۱

۲-۱-۳-۱ پتانسیل مجاورت $P^{۷۷}$، $p^{۸۸}$ و $p^{۰۰}$..... ۲۱

۲-۱-۳-۲ پتانسیل مجاورت $Prox^{۰۰}$..... ۲۲

۲-۱-۳-۳ پتانسیل مجاورت $gp^{۷۷}$..... ۲۳

۲-۱-۳-۴ پتانسیل مجاورت $mp^{۰۰}$..... ۲۳

۲-۱-۳-۵ پتانسیل مجاورت DP..... ۲۴

۲-۱-۳-۶ پتانسیل مجاورت $CW^{۷۶}$..... ۲۵

۲-۱-۳-۷ پتانسیل مجاورت $BW^{۹۱}$..... ۲۶

۲-۱-۳-۸ پتانسیل مجاورت $AW^{۹۵}$..... ۲۶

۲-۱-۳-۹ پتانسیل مجاورت $Ng^{۸۰}$..... ۲۷

۲-۱-۳-۱۰ پتانسیل مجاورت $B^{۷۳}$..... ۲۷

۲-۱-۳-۱۱ پتانسیل مجاورت $B^{۷۷}$..... ۲۷

۲-۱-۳-۱۲ پتانسیل مجاورت $B^{۸۰}$..... ۲۸

۲-۲ فاکتور ممانعت ۲۹

۲-۳ ویژگی‌های هندسی..... ۳۰

۲-۳-۱ شعاع مرکزی سیزمان..... ۳۰
۲-۳-۲ شعاع مرکزی سیزمان هسته‌های کروی..... ۳۲
۲-۳-۳ شعاع تیز موثر هسته‌های کروی..... ۳۳
۲-۳-۴ تغییر شکل‌های سطح هسته..... ۳۴
۲-۳-۵ انواع تغییر شکل‌های چندگانه..... ۳۶
۲-۳-۶ تغییر شکل‌های چهارقطبی..... ۳۸
۲-۴ شعاع مرکزی سیزمان هسته‌های تغییر شکل‌یافته..... ۳۹
۲-۴-۱ شعاع هسته‌های تغییر شکل یافته..... ۴۰
۲-۵ محاسبه‌ی نیمه عمرهای ایزوتوپ‌های کروی بیسموت ۴۴
۲-۵-۱ مدل پتانسیل تقریبی و کولنی اصلاح شده..... ۴۴
۲-۵-۲ محاسبه‌ی نیمه عمرها به روش سیستماتیک..... ۴۷
۲-۵-۲-۱ محاسبه‌ی نیمه عمر با استفاده از روش رویر..... ۴۷
۲-۵-۳ تعیین مقادیر انرژی واپاشی Q_α..... ۴۸
۲-۶ تعیین نیمه عمر واپاشی آلفا هسته‌های فوق سنگین..... ۵۰
۲-۷ تعیین نیمه عمر ایزوتوپ‌های پلاتینیوم با مدل پتانسیل تقریبی و کولنی تعمیم‌یافته..... ۵۲
۲-۷-۱ محاسبه‌ی نیمه عمر با مدل SLB..... ۵۲
۲-۷-۲ محاسبه‌ی نیمه عمر با مدل SLH..... ۵۳
۲-۷-۳ محاسبه‌ی نیمه عمر با مدل UDL..... ۵۳
۲-۷-۴ محاسبه‌ی نیمه عمر با مدل SemFIS..... ۵۴
۲-۸ تعیین نیمه عمر واپاشی آلفا ایزوتوپ‌های هسته‌های سنگین و فوق سنگین..... ۵۸
۲-۹ تعیین نیمه عمر و فاکتور پیش‌تشکیل آلفا در ناحیه عدد اتمی $۶۷\leq Z\leq ۹۱$..... ۶۱
۲-۹-۱ تعیین فاکتور پیش‌تشکیل آلفا برای هسته‌های کروی در ناحیه $۶۷\leq Z\leq ۹۱$ ۶۲
۲-۱۰ تعیین نیمه عمر واپاشی آلفا برای ایزوتوپ‌های زوج-زوج ^{۱۷۸}Pb-^{۲۳۴}U..... ۶۷
۲-۱۱ تعیین نیمه عمر واپاشی آلفا هسته‌های زوج-زوج Pb، Po، Rn و Ra..... ۷۰
۲-۱۱-۱ فرمالیسم نیمه تجربی برای واپاشی آلفا توسط تونل‌زنی..... ۷۱
۲-۱۱-۲ محاسبه‌ی مقادیر شعاع هسته‌ای..... ۷۳
۲-۱۱-۳ محاسبه نیمه عمر با مدل CPPM با پتانسیل تقریبی gpp[۷۷]، CW[۷۶] و B[۷۷] ۷۴

فصل سوم: نقش اثرات دمایی بر روی نیمه عمر واپاشی آلفا ۸۱

۳-۱ نقش اثرات دمایی بر روی پارامترهای واپاشی آلفا ۸۲
۳-۲ محاسبه نیمه عمرها با پارامترهای وابسته به دما..... ۸۳
۳-۲-۱ شکافت مدل قطره مایعی با در نظر گرفتن دمای هسته‌ای..... ۸۳
۳-۲-۲ محاسبه نیمه عمرها برای واپاشی های حالت پایه و برانگیخته..... ۸۴
۳-۲-۳ نقش اثرات دمایی بر روی هسته ها با پتانسیل تقریبی..... ۸۵

۳-۲-۴ اثر دما برای نیمه عمرهای واپاشی-آلفا با پتانسیل تقریبی.....۸۵
۳-۳ محاسبه‌ی نیمه عمر هسته‌های کروی با پتانسیل تقریبی یوکاوا وابسته به دمای هسته‌ای.....۸۶
۳-۳-۱ پیشنهاد پارامتر ضخامت سطح وابسته به دما.....۸۸
۳-۴ محاسبه‌ی نیمه عمرهای هسته‌های زوج-زوج با پتانسیل وودز-ساکسون وابسته به دما.....۹۳
۳-۴-۱ سد پتانسیل جدید با پتانسیل وودز-ساکسون.....۹۳

فصل چهارم: اثرات ایزواسپین و تکانه زاویه‌ای در نیمه‌عمر واپاشی آلفازا ۱۰۳

۴-۱ اثر ایزواسپینی در واپاشی آلفا.....۱۰۴
۴-۲ عملکرد اثرات ایزواسپین.....۱۰۴
۴-۲-۱ اثرات ایزواسپینی در پتانسیل چاه مربعی برای ذره‌ی آلفا.....۱۰۵
۴-۲-۲ اثرات ایزواسپین در پتانسیل وودز-ساکسون برای واپاشی آلفا.....۱۰۶
۴-۲-۳ اثرات ایزواسپینی در مدل پتانسیل بر اساس تابع چگالی انرژی اسکایم.....۱۰۷
۴-۲-۴ فرمول ویولا-سیبورگ.....۱۰۹
۴-۳ فرمول دنیسوف.....۱۱۰
۴-۴ فرمول تحلیلی رویر (RF) ۱۱۱
۴-۵ اثرات ایزواسپین هسته‌ای برای نیمه عمرهای واپاشی آلفا.....۱۱۲
۴-۵-۱ اثرات ایزواسپین هسته‌ای برای فرمول تحلیلی رویر (MRF) ۱۱۲
۴-۵-۲ فرمول تعیمم یافته‌ی دنیسوف-کودنکو(MDK) ۱۱۳
۴-۶ بررسی سیستماتیکی نیمه عمرهای واپاشی آلفا با استفاده از فرمول تحلیلی رویر.....۱۲۱
۴-۶-۱ اختلاف بین مقادیر نیمه عمر تجربی و نظری ۱۲۲
۴-۶-۲ محاسبه‌ی مقدار انحراف استاندارد میانگین ریشه‌ی مربعی.....۱۲۴
۴-۷ فرمول نیمه تجربی "رِن".....۱۲۵
۴-۷-۱ فرمول "رِن A".....۱۲۵
۴-۷-۲ فرمول "رِن B".....۱۲۶
۴-۷-۳ فرمول New Ren A.....۱۲۶
۴-۷-۴ فرمول New Ren B.....۱۲۶
۴-۸ اثرات تکانه‌ی زاویه‌ای در واپاشی آلفا.....۱۲۷
۴-۹ فرمول دنیسوف ۱۲۸
۴-۱۰ رویر ۲۰۱۰.....۱۲۹
۴-۱۱ فرمول گایگر-ناتال جدید از رِن و همکارانش.....۱۳۰

فصل پنجم: ساختار ریز در واپاشی آلفا ۱۳۱

۵-۱ ساختار ریز در واپاشی واپاشی آلفا.....۱۳۲
۵-۲ معرفی نسبت انشعابی برای واپاشی آلفا.....۱۳۲

۵-۳ محاسبه‌ی نسبت انشعابی برای حالات پایه و برانگیخته ایزوتوپ‌های Fm، Cf، Cm و Pu.....۱۳۵
۵-۳-۱ محاسبه‌ی نسبت انشعابی واپاشی آلفا.....۱۳۵

فصل ششم: نتیجه‌گیری و چشم‌انداز ۱۴۵
۶-۱ نتیجه‌گیری.....۱۴۶
پیوست الف: ۱۴۷
پیوست ب: ۱۵۲
مراجع..... .....۱۵۹

فهرست تصاویر

تصویر ۱-۱ قاعده گایگر-ناتال.....۳
تصویر ۱-۲ تفسیر پدیده‌ی تونل‌زنی کوانتومی.....۵
شکل ۱-۳ مدل گاموف برای انرژی پتانسیل ذره-α در هسته‌ی رادیواکتیو.....۵
نمودار ۱-۴ خط پایداری هسته‌ها.....۶
تصویر ۱-۵ انرژی بستگی متوسط بر نوکلئون بر حسب عدد جرمی هسته ۸
شکل۲-۱ نمایشی از گاف و شکاف باریک. ۱۸
نمودار ۲-۲ توزیع پتانسیل کل با پتانسیل‌های متفاوت اشاره شده برای^{112}Xe. ۲۹
شکل ۲-۳ ساختار تماسی و جدا ازهم در هسته‌های کروی.....۳۴
شکل ۲-۴ توزیع f(r) و متناظر با آن تابع توزیع سطح g(r) بر حسب فاصله‌ی شعاعی r.....۳۴
شکل ۲-۵ اشکال هسته با پارامترهای تغییر شکل مختلف.....۳۸
شکل ۲-۶ نمایش هسته‌های تغییر شکل‌یافته‌ی چهارقطبی پخت و کشیده در نواحی .N~Z ۳۹
نمودار ۲-۷ نمایش ساختار تماسی و جداشده هسته‌ی تغییرشکل‌یافته‌ی دختر.....۴۲
نمودار ۲-۸ گسیل ذره‌ی آلفا از دورترین نقطه‌ی سطح هسته. (a) مورد هسته‌ی کشیده. (b) مورد هسته‌ی پخت. ۴۳
نمودار ۲-۹ نمایش چهار حالت مختلف واپاشی آلفایی هسته‌های تغییر شکل‌یافته.....۴۳
نمودار ۲-۱۰ رسم $\log_{10} T_{1/2(\alpha)}$ بر حسب $Q_{(\alpha)}^{-1/2}(MeV)^{-1/2}$.....۵۹
نمودار ۲-۱۱ نمایش سد پتانسیل کل.....۷۲
نمودار ۲-۱۲ .مقدار σ بر حسب g.....۷۹
نمودار ۲-۱۳ مقدار ΔT بر حسب N برای هسته‌های زوج-زوج با فرمول‌های متفاوت.....۷۹
نمودار ۲-۱۴ مقدار ΔT بر حسب N با مدل‌های پتانسیل مجاورت متفاوت.....۸۰
نمودار ۳-۱ ارتفاع سد پتانسیل بر حسب تابعی از تعداد هسته‌ها و دمای هسته‌ای. ۸۶
نمودار ۳-۲ پتانسیل برحسب فاصله‌ی بین مراکز محصولات فروپاشی. ۹۰
نمودار ۳-۳ لگاریتم نیمه عمر برای ایزوتوپ Tl.....۹۲
نمودار ۳-۴ لگاریتم نیمه عمر برای ایزوتوپPo.....۹۲
نمودار ۳-۵ پتانسیل برحسب فاصله.....۹۵
نمودار ۳-۶ پتانسیل برحسب فاصله: سد پتانسیل شامل سه قسمت. ۹۶
نمودار ۳-۷ مقایسه‌ی شعاع وابسته به دما R(T) بر حسب دمای هسته‌ای در یکای MeV.....۹۶
نمودار ۳-۸ مقایسه‌ی بین $\log_{10}(T_{1/2}(s))$ و داده‌های تجربی برای ایزوتوپ‌های زوج-زوج Pb, Po, Rn, Ra, Th وU ۱۰۰
شکل ۳-۹ رسم نمودار Hf.....۱۰۱

شکل ۳-۱۰ مقایسه‌ی نیمه عمر محاسبه شده با داده‌های تجربی برای هسته‌های زوج-زوج.....۱۰۲
نمودار ۴-۱ رسم ΔT بر حسب اعداد نوترونی برای هسته‌های زوج-زوج.....۱۱۶
نمودار ۴-۲ رسم ΔT بر حسب اعداد نوترونی برای هسته‌های زوج-فرد.....۱۱۶
نمودار ۴-۳ رسم ΔT بر حسب اعداد نوترونی برای هسته‌های فرد-زوج.....۱۱۷
نمودار ۴-۴ رسم ΔT بر حسب اعداد نوترونی برای هسته‌های فرد-فرد..... .....۱۱۷
نمودار ۴-۵ رسم ΔT بر حسب عدد نوترونی برای هسته‌های زوج-زوج ۱۲۲
نمودار ۴-۶ رسم ΔT بر حسب عدد نوترونی برای هسته‌های زوج-فرد..... .....۱۲۳
نمودار ۴-۷ رسم ΔT بر حسب عدد نوترونی برای هسته‌های فرد-زوج..... .....۱۲۳
نمودار ۴-۸ رسم ΔT بر حسب عدد نوترونی برای هسته‌های فرد-فرد..... .....۱۲۴
نمودار ۴-۹ تغییر یا اصلاح انرژی پتانسیل در واپاشی آلفا ناشی از پتانسیل مرکزگرا.....۱۲۸
نمودار ۵-۱ نمایشی از ساختار ریز در واپاشی-آلفا ^{252}Cf..... .....۱۳۳
شکل ۵-۲ پتانسیل چاه مربعی استاندارد واپاشی آلفا و اثر تونل‌زنی کوانتومی ذره‌ی آلفا.....۱۳۶
نمودار ۵-۳ مقایسه $\log_{10}(T^{1/2})$ مدلها با مقادیر تجربی بر حسب A_p برای گذار $\ell=0$.....۱۴۳
نمودار ۵-۴ مقایسه $\log_{10}(T^{1/2})$ مدلها با مقادیر تجربی بر حسب A_p برای گذار $\ell=2$.....۱۴۳
نمودار ۵-۵ مقایسه $\log_{10}(T^{1/2})$ مدلها با مقادیر تجربی بر حسب A_p برای گذار $\ell=4$.....۱۴۴
نمودار ۵-۶ مقایسه $\log_{10}(T^{1/2})$ مدلها با مقادیر تجربی بر حسب A_p برای گذار $\ell=6$ ۱۴۴
نمودار ۵-۷ مقایسه $\log_{10}(T^{1/2})$ مدلها با مقادیر تجربی بر حسب Ap برای گذار $\ell=8$ ۱۴۵
نمودار ۵-۸ مقایسه $\log_{10}T$ بر حسب $Q^{-1/2}$ برای گذار $0^+\rightarrow0^+$.....۱۴۶
نمودار ۵-۹ مقایسه $\log_{10}T$ بر حسب $Q^{-1/2}$ برای گذار $0^+\rightarrow2^+$ ۱۴۶
نمودار ۵-۱۰ مقایسه $\log_{10}T$ بر حسب $Q^{-1/2}$ برای گذار $0^+\rightarrow4^+$ ۱۴۶
نمودار۵-۱۱ مقایسه $\log_{10}T$ بر حسب $Q^{-1/2}$ برای گذار $0^+\rightarrow6^+$ ۱۴۶

فهرست جداول

جدول ۲-۱ مقایسه‌ی نیمه عمر با داده‌های تجربی برای ایزوتوپ‌های Bi.....۴۶
جدول ۲-۲ مقایسه‌ی نیمه عمرهای محاسبه شده برای ایزوتوپ‌های کروی بیسموت.....۴۹
جدول ۲-۳ مقدار انحراف استاندارد برای ایزوتوپ‌های بیسموت کروی.....۵۰
جدول ۲-۴ مقایسه‌ی لگاریتم نیمه عمر هسته‌های فوق سنگین با مدل‌های نیمه تجربی.....۵۱
جدول ۲-۵ مقدار انحراف استاندارد برای SHN.....۵۲
جدول ۲-۶ مقایسه نیمه عمر ایزوتوپ‌های Pt بر حسب سال با مراجع متفاوت.....۵۵
جدول ۲-۷ مقایسه نیمه عمر ایزوتوپ‌های Pt با مدل ADF، UDL، SLH و SLB.....۵۶
جدول ۲-۸ مقایسه نیمه عمر ایزوتوپ‌های Pt با مدل VS، R، SemFIS، mB۱ و mB۲ و B.....۵۷
جدول ۲-۹ مقدار σ برای همه‌ی مدل‌ها در جدول ۲-۷.....۵۸
جدول ۲-۱۰ مقدار σ برای همه‌ی مدل‌ها در جدول ۲-۸.....۵۸
جدول ۲-۱۱ مقایسه‌ی لگاریتم نیمه عمر هسته‌های سنگین و فوق سنگین با مدل CPPM.....۵۹
جدول ۲-۱۲ مقایسه‌ی فاکتور پیش‌تشکیل آلفا با مدل‌های متفاوت.....۶۱
جدول ۲-۱۳ پارامترهای فرمول ۲-۱۱۶[۳۵] ۶۲
جدول ۲-۱۴ محاسبه نیمه عمرها با مدل MCPPM در ناحیه‌ی ۶۷≤Z≤۹۱.....۶۳
جدول ۲-۱۵ مقایسه‌ی نیمه عمرهای در ناحیه‌ی ۶۷≤Z≤۹۱ با مدل‌های متفاوت.....۶۵
جدول ۲-۱۶ مقایسه‌ی σ در ناحیه‌ی ۶۷≤Z≤۹۱ برای مدل‌های متفاوت.....۶۷
جدول ۲-۱۷ مقایسه نیمه عمر در بازه‌ی Z=۸۲-۹۲ ایزوتوپ‌های زوج-زوج با مدل‌های متفاوت.....۶۸
جدول ۲-۱۸ مقایسه نیمه عمر در بازه‌ی Z=۸۲-۹۲ ایزوتوپ‌های زوج-زوج با مدل‌های متفاوت.....۷۰
جدول ۲-۱۹ مقایسه‌ی نیمه عمرهای هسته‌های زوج-زوج با پتانسیل تقریبی هسته‌ای متفاوت.....۷۴
جدول ۲-۲۰ مقایسه‌ی نیمه عمرهای هسته‌های زوج-زوج با چند فرمول متفاوت.....۷۶
جدول ۲-۲۱ مقدار انحراف معیار هسته‌های زوج-زوج برای پتانسیل هسته‌ای متفاوت.....۷۸
جدول ۲-۲۲ مقدار انحراف معیار هسته‌های زوج-زوج برای فرمول‌های متفاوت.....۷۸
جدول ۳-۱ نیمه عمرهای واپاشی آلفا هسته‌های برانگیخته.....۹۱
جدول ۳-۲ نیمه عمرهای محاسبه شده برای هسته‌های زوج-زوج با پتانسیل وودز-ساکسون.....۹۷
جدول ۳-۳ مقایسه پارامتر انحراف استاندارد برای مدل‌های ارائه شده.....۱۰۲
جدول ۴-۱ ضرایب برازش فرمول VS اصلاح شده برای معادله‌ی (۴-۱۷) ۱۱۰
جدول ۴-۲ ضرایب فرمول تحلیلی رویر.....۱۱۲
جدول ۴-۳: ضرایب فرمول تحلیلی رویر تعمیم‌یافته.....۱۱۳
جدول۴-۴ ضرایب فرمول دنیسوف-کودنکو تعمیم‌یافته.....۱۱۴
جدول ۴-۵ انحراف میانگین و استاندارد برای فرمول‌های نیمه تجربی با ضرایب جدید.....۱۱۵

جدول ۴-۶ مقادیر مینیمم و ماکسیمم ΔT نیمه عمرهای واپاشی آلفا.....۱۱۵
جدول ۴-۷ مقایسه‌ی نیمه عمرهای واپاشی آلفا برای هسته‌های فوق سنگین.....۱۱۸
جدول ۴-۸ مقایسه‌ی مدل‌های مختلف برای ۳۵۶ هسته.....۱۲۵
جدول ۵-۱ مقایسه نسبت انشعابی و نیمه عمرها با داده‌های تجربی و نظری.....۱۴۰

فصل ۱

مقدمه‌ای بر واپاشی آلفازا

۱- ۱ واپاشی آلفازا

یکی از مدهای واپاشی که در شناخت ساختار هسته، نقش عمده‌ای را ایفا می‌کند، واپاشی آلفازا است. این موضوع در سال۱۸۹۶ اولین بار توسط بکرل[۱]، به عنوان یک تابش ناشناخته، مشاهده شد. در سال ۱۹۰۳، رادرفورد[۲] نسبت بار به جرم آنها را با استفاده از انحراف ذرات آلفای حاصل از واپاشی رادیوم در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی تعیین نمود. در سال ۱۹۰۸ رادرفورد دریافت که این پرتو ناشناخته از هسته‌های هلیم (^{4}He) تشکیل شده است. در آزمایشات رادرفورد، ذرات با نفوذ از دیواره‌های نازک وارد یک اتاقک تخلیه شده می‌شدند و پس از چند روز گردآوری، طیف نمایی اتمی وجود گاز هلیم را در اتاقک نشان می‌داد [۱]. ذره آلفا دارای ساختار پایدار و بسیار مقید است و در مقایسه با اجزای تشکیل دهنده‌ی آن جرمی نسبتا کم دارد. بنابراین از لحاظ انرژی، احتمال واپاشی خودبخودی هسته‌های سنگین، به ذره آلفا بیشتر از ذرات دیگر است [۲]. این واپاشی با آزاد شدن انرژی همراه است که این انرژی بین محصولات واپاشی تقسیم می‌شود و بخش عمده‌ی آن به انرژی جنبشی ذره‌ی آلفا تبدیل می‌شود.

۱-۲ قاعده‌ی گایگر-ناتال

در سال ۱۹۱۱، گایگر و ناتال[۳] ، متوجه شدند آلفا گسیل‌هایی که انرژی فروپاشی‌شان زیاد است، نیمه‌عمرهای کوتاه دارند[۳]. آنها برای تعدادی از خانواده‌ی رادیواکتیویته، رابطه تجربی پیشنهاد کردند که به نیمه عمر جزئی واپاشی آلفا T_α بر حسب دامنه‌ی ذره‌ی آلفا R_α در هوا، به فرم معادله‌ی زیر وابسته است

$$\log_{10} T_{1/2}(s) = -57.5 \log_{10} R_\alpha + C. \qquad (۱-۱)$$

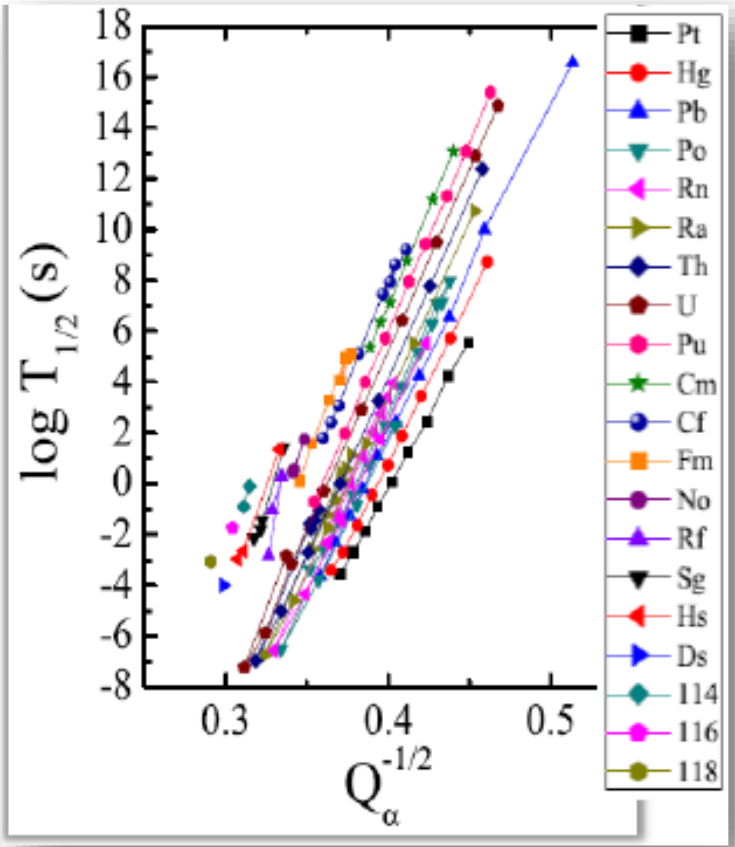
---

[۱] Becquerel [۲] Rutherford [۳] Geiger-Nuttall

که در آن C ثابت است و به مجموعه β-α گسیلنده، وابسته می‌باشد. در سال ۱۹۲۱ گایگر و ناتال روند سیستماتیکی نیمه عمر واپاشی آلفا و مقدار Qی آن را مشاهده نمودند و رابطه‌ی تجربی زیر را بدست آوردند

$$\log_{10} T_{1/2}(s) = AQ^{-1/2} + B. \qquad (۲-۱)$$

که در آن پارامترهای A و B ثابت هستند. همچنین دیاگرام logT برحسب $ZQ^{-۱/۲}$ برای گسیل ذره آلفا را نمودار گایگر-ناتال می‌نامند. شکل ۱-۱ رابطه مستقیم بین لگاریتم نیمه عمر بر اساس $Q^{-۱/۲}$ برای چند ایزوتوپ از هسته‌های سنگین و فوق سنگین را نشان می‌دهد.

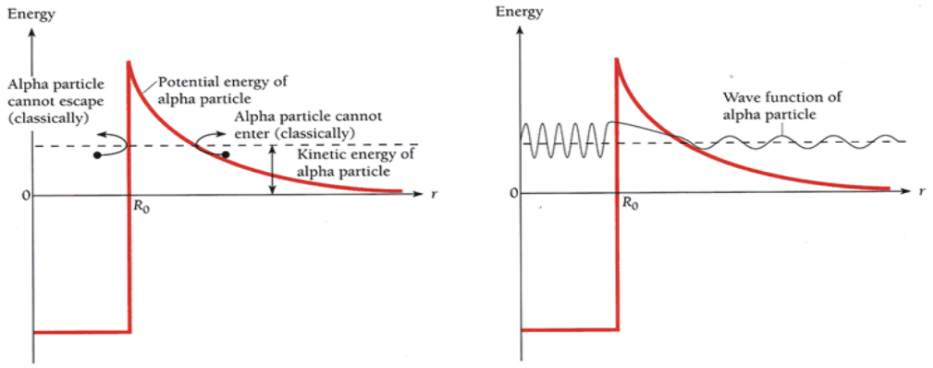


شکل ۱-۱: قاعده گایگر-ناتال [۴]

۱-۳ تونل‌زنی کوانتومی

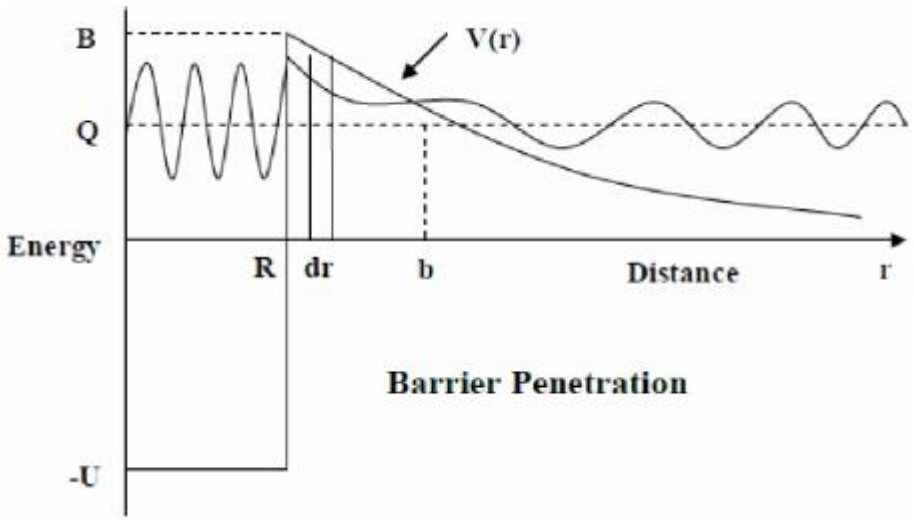
تفسیر پدیده‌ی "تونل‌زنی" ذرات-آلفا از طریق سد، از اولین موفقیت‌های کاربرد نظریه‌ی کوانتومی برای هسته‌ها بوده است. در تصویر ۱-۲، یک ذره کوانتومی که پشت سد پتانسیل گیر افتاده است و از نگاه فیزیک کلاسیک، انرژی و امکان لازم برای عبور از مانع مزبور ندارد، ممکن است بر اساس رابطه عدم قطعیت هایزنبرگ بتواند بطور موقت انرژی گرفته و ناگهان از سد مقابل خود عبور کند و سوی دیگر آن برود. بر اساس معادله‌ی شرودینگر هر چه ارتفاع و عرض این مانع کمتر باشد، احتمال عبور ذره مزبور از میان آن بیشتر خواهد بود. در سال ۱۹۲۸ همزمان نظریه‌ای توسط گاموف[۱] از یک سو و گرنی و کاندن [۲] از سوی دیگر، بیان شد که ذره‌ی آلفا در ناحیه‌ای کروی که توسط هسته‌ی دختر تعیین می‌شود، حرکت می‌کند. ویژگی اصلی این مدل یک جسمی[۳] این است که ذره‌ی آلفا پیش از واپاشی در داخل هسته‌ی مادر تشکیل می‌شود. محاسبات گاموف نشان می‌داد که چگونه ذرات آلفا به رغم نداشتن انرژی لازم برای رسیدن به قله سد پتانسیل هسته می‌توانند با تونل زدن از میان این سد پتانسیل، از درون هسته فرار کرده و به بیرون هسته پرتاب شوند[۲]. مدل گاموف برای انرژی پتانسیل ذره‌ی آلفا در یک هسته‌ی رادیواکتیو، در شکل ۱-۳ نشان داده شده است که در آن R شعاع هسته است، محور عمودی Q انرژی فروپاشی است، $B=V(r)$ که $V(r)$ پتانسیل کولنی است و b نقطه‌ی تونل‌زنی است که در آن شرط $V(b)=Q$ برقرار است. ناحیه‌ی کروی $r<R$ ، داخل هسته را نشان می‌دهد و عمق چاه برابر $-U$ است

[۱] Gamow [۲] Gurney-Condon [۳] one-body model



شکل ۱-۲: تفسیر پدیده‌ی تونل‌زنی کوانتومی

که U عددی مثبت است و در ناحیه پوسته‌ی حلقوی R<r<b یک سد پتانسیل وجود دارد، زیرا در این ناحیه انرژی پتانسیل بیش از کل انرژی قابل استفاده‌ی Q است. ناحیه r>b ناحیه مجاز خارج از سد است. در هر برخورد با سد، احتمال تونل‌زنی وجود دارد و ذره‌ی آلفا بعد از عبور از سد، با انرژی جنبشی آزاد می‌شود. انرژی جنبشی هسته باقیمانده خیلی کوچکتر از انرژی ذره‌ی آلفا است[۲]. این مسئله با استفاده از تقریب ونتزل-کرامرز-بریلوئن WKB[۱] قابل حل است (پیوست الف و پیوست ب را ببینید).

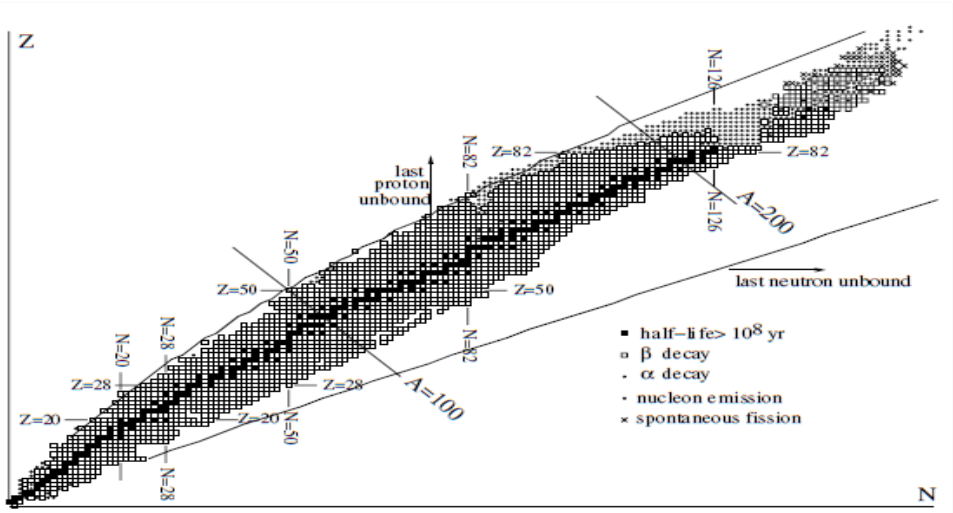


شکل ۱-۳: مدل گاموف برای انرژی پتانسیل ذره-α در هسته‌ی رادیواکتیو.

[۱] Wentzel-Kramers-Brillouin

۱-۴ پایداری هسته‌ها

بین پروتون‌های با بار مثبت، نیروی کولنی از نوع رانشی وجود دارد و نیروی گرانشی موجود بین اجزای هسته، ربایشی می‌باشد اما نیروی گرانشی بسیار ضعیف‌تر از نیروی کولنی است، بنابراین نمی‌تواند عامل پایداری هسته باشد. این مطلب وجود نیروی جدیدی را در طبیعت مطرح نمود که به نیروی هسته‌ای قوی مشهور شد. پایداری هسته در واقع حاصل رقابت بین نیروی الکترواستاتیکی بلند برد و نیروی هسته‌ای کوتاه برد است. نیروی هسته‌ای، بسیار قوی‌تر از نیروی کولنی و گرانشی است. چون اجزای هسته را به رغم نیروی رانشی بین پروتون‌های آن، به صورت بسیار فشرده درکنار هم نگه می‌دارد و برخلاف نیروهای کولنی و گرانشی، کوتاه برد است. نیروی کولنی گرچه دارای شدت کمتری است، اما بلند برد است. بنابراین به تدریج با زیاد شدن تعداد پروتون‌ها در هسته نقش نیروی کولنی بارز می‌شود و اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. این موضوع سبب ناپایداری هسته می شود. شکل ۱-۴، خط پایداری هسته‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۴: خط پایداری هسته‌ها[۲]

همانطور در شکل ۱-۴ مشاهده می‌شود، با زیاد شدن عدد اتمی Z، ایزوتوپ‌ها از خط پایداری N=Z فاصله می‌گیرند و نسبت نوترون‌ها به پروتون‌ها افزایش می‌یابد. همچنین هسته‌های با عدد اتمی بزرگتر از ۸۳ و عدد نوترونی بزرگتر از ۱۲۶، جزء هسته‌های ناپایدار هستند[۲].

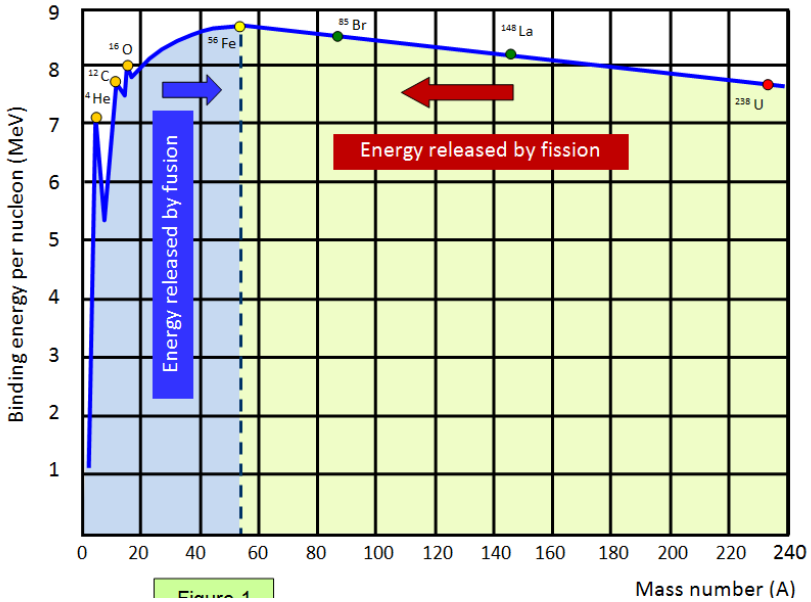
۱-۵ انرژی بستگی هسته

هنگامی که یک هسته از به هم پیوستن تعدادی نوترون و پروتون تشکیل می‌شود، مقداری انرژی آزاد می‌شود. همچنین، برای تجزیه‌ی یک هسته به نوترون و پروتون‌های تشکیل‌دهنده‌اش نیز، باید همین مقدار انرژی مصرف شود. این انرژی آزاد شده را انرژی بستگی هسته[۱] یا به اختصار $B_{tot}(A, Z)$ می‌نامند. از رسم کمیّت B_{ave}/A بر حسب عدد جرمی، نموداری برای انرژی بستگی متوسط به دست می‌آید که به افتخار فرانسیس ویلیام آستون[۲] فیزیکدان انگلیسی، "منحنی استون" نامیده می‌شود. مطالعه‌ی این نمودار اطلاعات مفیدی درباره‌ی نیروی هسته‌ای قوی و پایداری هسته‌های مختلف به دست می‌دهد. تصویر ۱-۵ نشان می‌دهد که سبکترین هسته‌ها، که تعداد نوکلئونهای آنها مضرب صحیحی از ذرات آلفا است، دارای انرژی بستگی بر نوکلئون B/A زیادی هستند. تصویر در اطراف عدد جرمی A=۶۰ شیب کند و قله‌ی پهنی دارد، بنابراین در این ناحیه (ناحیه‌ی پرانرژی) هسته‌های پایدار قرار دارند و دارای بیشترین مقدار است. با توجه به تصویر ۱-۵، انرژی هسته‌ای به دو روش، یعنی شکافت هسته‌ای و همجوشی هسته‌ای تولید می‌شود. همچنین ملاحظه می‌شود که حدوداً از عدد جرمی A=۲۰ به بعد، انرژی بستگی متوسط هر نوکلئون تقریباً ثابت است که این مقدار حدود ۸MeV است.

---

[۱] Nuclear binding energy [۲] Francis William Aston

در ناحیه‌ی A<۶۰، یعنی عناصر سبکتر از آهن، از طریق "همجوشی هسته‌ای[۱]" انرژی آزاد می‌شود. در ناحیه‌ی A>۶۰ یعنی عناصر سنگین‌تر از آهن، از طریق "شکافت هسته‌ای[۲]" انرژی آزاد می‌شود و انرژی بستگی متوسط کاهش می‌یابد. هر قدر انرژی بستگی هسته بیشتر باشد، پایداری هسته بیشتر است. مشخص است که هسته‌ی آهن-۵۶ و هسته‌های نزدیک آن پایدارترین هسته‌های موجود در طبیعت هستند. همچنین این نمودار نشان می‌دهد برای هر دو حالت باید هسته‌های ناپایدارتر به حالت پایدارتر حرکت کنند.



شکل ۱-۵: انرژی بستگی متوسط بر نوکلئون بر حسب عدد جرمی هسته [۲۳].

[۱] Fusion [۲] Fission

فصل ۲

بررسی نیمه عمر هسته‌های کروی و غیرکروی

۲-۱ کمیت‌های اساسی در نظریه‌ی واپاشی آلفازا

بر اساس نظریه‌ی مکانیک کوانتومی فرض شده بود که ذره‌ی آلفا در هسته وجود دارد و می‌تواند هسته را با عبور از سد پتانسیل کولنی و پتانسیل هسته‌ای، ترک کند. این فرضیه نشان می‌داد که ذره آلفا در داخل هسته از پیش تشکیل شده است. احتمال اینکه دو پروتون و دو نوترون شرایطی را بوجود بیاورند که به عنوان ذره آلفا از هسته گسیل شوند، فاکتور پیش‌تشکیل[۱] نامیده می‌شود. در واپاشی‌های حالت پایه بین هسته‌های زوج-زوج، ذره آلفا حامل هیچ تکانه زاویه‌ای نیست. اگر واپاشی از یک حالت برانگیخته‌ی هسته مادر به یک حالت برانگیخته هسته‌ی دختر اتفاق بیفتد، تغییر تکانه‌ی زاویه‌ای ایجاد خواهد شد. این تغییر بر روی ثابت واپاشی اثر می‌گذارد. تغییر تکانه‌ی زاویه‌ای در واپاشی آلفا، ضخامت موثر سد را افزایش می‌دهد و نیمه عمر واپاشی را زیاد می‌کند.

۲-۱-۱ فاکتور پیش تشکیل آلفا

تاکنون مطالعات نظری وسیعی به بررسی ویژگی‌های واپاشی آلفا با استفاده از روش تقریب WKB با مدل‌های گوناگون پرداخته شده است. از جمله مدل خوشه‌ای پیش تشکیل شده[۱] (PCM) [۵-۷]، مدل دینامیک واپاشی-خوشه‌ای[۲] (DCM) [۷]، مدل پتانسیل مجاورت و کولنی[۳] (CPPM) [۸]، مدل قطره مایعی تعمیم‌یافته[۴] (GLDM)، مدل خوشه‌ای با استفاده از عملکرد چگالی انرژی هامیلتونین در ترم‌های برهم‌کنش موثر مانند Sly۴ [۹ , ۱۰] می‌توان ذکر نمود. فاکتور پیش تشکیل P_α، یک خوشه آلفا در هسته، به عنوان احتمال پیدا شدن خوشه آلفا اطراف هسته‌ی مادر تعریف می‌شود که آن به خوشه‌ای شدن ذره‌ی

---

[۱] Preformation factor [۲] Dynamical cluster-decay model
[۳] Coulomb and proximity potential model [۴] Generalized liquid drop model

آلفا از چهار نوکلئون، قبل از گسیل آلفا مربوط می‌شود. این فاکتور، اطلاعاتی در مورد ساختار هسته و تغییر شکل هسته‌ای هسته‌های فوق سنگین فراهم می‌کند [۱۱]. گوپتا [۱] و همکارانش، مقدار P_α را با استفاده از مدل PCM با حل معادله‌ی شرودینگر برای دینامیک بار و جرم، واپاشی آلفای زنجیره‌ای اوگانسون-۲۹۳ محاسبه نمودند[۵]. ژانگ [۲] و همکارانش، با استفاده از سد پتانسیل برای واپاشی آلفا، با استفاده از مدل GLDM مقدار P_α را بدست آوردند[۱۲]. سیلیستیانو [۳] و همکارانش، مقدار P_α را با استفاده از نسبت نیمه عمر تجربی و نیمه عمر نظری مدل‌های خودسازگار[۴] خوشه آلفا و پراکندگی رزونانس، محاسبه نمودند [۱۳]. احمد[۵] و همکارانش، با استفاده از مدل میکروسکوپیکی بویژه برای نواحی هسته‌های فوق‌سنگین، مدل شکل‌گیری خوشه‌ای[۶] CFM را پیشنهاد نمودند[۱۱ , ۱۴]. در مدل CFM، مقدار P_α با استفاده از فرمول وابسته به انرژی شکل‌گیری خوشه-آلفا (E_α) و انرژی کل (E)، نوکلئون‌های سطح هسته‌ی مادر تعیین می‌شود[۱۶ ,۱۵ ,۱۱]. البته قابل ذکر است که در این مطالعات، محدوده‌ی وسیعی از هسته‌های سنگین زوج-زوج مورد بررسی واقع شده‌اند. تعیین فاکتور پیش-تشکیل در محاسبه‌ی نیمه عمر هسته‌های فوق‌سنگین تاثیرگذار است. برای بررسی نقش احتمال پیش‌تشکیل خوشه‌ی آلفا، چند عامل وجود دارد. عامل اول، تغییرشکل یافتگی هسته‌ی دختر است که فقط قبل از فرایند واپاشی، خارج از خوشه‌ی آلفا در هسته‌ی در حال واپاشی، شکل می‌گیرد که اثر تغییر شکل‌یافتگی هسته‌ی دختر باعث کاهش احتمال پیش‌تشکیل می‌شود [۹]. عامل دوم مربوط به اثر پوسته‌ای است که تابعی از عدد باری[۷](اتمی) و نوترونی، و تابعی از الگوهای نوسانی کل احتمال پیش‌تشکیل می‌باشد. عامل موثر سوم، تقارن ایزواسپین هسته‌ی مادر است [۱۰]. بدیهی است که احتمال پیش‌تشکیل با افزایش تقارن ایزواسپین گسیلنده‌ی

---

[۱] Gupta [۲] Zhang [۳] Silisteanu [۴] self-consistent
[۵] Ahmed [۶] Cluster formation model [۷] Charge number

آلفا، افزایش می‌یابد، البته اگر آنها پروتون و نوترون‌های ظرفیت داشته باشند نه حفره. عامل موثر چهارم، بر فرایند پیش‌تشکیل، وجود نوکلئون‌های جفت نشده در پوسته‌های باز هسته‌ی مادر هستند. عموما بزرگترین احتمال پیش‌تشکیل خوشه‌ی آلفا در داخل هسته‌ی مادر مربوط به هسته‌های کروی زوج-زوج می‌باشد که نوکلئون‌های جفت نشده ندارند. تاکنون، روش‌های گوناگونی برای محاسبه‌ی فاکتور پیش‌تشکیل ارائه شده است. نی[۱]و رن[۲][۱۷] این فاکتور را به صورت نمایی محاسبه نمودند که وابسته به پارامتر جرم کاهیده، اعداد اتمی خوشه و هسته‌ی دختر می‌باشد. همچنین، احتمال پیش‌تشکیل گسیلنده‌ی آلفا را در ترم‌هایی از اعداد پروتونی و نوترونی خارجی، لایه[۳] و زیر لایه[۴] پُر در گسیلنده‌ی آلفا، پیشنهاد کردند [۱۸]. دنگ[۵]و همکارانش [۱۹] مدل CFM را بطور وسیع، برای هسته-های سنگین فرد-فرد و A-فرد با اصلاح مقدار E_α و در نظر گرفتن اثرات نوکلئون جفت نشده، مورد مطالعه قرار دادند.

۲-۱-۱-۱ مدل CFM

شکل‌گیری خوشه آلفا اطراف هسته‌ی مادر یکی از مهمترین حالت خوشه‌ای شدن[۶] است، و هامیلتونین آن متفاوت است. خوشه‌ای شدن آلفا از بین نوکلئون‌های اطراف هسته‌ی در حال واپاشی آلفا رخ می‌دهد. برهم کنش آلفای تشکیل شده و هسته‌ی باقیمانده (هسته‌ی دختر) به دو قسمت تقسیم می‌شود. یکی برای مقید بودن[۷] چهار نوکلئون با یکدیگر، که "شکل‌گیری خوشه"[۸] نامیده می‌شود، و دیگری برای مقید بودن خوشه تشکیل شده به عنوان یک ذره برای هسته‌ی دختر، که "جدایی[۹]" نامیده می‌شود. بنابراین مطابق تعریف حالت خوشه‌ای شدن و مدل CFM، احتمال پیش‌تشکیل آلفا به صورت زیر می‌باشد [۱۱]

---

[۱] Ni [۲] Ren [۳] closed shells [۴] closed subshells [۵] Deng
[۶] clusterization [۷] binding [۸] cluster formation [۹] separation

$$P_\alpha = \frac{\langle \phi_f | H_f | \phi_f \rangle}{\langle \phi_f | H_f | \phi_f \rangle + \langle \phi_r | H_r | \phi_r \rangle} \qquad (۳-۲)$$

Φ_f معرف شکل‌گیری خوشه مکانیک کوانتومی در حالت خوشه‌ای شدن را توصیف می‌کند. حالت خوشه‌ای شدن به نوکلئون‌های سطح هسته وابسته است، بنابراین معادله‌ی فوق، فقط شکل‌گیری خوشه آلفا را شامل می‌شود. هامیلتونین H_f معرف حالت شکل‌گیری برای همه‌ی برهم‌کنش‌های داخلی میان چهار نوکلئون است و مسئولیت گردآوری آنها و تشکیل خوشه آلفا را به عهده دارد. ϕ_r معرف حالت دینامیک مکانیک کوانتومی خوشه آلفا (مرکز جرم آن) است که حرکت نسبی آن را فقط نسبت به هسته دختر درون هسته‌ی مادر توصیف می‌کند. این دو تابع موج، فرایند شکل‌گیری و جدایی را توصیف می‌کنند که می‌توان از معادله‌ی شرودینگر مستقل از زمان بدست آورد

$$H_f \phi_f = E_f \phi_f, \; H_r \phi_r = E_r \phi_r \qquad (۴-۲)$$

که E_f و E_r ، به ترتیب، ویژه مقادیر انرژی شکل‌گیری خوشه و حرکت نسبی خوشه هستند. حالت خوشه‌ای شدن بصورت مجموع دو هامیلتونین و انرژی کل بیان می‌شود، $E = E_f + E_r$. معادله‌ی ۲-۳ بر حسب انرژی بصورت $P_\alpha = E_f / E$ خواهد شد. همچنین احمد و همکارانش رابطه زیر را بر حسب انرژی بستگی محاسبه نمودند[۱۱]

$$\begin{aligned} E_f = E_\alpha &= 3B(A,Z) + B(A-4,Z-2) \\ &\quad - 2B(A-1,Z-1) - 2B(A-1,Z) \\ E &= B(A,Z) - B(A-4,Z-2). \end{aligned} \qquad (۵-۲)$$

با جایگذاری معادلات (۲-۵) در معادله‌ی P_α، "فاکتور پیش‌تشکیل" به فرم زیر می‌باشد

$$P_\alpha = \frac{3B(A,Z) + B(A-4,Z-2) - 2B(A-1,Z-1) - 2B(A-1,Z)}{B(A,Z) - B(A-4,Z-2)}. \qquad (۶-۲)$$

۲-۱-۱-۲ مدل PCM

در سال ۱۹۸۹، مدل خوشه‌ای پیش تشکیل شده (PCM) توسط گوپتا و همکارانش با استفاده از نظریه‌ی گاموف واپاشی آلفا مطرح شد[۲۰]. در این مدل، تشکیل محصولات واپاشی[۱]، طی دو مرحله صورت می‌پذیرد. در ابتدا از پتانسیل برهم‌کنشی هسته‌ای استفاده می‌گردد که احتمال پیش‌تشکیل P_0 متناسب با اندازه‌ی خوشه است و با افزایش عدد جرمی خوشه، احتمال تشکیل آن کم می‌شود. در این موقعیت خوشه در درون هسته‌ی مادر از قبل تشکیل شده است. در مرحله‌ی بعدی پدیده‌ی تونل‌زنی از سد پتانسیل برهم‌کنشی توسط خوشه، با احتمال نفوذپذیری p ، بسامد v و ثابت واپاشی $\lambda_{PCM} = v_0 P P_0$ رخ می‌دهد.

۲-۱-۱-۳ مدل DCM

مدل دینامیک واپاشی-کلاستر[۲] (DCM)، برای هسته‌های مرکب داغ و چرخشی[۳] استفاده می‌شود که اثرات دما، تکانه‌ی زاویه‌ای و تغییر شکل، در هسته‌های در حال واپاشی در نظر گرفته می‌شود[۲۴-۲۱]. همچنین مدل DCM مشابه مدل PCM است که بر اساس مختصات تجمعی تقارن بار و جرم و جداسازی نسبی میان محصولات واپاشی مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مدل برای هسته‌های مرکب، به انرژی جنبشی کل یا به عبارت دیگر، به مقدار انرژی واپاشی موثر وابسته به دما، مربوط می‌شود که در ترم‌هایی از انرژی بستگی هسته‌ی مرکب و حالت پایه‌ی انرژی بستگی ذرات گسیل شده تعریف می‌شود.

۲-۱-۱-۴ مدل UFM

برخلاف مدل PCM که در آن با استفاده از پارامتر P_0 اثرات ساختار هسته‌ای در هسته‌ی

---

[۱]Fragments [۲]Dynamical cluster-decay model [۳]hot and rotating compound nuclei

در حال واکنش را شامل می‌شود، در مدل شکافت یکنواخت[۱] (UFM) ، این پارامتر نادیده گرفته می‌شود [۲۵]. بنابراین در مدل UFM ثابت واپاشی از رابطه‌ی زیر تبعیت می‌کند

$$\lambda_{UFM} = \nu_0 P \qquad (۷-۲)$$

در واقع در این مدل هیچ بحثی در مورد اینکه خوشه آلفا قبلا در هسته‌ی مادر تشکیل شده یا نشده، مورد توجه قرار نمی‌گیرد. بنابراین در مدل UFM، نظریه‌ی گاموف (پدیده‌ی نفوذپذیری از سد پتانسیل مکانیک کوانتومی) در نظر گرفته می‌شود. در حالیکه در مدل PCM علاوه بر نظریه‌ی گاموف (احتمال نفوذپذیری از سد پتانسیل کولنی و هسته‌ای)، احتمال پیش تشکیل خوشه گسیل شده هم محاسبه می‌شود.

۲-۱-۱-۵ مدل نیمه تجربی تاوارس

تاوارس[۲] و همکارانش، با استفاده از نظریه‌ی مکانیک کوانتومی (پدیده‌ی تونل‌زنی) به روش نیمه‌تجربی، ثابت واپاشی را به فرم زیر معرفی نمودند[۲۶]

$$\lambda_{Tavares} = \lambda_0 P_{se} S_\alpha \qquad (۸-۲)$$

λ_0 فاکتور بسامد است که تعداد برخوردهای به سد بخش بر واحد زمان را نشان می‌کند. کمیت λ_0 معمولا بصورت $\lambda_0 = v/2a$ است که v سرعت نسبی محصولات واپاشی است و $a=R_p-R_\alpha$ اختلاف بین شعاع هسته‌ی مادر و شعاع ذره‌ی آلفا می‌باشد. S_α احتمال پیش-تشکیل ذره‌ی آلفا در سطح هسته (یا تحت عنوان فاکتور طیف‌نمایی[۳]) است. P_{se} احتمال نفوذپذیری از ناحیه‌ی سد خارجی (یعنی سد پتانسیل کولنی بعلاوه‌ی مرکزگرا) است.

$$S_\alpha = e^{-Gov}, \quad G_{ov} = \frac{2}{\hbar}\int_a^c \sqrt{2\mu(s)[V(s)-Q_\alpha]}\,ds \qquad (۹-۲)$$

---

[۱] Unified Fission Model [۲] Tavares [۳] spectroscopy

که G_{ov} معرف فاکتور گاموف در ناحیه‌ی سد همپوشانی[1] است. کمیت $\mu(s)$ جرم کاهیده‌ی موثر و $V(s)$ انرژی پتانسیل هستند، در ناحیه‌ی همپوشانی یعنی $a \le s \le c$ داریم

$$\mu(s) = \mu_0 (\frac{s-a}{c-a})^p, \qquad p \ge 0 \qquad (۱۰-۲)$$

$$V(s) = Q_\alpha + (V_c - Q_\alpha)(\frac{s-a}{c-a})^q, \qquad q \ge 1 \qquad (۱۱-۲)$$

$$V_c = \frac{2Z_d e^2}{c} + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2\mu_0 c^2} \qquad (۱۲-۲)$$

که در آن $e^۲$=۱,٤۳۹۹٦٥۲MeV.fm است، ℓ تکانه‌ی زاویه‌ای مداری است. با جایگذاری معادله ۲-۱۰ در ۲-۹ خواهیم داشت

$$G_{ov} = \frac{2\sqrt{2\mu_0}}{\hbar}(c-a)^{-(p+q)/2}(V_c - Q_\alpha)^{1/2}\int_a^c (s-a)^{(p+q)/2} ds \qquad (۱۳-۲)$$

عبارت انتگرالی فوق به فرم زیر حل می‌شود

$$\int_a^c (s-a)^{(p+q)/2} ds = (\frac{p+q}{2}+1)^{-1}(s-a)^{\frac{p+q}{2}+1}\Big|_a^c = (c-a)^{1/g} g$$
$$g = (\frac{p+q}{2}+1)^{-1} \qquad (۱۴-۲)$$

بنابراین فاکتور گاموف به معادله‌ی زیر تبدیل می‌شود

$$G_{ov} = \frac{2\sqrt{2\mu_0}}{\hbar}(c-a)^{+1-1/g}(V_c - Q_\alpha)^{1/2}(c-a)^{+1/g} g \qquad (۱۵-۲)$$

$$G_{ov} = \frac{\sqrt{8\mu_0}}{\hbar}(c-a) g (V_c - Q_\alpha)^{1/2} \qquad (۱۶-۲)$$

---

[1] overlapping barrier region

$$G_{ov} = \frac{\sqrt{8\mu_0}}{\hbar}(c-a)g[\frac{2Z_d e^2}{c} + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2\mu_0 c^2} - Q_\alpha]^{1/2} \qquad (۱۷-۲)$$

کمیت G_{se}، معرف فاکتور گاموف در ناحیه‌ی خارجی است که ناحیه‌ی جدایی از ساختار تماسی تا نقطه‌ی جدایی ادامه دارد که در آن، انرژی پتانسیل کل با مقدار انرژی واپاشی برابر است.

$$G_{Se} = 0.62994186 Z_d (\frac{\mu_0}{Q_\alpha})^{1/2} F(x,y) \qquad (۱۸-۲)$$

که ثابت پلانک با $\hbar = 6.582\times10^{-22} MeV.s$ برابر است (پیوست پ را ببینید)

$$F(x,y) = \frac{x^{1/2}}{2y}\times\ln\frac{x^{1/2}H(x,y)+x+y}{\sqrt{x+y^2}} + \arccos[\frac{1}{2}(1-\frac{y-1}{\sqrt{x+y^2}})]^{1/2} - \frac{H(x,y)}{2y} \qquad (۱۹-۲)$$

در عبارت فوق کمیت‌های x و y به صورت زیر تعریف می‌شود

$$x = 20.9008\frac{\ell(\ell+1)}{\mu_0 c^2 Q_\alpha},\ y = \frac{1}{2}\frac{Z_d e^2}{cQ_\alpha} \qquad (۲۰-۲)$$

۲-۱-۱-۶ مدل موهر

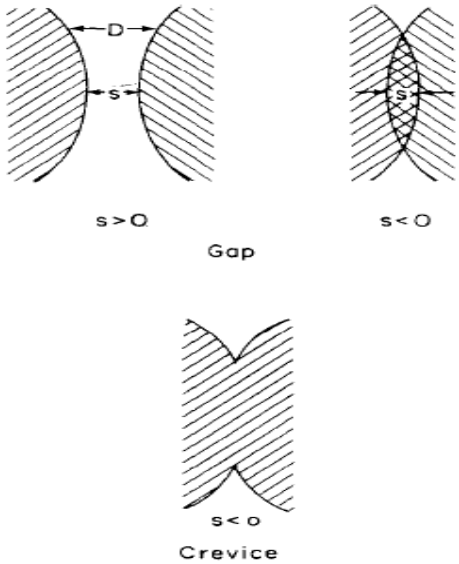
در سال ۲۰۰۶، پیتر موهر [۱][۲۷]، مقدار پیش تشکیل آلفا را به صورت نسبت نیمه عمر نظری به نیمه عمر تجربی پیشنهاد نمود

$$P = \frac{T_{1/2,\alpha}^{cal}}{T_{1/2,\alpha}^{\exp}}, \qquad (۲۱-۲)$$

[۱] Peter Mohr

۲-۱-۲ محاسبه‌ی انرژی مجاورت هسته‌ای

بِلُکی[۱] و همکارانش، نظریه‌ای را متناسب با پتانسیل برهم‌کنشی دو هسته‌ی در حال واکنش، ارائه نمودند که این نظریه منجر به رابطه‌ای برای پتانسیل برهم‌کنشی بین اجسام خمیده[۲] شد[۲۸]. در تصویر ۲-۱ تصویری از گاف[۳] و شکاف باریک[۴] نشان داده شده است. در مورد گاف، کمترین فاصله‌ی جدایی s ممکن است، مثبت یا منفی باشد، دومی متناظر با، اجسام دارای همپوشانی است. در مورد شکاف باریک، s منفی است اما چگالی در همه جای جسم یکنواخت است.



تصویر ۲-۱: نمایشی از گاف و شکاف باریک.

عبارت انرژی مجاورت[۵] V_p مرتبط با گاف منحنی که به تدریج پهنای D تغییر می‌کند، در قالب زیر تعریف می‌شود

$$V_p = \int\int e(D)d\sigma + corrections. \qquad (۲۲-۲)$$

---

[۱]Blocki [۲]curved object [۳]Crevice [4] Gap [۵] proximiry

که e(D) انرژی برهمکنش در واحد سطح (نشاندهنده‌ی تابعی از متغیر D)، از دو سطح موازی، در فاصله‌ی جدایی مناسب D است. با استفاده از J(D)dD ناحیه‌ای از سطح $\boldsymbol{\Gamma}$ (معرف متوسط سطح گاف) نشان داده شده است که بین دو منحنی (یا مجموعه‌ای از منحنی‌ها) در بازه‌ی D و D+dD تعریف شده است. بنابراین می‌توان نوشت

$$V_p = \int e(D)J(D)dD + \dots . \qquad (۲۳-۲)$$

تابع J (D) ، مشخصه هندسه‌ی گاف است. اگر دو طرف گاف[۴] انتقال یابد، یا بچرخد، یا به روشی تغییر شکل یابد، به همین شکل سطح گاف $\boldsymbol{\Gamma}$ و پهنای گاف D تغییر می‌کند، J تابعی از این انتقالات، چرخش‌ها، یا تغییر شکل‌ها خواهد بود. تابع e(D)، مستقل از هندسه-ی گاف است. بویژه، اگر ساختار سطح (بعنوان مثال، چگالی در ناحیه‌ی سطح) متغیر در نظر گرفته شود، و مجموعه‌ای از درجه‌ی آزادی β داشته باشیم، در اینصورت با عبارت e(β, D) نشان داده می‌شود. بنابراین معادله‌ی انرژی، بصورت رابطه‌ی زیر برقرار است

$$V_p(\alpha,\beta) = \int e(\beta,D)J(\alpha,D)dD + \dots . \qquad (۲۴-۲)$$

که در آن α هندسه‌ی گاف را مشخص می‌کند و β ساختار ناحیه‌ی سطحی را تعیین می‌کند. برای پهنای گاف D(x,y) که یک مقدار حداقل D=s در x=y=۰ دارد، پهنا در مجاورت این نقطه با بسط تیلور، به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned} D(x,y) &= s + \frac{1}{2}D_{xx}x^2 + \frac{1}{2}D_{yy}y^2 + \dots \\ &= s + \frac{1}{2}(x^2/R_x) + \frac{1}{2}(y^2/R_y) + \dots \end{aligned} \qquad (۲۵-۲)$$

در عبارت بالا، D_{xx} و D_{yy} مشتقات دوم D هستند که با در نظر گرفتن x و y در نقطه‌ی کمترین پهنای گاف محاسبه می‌شوند. در خط دوم این مشتقات در ترم‌هایی از شعاع اصلی منحنی، R_x و R_y، بعنوان تابعی از x و y نوشته شده است. با در نظر گرفتن تغییر متغیر از

x,y به ξ, η به صورت $\xi=x/(2R_x)^{1/2}$, $\eta=y/(2R_y)^{1/2}$، که D به فرم $D=s+\rho^2$، $\rho^2=\xi^2+\eta^2$ هستند، انرژی مجاورت به رابطه‌ی زیر تبدیل خواهد شد

$$
\begin{aligned}
V_p(s) &= \int\int dxdy\, e(D) = \\
&= 2\left(R_x R_y\right)^{1/2} \int\int d\xi\, d\eta\; e(D) \\
&= 2\left(R_x R_y\right)^{1/2} \int_0^\infty 2\pi\rho\, d\rho\; e(D) \\
&= 2\pi\bar{R} \int_{D=s}^\infty dD\; e(D) \\
&= 2\pi\bar{R}\varepsilon(s).
\end{aligned}
\tag{۲۶-۲}
$$

که $\bar{R}$ متوسط شعاع خمیده است. همچنین، منفی مشتق جزئی $V_p(s)$ نسبت به s ، $F(s) = -\left(\partial V_p(s)/\partial s\right) = 2\pi\bar{R}e(s)$، برابر با نیروی بین دو سطح، برحسب تابعی از درجه‌ی آزادی است. این عبارت به نظریه‌ی نیروی مجاورت منجر می‌شود. e (s) مقدار مینیمم را نشان می‌دهد و این مینیمم در نزدیکی $s = 0$ اتفاق می‌افتد که در آن -~e(0) ۲γ است. مقدار ماکسیمم معادله‌ی فوق در $s \approx 0$ اتفاق می‌افتد که e(s) باید منفی باشد و در آن $e \approx -2\gamma$ است. بنابراین خواهیم داشت

$$
\begin{aligned}
\text{Maximum Attraction} &\approx 2\pi\,\bar{R}e(0) \\
&\approx -4\pi\,\bar{R}\,\gamma.
\end{aligned}
\tag{۲۷-۲}
$$

که γ پارامتر کشش سطحی است. از طرفی برای دو سطح کروی با شعاع‌های C_1 و C_2 معادله‌ی زیر برای D برقرار است

$$
D \approx 2\pi\,\bar{R}e(0) \tag{۲۸-۲}
$$

$$
V_p = 2\pi\bar{R}\int_0^\infty e(D)dD \tag{۲۹-۲}
$$

بنابراین، پتانسیل مجاورت هسته‌ای معادله‌ی فوق به صورت زیر خواهد بود

$$V_p = 4\pi\gamma\bar{R}b\Phi(\zeta) \qquad (۳۰-۲)$$

$\Phi(\zeta)$ تابع پتانسیل مجاورت بدون بعد (تابع جهانی) معرفی شده است. بنابراین پتانسیل هسته‌ای مجاورت برابر با حاصلضرب دو تابع، وابسته به شکل و هندسه سیستم برخورد کننده و تابع جهانی است. پارامتر $\zeta=z/b$ است که b اندازه‌ی پخشیدگی سطح هسته و تقریباً برابر با ۱fm می‌باشد. بطور خلاصه، مدل مجاورت برای محاسبه‌ی پتانسیل کل برهم‌کنشی، یون سنگین ارائه شده است. این مدل، فرمول ساده‌ای را برای انرژی برهم-کنشی هسته-هسته به صورت تابعی از فاصله‌ی بین سطوح هسته‌های برهم‌کنشی ارائه می‌دهد. برای تعیین فاصله‌ی بین سطوح هسته‌ای بر حسب فاصله‌ی بین مراکز هسته-های نزدیک شونده، عبارت دقیقی برای شعاع هسته‌ای نیاز است. همچنین از پارامتر کشش سطح هسته‌ای و ضریب پخشیدگی سطح برای محاسبه‌ی پتانسیل هسته‌ای استفاده می‌شود. به عبارتی دیگر، پتانسیل هسته‌ای مجاورت، به دو پارامتر، پخشیدگی و کشش سطحی وابسته است. در واقع اثرات ماده‌ی هسته‌ای این پتانسیل حاصل از تغییرات این دو پارامتر می باشد (پارامتر کشش سطحی * پارامتر پخشیدگی = خواص ماده‌ی هسته‌ای). بنابراین جاذبه‌ی قوی بین دو هسته (انرژی برهم کنشی هسته-هسته) وقتی اتفاق می‌افتد که سطوح آنها در مجاورت یا فاصله‌ی قابل مقایسه با پهنای سطح b باشد. پس انرژی این برهم‌کنش توسط پتانسیل مجاورت هسته‌ای توصیف می‌شود.

۲-۱-۳ توزیع پتانسیل مجاورت هسته‌ای

توزیع پتانسیل مجاورت مختلف بر احتمال نفوذپذیری-α تاثیر می‌گذارد که به نیمه عمر واپاشی-α هر هسته مربوط می‌شود. پتانسیل‌های مجاورت هسته‌ای مختلفی برای مطالعه‌ی واپاشی هسته‌ای استفاده شده است. در ادامه به چند مورد می‌پردازیم.

۲-۱-۳-۱ پتانسیل مجاورت P۷۷ ، p۸۸ و P_{00}

تابع $V_N(R)$ پتانسیل مجاورت برای مدل Prox۷۷ و به اختصار (p۷۷) و (p۸۸) Prox۸۸ و (P_{00}) $Prox00$ به صورت زیر تعریف می‌شود

$$V_N(R) = 4\pi\gamma b\bar{R}\Phi(s) \qquad (۳۱-۲)$$

که در آن پارامتر $\Phi(s)$ تابع عمومی است و $\bar{R}$ شعاع منحنی متوسط است. شعاع هسته‌ی آلفا و دختر به صورت زیر تعریف می‌شود

$$R_i = 1.28A_i^{1/3} - 0.76 + 0.8A_i^{-1/3} \qquad (i = 1,2) \qquad (۳۲-۲)$$

ضریب انرژی سطحی $\gamma = \gamma_0[1 - k_s I^2]$ با ضریب γ_0 = ۰,۹۵۱۷MeV/fm^۲ و ثابت عدم تقارنی سطح k_s = ۱,۷۸۲۶ برای Prox۷۷ [۲۹]، γ_0 = ۱,۲۴۹۶MeV/fm^۲ و k_s = ۲,۳ [۳۰] برای Prox۸۸، همچنین مقدار γ_0 = ۱,۶۵MeV/fm^۲ و k_s = ۲,۳ [۳۱] برای پتانسیل مجاورت اصلاح شده ۱۹۸۸ (mp۸۸) در نظر گرفته شده است. I=N-Z/A با تعریف $N=N_۱+N_۲$، $Z=Z_۱+Z_۲$ و $A=A_۱+A_۲$ در نظر گرفته می‌شود. پارامترهای N_i، Z_i و A_i به ترتیب، به اعداد نوترونی، پروتونی و جرمی هسته‌های هدف و پرتابه، مربوط می‌شود.

۲-۱-۳-۲ پتانسیل مجاورت $Prox00$

در پتانسیل مجاورت $Prox00$ [۳۲]، شعاع C_i به صورت زیر است

$$C_i = c_i + \frac{N_i}{A_i} t_i \qquad (i = 1,2) \qquad (۳۳-۲)$$

در اینجا c_i شعاع نیمه چگالی توزیع بار به فرم زیر می‌باشد

$$c_i = R_{00i}(1-\frac{7b^2}{R_{00i}^2}-\frac{49b^4}{8R_{00i}^4}) \qquad (i=1,2) \qquad (۳۴-۲)$$

شعاع بار هسته‌ای از رابطه‌ی زیر تبعیت می‌کند

$$R_{00i} = 1.256A_i^{1/3}(1-0.202(\frac{A_i-2Z_i}{A_i})) \qquad (۳۵-۲)$$

و ضخامت نوترون هسته به صورت زیر تعریف شده است

$$t_i = \frac{3}{2}r_0[\frac{JI_i - 1/12(gZ_iA_i^{-1/3})}{Q+9/4(A_i^{-1/3})}] \qquad (i=1,2) \qquad (۳۶-۲)$$

که در آن r۰ مقدار ۱٫۱٤fm را دارد، ضریب انرژی متقارن هسته‌ای J=۳۲٫٦٥MeV و g=۰٫۷٥۷۸۹MeV، ضریب سختی ضخامت نوترون Q=۳٥٫٤MeV می‌باشد. ضریب انرژی سطحی γ از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید

$$\gamma = \frac{1}{4\pi r_0^2}[18.63 - Q\frac{(t_1^2+t_2^2)}{2r_0^2}] \qquad (۳۷-۲)$$

تابع عمومی $\phi(\xi)$ به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\phi(\xi) = \begin{cases} -0.1353 + \sum_{n=0}^{5}[c_n/(n+1)](2.5-\xi)^{n+1} & (0<\xi\le 2.5) \\ -0.0955\exp((2.75-\xi)/0.7176) & (\xi \ge 2.5) \end{cases} \qquad (۳۸-۲)$$

در اینجا $\xi = (r-C_1-C_2)/b$ و پارامتر پهنای b برابر یک است. مقادیر مختلف ثابت c_n به صورت زیر هستند: c_0=-۰٫۱۸۸٦، c_1=۰٫۲٦۲۸، c_2=-۰٫۱٥۲۱٦، c_3=-۰٫۰٤٥٦۲، c_4=۰٫۰٦۹۱۳٦، و c_5=-۰٫۰۱۱٤٥٤.

۲-۱-۳-۳ پتانسیل مجاورت gp۷۷

برای پتانسیل مجاورت تعمیم‌یافته ۱۹۷۷ (gp۷۷) [۳۳]، تابع عمومی به صورت زیر است

$$\phi(\xi)=\begin{cases}-1.7817+0.927\xi+0.0169\xi^2-0.05148\xi^3 \\ \qquad\qquad (0\le\xi\le1.9475) \\ -4.41\exp(-\dfrac{\xi}{0.7176}) \qquad (\xi>1.9475)\end{cases} \tag{۳۹-۲}$$

پارامتر شعاع هسته‌ای $R_{.i}$ به فرم زیر داده می‌شود

$$R_{0i}=R_i-\frac{b^2}{R_i} \tag{۴۰-۲}$$

در اینجا مقدار $R_i=1.28A_i^{1/3}-0.76+0.8A_i^{-1/3}$ برای (i=۱،۲) با شعاع ذره‌ی آلفا و هسته‌ی دختر متناظر است. همچنین شعاع مرکزی سیزمان بصورت $C_i=R_i[1-(b/R_i)^2]$ است.

۲-۱-۳-۴ پتانسیل مجاورت mp00

شعاع بار پتانسیل مجاورت اصلاح شده‌ی ۲۰۰۰ (mp00) [۳۴]، به فرم زیر می‌باشد

$$R_{00i}=1.2332A_i^{1/3}[1+\frac{2.348443}{A_i}-0.151541\frac{A_i-2Z_i}{A_i}] \tag{۴۱-۲}$$

که A_i جرم هسته را نشان می‌دهد. پارامترهای دیگر آن مشابه مدل $Prox00$ است.

۲-۱-۳-۵ پتانسیل مجاورت DP

برای پتانسیل دنیسوف[۱] (DP) [۳۵]، رابطه‌ی پتانسیل بصورت زیر محاسبه می‌شود

[۱] Denisov

$$V_N(r) = -1.989843\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\phi(r-R_1-R_2-2.65)$$
$$\times[1+0.003525139(\frac{A_1}{A_2}+\frac{A_2}{A_1})^{3/2}$$
$$-0.4113263(I_1+I_2)] \qquad (۴۲-۲)$$

$$R_i = R_{ip}(1-\frac{3.413817}{R_{ip}{}^2})+1.284589(I_i-\frac{0.4A_i}{A_i+200}) \qquad (۴۳-۲)$$

که در آن $I_i=N_i-Z_i/A_i$، و R_i شعاع می‌باشد.

$$R_{ip} = 1.24A_i^{1/3}(1+\frac{1.646}{A_i}-0.191(\frac{A_i-2Z_i}{A_i})) \qquad (۴۴-۲)$$

تابع عمومی ϕ در آن از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود

$$\phi(s) = \begin{cases} 1-s/0.7881663+1.229218s^2-0.2234277s^3-0.1038769s^4 \\ -\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\times(0.1844935s^2+0.07570101s^3)+(I_1+I_2) \\ \times(0.04470645s^2-0.0334687s^3) \qquad (-5.65\le s\le 0) \\ (1-s^2(0.05410106\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\exp(-\frac{s}{1.76058})-0.539542(I_1 \\ +I_2)\times\exp(-\frac{s}{2.424408})))\times\exp(-\frac{s}{0.7881663}) \quad (s>0) \end{cases} \qquad (۴۵-۲)$$

۲-۱-۳-۶ پتانسیل مجاورت CW۷۶

کریستنسن[۱] و ویتر[۲] (CW۷۶) ، پتانسیل هسته‌ای V_N را به فرم زیر پیشنهاد دادند[۳۶]

$$V_N(r) = -50\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\phi(r-R_1-R_2) \qquad (۴۶-۲)$$

که $R_i = 1.233A_i^{1/3}-0.978A_i^{-1/3}$ و تابع عمومی به فرم زیر در نظر گرفته شده است

[۱] Christensen [۲] Wither

$$\phi(s) = \exp(-\frac{r - R_1 - R_2}{0.63}) \qquad (۴۷-۲)$$

۲-۱-۳-۷ پتانسیل مجاورت BW۹۱

بروگلا[۱] و وینتر[۲] (BW۹۱) ، پتانسیل مجاورت هسته‌ای به فرم زیر را معرفی نمودند[۳۰]

$$V_N(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp(\frac{r - R_0}{0.63})} \qquad (۴۸-۲)$$

در اینجا $V_0 = 16\pi\gamma a R_1 R_2 / R_1 + R_2$ با a=۰,۶۳fm. R۰=R۱+R۲+۰,۲۹ و $R_i = 1.233A_i^{1/3} - 0.98A_i^{-1/3}$. ضریب ثابت انرژی سطحی γ به فرم زیر می‌باشد

$$\gamma = \gamma_0[1 - k_s(\frac{N_1 - Z_1}{A_1})(\frac{N_2 - Z_2}{A_2})] \qquad (۴۹-۲)$$

که در آن ضرایب بصورت γ_0 = ۰,۹۵MeV/fm^۲ و k_s=۱,۸ هستند.

۲-۱-۳-۸ پتانسیل مجاورت AW۹۵

در پتانسیل "آگ ویتنر"[۳] (AW۹۵) [۳۷]، پارامتر a به صورت رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود

$$a = \frac{1}{1.17(1 + 0.53(A_1^{-1/3} + A_2^{-1/3}))} \qquad (۵۰-۲)$$

با $R_i = 1.2A_i^{1/3} - 0.09$ و R۰=R۱+R۲. دیگر پارامترهای این مدل مانند مدل BW۹۱ هستند.

---

[۱] Broglia [۲] Winther [۳] Aage Withner

۲-۱-۳-۹ پتانسیل مجاورت Ng80

در پتانسیل مدل نا[1] ۱۹۸۰ (Ng80) [۳۸]، پتانسیل هسته‌ای از رابطه‌ی $V_N=R\phi(s)$ محاسبه می‌شود که فرم $\bar{R}$ مشابه مدل Prox۷۷ است. $R_i = N_i R_{ni} + Z_i R_{pi} / A_i$، $R_{pi} = r_{0pi} A_i^{1/3}$ و $R_{ni} = r_{0ni} A_i^{1/3}$. $r_{0pi} = 1.128\ fm$، s_0=-۱/۶ و $r_{0ni} = 1.1375 - 1.875 \times 10^{-4} A_i$

$$\phi(s) = \begin{cases} -33 + 5.4(s - s_0)^2 & (s < s_0) \\ -33\exp(-\frac{1}{5}(s - s_0)^2) & (s \geq s_0) \end{cases} \qquad (۵۱-۲)$$

۲-۱-۳-۱۰ پتانسیل مجاورت B۷۳

در مدل Bass ۱۹۷۳ یا (B۷۳) [۳۹, ۴۰]، پتانسیل V_N به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$V_N(r) = -\frac{d a_s A_1^{1/3} A_2^{1/3}}{R_{12}} \exp(-\frac{r - R_{12}}{d}) \qquad (۵۲-۲)$$

که در آن $R_{12} = 1.07(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$، d=۱,۳۵fm و a_s=۱۷MeV.

۲-۱-۳-۱۱ پتانسیل مجاورت B۷۷

در مدل Bass ۱۹۷۷ (B۷۷)، [۴۱] پتانسیل هسته‌ای V_N به صورت زیر داده شده است

$$V_N(s) = -\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \phi(r - R_1 - R_2) \qquad (۵۳-۲)$$

که در آن $R_i = 1.16 A_i^{1/3} - 1.39 A_i^{-1/3}$. تابع عمومی $\phi(s=r-R_1-R_2)$ به صورت زیر است

$$\phi(s) = [A\exp(\frac{s}{d_1}) + B\exp(\frac{s}{d_2})]^{-1} \qquad (۵۴-۲)$$

---

[1] Ng^o

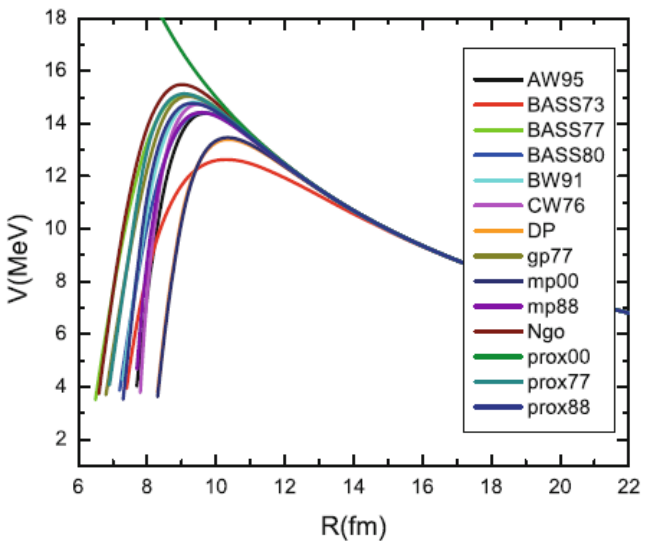
با مقادیر ثابت $A = ۰,۰۳۰ MeV^{-۱} fm$, $B = ۰,۰۰۶۱ MeV^{-۱} fm$، $d_۱=۳,۳۰ fm$ و $d_۲=۰,۶۵ fm$.

۲-۱-۳-۱۲ پتانسیل مجاورت B80

در Bass 1980 یا (B80) [۳۰]، فرم پتانسیل هسته‌ای V_N مشابه مدل Bass۷۷ است. تابع عمومی $\phi(s)$ به صورت عبارت زیر تعریف می‌شود

$$\phi(s) = [0.33\exp(\frac{s}{3.5}) + 0.007\exp(\frac{s}{0.65})]^{-1} \qquad (۵۵-۲)$$

با در نظر گرفتن $R_s = 1.28A_i^{1/3} - 0.76 + 0.8A_i^{-1/3}, R_i = R_s(1-\frac{0.98}{R_s^2})$. در شکل ۲-۲ نمودار پتانسیل کل بر حسب فاصله‌ی شعاعی R بر حسب fm برای ^{۱۱۲}Xe (زنون) با مدل‌های متفاوت رسم شده است که وقتی V بیشتر از Q_α است، توزیع پتانسیل کل V نشان داده شده است [۴۲]. همچنین می‌بینیم که در فاصله بیشتر از ۶fm، V بیشتر از Q_α است. در سال های اخیر، مدل مجاورت برای محاسبه‌ی پتانسیل هسته‌ای بین هسته‌های تغییر شکل‌یافته تعمیم داده شده است. در این حالت محاسبه‌ی پتانسیل به خصوصیات هندسی توزیع چگالی هسته‌ها وابسته است. این مدل را برای چنین هسته‌هایی در دو شرایط متفاوت می‌توان بررسی کرد. زمانی که دو هسته هم صفحه باشند و زمانی که دو هسته در دو صفحه‌ی مجزا از هم، که صفحات نیز به نوبه‌ی خود دارای زاویه نسبت به هم باشند، قرار گیرند. در محاسبات این مدل، یکی از پارامترهای مهم و مورد نیاز برای محاسبه-ی پتانسیل هسته‌ای، تعیین حداقل فاصله‌ی بین دو هسته‌ی برخورد کننده می‌باشد. برای محاسبه پتانسیل هسته‌ای مجاورت باید کوتاهترین فاصله‌ی بین دو سطح هسته z، و میانگین شعاع انحنای دو هسته تعیین شود[۴۳].



نمودار ۲-۲: توزیع پتانسیل کل V(r)، با پتانسیل‌های مجاورت متفاوت اشاره شده برای ^{112}Xe[۴۲] .

توزیع متفاوت پتانسیل بر روی احتمال نفوذپذیری α اثر می‌گذارد که به نیمه عمر واپاشی هر هسته مربوط می‌شود. همچنین در تصویر مشاهده می‌کنید، اختلاف بزرگ در فواصل کوچک بر روی مقادیر نیمه عمر واپاشی آلفا تاثیر نمی‌گذارد. فقط در فواصل بزرگ یک اختلاف کوچک روی مقادیر نیمه عمر اثر می‌گذارد. همچنین در فواصل بیشتر از ۱۴fm همه‌ی پتانسیل‌ها مقادیر یکسان را می‌دهند.

۲-۲ فاکتور ممانعت

واپاشی آلفا در دو مرحله ، یکی از طریق پیش‌تشکیل ذره‌ی آلفا در هسته‌ی در حال واپاشی و پس از آن، نفوذ از سد اتفاق می‌افتد. در برخی مدل‌های ساده، پیش‌تشکیل را بسامد برخورد می‌نامند. در واقع، فاکتور ممانعت[۱] (HF)، تصحیح نیمه عمر واپاشی آلفا برای نفوذ سد است، تنها بخش پیش‌تشکیل در حال جدا شدن در نظر گرفته می‌شود. چند تعریف

[۱] Hinderance factor

فنی برای HF وجود دارد، که می‌توان از معادلات مستقل از اسپین استفاده کرد [۴۴]. تعریف HF بر اساس توابع کولنی به صورت عبارت زیر می‌باشد

$$HF \equiv \frac{\Gamma_0}{\Gamma_J}\frac{P_J}{P_0},$$
$$P_J \equiv \frac{2k_J R}{G_J^2(k_J R)}, \qquad (۵۶-۲)$$
$$k_J = \sqrt{\frac{2\mu(E-E_J)}{\hbar^2}}$$

که Γ_J شدت واپاشی-α برای حالت J^+ است، P_J را نفوذپذیری می‌نامند، G_J تابع کولنی است، E انرژی جنبشی کل (Q-مقدار) است و E_J انرژی برانگیختگی اولین حالت J^+ است. HF عملا مستقل از شعاع R است، که برای شعاع تماسی $R=۱,۲(A_D^{۱/۳}+A_\alpha^{۱/۳})$ استفاده می‌شود، D هسته‌ی دختر را نشان می‌دهد. از آنجائیکه HFها وابسته به مدل هستند، پیشنهاد می‌شود که نسبت شدت $\Gamma./\Gamma_J$ یا لگاریتم آنها، $\log_{۱۰}\Gamma./\Gamma_J$ استفاده شود[۴۴].

۲-۳ ویژگی‌های هندسی

۲-۳-۱ شعاع مرکزی سیزمان

برای محاسبه‌ی مقدار شعاع مرکزی سیزمان [۱] [۲۸]، تعدادی از ویژگی‌های هندسی پخش-شدگی سطح، بطور وسیع در مراجع [۴۵] و [۴۶] برای هسته‌های کروی، مورد بررسی قرار گرفته شده است.

$$d\sigma \int_{-N}^{\infty} dn(1+kn)\, fn = d\sigma \int_{-N}^{0} dn(1+kn). \qquad (۵۷-۲)$$

[۱] Sussman

که در عبارت $(1+kn)dn\, d\sigma$ عنصر حجمی در راستای انتگرال‌گیری است. حد پایین N– مربوط به عمق توزیع است که مقدار f(-N) بطور ذاتی یک است، معادله‌ی (۲-۵۷) ذاتا مستقل از N است. با انتگرالگیری سمت چپ معادله‌ی (۲-۵۷) داریم

$$\int_{-N}^{\infty} n(-(\frac{df}{dn}))dn + \frac{1}{2}k\int_{-N}^{\infty} n^2(-(\frac{df}{dn})). \\ = N[1-f(-N)] - \frac{1}{2}kN^2[1-f(-N)] \approx 0. \qquad (۲-۵۸)$$

منفی مشتق تابع مشخصه، (df/dn-) ، افت سریع ناحیه‌ی سطح را نشان می‌دهد. دو ترم سمت چپ معادله ی (۲-۵۸) متناسب با تکانه‌ی اول و دوم برای مختصات نرمال n، روی سطح است. (این تکانه‌ها ذاتا مستقل از N– هستند، که برابر ∞- است.) سیزمان " سطح مرکزی" را به ازای مقدار n تعریف می‌کند، که با نماد n_c نشان داده شده است که تکانه‌ی اول تابع با صفر در نظر گرفتن n_c به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\int_{-\infty}^{\infty} (n-n_c)(-(\frac{df}{dn}))dn = 0. \qquad (۲-۵۹)$$

این کمیت انتگرالی "سطح مرکزی " مربوط به سطح پخش‌شده[1] است. به عبارت دیگر، برای حل فاصله‌ی n_c از سطح مرکزی، از سطح تیز موثر[2] می‌توان نوشت

$$n^2 = [(n-n_c)+n_c]^2 \\ = (n-n_c)^2 + 2n_c(n-n_c) + n_c^2, \qquad (۲-۶۰)$$

و با جایگذاری در معادله (۲-۵۸) ، با استفاده از معادله‌ی (۲-۵۹) خواهیم داشت:

$$n_c + \frac{1}{2}kn_c^2\int_{-\infty}^{\infty}(-(\frac{df}{dn}))dn + \frac{1}{2}k\int_{-\infty}^{\infty}(n-n_c)^2(-(\frac{df}{dn}))dn = 0. \qquad (۲-۶۱)$$

---

[1] diffuse [2] effective sharp surface

$$n_c = -\frac{1}{2}kb^2 + \dots , \qquad (۶۲-۲)$$

برای $kn_c \ll$ برقرار است. پارامتر b به اختصار به صورت زیر تعریف می‌شود

$$b \equiv \left[\int_{-\infty}^{\infty} (n-n_c)^2 (-(df/dn))dn \right]^{1/2} \qquad (۶۳-۲)$$

این رابطه مقدار r.m.s پهنای تابع است، به عبارت دیگر"پهنای[۱]" سیزمان از سطح پخش شده است. پهنای b مربوط به $t_{۱۰-۹۰}$ است که ضخامت هسته است، بطوری که چگالی ماده هسته‌ای از ۹۰٪ تا ۱۰٪ تغییر کند [۴۶].

$$b = \left[\pi / (2(3)^{1/2} \ln 9) \right] t_{10-90} \qquad (۶۴-۲)$$

عبارت فوق به ازای $t_{۱۰-۹۰}$=۲,۴fm با ۰.۹۹fm برابر است. پارامتر $t_{۱۰-۹۰}$، فاصله‌ی ۹۰-۱۰٪ است. معادله ی (۲-۶۲) رابطه ی سیزمان تعمیم یافته برای سیستم های کروی بین شعاع تیز موثر R و شعاع مرکزی C بر اساس مرجع [۴۶] در صفحه‌ی ۴۶۸ به فرم زیر است:

$$C = R(1-(\frac{b^2}{R^2}) + \dots), \qquad (۶۵-۲)$$

برای یک کره انحنای k برابر ۲/R است که با معادلات (۱-۵۷) و (۱-۵۸) در توافق است.

۲-۳-۲ شعاع مرکزی سیزمان هسته‌های کروی

پتانسیل مجاورت برای دو هسته (یعنی هسته باقیمانده و ذره آلفا) استفاده می شود. بلاکی و همکارانش، رابطه‌ای برای سیستم‌های کروی بین شعاع موثر R و شعاع مرکزی سیزمان تعمیم یافته C محاسبه نمودند[۲۸]. شعاع مرکزی سیزمان هسته‌ی ناپایدار (یا مادر)،

[۱] width

هسته‌ی پایدار (دختر) و ذره‌ی آلفا از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید

$$C_i = R_i(1-(\frac{b^2}{R_i^2})+...), \qquad (۶۶-۲)$$

یا به عبارت دیگر

$$C_i - R_i = (\frac{b^2}{R_i^2})+... . \qquad (۶۷-۲)$$

با افزایش پارامتر پخشیدگی b، جاذبه‌ی بین دو هسته افزایش می یابد. به ازای مقادیر متفاوت b ، ارتفاع و مکان سد پتانسیل مقادیر متفاوتی به خود می‌گیرد. علت عمده‌ی این تفاوت می‌تواند در فرد بودن نوکلئون‌های هسته و نیز تعداد زیاد نوکلئون منفرد در خارج از مدارهای بسته‌ی هسته باشد. پارامتر b پهنای سطح هسته برای هسته‌های کروی برابر است با [۴۶]

$$b = 0.99\, fm \approx 1\, fm \qquad (۶۸-۲)$$

۲-۳-۳ شعاع تیز موثر هسته‌های کروی

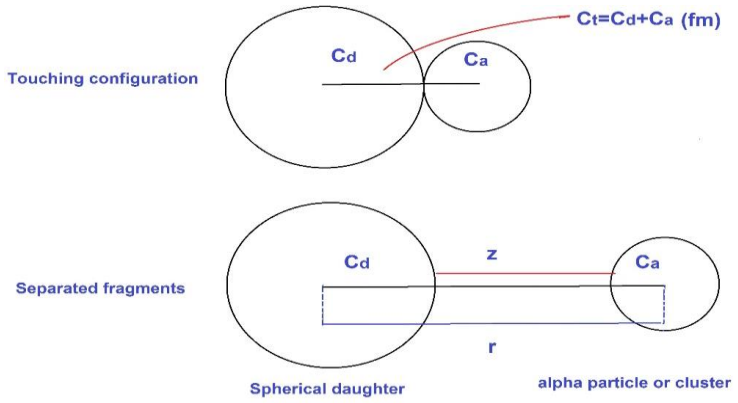
شعاع تیز[۱] موثر هسته‌های کروی به صورت معادله‌ی زیر در نظر گرفته می‌شود [۲۸]

$$R_i = 1.28A_i^{1/3} - 0.76 + 0.8A_i^{-1/3}(fm). \qquad (۶۹-۲)$$

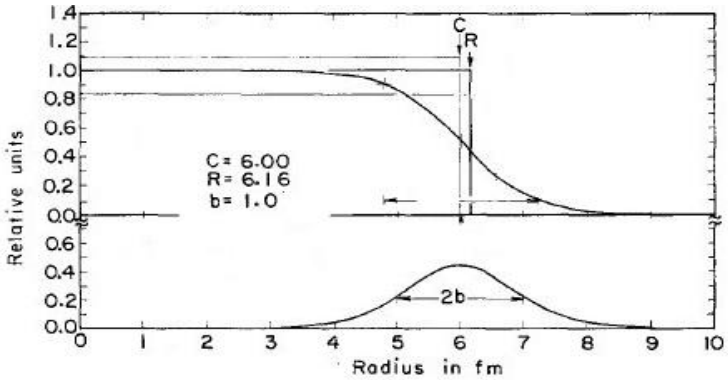
که در آن i=۱،۲ به ترتیب، معرف هسته‌ی دختر و ذره آلفا هستند. برای روشن‌تر شدن مبحث فوق و روابط بین آنها، بصورت شماتیکی این پارامترها نشان داده شده‌اند. در شکل ۲-۳ شعاع مرکزی سیزمان هسته‌ی دختر و ذره‌ی آلفا با پارامترهای C_d و C_α به ترتیب نشان داده می‌شود. مجموع این دو پارامتر در ساختار تماسی معادل C_t است.

[۱] sharp radius

زمانیکه هسته‌ی دختر و ذره‌ی آلفا در حالت جدا از هم قرار دارند، نزدیکترین فاصله بین سطوح دو ذره را با پارامتر z و فاصله‌ی بین مراکز آنها با کمیت r نشان داده می‌شود. همچنین به منظور نشان دادن اهمیت هندسی، در هسته‌های کروی، شعاع بار معادل یا تیز موثر R و شعاع مرکزی سیزمانC، شعاع rms معادل، Q، و پهنای سطح b، بصورت شماتیکی در شکل ۲-۴ نشان داده شده‌اند.



شکل ۲-۳: ساختار تماسی و جدا ازهم در هسته‌های کروی



شکل ۲-۴: توزیع f(r) و متناظر با آن تابع توزیع سطح g(r) بر حسب فاصله‌ی شعاعی r رسم شده است. بطور شماتیکی پارامتر R و C و b نشان داده شده است[۴۶]

۲-۳-۴ تغییر شکل‌های سطح هسته

زمانی که هسته تغییر شکل می‌یابد، شعاع هسته‌ها به تکانه‌ی زاویه‌ای آنها وابسته خواهد شد و تکانه زاویه‌ای می‌تواند بر خواص دینامیکی هسته اثر بگذارد. طیف‌های برانگیخته‌ی هسته‌های زوج-زوج در محدوده‌ی انرژی بالای ۲MeV دارای ساختار کاراکتری می‌باشند

که مستقل از ارتعاشات و چرخش‌های سطح هسته در مدل تجمعی هندسی هستند، این مطلب اولین بار توسط بوهر و موتلسن[۱] [۴۹-۴۷]، فرض شده بود و توسط فسلر و گرینر[۲] با دقت شرح داده شد [۵۴-۵۰]. بطور کلی ممکن است تغییر سطح هسته با بسط در هماهنگ‌های کروی با پارامترهای وابسته به-زمان، با ضرایب زیر توصیف شود

$$R(\theta,\phi,t) = R_0(1+\sum_{\lambda=0}^{\infty}\sum_{\mu=-\lambda}^{\lambda}\alpha^*_{\lambda\mu}(t)Y_{\lambda\mu}(\theta,\phi)), \qquad (۷۰-۲)$$

که در آن $R(\theta,\phi,t)$ شعاع هسته در مسیر (θ,ϕ) در زمان t، و .R شعاع هسته‌ی کروی است که وقتی همه‌ی $\alpha_{\lambda\mu}$ صفر است، مقدار آن برابر شعاع هسته‌ی کروی است. در همه‌ی فرمول‌های زیر محدوده‌ی $\lambda=۰,\ldots,\infty$ و $\mu=-\lambda,\ldots,\lambda$ درنظر گرفته شده است. دامنه‌ی وابسته به-زمان $\alpha_{\lambda\mu}(t)$ ارتعاشات هسته را توصیف می‌کند و بنابراین بعنوان مختصات جمعی در نظر گرفته می‌شود. در ادامه به مفهوم فیزیکی $\alpha_{\lambda\mu}$ با جزئیات بیشتر می‌پردازیم. از معادله‌ی (۱-۶۲) به آسانی تعدادی ویژگی‌های ضرایب $\alpha_{\lambda\mu}$ را می‌توان دریافت کرد.

۱- همیوغ مختلط: شعاع هسته باید حقیقی باشد، یعنی، $R(\theta, \phi, t) = R^*(\theta, \phi, t)$. با در نظر گرفتن این شرط برای معادله‌ی (۲-۷۰) و با استفاده ویژگی هماهنگ‌های کروی که

$$Y^*_{\lambda\mu}(\theta,\phi) = (-1)^{\mu}Y_{\lambda-\mu}(\theta,\phi), \qquad (۷۱-۲)$$

واضح است که برای $\alpha_{\lambda\mu}$ باید شرط زیر برقرار باشد

$$\alpha^*_{\lambda\mu}(\theta,\phi) = (-1)^{\mu}\alpha_{\lambda-\mu}. \qquad (۷۲-۲)$$

۲- کاراکتر تانسور کروی: رفتار $\alpha_{\lambda\mu}$ تحت چرخش تابع $R(\theta,\phi)$ ناوردا باشد، و باید تحت چرخش‌ها یک اسکالر باشد. در ابتدا این جمله ممکن است شگفت آور به نظر برسد، زیرا

---

[۱] Bohr and Mottelson [۲] Faessler and Greiner

شکل هسته قبلا توصیف شده است که تقارن چرخشی را نشان نمی‌دهد. شکل هسته‌ی اصلی توسط تابع $R(\theta,\phi)$ توصیف می شود. یک چرخش مسیر (θ,ϕ) به (θ',ϕ') وجود دارد $R'(\theta',\phi')=R(\theta,\phi)$. این ایده برای معرفی سطح هسته، به ناوردایی تحت چرخش مربوط می‌شود که سطح چرخش $R'(\theta,\phi)$ شکل تابعی یکسان دارد، اما با پارامترهای چرخش یافته‌ی $\alpha'_{\lambda\mu}$. این مطلب می‌تواند از رابطه زیر بدست آید

$$\sum_{\lambda\mu}\alpha'_{\lambda\mu}Y'_{\lambda\mu}(\theta,\phi)=\sum_{\lambda\mu}\alpha^{*}_{\lambda\mu}Y_{\lambda\mu}(\theta,\phi). \qquad (۷۳-۲)$$

که در آن $Y'_{\lambda\mu}$ از $Y_{\lambda\mu}$ از طریق ماتریس‌های چرخشی معمولی بدست می‌آید. به آسانی دیده می‌شود که در اینجا چگونه $\alpha_{\lambda\mu}$ انتقال می‌یابد: چرا که در معادله‌ی (۲-۷۲) می‌توان جمع روی μ به عنوان جفت‌شدگی برای تکانه زاویه‌ای صفر بیان کرد:

$$\begin{aligned}\sum_{\mu}\alpha'_{\lambda\mu}Y_{\lambda\mu}&=\sum_{\mu}(-1)^{\mu}\alpha_{\lambda-\mu}Y_{\lambda\mu}=(-1)^{\mu}\sqrt{2\lambda+1}\sum_{\mu}\frac{(-1)^{\lambda-\mu}}{\sqrt{2\lambda+1}}\alpha_{\lambda-\mu}Y_{\lambda\mu}=\\&=(-1)^{\mu}\sqrt{2\lambda+1}\sum_{\mu\mu'}\left(\lambda\lambda_0\middle|\mu\mu'_0\right)\alpha_{\lambda\mu'}Y_{\lambda\mu}.\end{aligned} \qquad (۷۴-۲)$$

۳- پاریته: ساختار یکسانی برای انتقال پاریته برقرار است. اگر هماهنگ‌های کروی انعکاس کنند، تانسور $\alpha_{\lambda\mu}$ باید تغییر علامت یکسانی برای حفظ ناوردایی سطح داشته باشد.

۲-۳-۵ انواع تغییر شکل‌های چندگانه

معادله‌ی (۲-۷۰) برای تغییر شکل‌یافتگی‌های دلخواه، بسط عمومی سطح هسته را، مجاز در نظر گرفته است. در این بخش معنی فیزیکی مرتبه‌های چندتایی گوناگون و کاربرد آنها با افزایش مقادیر λ ارائه شده است.

۱- مد تک قطبی، λ=۰. هماهنگ کروی $Y_{..}(\Omega)$ ثابت است، بطوری که مقدار غیر صفر $\alpha_{..}$ متناظر با تغییر شعاع کره است. برانگیختگی متناظر، به آن را مد تنفسی هسته می-نامند. پارامتر تغییر شکل $\alpha_{..}$ را می‌توان برای حذف تغییر چگالی کل استفاده کرد. محاسبه‌ی حجم هسته به شکل زیر تا مرتبه‌ی دوم نشان داده می‌شود

$$\alpha_{00} = -\frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{\lambda\mu} \left|\alpha_{\lambda\mu}\right|^2. \qquad (۷۵-۲)$$

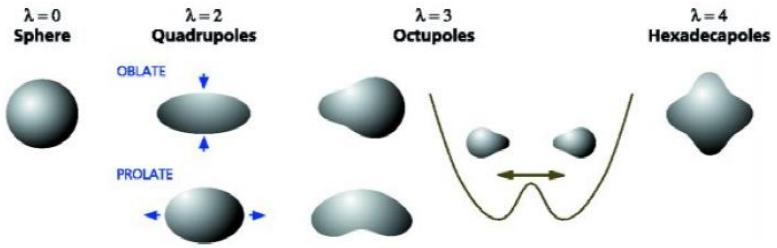
۲- تغییر شکل‌های دوقطبی، λ=۱ با پایین‌ترین مرتبه، متناظر با تغییر شکل هسته نیست، بلکه برای تغییر یا جابجایی مرکز جرم برقرار است. بنابراین پایین‌ترین مرتبه λ=۱ فقط متناظر با انتقال هسته حول محور نوسان است، و باید برای برانگیختگی‌های هسته نادیده گرفته شود.

۳- تغییر شکل‌های چهار قطبی: مدهای با λ=۲ از مهمترین برانگیختگی‌های جمعی هسته محسوب می‌شود.

۴- تغییر شکل‌های هشت قطبی، λ=۳، مدهای متقارن اصلی هسته‌ی مربوطه با نوارهای پاریته-منفی هستند. شکل تغییر شکل‌یافته‌ی-هشت قطبی، گلابی‌گونه است.

۵- تغییر شکل‌های شانزده قطبی، λ=۴: دارای بالاترین تکانه زاویه‌ای است. در حالی‌که شواهدی برای برانگیختگی هشت قطبی در طیف‌ها وجود ندارد، به نظر می‌رسد نقش مهمی در ترکیب با برانگیختگی‌های چهارقطبی و برای شکل حالت پایه‌ی هسته‌های سنگین، بازی می‌کند.

۶- مدهای با تکانه زاویه‌ای بالاتر کاربرد مهمی ندارند.



شکل ۲-۵: اشکال هسته با پارامترهای تغییر شکل مختلف[۴۶]

در شکل ۲-۵ اشکال هسته‌ای را مشاهده می‌کنید. اشکال مختلف که توسط توابع هماهنگ کروی، پارامتری شده‌اند که در آن λ مرتبه‌های مختلف از توزیع متناظر هستند. در λ=۰ هسته به فرم کروی می‌باشد، در λ=۲ هسته (چهارقطبی) بصورت پخت یا کشیده خواهد بود و به ترتیب هسته‌ی هشت قطبی و شانزده قطبی نشان داده شده است.

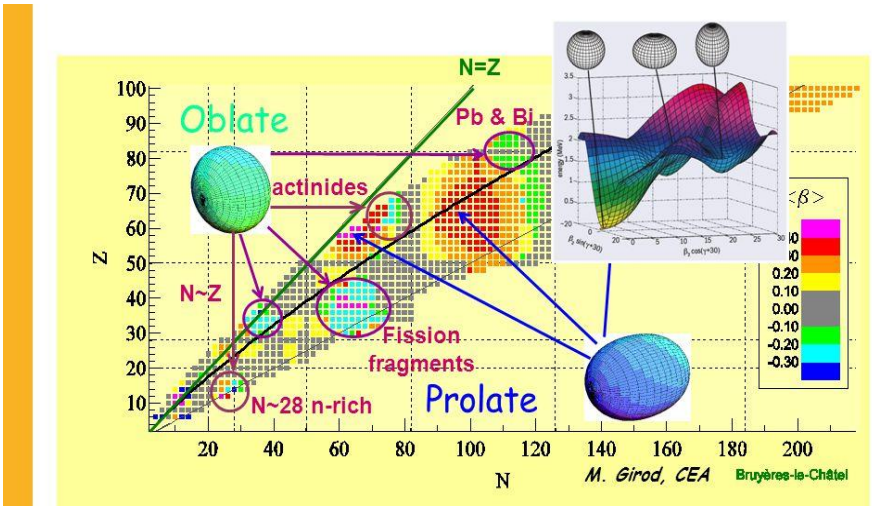
۲-۳-۶ تغییر شکل‌های چهارقطبی

این تغییر شکل‌ها، مهمترین درجه‌ی آزادی نوسانی هسته هستند. برای سطح هسته‌ی با تغییر شکل‌یافتگی چهارقطبی داریم

$$R(\theta,\phi) = R_0(1+\sum_{\mu}\alpha^*_{2\mu}Y_{2\mu}(\theta,\phi)). \qquad (۷۶-۲)$$

البته ترم پایستگی-حجمی در $\alpha_{۰۰}$ از مرتبه‌ی دوم در $\alpha_{۲\mu}$ است و می‌توان آن را به آسانی حذف کرد. پارامترهای $\alpha_{۲\mu}$ مستقل نیستند، چون $\alpha^t_{۲\mu}\alpha_{۲\mu}=(-۱)^{\mu}$ ، بنابراین $\alpha_{۲۰}$ حقیقی است. اگر $\alpha_{۲۰}$ کمتر از صفر باشد، یک شکل پخت بوجود می‌آید و برای مقادیر مثبت $\alpha_{۲۰}$، هسته یک شکل کشیده شده خواهد داشت. بنابراین نوسان چهار قطبی پایین‌ترین درجه نوسان و تغییر شکل محسوب می‌شود. نخستین گام برای هسته‌های تغییر شکل یافته، انتخاب پتانسیل هسته‌ای مناسب، مورد توجه است. در چنین هسته‌هایی، پتانسیل علاوه بر r به پارامتر θ، زاویه‌ی بین محور تقارن هسته مادر که از محور z اندازه گیری می‌شود و جهت انتشار ذره‌ی آلفا نیز وابسته خواهد بود. همچنین ممکن است به پارامتر ϕ که نشان

دهنده‌ی چرخش هسته حول محور z و محور ثابت آزمایشگاهی است، وابسته باشد. بنابراین تغییر شکل هسته‌ها، منجر به تغییر در محاسبه‌ی پتانسیل‌ها در برهمکنش هسته‌ای می‌شود. در شکل ۲-۶ بطور شماتیکی فراوانی هسته‌های تغییر شکل‌یافته‌ی چهار قطبی پخت و کشیده نشان داده شده است. جزیره‌ی هسته‌های پخت در نواحی N~Z و با عدد جرمی A~۱۰۰ واقع شده است. همچنین هسته‌های تغییر شکل‌یافته‌ی پخت فراوانی کمتری نسبت به هسته‌های کشیده دارند.



شکل ۲-۶: نمایش هسته‌های تغییر شکل‌یافته‌ی چهارقطبی پخت و کشیده در نواحی N~Z[۵۵].

۲-۴ شعاع مرکزی سیزمان هسته‌های تغییر شکل‌یافته

در هسته‌ی تغییر شکل‌یافته، وابستگی به زاویه‌ی θ، در شعاع R، فاصله‌ی بین مراکز هسته‌ی دختر و ذره‌ی آلفا در ساختار تماسی C_t، فاصله‌ی بین نزدیک‌ترین سطوح آنها در ساختار جدا از هم، z، و فاصله‌ی بین مراکز آنها در ساختار جدا ازهم، r، اعمال می‌شود. همچنین پتانسیل مجاورت وابسته به θ خواهد بود. بنابراین C_t، وابسته به زاویه، از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید[۵۶]

$$\bar{C}_t = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} C_t(\theta)\sin(\theta)\,d\theta, \qquad (۲-۷۷)$$

$$C_t(\theta) = C_1(\theta) + C_2, \qquad (۷۸-۲)$$

که $C_۱(\theta)$ شعاع مرکزی هسته‌ی دختر غیرکروی است و بصورت معادله‌ی زیر است [۵۷]

$$C_1(\theta) = R_1(\theta) - \frac{1}{2}kb^2, \qquad (۷۹-۲)$$

که ترم k خمیدگی[1] کل سطح در نقطه‌ی تحت بررسی است و پارامتر پهنای سطح هسته تقریبا برابر با $b \approx ۱$ است. پارامتر k برابر است با

$$k = 1/R_\theta + 1/R_\phi \qquad (۸۰-۲)$$

که R_θ و R_φ دو شعاع اصلی خمیدگی سطح هستند که از روابط زیر تبعیت می‌کنند [۵۸]

$$\begin{aligned} R_\theta(\theta) &= R/\lambda(u(\theta)^3/w(\theta)) \\ R_\phi(\theta) &= \frac{R}{\lambda}u(\theta)\frac{\beta_1 + \beta_2\cos^3\theta + \beta_3\cos^4\theta}{\beta_1 + 3\beta_2\cos^3\theta + 5\beta_3\cos^4\theta} \end{aligned} \qquad (۸۱-۲)$$

$$\begin{aligned} u(\theta) = [&\beta_1^2 + 2\beta_2(\beta_1 + 2\beta_2)\cos^2\theta + (2\beta_1\beta_3 + 16\beta_2\beta_3 - 3\beta_2^2)\cos^4\theta + \\ &2\beta_3(8\beta_3 - 7\beta_2)\cos^6\theta - 15\beta_3^2\cos^8\theta]^{1/2}, \\ w(\theta) = (&\beta_1^2 - 2\beta_1\beta_2) + 6(\beta_1\beta_2 + \beta_2^2 - 2\beta_1\beta_3)\cos^2\theta + 3(6\beta_1\beta_3 + 6\beta_2\beta_3 \\ &- \beta_2^2)\cos^4\theta + 10\beta_3(2\beta_3 - \beta_2)\cos^6\theta - 15\beta_3^2\cos^8\theta \end{aligned} \qquad (۸۲-۲)$$

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 1 - \frac{1}{2}\alpha_2 + \frac{3}{8}\alpha_4, \\ \beta_2 &= \frac{3}{2}\alpha_2 - \frac{15}{4}\alpha_4, \\ \beta_3 &= \frac{35}{8}\alpha_4. \end{aligned} \qquad (۸۳-۲)$$

۲-۴-۱ شعاع هسته‌های تغییر شکل‌یافته

پارامتر شعاع $R(\theta)$، هسته‌ی تغییر شکل‌یافته به صورت زیر تعریف می‌شود

[1] Curvature

$$R_i(\theta) = R_i[1+\sum_{n=0}^{\infty}\sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}}\beta_l P_l(\cos(\theta))] \qquad (۸۴-۲)$$

$$R_i(\theta) = R_i[1+\beta_2\sqrt{\frac{5}{4\pi}}(\frac{3}{2}\cos^2(\theta)-\frac{1}{2})+\beta_4\sqrt{\frac{9}{4\pi}}\frac{1}{64}(9+20\cos(2\theta)+35\times \cos(4\theta))+\beta_6\sqrt{\frac{13}{4\pi}}\frac{1}{16}(231\cos^6(\theta)-315\cos^4(\theta)+105\cos^2(\theta)-5)], \qquad (۸۵-۲)$$

که در آن θ زاویه‌ی بین محور تقارن هسته‌ی مادر (یا هسته‌ی دختر) و جهت گسیل آلفا است و $P_۱$ تابع لژاندر را نشان می‌دهد. پارامتر تغییر شکل ($\beta_\ell = \beta_{\ell 0}$) از رابطه‌ی زیر تعیین می‌شود[۵۹]

$$\beta_{\ell m} = \sqrt{4\pi}\frac{\int R_i(\theta,\varphi)Y_\ell^m(\theta,\varphi)d\Omega}{\int R_i(\theta,\varphi)Y_0^0(\theta,\varphi)d\Omega}, \qquad (۸۶-۲)$$

که در آن نوسانگر کروی از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید[۶۰]

$$Y_\ell^m(\theta,\varphi) = (-1)^m\sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}\frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}}P_\ell^m(\cos(\theta))e^{im\varphi} \qquad m \geq 0, \qquad (۸۷-۲)$$

$$Y_\ell^{m^*}(\theta,\varphi) = (-1)^m Y_\ell^{-m}(\theta,\varphi) \qquad (۸۸-۲)$$

که برای این توابع روابط زیر را داریم

$$\begin{aligned}
Y_2^2(\theta,\varphi) &= \sqrt{\frac{15}{32\pi}}\sin^2\theta e^{2i\phi}\\
Y_2^{-2}(\theta,\varphi) &= \sqrt{\frac{15}{32\pi}}\sin^2\theta e^{-2i\phi}\\
Y_4^4(\theta,\varphi) &= \sqrt{\frac{315}{512\pi}}\sin^4\theta e^{4i\phi}\\
Y_4^{-4}(\theta,\varphi) &= \sqrt{\frac{315}{512\pi}}\sin^4\theta e^{-4i\phi}\\
Y_4^2(\theta,\varphi) &= \sqrt{\frac{45}{128\pi}}\sin^2\theta(7\cos^2\theta-1)e^{2i\phi}\\
Y_4^{-2}(\theta,\varphi) &= \sqrt{\frac{45}{128\pi}}\sin^2\theta(7\cos^2\theta-1)e^{-2i\phi}
\end{aligned} \qquad (۸۹-۲)$$

چند جمله‌ای لژاندر به صورت زیر تعریف می‌شود

$$P_\ell(u)=\frac{1}{2^\ell\,\ell!}\frac{d^\ell}{du^\ell}(u^2-1)^\ell \qquad \ell=0,1,2,\ldots\infty. \qquad (۹۰-۲)$$

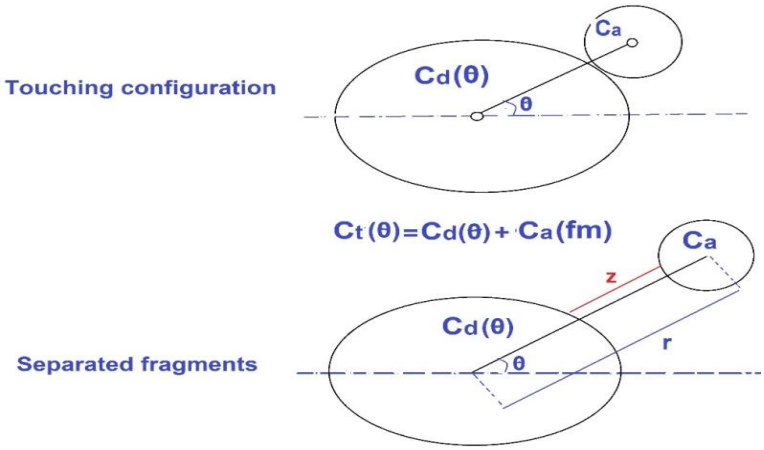
شش جمله‌ی اول چند جمله‌ای لژاندر به فرم زیر هستند

$$\begin{aligned}
&P_0(u)=1,\\
&P_1(u)=u\\
&P_2(u)=\frac{1}{2}(3u^2-1)\\
&P_3(u)=\frac{1}{2}(5u^3-3u)\\
&P_4(u)=\frac{1}{8}(35u^4-30u^2+3)\\
&P_5(u)=\frac{1}{8}(63u^5-70u^3+15u)\\
&P_6(u)=\frac{1}{16}(231u^6-315u^4+105u^2-5)
\end{aligned} \qquad (۹۱-۲)$$

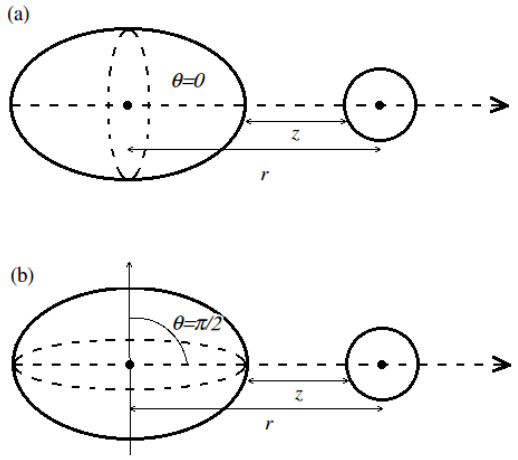
توابع لژاندر P_{lm} به فرم زیر تعریف می‌شوند

$$P_\ell^m(u)=\frac{(1-u^2)^{m/2}}{2^\ell\,\ell!}\frac{d^{\ell+m}}{du^{\ell+m}}(u^2-1)^\ell,\quad \ell=0,1,2\ldots,\infty,\quad m=0,1,2,\ldots,\ell. \qquad (۹۲-۲)$$

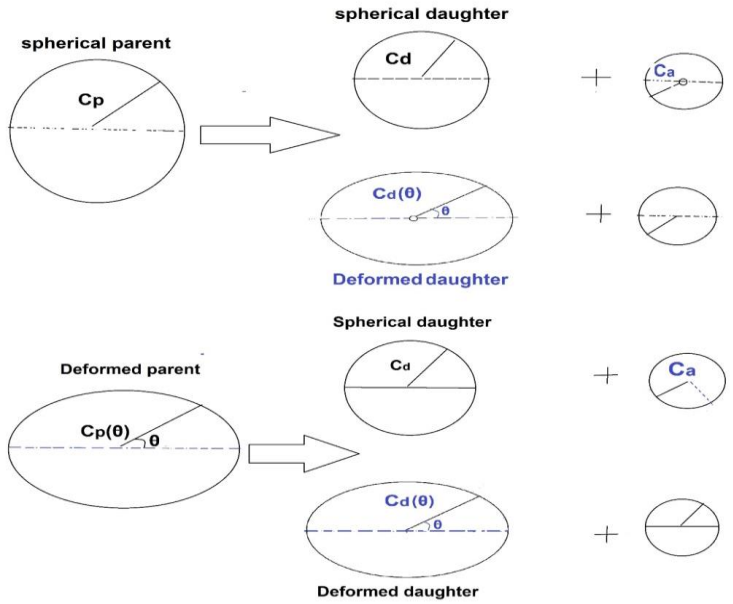
در شکل ۲-۷ بصورت شماتیکی هسته‌ی تغییر شکل‌یافته بر اساس شعاع مرکزی سیزمان نشان داده شده است.



شکل ۲-۷: نمایش ساختار تماسی و جداشده هسته‌ی تغییرشکل‌یافته‌ی دختر



شکل ۲-۸: گسیل ذره‌ی آلفا از دورترین نقطه‌ی سطح هسته. (a) مورد هسته‌ی کشیده. (b) مورد هسته‌ی پخت [۶۱].



شکل ۲-۹: نمایش چهار حالت مختلف واپاشی آلفایی هسته‌های تغییر شکل‌یافته

شکل ۲-۸ گسیل ذره آلفا در دورترین حالت از سطح هسته پخت و کشیده را نشان می‌دهد، در این حالت سد کولنی کمتر است[۶۱]. در شکل ۲-۹ چهار حالت واپاشی آلفایی برای هسته‌ی تغییر شکل‌یافته نشان داده شده است. هسته‌ی کروی مادر می‌تواند به هسته‌ی کروی و یا هسته‌ی تغییر شکل‌یافته‌ی دختر واپاشی کند. همچنین هسته‌ی تغییر شکل-یافته‌ی مادر می‌تواند به هسته‌ی کروی و هسته‌ی تغییر شکل‌یافته‌ی دختر واپاشی کند.

۲-۵ محاسبه‌ی نیمه عمر ایزوتوپ‌های کروی بیسموت

فرایند واپاشی آلفایی برای ایزوتوپ‌های کروی بیسموت[۱] (Bi) در ناحیه‌ی عدد جرمی ۱۸۷≤A≤۲۱۴ با استفاده از مدل پتانسیل مجاورت و کولنی اصلاح شده[۲] (MCPPM) مورد مطالعه قرار دادیم [۶۲]. نتایج بدست آمده با فرمول ویولا-سیبورگ[۳] یا به اختصار VSS، فرمول رویر R و فرمول‌های نیمه تجربی برون B و داده‌های تجربی مقایسه شده‌اند. همچنین نتایج بدست آمده در توافق خوبی با داده‌های تجربی هستند.

۲-۵-۱ مدل پتانسیل مجاورت و کولنی اصلاح شده

پارامتر جدیدی را به فرمول مدل پتانسیل مجاورت و کولنی اصلاح شده (MCPPM) اضافه شده است. سد انرژی پتانسیل در CPPM، از مجموع پتانسیل کولنی $V_c(r)$، پتانسیل مجاورت هسته‌ای $V_N(r)$ و پتانسیل مرکزگرا وابسته به تکانه‌ی زاویه‌ای تشکیل شده است. پتانسیل V(r) به فرم رابطه‌ی زیر در نظر گرفته شده است [۶۳]

$$V(r)=\begin{cases} a_0+a_1r+a_2r^2+kr^3, & R_p\le r\le C_t \\ V_C(r)+V_{\mathrm{Prox}}(z)+V_\ell(r), & r\ge C_t \end{cases} \qquad (۹۳-۲)$$

پتانسیل در ناحیه‌ی همپوشانی در بازه‌ی $R_p\le r\le C_t$ بصورت عبارت چند جمله‌ای تعریف شده است. سد پتانسیل برهم‌کنش در ناحیه‌ی $r\ge C_t$، بصورت مجموع پتانسیل کولنی، $V_C(r)=Z_dZ_\alpha e^2/r$، مرکزگرا $V_l(r)=h^2l(l+1)/2\mu r^2$ و $V_{\mathrm{Prox}}(z)=4\pi\gamma b\bar{C}\Phi(\varepsilon)$ پتانسیل هسته‌ای در نظر گرفته شده است. که در آن Z_d و Z_α اعداد اتمی هسته‌ی دختر و ذره‌ی آلفا هستند. پارامتر ℓ تکانه‌ی زاویه‌ای مداری و $\mu=mA_dA_\alpha/(A_d+A_\alpha)$ جرم موثر کاهش یافته می‌باشد که در آن m، A_d و A_α به ترتیب، جرم نوکلئون، عدد جرمی هسته‌ی

---

[1]Bismuth [2]Modified Coulomb and Proximity Potential Model [۳] Viola - Seaborg

دختر و ذره‌ی آلفا هستند. ضریب k در معادله‌ی ۲-۹۳ با برازش داده‌های تجربی برای واپاشی آلفا بدست آمده است. ضریب کشش سطحی هسته‌ای γ با γ_0 = ۰,۹۵۱۷MeV/fm^{۲} و ثابت عدم تقارنی سطح k_s = ۱,۷۸۲۶ برای Prox۷۷ تعریف شده است [۲۸]. پارامتر $\Phi(\varepsilon)$، تابع پتانسیل عمومی با استفاده از معادله‌ی ۲-۳۹ در نظر گرفته شده است که در آن $\varepsilon=z/b$ است. در ساختار مماسی، شعاع مرکزی سیزمان محصولات واپاشی بصورت [۲۸] $C_t = C_d + C_\alpha$, و $C_i = R_i - b^2 R_i^{-1}$ است. انرژی واپاشی بصورت زیر محاسبه شده است [۲۰]،

$$Q_\alpha = B(Z-2, A-4) + 28.3 - B(A-Z) \qquad (۹۴-۲)$$

که در آن انرژی بستگی به صورت $B(Z,A) = 7.298Z + 8.071(A-Z) - M(A,Z)$ است. سرانجام با استفاده از رابطه‌ی زیر، نیمه عمر واپاشی آلفا محاسبه خواهد شد

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{\nu P}\ (s) \qquad (۹۵-۲)$$

که در آن $\nu = \omega / 2\pi = 2E/h$ بسامد برخورد به سد و λ ثابت واپاشی می‌باشد. انرژی ارتعاشی نقطه‌ی صفر تجربی بصورت معادله‌ی زیر تعریف می‌شود[۶۴]

$$E_{vib} = Q[0.056 + 0.039\exp(\frac{4-A_\alpha}{2.5})]. \qquad A_\alpha \geq 4 \qquad (۹۶-۲)$$

با استفاده از تقریب WKB، مقدار احتمال نفوذپذیری به سد، از رابطه زیر تبعیت می‌کند

$$P = \exp(-\frac{2}{\hbar}\int_{R_{in}}^{R_b} \sqrt{2\mu(V(r)-Q_\alpha)}dr) \qquad (۹۷-۲)$$

قانون اسپین-پاریته برای گسیل آلفا، از رابطه‌ی زیر تبعیت می‌کند

$$\left|I_p - I_d\right| \leq \ell \leq I_p + I_d, \qquad \pi_p / \pi_d = (-1)^\ell \qquad (۹۸-۲)$$

که π_d, I_d, π_p, I_p، به ترتیب اسپین و پاریته‌ی هسته‌ی مادر و دختر هستند. تکانه‌ی زاویه‌ای مداری برای ایزوتوپ‌های Bi در داخل سد برهم‌کنش پتانسیل برابر با ℓ=۵ ($۹^-/۲ \rightarrow ۱^+/۲$) خواهد بود. نتایج بدست آمده برای Bi (Z=۸۳) در جدول شماره‌ی ۲-۱ آورده شده است. همچنین مقادیر نیمه عمر به ترتیب، علاوه بر داده‌های تجربی، با مراجع [۶۵] و [۶۶] مقایسه شده است. در مرجع [۶۶]، مقادیر نیمه عمر، در چارچوب مدلی بر اساس تونل‌زنی مکانیک کوانتومی از سد پتانسیل مورد مطالعه قرار داده شده است که اثرات ترم مرکزگرا و همپوشانی در آن در نظر گرفته شده است. در مرجع [۶۵]، مدل CPPM برای هسته‌های کروی Bi بررسی شده است. بنابراین در مطالعه حاضر، با اضافه نمودن ترم k در معادله‌ی ۲-۹۳ فرم بهینه پتانسیل در نظر گرفته شده است و به نتایج مطلوبی نسبت به داده‌های تجربی، در محدوده‌ی عدد جرمی ۱۸۷ تا ۲۱۴ برای ایزوتوپ‌های Bi نشان شده است.

جدول ۲-۱: مقایسه‌ی نیمه عمر با داده‌های تجربی برای ایزوتوپ‌های Bi

P	D	Q^{cal}	Alpha decay half-life values($T_{1/2}$(s))			
			Ref. [۶۵]	Ref. [۶۶]	MCPPM	Exp
^{۱۸۷}Bi	^{۱۸۳}Tl	۷,۷۷	۰,۳۱×۱۰$^{-۱}$	۱,۸۷×۱۰$^{-۱}$	۰,۹۴۰×۱۰$^{-۱}$ ---	۸,۰۰×۱۰$^{-۱}$ ۱,۷۳×۱۰^{۰}
^{۱۸۹}Bi	^{۱۸۵}Tl	۷,۲۵	۰,۱۴×۱۰^{۱}	۰,۷۵×۱۰^{۱}	۰,۳۸۱×۱۰^{۱} ---	۲,۷۷×۱۰^{۱} ۶,۶۲×۱۰^{۱}
^{۱۹۱}Bi	^{۱۸۷}Tl	۶,۷۶	۰,۸۷۹×۱۰^{۲}	۴,۰۴×۱۰^{۲}	۲,۱۹×۱۰^{۲}	۷,۰۷×۱۰^{۲}
^{۱۹۳}Bi	^{۱۸۹}Tl	۶,۲۹	۰,۷۳۰×۱۰^{۴}	۲,۸۷×۱۰^{۴}	۱,۵۵×۱۰^{۴}	۳,۱۹×۱۰^{۴}
^{۱۹۵}Bi	^{۱۹۱}Tl	۵,۸۱	۰,۹۷×۱۰^{۶}	۳,۳۸×۱۰^{۶}	۲,۰۸۵×۱۰^{۶}	۶,۱۰×۱۰^{۶}
^{۲۰۹}Bi	^{۲۰۵}Tl	۳,۱۲	۲.۸۱×۱۰^{۲۶}	۳,۲۲×۱۰^{۲۶}	۳,۷۱×۱۰^{۲۶} ---	۶.۰×۱۰^{۲۶} ۵,۲۹×۱۰^{۲۸}
^{۲۱۱}Bi	^{۲۰۷}Tl	۶,۷۳	۰.۴۳×۱۰^{۲}	۲,۲۷×۱۰^{۲}	۱,۱۸×۱۰^{۲} ---	۱.۵۴×۱۰^{۲} ۷,۹۳×۱۰^{۲}
^{۲۱۲}Bi	^{۲۰۸}Tl	۶,۱۹	۰.۷۸×۱۰^{۴}	۳,۴۰×۱۰^{۴}	۱,۶۹×۱۰^{۴} ---	۳.۷۳×۱۰^{۴} ۱,۴۵×۱۰^{۴}
^{۲۱۳}Bi	^{۲۰۹}Tl	۵,۹۶	۰.۸۰×۱۰^{۵}	۳,۲۵×۱۰^{۵}	۱.۸۳۲×۱۰^{۵} ---	۱.۴۱×۱۰^{۵} ۱,۷۷×۱۰^{۶}
^{۲۱۴}Bi	^{۲۱۰}Tl	۵,۶۰	۰.۴۶×۱۰^{۷}	۱,۶۶×۱۰^{۷}	۱.۰۷۶×۱۰^{۷}	۱.۴۵×۱۰^{۷}

۲-۵-۲ محاسبه‌ی نیمه عمرها به روش سیستماتیک

همچنین مقادیر نیمه عمر با مدل‌های دیگر، مورد مقایسه قرار گرفته شده است[۸۵]. در ادامه به مطالعه‌ی فرمول‌های نیمه تجربی لگاریتم نیمه عمر واپاشی آلفا می‌پردازیم.

۲-۵-۲-۱ محاسبه‌ی نیمه عمر با استفاده از روش رویر

در سال ۲۰۰۰، فرمول تجربی موفق، یعنی فرمول رویر R، بر اساس وابستگی $\log T_\alpha$ به عدد پروتونی، انرژی واپاشی Q_α و عدد جرمی مطرح شد که به فرم زیر است [۶۷]

$$\log_{10} T^{R}_{1/2(\alpha)} = aZ_p Q_\alpha^{-1/2} + bA_p^{1.6} Z^{1/2} + c \qquad (۹۹-۲)$$

در فرمول رویر[۱] Z_p و A_p به ترتیب عدد پروتونی و جرمی هسته‌ی مادر هستند. پارامترهای a، b و c برای هر ترکیب پاریته‌ی هسته‌ی مادر (Z, N) برای هسته‌های زوج-زوج[۲] (e-e)، زوج-فرد[۳] (e-o)، فرد-زوج[۴] (o-e) و فرد-فرد[۵] (o-o) بصورت زیر هستند

$$(a,b,c)^{R}_{Z-N} = \begin{cases} 1.5864, -1.1629, -25.31, (e-e) \\ 1.5848, -1.0859, -26.65, (e-o) \\ 1.5920, -1.1423, -25.68, (o-e) \\ 1.6971, -1.1130, -29.48, (o-o) \end{cases} \qquad (۱۰۰-۲)$$

فرمول ویولا-سیبورگ به صورت زیر است[۶۸]

$$\log_{10} T^{VS}_{1/2(\alpha)} = (aZ_p + b)Q_\alpha^{-1/2} + (cZ_p + d) + h^{VS}_{Z-N} \qquad (۱۰۱-۲)$$

برای ضرایب پارامتر h از مرجع [۶۹] استفاده شده است. فرمول برون[۶]B، که از تقریب نیمه کلاسیکی WKB و برازش داده‌های تجربی بدست آمده است[۷۰]

---

[۱] Royer [۲] even-even [۳] even-odd [۴] odd-even [۵] odd-odd [۶] Brown

$$\log T_{\alpha}^{B} = 9.54 Z_{d}^{0.6} Q_{\alpha}^{-1/2} - 51.37 \qquad (۱۰۲-۲)$$

در معادله‌ی زیر، فرمول VS بر اساس اثرات پاریته با فاکتور h، ضرایب a، b و c جدید بدست آمده است و فرمول برون تعمیم‌یافته mB۱ نامیده شده است.

$$\log T_{\alpha}^{mB1} = a(Z_p - 2)^b Q_{\alpha}^{-1/2} + c + h_{Z-N}^{mB1} \qquad (۱۰۳-۲)$$

فرمول برون تعمیم‌یافته‌ی mB۲، به صورت زیر در نظر گرفته شده است

$$\log T_{\alpha}^{mB2} = a_{Z-N}(Z_p - 2)^{b_{Z-N}} Q_{\alpha}^{-1/2} + c_{Z-N} \qquad (۱۰۴-۲)$$

مجموعه‌ی ضرایب a، b و c جدید بر حسب فرمول R برای هر ترکیب پاریته (Z, N) را بدست آوردند. مقادیر ثابت a، b و c در مرجع [۶۹] ذکر شده است.

۲-۵-۳ تعیین مقادیر انرژی واپاشی Q_α

مقدار Q_α را می‌توان با استفاده از مقدار تجربی انرژی جنبشی ذره‌ی آلفا E_α، استخراج کرد. این دوکمیت با معادله‌ی زیر به هم مرتبط هستند [۷۲]

$$Q_{\alpha} = \frac{A_p}{A_p - 4} E_{\alpha} + [6.23(Z_p - 2)^{7/5} - 8.0(Z_p - 2)^{2/5}].10^{-5} \qquad (۱۰۵-۲)$$

که در آن جمله‌ی اول و دوم به ترتیب، تصحیحات حفاظ الکترون[۱] و پس‌زنی[۲] استاندارد را نشان می‌دهند که توسط پلمان[۳] و راسمسن[۴] پیشنهاد شد[۷۲]. دانگ[۵] و همکارانش، بر اساس مدل قطره مایعی، فرمول نظری برای محاسبه‌ی انرژی واپاشی گسیل آلفا پیشنهاد نمودند[۷۳]. مقدار نظری Q_{theo} به صورت زیر است

---

[۱] Electron shielding [۲] standard recoil [۳] Perlman [۴] Rasmussen [۵] Dong

$$Q_{\alpha}^{theor} = \alpha Z A^{-4/3}(3A-Z) + \beta(\frac{N-Z}{A})^2 + \gamma[\frac{|N-152|}{N} - \frac{|N-154|}{N-2}] + \delta[\frac{|Z-110|}{Z} - \frac{|N-112|}{Z-2}] + \varepsilon, \quad (۱۰۶-۲)$$

که در آن A، Z و N به ترتیب، اعداد جرمی، اتمی و نوترونی هسته‌ی مادر هستند. جملات اول و دوم به ترتیب، سهم انرژی کولنی و تقارنی مدل LDM هستند. جملات سوم و چهارم به ترتیب، اثرات پوسته‌ای نوترون و پروتون را نشان می‌دهند. ضرایب این فرمول [۷۴, ۷۵]، با: $\alpha = 0.9373 MeV$ ، $\beta = -99.3027 MeV$ ، $\gamma = 16.0363 MeV$ ، $\delta = -21.5983 MeV$ و $\varepsilon = -27.4530 MeV$ برابر هستند. نتایج بدست آمده در جدول ۲-۲ نشان داده شده است. ستون اول، دوم، سوم، چهارم و پنجم به ترتیب، معرف عدد جرمی و اتمی هسته‌ی مادر، انرژی واپاشی معادله‌ی (۲-۱۰۵)، انرژی واپاشی مدل دانگ، معادله‌ی (۲-۱۰۶) و انرژی جنبشی ذره‌ی آلفا هستند. برای محاسبه‌ی انرژی واپاشی از مقادیر E_α، از مراجع [۷۶] و [۷۷] استفاده شده است. در ستون آخر، مقادیر نیمه عمر بدست آمده با مدل‌های متفاوت، ارائه شده است. از جمله لگاریتم نیمه عمر با فرمول مدل MCPPM، فرمول VS، فرمول R، فرمول تعمیم یافته برون mB۱ و mB۲، نشان داده شده است. مدل MCPPM نشان می‌دهد که در مقایسه با سه مدل نیمه تجربی، در توافق بهتری با داده‌های تجربی می‌باشد.

جدول ۲-۲: مقایسه‌ی نیمه عمرهای محاسبه شده برای ایزوتوپ‌های کروی بیسموت

A_p	N_p	Q_α Eq. (۱۴)	Q_{theo} Eq. (۱۵)	E_α	$Log_{۱۰}(T_{۱/۲\alpha}(s))$					
					exp	MCPPM	VS	R	mB۱	mB۲
Odd-even species										
۱۸۷	۱۰۴	۶,۳	۶,۳	۶,۲	-۰,۰۹	-۱,۰۲	۱,۳۶	۱,۸۰	۳,۲۱	۲,۷۱
۱۸۹	۱۰۶	۶,۳	۶,۰	۶,۲	۱,۴۴	۰,۵۸	۱,۳۷	۱,۷۶	۳,۲۲	۲,۷۲
۱۹۱	۱۰۸	۶,۳	۵,۷	۶,۲	۲,۸۴	۲,۳۴	۱,۳۷	۱,۷۲	۳,۲۳	۲,۷۲
۱۹۳	۱۱۰	۶,۳	۵,۴	۶,۲	۴,۵۰	۴,۱۹	۱,۳۸	۱,۶۹	۳,۲۳	۲,۷۳

ادامه‌ی جدول ۲-۲.

۱۹۵	۱۱۲	۶,۳	۵,۱	۶,۲	۶,۷۸	۶,۳۱	۱,۳۸	۱,۶۵	۳,۲۴	۲,۷۳
۲۰۹	۱۲۶	۳,۱	۲,۸	~۳,۱۵	۲۴,۴	۲۶,۵	۲۳,۵	۲۴,۰	۲۵,۰	۲۰,۷
۲۱۱	۱۲۸	٦,۷	۲,٤۹	٦,٦۱۸	۲,۱۱	۲,۰۷	-۰,۱۰	-۰,۲۰	۱,۷۷	۱,۵۲
۲۱۳	۱۳۰	۵,۹	۲,۱۲	۵,۸٦۰	۵,۱٤	۵,۲٦	۳,۰۳	۲,۹٦	٤,۸٦	٤,۰۸
Odd-odd species										
۲۱۲	۱۲۹	٦,۲	۲.۳۱	٦,۰۸۲	٤,۰۳	٤,۲۹	۲,۳۷	۲,۳۱	٤,۰۹	٤,۲۷
۲۱٤	۱۳۱	۵,۱	۱.۹٤	۵,۵۰۵	٦,٤٦	۷,۰۳	۷,۷۲	۸,۰۹	۹,۳۵	۹,۰۰

همچنین برای دقت اندازه‌گیری نتایج، مقدار انحراف استاندارد را محاسبه شده است

$$\sigma = \sqrt{\left\{ \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} \left[\left(\log_{10}\left(T_{1/2}^{Exp}\right) - \log_{10}\left(T_{1/2}^{Theo}\right) \right)^2 \right] \right\}} \qquad (۱۰۷-۲)$$

این کمیت هر چقدر به عدد صفر نزدیک باشد، نتایج بدست آمده به داده‌های تجربی نزدیکتر هستند و در توافق بهتری قرار دارند. در جدول ۲-۳ مقادیر محاسبه شده، نمایش داده شده‌اند. همانطور که ملاحظه می‌کنید کمترین مقدار به مدل MCPPM تعلق دارد.

جدول ۲-۳ مقدار انحراف استاندارد برای ایزوتوپ‌های بیسموت کروی

model	**MCPPM**	**VS**	**R**	**mB۱**	**mB۲**
RMS	۰,۸۳	۲,۶۲	۲,۵۳	۱,۹۳	۲,۶۴

۲-۶ تعیین نیمه عمر واپاشی آلفای هسته‌های فوق سنگین

نیمه عمر واپاشی آلفای هسته‌های فوق سنگین بر حسب انرژی واپاشی و انرژی جنبشی ذره‌ی آلفا بطور سیستماتیکی، بررسی شده است[۷۸]. مقادیر بدست آمده، با داده‌های تجربی و علاوه برآن با مدل‌های VS، R، mB۱ و mB۲ مقایسه شده‌اند. همچنین مقدار پیش تشکیل آلفا برای هسته‌های فوق سنگین محاسبه شده است. نتایج بدست آمده در جدول شماره‌ی ۲-۴ نشان داده شده است.

جدول ۲-۴ : مقایسه‌ی لگاریتم نیمه عمر هسته‌های فوق سنگین با مدل نیمه تجربی

A_p	Z_p	N_p	Q_α(MeV)	Q^{theor} (MeV)	E_α(MeV)
^{۲۶۷}Rf	۱۰۴	۱۶۳	≤۸,۲۲	۷,۸۵	-
^{۲۷۱}Sg	۱۰۶	۱۶۵	۸,۶۵□۰,۰۸	۸,۵۰	۸,۵۳□۰,۰۸
^{۲۷۵}Hs	۱۰۸	۱۶۷	۹,۴۴□۰,۰۷	۹,۱۵	۹,۳۰□۰,۰۷
^{۲۷۹}Ds	۱۱۰	۱۶۹	۹,۸۴□۰,۰۶	۹,۸۰	۹,۷۰□۰,۰۶
^{۲۸۱}Ds	۱۱۰	۱۷۰	≤۹,۰۵	۹,۶۵	۹,۰۰۵۲۷
^{۲۸۲}Cn	۱۱۲	۱۷۰	≤۱۰,۸۲	۹,۷۹۸	۱۰,۷۷۴۱
^{۲۸۳}Cn	۱۱۲	۱۷۱	۹,۶۷□۰,۰۶	۹,۶۵	۹,۵۴□۰,۰۶
^{۲۸۴}Cn	۱۱۲	۱۷۲	≤۹,۸۵	۹,۵۰	۹,۸۰۴۰۹۷
^{۲۸۵}Cn	۱۱۲	۱۷۳	۹,۲۹□۰,۰۶	۹,۳۶	۹,۱۶□۰,۰۶
^{۲۸۶}Fl	۱۱۴	۱۷۲	۱۰,۳۵□۰,۰۶	۱۰,۴۵	۱۰,۲۰□۰,۰۶
^{۲۸۷}Fl	۱۱۴	۱۷۳	۱۰,۱۶□۰,۰۶	۱۰,۳۰	۱۰,۰۲□۰,۰۶
^{۲۸۸}Fl	۱۱۴	۱۷۴	۱۰,۰۹□۰,۰۷	۱۰,۱۶	۹,۹۵□۰,۰۷
^{۲۸۹}Fl	۱۱۴	۱۷۵	۹,۹۶□۰,۰۶	۱۰,۰۲	۹,۸۲□۰,۰۶
^{۲۹۰}Lv	۱۱۶	۱۷۴	۱۱,۰۰□۰,۰۸	۱۱,۰۸	۱۰,۸۵□۰,۰۸
^{۲۹۱}Lv	۱۱۶	۱۷۵	۱۰,۸۹□۰,۰۷	۱۰,۹۵	۱۰,۷۴□۰,۰۷
^{۲۹۲}Lv	۱۱۶	۱۷۶	۱۰,۸۰□۰,۰۷	۱۰,۸۰	۱۰,۶۶□۰,۰۷
^{۲۹۳}Lv	۱۱۶	۱۷۷	۱۰,۶۷□۰,۰۶	۱۰,۶۷	۱۰,۵۳□۰,۰۶
^{۲۹۴}Og	۱۱۸	۱۷۶	۱۱,۸۱□۰,۰۶	۱۱,۷۱	۱۱,۶۵□۰,۰۶
$\log(T_{۱/۲\alpha}(s))$					
	exp	**VS**	**R**	**mB۱**	**mB۲**
^{۲۶۷}Rf	۳,۹۱۸۰	۳,۰۲۹۵	۲,۳۳۴۳	۲,۳۱۵۴	۲,۴۷۸۱
^{۲۷۱}Sg	۲,۱۵۸۳	۲,۵۴۶۳	۱,۸۶۰۳	۱,۷۵۴۳	۱,۸۷۳۱
^{۲۷۵}Hs	۰,۸۲۳۹	۰,۸۳۱۳	۰,۱۵۷۶	۰,۱۵۳۷	۰,۱۷۸۹
^{۲۷۹}Ds	-۰,۷۴۴۷	۰,۵۰۶۱	-۰,۱۴۸۵	-۰,۲۳۱۹	-۰,۲۴۰۳
^{۲۸۱}Ds	۰,۹۸۲۲	۱,۳۷۶۵	۰,۰۸۶۹	۰,۹۴۴۹	۱,۳۹۴۱
^{۲۸۲}Cn	-۳,۳۰۱۰	-۲,۹۴۴۵	-۴,۱۱۳۲	-۲,۸۰۴۱	-۳,۰۰۹۸
^{۲۸۳}Cn	۰,۶۰۲۰	۱,۴۵۹۰	۰,۸۲۶۳	۰,۴۶۸۷	۰,۴۷۹۳
^{۲۸۴}Cn	-۰,۹۹۵۶	-۰,۳۷۴۰	-۱,۶۲۳۷	-۰,۶۴۲۷	-۰,۴۲۲۵
^{۲۸۵}Cn	۱,۵۳۱۴	۲,۶۲۵۵	۱,۹۵۷۶	۱,۴۴۹۵	۱,۵۰۷۲
^{۲۸۶}Fl	-۰,۷۹۵۸	-۰,۸۴۴۶	-۲,۰۵۲۷	-۱,۱۳۰۶	-۰,۹۲۷۳
^{۲۸۷}Fl	-۰,۲۹۲۴	-۰,۲۸۴۷	-۰,۲۴۶۶	۰,۱۱۵۵	۰,۷۲۲۲
^{۲۸۸}Fl	-۰,۰۹۶۹	-۰,۱۴۴۴	-۱,۴۰۲۰	-۰,۵۴۷۲	-۰,۲۲۸۰
^{۲۸۹}Fl	۰,۴۳۱۳	۱,۲۹۶۰	۰,۶۵۳۹	۰,۲۳۱۳	۰,۲۱۶۰
^{۲۹۰}Lv	-۱,۸۲۳۹	-۱,۹۴۶۶	-۳,۱۳۴۶	-۲,۱۲۶۷	-۲,۰۴۵۴

ادامه جدول ۲-۴.

^{291}**Lv**	-۲,۲۰۰۶	-۰,۵۹۷۴	-۱,۱۷۲۹	-۱,۴۲۶۳	-۱,۵۳۴۴
^{292}**Lv**	-۱,۷۴۴۷	-۱,۴۵۴۴	-۲,۶۸۸۶	-۱,۷۲۰۴	-۱,۵۵۷۵
^{293}**Lv**	-۱,۲۷۵۷	-۰,۰۴۴۵	-۰,۶۵۵۶	-۰,۹۶۹۹	-۱,۰۵۶۳
^{294}**Og**	-۲,۷۴۴	-۳,۳۱۲۵	-۴,۴۷۰۷	-۳,۳۱۷۳	-۳,۴۰۱۶

همچنین مقدار انحراف استاندارد برای هسته‌های فوق سنگین، در جدول ۲-۵ نمایش داده شده است. به ترتیب، کمترین مقدار برای فرمول mB۱، mB۲، VS و R بدست آمده است.

جدول ۲-۵: مقدار انحراف معیار استاندارد برای SHN

σ (Eq. (۱۰۳-۳))			
VS	**R**	**mB۱**	**mB۲**
۰,۷۸۰۸	۰,۹۶۵۵	۰,۵۶۷۵	۰,۵۷۰۹

۲-۷ تعیین نیمه عمر ایزوتوپ‌های پلاتینیوم با مدل MCPPM

ایزوتوپ‌های پلاتینیوم در ناحیه‌ی عدد جرمی A=۱۶۶-۱۹۵ با مدل MCPPM بررسی شده است[۷۹]. همچنین، با مدل نیمه تجربی (SemFIS) بر اساس نظریه‌ی شکافت[۱] واپاشی آلفا از پوآنارو، فرمول VS، فرمول R، فرمول برأون[۲] (SLB)، فرمول قانون واپاشی عمومی[۳] (UDL) از چی[۴]، فرمول هروی[۵] (SLH) و ADF مورد مطالعه قرار داده شده است.

۲-۷-۱ محاسبه‌ی نیمه عمر با مدل SLB

در سال ۱۹۹۲، برأون، رابطه‌ای را برای محاسبه‌ی نیمه عمر واپاشی آلفای هسته‌های مادر

[۱] Semi-empirical Fission (semFIS) model [۲] Scaling Law of Brown
[۳] Universal Decay Law [۴] Qi [۵] Scaling Law of Horoi

زوج-زوج (ℓ=۰)، به صورت زیر پیشنهاد داده است[۷۰]

$$\log_{10} T_{1/2}(s) = 9.54 Z_2^{0.6} Q^{-1/2} 51.37 \qquad (۱۰۸-۲)$$

۲-۷-۲ محاسبه‌ی نیمه عمر با مدل SLH

در سال ۱۹۹۴، فرمول تجربی برای محاسبه‌ی نیمه عمر واپاشی آلفا و هم واپاشی خوشه‌ای، پیشنهاد شده است که به قانون مقیاس برای واپاشی خوشه‌ای، مرتبط می‌باشد[۸۰]

$$\log_{10} T_{1/2}(s) = (a_1\mu^x + b_1)[(Z_1Z_2)^y / \sqrt{Q} - 7] + (a_2\mu^x + b_2), \qquad (۱۰۹-۲)$$

که در آن ضرایب $a_۱$=۹,۱ ، $b_۱$=-۱۰,۲، $a_۲$=۷,۳۹، $b_۲$=-۲۳,۲، x=۰,۴۱۶ و y=۰,۶۱۳ حاوی اطلاعات دینامیکی واپاشی هستند.

۲-۷-۳ محاسبه‌ی نیمه عمر با مدل UDL

فرمول UDL، با استفاده از نظریه‌ی ماتریس آلفا، برای مدهای واپاشی آلفا و خوشه‌ای، توسط چی، پیشنهاد شده است[۸۱, ۸۲]. این قانون برای محاسبه‌ی نیمه عمر واپاشی رادیواکتیو تک‌قطبی، به انرژی واپاشی، عدد جرمی و عدد اتمی وابسته می‌باشد. این فرمول به صورت زیر تعریف شده است

$$\begin{aligned}\log_{10} T_{1/2}(s) &= (aZ_\alpha Z_d \sqrt{A/Q_\alpha} + b\sqrt{Z_\alpha Z_d (A_d^{1/3} + A_\alpha^{1/3})} + c \\ &= a\chi' + b\rho' + c\end{aligned} \qquad (۱۱۰-۲)$$

ثابت‌ها برابر a=۰,۴۳۱۴، b=-۰,۴۰۸۷ و c=-۲۵,۷۷۲۵ هستند [۸۱] و $A=A_d A_\alpha/A_d+A_\alpha$.

۲-۷-۴ محاسبه‌ی نیمه عمر با مدل SemFIS

مدل شکافت نیمه تجربی یا به اختصار SemFIS بر اساس نظریه‌ی شکافت برای واپاشی آلفا، توسط پوآنارو مطرح شد[۸۳]، که به صورت زیر تعریف شده است

$$\log_{10} T_{1/2}(s) = 0.43429 K_s \chi - 20.446 \qquad (۱۱۱-۲)$$

$$K_s = 2.52956 Z_2 (\frac{A_2}{AQ})^{1/2} [\arccos\sqrt{x} - \sqrt{x(1-x)}\,]$$
$$x = 0.423Q((1.5874 - A_2^{1/3}) / Z_2) \qquad (۱۱۲-۲)$$

ضریب چند جمله‌ای χ به صورت زیر است

$$\chi = B_1 + B_2 y + B_3 z + B_4 y^2 + B_5 yz + B_6 z^2 \qquad (۱۱۳-۲)$$

متغیرهای y و z نشان‌دهنده‌ی فاصله، از اعداد پروتونی و نوترونی جفت‌جادویی هستند

$$y \equiv (\frac{N - N_i}{N_{i+1} - N_i}); \qquad N_i < N \le N_{i-1}$$
$$z \equiv (\frac{Z - Z_i}{Z_{i+1} - Z_i}); \qquad Z_i < Z \le Z_{i+1} \qquad (۱۱۴-۲)$$
$$x = 0.423Q((1.5874 - A_2^{1/3}) / Z_2)$$

این مقادیر بصورت N_i=..., ۵۱, ۸۳, ۱۲۷, ۱۸۵, ۲۲۹... و ... ۱۱۵ ,۸۳ ,۵۱ ,۲۹ ,...=Z_i هستند، که $Z_۲$=Z−۲, $A_۲$=A −۴ خواهد بود. نتایج بدست آمده برای پلاتینیوم با عدد اتمی Z=۷۸ با مدل CPPM و با مراجع [۸۷-۸۴]، در جدول ۲-۶ مقایسه شده است. ستون اول گذار آلفا ایزوتوپ‌های مختلف Pt، را نشان می‌دهد. ستون دوم مقادیر انرژی واپاشی آلفا بر حسب MeV را نمایش می‌دهد. به ترتیب، ستون سوم، چهارم، پنجم، ششم، هفتم و هشتم، مقادیر نیمه عمر بر حسب سال برای مدل CPPM، مراجع [۸۷-۸۴] و داده‌های تجربی را نشان می‌دهد.

جدول ۲-۶ : مقایسه نیمه عمر ایزوتوپ‌های Pt بر حسب سال

Alpha transition (AT)	Q_α (MeV)	$T_{1/2}$ (year)				
		CPPM	Ref. [۸۶]	Ref. [۸۵]	Ref. [۸۴]	Exp
$^{۱۶۶}Pt \rightarrow ^{۱۶۲}Os$	۷,۲۷	$۲,۷\times۱۰^{-۱۱}$	-	$۱,۶ \times ۱۰^{-۱۱}$	$۰,۸\times۱۰^{-۱۱}$	$۰,۹\times۱۰^{-۱۱}$
$^{۱۶۷}Pt \rightarrow ^{۱۶۳}Os$	۷,۱۴	$۶,۷\times۱۰^{-۱۱}$	-	$۳,۸ \times ۱۰^{-۱۱}$	$۲,۱\times۱۰^{-۱۱}$	$۲,۲ \times۱۰^{-۱۱}$
$^{۱۶۸}Pt \rightarrow ^{۱۶۴}Os$	۶,۹۸	$۲,۱\times۱۰^{-۱۰}$	-	$۱,۱۹\times۱۰^{-۱۱}$	$۶,۷\times۱۰^{-۱۱}$	$۰,۶\times۱۰^{-۱۰}$
$^{۱۷۰}Pt \rightarrow ^{۱۶۶}Os$	۶,۶۹	$۱,۸\times۱۰^{-۹}$	$۵,۳\times۱۰^{-۱۰}$	$۸,۱ \times ۱۰^{-۱۱}$	$۲,۰\times۱۰^{-۱۰}$	$۴,۴\times۱۰^{-۱۰}$
$^{۱۷۱}Pt \rightarrow ^{۱۶۷}Os$	۶,۵۹	$۴,۱\times۱۰^{-۹}$	-	$۱,۶ \times ۱۰^{-۹}$	$۱,۳\times۱۰^{-۹}$	$۱,۴\times۱۰^{-۹}$
$^{۱۷۲}Pt \rightarrow ^{۱۶۸}Os$	۶,۴۵	$۱,۳\times۱۰^{-۸}$	$۴,۱\times۱۰^{-۹}$	$۴,۷\times ۱۰^{-۹}$	$۴,۱\times۱۰^{-۹}$	$۴,۰\times۱۰^{-۹}$
$^{۱۷۳}Pt \rightarrow ^{۱۶۹}Os$	۶,۳۸	$۳,۳\times۱۰^{-۸}$	-	-	$۱,۰\times۱۰^{-۸}$	$۱,۴\times۱۰^{-۸}$
$^{۱۷۴}Pt \rightarrow ^{۱۷۰}Os$	۶,۱۷	$۱,۵\times۱۰^{-۷}$	$۴,۷\times۱۰^{-۸}$	$۴,۵\times ۱۰^{-۸}$	$۴,۶\times۱۰^{-۸}$	$۳,۷\times۱۰^{-۸}$
$^{۱۷۵}Pt \rightarrow ^{۱۷۱}Os$	۶,۱۶	$۱,۵\times۱۰^{-۷}$	-	$۰,۴\times ۱۰^{-۷}$	$۲,۳\times۱۰^{-۶}$	$۱,۲\times۱۰^{-۷}$
$^{۱۷۶}Pt \rightarrow ^{۱۷۲}Os$	۵,۸۷	$۲,۵\times۱۰^{-۶}$	$۷,۲\times ۱۰^{-۷}$	$۶,۰\times ۱۰^{-۷}$	$۱,۳\times۱۰^{-۵}$	$۵,۲\times۱۰^{-۷}$
$^{۱۷۷}Pt \rightarrow ^{۱۷۳}Os$	۵,۶۲	$۳,۱\times۱۰^{-۵}$	-	$۰,۶\times ۱۰^{-۵}$	$۴,۱\times۱۰^{-۵}$	$۰,۶\times۱۰^{-۵}$
$^{۱۷۸}Pt \rightarrow ^{۱۷۴}Os$	۵,۵۶	$۶,۴\times۱۰^{-۵}$	$۱,۹\times ۱۰^{-۵}$	$۱,۲\times ۱۰^{-۵}$	$۱,۸\times۱۰^{-۴}$	$۰,۸\times۱۰^{-۵}$
$^{۱۷۹}Pt \rightarrow ^{۱۷۵}Os$	۵,۳۴	$۳,۶\times۱۰^{-۴}$	-	-	$۳,۱\times۱۰^{-۴}$	$۲,۸\times۱۰^{-۴}$
$^{۱۸۰}Pt \rightarrow ^{۱۷۶}Os$	۵,۲۲	$۳,۰\times۱۰^{-۳}$	$۷,۲\times ۱۰^{-۴}$	$۴,۲\times ۱۰^{-۴}$	$۷,۴\times۱۰^{-۴}$	$۵,۵\times۱۰^{-۴}$
$^{۱۸۱}Pt \rightarrow ^{۱۷۷}Os$	۵,۱۳	$۸,۵\times۱۰^{-۳}$	-	$۴,۷\times ۱۰^{-۲}$	$۲,۰\times۱۰^{-۳}$	$۲,۲\times۱۰^{-۳}$
$^{۱۸۲}Pt \rightarrow ^{۱۷۸}Os$	۴,۹۳	$۱,۱۲\times۱۰^{-۱}$	$۳,۴\times ۱۰^{-۲}$	$۱,۱\times ۱۰^{-۲}$	$۲,۳\times۱۰^{-۲}$	$۱,۱\times۱۰^{-۲}$
$^{۱۸۳}Pt \rightarrow ^{۱۷۹}Os$	۴,۸۰	$۶,۵\times۱۰^{-۱}$	-	$۰,۵\times ۱۰^{-۱}$	$۱,۲\times۱۰^{-۱}$	$۱,۲\times۱۰^{-۱}$
$^{۱۸۴}Pt \rightarrow ^{۱۸۰}Os$	۴,۵۸	$۱۶,۲\times۱۰^{۰}$	$۴,۱\times ۱۰^{۰}$	$۱,۰\times ۱۰^{۰}$	$۲,۷\times۱۰^{۰}$	$۱,۹\times۱۰^{۰}$
$^{۱۸۶}Pt \rightarrow ^{۱۸۲}Os$	۴,۳۰	$۱۳,۲\times۱۰^{۲}$	$۲,۵\times ۱۰^{۲}$	$۱,۶\times ۱۰^{۲}$	$۱,۸\times۱۰^{۲}$	$۱,۶\times۱۰^{۲}$
$^{۱۸۸}Pt \rightarrow ^{۱۸۴}Os$	۳,۹۹	$۲,۹\times۱۰^{۵}$	$۰,۶۳\times۱۰^{۵}$	$۰,۱\times ۱۰^{۵}$	$۳,۴\times۱۰^{۴}$	$۱,۰\times۱۰^{۵}$
$^{۱۹۰}Pt \rightarrow ^{۱۸۶}Os$	۳,۲۳	$۳,۹\times۱۰^{۱۲}$	$۵,۷\times ۱۰^{۱۰}$	$۶,۸\times ۱۰^{۱۰}$	$۲,۶\times۱۰^{۱۱}$	$۵,۴\times۱۰^{۱۱}$
$^{۱۹۲}Pt \rightarrow ^{۱۸۸}Os$	۲,۴۰	$۱,۰\times۱۰^{۲۴}$	-	-	$۳,۳\times۱۰^{۲۵}$	$۶,۰\times۱۰^{۱۶}$
$^{۱۹۴}Pt \rightarrow ^{۱۹۰}Os$	۱,۵۰	$۹,۰\times۱۰^{۴۵}$	-	-	$۴,۶\times۱۰^{۴۳}$	$۲,۰\times۱۰^{۱۸}$

جدول ۲-۷ مدل CPPM با فرمول‌های ADF، UDL، SLB و SLH مقایسه شده است. ستون اول و دوم به ترتیب، هسته‌ی مادر ناپایدار مربوط به ایزوتوپ Pt و ترکیب پاریته آن را نشان می‌دهند. همچنین در جدول ۲-۸ نیمه عمرها با استفاده از مقادیر تجربی E_α از مرجع [۳۷]، برای فرمول R ، فرمول VS، و نسخه‌های مختلف فرمول برأون B و بر اساس مدل SemFIS، محاسبه شده است.

جدول ۲-۷: مقایسه نیمه عمر ایزوتوپ‌های Pt با مدل ADF، UDL، SLH و SLB

AT	z-p	Log(T ۱/۲(year))					
		CPPM	ADF	UDL	Horoi	SLB	Exp
۱۶۶Pt	e-e	-۱۰,۵	-۱۰,۷	-۱۱,۶۴	-۱۱,۳۵	-۱۰,۵۶	-۱۱,۰۲
۱۶۷Pt	e-o	-۱۰,۱	-۹,۸۸	-۱۱,۲۲	-۱۰,۹۱	-۱۰,۱۲	-۱۰,۶۵
۱۶۸Pt	e-e	-۹,۶۷	-۹,۹۵	-۱۰,۶۹	-۱۰,۳۷	-۹,۵۷	-۱۰,۱۹
۱۷۰Pt	e-e	-۸,۷۲	-۹,۰۷	-۹,۶۸	-۹,۳۳	-۸,۵۲	-۹,۳۵
۱۷۱Pt	e-o	-۸,۳۸	-۸,۴۰	-۹,۳۲	-۸,۹۵	-۸,۱۴	-۸,۸۴
۱۷۲Pt	e-e	-۷,۸۷	-۸,۲۹	-۸,۷۹	-۸,۴۰	-۷,۵۸	-۸,۳۹
۱۷۳Pt	e-o	-۷,۴۷	-۷,۶۴	-۸,۳۷	-۷,۹۶	-۷,۱۴	-۷,۸۵
۱۷۴Pt	e-e	-۶,۸۱	-۷,۳۱	-۷,۶۷	-۷,۲۶	-۶,۴۳	-۷,۴۳
۱۷۵Pt	e-o	-۶,۸۱	-۷,۱۰	- ۷,۶۷	-۷,۲۳	-۶,۴۰	-۶,۹۰
۱۷۶Pt	e-e	-۵,۵۹	-۶,۱۷	-۶,۴۰	-۵,۹۵	-۵,۱۱	-۶,۲۷
۱۷۷Pt	e-o	-۴,۵۰	-۴,۹۸	-۵,۲۸	-۴,۸۲	-۳,۹۷	-۵,۱۷
۱۷۸Pt	e-e	-۴,۱۹	-۴,۸۸	-۴,۹۶	-۴,۴۸	-۳,۶۲	-۵,۰۴
۱۷۹Pt	e-o	-۳,۴۳	-۴,۰۴۰	-۴,۱۸	-۳,۶۹	-۲,۸۲	-۳,۵۵
۱۸۰Pt	e-e	-۲,۵۲	-۳,۳۴	-۳,۲۵	-۲,۷۵	-۱,۸۷	-۳,۲۵۹
۱۸۱Pt	e-o	-۲,۰۶	-۲,۸۲	-۲,۷۹	-۲,۲۷	-۱,۳۹	-۲,۶۵۱
۱۸۲Pt	e-e	-۰,۹۵۰	-۱,۹۲	-۱,۶۷	-۱,۱۵	-۰,۲۵	-۱,۹۵۸
۱۸۳Pt	e-o	-۰,۱۸۳	-۱,۱۳	-۰,۹۱	-۰,۳۷	۰,۵۲	-۰,۸۸۹
۱۸۴Pt	e-e	۱,۲۱	۰,۰۲	۰,۴۷۴	۱,۰۲	۱,۹۳	۰,۲۸۷
۱۸۶Pt	e-e	۳,۱۲	۱,۷۶	۲,۳۹۱	۲,۹۶	۳,۸۹	۲,۲۲۷
۱۸۸Pt	e-e	۵,۴۶	۳,۹۰	۴,۷۴۸	۵,۳۳	۶,۲۹	۵,۰۲۹
۱۹۰pt	e-e	۱۲,۵۹	۱۰,۴۸	۱۱,۹۰	۱۲,۴۷	۱۳,۵۱	۱۱,۷۷
۱۹۲Pt	e-e	۲۴,۰۳	۲۱,۰۸	۲۳,۴۲	۲۳,۹۳	۲۵,۱۱	>۱۶,۷۷
۱۹۴Pt	e-e	۴۵,۹۵	۴۱,۴۱	۴۵,۵۰	۴۵,۸۷	۳۴,۹۰	>۱۸,۳۰
۱۹۵Pt	e-o	۶۰,۶۰	۵۵,۲۶	۶۰,۲۶	۶۰,۵۳	۶۲,۱۳	>۱۸,۷۹
۱۹۶Pt	e-e	۸۵,۳۹	۷۸,۰۳	۸۵,۲۴	۸۵,۳۳	۸۷,۲۱	>۱۸,۸۴
۱۹۸Pt	e-e	۳۷۶,۹	۳۴۹,۴	۳۷۹,۷	۳۷۷,۵	۳۸۲,۷	>۱۷,۶۷

جدول ۲-۸: مقایسه نیمه عمر ایزوتوپ‌های Pt با مدل VS، R، mB۱ و mB۲ و B

A_p	Q_α (MeV)	E_α[۴۰] (MeV)	Log($T_{۱/۲}$(year))					
			V-S	R	B	mB۱	mB۲	exp
^{۱۷۳}Pt	۶,۳۶۴	۶,۱۹±۰,۰۲	-۸,۱۱	-۷,۷۸	-۸,۰۳	-۶,۰۴	-۵,۶۸	-۷,۸۵
^{۱۷۴}Pt	۶,۱۹۹	۶,۰۳±۰,۰۱	-۸,۵۴	-۸,۲۳	-۷,۳۶	-۵,۸۶	-۶,۸۹	-۷,۴۳
^{۱۷۵}Pt	۶,۱۱۶	۵,۹۵±۰,۰۱	-۷,۱۵	-۶,۸۴	-۷,۰۱	-۵,۰۶	-۴,۶۵	-۶,۹۰
^{۱۷۶}Pt	۵,۹۰۱	۵,۷۴±۰,۰۱	-۷,۳۳	-۷,۰۶	-۶,۰۷	-۴,۶۳	-۵,۴۵	-۶,۲۷
^{۱۷۷}Pt	۵,۶۶۵	۵,۵۱±۰,۰۱	-۵,۲۳	-۴,۹۳	-۴,۹۸	-۳,۱۱	-۲,۵۹	-۵,۱۷
^{۱۷۸}Pt	۵,۵۹۲	۵,۴۴±۰,۰۱	-۵,۹۷	-۵,۷۴	-۴,۶۴	-۳,۲۵	-۳,۸۵	-۵,۰۴
^{۱۷۹}Pt	۵,۲۹۵	۵,۱۵±۰,۰۱	-۳,۴۹	-۳,۱۹	-۳,۱۳	-۱,۳۴	-۰,۷۲	-۳,۵۵
^{۱۸۰}Pt	۵,۲۸۴	۵,۱۴±۰,۰۱	-۴,۵۰	-۴,۳۱	-۳,۰۸	-۱,۷۵	-۲,۱۰	-۳,۲۵
^{۱۸۱}Pt	۵,۱۶۱	۵,۰۲±۰,۰۲	-۲,۸۱	-۲,۵۴	-۲,۴۱	-۰,۶۴	۰,۰۰	-۲,۶۵
^{۱۸۲}Pt	۴,۹۷۶	۴,۸۴±۰,۰۱	-۲,۸۹	-۲,۷۴	-۱,۳۸	-۰,۱۱	-۰,۲۰	-۱,۹۵
^{۱۸۳}Pt	۴,۸۶۳	۴,۷۳±۰,۰۲	-۱,۲۰	-۰,۹۴	-۰,۷۱	۰,۹۸	۱,۷۳	-۰,۸۸
^{۱۸۴}Pt	۴,۶۲۷	۴,۵۰±۰,۰۲	-۰,۸۸	-۰,۷۷	۰,۷۴	۱,۹۲	۲,۱۷	۰,۲۸
^{۱۸۶}Pt	۴,۳۵۰	۴,۲۳±۰,۰۲	۰,۸۷	۰,۹۴	۲,۶۱	۳,۷۲	۴,۲۶	۲,۲۲
^{۱۸۸}Pt	۴,۰۴۳	۳,۹۳±۰,۰۱	۳,۰۴	۳,۰۸	۴,۹۱	۵,۹۳	۶,۸۲	۵,۰۲
^{۱۹۰}Pt	۳,۲۷۵	۳,۱۸±۰,۰۲	۹,۷۲	۹,۷۴	۱۱,۹	۱۲,۷	۱۴,۷	۱۱,۷
^{۱۹۲}Pt	۲,۶۸۲	≈۲,۶	۱۶,۷	۱۶,۷	۱۹,۴	۱۹,۸	۲۳,۰	۲۶,۶

همچنین برای نمایش دقت اندازه‌گیری برای جداول ۲-۷ و ۲-۸ مقدار انحراف معیار محاسبه شده است. در جدول ۲-۹، از بین مدل‌های نظری مختلف، کمترین مقدار، مربوط به مدل MCPPM است. ایزوتوپ‌های Pt در محدوده عدد جرمی ۱۶۶≤A_p≤۱۹۲ ، مدل MCPPM با فرمول‌های نظری مقایسه شده است، در نتیجه فرم اصلاح شده مدل پتانسیل کولنی و مجاورت نقش بسزایی در مقادیر نیمه عمر این هسته‌ها داشته است. همچنین مقادیر پایین‌تر بعدی به ترتیب، در فرمول SLH، UDL، ADF و SLB می‌توان مشاهده نمود. در جدول ۲-۱۰، در محدوده عدد جرمی ۱۷۳≤A_p≤۱۹۲ با در نظر گرفتن مقادیر انرژی جنبشی آلفا برای فرمول‌های نیمه تجربی، نتیجه مطلوب برای فرمول B ظاهر شده است و کمترین مقدار به ترتیب، مدل MCPPM، فرمول‌های R، VS، mB۱ و mB۲ هستند.

جدول ۲-۹: مقدار σ برای مدل‌های مختلف در جدول ۲-۹

Z-N	σ for ۱۶۶≤A_p≤۱۹۲				
	Our calculation	ADF	UDL	Horoi	SLB
e-e	۰,۷۶	۱,۶۲	۰,۹۵	۰,۹۰	۳,۴۵
e-o	۰,۴۸	۰,۴۱	۰,۵۱	۰,۳۵	۰,۸۶
All	۰,۶۴	۱,۳۰	۰,۸۰	۰,۷۴	۲,۷۶

جدول ۲-۱۰: مقدار σ برای مدل‌های مختلف در جدول ۲-۱۰

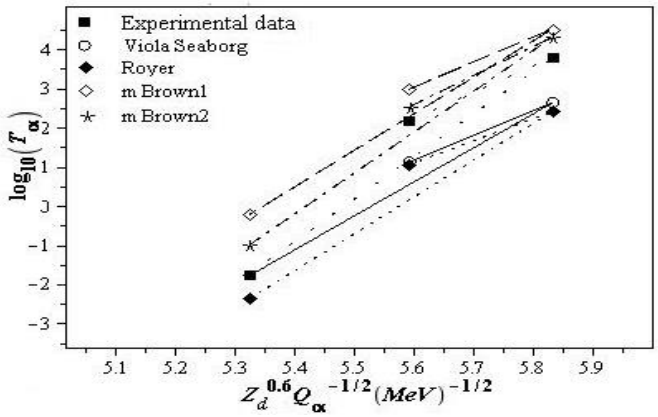
Z-N	σ for ۱۷۳≤A_p≤۱۹۲					
	Our calculation	VS	R	B	mB۱	mB۲
e-e	۰,۸۲	۱,۴۵	۱,۳۲	۰,۳۵	۱,۶۱	۱,۸۲
e-o	۰,۴۹	۰,۲۵	۰,۱۵	۰,۲۰	۲,۲۴	۲,۹۲
All	۰,۷۱	۱,۱۹	۱,۰۸	۰,۳۰	۱,۷۲	۲,۰۸

۲-۸ تعیین نیمه عمر ایزوتوپ هسته‌های سنگین و فوق سنگین

مقادیر نیمه عمر تعدادی از ایزوتوپ هسته‌های سنگین و فوق سنگین را با استفاده مدل پتانسیل مجاورت و کولنی محاسبه شده است[۸۸]. همچنین این مقادیر با داده‌های تجربی و مدل‌های دیگر از جمله VS، R، mB۱ و mB۲ مقایسه شده است. برای محاسبه‌ی انرژی واپاشی از فرمول معادله‌ی (۲-۱۰۵) استفاده نموده‌ایم، بنابراین مقادیر تجربی E_α از مقاله‌ی پرلمان[۱] و آسارو [۲] [۷۷] برگرفته شده است. همچنین مقادیر پیش‌تشکیل آلفا برای آنها محاسبه شده است. مقدار P_α با استفاده فرمول موهر $P_\alpha = T^{cal}_{1/2(\alpha)}(s)/T^{\exp}_{1/2(\alpha)}(s)$ بدست آمده است. همچنین قاعده‌ی گایگر ناتال برای هسته‌های ^{۲۰۰}Po, ^{۲۱۱}Bi و ^{۲۲۰}Ra ، یعنی نمودار لگاریتم نیمه عمر بر حسب $Z^{۰.۶} Q^{-۱/۲}$ $(MeV)^{-۱/۲}$، رابطه‌ی خطی برای آن صادق است. نتایج بدست آمده در جدول ۲-۱۱ نشان داده شده است. ستون اول، دوم، سوم و چهارم

[۱] Perlman [۲] Asaro

به ترتیب، معرف عدد جرمی، پروتونی، نوترونی و مقادیر انرژی واپاشی آلفا (Q_α)، بر حسب MeV هستند. مقادیر تجربی E_α ، برای محاسبه انرژی واپاشی آلفا بر اساس معادله‌ی (۲-۱۰۵) استفاده شده است. نمودار ۲-۱۰ لگاریتم نیمه عمر بر حسب $Z^{۰.۶}Q^{-۱/۲}$ برای فرمول-های مختلف رسم شده است. فرمول mB۲ در توافق بهتری با داده‌های تجربی است.



نمودار ۲-۱۰ رسم $\log_{10}(T^{x}_{1/2(\alpha)})$ بر حسب $Z^{۰.۶}Q^{-۱/۲}$

جدول ۲-۱۱ مقایسه‌ی لگاریتم نیمه عمر هسته‌های سنگین و فوق سنگین با مدل CPPM

A_p	Z_p	N_p	Q_α	E_α	$\log(T_{۱/۲\alpha}(s))$					
					Our	exp	VS	R	mB۱	mB۲
۲۰۹	۸۳	۱۲۶	۳,۲۴	۳,۱۵	۲۶,۱۰	۲۶,۷	۲۲,۲	۲۲,۳	۲۳,۴	۱۹,۵
۲۱۱	۸۳	۱۲۸	۶,۴۲	۶,۲۷	۲,۱۲	۲,۱۹	۱,۱۴	۱,۰۷	۲,۹۸	۲,۵۳
۲۱۲	۸۳	۱۲۹	۵,۶۱	۵,۴۸	۴,۱۳	۴,۵۷	۴,۶۷	۴,۶۶	۶,۴۸	۵,۴۱
۲۱۳	۸۳	۱۳۰	۶,۰۰	۵,۸۶	۴,۲۳	۵,۱۵	۲,۸۹	۲,۸۲	۴,۷۲	۳,۹۶
۲۱۴	۸۳	۱۳۱	۵,۵۷	۵,۴۴	۶,۹۷	۷,۱۶	۵,۲۳	۵,۳۸	۶,۹۰	۶,۷۹
۲۰۰	۸۴	۱۱۶	۵,۹۸	۵,۸۴	۳,۹۷۶	۳,۷۹	۲,۶۵	۲,۴۲	۴,۵۱	۴,۳۲
۲۰۱	۸۴	۱۱۷	۵,۸۴	۵,۷۰	۴,۸۴	۴,۷۶	۴,۳۷	۴,۳۱	۵,۱۴	۵,۰۶
۲۰۲	۸۴	۱۱۸	۵,۷۳	۵,۵۹	۵,۳۲	۵,۱۳	۳,۸۳	۳,۵۵	۵,۶۶	۵,۶۷
۲۰۴	۸۴	۱۲۰	۵,۵۰	۵,۳۷	۶,۴۳	۶,۲۸	۴,۹۴	۴,۶۲	۶,۷۵	۶,۹۴
۲۰۶	۸۴	۱۲۲	۵,۱۹	۵,۰۶	۷,۲۸	۷,۱۵	۶,۶۰	۶,۲۴	۸,۳۷	۸,۸۴
۲۰۸	۸۴	۱۲۴	۵,۲۳	۵,۱۰	۷,۸۹	۷,۹۷	۶,۳۶	۵,۹۵	۸,۱۳	۸,۵۶
۲۱۰	۸۴	۱۲۶	۴,۶۱	۴,۵	۶,۷۶	۷,۰۸	۱۰,۰	۹,۶۳	۱۱,۷	۱۲,۸
۲۱۲	۸۴	۱۲۸	۸,۹۷۵	۸,۷۷۶	-۶,۴۱	-۶,۵۲	-۷,۱۴	-۷,۶۲	-۵,۰۸	-۶,۹۰
۲۱۴	۸۴	۱۳۰	۷,۸۵۷	۷,۶۸	-۳,۲۸	-۳,۸۷	-۴,۱۳	-۴,۶۵	-۲,۱۳	-۳,۴۵
۲۱۶	۸۴	۱۳۲	۶,۹۳۲	۶,۷۷۴	-۰,۲۱	-۰,۸۲	-۱,۱۱	-۱,۶۸	۰,۸۱۹	۰,۰۰۰

ادامه جدول ۲-۱۱.

۲۱۸	۸۴	۱۳۴	۶,۱۴۰	۵,۹۹۸	۳,۰۳	۲,۲۷	۱,۹۹	۱,۳۸	۳,۸۶۴	۳,۵۶۲
۲۰۲	۸۵	۱۱۷	۶,۵۰۹	۶,۳۵	۲,۷۴	۲,۶۹۶	۲,۰۳	۲,۲۰	۳,۵۱۴	۳,۶۸۰
۲۲۰	۸۸	۱۳۲	۷,۶۰۰	۷,۴۳	-۱,۰۱۰	-۱,۷۴	-۱,۷۵	-۲,۳۵	-۰,۲۰	-۰,۹۹
۲۲۲	۸۸	۱۳۴	۶,۳۷۷	۶,۲۳	۲,۴۲	۱,۵۹	۲,۸۲	۲,۱۷	۴,۱۶۵	۴,۱۴۱
۲۲۴	۸۸	۱۳۶	۵.۵۷	۵,۴۴۵	۶,۶۱	۵,۵۳	۶,۶۰	۵,۸۹	۷,۷۷۴	۸,۳۸۰
۲۲۶	۸۸	۱۳۸	۴,۷۰۷	۴,۵۹۲	۱۲,۰۶	۱۰,۷۳	۱۱,۷۶	۱۰,۹۸	۱۲,۶۸	۱۴,۱۴
۲۲۴	۹۰	۱۳۴	۷,۲۹۳	۷,۱۳	۰,۰۸۱	۰,۱۱	۰,۱۱	-۰,۵۴	۱,۳۶	۰,۹۶۲
۲۲۶	۹۰	۱۳۶	۶,۱۷۹	۶,۰۳۷	۴,۳۴	۳,۹۹	۴,۶۲	۳,۹۰	۵,۶۲۳	۵,۹۶۸
۲۲۸	۹۰	۱۳۸	۵,۲۹۹	۵,۱۷۳	۹,۰۹	۷,۹۲	۹,۱۵	۸,۳۶	۹,۸۹۸	۱۰,۹۹
۲۳۰	۹۰	۱۴۰	۴,۵۴۹	۴,۴۳۷	۱۳,۸۷	۱۲,۵۱	۱۴,۰۱	۱۳,۱۵	۱۴,۴۶	۱۶,۳۷
۲۳۲	۹۰	۱۴۲	۴,۰۳۲	۳,۹۳	۱۹,۳۹	۱۷,۷۶	۱۸,۱۱	۱۷.۲	۱۸,۳۴	۲۰,۹۴
۲۲۸	۹۲	۱۳۶	۶,۸۲۴	۶,۶۷	۲,۵۳	۲,۷۴	۲,۷۴	۲,۰۲	۳,۶۲۰	۳,۷۲۰
۲۳۰	۹۲	۱۳۸	۵,۷۹۷	۵,۶۶۲	۷,۵۲	۶,۴۳	۷,۴۲	۶,۶۴	۸,۰۰۷	۸,۸۸۸
۲۳۲	۹۲	۱۴۰	۵,۲۵۷	۵,۱۳۲	۱۰,۷۴	۹,۵۲	۱۰,۴۳	۹,۵۸	۱۰,۸۱	۱۲,۱۸
۲۳۴	۹۲	۱۴۲	۴,۷۰۴	۴,۵۹	۱۴,۳۶	۱۳,۰۲	۱۴,۰۳	۱۳,۱	۱۴,۱۶	۱۶,۱۳
۲۳۶	۹۲	۱۴۴	۴,۵۶۱	۴,۴۵	۱۶,۴۵	۱۴,۹۹	۱۵,۰۷	۱۴,۱	۱۵,۱۲	۱۷,۲۷
۲۳۸	۹۲	۱۴۶	۴,۲۴۰	۴,۱۳۵	۱۷,۲۱	۱۷,۲۶	۱۷,۵۸	۱۶,۵	۱۷,۴۵	۲۰,۰۲
۲۸۱	۱۱۱	۱۷۰	۹,۴۵۹	۹,۲۸	۰,۶۰	۱,۲۳	۱,۶۱۴	۰,۹۷	۱,۰۳۵	۰,۸۲۹
۲۸۲	۱۱۱	۱۷۱	۹,۰۳۳	۸,۸۶	۱,۳۹۳	۲,۰۰	۳,۲۹۱	۳,۱۶۷	۲,۳۸۲	۲,۰۵۴
۲۸۳	۱۱۲	۱۷۱	۹,۷۱۳	۹,۵۳	۱,۰۷۰	۰,۶۲۳	۱,۴۸۸	۰,۸۵	۰,۴۹۳	۰,۵۰
۲۸۲	۱۱۳	۱۶۹	۱۰,۸۳	۱۰,۶۳	-	-۱,۱۳	-۱,۱۷	-۱,۵۰	-۱,۴۷	-۱,۴۰
۲۸۷	۱۱۴	۱۷۳	۱۰,۲۱	۱۰,۰۳	-۰,۴۱	-۰,۳۱	۰,۶۹	۰,۰۸۶	-۰,۲۷	-۰,۳۰
۲۸۹	۱۱۴	۱۷۵	۱۰,۰۲	۹,۸۴	۰,۱۹	۰,۲۷۸	۱,۲۳۸	۰,۵۹	۰,۱۸۳	۰,۱۶۵
۲۹۳	۱۱۶	۱۷۷	۱۰,۷۵	۱۰,۵۶	-	-۱,۲۴	-۰,۱۲	-۰,۷۳	-۱,۰۳	-۱,۱۲
۲۹۴	۱۱۸	۱۷۶	۱۱,۸۷	۱۱,۶۶	-	-۳,۱۶	-۳,۳۳	-۴,۴۹	-۲,۸۶	-۳,۴۲

همچنین نتایج بدست آمده برای فاکتور پیش‌تشکیل آلفا در جدول ۲-۱۲ نشان داده شده است.

جدول ۲-۱۲ مقایسه‌ی فاکتور پیش‌تشکیل آلفا با مدل‌های متفاوت

A_p	Z_p	N_p	P_α^{CPPM}	P_α^{VS}	P_α^{R}	P_α^{mB1}	P_α^{mB2}
۲۰۹	۸۳	۱۲۶	۰,۲۰	۰,۰۱۵	۰,۰۴	۰,۴۵	۰,۰۰۰۰۱
۲۱۱	۸۳	۱۲۸	۰,۸۵	۰,۹۹	۰,۰۰۳	۰,۲۹	۰,۱۸
۲۱۳	۸۳	۱۳۰	۰,۱۲	۰,۰۰۵	۰,۰۰۴	۰,۳۷	۰,۰۶
۲۱۴	۸۳	۱۳۱	۰,۶۵	۰,۰۱	۰,۰۱	۰,۵۶	۰,۴۴
۲۰۱	۸۴	۱۱۷	۱,۲۰	۰,۴۱	۰,۳۶	۱,۴۵	۱,۰۱
۲۰۲	۸۴	۱۱۸	۱,۵۴	۰,۰۵	۰,۰۲	۲,۴۹	۲,۳۸
۲۰۴	۸۴	۱۲۰	۱,۴۱	۰,۰۴	۰,۰۲	۰,۹۵	۱,۲۰
۲۰۸	۸۴	۱۲۴	۰,۸۴	۰,۰۲	۰,۰۱	۱,۴۶	۱,۲۰
۲۱۱	۸۴	۱۲۷	۰,۹۹	۰,۰۰۵	۰,۰۰۴	۰,۲۳	۰,۳۴
۲۱۴	۸۴	۱۳۰	۰,۹۹	۱,۰۶	۱,۲۰	۰,۵۵	۰,۸۹
۲۲۳	۸۸	۱۳۵	۰,۶۷	۰,۱۸	۰,۱۵	۰,۵۵	۰,۹۸
۲۲۶	۹۰	۱۳۶	۰,۷۲	۰,۱۰	۰,۰۲	۱,۲۶	۱,۵۰
۲۳۵	۹۲	۱۴۳	۰,۶۱	۰,۰۷	۰,۰۳	۰,۰۲	۰,۱۸
۲۷۹	۱۱۱	۱۶۸	۰,۲۵	۰,۲۶	۰,۰۶	۰,۲۰	۰,۳۴
۲۸۰	۱۱۱	۱۶۹	۰,۲۴	۱,۵۸	۰,۸۵	۰,۴۸	۰,۳۹
۲۸۵	۱۱۲	۱۷۳	۱,۸۶	۱,۰۸	۱,۱۷	۰,۳۹	۰,۴۴
۲۸۲	۱۱۳	۱۶۹	-	۰,۹۰	۰,۴۲	۰,۴۵	۰,۵۴
۲۸۶	۱۱۴	۱۷۳	۰,۷۹	۰,۷۱	۰,۰۴	۰,۳۷	۰,۵۹
۲۸۸	۱۱۴	۱۷۴	۰,۸۲	۰,۸۹	۰,۰۵	۰,۳۵	۰,۷۴
۲۹۳	۱۱۶	۱۷۷	-	۱,۲۹	۱,۳۰	۱,۶	۰,۹۳
۲۹۴	۱۱۸	۱۷۶	-	۰,۶۶	۰,۰۴	۱,۱۵	۰,۵۴

۲-۹ تعیین نیمه عمر و فاکتور پیش‌تشکیل آلفا برای هسته‌های کروی در ناحیه عدد اتمی ۶۷≤Z≤۹۱

نیمه عمر واپاشی آلفای هسته‌های کروی در ناحیه عدد اتمی ۶۷≤Z≤۹۱ با استفاده از مدل MCPPM محاسبه شده است [۹۰]. همچنین مقادیر بدست آمده با داده‌های تجربی و فرمول‌های نظری، از جمله، فرمول تحلیلی R، و فرم اصلاح شده‌ی آن MR، فرمول APF، فرمول SemFIS، فرمول SLB، فرمول SLH و فرمول UDL مطالعه شده است.

۲-۹-۱ تعیین فاکتور پیش‌تشکیل آلفا برای هسته‌های کروی در ناحیه ۶۷≤Z≤۹۱

با در نظر گرفتن اثرات لایه‌ای، مقدار P_α به صورت زیر فرمول‌بندی شده است[۹۱]

$$P_0 = \exp(2.465075 - 0.068113Z - 0.002325A + 0.004857(N - Z)) \qquad (۱۱۵-۲)$$

که در آن N-Z جمله‌ی وابسته-به ایزواسپین است. ژانگ و همکارانش، فرمول زیر را برای بدست آوردن اطلاعات در مورد ساختار هسته بر اساس اعداد جادویی نوترونی و پروتونی هسته‌ی مادر، پیشنهاد نموده‌اند[۹۱]

$$P_\alpha = \exp(a + b(Z - Z_1)(Z_2 - Z) + c(N - N_1)(N_2 - N) + d(A)) \qquad (۱۱۶-۲)$$

به ترتیب، $Z_۱, Z_۲$ و $N_۱, N_۲$ معرف اعداد جادویی پروتونی و نوترونی اطراف Z و N در محدوده‌ی $Z_۱<Z\leq Z_۲$ و $N_۱<N\leq N_۲$ هستند. مجموعه ضرایب a، b، c و d پارامترهای برازش برای هر ترکیب پاریته‌ی (Z, N) هستند. این ضرایب در جدول ۲-۱۳ لیست شده است.

جدول ۲-۱۳ پارامترهای فرمول ۲- ۱۱۶.

Coefficients	۵۰<Z<۸۲ ۸۲<N<۱۲۶	۸۲<Z ۸۲<N<۱۲۶	۸۲<Z ۱۲۶<N<۱۵۲	۸۲<Z ۱۵۲<N
Even-even nucleus				
A	۵.۲۲۹۲۷۲	-۲.۵۹۷۵۰۳	-۱۸.۹۸۲۸۷	۸۹۲.۷۰۸۸
B	۰.۰۰۴۸۰۱	۰.۱۶۹۹۲۶	-۰.۱۷۲۶۱۰	۳.۶۰۰۳۹۹
C	۰.۰۰۴۴۷۳	۰.۰۰۳۰۱۷	۰.۰۰۸۵۳۲	۳.۸۹۳۶۴۲
D	-۰.۰۵۷۴۸۵	-۰.۰۱۱۳۶۲	۰.۰۷۴۷۵۲	-۳.۸۱۲۵۰۰
$(\sigma^2)^{1/2}$	۰,۴۹۹	۰,۳۳۳	۰,۴۱۱	۰,۳۴۶
Odd-*A* nucleus				
A	۶.۱۹۴۸۱۹	-۱۷.۷۰۲۵۳	۹.۵۸۴۴۱۷	-۱۱۹۶.۷۰۷
B	۰.۰۰۵۳۵۴	۰.۰۹۱۷۵۱	۰.۱۴۷۴۰۷	-۵.۲۷۳۴۳۸
C	۰.۰۰۶۳۶۳	۰.۰۰۴۰۱۹	۰.۰۲۰۴۳۸	-۵.۰۰۳۷۲۶
D	-۰.۰۶۹۸۵۹	۰.۰۵۹۸۰۰	-۰.۰۷۶۸۷۱	۵.۱۰۳۶۲۶

ادامه جدول ۲-۱۳.

$(\sigma 2)^{1/2}$	۰,۶۷۰	۰,۸۵۰	۱,۶۰۸	۱,۶۰۱
Odd-odd nucleus				
a	۱۲.۱۸۹۴۱	-۵۰.۸۵۶۱۲	۲۲.۰۷۷۲۶	-۹۱۵۷.۶۲۶
b	-۰.۰۰۶۹۴۲	۰.۱۳۶۹۷۵	۰.۳۵۷۶۳۵	-۳۸.۸۹۰۰۹
c	-۰.۰۰۲۶۵۵	۰.۰۱۳۳۷۱	۰.۰۲۷۷۰۸	-۳۹.۱۶۳۸۰
d	-۰.۰۸۴۸۸۹	۰.۲۰۵۹۱۶	-۰.۱۴۶۸۰۶	۳۹.۰۹۲۱۸
$(\sigma 2)^{1/2}$	۰,۶۹۶	۰,۸۱۱	۱,۸۷۶	۱,۴۰۹

در جدول ۲-۱۴، نتایج بدست آمده بر اساس مدل MCPPM و مقادیر فاکتور پیش‌تشکیل آلفا برای معادلات ۲-۱۱۵ و ۲-۱۱۶ نشان داده شده است.

جدول ۲-۱۴ محاسبه نیمه عمرها با مدل MCPPM در ناحیه‌ی ۶۷≤Z≤۹۱

AD	Q_{cal}	L	P_α	P.	$T^{exp}(s)$	T^{MCPPM}
$^{151}Ho \rightarrow ^{147}Tb$	۴,۶۸	۵	۰,۰۸۶	۰,۰۹۳	۱.۶۰ × ۱۰^{۲}	۱.۵۷× ۱۰^{۲}
$^{152}Ho \rightarrow ^{148}Tb$	۴,۴۹	۰	۰,۰۶۰	۰,۰۹۴	۱,۳۵ × ۱۰^{۳}	۱,۳۴ × ۱۰^{۳}
$^{154}Ho \rightarrow ^{150}Tb$	۴,۰۲	۰	۰,۰۴۲	۰,۰۹۴	۳,۷۱× ۱۰^{۶}	۳,۷۰× ۱۰^{۶}
$^{153}Tm \rightarrow ^{149}Ho$	۵,۲۵	۰	۰,۰۷۱	۰,۰۸۰	۱,۶۳	۱,۶۱
$^{156}Lu \rightarrow ^{152}Tm$	۵,۶۰	۰	۰,۰۵۰	۰,۰۶۹	۴,۹۴×۱۰$^{-۱}$	۵,۰۲×۱۰$^{-۱}$
$^{156}Hf \rightarrow ^{152}Yb$	۶,۰۳	۰	۰,۰۹۹	۰,۰۶۴	۲,۳۴×۱۰$^{-۲}$	۲,۳۵×۱۰$^{-۲}$
$^{159}Ta \rightarrow ^{155}Lu$	۵,۶۸	۵	۰,۰۶۱	۰,۰۵۹	۲,۴۴	۲,۴۳۲
$^{160}Ta \rightarrow ^{156}Lu$	۵,۴۶	۰	۰,۰۳۵	۰,۰۶۰	≥۱,۷	۱,۶۹۱
$^{158}W \rightarrow ^{154}Hf$	۶,۶۲	۰	۰,۰۷۷	۰,۰۵۵	۲,۳۷×۱۰$^{-۳}$	۲,۳۲×۱۰$^{-۳}$
$^{163}Re \rightarrow ^{159}Ta$	۶,۰۱	۰	۰,۰۶۰	۰,۰۵۱	۱.۲۲	۱,۲۱۶
$^{165}Re \rightarrow ^{161}Ta$	۵,۶۹	۰	۰,۰۷۷	۰,۰۵۲	۵.۲۲ × ۱۰	۵.۲۳× ۱۰
$^{166}Ir \rightarrow ^{162}Re$	۶,۷۳	۰	۰,۰۲۹	۰,۰۴۴	۱,۱۳×۱۰$^{-۲}$	۱,۱۲×۱۰$^{-۲}$
$^{167}Ir \rightarrow ^{163}Re$	۶,۵۱	۰	۰,۰۵۴	۰,۰۴۴	۷.۱۹× ۱۰$^{-۲}$	۷.۱۸× ۱۰$^{-۲}$
$^{169}Ir \rightarrow ^{165}Re$	۶,۱۴	۰	۰,۰۶۵	۰,۰۴۵	۸.۴۰× ۱۰$^{-۱}$	۸.۳۹× ۱۰$^{-۱}$
$^{172}Pt \rightarrow ^{168}Os$	۶,۴۶	۰	۰,۰۹۰	۰,۰۴۲	۱.۰۳× ۱۰$^{-۱}$	۱.۰۲× ۱۰$^{-۱}$
$^{170}Au \rightarrow ^{166}Ir$	۷,۱۸	۰	۰,۰۲۵	۰,۰۳۸	۲.۰۰× ۱۰$^{-۳}$	۲.۱۳× ۱۰$^{-۳}$
$^{173}Au \rightarrow ^{169}Ir$	۶,۸۴	۰	۰,۰۵۰	۰,۰۳۸	۲.۰۷× ۱۰$^{-۲}$	۲.۰۸× ۱۰$^{-۲}$
$^{177}Au \rightarrow ^{173}Ir$	۶,۳۰	۲	۰,۰۵۷	۰,۰۳۹	۳,۶۶	۳,۶۲۴
$^{176}Hg \rightarrow ^{172}Pt$	۶,۹۰	۰	۰,۰۶۵	۰,۰۳۶	۲.۱۰× ۱۰$^{-۲}$	۲.۰۷× ۱۰$^{-۲}$
$^{177}Tl \rightarrow ^{173}Au$	۷,۰۷	۰	۰,۰۳۵	۰,۰۳۳	۲.۴۷× ۱۰$^{-۲}$	۲.۴۶× ۱۰$^{-۲}$

ادامه جدول ۲-۱۴.

$^{۱۷۹}Tl \rightarrow ^{۱۷۵}Au$	۶,۷۱	۰	۰,۰۳۷	۰,۰۳۳	۲.۳۰×۱۰^{-۱}	۲.۲۸۷×۱۰^{-۱}
$^{۱۸۱}Tl \rightarrow ^{۱۷۷}Au$	۶,۳۲	۰	۰,۰۳۶	۰,۰۳۴	$>۳.۲۰\times ۱۰$	۳.۱۵×۱۰
$^{۱۸۰}Pb \rightarrow ^{۱۷۶}Hg$	۷,۴۰	۰	۰,۰۴۴	۰,۰۳۱	۴.۰۰×۱۰^{-۳}	$۳,۹۷\times ۱۰^{-۳}$
$^{۱۸۳}Pb \rightarrow ^{۱۷۹}Hg$	۶,۹۱	۲	۰,۰۲۸	۰,۰۳۱	$۸,۱۱\times۱۰^{-۱}$	$۸,۱۲\times۱۰^{-۱}$
$^{۱۸۵}Pb \rightarrow ^{۱۸۱}Hg$	۶,۶۸	۲	۰,۰۲۵	۰,۰۳۱	$۳,۱۵\times۱۰^{۳}$	$۳,۱۶\times۱۰^{۳}$
$^{۱۸۷}Pb \rightarrow ^{۱۸۳}Hg$	۶,۳۸	۲	۰,۰۲۲	۰,۰۳۱	$۲,۱۷\times ۱۰^{۲}$	$۲,۱۸\times ۱۰^{۲}$
$^{۱۹۱}Bi \rightarrow ^{۱۸۷}Tl$	۶,۷۶	۵	۰,۰۱۲	۰,۰۲۹	$۲,۰۵\times۱۰^{۱}$	$۲,۰۳\times۱۰^{۱}$
$^{۱۹۳}Bi \rightarrow ^{۱۸۹}Tl$	۶,۲۹	۵	۰,۰۰۹	۰,۰۳۰	$۱,۹۱\times۱۰^{۳}$	$۱,۹۰\times۱۰^{۳}$
$^{۱۹۴}Bi \rightarrow ^{۱۹۰}Tl$	۵,۹۰	۱	۰,۰۵	۰,۰۳۰	۲.۰۴×۱۰^{۴}	۲.۰۴×۱۰^{۴}
$^{۱۹۵}Bi \rightarrow ^{۱۹۱}Tl$	۵,۸۱	۵	۰,۰۰۷	۰,۰۳۰	$۵,۷۲\times ۱۰^{۵}$	$۵,۷۵\times ۱۰^{۵}$
$^{۱۸۸}Po \rightarrow ^{۱۸۴}Pb$	۸,۰۸	۰	۰,۰۲۳	۰,۰۲۷	۲.۷۰×۱۰^{-۴}	۲.۶۸×۱۰^{-۴}
$^{۱۹۲}Po \rightarrow ^{۱۸۸}Pb$	۷,۳۲	۰	۰,۰۱۷	۰,۰۲۷	۳.۲۳×۱۰^{-۲}	۳.۲۲×۱۰^{-۲}
$^{۱۹۳}Po \rightarrow ^{۱۸۹}Pb$	۷,۰۹	۰	۰,۰۰۸	۰,۰۲۷	۴.۲۰×۱۰^{-۱}	۴.۲۵×۱۰^{-۱}
$^{۱۹۸}At \rightarrow ^{۱۹۴}Bi$	۶,۸۹	۰	۰,۰۰۷	۰,۰۲۶	۴.۶۷	۴,۶۶
$^{۲۰۰}At \rightarrow ^{۱۹۶}Bi$	۶,۶۰	۰	۰,۰۰۶	۰,۰۲۶	۸.۲۷×۱۰	۸.۳۱×۱۰
$^{۲۰۲}At \rightarrow ^{۱۹۸}Bi$	۶,۳۵	۰	۰,۰۰۶	۰,۰۲۶	۴.۷۹×۱۰^{۲}	۴.۷۷×۱۰^{۲}
$^{۱۹۵}Rn \rightarrow ^{۱۹۱}Po$	۷,۶۹	۰	۰,۰۰۵	۰,۰۲۳	۶.۰۰×۱۰^{-۳}	۶.۰۱×۱۰^{-۳}
$^{۱۹۷}Rn \rightarrow ^{۱۹۳}Po$	۷,۴۱	۰	۰,۰۰۳	۰,۰۲۴	۶.۵۰×۱۰^{-۲}	۶.۴۴×۱۰^{-۲}
$^{۱۹۹}Rn \rightarrow ^{۱۹۵}Po$	۷,۱۴	۰	۰,۰۰۲	۰,۰۲۴	۶.۶۰×۱۰^{-۱}	۶.۵۹×۱۰^{-۱}
$^{۲۰۱}Rn \rightarrow ^{۱۹۷}Po$	۶,۸۷	۰	۰,۰۰۱	۰,۰۲۴	۱.۳۷×۱۰	۱.۳۶۷×۱۰
$^{۲۰۱}Fr \rightarrow ^{۱۹۷}At$	۷,۵	۰	۰,۰۰۱	۰,۰۲۲	۶.۲۰×۱۰^{-۲}	۶.۲۰×۱۰^{-۲}
$^{۲۰۲}Fr \rightarrow ^{۱۹۸}At$	۷,۳۹	۰	۰,۰۰۹	۰,۰۲۲	۳.۰۰×۱۰^{-۱}	۳.۰۰×۱۰^{-۱}
$^{۲۰۳}Fr \rightarrow ^{۱۹۹}At$	۷,۲۷	۰	۰,۰۰۱	۰,۰۲۲	۵.۷۹×۱۰^{-۱}	۵.۷۴×۱۰^{-۱}
$^{۲۰۴}Fr \rightarrow ^{۲۰۰}At$	۷,۱۷	۰	۰,۰۰۹	۰,۰۲۲	۱.۷۷	۱,۷۶
$^{۲۰۶}Fr \rightarrow ^{۲۰۲}At$	۶,۹۲	۰	۰,۰۰۹	۰,۰۲۲	۱.۹۰×۱۰	۱.۸۹×۱۰
$^{۲۰۳}Ra \rightarrow ^{۱۹۹}Rn$	۷,۷۴	۰	۰,۰۰۱	۰,۰۲۰	۳.۱۰×۱۰^{-۲}	۳.۰۸×۱۰^{-۲}
$^{۲۰۵}Ra \rightarrow ^{۲۰۱}Rn$	۷,۴۹	۰	$۶,۴\times۱۰^{-۳}$	۰,۰۲۰	۲.۱۰×۱۰^{-۱}	۲.۱۳×۱۰^{-۱}
$^{۲۰۷}Ra \rightarrow ^{۲۰۳}Rn$	۷,۲۷	۰	$۳,۹\times۱۰^{-۳}$	۰,۰۲۱	۱.۴۴	۱,۴۳۹
$^{۲۰۶}Ac \rightarrow ^{۲۰۲}Fr$	۷,۹۶	۰	۰,۰۱۴	۰,۰۱۹	۲.۲۰×۱۰^{-۲}	۲.۱۷×۱۰^{-۲}
$^{۲۰۸}Ac \rightarrow ^{۲۰۴}Fr$	۷,۷۲	۰	۰,۰۱۴	۰,۰۱۹	۹.۶۰×۱۰^{-۲}	۹.۵۳×۱۰^{-۲}
$^{۲۱۷}Pa \rightarrow ^{۲۱۳}Ac$	۸,۴۹	۰	$۱,۷\times۱۰^{-۴}$	۰,۰۱۷	۳.۴۸×۱۰^{-۳}	۳.۴۵×۱۰^{-۳}

همچنین مقادیر بدست آمده برای، فرمول تحلیلی R، و فرم اصلاح شده‌ی آن MR، فرمول APF، فرمول SemFIS، فرمول SLB، فرمول SLH و فرمول UDL در جدول ۲-۱۵ نمایش داده شده است.

جدول ۲-۱۵ مقایسه‌ی نیمه عمرهای در ناحیه‌ی ۶۷≤Z≤۹۱ با مدل‌های متفاوت

α-Decay	(Log۱۰(T ۱/۲(s)								
	exp	SLB	UDL	SLH	[۸۶]	RA	[۹۳]	RB [۹۴]	MRB [۹۵]
^{۱۵۱}Ho→^{۱۴۷}Tb	۲,۲۰	۳,۵	۱,۲۸	۲,۳۹	۲,۲۷	۱,۹۱	۱,۹۲	۲,۹۵	۲,۹۴
^{۱۵۲}Ho→^{۱۴۸}Tb	۳,۱۳	۴,۷۱	۲,۳۲	۳,۵۰	۳,۲۶	۳,۲۶	۳,۱۹	۲,۹۶	۲,۹۱
^{۱۵۴}Ho→^{۱۵۰}Tb	۶,۵۷	۷,۸۷	۵,۲۲	۶,۵۹	۶,۰۵	۶,۲۵	۶,۱۶	۵,۸۱	۵,۷۷
^{۱۵۳}Tm→ ^{۱۴۹}H	۰,۲۱	۱,۵۲	-۰,۴۱	۰,۴۴	۰,۵۹	۰,۱۵	۰,۱۹	۰,۱۱	۰,۰۶
^{۱۵۶}Lu →^{۱۵۲}Tb	-۰,۳۰	۰,۷۳	-۰,۹۷	-۰,۲۷	۰,۰۱	-۰,۰۹	-۰,۲۷	-۰,۲۵	-۰,۲۹
^{۱۵۶}Hf →^{۱۵۲}Yb	-۱,۶۳	-۰,۷۵	-۲,۲۸	-۱,۷۱	-۱,۲۵	-۱,۶۱	-۱,۷۳	-۱,۶۱	-۱,۷۳
^{۱۵۹}Ta →^{۱۵۵}Lu	۰,۳۹	۱,۲۱	-۰,۳۳	۰,۲۴	۰,۵۶	۰,۲۹	۰,۳۹	۱,۴۱	۱,۳۴
^{۱۶۰}Ta → ^{۱۵۶}L	۰,۲۳	۲,۳۲	۰,۷۲	۱,۳۳	۱,۵۵	۱,۶۶	۱,۳۸	۱,۴۲	۱,۳۷
^{۱۵۸}W →^{۱۵۴}Hf	-۲,۶۳	-۲,۲۴	-۳,۵۵	-۳,۱۳	-۲,۴۹	-۲,۸۵	-۳,۰۶	-۲,۸۵	-۳,۰۶
^{۱۶۳}Re→^{۱۵۹}Ta	۰,۰۸	۰,۵۵	-۰,۸۱	-۰,۳۵	۰,۰۴	-۰,۱۸	-۰,۰۷	-۰,۲۳	-۰,۳۱
^{۱۶۵}Re→^{۱۶۱}Ta	۱,۷۲	۲,۲۱	۰,۷۶	۱,۲۸	۱,۵۳	۱,۴۶	۱,۵۵	۱,۳۰	۱,۲۸
^{۱۶۶}Ir→^{۱۶۲}Re	-۱,۹۵	-۱,۴۴	-۲,۶۲	-۲,۲۷	-۱,۷۱	-۱,۷۳	-۲,۰۲	-۱,۸۳	-۱,۸۶
^{۱۶۷}Ir→^{۱۶۳}Re	-۱,۱۴	-۰,۶۳	-۱,۸۴	-۱,۴۷	-۰,۹۸	-۱,۲۴	-۱,۱۲	-۱,۲۴	-۱,۳۲
^{۱۶۹}Ir→^{۱۶۵}Re	-۰,۰۷	۰,۸۰	-۰,۴۶	-۰,۰۵	۰,۳۱	۰,۲۰	۰,۳۰	۰,۱۱	۰,۰۹
^{۱۷۲}Pt →^{۱۶۸}Os	-۰,۹۸	-۰,۰۹	-۱,۲۹	-۰,۹۰	-۰,۵۰	-۰,۷۹	-۰,۸۲	-۰,۷۹	-۰,۸۲
^{۱۷۰}Au →^{۱۶۶}Ir	-۲,۶۷	-۲,۳۰	-۳,۳۶	-۳,۰۷	-۲,۴۵	-۲,۴۸	-۲,۷۸	-۲,۵۴	-۲,۵۷
^{۱۷۳}Au →^{۱۶۹}Ir	-۱,۶۸	-۱,۲۱	-۲,۲۴	-۱,۹۰	-۱,۴۱	-۱,۶۳	-۱,۵۳	-۱,۶۲	-۱,۶۴
^{۱۷۷}Au →^{۱۷۳}Ir	۰,۵۶	۰,۹۹	-۰,۲۰	۰,۱۹	۰,۴۹	۰,۴۹	۰,۵۶	۰,۸۷	۰,۹۷
^{۱۷۶}Hg →^{۱۷۲}Pt	-۱,۶۷	-۰,۹۶	-۲,۰۴	-۱,۷۲	-۱,۲۶	-۱,۵۳	-۱,۵۷	-۱,۵۳	-۱,۵۷
^{۱۷۷}Tl →^{۱۷۳}Au	-۱,۶۰	-۱,۲۰	-۲,۲۰	-۱,۹۴	-۱,۴۳	-۱,۵۷	-۱,۴۵	-۱,۵۷	-۱,۵۹
^{۱۷۹}Tl →^{۱۷۵}Au	-۰,۶۴	۰,۰۸	-۰,۹۳	-۰,۶۶	-۰,۲۵	-۰,۲۴	-۰,۱۴	-۰,۳۳	-۰,۳۰
^{۱۸۱}Tl →^{۱۷۷}Au	۱,۵۰	۱,۶۷	۰,۶۲	۰,۹۰	۱,۲۱	۱,۳۸	۱,۴۷	۱,۱۸	۱,۲۶
^{۱۸۰}Pb→^{۱۷۶}Hg	-۲,۴۰	-۲,۰۳	-۳,۰۱	-۲,۷۴	-۲,۲۱	-۲,۴۹	-۲,۵۴	-۲,۴۹	-۲,۵۴
^{۱۸۳}Pb→ ^{۱۷۹}Hg	-۰,۰۹	-۰,۳۳	-۱,۳۳	-۱,۰۴	-۰,۶۶	-۰,۴۸	-۰,۹۶	۰,۰۹	-۰,۰۶
^{۱۸۵}Pb→ ^{۱۸۱}Hg	۳,۵۰	۰,۵۵	-۰,۴۷	-۰,۱۷	۰,۱۴	۰,۴۰	-۰,۰۹	۰,۹۷	۰,۸۰
^{۱۸۷}Pb→ ^{۱۸۳}Hg	۲,۳۴	۱,۷۶	۰,۷۱	۱,۰۳	۱,۲۶	۱,۶۳	۱,۱۳	۲,۱۹	۲,۰۰
^{۱۹۱}Bi → ^{۱۸۷}Tl	۱,۳۱	۰,۶۱	-۰,۴۲	-۰,۰۸	۰,۱۵	۰,۳۰	۰,۳۴	۱,۷۲	۱,۸۶

ادامه جدول ۲-۱۵.

$^{۱۹۳}Bi \rightarrow {}^{۱۸۹}Tl$	۳,۲۸	۲,۵۳	۱,۵۰	۱,۸۲	۱,۹۷	۲,۳۲	۲,۳۵	۳,۷۱	۳,۸۶
$^{۱۹۴}Bi \rightarrow {}^{۱۹۰}Tl$	۴,۳۱	۴,۲۷	۳,۲۶	۳,۵۴	۳,۶۳	۴,۳۰	۴,۰۰	۵,۰۸	۴,۸۷
$^{۱۹۵}Bi \rightarrow {}^{۱۹۱}Tl$	۵,۷۶	۴,۶۷	۳,۶۶	۳,۹۵	۴,۰۱	۴,۵۷	۴,۶۰	۵,۹۴	۶,۰۹
$^{۱۸۸}Po \rightarrow {}^{۱۸۴}Pb$	-۳,۵۷	-۳,۴۳	-۴,۴۲	-۴,۰۷	-۳,۵۸	-۳,۸۷	-۳,۸۶	-۳,۸۷	-۳,۸۶
$^{۱۹۲}Po \rightarrow {}^{۱۸۸}Pb$	-۱,۴۹	-۰,۹۸	-۱,۹۸	-۱,۶۵	-۱,۳۳	-۱,۵۸	-۱,۵۱	-۱,۵۸	-۱,۵۱
$^{۱۹۳}Po \rightarrow {}^{۱۸۹}Pb$	-۰,۳۷	-۰,۱۹	-۱,۱۸	-۰,۸۶	-۰,۵۸	-۰,۲۹	-۰,۷۵	-۰,۵۷	-۰,۶۷
$^{۱۹۸}At \rightarrow {}^{۱۹۴}Bi$	۰,۶۷	۲,۴۶	۱,۴۷	۱,۷۸	۱,۹۰	۰,۹۴	۰,۶۷	۰,۷۲	۰,۶۲
$^{۲۰۰}At \rightarrow {}^{۱۹۶}Bi$	۱,۹۲	۳,۹۴	۲,۹۶	۳,۲۵	۳,۳۰	۲,۱۳	۱,۹۰	۱,۸۶	۱,۷۸
$^{۲۰۲}At \rightarrow {}^{۱۹۸}Bi$	۲,۶۸	۵,۲۴	۴,۲۶	۴,۵۴	۴,۵۴	۳,۱۶	۲,۹۹	۲,۸۵	۲,۷۸
$^{۱۹۵}Rn \rightarrow {}^{۱۹۱}Po$	-۲,۲۲	۰,۹۱	-۰,۰۳	۰,۲۶	۰,۴۶	-۱,۵۳	-۲,۱۰	-۱,۷۵	-۱,۸۸
$^{۱۹۷}Rn \rightarrow {}^{۱۹۳}Po$	-۱,۱۹	۲,۰۸	۱,۱۳	۱,۴۲	۱,۵۵	-۰,۵۵	-۱,۱۱	-۰,۸۵	-۰,۹۷
$^{۱۹۹}Rn \rightarrow {}^{۱۹۵}Po$	-۰,۱۸	۳,۰۹	۲,۱۴	۲,۴۳	۲,۵۰	۰,۴۶	-۰,۰۵	۰,۰۹	-۰,۰۱
$^{۲۰۱}Rn \rightarrow {}^{۱۹۷}Po$	۱,۱۳	-۱,۵۳	-۲,۴۳	-۲,۱۵	-۱,۷۹	۱,۵۱	۱,۰۵	۱,۰۷	۰,۹۸
$^{۲۰۱}Fr \rightarrow {}^{۱۹۷}At$	-۱,۲۰	-۰,۵۹	-۱,۴۸	-۱,۲۱	-۰,۹۱	-۰,۷۳	-۰,۶۸	-۰,۸۴	-۰,۷۱
$^{۲۰۲}Fr \rightarrow {}^{۱۹۸}At$	-۰,۵۲	۰,۳۹	-۰,۴۹	-۰,۲۳	۰,۰۰	-۰,۰۶	-۰,۳۷	-۰,۲۳	-۰,۳۴
$^{۲۰۳}Fr \rightarrow {}^{۱۹۹}At$	-۰,۲۴	۱,۴۱	۰,۵۲	۰,۷۷	۰,۹۷	۰,۲۰	۰,۲۴	۰,۰۳	۰,۱۶
$^{۲۰۴}Fr \rightarrow {}^{۲۰۰}At$	۰,۲۵	۲,۳۲	۱,۴۳	۱,۶۸	۱,۸۰	۰,۷۲	۰,۴۶	۰,۵۱	۰,۴۱
$^{۲۰۶}Fr \rightarrow {}^{۲۰۲}At$	۱,۲۸	-۰,۵۹	-۱,۴۷	-۱,۱۹	-۰,۹۳	۱,۶۶	۱,۴۶	۱,۴۱	۱,۳۴
$^{۲۰۳}Ra \rightarrow {}^{۱۹۹}Rn$	-۱,۵۰	-۰,۱۶	-۱,۰۴	-۰,۷۶	-۰,۵۳	-۰,۸۳	-۱,۴۱	-۱,۱۵	-۱,۲۸
$^{۲۰۵}Ra \rightarrow {}^{۲۰۱}Rn$	-۰,۶۷	۰,۳۰	-۰,۵۶	-۰,۲۹	-۰,۰۹	۰,۰۰	-۰,۵۰	-۰,۳۶	-۰,۴۸
$^{۲۰۷}Ra \rightarrow {}^{۲۰۳}Rn$	۰,۱۶	۰,۶۱	-۰,۲۶	۰,۰۰	۰,۱۸	۰,۷۷	۰,۳۴	۰,۳۴	۰,۲۵
$^{۲۰۶}Ac \rightarrow {}^{۲۰۲}Fr$	-۱,۶۶	۱,۵۳	۰,۶۶	۰,۹۲	۱,۰۵	-۱,۱۶	-۱,۵۱	-۱,۲۹	-۱,۴۱
$^{۲۰۸}Ac \rightarrow {}^{۲۰۴}Fr$	-۱,۰۲	-۰,۹۶	-۱,۸۰	-۱,۵۴	-۱,۲۶	-۰,۴۵	-۰,۷۴	-۰,۶۰	-۰,۷۱
$^{۲۱۷}Pa \rightarrow {}^{۲۱۳}Ac$	-۲,۴۶	-۰,۱۴	-۰,۹۸	-۰,۷۳	-۰,۵۱	-۲,۵۰	-۲,۵۰	-۲,۵۲	-۲,۴۴

همچنین در جدول ۲-۱۶، مقدار انحراف معیار، برای همه‌ی مدل‌ها محاسبه شده است. کمترین مقدار مربوط به مدل RB و فرم اصلاح شده‌ی آن یعنی MRB می‌باشد. بنابراین در نظر گرفتن اثرات تکانه زاویه‌ای مداری و اثرات ایزواسپینی در محاسبه‌ی نیمه عمر نقش بسزایی داشته است. در مدل MCPPM ، با اضافه نمودن ترم $kr^{۳}$ فرم بهینه پتانسیل، لحاظ شده است. در عبارت لگاریتم نیمه عمر فرمول APF ، اثرات ایزواسپینی در نظر گرفته شده است. فرمول SLB فقط برای واپاشی هسته‌های زوج-زوج با مقدار تکانه زاویه‌ای صفر صادق است و درواقع برای هسته‌های با $\ell=۰$ محدود می‌باشد. در فرمول SemFIS، اثرات لایه‌های

بسته، در نظر گرفته شده است. بنابراین بهترین حالت مربوط به فرمول MRB است.چون اثرات تکانه‌ی زاویه‌ای و اثرات ایزواسپینی در فرمول لگاریتم نیمه عمر آن، لحاظ شده است.

جدول ۲-۱۶ مقایسه‌ی σ در ناحیه‌ی ۶۷≤Z≤۹۱ برای مدل‌های متفاوت

Formula	RMS(σ)
MCPPM	۰,۶۴۳
RoyerA [۶۷]	۰,۴۴۰
AKRE [۹۳]	۰,۴۰۶
RoyerB [۹۴]	۰,۳۳۲
MRoyerB [۹۵]	۰,۳۲۸
SLB [۷۰]	۰,۸۰۲
SemFIS [۸۶]	۰,۶۵۹
UDL [۸۲]	۰,۹۶۱
SLH [۸۰]	۰,۷۲۷

۲-۱۰ تعیین نیمه عمر واپاشی آلفا ایزوتوپ‌های زوج-زوج ^{178}Pb-^{234}U

گذار زوج-زوج برای ایزوتوپ‌های ^{178}Pb-^{234}U با مدل CPPM ، مطالعه شده است[۹۶]. همچنین مقادیر بدست آمده با فرمول‌های نیمه‌تجربی و نظری مانند، فرمول نیمه تجربی SemFIS، ADF، SLH، SLB و UDL و داده‌های تجربی مقایسه شده‌اند. بیشترین مقدار انحراف معیار σ مربوط به مدل SLB می‌باشد و کمترین مقدار، برای مدل SemFIS، محاسبه شده است. چون در مدل SemFIS، اثرات لایه‌ای با در نظر گرفتن اعداد جادویی، ظاهر شده است. در این بررسی، ایزوتوپ‌های زوج-زوج $^{186-194}$Pb، $^{188-218}$Po، $^{198-202}$Rn، $^{202-224}$Ra، $^{210-232}$Th و $^{218-234}$U مطالعه شده‌اند. در جدول ۲-۱۷ نتایج بدست آمده، نشان داده است.

جدول ۲-۱۷ مقایسه نیمه عمر در بازه‌ی ۹۲-۸۲=Z ایزوتوپ‌های زوج-زوج با مدل‌های متفاوت

Nuclei	Q_α	$\log T_{1/2}(s)$						
		expt.	CPPM (cal.)	ADF (cal.)	UDL (cal.)	SLH (cal.)	SLB (cal.)	SemFIS (cal.)
$^{186}_{82}Pb$	۷,۷۷	-۳,۶۴	-۳,۲۲	-۳,۳۵	-۴,۲۰	-۳,۹۳	-۳,۲۴	-۳,۶۲
$^{180}_{82}Pb$	۷,۴۰	-۲,۳۰	-۲,۱۰	-۲,۲۹	-۳,۰۱	-۲,۷۳	-۲,۰۳	-۲,۵۲
$^{182}_{82}Pb$	۷,۰۵	-۱,۲۶	-۰,۹۷	-۱,۲۴	-۱,۸۲	-۱,۵۴	-۰,۸۳	-۱,۴۲
$^{184}_{82}Pb$	۶,۷۶	-۰,۲۱	۰,۰۳	-۰,۳۱	-۰,۷۶	-۰,۴۷	۰,۲۵	-۰,۴۳
$^{186}_{82}Pb$	۶,۴۵	۱,۰۸	۱,۱۶	۰,۷۴	۰,۴۲	۰,۷۲	۱,۴۵	۰,۶۸
$^{188}_{82}Pb$	۶,۰۹	۲,۴۳	۲,۶۵	۲,۱۲	۱,۹۵	۲,۲۵	۲,۹۹	۲,۱۲
$^{190}_{82}Pb$	۵.۶۸	۴,۲۶	۴,۵۳	۳,۸۶	۳,۸۸	۴,۱۶	۴,۹۳	۳,۹۵
$^{192}_{82}Pb$	۵,۲۰	۶,۵۶	۷,۰۳	۶,۱۶	۶,۴۱	۶,۶۶	۷,۴۴	۶,۳۶
$^{194}_{82}Pb$	۴,۷۲	۹,۹۹	۹,۹۷	۸,۸۴	۹,۳۶	۹,۵۷	۱۰,۳	۹,۱۹
$^{210}_{82}Pb$	۳,۷۷	۱۶,۵	۱۷,۰	۱۵,۲	۱۶,۵	۱۶,۸	۱۷,۶	۱۶,۰
$^{188}_{84}Po$	۸,۰۶	-۳,۴۰	-۳,۵۰	-۳,۶۴	-۴,۴۲	-۴,۰۷	-۳,۴۳	-۳,۸۸
$^{190}_{84}Po$	۷,۶۸	-۲,۶۰	-۲,۳۸	-۲,۵۷	-۳,۲۲	-۲,۸۸	-۲,۲۳	-۲,۷۸
$^{192}_{84}Po$	۷,۳۰	-۱,۵۴	-۱,۲۱	-۱,۴۶	-۱,۹۸	-۱,۶۵	-۰,۹۸	-۱,۶۴
$^{194}_{84}Po$	۶.۹۷	-۰,۴۱	-۰,۰۸	-۰,۴۱	-۰,۸۰	-۰,۴۷	۰,۲۰	-۰,۵۳
$^{196}_{84}Po$	۶,۶۴	۰,۷۶	۱,۱۳	۰,۷۲	۰,۴۶	۰,۷۸	۱,۴۶	۰,۶۴
$^{198}_{84}Po$	۶,۲۹	۲,۱۸	۲,۵۳	۲,۰۲	۱,۹۰	۲,۲۱	۲,۹۰	۲,۰۰
$^{200}_{84}Po$	۵,۹۶	۳,۷۹	۳,۹۸	۳,۳۵	۳,۳۸	۳,۶۷	۴,۳۷	۳,۴۰
$^{202}_{84}Po$	۵,۶۸	۵,۱۳	۵,۳۲	۴,۵۷	۴,۷۴	۵,۰۲	۵,۷۳	۴,۶۹
$^{204}_{84}Po$	۵,۴۷	۶,۲۸	۶,۴۳	۵,۵۸	۵,۸۶	۶,۱۳	۶,۸۴	۵,۷۵
$^{206}_{84}Po$	۵,۳۱	۷,۱۵	۷,۲۸	۶,۳۳	۶,۷۰	۶,۹۹	۷,۷۰	۶,۵۵
$^{208}_{84}Po$	۵,۲۰	۷,۹۷	۷,۸۹	۶,۸۸	۷,۳۲	۷,۶۲	۸,۳۳	۷,۱۴
$^{210}_{84}Po$	۵,۳۹	۷,۰۸	۶,۷۵	۵,۸۱	۶,۱۸	۶,۵۶	۷,۲۶	۶,۰۴
$^{212}_{84}Po$	۸,۹۴	-۶,۵۲	-۶,۲۶	-۶,۶۲	-۷,۳۱	-۶,۴۲	-۵,۸۲	-۶,۵۷
$^{214}_{84}Po$	۷,۸۲	-۳,۸۷	-۳,۲۸	-۳,۶۸	-۴,۱۰	-۳,۲۸	-۲,۶۷	-۳,۶۵
$^{216}_{84}Po$	۶,۸۹	-۰,۸۲	-۰,۲۱	-۰,۷۲	-۰,۸۷	-۰,۱۳	۰,۴۹	-۰,۶۵
$^{218}_{84}Po$	۶,۱۰	۲,۲۷	۳,۰۳	۲,۳۱	۲,۴۵	۳,۱۰	۳,۷۶	۲,۴۷
$^{198}_{86}Rn$	۷,۳۳	-۱,۱۹	-۰,۵۹	-۰,۸۰	-۱,۲۸	-۱,۰۰	-۰,۳۷	-۱,۰۳
$^{200}_{86}Rn$	۷,۰۳	۰,۰	۰,۴۶	۰,۱۷	-۰,۱۷	۰,۰۹	۰,۷۲	-۰,۰۰
$^{202}_{86}Rn$	۶,۷۶	۱,۰۶	۱,۴۷	۱,۰۹	۰,۸۵	۱,۱۱	۱,۷۵	۰,۹۶
$^{204}_{86}Rn$	۶,۵۳	۲,۰۰	۲,۳۶	۱,۹۱	۱,۷۷	۲,۰۳	۲,۶۶	۱,۸۲
$^{206}_{86}Rn$	۶,۳۷	۲,۷۱	۳,۰۶	۲,۵۶	۲,۴۸	۲,۷۰	۳,۳۵	۲,۴۹
$^{208}_{86}Rn$	۶,۲۴	۳,۳۴	۳,۵۳	۲,۹۶	۲,۹۷	۳,۲۴	۳,۸۸	۲,۹۴
$^{210}_{86}Rn$	۶,۱۴	۳,۹۶	۳,۹۶	۳,۳۴	۳,۴۱	۳,۷۰	۴,۳۴	۳,۳۵

ادامه جدول ۲-۱۷.

$^{212}_{86}Rn$	۶,۳۷	۳,۱۷	۲,۹۰	۲,۳۴	۲,۳۴	۲,۷۱	۳,۳۴	۲,۳۳
$^{214}_{86}Rn$	۹,۱۹	-۶,۵۷	-۶,۲۲	-۶,۴۶	-۷,۲۲	-۶,۳۸	-۵,۸۲	-۶,۵۲
$^{216}_{86}Rn$	۸,۱۸	-۴,۳۵	-۳,۶۳	-۳,۹۱	-۴,۴۲	-۳,۶۷	-۳,۰۹	-۳,۹۸
$^{218}_{86}Rn$	۷,۲۴	-۱,۴۵	-۰,۶۷	-۱,۰۷	-۱,۳۱	-۰,۶۶	-۰,۰۷	-۱,۱۱
$^{220}_{86}Rn$	۶,۳۹	۱,۷۵	۲,۶۸	۲,۰۶	۲,۱۲	۲,۶۴	۳,۲۶	۲,۱۰
$^{222}_{86}Rn$	۵,۵۷	۵,۵۲	۶,۶۴	۵,۷۰	۶,۰۹	۶,۴۷	۷,۱۱	۵,۸۷
$^{202}_{88}Ra$	۸,۰۰	-۲,۵۸	-۲,۰۵	-۲,۱۱	-۲,۷۵	-۲,۴۵	-۱,۸۷	-۲,۴۴
$^{204}_{88}Ra$	۷,۶۲	-۱,۲۳	-۰,۸۵	-۰,۹۹	-۱,۴۹	-۱,۲۲	-۰,۶۵	-۱,۲۸
$^{206}_{88}Ra$	۷,۴۰	-۰,۶۲	-۰,۱۳	-۰,۳۲	-۰,۷۴	-۰,۴۸	۰,۱۰	-۰,۵۹
$^{208}_{88}Ra$	۷,۲۵	۰,۱۵	۰,۳۴	۰,۰۹	-۰,۲۵	۰,۰۱	۰,۶۰	-۰,۱۳
$^{210}_{88}Ra$	۷,۱۳	۰,۵۶	۰,۷۵	۰,۴۶	۰,۱۷	۰,۴۵	۱,۰۴	۰,۲۵
$^{212}_{88}Ra$	۷,۰۱	۱,۱۵	۱,۱۷	۰,۸۳	۰,۶۰	۰,۹۰	۱,۴۸	۰,۶۵
$^{214}_{88}Ra$	۷,۲۶	۰,۴۰	۰,۲۳	-۰,۰۷	-۰,۳۵	۰,۰۲	۰,۶۰	-۰,۲۵
$^{216}_{88}Ra$	۹,۵۱	-۶,۷۴	-۶,۳۳	-۶,۴۶	-۷,۲۸	-۶,۴۹	-۵,۹۶	-۶,۶۲
$^{218}_{88}Ra$	۸,۵۳	-۴,۵۹	-۳,۹۰	-۴,۰۶	-۴,۶۵	-۳,۹۷	-۳,۴۳	-۴,۲۴
$^{220}_{88}Ra$	۷,۵۷	-۱,۷۴	-۱,۰۱	-۱,۲۹	-۱,۶۱	-۱,۰۶	-۰,۵۰	-۱,۴۴
$^{222}_{88}Ra$	۶,۶۶	۱,۵۹	۲,۴۲	۱,۹۱	۱,۸۸	۲,۲۹	۲,۸۶	۱,۸۴
$^{224}_{88}Ra$	۵,۷۷	۵,۵۳	۶,۶۱	۵,۷۴	۶,۰۸	۶,۳۰	۶,۸۹	۵,۸۱
$^{226}_{88}Ra$	۴,۸۵	۱۰,۷۳	۱۲,۰	۱۰,۷۸	۱۱,۵	۱۱,۵	۱۲,۵	۱۱,۰
$^{210}_{90}Th$	۸,۰۳	-۱,۷۷	-۱,۵۱	-۱,۵۵	-۲,۱۲	-۱,۸۴	-۱,۳۱	-۱,۹۳
$^{212}_{90}Th$	۷,۹۳	-۱,۴۴	-۱,۲۳	-۱,۳۱	-۱,۸۳	-۱,۵۳	-۰,۹۹	-۱,۶۵
$^{214}_{90}Th$	۷,۸۱	-۱,۰۰	-۰,۸۵	-۰,۹۷	-۱,۴۳	-۱,۱۲	-۰,۵۹	-۱,۲۹
$^{216}_{90}Th$	۸,۰۵	-۱,۵۵	-۱,۶۸	-۱,۷۸	-۲,۲۹	-۱,۸۹	-۱,۳۶	-۲,۰۹
$^{218}_{90}Th$	۹,۸۳	-۷,۰۰	-۶,۴۴	-۶,۴۵	-۷,۳۵	-۶,۶۱	-۶,۱۱	-۶,۷۲
$^{220}_{90}Th$	۸,۹۳	-۵,۰۱	-۴,۳۱	-۴,۳۵	-۵,۰۴	-۴,۴۰	-۳,۸۹	-۴,۶۳
$^{222}_{90}Th$	۸,۱۱	-۲,۵۵	-۱,۹۷	-۲,۱۱	-۲,۵۸	-۲,۰۶	-۱,۵۴	-۲,۳۷
$^{224}_{90}Th$	۷,۲۸	۰,۱۱	۰,۸۳	۰,۵۲	۰,۳۱	۰,۶۸	۱,۲۱	۰,۳۰
$^{226}_{90}Th$	۶,۴۳	۳,۳۹	۴,۳۴	۴,۷۳	۳,۸۳	۴,۰۲	۴,۵۷	۳,۶۲
$^{228}_{90}Th$	۵,۵۰	۷,۹۲	۹,۰۹	۸,۱۰	۸,۶۱	۸,۵۵	۹,۱۱	۸,۱۷
$^{230}_{90}Th$	۴,۷۵	۱۲,۵۱	۱۳,۸	۱۲,۵	۱۳,۴	۱۳,۱	۱۳,۷	۱۲,۸
$^{232}_{90}Th$	۴,۰۶	۱۷,۷۶	۱۹,۳	۱۷,۶۳	۱۹,۰	۱۸,۴	۱۸,۹	۱۸,۲
$^{218}_{92}U$	۸,۷۷	-۳,۲۹	-۳,۰۸	-۳,۰۲	-۳,۷۱	-۳,۳۰	-۲,۸۱	-۳,۴۵
$^{220}_{92}U$	۱۰,۲	−۷,۲	-۶,۸۲	-۶,۷۲	-۷,۷۲	-۶,۹۹	-۶,۵۲	-۷,۰۸
$^{224}_{92}U$	۸,۶۰	-۳,۱۵	-۲,۷۲	-۲,۷۲	-۳,۳۱	-۲,۸۳	-۲,۳۴	-۳,۰۹
$^{226}_{92}U$	۷,۶۸	−۰,۳	۰,۲۰	۰,۰۱	-۰,۳۰	۰,۰۰	۰,۵۰	-۰,۳۱
$^{228}_{92}U$	۶,۷۹	۲,۷۶	۳,۷۱	۳,۲۲	۳,۲۱	۳,۳۱	۳,۸۲	۲,۹۸

ادامه جدول ۲-۱۷.

$^{230}_{92}U$	۵,۹۷	۶,۴۳	۷,۵۲	۶,۷۴	۷,۰۶	۶,۹۳	۷,۴۴	۶,۶۳
$^{232}_{92}U$	۵,۴۰	۹,۵۲	۱۰,۷	۹,۷۰	۱۰,۳	۹,۹۹	۱۰,۵	۹,۷۴
$^{234}_{92}U$	۴,۸۴	۱۳,۰۲	۱۴,۳	۱۳,۰۴	۱۳,۹	۱۳,۴	۱۳,۹	۱۳,۲

همچنین در جدول ۲-۱۸ مقدار انحراف معیار برای مدل‌های مختلف، مقایسه شده است.

جدول ۲-۱۸ مقایسه نیمه عمر در بازه‌ی Z=۸۲-۹۲ ایزوتوپ‌های زوج-زوج با مدل‌های متفاوت

σ in the range ۸۲<Z_p<۹۲					
CPPM (cal.)	**ADF (cal.)**	**UDL (cal.)**	**SLH (cal.)**	**SLB (cal.)**	**SemFIS (cal.)**
۰,۶۱	۰,۴۶	۰,۵۱	۰,۴۳	۰,۸۵	۰,۳۵

۲-۱۱ تعیین نیمه عمر واپاشی آلفای هسته‌های زوج-زوج Pb، Po، Rn و Ra

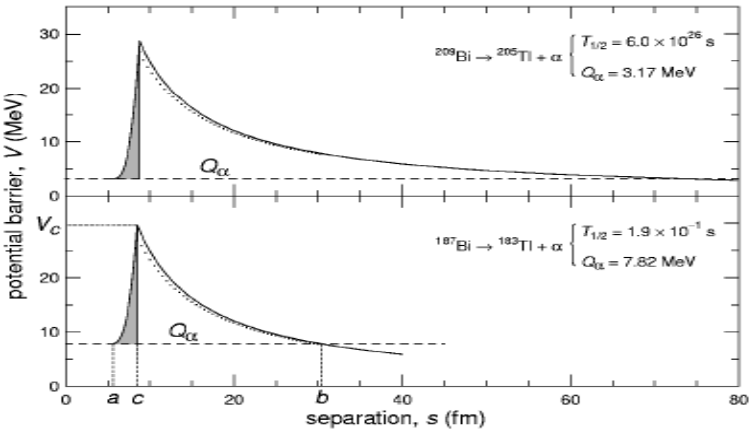
گذار زوج-زوج ایزوتوپ‌های $^{۱۷۸-۲۱۰}$Pb، $^{۱۸۸-۲۱۸}$Po، $^{۱۹۸-۲۲۲}$Rn و $^{۲۰۲-۲۲۶}$Ra در حالت پایه با استفاده از مدل تک پارامتری نیمه تجربی بر اساس تونل‌زنی از طریق سد پتانسیل با در نظر گرفتن اثرات همپوشانی و مرکزگرا با استفاده از مرجع [۲۶]، مطالعه شده است[۹۷]. همچنین مقادیر نیمه‌عمر واپاشی آلفا با مدل CPPM با استفاده از پتانسیل مجاورت مختلف از جمله، مدل gpp۷۷[۳۳]، MCW۷۶ [۳۶] و MB۷۷ [۴۱]، بررسی شده است. مقادیر بدست آمده با فرمول‌های نیمه تجربی و نظری مانند، فرمول نیمه تجربی Royer، AKRE، MRen B، و DEKH و داده‌های تجربی مقایسه شده‌اند. مقدار انحراف معیار σ مربوط به مدل‌های مختلف محاسبه شده است.

۲-۱۱-۱ فرمالیسم نیمه‌تجربی برای واپاشی آلفا توسط تونل‌زنی

تاوارس و همکارانش، بر اساس نظریه‌ی تونل‌زنی مکانیک کوانتومی، برای گسیل آلفا از هسته، برای ثابت واپاشی λ، رابطه‌ی $\lambda_{Tavares} = \lambda_0 P$ را پیشنهاد نموده‌اند[۲۶]. در آن P به صورت مجموع فاکتور گاموف برای دو ناحیه یعنی ناحیه‌ی همپوشانی و ناحیه‌ی جدایی در نظر گرفته شده است.

$$P = e^{-G=-(Gov+Gse)},$$
$$G = \frac{2}{\hbar}\int_a^b \sqrt{2\mu(s)[V(s)-Q_\alpha]}ds \qquad (۲-۱۱۷)$$

که s فاصله‌ی جدایی بین مراکز ذره آلفا و هسته‌ی دختر است، V(s) سد پتانسیل است، μ(s) جرم کاهیده‌ی سیستم در حال واپاشی است، و a و b به ترتیب نقاط تونل‌زنی هستند. در نمودار ۲-۱۱، سد پتانسیل به ترتیب، برای دو مد واپاشی با نیمه عمر طولانی (با انرژی واپاشی پایین) و نیمه عمر کوتاه (با انرژی واپاشی بالا) $^{۲۰۹}Bi \rightarrow ^{۲۰۵}Tl+\alpha$ و $^{۱۸۷}Bi \rightarrow ^{۱۸۳}Tl+\alpha$ نشان داده شده است. محدوده سایه زده، ناحیه‌ی جدایی همپوشانی a-c را نشان می‌دهد. ناحیه‌ی بیرونی c-b منحنی (با خط پررنگ)، برهم‌نهی کولنی (نقطه خط) و سد پتانسیل مرکزگرا را دربر می‌گیرد. بازه‌ی a≤s≤b ناحیه‌ی کل سد است که G تقریب انتگرال-WKB کلاسیکی یا همان فاکتور گاموف برای واپاشی است، P فاکتور نفوذپذیری از سد است. در ناحیه‌ی همپوشانی، μ(s) و هم V(s)، دقیقا شناخته شده نیستند.



نمودار ۲-۱۱ نمایش سد پتانسیل کل [۴۹]

دوات[۱] و گونکالز[۲]، رفتار μ(s)، را برای موارد مختلف از واپاشی‌های هادرونی (مزون و باریون) [۳] مورد مطالعه قرار داده‌اند[۹۸]. جرم کاهیده را برای گسیل ذره آلفا از ^{۲۲۲}Ra، به فرم مکعبی، توصیف نموده است.

$$\mu(s) = \mu_0[(s-a)/(c-a)]^3 \qquad (۱۱۸-۲)$$

از طرفی دیگر، پوآنارو و همکارانش، برای سد پتانسیل تابع مربعی زیر را فرض کردند [۸۷]،

$$V(s) = Q_\alpha + (V_c - Q_\alpha)[(s-a)/(c-a)]^2 \qquad (۱۱۹-۲)$$

که V_c انرژی پتانسیل در ساختار تماسی است. در ناحیه‌ی همپوشانی بر اساس مراجع [۶۴, ۹۸]، برای توصیف متغیرهای μ(s) و V(s) ، توابع نمایی زیر پیشنهاد شده است[۲۶]

$$\mu(s) = \mu_0[\frac{(s-a)}{(c-a)}]^p \qquad p \geq 0$$
$$V(s) = Q_\alpha + (V_c - Q_\alpha)[\frac{(s-a)}{(c-a)}]^q \qquad q \geq 1 \qquad (۱۲۰-۲)$$

$$V_c = \frac{2Z_d e^2}{c} + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2\mu_0 c^2} \qquad (۱۲۱-۲)$$

---

[۱] Duarte [۲] Goncalves [۳] hadronic

بنابراین فاکتور گاموف در ناحیه‌ی همپوشانی بصورت زیر است

$$G_{ov} = 0.4374702(c - a)g\sqrt{\mu_0\left(\frac{(2Z_d e^2)}{c} + \frac{\hbar^2}{2}\frac{\ell(\ell+1)}{\mu_0 c^2} - Q\right)} \times\sqrt{\frac{20.9008\ell(\ell+1)}{\mu_0 c^2 Q} + (\frac{Z_d e^2}{cQ}) - 1}, \qquad (۱۲۲-۲)$$

برای محاسبه‌ی فاکتور گاموف در ناحیه‌ی جدایی G_{se}، که شامل جمله‌ی مرکزگرا برای سد پتانسیل می‌باشد، بصورت عبارت زیر محاسبه شده است [۲۶]

$$G_{se} = 0.62994186 Z_d (\frac{\mu_0}{Q_\alpha})^{1/2}\frac{\sqrt{x}}{2y}\ln(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+2y-1}) + x + y}{\sqrt{x+y^2}}) + \arccos[\sqrt{\frac{1}{2}(1 - \frac{y-1}{\sqrt{x+y^2}})}] - \frac{\sqrt{x+2y-1}}{2y}, \qquad (۱۲۳-۲)$$

که در آن $x=20.9008\ell(\ell+1)/\mu_0 c^2 Q$ و $y = Z_d e^2/2cQ$ هستند.

۲-۱۱-۲ محاسبه‌ی مقادیر شعاع هسته‌ای

با استفاده از مدل قطره مایعی، شعاع هسته‌ای برای هسته‌های مادر R_p و دختر R_d، با توجه به شرایط محدود برای پارامتر g از معادله‌ی (۲-۱۲۲) ارزیابی شده است. از طریق توزیع چگالی پروتون و نوترون، شعاع به صورت زیر محاسبه شده است

$$R_i = \frac{Z_i}{A_i}R_{pi} + (1 - \frac{Z_i}{A_i})R_{ni}, \qquad (۱۲۴-۲)$$

شعاع پروتون و نوترون R_{pi} و R_{ni} از روابط زیر تبعیت می‌کند

$$R_{ji} = r_{ji}[1 + \frac{5}{2}(\frac{\omega}{r_{ji}})^2], \quad \begin{cases} i = (parent)\,p, (\text{daughter})d \\ j = proton(p), \text{neutron}\,(n) \end{cases} \qquad (۱۲۵-۲)$$

که در آن w=۱fm پخشیدگی سطح هسته است، شعاع r_{ji} شعاع تیز توزیع چگالی پروتون و نوترون است. این کمیت در مدل قطره مایعی، به فرم زیر است[۵۹].

$$r_{pi} = r_0(1+\bar{\varepsilon}_i)[1-\frac{2}{3}(1-\frac{Z_i}{A_i})(1-\frac{2Z_i}{A_i}-\bar{\delta}_i)]A_i^{1/3}$$
$$r_{ni} = r_0(1+\bar{\varepsilon}_i)[1-\frac{2}{3}(\frac{Z_i}{A_i})(1-\frac{2Z_i}{A_i}-\bar{\delta}_i)]A_i^{1/3}, \qquad (۱۲۶-۲)$$

$$\bar{\varepsilon}_i = \frac{1}{4e^{0.831A_i^{1/3}}} - \frac{0.191}{A_i^{1/3}} + \frac{0.0031Z_i^2}{A_i^{4/3}}$$
$$\bar{\delta}_i = (1-\frac{2Z_i}{A_i}+0.004781\frac{Z_i}{A_i^{2/3}}) \Big/ (1+\frac{2.52114}{A_i^{1/3}}) \qquad (۱۲۷-۲)$$

که در آن r.= ۱,۱۶ (fm) است.

۲-۱۱-۳ محاسبه نیمه عمر با مدل CPPM با پتانسیل مجاورت gpp۷۷، CW۷۶ و B۷۷

در این قسمت سه پتانسیل هسته‌ای متفاوت استفاده شده است. پتانسیل هسته‌ای با مدل gpp۷۷ [۵۶]، CW۷۶ [۵۹]، و B۷۷ [۶۴] که به ترتیب از معادله‌ی (۲-۳۹)، (۲-۴۶) و (۲-۵۳) استفاده شده است، شرح کامل آن در بخش ۲-۱-۳ ارائه شده است. مقادیر نیمه عمر محاسبه شده با مدل‌های متفاوت در جدول ۲-۱۹ و ۲-۲۰ نشان داده شده است.

جدول ۲-۱۹ مقایسه‌ی نیمه عمر هسته‌های زوج-زوج با پتانسیل مجاورت هسته‌ای متفاوت

Nucleus	Q_α (MeV)	$\log_{۱۰}T_{۱/۲}(s)$				
		exp	gpp۷۷ .(cal)	MCW۷۶ .(cal)	MB۷۷. (cal)	TMT. (cal)
^{۱۷۸}Pb	۷,۷۹۰	−۳,۶۴	-۳,۲۲	-۳,۴۱	-۳,۱۰	-۰,۷۰۸
^{۱۸۰}Pb	۷,۴۱۵	−۲,۳۰	-۲,۱۰	-۲,۲۹۷	-۱,۹۸	-۱,۴۴۶
^{۱۸۲}Pb	۷,۰۶۵	−۱,۲۶	-۰,۹۷	-۱,۱۷	-۰,۸۵	-۰,۴۵۸
^{۱۸۴}Pb	۶,۷۷۴	−۰,۲۱	۰,۰۳	-۰,۱۶	۰,۱۴	۰,۴۲۰

ادامه جدول ۲-۱۹.

^{۱۸۶}Pb	۶,۴۶۹	۱,۰۸	۱,۱۷	۰,۹۸	۱,۲۸	۱,۴۰۸
^{۱۸۸}Pb	۶,۱۰۸	۲,۴۳	۲,۶۵	۲,۴۶	۲,۷۶	۲,۶۹۰
^{۱۹۰}Pb	۵,۶۹۷	۴,۲۶	۴,۵۳	۴,۳۵	۴,۶۴	۴,۳۱۰
^{۱۹۲}Pb	۵,۲۲۰	۶,۵۶	۷,۰۳	۶,۸۴	۷,۱۴	۶,۴۴۰
^{۱۹۴}Pb	۴,۷۳۷	۹,۹۹	۹,۹۷	۹,۷۹	۱۰,۰۷	۹,۹۳۲
^{۲۱۰}Pb	۳,۷۹۲	۱۶,۵۷	۱۷,۰۷	۱۶,۸۹	۱۷,۱۷	۱۴,۸۸
^{۱۸۸}Po	۸,۰۸۲	−۳,۴۰	-۳,۵۰	-۳,۷۰	-۳,۳۸	-۲,۸۹۶
^{۱۹۰}Po	۷,۶۹۳	−۲,۶۰	-۲,۳۸	-۲,۵۷	-۲,۲۶	-۱,۹۲۰
^{۱۹۲}Po	۷,۳۱۹	−۱,۵۴	-۱,۲۱	-۱,۴۰	-۱,۰۹	-۰,۸۹۸
^{۱۹۴}Po	۶,۹۸۶	−۰,۴۱	-۰,۰۸	-۰,۲۷	۰,۰۳	۰,۰۷۵
^{۱۹۶}Po	۶,۶۵۶	۰,۷۶	۱,۱۳	۰,۹۴	۱,۱۱۹	۱,۱۱۹
^{۱۹۸}Po	۶,۳۰۹	۲,۱۸	۲,۵۳	۲,۳۵	۲,۶۵	۲,۳۱۳
^{۲۰۰}Po	۵,۹۸۱	۳,۷۹	۳,۹۸	۳,۷۹	۴,۰۹	۳,۵۳۷
^{۲۰۲}Po	۵,۷۰۱	۵,۱۳	۵,۳۲	۵,۱۴	۵,۴۳	۴,۶۶۵
^{۲۰۴}Po	۵,۴۸۴	۶,۲۸	۶,۴۳	۶,۲۵	۶,۵۴	۵,۵۸۸
^{۲۰۶}Po	۵,۳۲۶	۷,۱۵	۷,۲۸	۷,۰۹	۷,۳۸	۶,۲۸۷
^{۲۰۸}Po	۵,۲۱۵	۷,۹۷	۷,۸۹	۷,۷۱	۸,۰۰	۶,۷۹۰
^{۲۱۰}Po	۵,۴۰۷	۷,۰۸	۶,۷۵	۶,۵۷	۶,۸۶	۵,۸۲۱
^{۲۱۲}Po	۸,۹۵۴	−۶,۵۲	-۶,۲۶	-۶,۴۸	-۶,۱۴	-۵,۳۸۴
^{۲۱۴}Po	۷,۸۳۳	−۳,۸۷	-۳,۲۸	-۳,۴۹	-۳,۱۷	-۲,۷۶۵
^{۲۱۶}Po	۶,۹۰۶	−۰,۸۲	-۰,۲۰	-۰,۴۰	-۰,۰۹	-۰,۱۰۸
^{۲۱۸}Po	۶,۱۱۴	۲,۲۷	۳,۰۳	۲,۸۴	۳,۱۴	۲,۶۴
^{۱۹۸}Rn	۷,۳۴۹	−۱,۱۹	-۰,۵۹	-۰,۷۸	-۰,۴۷	-۰,۷۳۳
^{۲۰۰}Rn	۷,۰۴۳	۰	۰,۴۶	۰,۲۸	۰,۵۸	۰,۱۶
^{۲۰۲}Rn	۶,۷۷۳	۱,۰۶	۱,۴۷	۱,۲۸	۱,۵۸	۱,۰۰۱
^{۲۰۴}Rn	۶,۵۴۵	۲,۰۰	۲,۳۶	۲,۱۸	۲,۴۷	۱,۷۴۷
^{۲۰۶}Rn	۶,۳۸۳	۲,۷۱	۳,۰۰	۲,۸۲	۳,۱۱	۲,۳۰۵
^{۲۰۸}Rn	۶,۲۶۰	۳,۳۴	۳,۵۳	۳,۳۵	۳,۶۴	۲,۷۱۰
^{۲۱۰}Rn	۶,۱۵۸	۳,۹۶	۳,۹۶	۳,۷۸	۴,۰۷	۳,۰۶۲
^{۲۱۲}Rn	۶,۳۸۴	۳,۱۷	۲,۹۰	۲,۷۱	۳,۰۱	۲,۱۶۸
^{۲۱۴}Rn	۹,۲۰۸	-۶,۵۷	-۶,۲۲	-۶,۴۴	-۶,۱۰	-۵,۶۲۲
^{۲۱۶}Rn	۸,۲۰۰	−۴,۳۵	-۳,۶۳	-۳,۸۳	-۳,۵۱	-۳,۳۷۹
^{۲۱۸}Rn	۷,۲۶۲	−۱,۴۵	-۰,۶۷	-۰,۸۷	-۰,۵۶	-۰,۸۵۹
^{۲۲۰}Rn	۶,۴۰۴	۱,۷۵	۲,۶۸	۲,۴۸	۲,۷۹	۱,۹۴۲
^{۲۲۲}Rn	۵,۵۹۰	۵,۵۹	۶,۶۴	۶,۴۶	۶,۷۵	۶,۰۷۸

ادامه جدول ۲-۱۹.

^{۲۰۲}Ra	۸,۰۱۹	−۲,۵۸	-۲,۰۴	-۲,۲۳	-۱,۹۳	-۲,۰۰۴
^{۲۰۴}Ra	۷,۶۳۵	−۱,۲۳	-۰,۸۴	-۱,۰۳	-۰,۷۳	-۰,۹۹۱
^{۲۰۶}Ra	۷,۴۱۵	−۰,۶۲	-۰,۱۲	-۰,۳۱	-۰,۰۱	-۰,۳۸۸
^{۲۰۸}Ra	۷,۲۷۳	۰,۱۵	۰,۳۴	۰,۱۵	۰,۴۵	۰,۰۰۳
^{۲۱۰}Ra	۷,۱۵۱	۰,۵۶	۰,۷۵	۰,۵۶	۰,۸۶	۰,۳۴۲
^{۲۱۲}Ra	۷,۰۳۱	۱,۱۵	۱,۱۷	۰,۹۸	۱,۲۸	۰,۶۸۷
^{۲۱۴}Ra	۷,۲۷۳	۰,۴۰	۰,۲۲	۰,۰۳	۰,۳۳	-۰,۱۱۴
^{۲۱۶}Ra	۹,۵۲۵	−۶,۷۴	-۶,۳۳	-۶,۵۴	-۶,۲۱	-۵,۷۲۵
^{۲۱۸}Ra	۸,۵۴۵	−۴,۵۹	-۳,۸۹	-۴,۱۰	-۳,۷۸	-۳,۶۲۴
^{۲۲۰}Ra	۷,۵۹۲	−۱,۷۴	-۱,۰۱	-۱,۲۰	-۰,۸۹	-۱,۱۷۱
^{۲۲۲}Ra	۶,۶۷۸	۱,۵۹	۲,۴۲	۲,۲۳	۲,۵۳	۱,۶۸۴
^{۲۲۴}Ra	۵,۷۸۸	۵,۵۳	۶,۶۱	۶,۴۳	۶,۷۲	۵,۱۲۵
^{۲۲۶}Ra	۴,۸۷۰	۱۰,۷۳	۱۲,۰۶	۱۱,۸۸	۱۲,۱۷	۹,۶۶۲

جدول ۲-۲۰ مقایسه‌ی نیمه عمر هسته‌های زوج-زوج با فرمول مختلف

Nucleus	Q_α(MeV)	$\log_{۱۰}T_{۱/۲}$(s)					
		exp	Royer	AKRE	MRen B	Akrawy	DEKH
^{۱۷۸}Pb	۷,۷۹۰	−۳,۶۴	-۳,۶۵۲	-۳,۷۶۳	-۳,۸۴۸	-۳,۶۴۶	-۳,۶۵۰
^{۱۸۰}Pb	۷,۴۱۵	−۲,۳۰	-۲,۵۳۵	-۲,۵۸۸	-۲,۶۵۰	-۲,۵۳۰	-۲,۵۳۳
^{۱۸۲}Pb	۷,۰۶۶	−۱,۲۶	-۱,۴۱۶	-۱,۴۲۱	-۱,۴۶۴	-۱,۴۱۲	-۱,۴۱۵
^{۱۸۴}Pb	۶,۷۷۴	−۰,۲۱	-۰,۴۲۲	-۰,۳۸۸	-۰,۴۱۵	-۰,۴۱۸	-۰,۴۲۱
^{۱۸۶}Pb	۶,۴۷۰	۱,۰۸	۰,۶۹۵	۰,۷۵۹	۰,۷۴۴	۰,۶۹۷	۰,۶۹۵
^{۱۸۸}Pb	۶,۱۰۹	۲,۴۳	۲,۱۳۸	۲,۲۲۶	۲,۲۲۰	۲,۱۴۰	۲,۱۳۸
^{۱۹۰}Pb	۵,۶۹۷	۴,۲۶	۳,۹۵۸	۴,۰۶۵	۴,۰۶۳	۳,۹۵۹	۳,۹۵۸
^{۱۹۲}Pb	۵,۲۲۱	۶,۵۶	۶,۳۴۴	۶,۴۶۶	۶,۴۶۴	۶,۳۴۶	۶,۳۴۴
^{۱۹۴}Pb	۴,۷۳۸	۹,۹۹	۹,۱۲۸	۹,۲۶۰	۹,۲۵۵	۹,۱۳۰	۹,۱۲۹
^{۲۱۰}Pb	۳,۷۹۲	۱۶,۵۷	۱۵,۸۲۰	۱۵,۷۶۱	۱۵,۷۰۴	۱۵,۸۱۶	۱۵,۸۱۹
^{۱۸۸}Po	۸,۰۸۲	−۳,۴۰	-۳,۹۱۷	-۳,۹۰۷	-۳,۹۴۲	-۳,۹۱۵	-۳,۹۱۷
^{۱۹۰}Po	۷,۶۹۳	−۲,۶۰	-۲,۷۹۳	-۲,۷۵۱	-۲,۷۷۲	-۲,۷۹۲	-۲,۷۹۳
^{۱۹۲}Po	۷,۳۱۹	−۱,۵۴	-۱,۶۲۸	-۱,۵۶۰	-۱,۵۷۰	-۱,۶۲۷	-۱,۶۲۸
^{۱۹۴}Po	۶,۹۸۷	−۰,۴۱	-۰,۵۱۵	-۰,۴۳۱	-۰,۴۳۲	-۰,۵۱۶	-۰,۵۱۶
^{۱۹۶}Po	۶,۶۵۷	۰,۷۶	۰,۶۷۵	۰,۷۷۰	۰,۷۷۵	۰,۶۷۴	۰,۶۷۴
^{۱۹۸}Po	۶,۳۰۹	۲,۱۸	۲,۰۳۳	۲,۱۳۳	۲,۱۴۰	۲,۰۳۱	۲,۰۳۲
^{۲۰۰}Po	۵,۹۸۱	۳,۷۹	۳,۴۲۳	۳,۵۲۲	۳,۵۳۰	۳,۴۲۱	۳,۴۲۲

ادامه جدول ۲-۲۰.

^{۲۰۲}Po	۵,۷۰۱	۵,۱۳	۴,۷۰۲	۴,۷۹۴	۴,۸۰۱	۴,۶۹۹	۴,۷۰۱
^{۲۰۴}Po	۵,۴۸۵	۶,۲۸	۵,۷۴۸	۵,۸۲۷	۵,۸۳۱	۵,۷۴۴	۵,۷۴۶
^{۲۰۶}Po	۵,۳۲۷	۷,۱۵	۶,۵۴۲	۶,۶۰۱	۶,۶۰۱	۶,۵۳۷	۶,۵۴۰
^{۲۰۸}Po	۵,۲۱۵	۷,۹۷	۷,۱۱۴	۷,۱۴۸	۷,۱۴۳	۷,۱۰۹	۷,۱۱۲
^{۲۱۰}Po	۵,۴۰۷	۷,۰۸	۶,۰۲۸	۶,۰۲۴	۶,۰۱۴	۶,۰۲۰	۶,۰۲۵
^{۲۱۲}Po	۸,۹۵۴	−۶,۵۲	-۶,۷۶۹	-۶,۸۷۴	-۶,۸۷۳	-۶,۷۸۹	-۶,۷۷۷
^{۲۱۴}Po	۷,۸۳۳	−۳,۸۷	-۳,۷۳۵	-۳,۸۶۶	-۳,۸۸۰	-۳,۷۵۳	-۳,۷۴۲
^{۲۱۶}Po	۶,۹۰۶	−۰,۸۲	-۰,۶۸۴	-۰,۸۴۴	-۰,۸۷۴	-۰,۷۰۱	-۰,۶۹۱
^{۲۱۸}Po	۶,۱۱۵	۲,۲۷	۲,۴۵۵	۲,۲۶۲	۲,۲۱۵	۲,۴۳۹	۲,۴۴۸
^{۱۹۸}Rn	۷,۳۴۹	−۱,۱۹	-۰,۹۹۴	-۰,۹۱۳	-۰,۹۲۶	-۰,۹۹۳	-۰,۹۹۴
^{۲۰۰}Rn	۷,۰۴۳	۰	۰,۰۴۲	۰,۱۳۵	۰,۱۳۰	۰,۰۴۲	۰,۰۴۲
^{۲۰۲}Rn	۶,۷۷۳	۱,۰۶	۱,۰۱۲	۱,۱۱۰	۱,۱۱۱	۱,۰۱۲	۱,۰۱۲
^{۲۰۴}Rn	۶,۵۴۵	۲,۰۰	۱,۸۷۴	۱,۹۷۰	۱,۹۷۵	۱,۸۷۲	۱,۸۷۳
^{۲۰۶}Rn	۶,۳۸۴	۲,۷۱	۲,۵۰۱	۲,۵۹۰	۲,۵۹۷	۲,۴۹۹	۲,۵۰۰
^{۲۰۸}Rn	۶,۲۶۱	۳,۳۴	۲,۹۸۷	۳,۰۶۲	۳,۰۶۹	۲,۹۸۳	۲,۹۸۶
^{۲۱۰}Rn	۶,۱۵۹	۳,۹۶	۳,۳۹۳	۳,۴۵۰	۳,۴۵۴	۳,۳۸۸	۳,۳۹۱
^{۲۱۲}Rn	۶,۳۸۵	۳,۱۷	۲,۳۷۱	۲,۳۹۷	۲,۳۹۹	۲,۳۶۴	۲,۳۶۸
^{۲۱۴}Rn	۹,۲۰۸	-۶,۵۷	-۶,۶۹۱	-۶,۷۴۱	-۶,۷۳۶	-۶,۷۰۸	-۶,۶۹۸
^{۲۱۶}Rn	۸,۲۰۰	−۴,۳۵	-۴,۰۵۱	-۴,۱۲۲	-۴,۱۲۷	-۴,۰۶۷	-۴,۰۵۸
^{۲۱۸}Rn	۷,۲۶۳	−۱,۴۵	-۱,۱۱۴	-۱,۲۰۸	-۱,۲۲۳	-۱,۱۲۸	-۱,۱۱۹
^{۲۲۰}Rn	۶,۴۰۵	۱,۷۵	۲,۱۲۶	۲,۰۰۷	۱,۹۷۹	۲,۱۱۳	۲,۱۲۱
^{۲۲۲}Rn	۵,۵۹۰	۵,۵۹	۵,۸۷۴	۵,۷۲۹	۵,۶۸۸	۵,۸۶۳	۵,۸۷۰
^{۲۰۲}Ra	۸,۰۱۹	−۲,۵۸	-۲,۴۰۷	-۲,۳۳۵	-۲,۳۶۰	-۲,۴۰۶	-۲,۴۰۷
^{۲۰۴}Ra	۷,۶۳۶	−۱,۲۳	-۱,۲۲۹	-۱,۱۴۳	-۱,۱۵۷	-۱,۲۲۸	-۱,۲۲۹
^{۲۰۶}Ra	۷,۴۱۵	−۰,۶۲	-۰,۵۲۸	-۰,۴۳۵	-۰,۴۴۲	-۰,۵۲۸	-۰,۵۲۸
^{۲۰۸}Ra	۷,۲۷۳	۰,۱۵	-۰,۰۷۲	۰,۰۱۹	۰,۰۱۸	-۰,۰۷۴	-۰,۰۷۳
^{۲۱۰}Ra	۷,۱۵۲	۰,۵۶	۰,۳۲۳	۰,۴۰۷	۰,۴۱۰	۰,۳۲۰	۰,۳۲۱
^{۲۱۲}Ra	۷,۰۳۲	۱,۱۵	۰,۷۲۴	۰,۷۹۶	۰,۸۰۱	۰,۷۲۰	۰,۷۲۲
^{۲۱۴}Ra	۷,۲۷۴	۰,۴۰	-۰,۱۹۹	-۰,۱۵۰	-۰,۱۴۵	-۰,۲۰۶	-۰,۲۰۲
^{۲۱۸}Ra	۸,۵۴۶	−۴,۵۹	-۴,۲۸۵	-۴,۳۰۷	-۴,۳۰۸	-۴,۲۹۸	-۴,۲۹۰
^{۲۲۰}Ra	۷,۵۹۲	−۱,۷۴	-۱,۴۲۰	-۱,۴۵۸	-۱,۴۶۵	-۱,۴۳۱	-۱,۴۲۴
^{۲۲۲}Ra	۶,۶۷۹	۱,۵۹	۱,۸۹۰	۱,۸۳۳	۱,۸۱۹	۱,۸۸۰	۱,۸۸۶
^{۲۲۴}Ra	۵,۷۸۹	۵,۵۳	۵,۸۴۹	۵,۷۷۳	۵,۷۵۱	۵,۸۴۱	۵,۸۴۶
^{۲۲۶}Ra	۴,۸۷۱	۱۰,۷۳	۱۱,۰۳۶	۱۰,۹۴۳	۱۰,۹۱۴	۱۱,۰۳	۱۱,۰۳۴

برای اندازه‌گیری دقت نتایج بدست آمده، مقدار انحراف معیار σ برای مدل‌های مختلف محاسبه شده است و در جدول ۲-۲۱ و ۲-۲۲ مقایسه شده‌اند.

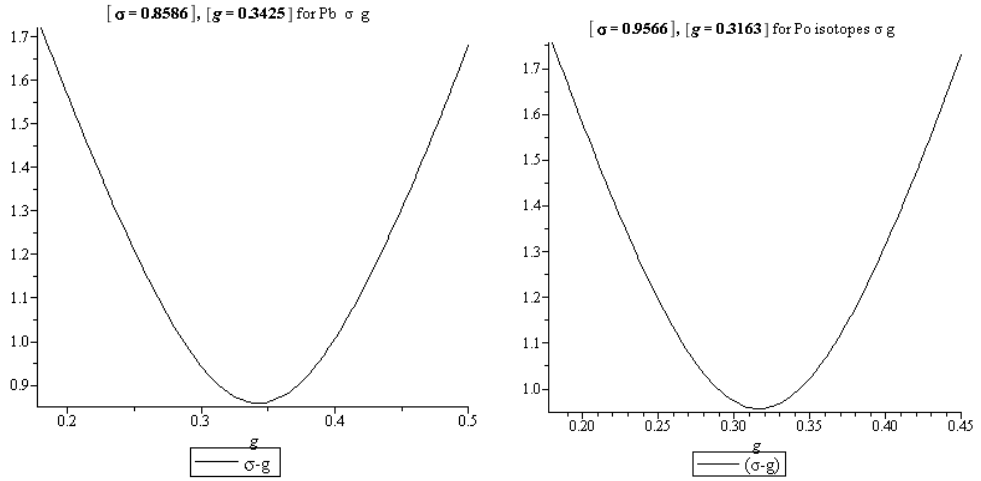
جدول ۲-۲۱ مقدار انحراف معیار هسته‌های زوج-زوج برای پتانسیل هسته‌ای متفاوت

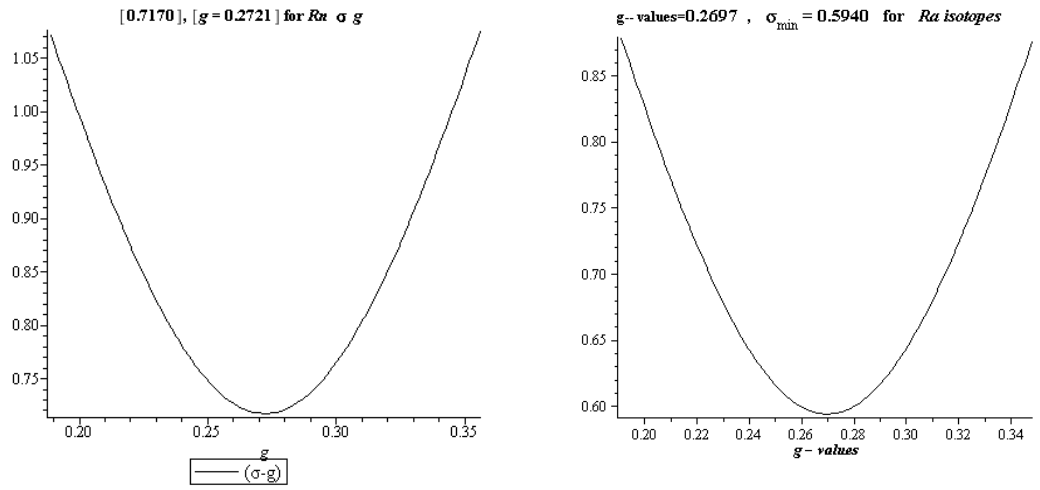
Models	σ
gpp۷۷	۰,۴۹۹۸۴۶
MCW۷۶	۰,۳۸۰۰۱۸
MB۷۷	۰,۵۸۶۳۰۸
TMT	۰,۷۸۸۰۷۰

جدول ۲-۲۲ مقدار انحراف معیار هسته‌های زوج-زوج برای فرمول‌های متفاوت

Formula	σ
Royer	۰,۳۸۹۴۹۴
AKRE	۰,۳۵۶۱۱۱
MRenB	۰,۳۶۰۴۰۳
Akrawy	۰,۳۸۹۵۶۳
DEKH	۰,۳۸۹۵۷۵

برای مدل نیمه تجربی تاوارس، با استفاده از رابطه‌ی r.m.s برای هسته‌های Pb، Po، Rn و Ra به ترتیب با مقادیر n=۱۰، n=۱۶، n=۱۳ و n=۱۳ مقدار مجهول g در معادله‌ی (۲-۱۲۲)، محاسبه شده است. در نمودار ۲-۱۲ مقدار σ_{min} بر حسب مقدار g رسم شده است. مقادیر g=۰,۳۴۲۴, ۰,۳۱۶۳, ۰,۲۷۲۱, ۰,۲۶۹۷ به ترتیب با مقادیر σ_{min}=۰,۸۵۸۶, ۰,۹۵۶۶, ۰,۷۱۷۰, ۰,۵۹۴۰ برای هسته‌های Pb، Po، Rn و Ra بدست آمده است.



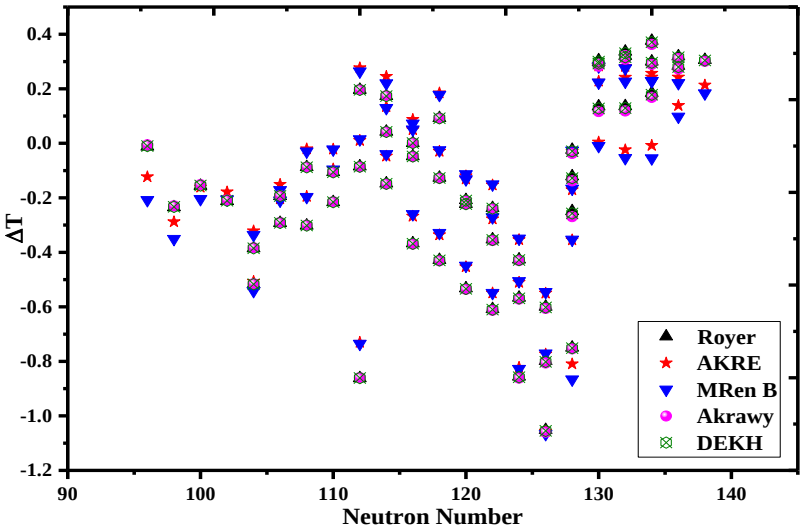


نمودار ۲-۱۲ .مقدار σ بر حسب g

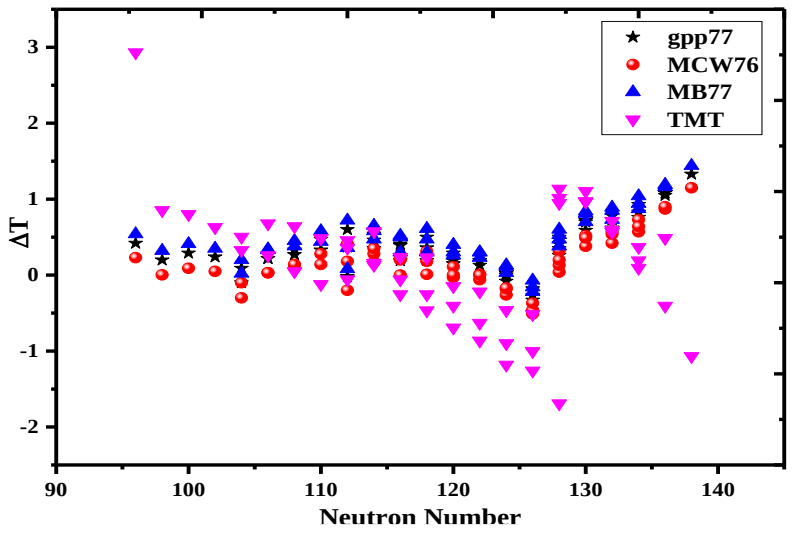
همچنین مقدار اختلاف بین لگاریتم نیمه عمر نظری و تجربی ، ΔT محاسبه شده است

$$\Delta T = \log_{10}\left(T_{1/2,i}^{cal.}\right) - \log_{10}\left(T_{1/2,i}^{\exp.}\right) \qquad (۱۲۸-۲)$$

مقدار ΔT بر حسب عدد نوترونی در نمودار ۲-۱۳ و ۲-۱۴ برای مدل‌های مختلف رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌کنید، فرمول AKRE به محدوده عدد صفر نزدیک‌تر است، بنابراین برای این ایزوتوپ‌ها تقریب مناسبی می‌باشد. در نمودار ۲-۱۴ کمترین مقدار ΔT ، مربوط به فرمول MCW۷۶ می‌باشد.



نمودار ۲-۱۳ مقدار ΔT بر حسب N برای هسته‌های زوج-زوج با فرمول‌های متفاوت



نمودار ۲-۱۴ مقدار ΔT بر حسب N برای هسته‌های زوج-زوج با مدل پتانسیل مجاورت متفاوت

فصل ۳

نقش اثرات دمایی بر روی نیمه عمر واپاشی آلفا

۳-۱ نقش اثرات دمایی بر روی پارامترهای واپاشی آلفا

از نظر دمایی، بررسی سیستم‌های مرکب داغ[۱] در انرژی برانگیخته، یکی از جالب‌ترین موضوعات در فیزیک می‌باشد. در واقع، منظور از دما همان برانگیختگی هسته است. بطور روشن‌تر، عبارت "دما" یک اصطلاح است و با دمای ترمودینامیک متفاوت است. همچنین اصطلاح دما، به هسته نسبت داده می‌شود. بنابراین انتظار فیزیکی این است که برای یک ماده‌ی رادیواکتیو دما هیچ تاثیری ندارد بلکه در انرژی برانگیختگی نوکلئون‌ها، تغییرات ایجاد می‌شود که تحت عنوان برانگیختگی نوکلئونی می‌توان مورد بحث قرار داد. این مسئله در فیزیک هسته‌ای، بویژه، در مطالعه‌ی هسته‌های مرکب، برخوردهای یون سنگین و شکافت مهم می‌باشد. بسیاری از ویژگی‌های ماکروسکوپیکی هسته‌ها به داغ شدن هسته حساس هستند. برای مثال، گرمایش هسته‌ای منجر به ناپدید شدن اثرات لایه‌ای در برخی کمیت‌های استاتیکی می‌شود. در نتیجه، انرژی تغییرشکل هسته‌ای و سد شکافت در هسته‌های داغ بطور قابل توجهی کاهش می‌یابد. بویژه، هسته‌های سنگین که در انرژی برانگیخته پایین تغییر شکل می‌یابند، منجر به اثرات لایه‌ای می‌شود. هسته‌های داغ (واپاشی‌های حالت برانگیخته) در دمای $T\neq 0$ واقع هستند. همچنین ارتفاع و پهنای سد کولنی در پتانسیل مجاورت وابسته به-دما، کمتر از نسخه‌ی مستقل از-دما هستند. بنابراین وقتی انرژی برانگیختگی یا همان اثرات دمایی $(T \neq 0)$ اعمال می‌شود، مقادیر نیمه عمر کاهش می‌یابند و در توافق بهتری با داده‌های تجربی هستند. چون با افزایش دما، احتمال نفوذپذیری افزایش می‌یابد. بنابراین چنین هسته‌هایی در برابر واپاشی ناپایدارتر می‌شوند، یعنی مقدار V-Q با افزایش دما، کاهش می‌یابد. در واپاشی آلفا، زمانی که برای ذره‌ی آلفا هنوز تونل‌زنی رخ نداده است و ذره آلفا همراه هسته‌ی دختر است و در حالت پایه باشند،

[۱] hot compound systems

انرژی واپاشی به اندازه‌ی Q می‌باشد. وقتی در حالت برانگیخته باشند، دما در انرژی واپاشی Q وارد می‌شود، که به اصطلاح، این دما به هسته نسبت داده می‌شود. بطور کلی منظور از هسته‌های سرد (حالت پایه)، در واقع بدون در نظر گرفتن اثرات دمایی (T=۰)، هسته‌ها در حالت پایه‌شان قرار گرفته باشند [۱۰۱-۹۹]. بنابراین هسته‌ها در این حالت، برانگیختگی نوکلئونی نخواهند داشت.

۳-۲ محاسبه نیمه عمرها با پارامترهای وابسته به دما

۳-۲-۱ شکافت مدل قطره مایعی با در نظر گرفتن دمای هسته‌ای

در سال ۱۹۹۲ رویر و میگنن[۱] ، شکافت و همجوشی دوتایی و سه تایی[۲] هسته‌های چرخشی (ℓ≠۰) و داغ [۳] (T≠۰)، با مدل قطره-مایعی چرخشی (RLDM)، در دمای متناهی بررسی نموده‌اند [۱۰۲]. اثرات دمایی بر اساس تقارن و جرم سیستم هسته‌ای ناشی از کشش سطحی[۴] در نظر گرفته شده است. همچنین مشاهده شد که با افزایش دما، سدهای شکافت و همجوشی کاهش می‌یابند. همچنین انرژی پتانسیل کل را بر حسب انرژی مدل قطره-مایعی و انرژی مجاورت هسته‌ای مورد مطالعه قرار داده‌اند. انرژی چرخشی را با استفاده از تقارن‌های سیستم، توسط انتگرال‌های بیضوی کامل، محاسبه نمودند که پهنای سطح وابسته به دما، به فرم زیر تعریف شده است [۱۰۲]

$$b = 0.99(1+0.009T^2)\,fm \qquad (۱-۳)$$

مشاهده شد که اثرات دمایی نقش بسیار مهمی دارند، چون سیستم‌ها متقارن هستند و منجر به تغییر شکل کشش سطحی می‌شود. ارتفاع سد پتانسیل با افزایش دما کم می‌شود

[۱] Mignen [۲] binary and ternary fission and fusion [۳] Hot and rotating nuclei
[۴] Surface tension

و برای دمای در حدود T=۵MeV و عدد جرمی A=۲۰۰ در مورد هسته‌های دوتایی صفر می‌شود[۱۰۲]. برخی تحقیقات در فیزیک هسته‌ای در مورد اثرات تغییر شکل‌یافتگی در مدل پوسته‌ی دو-مرکزی، رادیواکتیویته‌ی هسته‌های فوق سنگین، واپاشی خوشه‌ای هسته‌های فوق سنگین و شکافت هسته‌های فوق سنگین، توسط پوآنارو بررسی شده است. همچنین دینامیک مدل واپاشی- خوشه‌ای برای سیستم هسته‌ای جرم-سبک چرخشی و داغ برای واکنش انرژی-پایین، انرژی قطره مایعی سیگرز [۳] وابسته به دما و دینامیک مدل واپاشی- خوشه‌ای، اثرات تغییر شکل‌یافتگی و چرخشی برای رادیواکتیویته‌ی دختر متفاوت و واپاشی- خوشه‌ای هسته‌های داغ متفاوت، توسط گوپتا [۴] مطالعه شده است. رویر، شکافت دوتایی و سه‌تایی هسته‌های داغ و چرخشی، نسبت انشعابی واپاشی-آلفا برای حالت برانگیخته‌ی هسته‌های زوج-زوج و نیمه عمر واپاشی آلفای هسته‌های فوق سنگین در مدل قطره مایعی تعمیم یافته، در دمای متناهی، مورد بررسی قرار داده است.

۳-۲-۲ محاسبه نیمه عمر برای واپاشی‌های حالت پایه و برانگیخته

سانتاش [۳]و همکارانش، ویژگی‌های واپاشی ایزوتوپ‌های مختلف زوج-زوج باریوم را در محدوده‌ی عدد جرمی ۱۱۲≤A ≤۱۲۲ با مدل پتانسیل مجاورت و کولنی برای واپاشی‌های حالت پایه و برانگیخته، مطالعه نموده‌اند[۱۰۰]. نیمه عمر را با استفاده از فرمول عمومی برای واپاشی خوشه‌ای (UNIV) از پوآنارو و قانون واپاشی عمومی (UDL) از چی[۴]، محاسبه نمودند و همچنین با مقادیر CPPM مورد مقایسه قرار دادند. با مقایسه‌ی نیمه عمر برای سیستم‌های حالت پایه و برانگیخته نشان داده شد که احتمال واپاشی با افزایش دما افزایش می‌یابد.

---

[۱]Seegers [۲]Gupta [۳]Santhosh [۴]Qi

۳-۲-۳ نقش اثرات دمایی بر روی هسته‌ها با پتانسیل مجاورت

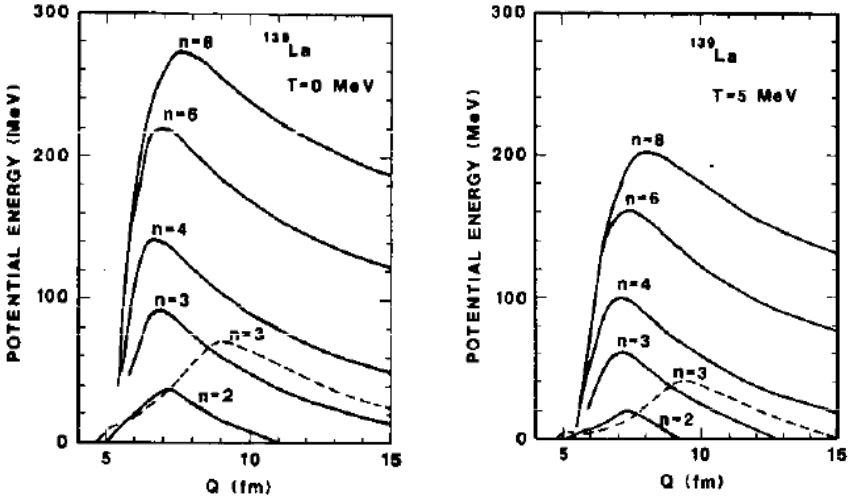
نقش اثرات دمایی هسته‌ی مادر در سد کولنی و نیمه عمر واپاشی خوشه‌ای، بطور تحلیلی در ساختار مجاورت، مانند پتانسیل ۲۰۱۰ مجاورت، مورد بررسی قرار گرفته شده است[۱۰۳]. همچنین نشان داده شد که ارتفاع و پهنای سد کولنی در پتانسیل مجاورت وابسته به دما کمتر از حالت مستقل از دما بوده است. این بررسی نشان داد که مقادیر محاسبه شده‌ی نیمه عمر برای واپاشی‌های خوشه‌ای در حالت برانگیخته، در توافق بهتری با داده‌های تجربی هستند. بنابراین عملکرد دمایی برای پیش‌بینی نیمه عمرهای نظری در واپاشی خوشه‌ای نتایج مطلوبی داشته است.

۳-۲-۴ اثر دما برای نیمه عمرهای واپاشی-آلفا با پتانسیل مجاورت

سد متقارن[۱] با مدل قطره مایعی در دمای متناهی برای هسته‌های داغ و شبه پایدار[۲] با در نظر گرفتن اثرات مجاورت هسته‌ای بین سطوح محصولات واپاشی، بررسی شده است[۱۰۴]. به طور کلی در دمای متناهی، ارتفاع سد و انرژی جنبشی بطور یکنواخت کاهش می‌یابند، در حالیکه انرژی آزاده شده افزایش می‌یابد. در شکل ۳-۱ سد پتانسیل برای هسته‌ی ^{۱۳۹}La برای دو حالت وابسته به دما (سمت راست) و مستقل از دما (سمت چپ) نشان داده شده است. ارتفاع سد به شدت با توجه به تعداد هسته‌های در حال واپاشی، افزایش می‌یابد و برای مقادیر بزرگتر Q کمی به سمت بالا حرکت می‌کند.

---

[۱] Symmetry barrier
[۲] metastable



شکل ۳-۱ ارتفاع سد پتانسیل بر حسب تابعی از تعداد هسته‌ها و دمای هسته‌ای [۱۲۷].

۳-۳ محاسبه‌ی نیمه عمر واپاشی آلفا هسته‌های کروی با پتانسیل مجاورت یوکاوا وابسته به دمای هسته‌ای

نیمه عمر واپاشی-آلفای هسته‌های کروی با استفاده از پتانسیل کولنی اصلاح شده با مدل پتانسیل مجاورت یوکاوا برای واپاشی حالت برانگیخته با در نظر گرفتن اثرات دمایی مورد مطالعه قرار داده شده است [۱۰۵]. همچنین، اثرات دمایی در بازه‌ی دمای هسته‌ای $0 \le T \le 1(MeV)$ مورد بررسی قرار داده شده است. مقایسه‌ی نیمه عمرهای بدست آمده نشان می‌دهد که با افزایش دمای هسته‌ای برای سیستم برانگیخته، احتمال واپاشی افزایش می‌یابد. سد پتانسیل به صورت مجموع پتانسیل کولنی، پتانسیل مجاورت و مرکزگرا برای ساختار تماسی و محصولات واپاشی در نظر گرفته شده است. پتانسیل V(r) از دو بخش، در ناحیه‌ی همپوشانی یعنی $R_p \le r \le C_t$ و نواحی غیر همپوشانی یعنی $r \ge C_t$ تشکیل شده است. این پتانسیل به صورت عبارت زیر در نظر گرفته شده است[۶۳, ۱۰۶]

$$V(r) = \begin{cases} a_0 + a_1 r + a_2 r^2, & R_p \le r \le C_t \\ V_C(r) + V_{\mathrm{Prox}}(z) + V_\ell(r), & r \ge C_t \end{cases} \qquad (۳-۲)$$

که در آن V_{prox} (z) معرف پتانسیل مجاورت است و z فاصله‌ی بین سطوح نزدیک محصولات واپاشی است با $z=r-C_d-C_\alpha$. عبارت $r=z+C_t$ فاصله‌ی بین مراکز محصولات واپاشی است. که در آن شعاع مرکزی سیزمان (C_i) ذره‌ی آلفای گسیل شده و هسته‌ی دختر به صورت رابطه $C_i = R_i - b^2 / R_i$ به شعاع تیز موثر R_i مربوط می شود [۵۸]. که در آن $i=p,d,\alpha$ به ترتیب ذره‌ی آلفا، هسته‌ی دختر و مادر را نشان می‌دهند. پتانسیل مجاورت هسته‌ای از رابطه‌ی زیر تبعیت می‌کند

$$V_{Prox}(z) = 4\pi\gamma b(\frac{C_d C_\alpha}{C_d + C_\alpha})\Phi(\frac{z}{b}), \qquad (۳-۳)$$

ضریب کشش سطح هسته، به فرم رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود [۲۹]

$$\gamma = 0.9517[1-1.7826\frac{\left(N_p - Z_p\right)^2}{A_p^2}](\frac{MeV}{fm^2}) \qquad (۴-۳)$$

تابع عمومی با پتانسیل یوکاوا به صورت زیر در نظر گرفته شده است[۱۰۷]

$$\begin{aligned} \Phi_1(\varepsilon) &= -1.7817 + 0.9270\varepsilon + 0.0169\varepsilon^2 \\ &\quad -0.05148\varepsilon^3, \qquad 0 \le \varepsilon \le 1.9475 \\ \Phi_2(\varepsilon) &= \frac{b_0 \exp(-\varepsilon / b_1)}{\varepsilon}, \qquad \varepsilon \ge 1.9475 \end{aligned} \qquad (۵-۳)$$

ثابت‌های b_0 و b_1 مربوط به پتانسیل یوکاوا را می‌توان از شرایط پیوستگی زیر محاسبه نمود

$$\begin{aligned} \Phi_1(C_t + 1.9475) &= \Phi_2(C_t + 1.9475), \\ \Phi_1'(C_t + 1.9475) &= \Phi_2'(C_t + 1.9475) \end{aligned} \qquad (۶-۳)$$

همچنین ثابت‌های a_0 ، a_1 و a_2 ضرایب پتانسیل چند جمله‌ای معادله‌ی (۳-۲) از شرایط پیوستگی پتانسیل و مشتقات آنها، قابل حل هستند

$$V_1(R_p) = Q_\alpha,$$
$$V_1(C_t) = V_2(C_t), \qquad (۷-۳)$$
$$V_1'(C_t) = V_2'(C_t).$$

۳-۳-۱ پیشنهاد پارامتر ضخامت سطح وابسته به دما

رویر و ماینن [۱۰۲]، پارامتر ضخامت سطح[۱] وابسته به دما را برای هسته در حالت برانگیخته، بصورت عبارت چند جمله‌ای $b(T) = (b(T=0))(1+0.009T^2)\,fm$ پیشنهاد نمودند که در حالت پایه هسته یا بدون در نظر گرفتن اثرات دمایی (واپاشی در حالت پایه)، پهنای سطح[۲] [۱۰۸]، برابر b(T=۰)=۰,۹۹fm و تقریبا ۱fm در نظر گرفته می‌شود. با برازش در ناحیه‌ی دمای هسته‌ای $0 \le T \le 1(MeV)$، معادله‌ی نمایی زیر پیشنهاد شده است

$$b(T) = \sum_{j=0}^{4} J_j \exp(-jT)\ (fm) \qquad (۸-۳)$$

که در آن ضرایب J_0، J_1، J_2، J_3 و J_4 ، بصورت زیر بدست آمده‌اند

$$\begin{aligned} j=0 \quad & J_0 = +1.03507, \\ j=1 \quad & J_1 = -0.170645, \\ j=2 \quad & J_2 = +0.256761, \\ j=3 \quad & J_3 = -0.182783, \\ j=4 \quad & J_4 = +0.051597. \end{aligned} \qquad (۹-۳)$$

همچنین شعاع وابسته به دما بصورت زیر فرمول‌بندی شده است

$$R_i(T) = (1.28A_i^{1/3} - 0.76 + 0.8A_i^{-1/3})(\sum_{j=0}^{4} \rho_j \exp(-jT)).\ \ (fm) \qquad (۱۰-۳)$$

که در آن ضرایب ρ_0، ρ_1، ρ_2، ρ_3 و ρ_4 پارامترهای برازش بصورت زیر هستند

[۱] Surface thickness parameter [۲] Surface width

$$
\begin{aligned}
&j=0 \qquad \rho_0=+1.00369,\\
&j=1 \qquad \rho_1=-0.0143882,\\
&j=2 \qquad \rho_2=+0.0224233,\\
&j=3 \qquad \rho_3=-0.0165431,\\
&j=4 \qquad \rho_4=+0.0048195\,.
\end{aligned}
\tag{۱۱-۳}
$$

برای سیستم برانگیخته، احتمال نفوذپذیری سد از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود

$$
P=\exp\left(\frac{-2}{\hbar}\int_{R_a}^{R_b}\sqrt{2\mu(V(r)-Q_{eff})}\,dr\right). \tag{۱۲-۳}
$$

که در آن Q_{eff} ، مقدار انرژی واپاشی موثر است[۱۰۹]

$$
Q_{eff}=Q_\alpha+E^* \tag{۱۳-۳}
$$

انرژی آزاد شده حاصل از گسیل آلفا بین ترازهای انرژی حالت پایه‌ی هسته‌ی مادر و ترازهای انرژی حالت پایه‌ی هسته‌ی دختر با استفاده از رابطه‌ی زیر بدست می آید[۱۰۸]

$$
\begin{aligned}
&Q_\alpha=B(Z-2,A-4)+28.3-B(A-Z)\\
&B(Z,A)=7.298Z+8.071(A-Z)-M(A,Z)
\end{aligned}
\tag{۱۴-۲}
$$

که $B(Z,A)$ و M(A,Z) به ترتیب انرژی بستگی و جرم اضافه را نشان می‌دهند. انرژی برانگیختگی E^* با دمای هسته‌ای T در واحد MeV، از رابطه‌ی زیر تبعیت می‌کند [۱۰۹]

$$
E^*=\delta T^2-T \tag{۱۵-۳}
$$

که با مقدار $\delta=A/9(MeV)^{-1}$، می‌توان بصورت زیر بازنویسی نمود[۱۱۰]

$$
E^*=(1/9)AT^2-T \tag{۱۶-۳}
$$

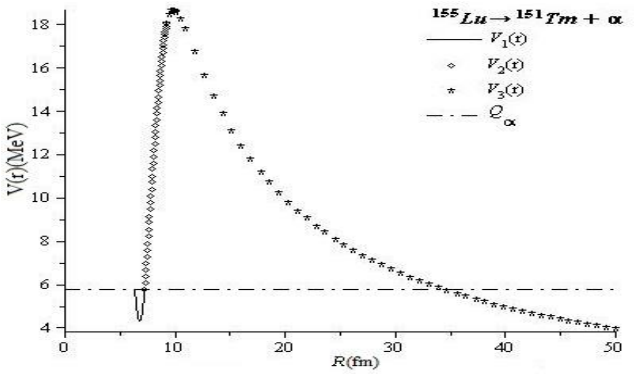
در نمودار (۳-۲)، پتانسیل برای مد واپاشی لوتسیم[۳] (Lu) ، ${}^{155}_{71}Lu_{84}\rightarrow{}^{151}_{69}Tm_{82}+\alpha$ برحسب

---

[۱] Lutetium

فاصله‌ی بین مراکز محصولات واپاشی رسم شده است. همچنین نتایج بدست آمده در جدول (۳-۱) نشان داده شده است. ستون اول، دوم و سوم، به ترتیب هسته‌ی مادر، اسپین و پاریته، و انرژی واپاشی Q_α را نشان می‌دهند. در ستون چهارم نیمه عمرهای تجربی از مراجع [۸۹، ۱۱۱] را نشان می‌دهد. ستون پنجم، معرف مقادیر دمای هسته‌ای است. به عنوان مثال، برای مد واپاشی ایتربیوم (Yb)، $^{155}_{70}Yb \rightarrow ^{151}_{68}Er + \alpha$ دارای مقدار نیمه عمر تجربی برابر با (s)۲٫۰۲ است. دمای هسته‌ای تقریبا برابر با (MeV)۰٫٦٥٩٩٣ محاسبه شده است. برای گسیل آلفا از هسته، قانون اسپین-پاریته از رابطه‌ی زیر پیروی می-کند

$$\left|I_i^\pi - I_f^\pi\right| \le l \le I_i^\pi + I_f^\pi,\ \frac{\pi_i}{\pi_f} = (-1)^l. \qquad (۱۷-۳)$$



نمودار ۳-۲ پتانسیل برحسب فاصله‌ی بین مراکز محصولات فروپاشی.

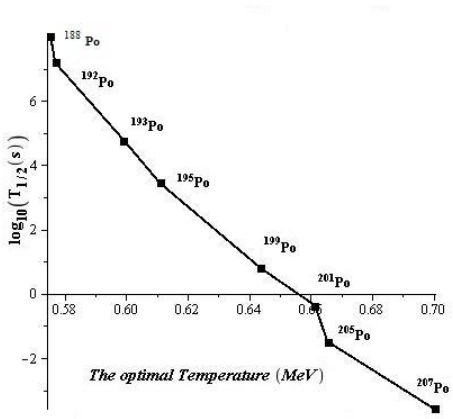
که I_i, π_i و I_f, π_f به ترتیب، اسپین و پاریته‌ی هسته‌ی مادر و دختر را نشان می‌دهند. همچنین در نمودار (۳-۳) و (۳-۴) به ترتیب، $\log_{10}(T_{exp}(s))$ بر حسب دمای هسته‌ای (NT) با یکای (MeV)، برای ایزوتوپ تالیوم (Z=۸۱) Tl $^{۱۸۱-۱۷۹-۱۷۷}$ و ایزوتوپ‌های پولونیوم (Z=۸٤)Po با اعداد جرمی ۱۸۸، ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۵، ۱۹۹، ۲۰۱، ۲۰۵، ۲۰۷، را رسم نموده‌ایم. همانطور ملاحظه می‌نمایید با افزایش عدد جرمی و متناسب با آن، با افزایش دما، نیمه عمر کاهش می‌یابد.

جدول ۳-۱ نیمه عمر واپاشی آلفای هسته‌های برانگیخته

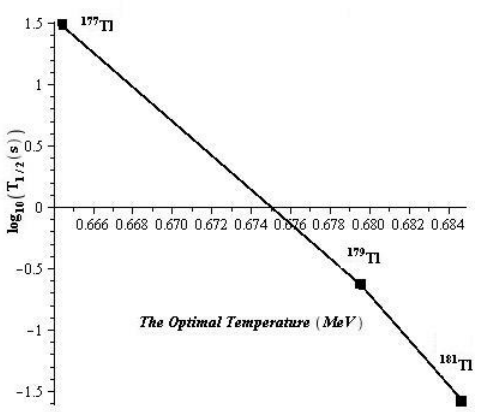
α Decay	$I_i^{\pi} \rightarrow I_f^{\pi}$	Q_{α}(MeV)	$T_{۱/۲}^{exp}$(s)	Temp (MeV)
$^{151}_{66}Dy$	۷/۲$^-$ → ۷/۲$^-$	۴,۱۶۶	۱,۹۲ × ۱۰^{۴}	۰,۶۰۸۹
$^{155}_{70}Yb$	۷/۲$^-$ → ۷/۲$^-$	۵,۳۲۴	۲,۰۲ × ۱۰^{۰}	۰,۶۵۹۹
$^{157}_{72}Hf$	۷/۲$^-$ → ۷/۲$^-$	۵,۸۶۷	۱,۱۷ × ۱۰$^{-۱}$	۰,۶۸۳۶۲
$^{159}_{74}W$	۷/۲$^-$ → ۷/۲$^-$	۶,۴۳۷	۸,۲۴ × ۱۰$^{-۳}$	۰,۶۹۸۰
$^{155}_{68}Er$	۷/۲$^-$ → ۷/۲$^-$	۴,۱۰۵	۱,۴۵ ×۱۰^{۶}	۰,۶۰۸۵
$^{191}_{82}Pb$	۳/۲$^-$ → ۳/۲$^-$	۵,۴۳۳	۶,۱۴ ×۱۰^{۵}	۰,۶۰۲۴
$^{155}_{71}Lu$	۱۱/۲$^-$ → ۱۱/۲$^-$	۵,۷۸۹	۷,۵۶ × ۱۰$^{-۲}$	۰,۶۸۱۹
$^{156}_{71}Lu$	۲$^-$ → ۲$^-$	۵,۵۸۲	۴,۹۴ × ۱۰$^{-۱}$	۰,۶۷۰۶
$^{152}_{67}Ho$	۲$^-$ → ۲$^-$	۴,۴۹۴	۱,۳۵ × ۱۰^{۳}	۰,۶۳۲۹۲۲
$^{154}_{67}Ho$	۲$^-$ → ۲$^-$	۴,۰۲۸	۳,۷۱ ×۱۰^{۶}	۰,۶۲۰۹
$^{154}_{69}Tm$	۲$^-$ → ۲$^-$	۵,۰۸۰	۱,۵۰ × ۱۰^{۱}	۰,۶۵۹۶
$^{156}_{69}Tm$	۲$^-$ → ۲$^-$	۴,۳۳۰	۱,۳۱ ×۱۰^{۵}	۰,۶۱۳۲
$^{158}_{73}Ta$	۲$^-$ → ۲$^-$	۶,۱۱۱	۷,۲۰ × ۱۰$^{-۲}$	۰,۷۰۲۸
$^{160}_{73}Ta$	۲$^-$ → ۲$^-$	۵,۴۳۶۴	≥ ۱,۷۰ ×۱۰^{۰}	۰,۶۱۳۲
$^{160}_{75}$Re	۲$^-$ → ۲$^-$	۶,۷۰۱	۸,۷۸ × ۱۰$^{-۳}$	۰,۷۳۴۳
$^{162}_{75}$Re	۲$^-$ → ۲$^-$	۶,۲۲۷	۱,۱۴ ×۱۰$^{-۱}$	۰,۶۹۰۴
$^{177}_{81}Tl$	۱/۲$^+$ → ۱/۲$^+$	۷,۰۵۳	۲,۴۷ ×۱۰$^{-۲}$	۰,۶۸۴۸
$^{179}_{81}Tl$	۱/۲$^+$ → ۱/۲$^+$	۶,۷۰۴	۲,۳۰ ×۱۰$^{-۱}$	۰,۶۷۰۵
$^{181}_{81}Tl$	۱/۲$^+$ → ۱/۲$^+$	۶,۳۱۱	> ۳,۲۰ ×۱۰^{۱}	۰,۶۶۴۲
$^{188}_{84}Po$	۰$^+$ → ۰$^+$	۸,۰۶۸	۲,۷۰ ×۱۰$^{-۴}$	۰,۷۰۰۳
$^{192}_{84}Po$	۰$^+$ → ۰$^+$	۷,۳۰۶	۳,۲۳ ×۱۰$^{-۲}$	۰.۶۶۵۶
$^{193}_{84}Po$	۳/۲$^-$ → ۳/۲$^-$	۷,۰۸۰	۴,۲۰ ×۱۰$^{-۱}$	۰,۶۶۵۳
$^{195}_{84}Po$	۳/۲$^-$ → ۳/۲$^-$	۶,۷۳۳۲	۶,۱۹ ×۱۰^{۰}	۰,۶۴۳۷
$^{199}_{84}Po$	۳/۲$^-$ → ۳/۲$^-$	۶,۰۶۰	۲,۷۴ ×۱۰^{۳}	۰,۶۱۱۱
$^{201}_{84}Po$	۳/۲$^-$ → ۳/۲$^-$	۵,۷۸۵	۵,۷۴ ×۱۰^{۴}	۰,۵۹۹۳
$^{205}_{84}Po$	۵/۲$^-$ → ۵/۲$^-$	۵,۳۱۰	۱,۵۷ ×۱۰^{۷}	۰,۵۷۷۱
$^{207}_{84}Po$	۵/۲$^-$ → ۵/۲$^-$	۵,۲۰۲	۹,۹۴ ×۱۰^{۷}	۰,۵۷۵۴
$^{196}_{85}At$	۳$^+$ → ۳$^+$	۷,۱۸۴	۲,۶۶ ×۱۰$^{-۱}$	۰,۶۵۴۶
$^{197}_{85}At$	۹/۲$^-$ → ۹/۲$^-$	۷,۰۹۰	۳,۵۰×۱۰$^{-۱}$	۰,۶۴۱۸
$^{198}_{85}At$	۳$^+$ → ۳$^+$	۶,۸۷۹	۴,۶۷×۱۰^{۰}	۰,۶۴۴۸

ادامه جدول ۳-۱.

$^{200}_{85}At$	$۳^{+} \rightarrow ۳^{+}$	۶,۵۸۳	۸,۲۷×۱۰^{۱}	۰,۶۳۵۰
$^{201}_{85}At$	$۹/۲^{-} \rightarrow ۹/۲^{-}$	۶,۴۶۰	۱,۲۰×۱۰^{۲}	۰,۶۱۹۰
$^{202}_{85}At$	$(۲, ۳)^{+} \rightarrow (۲, ۳)^{+}$	۶,۳۴۰۶	۴,۹۷×۱۰^{۲}	۰,۶۱۹۵
$^{203}_{85}At$	$۹/۲^{-} \rightarrow ۹/۲^{-}$	۶,۱۹۶	۱,۴۳×۱۰^{۳}	۰,۶۰۶۸
$^{204}_{85}At$	$۷^{+} \rightarrow ۷^{+}$	۶,۰۵۶	۱,۴۱×۱۰^{۴}	۰,۶۱۲۴
$^{205}_{85}At$	$۹/۲^{-} \rightarrow ۹/۲^{-}$	۶,۰۰۶	۱,۶۱×۱۰^{۴}	۰,۶۰۳۵
$^{207}_{85}At$	$۹/۲^{-} \rightarrow ۹/۲^{-}$	۵,۸۵۹	۷,۵۳×۱۰^{۴}	۰,۵۹۴۸
$^{208}_{85}At$	$۶^{+} \rightarrow ۶^{+}$	۵,۷۳۷	۱,۰۷×۱۰^{۶}	۰,۶۰۵۴
$^{209}_{85}At$	$۹/۲^{-} \rightarrow ۹/۲^{-}$	۵,۷۴۴	۴,۷۵×۱۰^{۵}	۰,۵۹۵۲
$^{201}_{86}Rn$	$۳/۲^{-} \rightarrow ۳/۲^{-}$	۶,۸۴۷	۱,۳۷×۱۰^{۱}	۰,۶۴۰۲
$^{207}_{86}Rn$	$۵/۲^{-} \rightarrow ۵/۲^{-}$	۶,۲۳۸	۲,۶۶×۱۰^{۳}	۰,۶۰۳۲
$^{200}_{87}Fr$	$۳^{+} \rightarrow ۳^{+}$	۷,۶۰۷	۴,۹۰×۱۰$^{-۲}$	۰,۶۵۶۳
$^{204}_{87}Fr$	$۳^{+} \rightarrow ۳^{+}$	۷,۱۵۸	۱,۷۷×۱۰^{۰}	۰,۶۳۹۸
$^{205}_{87}Fr$	$۹/۲^{-} \rightarrow ۹/۲^{-}$	۷,۰۴۱	$\geq$ ۳,۹۲×۱۰^{۰}	۰,۵۹۱۹
$^{206}_{87}Fr$	$(۲, ۳)^{+} \rightarrow (۲, ۳)^{+}$	۶,۹۱۰	۱,۹۰×۱۰^{۱}	۰,۶۳۲۰
$^{207}_{87}Fr$	$۹/۲^{-} \rightarrow ۹/۲^{-}$	۶,۸۸۳	۱,۵۶×۱۰^{۱}	۰,۶۲۸۵
$^{208}_{87}Fr$	$۷^{+} \rightarrow ۷^{+}$	۶,۷۷۲	۶,۶۴×۱۰^{۱}	۰,۶۲۲۸



نمودار ۳-۴ لگاریتم نیمه عمر برای ایزوتوپ Po



نمودار ۳-۳ لگاریتم نیمه عمر برای ایزوتوپ Tl

۳-۴ محاسبه‌ی نیمه‌عمر هسته‌های زوج-زوج با پتانسیل وودز-ساکسون وابسته به دما

فرایند واپاشی آلفا را با پتانسیل وودز-ساکسون وابسته به دما برای هسته‌های زوج-زوج پولونیوم Po، سرب Pb، رادیوم Ra، رادون Rn، توریوم Th، و اورانیوم U در حالت برانگیخته مورد مطالعه قرار داده‌ایم. همچنین، پارامتر شعاع تیز موثر وابسته به دما بصورت نمایی و سد پتانسیل جدید مورد بررسی قرار گرفته شده است[۱۱۲].

۳-۴-۱ سد پتانسیل جدید با پتانسیل وودز-ساکسون

سد پتانسیل، شامل سه قسمت در نظر گرفته شده است: ناحیه‌ی اول، ناحیه‌ی همپوشانی است $a \le r \le c$ که در آن پتانسیل به فرم چند جمله‌ای تعریف شده است که نقطه‌ی a نقطه‌ی شروع تونل‌زنی است و $c=R_d+R_\alpha$ (fm) در ساختار تماسی تعریف می‌شود. ناحیه‌ی دوم، یعنی $c \le r \le c'$ شامل پتانسیل کولنی، پتانسیل مرکزگرا و پتانسیل هسته‌ای است که پتانسیل وودز-ساکسون را در بر می‌گیرد که در آن $c' \approx 9-12(fm)$ خارج از موقعیت شعاعی است که بخش هسته‌ای پتانسیل هسته‌ی آلفا است. ناحیه‌ی سوم، بازه‌ی $c' \le r \le b$ نشاندهنده‌ی ساختار جدایی است که در آن کمیت b نقطه‌ی پایانی تونل‌زنی است $b=Z_\alpha Z_d e^2/Q$. این پتانسیل به فرم زیر نوشته شده است[۱۱۳]

$$V(r)=\begin{cases} a_0(r+2(R_\alpha+R_d-R_p))^{a_1}, & a \le r \le c \\ V_C(r)+V_\ell(r)+\dfrac{\left(V_C(r)-V_C(c')\right)}{\left(V_C(c)-Q\right)^2}V_N^2(r)+ & \\ \qquad \dfrac{\left(V_C(r)-V_C(c')\right)}{4\left(V_C(c)-Q\right)}V_N(r)\left(\dfrac{r-c}{c'-c}\right), & c \le r \le c' \\ V_C(r)+V_\ell(r), & c' \le r \le b \end{cases} \qquad (۱۸-۳)$$

که انرژی پتانسیل مرکزگرا به فرم معادله‌ی مشخص $V_\ell(r)=\ell(\ell+1)\hbar^2/2I$ می‌باشد که در آن $I=m_\mu r^2$ و ℓ تکانه‌ی زاویه‌ای است که توسط ذره یا خوشه آلفا حمل می‌شود. پتانسیل هسته‌ای وودز-ساکسون به فرم معادله زیر در نظر گرفته شده است [۱۳۷]

$$V_N(r)=\frac{V_0}{1+\exp(\frac{r-R_d}{d})}, \qquad (۱۹-۳)$$

که در آن $V_0 = -(۵۰-۳۲(N_d-Z_d)/A_d)$، پارامتر R_d شعاع هسته‌ی دختر است و پارامتر پخشیدگی برابر با d=۰,۶۷ (fm) است. ضرایب مجهول پتانسیل معادله‌ی ۳-۱۸ از شرایط مرزی V (a) = Q و V (r) =V (c) بدست آمده‌اند. وقتی اثرات دمایی در نظر گرفته می‌شود، پارامتر شعاع هسته در حالت برانگیخته از رابطه‌ی زیر تبعیت می‌کند [۱۰۵]

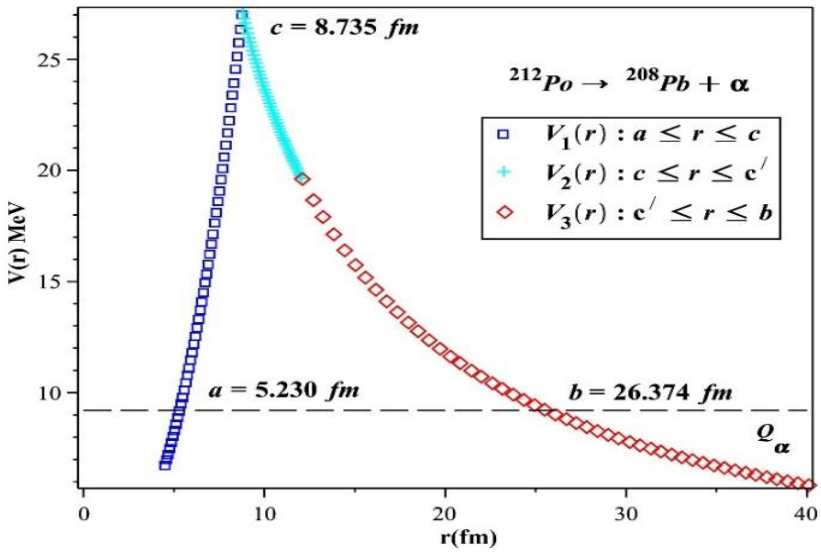
$$R_i(T)=(1.28A_i^{1/3}-0.76+0.8A_i^{-1/3})(\sum_{j=0}^{4}\rho_j\exp(-jT)).\ \ (fm) \qquad (۲۰-۳)$$

که در آن ضرایب ρ_0، ρ_1، ρ_2، ρ_3 و ρ_4 بصورت معادله (۳-۱۲) هستند. انرژی واپاشی آلفا و جرم کاهیده‌ی سیستم بصورت معادله‌ی زیر هستند [۲۶]

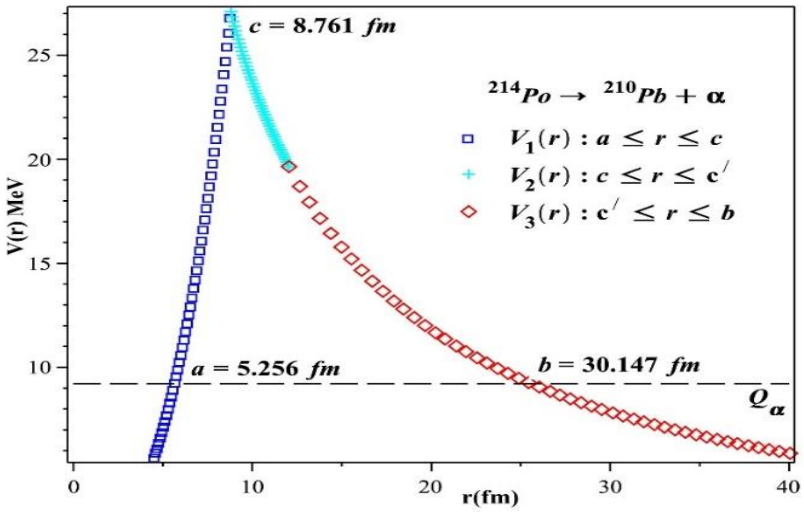
$$\begin{aligned} m_d &= A_d+\frac{\Delta M_d}{F}-(Z_d m_e-10^{-6}kZ_d^{\beta})\ (u),\\ Q_\alpha &= \Delta M_p-(\Delta M_d+\Delta M_\alpha)+10^{-6}k(Z_p^{\beta}-Z_d^{\beta})\ (MeV) \qquad (۲۱-۳)\\ m_\mu &= \frac{m_d m_\alpha}{(m_d+m_\alpha)} \end{aligned}$$

که به ترتیب، m_α = ۴,۰۰۱۵۰۶۱۷۹۱۴۴ (u) و m_e = ۰,۵۴۸۵۷۹۹۱۱×۱۰−۳ (u) جرم ذره‌ی آلفا، جرم سکون الکترون هستند. F = ۹۳۱,۴۹۴۰۰۹ (MeV/u)، برای عامل پیوستگی جرم و انرژی برقرار است و ΔM_α = ۲,۴۲۴۹۸۷۸۳ (MeV). شعاع ذره‌ی-α توسط مرجع [۱۱۵] R_α = (۱,۶۲ ± ۰,۰۱) (fm) گزارش شده است. پارامتر ΔM_d، جرم-اضافه‌ی اتمی، محاسبه

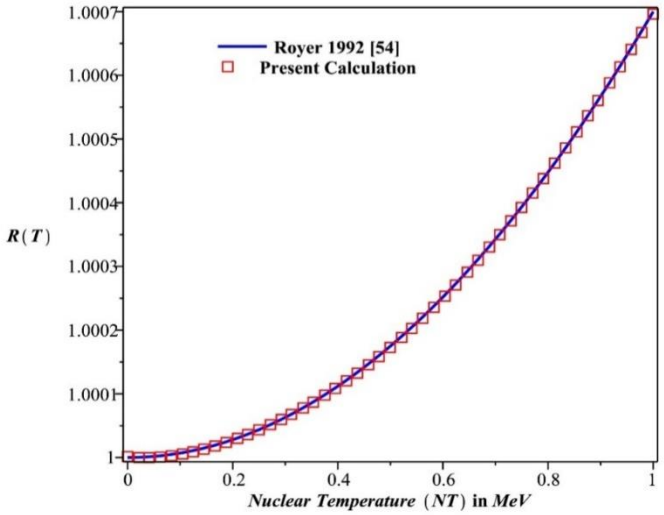
شده است[۸۹]. کمیت A_d و Z_d به ترتیب، معرف عدد جرمی و اتمی هسته‌ی دختر هستند، کمیت kZ^{β} انرژی بستگی کل الکترون‌های Z اتم را نشان می‌دهد که مقادیر ثابت k=۸,۷ (eV) و β=۲,۵۱۷ برای هسته‌های با عدد اتمی در بازه‌ی Z≥۶۰ و k=۱۳,۶ (eV) و β=۲,۴۰۸ برای Z<۶۰، گزارش شده است[۱۱۶]. برای محاسبه‌ی احتمال نفوذپذیری در حالت برانگیخته از معادله‌ی (۳-۱۳) و به دنبال آن از معادلات (۳-۱۴)، (۳-۱۶) و (۳-۱۷) استفاده نموده‌ایم. همچنین، .P احتمال پیش‌تشکیل آلفا در سطح هسته‌ی مادر بر اساس مدل UFM برابر یک یعنی P.=۱ در نظر گرفته شده است [۶۳]. بسامد برخورد بصورت معادله‌ی $\nu_0 = \upsilon / 2a = \sqrt{2Q/m_\mu} / 2a$ در نظر گرفته شده است که در آن v سرعت نسبی محصولات واپاشی است، پارامتر $a=R_p-R_\alpha$ (fm) اختلاف شعاع هسته‌ی مادر و ذره‌ی-α را نشان می‌دهد. نمودار (۳-۵) و (۳-۶) به ترتیب، V(r) بر حسب فاصله‌ی مراکز محصولات واپاشی، برای مد واپاشی $^{۲۱۲}Po \rightarrow ^{۲۰۸}Pb+\alpha$ و $^{۲۱۴}Po \rightarrow ^{۲۱۰}Pb+\alpha$ در سه ناحیه نشان داده است. در نمودار ۳-۷ فرم نمایی جدید شعاع [۱۱۲] و فرم رویر [۱۰۲] در بازه‌ی دمای هسته‌ای $0 \le T \le 1MeV$ مقایسه شده است و نشان می‌دهد که در توافق بسیارخوبی هستند.



نمودار ۳-۵ پتانسیل برحسب فاصله.



نمودار ۳-۶ پتانسیل برحسب فاصله: سد پتانسیل شامل سه قسمت: ناحیه‌ی I، ناحیه‌ی همپوشانی است $a \leq r \leq c$. ناحیه‌ی II، یعنی $c \leq r \leq c'$. که در آن $c' \approx 9-12(fm)$. ناحیه‌ی III، بازه‌ی $c' \leq r \leq b$.



نمودار ۳-۷ مقایسه‌ی شعاع وابسته به دما R(T) بر حسب دمای هسته‌ای در یکای MeV

نتایج بدست آمده برای نیمه عمر هسته‌های زوج-زوج در جدول ۳-۲ گزارش شده است. ستون سوم و چهارم به ترتیب، مقادیر لگاریتم نیمه عمر مرجع [۱۱۳] و [۱۱۲] را نشان می‌دهد. همچنین این مقادیر را برای مدل‌های SemFIS و APF در ستون پنجم و ششم به ترتیب، محاسبه نموده‌ایم و در ستون هفتم داده‌های تجربی بر حسب ثانیه، نشان داده شده است. مقادیر دمای هسته‌ای در ستون هشتم ارائه شده است.

جدول ۳-۲ نیمه عمرهای محاسبه شده برای هسته‌های زوج-زوج با پتانسیل وودز-ساکسون

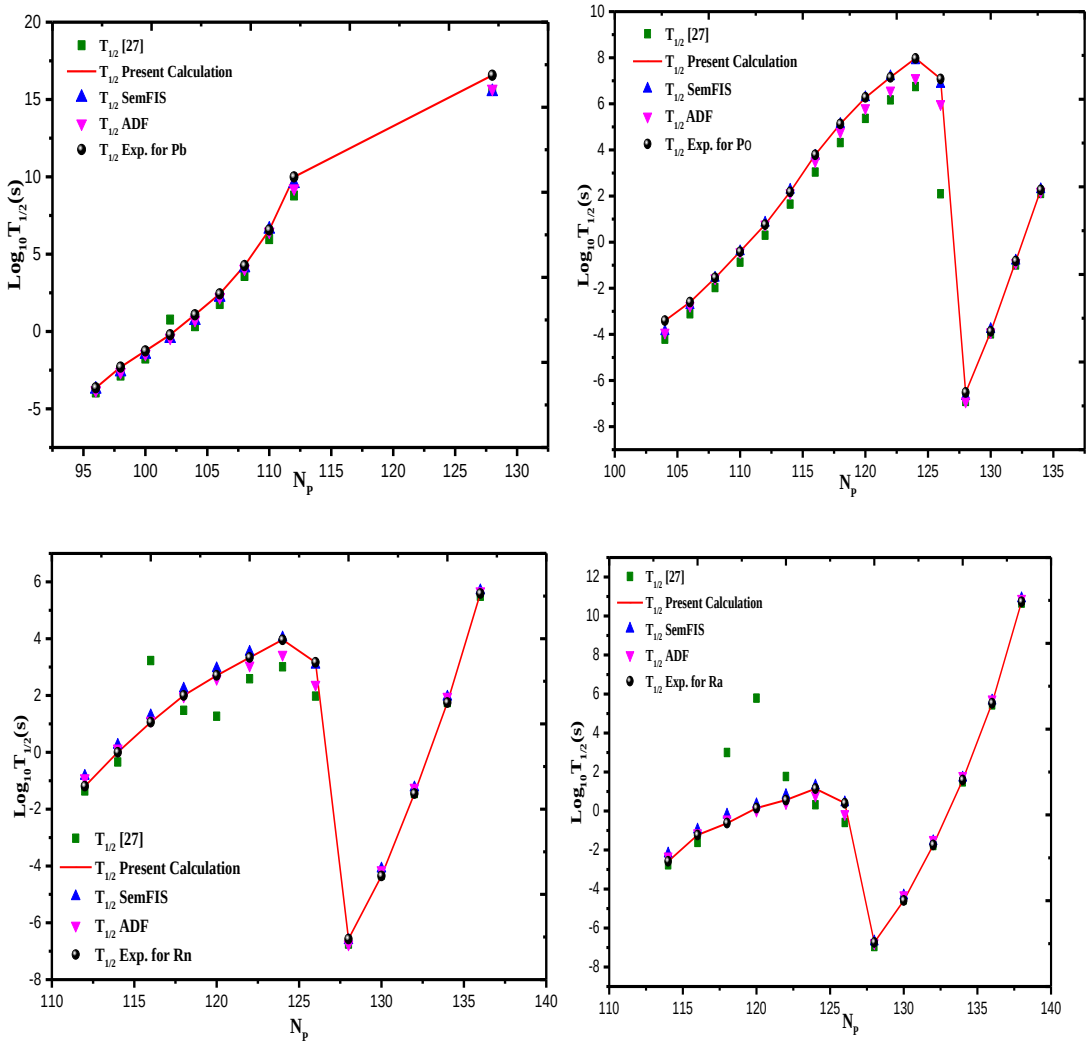
nuclei	Q_α (MeV)	$\log_{۱۰}T^{۱/۲}(s)$					Temp (MeV)
		[۱۳۶]	our	SemFIS	APF	exp	
^{۱۷۸}Pb	۷,۷۹۰	-۳,۹۵	-۳,۶۴	-۳,۷۳	-۳,۷۹	−۳,۶۴	۰,۷۶۴
^{۱۸۰}Pb	۷,۴۱۵	-۲,۸۵	-۲,۳۰	-۲,۶۱	-۲,۶۱	−۲,۳۰	۰,۷۶۴
^{۱۸۲}Pb	۷,۰۶۶	-۱,۷۵	-۱,۲۶	-۱,۴۸	-۱,۴۳	−۱,۲۶	۰,۷۴۸
^{۱۸۴}Pb	۶,۷۷۴	۰,۷۷	-۰,۲۱	-۰,۴۵	-۰,۳۹	−۰,۲۱	۰,۶۶۱
^{۱۸۶}Pb	۶,۴۶۹	۰,۳۴	۱,۰۸	۰,۷۰	۰,۷۵	۱,۰۸	۰,۷۳۰
^{۱۸۸}Pb	۶,۱۰۸	۱,۷۷	۲,۴۳	۲,۲۰	۲,۲۲	۲,۴۳	۰,۷۰۷
^{۱۹۰}Pb	۵,۶۹۷	۳,۵۹	۴,۲۶	۴,۱۰	۴,۰۶	۴,۲۶	۰,۶۸۳
^{۱۹۲}Pb	۵,۲۲۰	۵,۹۷	۶,۵۶	۶,۶۱	۶,۴۶	۶,۵۶	۰,۶۴۹
^{۱۹۴}Pb	۴,۷۳۸	۸,۷۹	۹,۹۹	۹,۵۵	۹,۲۵	۹,۹۹	۰,۶۳۳
^{۲۱۰}Pb	۳,۷۹۲	۱۵,۵	۱۶,۵	۱۵,۵	۱۵,۷	۱۶,۵۷	۰,۵۳۶
^{۱۸۸}Po	۸,۰۸۲	-۴,۲۱	-۳,۴۰	-۳,۸۷	-۳,۹۱	−۳,۴۰	۰,۷۷۲
^{۱۹۰}Po	۷,۶۹۳	-۳,۱۱	-۲,۶۰	-۲,۷۳	-۲,۷۵	−۲,۶۰	۰,۷۴۹
^{۱۹۲}Po	۷,۳۱۹	-۱,۹۷	-۱,۵۵	-۱,۵۵	-۱,۵۵	−۱,۵۴	۰,۷۴۳
^{۱۹۴}Po	۶,۹۸۷	−۰,۸۷	-۰,۴۰	-۰,۴۰	-۰,۴۲	−۰,۴۱	۰,۷۲۲
^{۱۹۶}Po	۶,۶۵۶	۰,۳۰	۰,۷۶	۰,۸۳	۰,۷۷	۰,۷۶	۰,۷۰۶
^{۱۹۸}Po	۶,۳۰۹	۱,۶۵	۲,۱۸	۲,۲۶	۲,۱۳	۲,۱۸	۰,۶۹۲
^{۲۰۰}Po	۵,۹۸۱	۳,۰۴	۳,۷۹	۳.۷۳	۳,۵۲	۳,۷۹	۰,۶۸۱
^{۲۰۲}Po	۵,۷۰۱	۴,۳۲	۵,۱۳	۵,۱۱	۴,۷۹	۵,۱۳	۰,۶۶۵
^{۲۰۴}Po	۵,۴۸۵	۵,۳۷	۶,۲۷	۶,۲۷	۵,۸۱	۶,۲۸	۰,۶۵۳
^{۲۰۶}Po	۵,۳۲۶	۶,۱۷	۷,۱۵	۷,۱۸	۶,۵۸	۷,۱۵	۰,۶۴۳
^{۲۰۸}Po	۵,۲۱۵	۶,۷۵	۷,۹۷	۷,۸۸	۷,۱۲	۷,۹۷	۰,۶۴۰
^{۲۱۰}Po	۵,۴۰۷	۲,۱۰	۷,۰۸	۶,۸۵	۵,۹۹	۷,۰۸	۰,۶۵۴
^{۲۱۲}Po	۸,۹۵۴	-۶,۹۱	-۶,۵۲	-۶,۶۷	-۶,۸۹	−۶,۵۲	۰,۷۰۱
^{۲۱۴}Po	۷,۸۳۳	-۳,۹۸	-۳,۸۹	-۳,۷۷	-۳,۹۰	−۳,۸۷	۰,۶۸۲
^{۲۱۶}Po	۶,۹۰۶	-۰,۹۹	-۰,۸۲	-۰,۸۰	-۰,۸۹	−۰,۸۲	۰,۶۶۴
^{۲۱۸}Po	۶,۱۱۴	۲,۱۱	۲,۲۷	۲,۲۹	۲,۲۰	۲,۲۷	۰,۶۳۴
^{۱۹۸}Rn	۷,۳۴۹	-۱,۳۶	-۱,۱۹	-۰,۸۳	-۰,۹۰	−۱,۱۹	۰,۷۱۴
^{۲۰۰}Rn	۷,۰۴۳	-۰,۳۴	۰,۰۰	۰,۲۵	۰,۱۴	۰	۰,۶۹۰
^{۲۰۲}Rn	۶,۷۷۳	۳,۲۳	۱,۰۵	۱,۲۹	۱,۱۱	۱,۰۶	۰,۷۰۰
^{۲۰۴}Rn	۶,۵۴۵	۱,۴۸	۲,۰۰	۲,۲۳	۱,۹۷	۲,۰۰	۰,۶۹۱
^{۲۰۶}Rn	۶,۳۸۴	۱,۲۷	۲,۷۰	۲,۹۵	۲,۵۹	۲,۷۱	۰,۶۸۴
^{۲۰۸}Rn	۶,۲۶۰	۲,۵۹	۳,۳۳	۳,۵۳	۳,۰۶	۳,۳۴	۰,۶۸۰
^{۲۱۰}Rn	۶,۱۵۹	۳,۰۱	۳,۹۶	۴,۰۳	۳,۴۴	۳,۹۶	۰,۶۷۹
^{۲۱۲}Rn	۶,۳۸۴	۱,۹۸	۳,۱۶	۳,۰۷	۲,۳۸	۳,۱۷	۰,۶۹۳

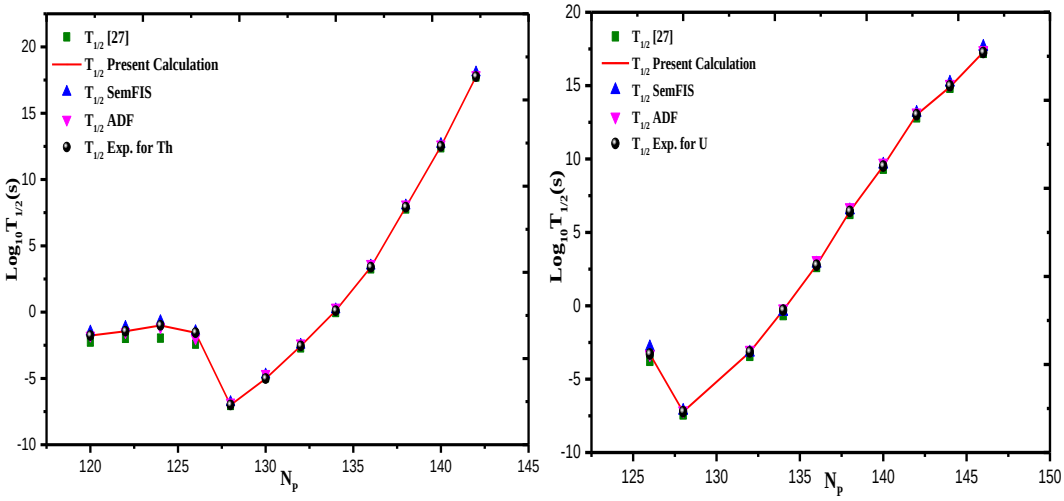
ادامه جدول ۳-۲.

^{214}Rn	۹,۲۰۸	-۶,۷۵	-۶,۵۷	-۶,۶۱	-۶,۷۵	-۶,۵۷	۰,۷۰۱
^{216}Rn	۸,۲۰۰	-۴,۳۲	-۴,۳۵	-۴,۰۹۶	-۴,۱۴۲	−۴,۳۵	۰,۶۸۲
^{218}Rn	۷,۲۶۲	-۱,۴۵	-۱,۴۵	-۱,۲۴۲	-۱,۲۳۸	−۱,۴۵	۰,۶۶۶
^{220}Rn	۶,۴۰۴	۱,۷۵	۱,۷۵	۱,۹۵۲	۱,۹۶۴	۱,۷۵	۰,۵۶۳
^{222}Rn	۵,۵۹۰	۵,۴۹	۵,۵۹	۵,۶۹۶	۵,۶۷۴	۵,۵۹۰	۰,۶۰۳
^{202}Ra	۸,۰۱۹	-۲,۷۶	-۲,۵۸	-۲,۱۸۸	-۲,۳۲۵	−۲,۵۸	۰,۷۲۴
^{204}Ra	۷,۶۳۵	-۱,۶۱	-۱,۲۳	-۰,۹۵۹	-۱,۱۳۲	−۱,۲۳	۰,۷۲۱
^{206}Ra	۷,۴۱۵	۳,۰۰	-۰,۶۲	-۰,۱۹۲	-۰,۴۲۵	−۰,۶۲	۰,۷۰۹
^{208}Ra	۷,۲۷۳	۵,۷۹	۰,۱۵	۰,۳۳۶	۰,۰۲۹	۰,۱۵	۰,۷۱۴
^{210}Ra	۷,۱۵۱	۱,۷۷	۰,۵۶	۰,۸۱۰	۰,۴۱۵	۰,۵۶	۰,۷۱۰
^{212}Ra	۷,۰۳۱	۰,۳۲	۱,۱۴	۱,۲۹۸	۰,۸۰۱	۱,۱۵	۰,۵۶۰
^{214}Ra	۷,۲۷۳	-۰,۵۹	۰,۴۰	۰,۴۳۸	-۰,۱۴۹	۰,۴۰	۰,۷۱۶
^{216}Ra	۹,۵۲۶	-۶,۹۵	-۶,۷۳	-۶,۷۰۰	-۶,۷۶۹	−۶,۷۴	۰,۷۰۱
^{218}Ra	۸,۵۴۵	-۴,۵۶	-۴,۵۹	-۴,۳۳۷	-۴,۳۱۳	−۴,۵۹	۰,۶۵۰
^{220}Ra	۷,۵۹۲	-۱,۷۷	-۱,۷۴	-۱,۵۵۷	-۱,۴۷۳	−۱,۷۴	۰,۶۳۹
^{222}Ra	۶,۶۷۸	۱,۴۹	۱,۵۹	۱,۷۰۳	۱,۸۰۷	۱,۵۹	۰,۶۴۹
^{224}Ra	۵,۷۸۸	۵,۴۴	۵,۵۳	۵,۶۵۷	۵,۷۳۵	۵,۵۳	۰,۶۰۸
^{226}Ra	۴,۸۷۰	۱۰,۶۶	۱۰,۷	۱۰,۹۰۱	۱۰,۸۹۳	۱۰,۷۳	۰,۵۵۴
^{210}Th	۸,۰۵۲	-۲,۲۶	-۱,۷۷	-۱,۴۷۴	-۱,۷۶۲	−۱,۷۷	۰,۷۲۶
^{212}Th	۷,۹۵۲	-۱,۹۸	-۱,۴۴	-۱,۱۳۰	-۱,۴۸۹	−۱,۴۴	۰,۷۲۲
^{214}Th	۷,۸۲۶	-۱,۹۶	-۱,۰۰	-۰,۶۸۹	-۱,۱۳۱	−۱,۰۰	۰,۷۱۹
^{216}Th	۸,۰۷۰	-۲,۴۲	-۱,۵۵	-۱,۴۴۴	-۱,۹۶۹	−۱,۵۵	۰,۷۲۹
^{218}Th	۹,۸۴۹	-۷,۰۴	-۷,۰۰	-۶,۷۹۲	-۶,۸۰۷	−۷,۰۰	۰,۶۹۶۰
^{220}Th	۸,۹۵۳	-۴,۹۶	-۵,۰۱	-۴,۷۱۹	-۴,۶۴۴	−۵,۰۱	۰,۶۹۰
^{222}Th	۸,۱۲۷	-۲,۷۰	-۲,۵۵	-۲,۴۷۴	-۲,۳۴۲	−۲,۵۵	۰,۶۸۹
^{224}Th	۷,۲۹۸	-۰,۰۳	۰,۱۱	۰,۱۹۵	۰,۳۵۶	۰,۱۱	۰,۶۶۹
^{226}Th	۶,۴۵۰	۳,۲۶	۳,۳۹	۳,۴۹۳	۳,۶۵۱	۳,۳۹	۰,۶۳۷
^{228}Th	۵,۵۲۰	۷,۷۸	۷,۹۳	۸,۰۲۹	۸,۱۳۵	۷,۹۲	۰,۵۸۹
^{230}Th	۴,۷۶۹	۱۲,۳۹	۱۲,۵	۱۲,۶۶۸	۱۲,۶۶۵	۱۲,۵۱	۰,۵۴۴
^{232}Th	۴,۰۸۱	۱۷,۷۳	۱۷,۷	۱۸,۰۶۳	۱۷,۸۸۷	۱۷,۷۶	۰,۰۰۵
^{218}U	۸,۷۸۶	-۳,۷۶	-۳,۲۹	-۲,۸۲۱	-۳,۳۱۱	−۳,۲۹	۰,۷۱۹
^{220}U	۱۰,۲۹	-۷,۴۱	-۷,۲۲	-۷,۱۴۶	-۷,۱۳۵	−۷,۲۲	۰,۷۰۵
^{224}U	۸,۶۱۹	-۳,۴۲	-۳,۱۵	-۳,۱۸۲	-۳,۰۱۱	−۳,۱۵	۰,۶۳۹
^{226}U	۷,۷۰۰	-۰,۶۴	-۰,۳۰	-۰,۴۰۹	-۰,۱۸۸	−۰,۳۰	۰,۶۸۷
^{228}U	۶,۸۰۳	۲,۶۴	۲,۷۶	۲,۸۷۸	۳,۱۱۰	۲,۷۶	۰,۶۴۸
^{230}U	۵,۹۹۳	۶,۲۵	۶,۴۳	۶,۵۱۲	۶,۷۰۹	۶,۴۳	۰,۶۱۲

ادامه جدول ۳-۲.

^{۲۳۲}U	۵,۴۱۳	۹,۳۳	۹,۵۲	۹,۶۲۴	۹,۷۴۵	۹,۵۲	۰,۵۷۸
^{۲۳۴}U	۴,۸۵۷	۱۲,۸۳	۱۳,۰	۱۳,۱۵۴	۱۳,۱۶۳	۱۳,۰۲	۰,۵۴۶
^{۲۳۶}U	۴,۵۷۳	۱۴,۸۵	۱۴,۹	۱۵,۲۱۷	۱۵,۱۱۱	۱۴,۹۹	۰,۰۲۰
^{۲۳۸}U	۴,۲۶۹	۱۷,۲۳	۱۷,۲	۱۷,۶۵۶	۱۷,۴۰۹	۱۷,۲۶	۰,۰۱۰





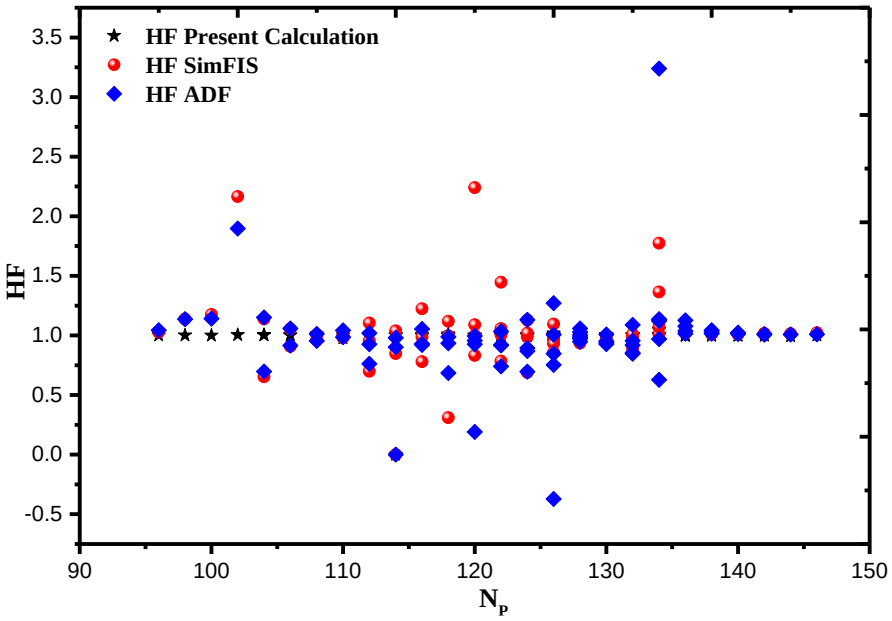
نمودار ۳-۸ مقایسه‌ی بین $\log_{۱۰}(T_{۱/۲}(s))$ محاسبه شده و داده‌های تجربی بر حسب اعداد نوترونی هسته‌ی مادر برای ایزوتوپ‌های زوج-زوج Th, Ra, Rn, Pb, Po و U

نمودار ۳-۸ مقایسه‌ی بین $\log_{۱۰}(T_{۱/۲}(s))$ محاسبه شده بر حسب اعداد نوترونی هسته‌ی مادر با داده‌های تجربی برای ایزوتوپ‌های زوج-زوج Th, Ra, Rn, Pb, Po و U را نشان می‌دهند. همچنین قانون گایگر-ناتال برای آنها صادق است [۳]. رفتار افزایشی با افزایش اعداد نوترونی برای ایزوتوپ‌های Pb، Po، Rn، و Ra قبل از اعداد جادویی N_p=۱۲۶ مشاهده می‌شود. مقدار مینیمم در N_p=۱۲۸ برای Po، Rn، Th، U و Ra اتفاق می‌افتد. بعد از N_p=۱۲۸ افزایش ناگهانی مشاهده می‌شود. در واقع با افزایش اعداد نوترونی، هسته‌ها سنگین‌تر و ناپایدارتر خواهند شد. همچنین مشاهده می‌کنیم با مقایسه‌ی کار تحقیقاتی [۱۱۳] و مرجع [۱۱۲] در حالت برانگیخته نتایج بهتری بدست آوردیم و به این معنا است که با در نظر گرفتن اثرات دما، نیمه عمر کاهش یافته است. همچنین با فرمول Akrawy-Dorin (ADF) [۹۳]، که معرف فرمول اصلاح شده‌ی رویر با در نظر گرفتن ترم عدم تقارن می‌باشد، نیمه عمر ایزوتوپ‌های موردنظر را بررسی نمودیم. با استفاده از فرمول نیمه تجربی SemFIS از مرجع [۶۴]، که بر اساس نظریه‌ی شکافت در مورد واپاشی آلفازا شکل

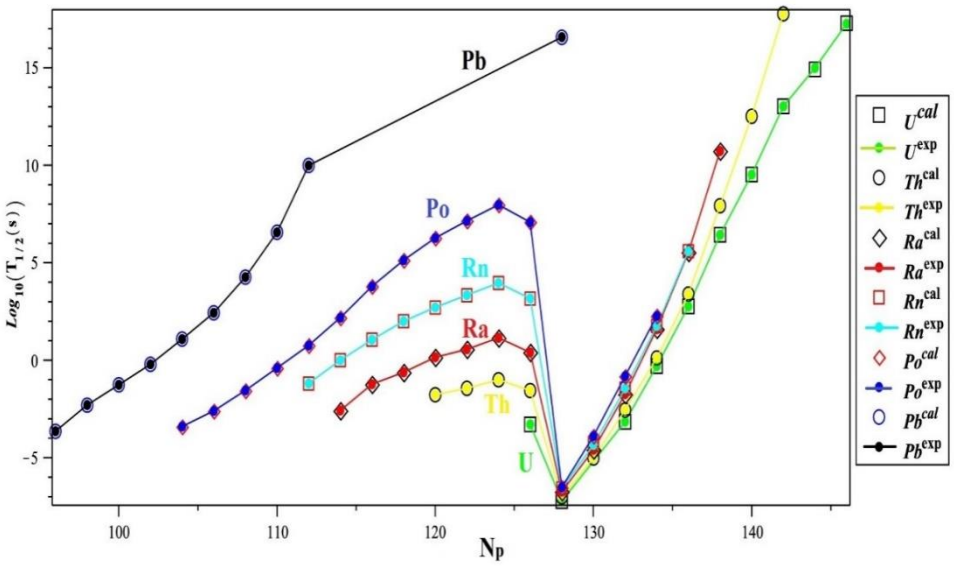
گرفتهاست، نتایج آن را مورد مططالعه قرار دادیم. در ادامه، برای مقایسه‌ی نتایج بدست آمده، از فاکتور ممانعت (HF) به صورت زیر استفاده شده است

$$Hf = \frac{T_{1/2}^{\exp}(s)}{T_{1/2}^{cal}(s)} \qquad (۲۲-۳)$$

مقدار Hf هر چقدر نزدیک به یک باشد، مدل در نظر گرفته شده به مقدار تجربی نزدیکتر خواهد بود. این مقدار بر حسب عدد پروتونی هسته‌ی مادر در نمودار ۳-۹ رسم شده است. همچنین برای مقایسه‌ی مقادیر بدست آمده با داده‌های تجربی، در نمودار ۳-۱۰ لگاریتم نیمه عمر بر حسب اعداد نوترونی هسته‌ی مادر برای ایزوتوپ‌های هسته‌ی زوج-زوج Pb، Po، Rn، Ra، Th و U نشان داده شده است که در توافق بسیار خوبی با داده‌های تجربی هستند. به وضوح کاهش ناگهانی در عدد جادویی و پایداری در این نقطه مشخص شده است.



شکل ۳-۹ رسم نمودار Hf



شکل ۳-۱۰ مقایسه‌ی بین نیمه عمر محاسبه شده با داده‌های تجربی برای هسته‌های زوج-زوج

در نهایت، مقدار انحراف استاندارد محاسبه شده است که در جدول ۳-۳ نتایج بدست آمده نشان داده شده است. همانطور ملاحظه می‌نمائید با توجه به نتایج بدست آمده در جدول ۳-۳ کمترین مقدار σ مربوط به پتانسیل وابسته به دما یعنی هسته در حالت برانگیخته می‌باشد. بعد از آن مدل SemFIS است. چون در این فرمول اثرات مربوط به اعداد جادویی و لایه‌های بسته لحاظ می‌شود.

جدول ۳-۳ مقایسه پارامتر انحراف استاندارد برای مدل‌های مختلف

Models	σ
Ref. [۴۰]	۱,۱۶۱
Present Calculation	۰,۰۱۱
SemFIS Formula	۰,۲۴۶
ADF Formula	۰,۳۲۶

فصل ۴

اثرات ایزواسپین و تکانه زاویه‌ای در نیمه‌عمر واپاشی آلفازا

۴-۱ اثر ایزواسپینی در واپاشی آلفا

در سال ۱۹۳۲، عبارت ایزواسپین برای توضیح تقارن نوترون، توسط ورنر هایزنبرگ معرفی شد[۱۱۷]، این پدیده اولین بار در واپاشی هسته‌ای مشاهده شد. این اثر هنوز ابزار مهمی برای مطالعه‌ی ساختار هسته‌ای بکار می‌رود. در فیزیک هسته‌ای و فیزیک ذرات، ایزواسپین I عدد کوانتومی است که به برهم‌کنش قوی مربوط می‌شود. عبارت ایزواسپین بر گرفته از مفاهیم و قواعد اسپین است، چون از نظر ریاضیات، تعریف مکانیک کوانتومی ایزواسپین، مشابه با قواعد بردارهای تکانه‌ی زاویه‌ای است. اگر نیروی هسته‌ای قوی را به تنهایی در نظر بگیریم، تقارن بین پروتون‌ها و نوترون‌ها معتبر باقی می‌ماند. وقتی پروتون‌ها و نوترون‌ها را به صورت دو حالت متفاوت از یک ذره منفرد، یعنی نوکلئون، در نظر می‌گیریم. به هر نوکلئون یک بردار اسپین فرضی به نام ایزواسپین نسبت می‌دهیم که دو حالت واگن هسته‌ای نوکلئون به صورت ایزواسپین بالا (برای پروتون) و ایزواسپین پایین (برای نوترون) هستند. برای دستگاهی متشکل از چند نوکلئون، ایزواسپین از قواعد جفت‌شدگی مشابه با قواعد بردارهای تکانه زاویه‌ای معمولی پیروی می‌کند. همچنین می‌توان اثر عدم تقارن ایزواسپین در واپاشی آلفا، را در مقادیر Q [۱۱۸] و در پتانسیل [۱۱۹] مشاهده نمود.

۴-۲ عملکرد اثرات ایزواسپین

پتانسیل چاه مربعی[۱] (SW)، پتانسیل وودز-ساکسون[۲] (WS)، پتانسیل بر اساس مدل نیروی اسکایم[۳] (SF) و فرمول تجربی اصلاح شده‌ی ویولا-سیبورگ به نیمه عمر واپاشی آلفا، عدد پروتونی و مقدار Q بستگی دارند. در همه‌ی مدل‌ها، ترم نامتقارن ایزواسپین ظاهر می‌شود. در مدل خوشه‌ای-α، ذره‌ی α با هسته‌ی مرکزی[۴] واکنش می‌کند که بعد از

[۱]Square well potential [۲]Woods-Saxon [۳] Skyrme forse [۴]core nucleas

واپاشی، هسته‌ی دختر از طریق برهم‌کنش هسته‌ای قوی و برهم‌کنش کولنی بوجود می-آید. پتانسیل ذره‌ی آلفا که توسط هسته‌ی مرکزی بوجود می‌آید

$$V_\alpha(r) = V_N(r) + V_C(r) + V_L(r) \qquad (۱-۴)$$

جمله اول، دوم و سوم به ترتیب، معرف پتانسیل هسته‌ای، کولنی و سد مرکزگرا می‌باشند.

۴-۲-۱ اثرات ایزواسپینی در پتانسیل چاه مربعی برای ذره‌ی آلفا

ساده‌ترین پتانسیل هسته‌ای ذره‌ی α برای محاسبه‌ی نیمه عمر واپاشی α ، پتانسیل SW است[۱۲۰]. در پتانسیل SW فرض می‌شود که لبه‌های تیز، مانند مدل قطره مایعی (با چگالی یکنواخت) می‌باشند، پتانسیل هسته‌ای برای ذره‌ی α ثابت و جاذب است.

$$V_N(r) = \begin{cases} V_0 & for \quad r < R \\ 0 & for \quad r \geq R \end{cases} \qquad (۲-۴)$$

که R شعاع هسته‌ی مرکزی است و V.<۰. پتانسیل کولنی به صورت زیر خواهد بود

$$V_C(r) = \begin{cases} \dfrac{Z_1 Z_2 e^2}{R} & for \quad r < R \\ \dfrac{Z_1 Z_2 e^2}{r} & for \quad r \geq R \end{cases} \qquad (۳-۴)$$

که در آن $Z_۱$=۲ و $Z_۲$=Z-۲ است. شعاع R هسته‌ی مرکزی از شرط کوانتیزه‌ی بوهر-سامرفلد[۱] (پیوست ب) بدست می‌آید.

$$\int_{r_1}^{r_2} dr\, k(r) = (n + \frac{1}{2})\pi = (G - \ell + 1)\frac{\pi}{2} \qquad (۴-۴)$$

که در آن G به عدد نوترونی N وابسته است

[۱] Bohr-Sommerfeld

$$G=\begin{cases}20 & for \quad N\le 82\\ 22 & for \quad 82<N\le 126\\ 24 & for \quad 126<N\end{cases}$$

سد مرکزگرا به صورت زیر نوشته می‌شود

$$V_L=\frac{\hbar^2}{2m_\mu r^2}\ell(\ell+1) \qquad (۵-۴)$$

که در آن ℓ تکانه‌ی زاویه‌ای مداری نسبی بین هسته‌ی مرکزی و ذره‌ی آلفا است. با در نظر گرفتن اثرات ایزواسپین، پتانسیل هسته‌ای تعمیم یافته ذره‌ی آلفا برای r<R به معادله‌ی زیر تبدیل می‌شود

$$V_N(r)=V_0+V_1I+V_2I^2 \qquad (۶-۴)$$

که I=(N-Z)/A=(N-Z)/(N+Z) است. Z عدد پروتونی می‌باشد و A=N+Z. ثابت‌های V_1 و V_2 وابسته به پتانسیل هسته‌ای با ترم ایزواسپین، قابل محاسبه هستند.

۴-۲-۲ اثرات ایزواسپین در پتانسیل وودز-ساکسون برای واپاشی آلفا

مثال دیگر پتانسیل وودز-ساکسون [۱۱۴] است که دارای توزیع تابع فرمی برای چگالی نوکلئون است. این پتانسیل هسته‌ای به صورت زیر است

$$V_N(r)=\frac{V_0}{1+\exp((r-R)/a)} \qquad (۷-۴)$$

که در آن R شعاع هسته است. با در نظرگرفتن ترم نامتقارن ایزواسپین، فرم تصحیح شده‌ی پتانسیل به شکل زیر خواهد بود [۱۲۱]

$$V_N(r)=\frac{1}{1+\exp((r-R)/a)}(V_0+V_1+V_2I^2) \qquad (۸-۴)$$

در این مدل فرض می‌شود که توزیع بار هسته‌ی مرکزی یکنواخت باشد. بنابراین برخلاف مدل پتانسیل چاه مربعی ، رابطه‌ی زیر برقرار است

$$V_C(r)=\begin{cases}\dfrac{Z_1Z_2e^2}{2R}(3-(\dfrac{r}{R})^2) & for \quad r<R\\ \dfrac{Z_1Z_2e^2}{r} & for \quad r\geq R\end{cases} \qquad (۹-۴)$$

سد پتانسیل مرکزگرا (V_L) اصلاح شده لانگر[۱] [۱۲۲]، به فرم زیر نوشته خواهد شد

$$V_L(r)=\frac{\hbar^2}{2m_\mu r^2}(\ell+\frac{1}{2})^2 \qquad (۱۰-۴)$$

۴-۲-۳ اثر ایزواسپینی در پتانسیل بر اساس تابع چگالی انرژی اسکایم

دو مدل قبلی بر اساس عملکردهای ماکروسکوپیکی برای پتانسیل هسته‌ای ذره‌ی α برقرار هستند، اما مدل پدیدارشناختی نیروی SF ابزاری بر اساس زمینه‌ی میکروسکوپیکی می-باشد. با این شرایط پتانسیل پروتون و نوترون در هسته بعنوان تابعی از چگالی‌های پروتون و نوترون بیان خواهد شد [۱۲۳]. همانند دو مدل قبلی، فرض می‌شود که ذره‌ی α به اندازه‌ای کوچک است که مانند ذره‌ی نقطه‌گونه[۲] رفتار می‌کند. پس ذره‌ی α نقطه‌گونه در هسته‌ی در حال واپاشی با نوکلئون‌های نقطه‌گونه[۳] در هسته‌ی مرکزی برهم‌کنش می‌کند. پتانسیل ذره‌ی آلفا به صورت زیر می‌باشد

$$\begin{aligned}V_N(r)=&\, s_0(1+\frac{1}{2}\upsilon_0)\rho_N+\frac{1}{4}(s_1+s_2)(\tau_n+\tau_p)-\frac{1}{4}(3s_1-s_2)\rho''_N\\ &-(\frac{5}{4}s_1-\frac{3}{4}s_2)\frac{\rho'_N}{r}+\frac{1}{4}s_3\rho_N^{\varepsilon}(\rho_N^2+2\rho_p\rho_p)-\frac{W_0^\alpha}{2}(J'_N\\ &+\frac{2}{r}J_N)+\frac{1}{2}W_0^\alpha\frac{\rho'_N}{r}[j(j+1)-\ell(\ell+1)-\frac{3}{4}]\end{aligned} \qquad (۱۱-۴)$$

[۱] Langer [۲] Pointlike particle [۳] Pointlike nucleons

که $\rho'_N = d\rho_N / dr$ ، $\rho''_N = d^2\rho_N / dr^2$ و $\rho_N = \rho_p + \rho_n$. جرم موثر به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\frac{\hbar^2}{2m^*_\alpha} = \frac{\hbar^2}{2m_\alpha} + \frac{1}{4}(s_1 + s_2)\rho_N \qquad (۱۲-۴)$$

از آنجایی که اسپین کل ذره‌ی آلفا صفر است، یعنی $\langle\sigma_\alpha\rangle=0$، جفت‌شدگی اسپین-مدار بین ذره‌ی آلفا و هسته‌ی دختر قابل صرفنظر است. این فرآیند منجر به فرم پتانسیل موثر ذره‌ی آلفا می‌شود. بنابراین پتانسیل ذره‌ی-α برحسب تابعی از چگالی‌های پروتون و نوترون به صورت زیر بدست خواهد آمد

$$V_N = \alpha\rho_N + \beta(\rho_n^{5/3} + \rho_p^{5/3}) + \gamma\rho_N^{\varepsilon}(\rho_N^2 + 2\rho_n\rho_p) + \delta\frac{\rho'_N}{r} + \eta\rho''_N \qquad (۱۳-۴)$$

چگالی پروتون و نوترون بصورت توزیع فرمی زیر در نظر گرفته می‌شود

$$\rho_n = \frac{\rho_n^0}{1+\exp[(r-R_n)/a_n]}$$
$$\rho_p = \frac{\rho_p^0}{1+\exp[(r-R_p)/a_p]} \qquad (۱۴-۴)$$

مقادیر ρ_n^0, ρ_p^0, a_n و a_p از محاسبه‌ی توماس-فرمی با استفاده از نیروی SLy۴ تعیین می-شوند. بنابراین توزیع پروتون در پتانسیل کولنی به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$V_C(r) = 4\pi Z_1 e^2[\frac{1}{r}\int_0^r r'^2\rho_p(r')dr' + \int_r^\infty r'\rho_p(r')dr'], \qquad (۱۵-۴)$$

که در آن Z_1=۲ است. در پتانسیل موثر معادله‌ی (۴-۱۵)، اثرات عدم تقارن ایزواسپین از طریق ترم‌های برهم‌کنش β و γ اعمال شده است. پارامترهای برهمکنش α، β، γ، δ و η با مینیمم کردن انحراف استاندارد (rms) برازش شده‌اند.

۴-۲-۴ فرمول ویولا-سیبورگ

قانون گایگر-ناتال [۳]، رابطه‌ای ساده برای نیمه عمر واپاشی آلفا بر اساس عدد نوترونی و انرژی واپاشی Q ارائه می‌کند. فرمول تجربی ویولا-سیبورگ معروف به (VS)، مدل اصلاح شده‌ی قانون گایگر-ناتال است. در سال ۱۹۶۶، رابطه‌ی نیمه عمر واپاشی α به صورت زیر پیشنهاد شد[۶۸]

$$\log_{10}[T_{1/2}(s)] = \frac{(a_1 - Za_2)}{\sqrt{Q_\alpha}} - b_1 Z - b_2 + C. \qquad \text{(۴-۱۶-الف)}$$

$$a_1 = 2.42151;\ a_2 = 62.384;\ b_1 = 0.59015;\ \ b_2 = 4.2109\ \ for\ \ N < 126.$$
$$a_1 = 2.11329;\ a_2 = 48.9879;\ b_1 = 0.39004;\ \ b_2 = 16.9543\ \ for\ \ N > 126, Z > 82.$$

که در آن $T_{1/2}$ بر حسب ثانیه و Q بر حسب MeV است، Z عدد اتمی هسته مادر است. مقدار متوسط خطای مطلق $\{\sum_{i=1}^{n}[\log_{10}(T_i / T_{\exp})]^2 / (n-1)\}^{1/2}$ در هر گروه هسته‌های مورد مطالعه تقریبا صفر است. پارامتر C مقادیر ثابتی دارد. معادله‌ی فوق، برای هسته‌های زوج-زوج، زوج-فرد، فرد-زوج و فرد-فرد به صورت معادله زیر فرمول‌بندی شد[۶۸]:

$$\log_{10} T_{1/2}^{VS} = \frac{aZ + b}{\sqrt{Q_\alpha}} + cZ + d + h_{Z-N}^{VS} \qquad \text{(۴-۱۶-ب)}$$

که در فرم معادله‌ی اصلی آن پارامتر ممانعت زوج-فرد h_{Z-N} (فاکتور سدی) ظاهر می‌شود که اختلاف بین هسته‌های زوج و فرد را برآورد می‌کند. ثابت‌ها بصورت a=۱,۶۶۱۷۵، b=-۸,۵۱۶۶، c=-۰,۲۰۲۲۸ و d=-۳۳,۹۰۶۹ می‌باشند [۱۲۴]. مقدار h_{Z-N} به ترتیب ۰، ۱,۰۶۶، ۰,۷۷۲ و ۱,۱۱۴ برای هسته‌های زوج-زوج، زوج-فرد، فرد-زوج و فرد-فرد در نظر گرفته شده است. فرم معادله‌ی اصلاح شده VS [۱۲۵] با ترم عدم تقارن ایزواسپین بصورت زیر می‌توان بازنویسی نمود

$$\log_{10} T_{1/2}^{VS} = \frac{aZ+b}{\sqrt{Q_\alpha}} + cZ + d + eI + fI^2 \qquad (۱۷-۴)$$

پارامتر I نشاندهنده‌ی اثرات عدم تقارن مربوط به اعداد جرمی و اتمی است. مقادیر ثابت a، b، c، d، e و f برای هر ترکیب پاریته‌ی Z و N مختلف در جدول ۴-۱ ارائه شده است.

جدول ۴-۱ ضرایب برازش فرمول VS اصلاح شده برای معادله‌ی (۴-۱۷)

Type	a	b	c	d	e	f
even-even	۱,۵۳۴	۴,۲۰۷	- ۰,۱۸۱	- ۳۵,۵۷۹	۵,۲۸۴	- ۳۸,۱۷۱
even-odd	۱,۶۴۳	-۲,۳۳۳	- ۰,۱۸۷	- ۳۵,۲۷۸	۱,۱۹۸	- ۳۱,۲۴۰
odd-even	۱,۶۹۸	-۵,۶۷۲	- ۰,۲۲۳	- ۳۲,۰۲۹	-۱۲,۹۶۰	۳۱,۰۱۰
odd-odd	۱,۳۷۷	۱۳,۶۳۱	- ۰,۱۱۰	- ۳۹,۴۱۰	۵,۹۸۴	- ۵۲,۵۶۰

۴-۳ فرمول دنیسوف

در سال ۲۰۰۲، رابطه‌ی پتانسیل هسته‌ای با در نظر گرفتن اثرات ایزواسپین، به صورت معادله‌ی زیر، توسط دنیسوف[۱] پیشنهاد شد [۳۵]

$$V_N(r) = -1.989843\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\phi(r-R_1-R_2-2.65)[1+ 0.003525139(\frac{A_1}{A_2}+\frac{A_2}{A_1})^{3/2} - 0.4113263(I_1+I_2)] \qquad (۱۸-۴)$$

که $I_i=N_i-Z_i/A_i$، و شعاع R_i از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود

$$R_i = R_{ip}(1-\frac{3.413817}{R_{ip}^{\ 2}}) + 1.284589(I_i - \frac{0.4A_i}{A_i+200}) \qquad (۱۹-۴)$$

با در نظر گرفتن

[۱] Denisov

$$R_{ip} = 1.24A_i^{1/3}(1+\frac{1.646}{A_i} - 0.191(\frac{A_i - 2Z_i}{A_i})) \qquad (۲۰-۴)$$

تابع عمومی ϕ در معادله‌ی (۴-۱۸) از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود

$$\phi(s) = \begin{cases} 1 - s/0.7881663 + 1.229218s^2 - 0.2234277s^3 - 0.1038769s^4 - \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \\ \times(0.1844935s^2 + 0.07570101s^3) + (I_1+I_2)\times \\ (0.04470645s^2 - 0.0334687s^3) & (-5.65 \le s \le 0) \\ (1 - s^2(0.05410106\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\exp(-\frac{s}{1.76058}) - 0.539542(I_1+I_2)\times \\ \exp(-\frac{s}{2.424408})))\times\exp(-\frac{s}{0.7881663}) & (s > 0) \end{cases}$$

(۲۱-۴)

۴-۴ فرمول تحلیلی رویر (RF)

در سال ۲۰۱۰، فرمول تجربی برای نیمه عمر واپاشی آلفا هسته‌های زوج-زوج، زوج-فرد، فرد-زوج و فرد-فرد با جمله وابسته به تکانه‌ی زاویه‌ای به صورت زیر، توسط رویر مطرح شده است [۹۴]

$$\log_{10} T_{1/2}^{RF} = a + bA^{1/6}\sqrt{Z} + c\frac{Z}{\sqrt{Q_\alpha}} + d\frac{ANZ(\ell(\ell+1))^{1/4}}{Q_\alpha} + eA(1-(-1)^\ell) \quad (۲۲-۴)$$

که در آن A، Z و N به ترتیب عدد اتمی، باری و نوترونی هسته‌ی مادر هستند، مقدار Q انرژی واپاشی در واحد MeV است و ℓ تکانه‌ی زاویه‌ای ذره‌ی آلفای گسیل شده، است. پارامترهای a، b، c و d ثابت هستند. این مقادیر برای ۳۵۶ هسته مورد مطالعه قرار گرفته شده است. همچنین این ثابت‌ها در جدول (۴-۲) ارائه شده است.

جدول ۴-۲ ضرایب فرمول تحلیلی رویر

Sets	Even-Even	Even-Odd	Odd-Even	Odd-Odd	All nuclei
a	-۲۵,۳۱۹	-۲۷,۸۷۹	-۲۸,۶۴۲	-۲۸,۶۱۷	-۲۶,۴۱۳
b	-۱,۱۵۸	-۱,۰۶۹	-۱,۰۶۴۷۱	-۱,۰۵۷	-۱.۰۷۸
c	۱,۵۸۴	۱,۶۱۱	۱,۶۳۱۹۴	۱,۶۳۱	۱.۵۷۰
d	۰	۲,۳۴۳۰E-۰۶	۱.۴۹۴۸E-۰۶	۱,۹۰۰۳E-۰۶	۲,۴۸۹۵E-۰۶
e	۰	۶,۳۶۸۷E-۰۴	۱۸E-۰۴	۱۲E-۰۴	۷,۹۷۴۹E-۰۴
number	۱۳۷	۹۰	۶۶	۶۳	۳۵۶

بطور گسترده، اثرات عدم تقارن ایزواسپین هسته‌ای برای نیمه‌عمر واپاشی آلفا هسته‌های سنگین و فوق‌سنگین با مدل پتانسیل‌های هسته‌ای مختلف، مطالعه شده است.

۴-۵ اثرات ایزواسپین هسته‌ای برای نیمه عمرهای واپاشی آلفا

نیمه‌عمر واپاشی-α برای ۳۵۶ هسته‌ی زوج-زوج، زوج-فرد، فرد-زوج و فرد-فرد در محدوده‌ی عدد اتمی $۵۲ \leq Z_p \leq ۱۱۸$ تحت عنوان فرمول تحلیلی رویر تعمیم یافته، مطالعه شده است [۹۵]. ضرایب جدید برای فرمول دنیسوف و کودنکو تحت عنوان فرمول دنیسوف-کودنکو تعمیم یافته مورد بررسی قرار گرفته شده است. با محاسبه‌ی انحراف معیار مشاهده می‌شود که با در نظر گرفتن اثرات ایزواسپین، نتایج عددی بهبود یافته‌اند.

۴-۵-۱ اثرات ایزواسپین هسته‌ای برای فرمول تحلیلی رویر (MRF)

با در نظر گرفتن ترم عدم تقارن ایزواسپین فرمول تحلیلی اصلاح شده رویر[۱] (MRF) برای

[۱] The Modified analytical Royer Formula (MRF)

لگاریتم نیمه عمر واپاشی آلفا به صورت زیر ارائه شده است

$$\log_{10} T_{1/2}^{NRF} = a + bA^{1/6}\sqrt{Z} + c\frac{Z}{\sqrt{Q_\alpha}} + d\frac{ANZ(\ell(\ell+1))^{1/4}}{Q_\alpha} + eA(1-(-1)^{\ell}) + fI + gI^2 \qquad (۲۳-۴)$$

که در آن عدم تقارن ایزواسپین هسته‌ای به صورت I=(N-Z)/A است، پارامترهای ثابت a، b، c، d، e و g در جدول شماره‌ی ۴-۳ نشان داده شده است.

جدول ۴-۳: ضرایب فرمول تحلیلی رویر تعمیم‌یافته

Sets	*Even-Even*	*Even-Odd*	*Odd-Even*	*Odd-Odd*	*All nuclei*
A	-۲۶,۳۲۲۷۹	-۲۶,۳۳۲۲۲	-۳۰,۷۰۱۳۷	-۲۷,۶۰۴۱۰	-۲۶,۸۹۲۴۷
B	-۱,۱۵۹۸۵	-۱,۱۰۸۸۳	-۱,۰۲۵۳۶	-۱,۰۸۳۵۲	-۱,۰۷۴۹۴
C	۱,۵۹۲۲۷	۱,۶۰۶۶۶	۱,۶۴۶۳۷	۱,۶۲۷۰۶	۱,۵۷۳۷۰
D	۰	۲,۱۲۹۵E-۰۶	۱,۶۰۴۱E-۰۶	۱,۷۸۶۲E-۰۶	۲,۵۱۳۴E-۰۶
e	۰	۷,۴۰۳۵E-۰۴	۱۷E-۰۴	۹,۹۲۳۰E-۰۴	۷,۹۷۳۷E-۰۴
F	۱۲,۰۶۰۶۰	-۱۱,۲۷۴۷۶	۱۳,۷۳۳۲۵	-۷,۵۱۳۵۵	۴,۶۷۵۵۸
G	-۴۱,۶۶۳۲۸	۴۹,۲۴۱۲۱	-۵۵,۶۰۵۶۵	۳۴,۲۰۶۴۹	-۱۷,۳۳۲۹۴

۴-۵-۲ فرمول تعیمم یافته‌ی دنیسوف-کودنکو(MDK)

در سال ۲۰۰۹، مجموعه‌ی روابط برای محاسبه‌ی نیمه عمر گذار آلفا، توسط دنیسوف و کودنکو، پیشنهاد شده است[۱۲۶]. همچنین، مجموعه ضرایب a، b، c ، d، e، f و g ، برای فرمول دنیسوف و کودنکو تعمیم‌یافته[۱] (MDKF) در جدول شماره‌ی ۴-۴ ارائه شده است.

[۱]The Modified Denisov-Khudenko Formula

جدول- (۴-۴) ضرایب فرمول دنیسوف-کودنکو تعمیم‌یافته

Sets	Even-Even	Even-Odd	Odd-Even	Odd-Odd	All nuclei
a	-۲۶,۴۶۸۰۱	-۲۷,۳۴۱۷۶	-۳۲,۰۷۶۶۸	-۲۸,۲۴۲۰۵	-۲۷,۷۸۴۵
b	-۱,۱۵۷۹۵	-۱,۱۰۳۲۷	-۱,۰۰۲۱۲	-۱,۰۹۱۴۵	-۱,۰۶۰۲۳
c	۱,۵۹۲۲۶	۱,۶۴۸۷۲	۱,۶۸۹۰۱	۱,۶۴۶۶۲	۱,۵۹۵۸۵
d	۰	۱,۲۶۲۵۷	۰,۹۳۱۳۲	۰,۸۶۶۶۶	۱,۴۱۸۴۳
e	۰	-۰,۰۲۷۹۸	-۰,۱۹۸۵۷	-۰,۱۴۹۴۰	-۰,۰۲۴۵۱
f	۱۲,۱۹۵۰۳	-۱۹,۹۸۱۹۴	۴,۴۸۴۷۷	-۶,۲۳۴۱۰	۱,۲۵۹۴۴
g	-۴۱,۸۲۶۷۶	۷۹,۳۸۹۵۶	-۲۴,۸۰۴۷۳	۳۰,۹۴۶۵۴	-۶,۸۰۹۹۵
Number	۱۳۷	۹۰	۶۶	۶۳	۳۵۶

برای محاسبه نیمه عمر واپاشی آلفا از قاعده‌ی گزینش اسپین-پاریته استفاده شده است. همچنین برای بررسی دقیق‌تر بین مقادیر محاسبه شده و داده‌های تجربی [۱۲۷]، انحراف میانگین $\bar{\delta}$ و انحراف استاندارد $\sqrt{\bar{\delta}^2}$ محاسبه شده‌اند که به ترتیب از رابطه‌ی زیر تبعیت می‌کنند

$$\bar{\delta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\log_{10}\left(T_{1/2,i}^{cal.}\right) - \log_{10}\left(T_{1/2,i}^{\exp.}\right)\right| \qquad (۲۴-۴)$$

و همچنین برای انحراف معیار داریم

$$\sqrt{\bar{\delta}^2} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\log_{10}\left(T_{1/2,i}^{cal.}\right) - \log_{10}\left(T_{1/2,i}^{\exp.}\right)\right]^2} \qquad (۲۵-۴)$$

که در آن n، تعداد فروپاشی آلفا است، که برای ۳۵۶ هسته با واپاشی آلفایی مورد مطالعه قرار گرفته شده است. این مقادیر برای گذار آلفا هسته‌های زوج-زوج، زوج-فرد، فرد-زوج و فرد-فرد محاسبه شده است که در جدول شماره‌ی ۴-۵ ارائه شده است. ستون اول معرف

ترکیب پاریته‌ی (Z, N) هسته‌ها می‌باشد. ستون دوم، سوم، چهارم و پنجم به ترتیب، مقادیر $\bar{\delta}$ و $\sqrt{\bar{\delta}^2}$ محاسبه شده برای فرمول رویر و فرمول اصلاح شده‌ی رویر را نشان می‌دهند. ستون ششم، هفتم، هشتم و نهم به ترتیب، برای فرمول دنیسوف-کودنکو و فرمول اصلاح شده‌ی دنیسوف-کودنکو نشان داده شده است. ستون دهم معرف تعداد هسته‌های مورد مطالعه، است.

جدول ۴-۵ انحراف میانگین و استاندارد برای فرمول‌های نیمه تجربی با ضرایب جدید

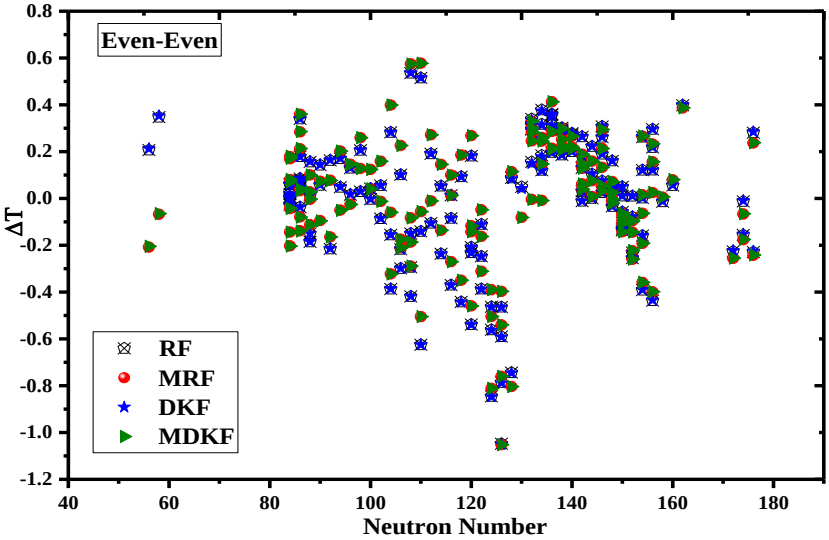
Set	RF Formula		MRF Formula		DK Formula		MDK Formula		No. of Nuclei
	$\bar{\delta}$	$\sqrt{\bar{\delta}^2}$	$\bar{\delta}$	$\bar{\delta}$	$\bar{\delta}$	$\sqrt{\bar{\delta}^2}$	$\bar{\delta}$	$\sqrt{\bar{\delta}^2}$	
Even-Even	۰,۲۷	۰,۲۱	۰,۲۶	۰,۲۷	۰,۲۷	۰,۲۱	۰,۲۶	۰,۱۹	۱۳۷
Even-Odd	۰,۳۳	۰,۲۵	۰,۳۱	۰,۳۸	۰,۳۸	۰,۲۶	۰,۳۵	۰,۲۴	۹۰
Odd-Even	۰,۴۲	۰,۳۲	۰,۴۰	۰,۳۵	۰,۳۵	۰,۲۸	۰,۳۴	۰,۲۷	۶۶
Odd-Odd	۰,۴۴	۰,۲۹	۰,۴۲	۰.۴۴	۰,۴۴	۰,۲۹	۰,۴۳	۰,۳۰	۶۳
All nuclei	۰,۴۳	۰,۳۴	۰,۴۳	۰,۴۴	۰,۴۷	۰,۳۶	۰,۴۷	۰,۳۶	۳۵۶

همچنین اختلاف بین نیمه عمرهای تجربی و و نظری ΔT محاسبه شده است. مقادیر مینیمم و ماکسیمم برای ΔT در جدول شماره‌ی ۴-۶ نشان داده شده است.

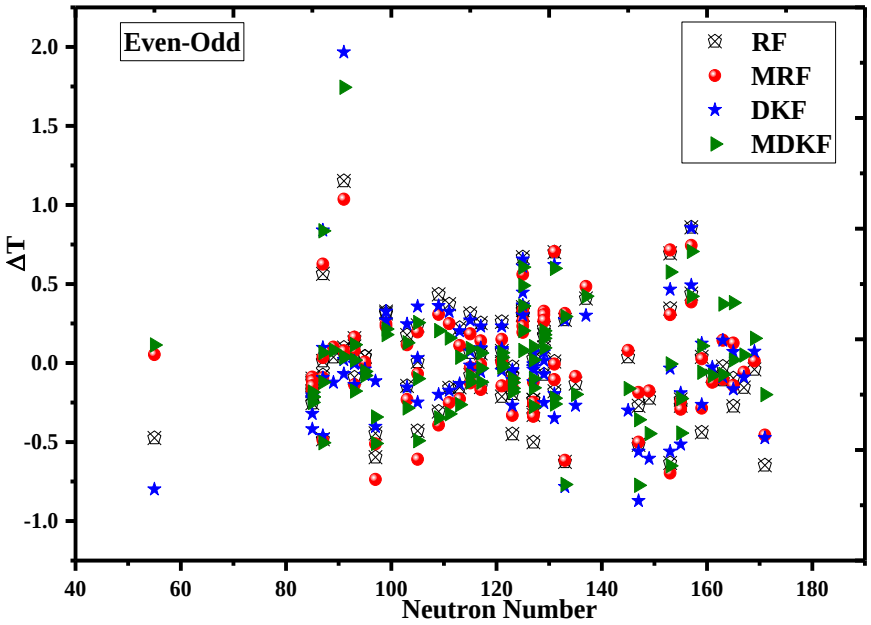
جدول ۴-۶ مقادیر مینیمم و ماکسیمم ΔT نیمه عمرهای واپاشی آلفا برای همه‌ی فرمول‌ها

Set	RF Formula		MRF Formula		DKF Formula		MDKF Formula	
	Min ΔT	**Max ΔT**	**Min ΔT**	**Min ΔT**	**Max ΔT**	**Max ΔT**	**Min ΔT**	**Max ΔT**
E-E	-۱,۰۴	۰,۵۳	-۱,۰۴	-۱,۰۴	-۱,۰۵	۰,۵۳	-۱,۰۵	۰,۵۷
E-O	-۰,۶۴	۱,۱۵	-۰,۶۴	-۰,۶۴	-۰,۸۷	۱,۹۶	-۰,۷۷	۱,۷۴
O-E	-۱,۱۸	۰,۹۱	-۱,۱۸	-۱,۱۸	-۰,۸۶	۰,۸۳	-۰,۸۳	۰,۹۰
O-O	-۱,۲۵	۲,۲۳	-۱,۲۵	-۱,۲۵	-۱,۲۴	۲,۲۳	-۰,۹۶	۲,۱۲

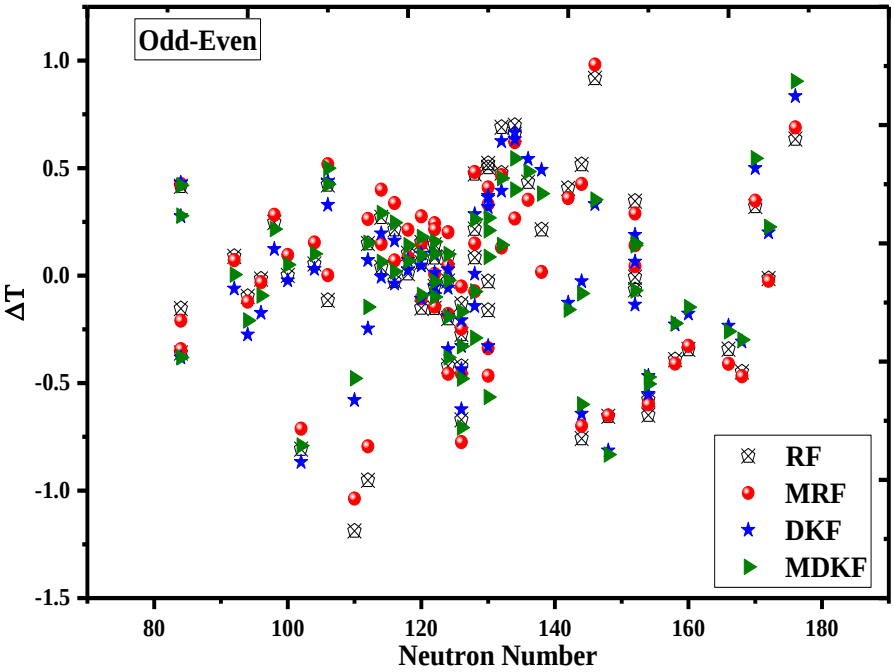
همچنین نتایج بدست آمده برای مقدار ΔT ، بطور شماتیکی به ترتیب، در نمودار ۴-۱، ۴-۲، ۴-۳ و ۴-۴ برای ترکیب اسپین-پاریته (Z, N) مختلف، هسته‌های زوج-زوج، زوج-فرد، فرد-زوج و فرد-فرد نشان داده شده است.



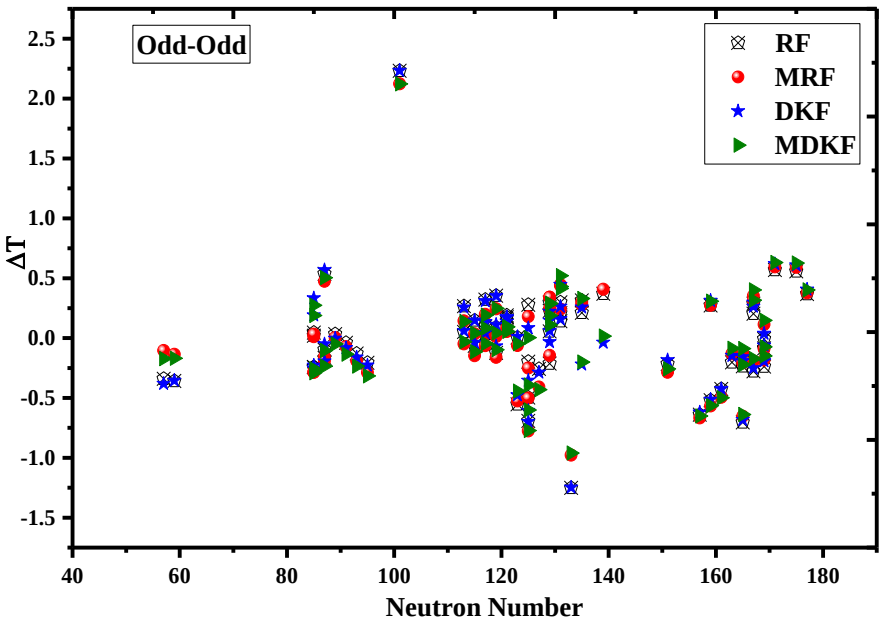
نمودار ۴-۱ رسم ΔT بر حسب اعداد نوترونی برای هسته‌های زوج-زوج



نمودار ۴-۲ رسم ΔT بر حسب اعداد نوترونی برای هسته‌های زوج-فرد



نمودار ۴-۳ رسم ΔT بر حسب اعداد نوترونی برای هسته‌های فرد-زوج



نمودار ۴-۴ رسم ΔT بر حسب اعداد نوترونی برای هسته‌های فرد-فرد

در جدول ۴-۷ نتایج بدست آمده با داده‌های تجربی برای ۶۶ هسته‌ی فوق سنگین نشان داده شده است. به ترتیب، ستون اول و دوم معرف مد واپاشی، عدد جرمی، عدد اتمی و نوترونی هسته‌ی مادر هستند. مقادیر انرژی واپاشی و مینیمم تکانه‌ی زاویه‌ای در ستون

سوم و چهارم نشان داده شده‌اند. مقادیر نیمه عمر تجربی T_{exp}، مدل‌های نیمه عمر محاسبه شده با فرمول رویر RF، فرمول رویر اصلاح شده MRF، فرمول دنیسوف-کودنکو DKF و فرمول اصلاح شده‌ی دنیسوف-کودنکو در ستون انتهایی مشخص شده‌اند. فرم اصلاح شده-ی فرمول DKF و RF، در توافق بهتری با داده‌های تجربی هستند.

جدول ۴-۷ مقایسه‌ی نیمه عمر واپاشی آلفا برای هسته‌های فوق سنگین

α-decay mode	Parent nuclei			Q_α	ℓ	$T_{1/2}$ (s)				
	A_P	Z_P	N_P			exp	RF	MRF	DKF	MDKF
Fm → Cf	۲۴۶	۱۰۰	۱۴۶	۸,۳۷	۰	۰,۱۷	۰,۴۳	۰,۴۶	۰,۴۳	۰,۴۶
	۲۵۲	۱۰۰	۱۵۲	۷,۱۵	۰	۵,۰۳	۴,۸۰	۴,۷۷	۴,۸۰	۴,۷۷
	۲۴۸	۱۰۰	۱۴۸	۸,۰۰	۰	۱,۶۸	۱,۶۵	۱,۶۶	۱,۶۵	۱,۶۶
	۲۵۴	۱۰۰	۱۵۴	۷,۳۰	۰	۴,۱۳	۴,۱۴	۴,۰۷	۴,۱۴	۴,۰۷
	۲۵۰	۱۰۰	۱۵۰	۷,۵۵	۰	۳,۳۸	۳,۲۴	۳,۲۳	۳,۲۴	۳,۲۳
	۲۵۶	۱۰۰	۱۵۶	۷,۰۲	۰	۵,۱۳	۵,۲۵	۵,۱۶	۵,۲۵	۵,۱۶
	۲۵۵	۱۰۰	۱۵۵	۷,۲۴	۴	۸,۰۱	۷,۷۸	۷,۷۷	۷,۴۹	۷,۵۷
	۲۵۳	۱۰۰	۱۵۳	۷,۱۹	۵	۸,۲۱	۸,۵۵	۸,۵۱	۸,۱۷	۸,۲۰
No →Fm	۲۵۲	۱۰۲	۱۵۰	۸,۵۴	۰	۰,۶۸	۰,۵۵	۰,۵۷	۰,۵۵	۰,۵۷
	۲۵۶	۱۰۲	۱۵۴	۸,۵۸	۰	۰,۵۲	۰,۳۶	۰,۳۳	۰,۳۶	۰,۳۳
Lr →Md	۲۵۵	۱۰۳	۱۵۲	۸,۵۵	۴	۳,۰۹	۳,۰۸	۳,۲۳	۲,۹۵	۳,۰۲
	۲۵۷	۱۰۳	۱۵۴	۹,۰۱	۰	۰,۶۸	۰,۱۱	۰,۰۸	۰,۲۲	۰,۲۱
Rf → No	۲۵۸	۱۰۴	۱۵۴	۹,۱۹	۰	-۱,۰۳	-۰,۷۷	-۰,۷۶	-۰,۷۷	-۰,۷۶
	۲۵۶	۱۰۴	۱۵۲	۸,۹۲	۰	۰,۳۱	۰,۰۶	۰,۰۹	۰,۰۶	۰,۰۹
	۲۶۳	۱۰۴	۱۵۹	۸,۲۵	۰	۳,۳۰	۲,۸۶	۳,۰۱	۳,۰۳	۳,۲۴

ادامه جدول ۴-۷.

Db → Lr	۲۵۷	۱۰۵	۱۵۲	۹,۲۰	۰	۰,۳۸	۰,۳۲	۰,۴۳	۰,۴۵	۰,۵۳
	۲۵۹	۱۰۵	۱۵۴	۹,۶۲	۰	-۰,۲۹	-۰,۹۴	-۰,۸۸	-۰,۸۴	-۰,۷۹
	۲۶۳	۱۰۵	۱۵۸	۸,۸۳	۰	۱,۷۹	۱,۴۰	۱,۳۸	۱,۵۷	۱,۵۷
	۲۵۶	۱۰۵	۱۵۱	۹,۳۴	۰	۰,۳۵	۰,۱۴	۰,۰۷	۰,۱۷	۰,۱۰
Sg → Rf	۲۶۰	۱۰۶	۱۵۴	۹,۹۰	۰	-۱,۶۸	-۲,۰۷	-۲,۰۴	-۲,۰۷	-۲,۰۴
	۲۶۲	۱۰۶	۱۵۶	۹,۶	۰	-۱,۵۰	-۱,۲۸	-۱,۲۷	-۱,۲۸	-۱,۲۷
	۲۵۹	۱۰۶	۱۵۳	۹,۸۰	۰	-۰,۴۹	-۱,۱۲	-۱,۱۸	-۱,۰۵	-۱,۱۴
	۲۷۱	۱۰۶	۱۶۵	۸,۶۷	۰	۲,۲۱	۲,۱۲	۲,۳۴	۲,۲۹	۲,۶
	۲۶۱	۱۰۶	۱۵۵	۹,۷۱	۰	-۰,۶۳	-۰,۹۰	-۰,۹۳	-۰,۸۲	-۰,۸۶
	۲۶۹	۱۰۶	۱۶۳	۸,۷	۰	۲,۰۷	۲,۰۵	۲,۲۲	۲,۲۲	۲,۴۵
Bh → Db	۲۶۷	۱۰۷	۱۶۰	۹,۲۳	۰	۱,۲۳	۰,۸۸	۰,۹۰	۱,۰۵	۱,۰۸
	۲۶۴	۱۰۷	۱۵۷	۹,۹۶	۰	-۰,۳۵	-۰,۹۹	-۱,۰۲	-۰,۹۷	-۱,۰۰
	۲۷۲	۱۰۷	۱۶۵	۹,۳۱	۰	۱	۰,۷۶	۰,۸۷	۰,۸۰	۰,۹۱
	۲۶۶	۱۰۷	۱۵۹	۹,۴۳	۰	۰,۲۳	۰,۵۰	۰,۵۰	۰,۵۴	۰,۵۳
	۲۷۴	۱۰۷	۱۶۷	۸,۹۳	۰	۱,۷۳	۱,۹۳	۲,۰۸	۱,۹۹	۲,۱۳
	۲۷۰	۱۰۷	۱۶۳	۹,۰۶	۰	۱,۷۸	۱,۵۸	۱,۶۵	۱,۶۳	۱,۷
Hs → Sg	۲۶۴	۱۰۸	۱۵۶	۱۰,۵	۰	-۲,۷۹	-۳,۲۳	-۳,۱۹	-۳,۲۳	-۳,۱۹
	۲۶۶	۱۰۸	۱۵۸	۱۰,۳	۰	-۲,۶۳	-۲,۶۵	-۲,۶۳	-۲,۶۵	-۲,۶۳
	۲۷۰	۱۰۸	۱۶۲	۹,۰۵	۰	۰,۵۵	۰,۹۵	۰,۹۴	۰,۹۵	۰,۹۴
	۲۷۳	۱۰۸	۱۶۵	۹,۷۳	۰	-۰,۱۱	-۰,۳۹	-۰,۲۶	-۰,۲۸	-۰,۱
	۲۶۵	۱۰۸	۱۵۷	۱۰,۴	۰	-۲,۶۹	-۲,۲۶	-۲,۳۱	-۲,۲۰	-۲,۲۷
	۲۶۷	۱۰۸	۱۵۹	۱۰,۰	۰	-۱,۱۸	-۱,۱۴	-۱,۱۶	-۱,۰۶	-۱,۰۷

ادامه جدول ۴-۷.

Mt → Bh	۲۷۵	۱۰۹	۱۶۶	۱۰,۴	۰	-۱,۶۹	-۲,۰۴	-۲,۱۰	-۱,۹۳	-۱,۹۵
	۲۷۴	۱۰۹	۱۶۵	۱۰,۲	۰	-۰,۳۵	-۱,۰۶	-۱,۰۱	-۱,۰۳	-۰,۹۹
	۲۷۶	۱۰۹	۱۶۷	۱۰,۰	۰	-۰,۳۴	-۰,۶۲	-۰,۵۳	-۰,۵۹	-۰,۵۱
	۲۶۸	۱۰۹	۱۵۹	۱۰,۶	۰	-۱,۶۷	-۲,۱۹	-۲,۲۴	-۲,۱۹	-۲,۲۴
	۲۷۸	۱۰۹	۱۶۹	۹,۵۸	۰	۰,۶۵	۰,۶۴	۰,۷۶	۰,۶۹	۰,۸۰
Ds → Hs	۲۷۰	۱۱۰	۱۶۰	۱۱,۱	۰	-۴	-۳,۹۴	-۳,۹۲	-۳,۹۴	-۳,۹۱
	۲۷۱	۱۱۰	۱۶۱	۱۰,۸	۰	-۲,۶۳	-۲,۷۱	-۲,۷۶	-۲,۶۶	-۲,۷۱
	۲۸۱	۱۱۰	۱۷۱	۹,۳۲	۰	۲,۱۲	۱,۴۷	۱,۶۶	۱,۶۵	۱,۹۲
	۲۶۷	۱۱۰	۱۵۷	۱۱,۷	۰	-۵,۵۵	-۴,۶۹	-۴,۸۰	-۴,۶۹	-۴,۸۴
	۲۷۳	۱۱۰	۱۶۳	۱۱,۳	۰	-۳,۷۷	-۳,۸۷	-۳,۸۷	-۳,۸۵	-۳,۸۴
	۲۷۷	۱۱۰	۱۶۷	۱۰,۷	۰	-۲,۲۲	-۲,۳۷	-۲,۲۸	-۲,۳۱	-۲,۱۷
Rg → Mt	۲۷۹	۱۱۱	۱۶۸	۱۰,۵	۰	-۱,۰۴	-۱,۴۹	-۱,۵۱	-۱,۳۵	-۱,۳۴
	۲۷۲	۱۱۱	۱۶۱	۱۱,۱	۰	-۲,۴۲	-۲,۸۴	-۲,۹۱	-۲,۸۴	-۲,۹۱
	۲۸۰	۱۱۱	۱۶۹	۹,۹۱	۰	۰,۶۶	۰,۴۲	۰,۴۸	۰,۴۷	۰,۵۱
	۲۷۸	۱۱۱	۱۶۷	۱۰,۸	۰	-۲,۳۷	-۲,۰۹	-۲,۰۶	-۲,۰۷	-۲,۰۶
Cn → Ds	۲۸۱	۱۱۲	۱۶۹	۱۰,۴	۰	-۱	-۱,۰۴	-۰,۹۸	-۰,۹۲	-۰,۸۴
Nh → Rg	۲۸۳	۱۱۳	۱۷۰	۱۰,۴	۰	-۱	-۰,۶۷	-۰,۶۵	-۰,۵	-۰,۴۵
	۲۸۵	۱۱۳	۱۷۲	۱۰,۰	۰	۰,۶۲	۰,۶۰	۰,۵۹	۰,۸۲	۰,۸۵
	۲۸۴	۱۱۳	۱۷۱	۱۰,۱	۰	-۰,۰۴	۰,۵۲	۰,۵۵	۰,۵۷	۰,۵۹
	۲۷۸	۱۱۳	۱۶۵	۱۱,۸	۰	-۳,۶۲	-۳,۷۶	-۳,۸۲	-۳,۷۷	-۳,۸۴
	۲۸۲	۱۱۳	۱۶۹	۱۰,۷	۰	-۱,۱۵	-۱,۲۴	-۱,۲۴	-۱,۲۱	-۱,۲۲
Fl → Cn	۲۸۶	۱۱۴	۱۷۲	۱۰,۳	۰	-۰,۶۹	-۰,۹۲	-۰,۹۵	-۰,۹۲	-۰,۹۵
	۲۸۸	۱۱۴	۱۷۴	۱۰,۰	۰	-۰,۱۸	-۰,۱۹	-۰,۲۴	-۰,۱۸	-۰,۲۴
Mc →Nh	۲۹۰	۱۱۵	۱۷۵	۱۰,۴	۰	-۰,۱۸	۰,۳۷	۰,۴۰	۰,۴۲	۰,۴۴

ادامه جدول ۴-۷.

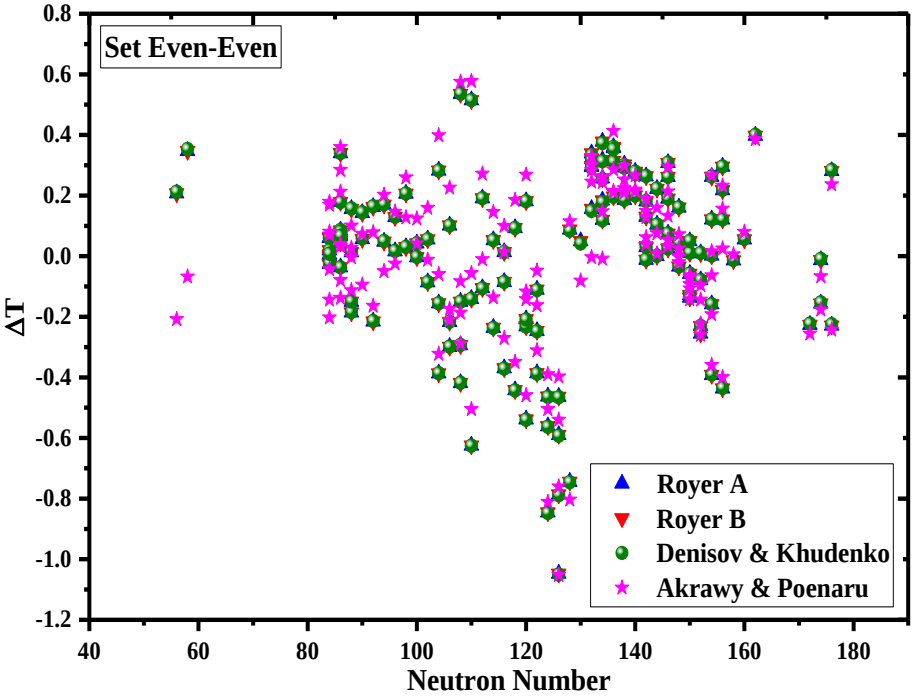
Lv → Fl	۲۹۰	۱۱۶	۱۷۴	۱۰,۹	۰	-۱,۸۲	-۱,۹۸	-۲,۰۰	-۱,۹۷	-۱,۹۹
	۲۹۲	۱۱۶	۱۷۶	۱۰,۷	۰	-۱,۷۴	-۱,۴۶	-۱,۵۰	-۱,۴۶	-۱,۵۰
Ts → Mc	۲۹۳	۱۱۷	۱۷۶	۱۱,۱	۰	-۱,۸۵	-۱,۲۱	-۱,۱۶	-۱,۰۱	-۰,۹۵
	۲۹۴	۱۱۷	۱۷۷	۱۱,۰	۰	-۱,۰۹	-۰,۷۲	-۰,۷۱	-۰,۶۹	-۰,۶۹
Og → Lv	۲۹۴	۱۱۸	۱۷۶	۱۱,۸	۰	-۳,۱۶	-۳,۳۹	-۳,۴۰	-۳,۳۸	-۳,۴۰

۴-۶ بررسی سیستماتیکی نیمه عمر واپاشی آلفا با استفاده از فرمول تحلیلی رویر

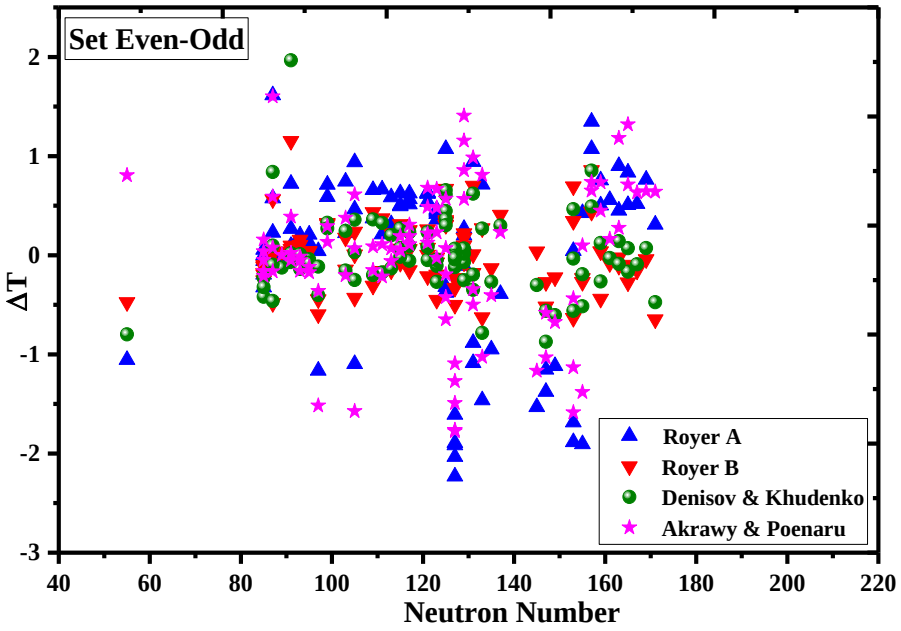
نیمه‌عمر واپاشی آلفا ۳۵۶ ایزوتوپ با استفاده از فرمول تحلیلی رویر و فرمول‌های مرتبط با آن، مطالعه شده است[۱۲۸]. فرمول رویر برای لگاریتم نیمه عمر واپاشی آلفا[۹۰]، رابطه‌ی خطی با اعداد جرمی و اتمی هسته‌ی مادر و انرژی آزاد شده حاصل از گسیل آلفا دارد. در سال ۲۰۱۰، فرمول تحلیلی جدیدی، وابسته به جمله‌ی تکانه‌ی زاویه‌ای مداری ℓ پیشنهاد شد [۱۵] که در آن اثرات اسپین-پاریته، برای گذار حالت پایه به حالت پایه، هسته‌های زوج-فرد، فرد-زوج و فرد-فرد لحاظ شده بود. علاوه بر این، از فرمول دنیسوف-کودنکو [۱۲۶]، که رابطه‌ای برای ارزیابی نیمه عمر برای گذار آلفا بین حالت پایه هسته‌ی مادر و دختر (هسته سبک و سنگین) است، استفاده شده است. این فرمول، به تکانه‌ی زاویه‌ای مداری وابسته است و جرم کاهیده‌ی هسته به صورت $\mu=(A_p/A_p-4)^{1/6}$ تعریف شده است. همچنین از فرمول آکراوی و پوآنارو [۹۳]، وابسته به اثر عدم تقارن ایزواسین، بکار برده شده است.

۴-۶-۱ اختلاف بین مقادیر نیمه عمر تجربی و نظری

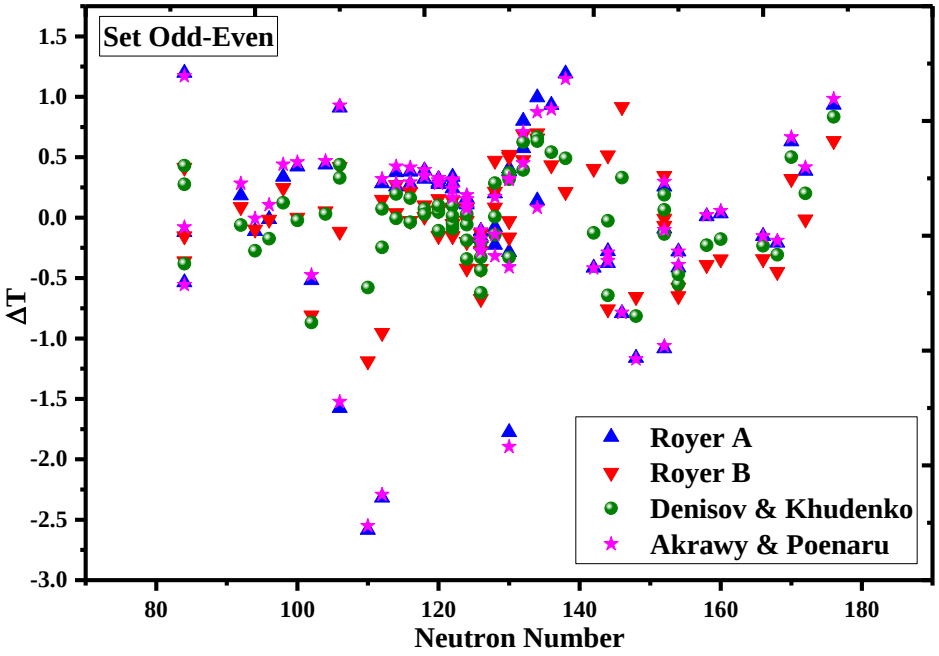
با استفاده از فرمول (۴-۲۶)، مقدار ΔT را برای مجموعه هسته‌های زوج-زوج، زوج-فرد، فرد-زوج و فرد-فرد، برای چهار فرمول رویر A یا به اختصار RA، فرمول رویر B (RB)، فرمول دنیسوف-کودنکو (DK)، و فرمول آکراوی-پوآنارو (AP) مقایسه نمودیم و در نمودارهای ۴-۵، ۴-۶، ۴-۷ و ۴-۸ نمایش داده شده است. برای هسته زوج-زوج، کمترین مقدار ΔT مربوط به فرمول AP است. بعد از آن فرمول رویر می‌باشد. برای هسته‌های زوج-فرد، فرد-زوج و فرد-فرد، به ترتیب کمترین مقدار ΔT، مربوط به فرمول RB، DK و RB است.



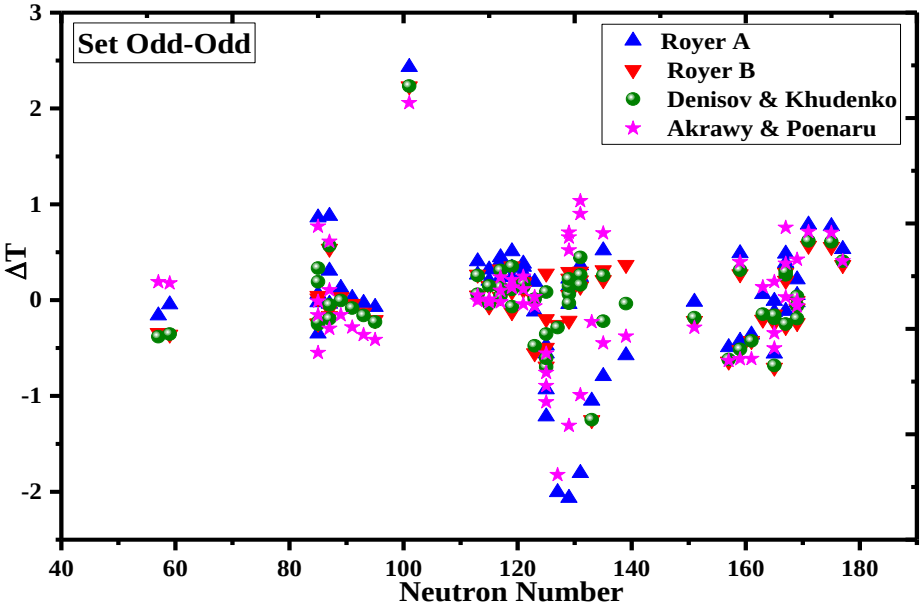
نمودار ۴-۵ رسم ΔT بر حسب عدد نوترونی برای هسته‌های زوج-زوج



نمودار ۴-۶ رسم ΔT بر حسب عدد نوترونی برای هسته‌های زوج-فرد



نمودار ۴-۷ رسم ΔT بر حسب عدد نوترونی برای هسته‌های فرد-زوج



نمودار ۴-۸ رسم ΔT بر حسب عدد نوترونی برای هسته‌های فرد-فرد

۴-۶-۲ محاسبه‌ی مقدار انحراف معیار برای فرمول رویر

همچنین برای دقت اندازه‌گیری نتایج، مقدار انحراف معیار را محاسبه نمودیم. مقایسه‌ی نتایج بدست آمده با مراجع [۶۷, ۱۲۶, ۱۲۹-۱۳۴] در جدول ۴-۸ ارائه شده است. در این فرایند ۱۳۷ هسته‌ی زوج-زوج، ۹۰ هسته‌ی زوج-فرد، ۶۶ هسته‌ی فرد-زوج و ۶۳ هسته‌ی فرد-فرد و بطور کلی ۳۵۶ هسته مورد مطالعه قرار گرفته شده است. کمترین مقدار σ برای هسته‌های زوج-زوج مربوط به فرمول AP است که در آن اثرات ایزواسپینی در نظر گرفته شده است. کمترین مقدار σ برای هسته‌های زوج-فرد، فرد-زوج و فرد-فرد، به ترتیب مربوط به مدل RB، DK و RB است که در مدل RB اثرات تکانه زاویه‌ای در نظر گرفته شده است. بنابراین کمترین مقدار σ برای کل ترکیب پاریته (Z, N) مربوط به فرمول RB است. بعد از آن کمترین مقدار برای کل ترکیب هسته‌ها مربوط به فرمول DK است که در آن اثرات جرم کاهیده‌ی سیستم و تکانه‌ی زاویه‌ای در نظر گرفته شده است.

جدول ۴-۸ مقایسه‌ی مدل‌های مختلف برای ۳۵۶ هسته

Formula	All nuclei N = ۳۵۶	Even-Even N = ۱۳۷	Even-Odd N = ۹۰	Odd-Even N = ۶۶	Odd-Odd N = ۶۳
RA	۰,۸۰۲	۰,۲۷۹	۰,۸۶۲	۰,۷۰۳	۰,۶۸۳۲
RB	۰,۴۳۷	۰,۲۷۹	۰,۳۳۷	۰,۴۲۱	۰,۴۴۰۱
DK	۰,۴۷۴	۰,۲۷۹	۰,۳۸۹	۰,۳۵۸	۰,۴۴۴۲
AP	۰,۷۹۱	۰,۲۶۲	۰,۷۲۲	۰,۷۰۱	۰,۶۰۴۶
Medeiros[۱۵۲]	۱,۱۲۸	۰,۳۷۱	۱,۵۴۲	۱,۳۵۴	۱,۳۳۰۷
Denisov[۱۴۹]	۰,۵۴۸	۰,۳۳۱	۰,۶۲۳	۰,۶۷۶	۰,۶۷۹۲
Denisov[۱۵۳]	۰,۶۲۴	۰,۳۰۸	۰,۷۸۱	۰,۷۶۲	۰,۷۵۴۶
Poenaru[۱۵۴]	۱,۰۱۱	۰,۴۱۶	۱,۳۵۴	۱,۲۵۷	۱,۰۹۶۵
Schubert[۱۵۵]	۱,۰۱۸	۰,۵۱۶	۱,۱۶۱	۱,۳۳۴	۱,۲۵۶۸
Royer۲۰۰۰, Moustabchir[۹۰,۱۵۶]	۱,۱۱۳	۰,۳۸۳	۱,۴۷۶	۱,۳۶۸	۱,۳۳۴۰
Moller[۱۵۷]	۱,۳۸۱	۱,۲۹۲	۱,۴۳۰	۱,۵۶۰	۱,۲۷۵۱

۴-۷ فرمول نیمه تجربی "رِن"

۴-۷-۱ فرمول "رِن A"

برای محاسبه لگاریتم نیمه عمر رادیواکتیو خوشه‌ای و واپاشی آلفا با استفاده از فرمول نیمه تجربی تعمیم‌یافته‌ی VSS ، رابطه‌ی زیر توسط رِن[1] و همکارانش (Ren A)، پیشنهاد شد[۱۲۵]

$$\log_{10} T_{1/2}^{\mathrm{Re}AF} = aZ_1Z_2\sqrt{\frac{1}{Q_\alpha}} + bZ_1Z_2 + c + h \qquad (۲۷-۴)$$

که در آن Z_1 و Z_2 به ترتیب عدد اتمی هسته‌ی دختر و خوشه هستند، و a، b، c و h

[1]Ren

پارامترهای ثابت هستند. این ثابت‌ها معادل a=۱,۵۱۷۹۹, b=-۰,۰۵۳۳۸۷, c=-۹۲,۹۱۱۴۲ و h=۱,۴۰۲ هستند که با برازش داده‌های تجربی بدست آورده شده‌اند.

۴-۷-۲ فرمول "رِن B"

رِن و همکارانش، فرمول لگاریتم نیمه عمر رادیواکتیو خوشه‌ای و واپاشی آلفا بر اساس احتمال نفوذپذیری سد WKB، با اضافه کردن ترم جرم کاهیده، رابطه‌ی (۴-۲۷) را اصلاح نمودند[۱۳۵]، این رابطه به اختصار با عنوان فرمول (Ren B) نشان داده شده است

$$\log_{10} T_{1/2}^{\mathrm{Re}B} = aZ_1Z_2\sqrt{\frac{\mu}{Q_\alpha}} + b\sqrt{\mu Z_1 Z_2} + c \qquad (۲۸-۴)$$

جرم کاهیده برابر با $\mu = A_1A_2 / A_1 + A_2$ است که در آن A_1 و A_2 به ترتیب عدد جرمی هسته‌ی دختر و خوشه هستند. مقادیر a، b و c برای هر ترکیب (Z, N)، برای هسته‌های زوج-زوج، زوج-فرد، فرد-زوج و فرد-فرد در مرجع [۱۳۵] ارائه شده است.

۴-۷-۳ فرمول New Ren A

با اضافه نمودن ترم وابسته به عدم تقارن ایزواسپین هسته‌ای به فرمول رِن، فرم اصلاح شده‌ی آن، توسط آکراوی و همکارانش، بصورت زیر پیشنهاد شده است [۱۳۶]

$$\log_{10} T_{1/2}^{N\mathrm{Re}A} = aZ_1Z_2\sqrt{\frac{\mu}{Q_\alpha}} + b\sqrt{\mu Z_1 Z_2} + c + dI + eI^2 \qquad (۲۹-۴)$$

۴-۷-۴ فرمول New Ren B

تاکنون چندین رابطه برای نیمه عمر واپاشی آلفا، بر اساس فرمالیسم قانون گایگر-ناتال ارائه شده است که ضرایب آنها با برازش داده‌های تجربی بدست آمده است. همچنین،

عبارت پتانسیل مرکزگرا $\left(\hbar^2\ell(\ell+1)/2\mu\right)$، ارتفاع سد پتانسیل هسته با پاریته‌های مختلف را افزایش می‌دهد، به جز برای هسته‌های با ترکیب اسپین و پاریته‌ی زوج-زوج که دارای ℓ=۰ می‌باشند. این ترم به تکانه‌ی زاویه‌ای مربوط می‌شود که با وابستگی به عبارت $\ell(\ell+1)$، فرم اصلاح شده‌ی آن به صورت زیر مطرح شد[۱۳۶]

$$\log_{10} T_{1/2}^{N\mathrm{Re}B} = aZ_1Z_2\sqrt{\frac{\mu}{Q_\alpha}} + b\sqrt{\mu Z_1 Z_2} + c + dI + eI^2 + f(\ell(\ell+1)) \qquad (۳۰-۴)$$

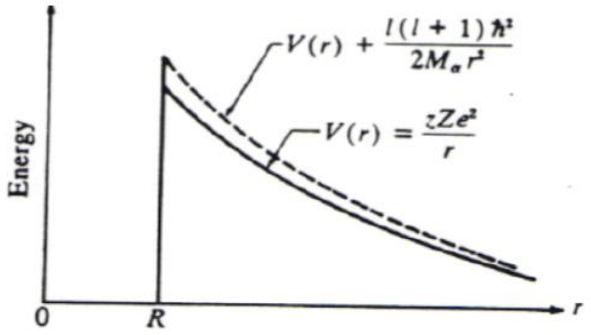
که در آن پارامتر ℓ از قاعده‌ی اسپین-پاریته پیروی می‌کند.

۴-۸ اثرات تکانه‌ی زاویه‌ای در واپاشی آلفا

اگر اثرات تکانه‌ی زاویه‌ای صرفنظر شود، ذره‌ی آلفا هیچ تکانه‌ی زاویه‌ای حمل نمی‌کند، یعنی واپاشی حالت پایه به حالت پایه از هسته‌ی زوج-زوج اتفاق بیفتد، بنابراین ℓ=۰ خواهد بود. اگر واپاشی آلفا در حالت برانگیخته رخ دهد و یا در هسته‌های با عدد جرمی فرد، تعدادی تکانه‌ی زاویه‌ای، توسط ذره‌ی آلفا حمل شود، در نتیجه ثابت واپاشی تغییر خواهد کرد.

$$V_\ell = \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2\mu R^2} \qquad (۳۱-۴)$$

که در آن ℓ تکانه‌ی زاویه‌ای مداری ذره‌ی α است، μ جرم کاهیده است و R شعاع است. پتانسیل مرکزگرا به انرژی پتانسیل V (r) اضافه می‌شود، در نتیجه سد بلندتر و ضخیم‌تر می‌شود، احتمال نفوذپذیری ذره آلفا کاهش می‌یابد و در نتیجه باعث کاهش احتمال واپاشی می‌شود. در تصویر ۴-۹ مشاهده نمایید که نمودار خط تیره مجموع پتانسیل کولنی و پتانسیل مرکزگرا را نشان می‌دهد.



تصویر ۴-۹ تغییر یا اصلاح انرژی پتانسیل در واپاشی آلفا ناشی از پتانسیل مرکزگرا.

۴-۹ فرمول دنیسوف

در واپاشی آلفا، تکانه‌ی زاویه‌ای مداری ذره‌ی آلفا صفر در نظر گرفته می‌شود و از طرفی هم در مواردی، اثرات تکانه‌ی زاویه‌ای باید لحاظ شود، بنابراین عبارت‌های جدیدی با ترم-های وابسته به-ℓ و وابسته به ترم انرژی برانگیختگی مطالعه شده است. فرمول زیر برای محاسبه‌ی لگاریتم نیمه عمر گذار حالت پایه به حالت پایه توسط دنیسوف، بررسی شده است[۱۲۶, ۱۳۷]

$$\log_{10}(T_{1/2}^{\text{Denisov}}) = a + b(A-4)^{1/6} Z^{1/2} + cZQ_\alpha^{-1/2} + d\ell(\ell+1)^{1/2} Q_\alpha^{-1} A^{1/6} + e[(-1)^\ell - 1] \qquad (۳۲-۴)$$

که در آن پارامترهای a، b، c، d و e با برازش داده‌های تجربی برای نیمه‌عمر ۳٤٤ گسیلنده‌ی آلفا بدست آمده است. مشخص است که اسپین و پاریته هسته‌های زوج-زوج صفر $\ell_{min}=0^+$ هستند. برای هسته‌ی فوق سنگین فرد-زوج، زوج-فرد و فرد-فرد، اسپین و پاریته‌ی هسته‌ی دختر و مادر نامشخص است. روابط تجربی برای گذار حالت پایه به حالت پایه نیمه‌عمر واپاشی-α در هسته‌های e-e، e-o، o-e و o-o به ترتیب به صورت زیر هستند:

$$\log_{10} T_{1/2}^{e-e} = -26.1779 - 1.521(A-4)^{1/6} Z^{1/2} + 1.6068 Z Q_\alpha^{-1/2}$$

$$\log_{10} T_{1/2}^{e-o} = -30.3391 - 1.0785(A-4)^{1/6} Z^{1/2} + \frac{1.6979Z}{Q_\alpha^{1/2}} + \frac{0.2688\ell(\ell+1)^{1/2}}{Q_\alpha} \times A^{1/6} - 0.6784[(-1)^\ell - 1]$$

$$\log_{10} T_{1/2}^{o-e} = -30.2138 - 1.0841(A-4)^{1/6} Z^{1/2} + \frac{1.6949Z}{Q_\alpha^{1/2}} + \frac{0.1302\ell(\ell+1)^{1/2}}{Q_\alpha} \times A^{1/6} - 0.5972[(-1)^\ell - 1] \quad (۳۳-۴)$$

$$\log_{10} T_{1/2}^{o-o} = -30.3526 - 1.0149(A-4)^{1/6} Z^{1/2} + \frac{1.6609Z}{Q_\alpha^{1/2}} + \frac{0.2762\ell(\ell+1)^{1/2}}{Q_\alpha} \times A^{1/6} - 0.2209[(-1)^\ell - 1]$$

گسیل ذره‌ی-α از هسته از قاعده‌ی گزینش اسپین-پاریته زیر پیروی می‌کند

$$\ell_{\min} = \begin{cases} \Delta_j & for\ \ even\ \Delta_j\ \ and\ \ \pi_p = \pi_d \\ \Delta_j + 1 & for\ odd\ \ \Delta_j\ \ and\ \ \pi_p = \pi_d \\ \Delta_j & for\ odd\ \Delta_j\ \ and\ \ \pi_p \neq \pi_d \\ \Delta_j + 1 & for\ \ even\ \Delta_j\ \ and\ \ \pi_p \neq \pi_d \end{cases} \quad (۳۴-۴)$$

که در آن $\pi_d, j_d, \pi_p, j_p, \Delta_j = |j_p - j_d|$ به ترتیب، مقادیر اسپین و پاریته هسته‌ی مادر و دختر هستند. با توجه به این نکته که اسپین و پاریته‌ی ذره‌ی α مقدار صفر دارد. مقدار تکانه‌ی زاویه‌ای مداری ℓ ذره‌ی-α، بدلیل شکل‌گیری ذره‌ی-α در هسته‌ی مادر و هم ساختار ذاتی ترازهای تک-ذره اطراف ترازهای فرمی پروتون و نوترون در هسته‌ی مادر و دختر، می‌تواند بزرگتر از $\ell_{\min}$ باشد. در این کار، تکانه‌ی زاویه‌ای گذار α بین حالات پایه $\ell_{\min}=\ell$ در نظر گرفته شده است.

۴-۱۰ رویر ۲۰۱۰

فرمول تجربی با مطالعه‌ی ۱۳۶ هسته‌ی زوج-زوج، ۸۴ هسته‌ی زوج-فرد، ۷۶ هسته‌ی فرد-زوج و ۴۸ هسته‌ی فرد-فرد توسط رویر پیشنهاد شد[۹۴]

$$\log_{10} T_{1/2}^{e-e} = -25.752 - 1.5055 A^{1/6} Z^{1/2} + 1.5913 Q_\alpha^{-1/2}$$

$$\log_{10} T_{1/2}^{e-o} = -27.750 - 1.1138 A^{1/6} Z^{1/2} + \frac{1.6378Z}{Q_\alpha^{1/2}} + (1.7383\times 10^{-6} ANZ[\ell(\ell+1)]^{1/4} Q_\alpha^{-1} + 0.002457 A[1-(-1)^\ell]$$

$$\log_{10} T_{1/2}^{o-e} = -27.915 - 1.1292 A^{1/6} Z^{1/2} + \frac{1.6531Z}{Q_\alpha^{1/2}} + (8.9785\times 10^{-7} ANZ[\ell(\ell+1)]^{1/4}) Q_\alpha^{-1} + 0.002513 A[1-(-1)^\ell] \qquad (۳۵-۴)$$

$$\log_{10} T_{1/2}^{o-o} = -26.448 - 1.1023 A^{1/6} Z^{1/2} + \frac{1.5967Z}{Q_\alpha^{1/2}} + (1.6961\times 10^{-6} ANZ[\ell(\ell+1)]^{1/4}) Q_\alpha^{-1} + 0.00101[1-(-1)^\ell]$$

یا به عبارتی دیگر

$$\log_{10} T_{1/2}(\text{Royer10}) = a + bA^{1/6} Z^{1/2} + cZQ_\alpha^{-1/2} + dANZ\ell(\ell+1)^{1/4} Q_\alpha^{-1} + eA[1-(-1)^\ell] \qquad (۳۶-۴)$$

۴-۱۱ فرمول گایگر-ناتال جدید از رِن و همکارانش

در سال ۲۰۱۲، رِن و همکارانش [۱۳۸]، با در نظر گرفتن اثرات تکانه‌ی زاویه‌ای و عدد کوانتومی، فرمول گایگر-ناتال جدید را، به صورت زیر پیشنهاد نمودند

$$\log_{10} T_{1/2}^{NewR} = aZ_1Z_2\sqrt{\frac{\mu}{Q_\alpha}} + b\sqrt{\mu Z_1 Z_2} + c + S + P(\ell(\ell+1)) \qquad (۳۷-۴)$$

که در آن S عدد کوانتومی است که به عدد کوانتومی G به صورت S=-ΔG/۲ مربوط می‌شود و S=۰ برای $N \geq 127$ و S=۱ برای $N \leq 127$ در نظر گرفته می‌شود. ترم S+Pℓ(ℓ+۱) وابسته به تکانه‌ی زاویه‌ای و پاریته است.

فصل ۵

ساختار ریز در واپاشی آلفا

۵-۱ ساختار ریز در واپاشی واپاشی آلفا

یکی از ویژگی‌های بسیار مهم واپاشی آلفازا این است که یک حالت اولیه می‌تواند به حالات نهایی بسیار متعددی در هسته دختر منجر شود. این خصوصیت را گاهی ساختار ریز واپاشی آلفازا می‌نامند که ارتباطی با ساختار ریز اتمی ندارد. در هسته‌های زوج-زوج، واپاشی آلفا در حالت پایه، بدون در نظر گرفتن حالت نهایی هسته‌ی دختر بررسی می‌شود. اما وقتی اسپین حالت ابتدایی و نهایی با هم متفاوت باشد، ذره‌ی آلفای گسیل شده دارای تکانه زاویه‌ای است. انرژی ذرات آلفای گسیل شده در چنین واپاشی اغلب به صورت مجموعه‌ای از چند قله جدای از هم به نام ساختار ریز[۱] ظاهر می‌شود. در اکثر موارد، واپاشی در حالت پایه‌ی هسته‌ی دختر رخ می‌دهد. البته، این موضوع همیشه درست نیست، در حقیقت، با توجه به قوانین پایستگی مشاهده شده است که حالت برانگیخته پاریته، می‌تواند در هسته‌ی دختر رخ دهد. نمودار ۵-۱ ساختار ریز واپاشی آلفای هسته کالیفرنیوم ^{۲۵۲}Cf را نشان می‌دهد.

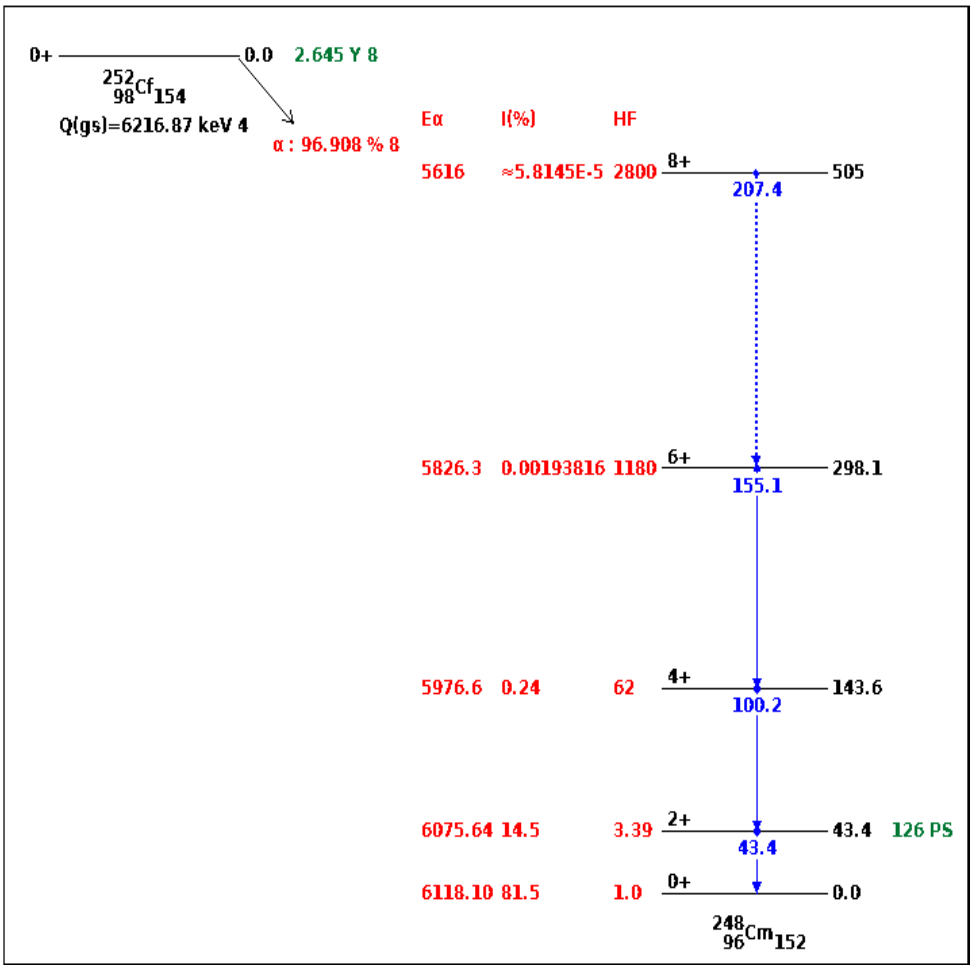
۵-۲ معرفی نسبت انشعابی برای واپاشی آلفا

وقتی واپاشی هسته‌ای از طریق دو یا چند مسیر مختلف رخ می‌دهد، این مسیرها را انشعاب[۲]می‌نامند. واپاشی آلفازا، مقادیر Q متفاوت و شدت‌های مختلف دارد. شدت به تابع موج حالات اولیه و نهایی و تکانه زاویه‌ای ℓ_α بستگی دارد. برای درک شدت نسبی انشعابات-α، از حالت پایه هسته‌ی مادر زوج-زوج، به حالت برانگیخته‌ی هسته‌ی دختر، لازم است که به دو عامل با اهمیت که بر آن تاثیر می‌گذارند، اشاره کنیم. انشعاب برای حالت برانگیخته که مقادیر Q_α کمتری دارد و انشعاب برای حالت برانگیخته که توسط

---

[۱]fine structure [۱]branching

سد مرکزگرا سرکوب می‌شود. همچنین باید به این نکته توجه داشت که هردو عامل معرفی شده، میزان واپاشی-α را کاهش می‌دهند.



نمودار ۵-۱ نمایشی از ساختار ریز در واپاشی-آلفا ^{252}Cf[۱۳۹] و یا واپاشی آلفا ^{252}Cf به حالات برانگیخته‌ی مختلف ^{248}Cm. شدت هر شاخه واپاشی آلفا در سمت چپ تراز داده شده است.

ژو[1] و رن، بر اساس نظریه‌ی گاموف، عملکرد نفوذپذیری سد را برای محاسبه‌ی نسبت انشعابی[2] واپاشی آلفا، مورد استفاده قرار داده‌اند که در آن اثر انرژی واپاشی-α، تکانه‌ی زاویه‌ای مداری ذره‌ی آلفا و احتمال برانگیختگی هسته‌ی دختر در نظر گرفته شده است[۱۴۰].

[1] Xu [2] Branching Ratios

همچنین در سال ۲۰۰۸، نوار چرخشی حالت پایه‌ی زنجیره‌ی واپاشی آلفا برای Fm→Cf→Cm→Pu→U→Th مورد بررسی واقع شده است [۱۴۱]. ژاو[۱] و همکارانش [۱۴۲]، نسبت انشعابی واپاشی آلفا از حالت پایه هسته‌ی مادر به حالت پایه 0^+ از هسته‌ی دختر تغییرشکل‌یافته‌ی آن و اولین حالت برانگیخته 2^+ ، در چارچوب مدل GLDM، مورد بررسی قرار داده‌اند. مدل GLDM، یکی از موفق‌ترین مدل‌های ماکروسکوپیکی در توصیف فرآیندهای همجوشی، شکافت و گسیل آلفا است که شامل انرژی‌های حجمی، سطحی، کولنی و اثرات مجاورت، و عدم تقارن جرم می‌باشد. در سال ۲۰۰۹، نسبت انشعابی واپاشی آلفا هسته‌های زوج-زوج با عدد جرمی در ناحیه‌ی ۱۸۰<A<۲۰۲ و A≥۲۲۴ در چارچوب مدل GLDM با در نظر گرفتن اثرات تکانه‌ی زاویه‌ای مداری ذره‌ی آلفا، توسط ونگ[۲] و همکارانش، مورد بررسی قرار گرفته شده است [۱۴۳]. همچنین نیمه عمر واپاشی آلفا برای حالات پایه و برانگیخته هسته‌های تغییرشکل‌یافته سنگین، در محدوده‌ی عدد جرمی A≤۲۵۲ و عدد اتمی ۸۸≤Z≤۱۰۲ تعیین نمودند. مقدار فاکتور ممانعت HF، در چارچوب مدل یکنواخت واپاشی آلفا و گیراندازی آلفا[۳] (UMADAC)، توسط دنیسوف و کودنکو [۱۴۴]، مورد مطالعه قرار گرفته شده است. بطور خلاصه، نسبت انشعابی، حالات مختلف هسته‌ی دختر را توصیف می‌کند. انرژی آزاد شده در گذار آلفا بین تراز هسته‌ی مادر با انرژی برانگیختگی E_{jp} و تراز هسته‌ی دختر با انرژی برانگیختگی E_{id} بصورت $Q_{j\to i}=Q_{gs\to gs}+E_{jp}-E_{id}$ است. بعنوان مثال، انرژی آزاد شده در واپاشی آلفا از حالت پایه هسته‌ی مادر به حالت برانگیخته‌ی i هسته‌ی دختر با انرژی E_{id} به صورت $Q_i\equiv Q_{.\to i}=Q_{gs\to gs}-E_{id}$ است.

---

[۱] Zhao [۲] Wang [۳] Unified model for alpha-decay and alpha-capture

۵-۳ محاسبه‌ی نسبت انشعابی واپاشی آلفا برای حالات پایه و برانگیخته ایزوتوپ‌های Fm، Cf، Cm و Pu

به بررسی مد واپاشی هسته‌های زوج-زوج، فرمیوم[۱] $^{۲۴۸-۲۵۴}Fm$، کالیفرنیوم[۲] $^{۲۴۴-۲۵۲}Cf$، کوریوم[۳] $^{۲۳۸-۲۴۸}Cm$ و پلوتونیوم[۴] $^{۲۳۴-۲۴۴}Pu$ در محدوده عدد اتمی $۹۴ \leq Z_p \leq ۱۰۰$ با استفاده از مدل MCPPM می‌پردازیم[۱۴۵]. همچنین، با استفاده از احتمال نفوذپذیری سد WKB نسبت انشعابی BR ، برای حالات برانگیخته هسته‌ی دختر با در نظر گرفتن تکانه‌ی زاویه‌ای مداری ذره‌ی آلفا ℓ_α و احتمال برانگیختگی هسته‌ی دختر با انرژی برانگیختگی حالت ℓ در هسته‌ی دختر E_ℓ^*، برای گذارهای آلفا $۰^+ \to ۰^+$، $۰^+ \to ۲^+$، $۰^+ \to ۴^+$، $۰^+ \to ۶^+$ و $۰^+ \to ۸^+$ مورد بررسی قرار داده شده است.

۵-۳-۱ محاسبه‌ی نسبت انشعابی واپاشی آلفا

مقدار BR برای حالات پایه و برانگیخته هسته‌های سنگین Fm، Cf، Cm، و Pu، به صورت زیر محاسبه شده است. ابتدا، از معادله‌ی شرودینگر شعاعی شروع می‌کنیم

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2\psi(r)}{dr^2}+[U(r)+\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{(\ell(\ell+1))}{r^2}]\psi(r)=E\psi(r) \qquad (۱-۵)$$

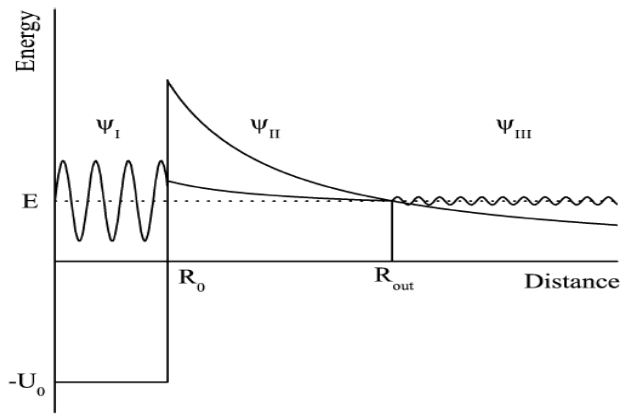
معادله‌ی فوق شامل پتانسیل مرکزگرا است و U(r) پتانسیل چاه مربعی استاندارد است.

$$U(r)=\begin{cases}-U_0 & (r<R_0)\\ Z_1Z_2e^2/r & (r\geq R_0)\end{cases} \qquad (۲-۵)$$

شماتیکی از پتانسیل چاه مربعی در شکل ۵-۲ نشان داده شده است [۱۴۰].

---

[۱] Fermium [۲] Californium [۳] Curium [۴] Plutonium



شکل ۵-۲ پتانسیل چاه مربعی استاندارد واپاشی آلفا و اثر تونل‌زنی کوانتومی ذره‌ی آلفا [۱۴۰].

در ابتدا ذره‌ی آلفا در هسته‌ی مادر، درون پتانسیل چاه مربعی به دام افتاده است و تابع موج متناظر با آن Ψ_I یعنی تابع موج ورودی، در شکل ۵-۲ نشان داده شده است. سرانجام از طریق اثر تونل‌زنی کوانتومی، ذره‌ی آلفا از هسته‌ی مادر گسیل می‌شود و سپس توسط تابع موج ذره‌ی آزاد Ψ_{III} یعنی تابع موج خروجی، پارامتری می‌شود. احتمال نفوذپذیری ذره‌ی آلفا از طریق سد کولنی، متناسب با مربع نسبت بین توابع موج خروجی و ورودی است. با استفاده از تقریب WKB، احتمال نفوذپذیری ذره‌ی آلفا به صورت رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود[۱۴۶]

$$P_\alpha(Q_\alpha, E_\ell^*, \ell) \propto \left|\frac{\psi_{III}}{\psi_I}\right|^2 = \exp[-2\int_{R_0}^{R_{out}} k(r)dr], \qquad (۳-۵)$$

که در آن R_0 شعاع هسته‌ی دختر است ($R_0 = ۱/۲A_d^{۱/۳}$)، و R_{out} نقطه‌ی تونل‌زنی دوم است. تابع موج K(r) به فرم زیر است

$$\begin{aligned} k(r) &= \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2}(V(r)-Q_\alpha)}, \\ &= \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2}}[\frac{Z_\alpha Z_d e^2}{r} + \frac{\hbar^2\ell(\ell+1)}{2\mu r^2} - (Q_\alpha - E_\ell^*)]^{1/2}, \end{aligned} \qquad (۴-۵)$$

که در آن μ جرم کاهیده است. تکانه‌ی زاویه‌ای مداری ℓ که توسط ذره‌ی آلفا حمل می‌شود، در گذار حالت پایه به حالت پایه هسته‌ی زوج-زوج صفر است، یعنی اسپین و پاریته‌ی ذره‌ی آلفا برابر با $\pi_\alpha = +1$ و $\ell_\alpha = 0$ است. در هسته‌های فرد-زوج یا فرد-فرد، مقدار ℓ می‌تواند غیر صفر باشد. انرژی آزاد شده در واپاشی آلفا Q_n، از حالت پایه 0^+ هسته‌ی مادر به حالت برانگیخته (n) هسته‌ی دختر، بر حسب انرژی برانگیختگی E^* بصورت زیر محاسبه می‌شود[۱۴۴]

$$Q_n \equiv Q_{0^+\to n^+} = Q_{0^+\to 0^+} - E_{nd},\ (MeV) \qquad (۵-۵)$$

بطور کلی، در واپاشی آلفا هسته‌های سنگین، ارتفاع سد مرکزگرا در r=R. در مقایسه با سد کولنی بسیار کوچک است [۱۴۷]

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\ell(\ell+1)}{R_0^2} : \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_0} \qquad (۶-۵)$$

با بسط عدد موج k(r) در توانهای کوچک کمیت ε، احتمال نفوذپذیری را می‌توان به فرم ساده شده‌ی زیر نوشت [۱۴۷]

$$P_\alpha(Q_\alpha, E_\ell^*, \ell) = \exp[-\chi]\times\exp[-\rho], \qquad (۷-۵)$$

که در آن ثابتهای χ و ρ از رابطه‌ی زیر تبعیت می‌کنند

$$\chi = \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2}}\frac{Z_\alpha Z_d e^2 \pi}{(Q_\alpha - E_\ell^*)]^{1/2}},\ \rho = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2\mu}}\frac{2\ell(\ell+1)}{(Z_\alpha Z_d e^2 R_0)^{1/2}}. \qquad (۸-۵)$$

ترم χ شامل اثرات انرژی برانگیختگی E_ℓ^* برای عامل نفوذپذیری هسته‌ی دختر است و جمله‌ی ρ معرف اثر تکانه زاویه‌ای مداری غیر صفر ℓ در اتم است. فرم مجزا فاکتور نفوذپذیری معادله‌ی ۵-۷ اولین بار توسط گاموف و سپس توسط راسمسن و همکارانش

[۱۴۸] مطرح شد. عبارت مشابه فاکتور نفوذپذیری در کتاب بوهر و موتلسن [۱۴۹] استفاده شده است. با توجه به معادله‌ی ۵-۷ می‌توان گفت که احتمال نفوذپذیری ذره‌ی آلفا مقدار ماکسیمم دارد، وقتی هم انرژی برانگیختگی E_ℓ^* و تکانه‌ی زاویه‌ای ℓ (یعنی گذار-α برای حالت پایه‌ی هسته‌ی دختر) صفر هستند. این مطلب، مطابق با حقیقت تجربی است که نسبت انشعابی واپاشی-α در حالت پایه، برای همه‌ی گسیلنده‌ی زوج-زوج بیشتر است [۱۵۰]. هسته دختر باقیمانده پس از فروپاشی بیشترین احتمال را دارد که در حالت پایه خود باقی بماند و احتمال ماندن در حالت برانگیخته آن نسبتا خیلی کوچکتر است. انرژی حالت برانگیخته حالت ℓ یعنی E_ℓ^* با استفاده از تابع توزیع بولتزمن به فرم زیر است

$$\omega_\ell(E_\ell^*) = \exp[-cE_\ell^*] \qquad (۹-۵)$$

که در آن c پارامتر آزاد است، مطابق مرجع [۱۴۱]، این مقدار برابر با ۱,۵ است. احتمال کل گذار-α یعنی $I_{\ell+}$ ، را می‌توان بر حسب حاصلضرب فاکتور نفوذپذیری و احتمال برانگیختگی نوشت [۱۴۰]

$$I_{\ell+} = \omega_\ell(E_\ell^*) P_\alpha(Q_\alpha, E_\ell^*, \ell) \qquad (۱۰-۵)$$

نسبت انشعابی برای هر حالت نوار چرخشی[۱] هسته‌ی دختر را می‌توان بصورت زیر نوشت

$$\begin{aligned}
BR_{g.s.}^{0+}\% &= \frac{I_{0+}}{I_{0+}+I_{2+}+I_{4+}+I_{6+}+\ldots}\times 100\%,\\
BR_{g.s.}^{2+}\% &= \frac{I_{2+}}{I_{0+}+I_{2+}+I_{4+}+I_{6+}+\ldots}\times 100\%,\\
BR_{g.s.}^{4+}\% &= \frac{I_{4+}}{I_{0+}+I_{2+}+I_{4+}+I_{6+}+\ldots}\times 100\%,\\
&\vdots
\end{aligned} \qquad (۱۱-۵)$$

[۱] Rotational band

فرم ساده‌تر آن

$$BR_{g.s.}^{n+}\% = \frac{I_{n+}}{\sum_{n=0}^{2n} I_{n+}} \times 100\%, \qquad 2n = 0, 2, 4, ... \qquad (۱۲-۵)$$

نسبت انشعابی واپاشی آلفا برای حالت برانگیخته ۰^+ هسته‌ی دختر، به صورت معادله‌ی زیر است

$$BR_{g.s.}^{0+}\% = BR_{g.s.}^{0+}\% \times \frac{\omega_0(E_0^*)}{\omega_0(0)} \frac{P_\alpha(Q_\alpha, E_0^*, 0)}{P_\alpha(Q_\alpha, 0, 0)} \qquad (۱۳-۵)$$

که در آن $BR_{g.s.}^{0+}\%$، نسبت انشعابی گذار-α بین حالت پایه است.

$$BR_{g.s.}^{0+}\% = BR_{g.s.}^{0+}\% \times \exp[-cE_\ell^*] \times \exp\{\sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2}} Z_\alpha Z_d e^2 \pi \times [\frac{1}{Q_\alpha^{1/2}} - \frac{1}{(Q_\alpha - E_\ell^*)^{1/2}}]\}, \qquad (۱۴-۵)$$

همچنین نتایج بدست آمده برای ایزوتوپ‌های زوج-زوج Cm، Fm، Cf و Pu برای گذار آلفا حالت پایه $۰^+ \rightarrow ۰^+$، اولین حالت برانگیخته $۰^+ \rightarrow ۲^+$، دومین حالت برانگیخته $۰^+ \rightarrow ۴^+$، سومین حالت برانگیخته $۰^+ \rightarrow ۶^+$ و چهارمین حالت برانگیخته $۰^+ \rightarrow ۸^+$ ، در محدوده ۲۳۴ ≤Ap≤ ۲۵۴، در جدول ۵-۱ ارائه شده است.

جدول ۵-۱: محاسبه نسبت انشعابی

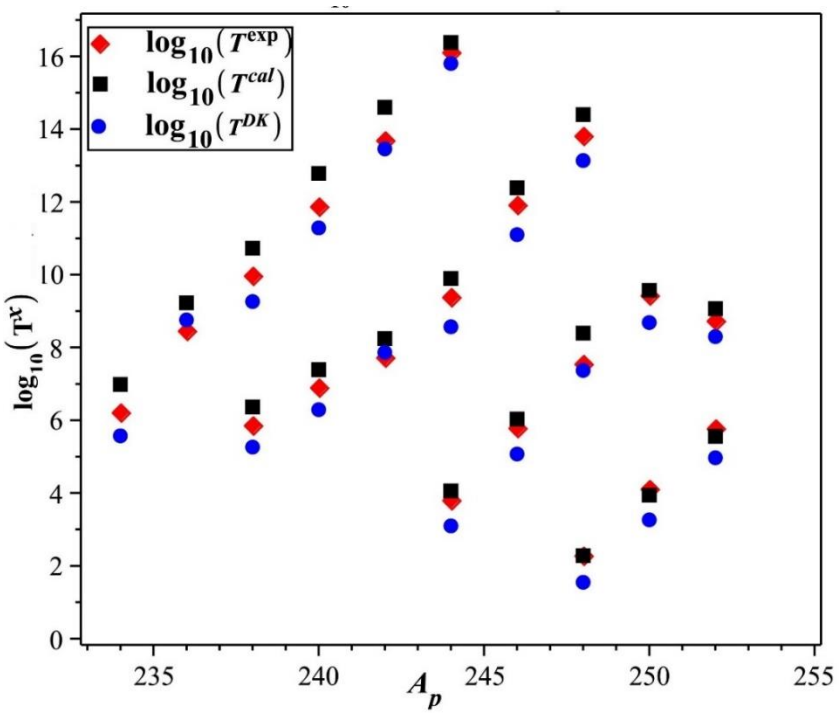
α-Decay	Z_p	Q_α	ℓ	B^{exp} (%)	B^{theo} (%)	B^{XR} (%)	B^{DK} (%)	E_ℓ*	T^{exp}(s)	T^{CPPM}(s)
^{۲۴۸}Fm→^{۲۴۴}Cf										
(۰+)→(۰+)	۱۰۰	۸,۰	۰	۷۹,۶۰	۷۹,۶۳	-	۶۰,۲۰	۰,۰	۴۸,۶	۱۴۷
(۰+)→(۲+)		۷,۹	۲	۲۰,۰۰	۲۰,۳۶	-	۳۹,۸۰	۰,۰۴۱	۱,۹۴×۱۰^{۲}	۱,۹۰×۱۰^{۲}
^{۲۵۰}Fm→^{۲۴۶}Cf										
(۰+)→(۰+)	۱۰۰	۷,۵	۰	۸۳,۳۰	۸۱,۵۵	-	۶۱,۹۰	۰,۰	۲,۶۴×۱۰^{۳}	۶,۴۵×۱۰^{۳}
(۰+)→(۲+)		۷,۵۱	۲	۱۶,۷۰	۱۸,۴۴	-	۳۸,۱۰	۰,۰۴۴	۱,۳۲×۱۰^{۴}	۸,۷۳×۱۰^{۳}
^{۲۵۲}Fm→^{۲۴۸}Cf										
(۰+)→(۰+)		۷,۱۵	۰	۸۴,۰۰	۸۱,۴۱	۷۳,۳	۵۵,۲۰	۰,۰	۹,۱۴×۱۰^{۴}	۲,۷۲×۱۰^{۵}
(۰+)→(۲+)		۷,۱۱	۲	۱۵,۰۰	۱۸,۰۳	۲۴,۷	۳۳,۲۰	۰,۰۴۲	۶,۰۹×۱۰^{۵}	۳,۶۲×۱۰^{۵}
(۰+)→(۴+)	۱۰۰	۷,۰۲	۴	۰,۹۷۰	۰,۵۵۰	۱,۹۸	۱۰,۱۰	۰,۱۳۸	۹,۴۲×۱۰^{۶}	۸,۱۸×۱۰^{۶}
(۰+)→(۶+)		۶,۸۷	۶	۰,۰۲۳	۰,۰۰۲	۰,۰۳۷	۱,۵۳۰	۰,۲۸۳	۳,۹۷×۱۰^{۸}	۱,۷۳×۱۰^{۸}
^{۲۵۴}Fm→^{۲۵۰}Cf										
(۰+)→(۰+)		۷,۳۰	۰	۸۴,۹	۸۱,۳۵	۷۳,۲	-	۰,۰	۱,۱۶×۱۰^{۴}	۵,۶۱×۱۰^{۴}
(۰+)→(۲+)	۱۰۰	۷,۲۶	۲	۱۴,۲	۱۸,۱۲	۲۴,۸	-	۰,۰۴۳	-	-
(۰+)→(۴+)		۷,۱۶	۴	۰,۸۲	۰,۵۲۳	۱,۹۸	-	۰,۱۴۲	-	-
(۰+)→(۶+)		۷,۰۱	۶	۰,۰۰۶۶	۰,۰۰۱۸	۰,۰۳۶	-	۰,۲۹۶	-	-
^{۲۴۴}Cf→^{۲۴۰}Cm										
(۰+)→(۰+)	۹۸	۷,۳۲	۰	۵۳	۸۰,۰۹	-	۶۶,۶۰	۰,۰	۲,۲۰×۱۰^{۳}	۸,۹۷×۱۰^{۳}
(۰+)→(۲+)		۷,۲۹	۲	۱۸	۱۹,۹۰	-	۳۹,۴۰	۰,۰۳۸	۶,۴۷×۱۰^{۳}	۱,۱۴×۱۰^{۴}
^{۲۴۶}Cf→^{۲۴۲}Cm										
(۰+)→(۰+)		۶,۸۶	۰	۷۹,۳۰	۸۲,۲۳	-	۵۵,۶۰	۰,۰	۱,۶۲×۱۰^{۵}	۸,۰۱×۱۰^{۵}
(۰+)→(۲+)	۹۸	۶,۸۱	۲	۴۰,۶۰	۱۷,۳۱	-	۳۳,۰۰	۰,۰۴۲	۶,۲۴×۱۰^{۵}	۱,۰۸×۱۰^{۶}
(۰+)→(۴+)		۶,۷۲	۴	۰,۱۵	۰,۴۵۵	-	۹,۹۶	۱	۸,۵۷×۱۰^{۷}	۲,۶۶×۱۰^{۷}
(۰+)→(۶+)		۶,۵۷	۶	۱×۱۰$^{-۲}$	۰,۰۰۱۳	-	۱,۴۱	۰,۱۳۷	۸,۰۳×۱۰^{۸}	۵,۸۶×۱۰^{۸}
^{۲۴۸}Cf→^{۲۴۴}Cm								۰,۲۸۸		
(۰+)→(۰+)		۶,۳۶	۰	۸۱,۵	۸۴,۵۶	۷۵,۴	۵۹,۱۰	۰,۰	۲,۸۸×۱۰^{۷}	۱,۷۴×۱۰^{۸}
(۰+)→(۲+)	۹۸	۶,۳۱	۲	۱۸,۱	۱۵,۱۷	۲۳,۲	۳۲,۷۰	۰,۰۴۳	۳,۶۰×۱۰^{۷}	۲,۴۷×۱۰^{۸}
(۰+)→(۴+)		۶,۲۱	۴	۰,۴۰	۰,۲۶۰۸	۱,۴۷	۸,۱۵	۰,۱۴۲	۱,۴۷×۱۰^{۸}	۷,۱۳×۱۰^{۹}
^{۲۵۰}Cf→^{۲۴۶}Cm										
(۰+)→(۰+)		۶,۱۲	۰	۸۴,۵	۸۳,۷۶	۷۵,۹	۶۰,۱۰	۰,۰	۴,۱۲×۱۰^{۸}	۲,۵۸×۱۰^{۹}
(۰+)→(۲+)	۹۸	۶,۰۸	۲	۱۵,۱	۱۴,۷۱	۲۲,۷	۳۲,۰۰	۰,۰۴۳	۲,۷۵ ×۱۰^{۹}	۳,۷۲×۱۰^{۹}
(۰+)→(۴+)		۶,۰۲	۴	۰,۳۰	۱,۵۱	۱,۳۵	۷,۲۵	۰,۱۴۲	۱,۳۸×۱۰^{۱۱}	۱,۱۴×۱۰^{۱۱}
(۰+)→(۶+)		۵,۸۳	۶	۰,۰۱۰	۰,۰۰۰۳	۰,۰۱۵	۰,۶۸	۰,۲۹۵	۴,۱۳×۱۰^{۱۲}	۳,۴۶×۱۰^{۱۲}

ادامه جدول ۵-۱.

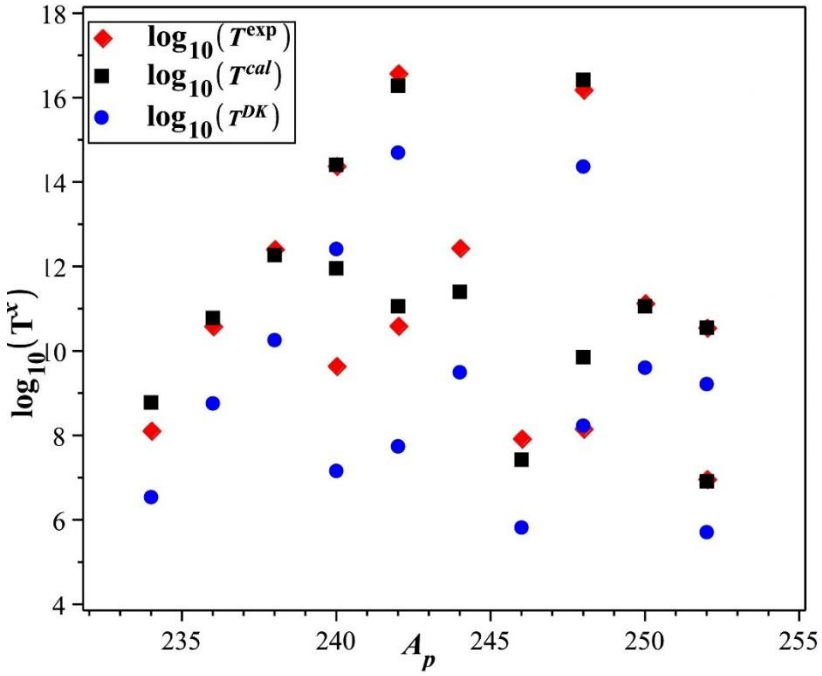
$^{۲۵۲}Cf \rightarrow {}^{۲۴۸}Cm$										
(۰+)→(۰+)	۹۸	۶,۲۱	۰	۸۴,۲۰	۸۴,۷۶	-	۶۰,۰۰	۰,۰	۱,۰۲×۱۰^۸	۸,۱۸×۱۰^۸
(۰+)→(۲+)		۶,۱۷	۲	۱۵,۷۰	۱۴,۹۹	-	۳۲,۰۰	۰,۰۴۳۴	۵,۴۹×۱۰^۸	۱,۱۷×۱۰^۹
(۰+)→(۴+)		۶,۱۱	۴	۰,۲۴	۰,۲۴۷	-	۷,۲۷	۰,۱۴۳۶	۳,۶۳×۱۰^۱۰	۳,۵۵×۱۰^۱۰
(۰+)→(۶+)		۵,۹۱	۶	۲×۱۰^-۳	۰,۰۰۰۳۲	-	۰,۶۹	۰,۲۹۸۱	۴,۳۱×۱۰^۱۲	۱,۱۲×۱۰^۱۲
(۰+)→(۸+)		۵,۷۱	۸	۵×۱۰^-۵	۲.×۱۰^-۸	-	۲×۱۰^-۲	۰,۵۰۵۰	۱,۴۴×۱۰^۱۴	۵,۲۴×۱۰^۱۲
$^{۲۳۸}Cm \rightarrow {}^{۲۳۴}Pu$										
(۰+)→(۰+)	۹۶	۶,۶۲	۰	۶۹,۵۳	۸۴,۴۲	-	۶۴,۲۰	۰,۰	۳,۲۴×۱۰^۵	۱,۵۹×۱۰^۶
(۰+)→(۲+)		۶,۵۷	۲	۳۰,۴۷	۱۵,۵۷	-	۳۵,۸۰	۰,۰۴۶	۷,۳۸×۱۰^۵	۲,۳۲×۱۰^۶
$^{۲۴۰}Cm \rightarrow {}^{۲۳۶}Pu$										
(۰+)→(۰+)	۹۶	۶,۳۹	۰	۷۱,۱۰	۸۴,۵۲	-	۵۸,۸۰	۰,۰	۳,۲۹×۱۰^۶	۱,۶۹×۱۰^۷
(۰+)→(۲+)		۶,۳۵	۲	۲۸,۹۰	۱۵,۳۲	-	۳۲,۴۰	۰,۰۴۴۶	۸,۱۰×۱۰^۶	۲,۴۵×۱۰^۷
(۰+)→(۴+)		۶,۲۰	۴	۰,۰۵	۰,۱۵	-	۷,۹۶	۰,۱۴۷۵	۴,۵۰×۱۰^۹	۹,۰۶×۱۰^۹
(۰+)→(۶+)		۵,۸۹	۶	۱×۱۰^-۲	۰,۰۰۰۰۳	-	۰,۸۶	۰,۳۰۵۸	۱,۶۷×۱۰^۱۰	۲,۱۹×۱۰^۱۱
$^{۲۴۲}Cm \rightarrow {}^{۲۳۸}Pu$										
(۰+)→(۰+)	۹۶	۶,۲۱	۰	۷۴,۰۸	۸۳,۹۰	-	۵۹,۰۰	۰,۰	۱,۹۰×۱۰^۷	۱,۲۶×۱۰^۸
(۰+)→(۲+)		۶,۱۷	۲	۲۵,۹۲	۱۵,۹۵	-	۳۲,۳۰	۰,۰۴۱	۵,۴۳×۱۰^۷	۱,۷۶×۱۰^۸
(۰+)→(۴+)		۶,۰۲	۴	۳×۱۰^-۲	۰,۱۴	-	۷,۸۵	۰,۱۴۶	۴,۰۲×۱۰^۱۰	۱,۱۴×۱۰^۱۱
(۰+)→(۶+)		۵,۷۲	۶	۴×۱۰^-۳	۰,۰۰۰۰۲	-	۰,۸۲	۰,۳۰۳۴	۳,۰۶×۱۰^۱۱	۱,۹×۱۰^۱۲
(۰+)→(۸+)		۵,۲۱	۸	۲×۱۰^-۵	۶.×۱۰^-۱۲	-	۳×۱۰^-۲	۰,۵۱۳۶	۷,۰۴×۱۰^۱۳	۸,۳۱×۱۰^۱۵
$^{۲۴۴}Cm \rightarrow {}^{۲۴۰}Pu$										
(۰+)→(۰+)	۹۶	۵,۹۰	۰	۷۶,۴	۸۵,۵۳	۷۶,۵	۶۰,۳۰	۰,۰	۵,۷۰×۱۰^۸	۵,۴۰×۱۰^۹
(۰+)→(۲+)		۵,۸۵	۲	۲۳,۶	۱۴,۲۶	۲۲,۲	۳۱,۹۰	۰,۰۴۳	۲,۴۷×۱۰^۹	۷,۸۸×۱۰^۹
(۰+)→(۴+)		۵,۷۶	۴	۰,۰۲۲	۰,۲۰۴	۱,۲۴	۷,۱۴	۰,۱۴۲	۲,۸۰×۱۰^۱۲	۲,۵۱×۱۰^۱۱
(۰+)→(۶+)		۵,۶۰	۶	۰,۰۰۰۳	۰,۰۰۰۲	۰,۰۱۳	۰,۶۵	۰,۲۹۴	۱,۶۲×۱۰^۱۳	۸,۷×۱۰^۱۲
(۰+)→(۸+)		۵,۴۰	۸	۰,۰۰۰۴	۱,۱,۱۰^-۸	-	۰,۰۲۳	۰,۴۹۷۵	۱,۴۳×۱۰^۱۵	۴,۴۶×۱۰^۱۴
$^{۲۴۶}Cm \rightarrow {}^{۲۴۲}Pu$										
(۰+)→(۰+)	۹۶	۵,۴۷	۰	۸۲,۲	۸۷,۸۷	۷۸,۴	۶۷,۶۰	۰,۰	۱,۵۰×۱۰^۱۱	۱,۵۶×۱۰^۱۲
(۰+)→(۲+)		۵,۴۳	۲	۱۷,۸	۱۲,۱۳	۲۰,۶	۳۲,۴۰	۰,۰۴۵	۸,۴۴×۱۰^۱۱	۲,۴۴×۱۰^۱۲
(۰+)→(۴+)		۰۳ -	۴	۰,۰۴۰	-	۰,۹۳۴	-	۰,۱۴۷	-	-
$^{۲۴۸}Cm \rightarrow {}^{۲۴۴}Pu$										
(۰+)→(۰+)	۹۶	۵,۱۶	۰	۸۱,۹۰	۸۸,۸۸	-	۶۶,۲۰	۰,۰	۱,۴۶×۱۰^۱۳	۱,۵۴×۱۰^۱۴
(۰+)→(۲+)		۵,۱۱	۲	۱۸,۰۳	۱۱,۰۹	-	۲۹,۷۰	۰,۰۴۴۲	۶,۶۵×۱۰^۱۳	۲,۵۱×۱۰^۱۴
(۰+)→(۴+)		۴,۹۶	۴	۷,۶۰×۱۰^-۲	۰,۰۲۶	-	۳,۹۱	۰,۱۵۵	۱,۵۷×۱۰^۱۶	۲,۶۳×۱۰^۱۶
(۰+)→(۶+)		۴,۶۴	۶	۵×۱۰^-۳	۲.×۱۰-۷	-	۰,۱۷	۰,۳۱۷۹	۲,۲۰×۱۰^۱۷	۲,۸۱×۱۰^۱۹

ادامه جدول ۵-۱.

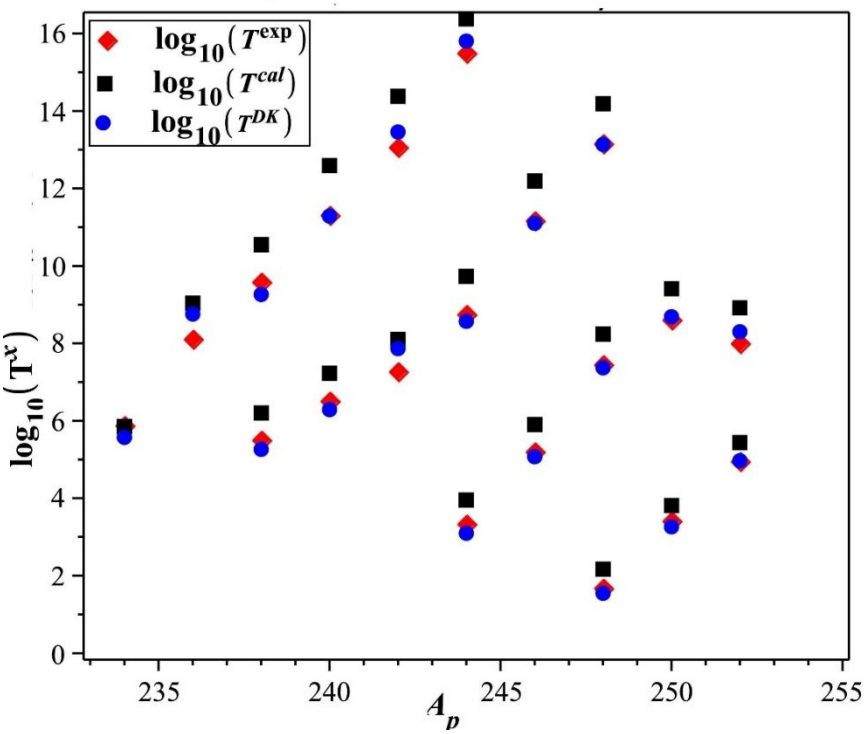
$^{۲۳۴}Pu \rightarrow ^{۲۳۰}U$	۹۴	۶,۳۱	۰	۶۸,۳۰	۸۶,۸۱	-	۶۱,۷۰	۰,۰	۷,۷۳×۱۰^۵	-------
(۰+)→(۰+)		۶,۲۵	۲	۳۱,۷۰	۱۳,۰۱	-	۳۱,۶۰	۰,۰۵۱۷	۱,۶۷×۱۰^۶	۹,۷۰×۱۰^۶
(۰+)→(۲+)		۶,۰۸	۴	۰,۴۰	۰,۰۸	-	۶,۶۸	۰,۱۶۹۵	۱,۳۲×۱۰^۸	۶,۰۱×۱۰^۸
(۰+)→(۴+)										
$^{۲۳۶}Pu \rightarrow ^{۲۳۲}U$	۹۴	۵,۸۶	۰	۶۹,۱۰	۸۷,۰۴	-	۶۲,۱۰	۰,۰	۱,۳۱×۱۰^۸	۱,۰۹×۱۰^۹
(۰+)→(۰+)		۵,۸۱	۲	۳۰,۸۰	۱۲,۸۱	-	۳۱,۲۰	۰,۰۴۷۶	۲,۹۳×۱۰^۸	۱,۶۹×۱۰^۹
(۰+)→(۲+)		۵,۷۱	۴	۰,۲۳	۰,۱۴	-	۶,۲۰	۰,۱۵۶	۳,۹۲×۱۰^۱۰	۶,۰۲×۱۰^۱۰
(۰+)→(۴+)		۵,۵۴	۶	۱×۱۰^-۳	۰,۰۰۹	-	۰,۴۸	۰,۳۲۲۷	۴,۸۸×۱۰^۱۲	۲,۴۵×۱۰^۱۲
(۰+)→(۶+)		۵,۳۲	۸	۱×۱۰^-۵	۲.×۱۰^-۹	-	۱×۱۰^-۲	۰,۵۴۰۷	۶,۹۴×۱۰^۱۴	۱,۵۱×۱۰^۱۴
(۰+)→(۸+)										
$^{۲۳۸}Pu \rightarrow ^{۲۳۴}U$	۹۴	۵,۵۹	۰	۷۰,۹۰	۸۶,۶۹	-	۶۲,۰۰	۰,۰	۳,۹۰×۱۰^۹	۳,۵۵×۱۰^۱۰
(۰+)→(۰+)		۵,۵۴	۲	۲۸,۹۸	۱۳,۱۵	-	۳۱,۲۰	۰,۰۴۳۵	۹,۵۵×۱۰^۹	۵,۳۷×۱۰^۱۰
(۰+)→(۲+)		۵,۴۴	۴	۰,۱۱	۰,۵۱	-	۶,۲۸	۰,۱۴۳۴	۲,۶۴×۱۰^۱۲	۱,۸۷×۱۰^۱۲
(۰+)→(۴+)		۵,۲۹	۶	۳,۰۰×۱۰^-۳	۰,۰۰۰۱	-	۰,۴۹۲	۰,۲۹۶۱	۹,۲۳×۱۰^۱۳	۷,۳۴×۱۰^۱۳
(۰+)→(۶+)		۵,۰۹	۸	۶.×۱۰^-۶	۳.×۱۰^-۹	-	۱×۱۰^-۲	۰,۴۹۷۰	۴,۰۷×۱۰^۱۶	۴,۳۶×۱۰^۱۵
(۰+)→(۸+)										
$^{۲۴۰}Pu \rightarrow ^{۲۳۶}U$	۹۴	۵,۲۵	۰	۷۲,۸	۸۸,۲۸	۷۹,۱	۶۵,۰۰	۰,۰	۲,۰۷×۱۰^۱۱	۳,۸۹×۱۰^۱۲
(۰+)→(۰+)		۵,۲۱	۲	۲۷,۱	۱۱,۶۳	۲۰,۱	۳۰,۰۰	۰,۰۴۵	۷,۶۴×۱۰^۱۱	۶,۱۰×۱۰^۱۲
(۰+)→(۲+)		۵,۱۰	۴	۰,۰۸۵۲	۰,۰۸۷	۰,۸۰۷	۴,۸۳	۰,۱۴۹	۲,۴۶×۱۰^۱۴	۲,۵۷×۱۰^۱۴
(۰+)→(۴+)		۴,۹۴	۶	۰,۰۰۱۰	۰,۰۰۰۰۳	۰,۰۰۴۸	۰,۲۶	۰,۳۱۰	۱,۹۵×۱۰^۱۶	۱,۴۴×۱۰^۱۶
(۰+)→(۶+)		۴,۷۳	۸	۴×۱۰^-۵	۲.×۱۰^-۱۰	۴×۱۰^-۶	۴×۱۰^-۳	۰,۵۲۲	۴,۵۰×۱۰^۱۷	۱,۴۷×۱۰^۱۸
(۰+)→(۸+)										
$^{۲۴۲}Pu \rightarrow ^{۲۳۸}U$	۹۴	۴,۹۸	۰	۷۷,۵	۸۹,۶۱	۸۰,۱	۶۷,۲۰	۰,۰	۱,۱۸×۱۰^۱۳	۲,۳۹×۱۰^۱۴
(۰+)→(۰+)		۴,۹۳	۲	۲۲,۴	۱۰,۳۲	۱۹,۲	۲۸,۷۰	۰,۰۴۵	۵,۰۲×۱۰^۱۳	۳,۹۸×۱۰^۱۴
(۰+)→(۲+)		۴,۸۳	۴	۰,۰۹۸	۰,۰۶۰	۰,۶۸۸	۳,۸۸	۰,۱۴۸	۳,۸۴×۱۰^۱۶	۱,۹۱×۱۰^۱۶
(۰+)→(۴+)		۴,۶۷	۶	۰,۰۰۱۳	۰,۰۰۰۰۱	۰,۰۰۳۴	۰,۱۶	۰,۳۰۷	۱,۳۷×۱۰^۱۸	۱,۲۸×۱۰^۱۸
(۰+)→(۶+)										
$^{۲۴۴}Pu \rightarrow ^{۲۴۰}U$	۹۴	۴,۶۶	۰	۸۰,۶۰	۹۰,۷۰	-	۷۱,۵۰	۰,۰	۳,۱۸×۱۰^۱۵	۲,۳۹×۱۰^۱۶
(۰+)→(۰+)		۴,۶۲	۲	۱۹,۴۰	۹,۲۹	-	۲۸,۵۰	۰,۰۴۴	۱,۳۲×۱۰^۱۶	۸,۵۱×۱۰^۱۶
(۰+)→(۲+)										



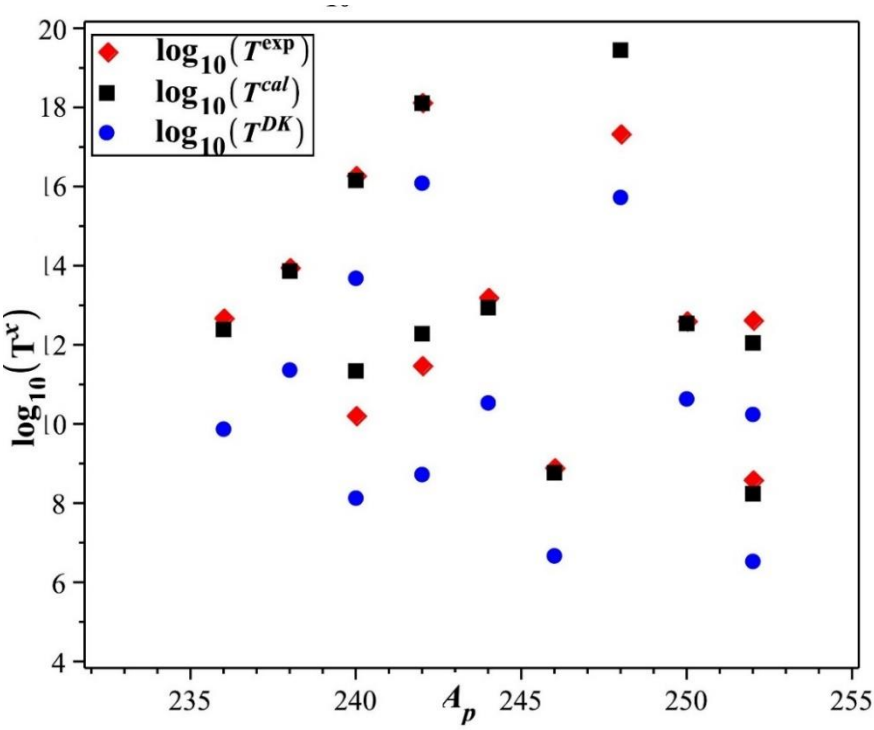
نمودار ۵-۳ مقایسه $\log_{10}(T_{1/2})$ مدلها با مقادیر تجربی بر حسب A_p برای گذار $\ell=0$



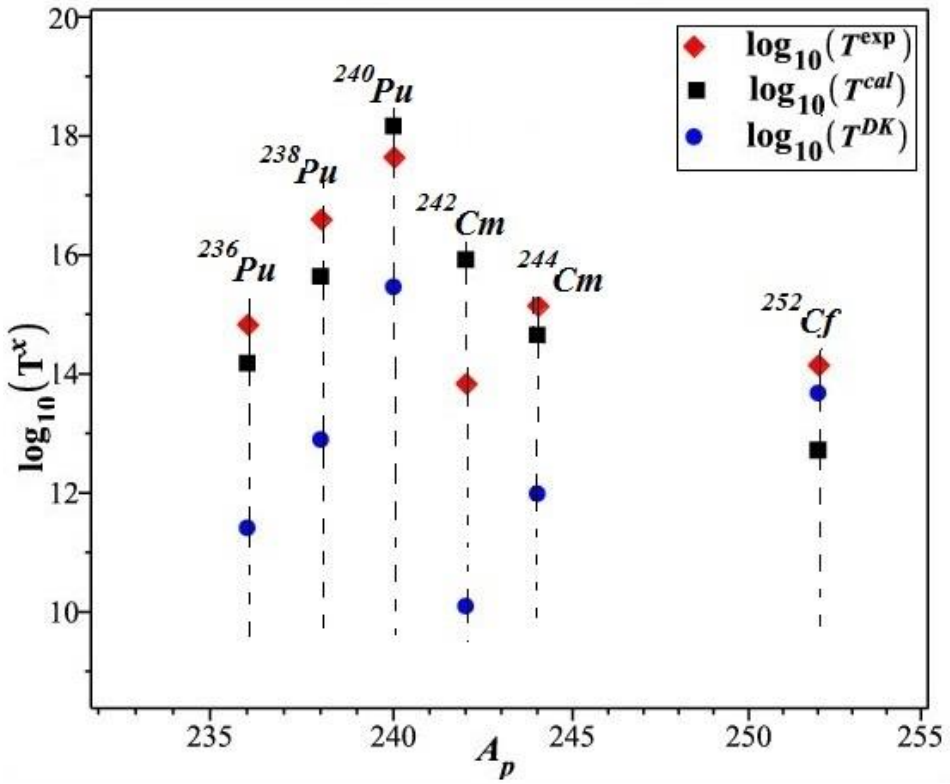
نمودار ۵-۴ مقایسه $\log_{10}(T_{1/2})$ مدلها با مقادیر تجربی بر حسب A_p برای گذار $\ell=2$



نمودار ۵-۵ مقایسه $\log_{10}(T_{1/2})$ مدلها با مقادیر تجربی بر حسب A_p برای گذار ℓ=۴

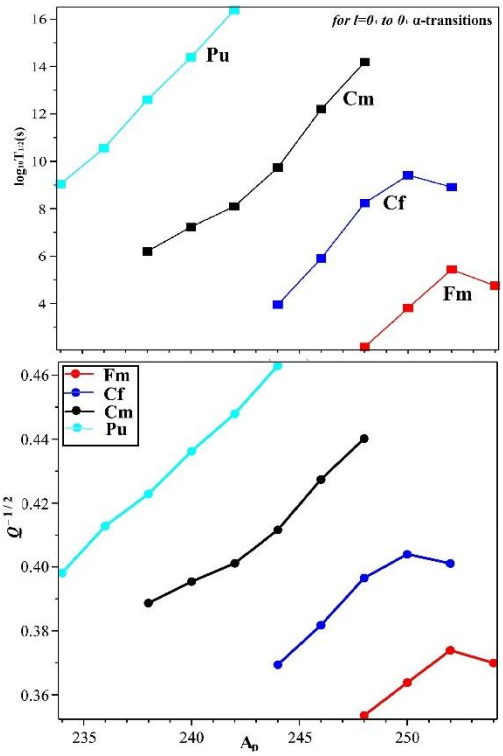


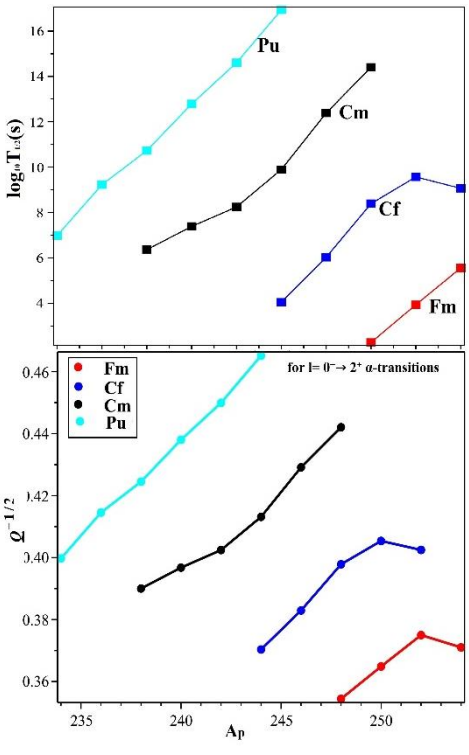
نمودار ۵-۶ مقایسه $\log_{10}(T_{1/2})$ مدلها با مقادیر تجربی بر حسب A_p برای گذار۶=ℓ



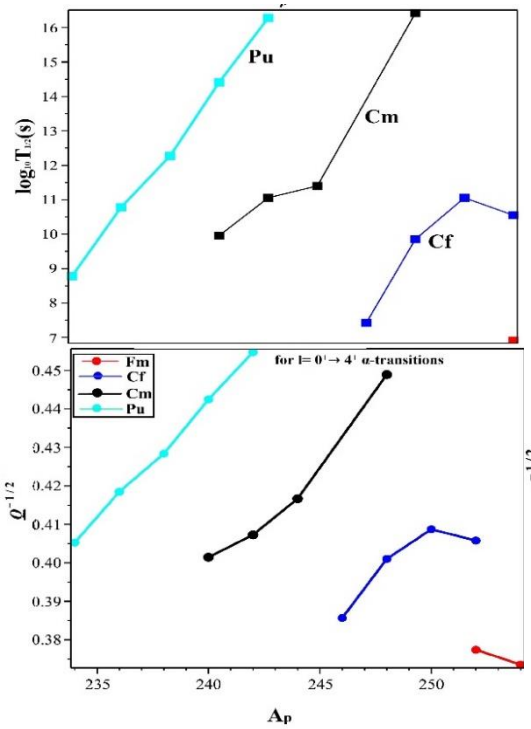
نمودار ۵-۷ مقایسه $\log_{10}(T_{1/2})$ مدلها با مقادیر تجربی بر حسب A_p برای گذار $\ell=8$

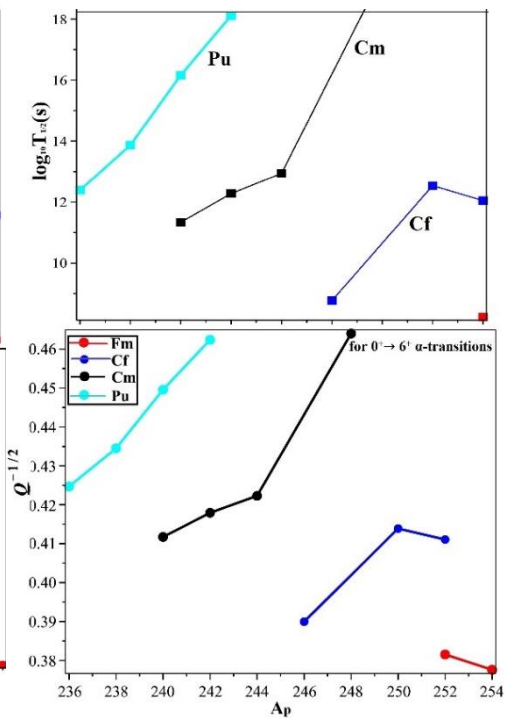
نمودار ۵-۳، ۵-۴، ۵-۵، ۵-۶ و ۵-۷ به ترتیب مقادیر لگاریتم نیمه عمر واپاشی آلفا با مدلهای MCPPM و DK و همچنین با داده‌های تجربی بر حسب عدد جرمی آنها، برای گذار حالت پایه $\ell=0$، و حالات برانگیخته‌ی $\ell=2$، $\ell=4$، $\ell=6$ و $\ell=8$ مقایسه می‌کند. همانطور که ملاحظه می‌کنید، مدل CPPM اصلاح شده نتایج بهتری را نشان می‌دهد. در نمودار ۵-۸، ۵-۹، ۵-۱۰ و ۵-۱۱ مقادیر لگاریتم نیمه عمر و مقادیر وارون و جذر انرژی واپاشی، ایزوتوپهای Cm، Cf، Fm و Pu مقایسه شده است. به وضوح، نقطه‌ی ماکسیمم برای فرمیوم ^{252}Fm و کالیفرمیوم ^{250}Cf نشان می‌دهد که ناشی از لایه‌ی نوترونی تغییر شکل‌یافته در عدد نوترونی $N_p=152$ است. همچنین نمودار رابطه‌ی خطی برای اعداد نوترونی هسته‌ی مادر در بالای عدد جادویی $N_p=126$ را نشان می‌دهد.





نمودار ۵-۹ مقایسه $\log_{10}T$ بر حسب $Q^{-1/2}$ برای $\ell=2^+$ نمودار ۵-۸مقایسه $\log_{10}T$ بر حسب برای $\ell=0^+\rightarrow 0^+$





نمودار۵-۱۱ مقایسه $\log_{10}T$ بر حسب $Q^{-1/2}$ برای $\ell=6^+$ نمودار ۵-۱۰ مقایسه $\log_{10}T$ بر حسب $Q^{-1/2}$ برای $\ell=4^+$

فصل ۶

نتیجه‌گیری و چشم‌انداز

۶-۱ نتیجه‌گیری

در این رساله، نیمه عمرهای هسته‌های مختلف را با مدل پتانسیل مجاورت و کولنی در حالت پایه (بدون در نظر گرفتن اثرات دمایی) و برانگیخته (با در نظر گرفتن نقش دمای هسته‌ای) مورد مطالعه قرار داده‌ایم. با بکار بردن روش محاسبه‌ی نیمه عمر، با مدل نیمه -تجربی ارائه شده توسط تاوارس و همکارانش، بر اساس مکانیسم تونل‌زنی مکانیک کوانتومی که احتمال پیش تشکیل آلفا در سطح هسته با محاسبه‌ی فاکتور گاموف در ناحیه‌ی سد همپوشانی بدست می‌آید، آن را با مدل پتانسیل مجاورت مقایسه نموده‌ایم. در زمینه‌ی گسیل آلفایی، برای محاسبه‌ی لگاریتم نیمه عمر به روش سیستماتیکی، مدل‌های متفاوتی ارائه شده است. از جمله مدل‌های استفاده شده برای محاسبه‌ی لگاریتم نیمه عمر عبارت است از مدل VSS، مدل Royer، مدل Brown، مدل SemFIS، مدل UDL، مدل UNIV، مدل Ren، مدل ADF و مدل DKM . برای این فرمول‌ها مانند VSS، R و B از مقادیر تجربی E_α و Q_α از کارهای تجربی پرلمان، آسارو، راسمسن و هافمن استفاده شده است. بنابراین لگاریتم نیمه عمر را با مدل پتانسیل مجاورت برای هسته‌های گوناگون مورد بررسی و مقایسه قرار داده‌ایم. برای پتانسیل مجاورت و کولنی CPPM با در نظر گرفتن ترم اضافی در سد پتانسیل در ناحیه‌ی همپوشانی به نتایج مطلوب‌تری دست یافته‌ایم. در بخش اثرات دمایی با پیشنهاد رابطه‌ی جدید برای پارامتر پهنای سطح و شعاع موثر به صورت نمایی، مشاهده نموده‌ایم که نتایج در توافق خوبی با فرمول رویر و میگنن هستند.

۶-۲ پیشنهادات

- تعیین نیمه عمر هسته‌های تغییر شکل‌یافته با مدل پتانسیل مجاورت یوکاوا

- بررسی نیمه عمر واپاشی آلفا بر اساس مدل گاموف-مانند با سد الکتروستاتیکی صفحه‌ای
- تعیین نیمه عمر برای هسته‌های مختلف با سد پتانسیل جدید
- بررسی اثرات دمایی برای هسته‌های تغییر شکل‌یافته متفاوت از جمله هسته‌ی مادر کروی با هسته دختر کروی یا هسته‌ی دختر تغییر شکل یافته، هسته‌ی مادر تغییر شکل یافته با هسته‌ی دختر کروی یا هسته ی دختر تغییر شکل یافته
- بررسی احتمال پیش تشکیل آلفا برای هسته‌های تغییر شکل‌یافته
- محاسبه نسبت انشعابی هسته‌های تغییر شکل‌یافته
- بررسی نقش پارامتر تغییر شکل‌یافته در لگاریتم نیمه عمرهای ارائه شده

پیوست الف: تقریب WKB

در ریاضی فیزیک، روش WKB راهکاری برای پیدا کردن راه حل تقریبی برای معادلات دیفرانسیلی خطی با ضرایب گوناگون است. این روش برای حل نیمه‌کلاسیکی در مکانیک کوانتومی استفاده می‌شود. این روش توسط فیزیکدانان ونتزل[۱]، کرامرز[۲] و بریلوئن[۳] در سال ۱۹۲۶ مطرح شد [۱۵۱, ۱۵۲]. مدتی قبل در سال ۱۹۲۳ ریاضیدان هارولد جفریز[۴] روش کلی برای حل تقریبی معادلات دیفرانسیل معمولی خطی، مرتبه دوم که معادله‌ی شرودینگر را هم شامل می‌شد، ارائه کرده بود، اما سه فیزیکدان از این موضوع بی اطلاع بودند. امروزه به تقریب WKB یا WKBJ ارجاع می‌دهند. برای شروع ابتدا معادله شرودینگر را بررسی می‌کنیم

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+k(x)^2\psi=0 \qquad \text{(۱الف)}$$

$$\begin{aligned} k(x)&=(\frac{2m}{\hbar^2}(E-V))^{1/2} && E>V(x)\\ k(x)&=i(\frac{2m}{\hbar^2}(V-E))^{1/2}=i\kappa(x) && E<V(x)\end{aligned} \qquad \text{(۲-الف)}$$

اگر k(x)=const، ثابت باشد. تابع دارای حل $\psi(x)=e^{\pm ikx}$ است. اگر k ثابت نباشد، اما با سرعت "کند" متغیر باشد، حل x وابسته به k با معادله به فرم زیر

$$e^{\pm i\int k(t)dt} \qquad \text{(۳الف)}$$

قابل قبول است. با جایگذاری آن در معادله شرودینگر (۱) خواهیم داشت

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+k(x)^2\psi=(\frac{d^2}{dx^2}+k^2)e^{\pm i\int k(t)dt}=\pm ik'(x)e^{\pm i\int k(t)dt} \qquad \text{(۴الف)}$$

---

[۱] Wentzel [۲] Kramers [۳] Brillouin [۴] Harold Jeffreys

معادله (۳)، فقط برای $k'(x)$ برابر با صفر کاربرد دارد. با این وجود اگر $k'(x)$ قابل صرفنظر باشد یا اگر شرط $|k'| \ll k^2$ برقرار باشد، تقریب WKBروش مناسبی خواهد بود. با فرض اینکه حل معادله (۱) به صورت زیر داده شود

$$\psi(x) = e^{iu(x)} \tag{۵الف}$$

که تابع $u(x)$ پیچیده نامعلوم است. با جایگذاری آن در معادله‌ی (۱) به عبارت زیر بر حسب $u(x)$ می‌رسیم:

$$iu''(x) - u'(x)^2 + k(x)^2 = 0 \tag{۶الف}$$

حالا معادله‌ی دیفرانسیل معمولی با این تقریب به نتایج زیر می‌رسد. با در نظر گرفتن ۰-امین تقریب برای حدس ساده‌ی ما به صورت

$$u_0 = \int_{x_0}^{x} k(t)dt \tag{۷الف}$$

از معادله‌ی (۶) به عبارت زیر خواهیم رسید

$$u_n = \pm\int_{x_0}^{x} \sqrt{k^2(t) + iu''_{n-1}(t)}dt \tag{۸الف}$$

اولین تقریب این روش را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت

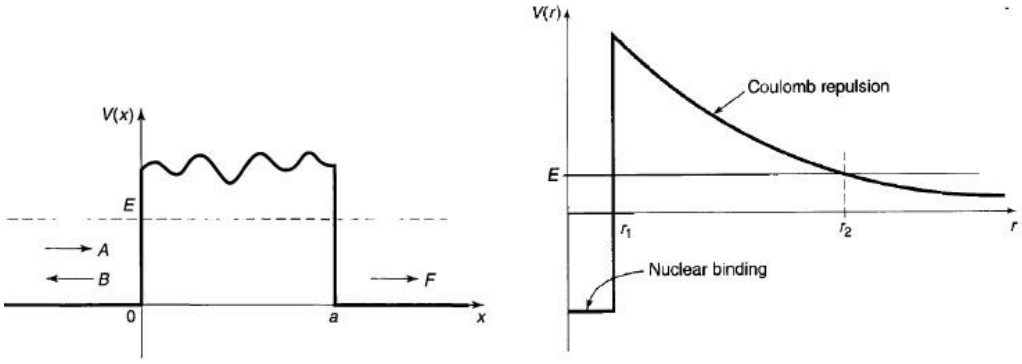
$$\begin{aligned} u_1(x) &= \pm\int_{x_0}^{x} \sqrt{k^2(t) + iu''_0(t)}dt \\ &= \pm\int_{x_0}^{x} k^2(t)\sqrt{1 \pm i\frac{k'(t)}{k^2(t)}}dt \\ &\approx \int_{x_0}^{x} \pm k(t) + \frac{i}{2}\frac{k'(t)}{k(t)}dt \\ &= \int_{x_0}^{x} \pm k(t)dt + \frac{i}{2}\ln k(x) + C \end{aligned} \tag{۹الف}$$

که در آن در ترم دوم از شرط $|k'| \ll k^2$ استفاده شده است. از ترم دوم می‌توان دید که تقریب اول خیلی نزدیک به تقریب صفرم است، که این نکته، تایید تقریب اول را نشان می‌دهد. در این صورت تقریب مرتبه اول تابع موج، به صورت زیر داده می‌شود

$$\begin{aligned}\psi_1(x) &= \exp[iu_1(x)] \\ &= \frac{1}{\sqrt{k(x)}}\exp[\pm i\int_{x_0}^{x}\sqrt{k(t)}]\end{aligned} \qquad (۱۰\text{الف})$$

ثابت C قابل صرفنظر است، چون فقط برای بهنجارش استفاده شده است. تقریب فوق را تقریب WKB می‌نامند.

۲ کاربرد تقریب WKB در تونل‌زنی: واپاشی آلفا



شکل۱-الف: سد پتانسیل و واپاشی آلفا[۱۵۳]

برای پتانسیل شکل ۱ سمت چپ، تقریب WKB راه حل زیر را ارائه می‌دهد

$$\begin{aligned}&\psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} && x<0 \\ &\psi \approx \frac{C}{\sqrt{\kappa(x)}}\exp[\int_0^x \kappa(t)dt] + \frac{D}{\sqrt{\kappa(x)}}\exp[-\int_0^x \kappa(t)dt] && 0 \le x \le a \\ &\psi = Fe^{ikx} && x>a\end{aligned} \qquad (۱۱\text{الف})$$

چون ما انتظار داریم که تابع موج در بازه‌ی x بین [۰, a] بصورت نمایی کاهش یابد، پتانسیل بالاتر، ضریب C ، کوچکتر است. به دلیل خطی شدن تابع موج ، احتمال انتقال

$$T = \frac{|F|^2}{|A|^2} \qquad (۱۲الف)$$

توسط دو مقدار مرزی تابع موج، به صورت معادله‌ی زیر محاسبه می‌شود

$$T \approx \frac{|F|^2}{|A|^2} = \exp[-2\int_0^x \kappa(t)dt] \qquad (۱۳الف)$$

بعنوان مثال، پتانسیل یک هسته (شکل ۱ سمت راست) را در نظر می‌گیریم و سرعت واپاشی آلفا را محاسبه می‌کنیم. این پتانسیل به صورت زیر است

$$\begin{aligned} V(r) &= \frac{Ze^2}{r} \qquad & r > r_1 \\ V(r) &= 0 \qquad & r < r_1 \end{aligned} \qquad (۱۴الف)$$

$r_۲$ نقطه‌ای را نشان می‌دهد که در آن انرژی برابر با پتانسیل است. احتمال انتقال در معادله‌ی (۱۴) به صورت زیر می‌توان در نظر گرفت

$$T \approx \exp(-\frac{2}{\hbar}\int_{r_1}^{r_2}\sqrt{2m(\frac{Ze^2}{r} - E)}) \qquad (۱۵الف)$$

با جایگذاری $E=Ze^۲/r^۲$ خواهیم داشت

$$T \approx \exp(-\frac{2\sqrt{2mE}}{\hbar}\int_{r_1}^{r_2}\sqrt{\frac{2}{r} - E}) \qquad (۱۶الف)$$

$$= \exp(-\frac{2\sqrt{2mE}}{\hbar}[r_2(\frac{\pi}{2} - \sin^{-1}\sqrt{\frac{r_1}{r_2}}) - \sqrt{r_1(r_2 - r_1)}]) \qquad (۱۷الف)$$

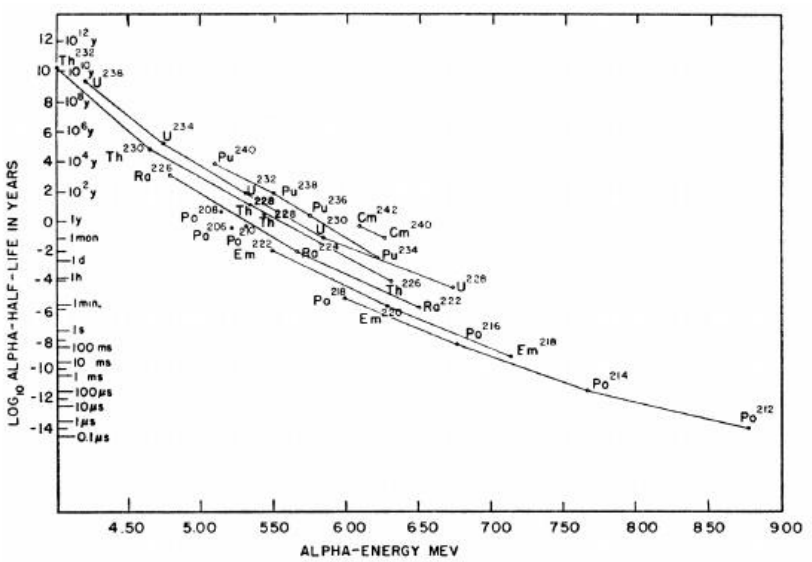
$$\approx \exp(-\frac{2\sqrt{2mE}}{\hbar}[\frac{\pi}{2}r_2 - 2\sqrt{r_1 r_2}]) \qquad (۱۸الف)$$

$$= \exp(-K_1\frac{Z}{\sqrt{E}} + K\sqrt{Zr_1}]) \qquad (۱۹الف)$$

که در آن K_1 و K_2 اعداد ثابت هستند. برای مرحله‌ی دوم تقریب $r_1 \ll r_2$ را استفاده می‌کنیم. احتمال انتقال، بعبارت دیگر، احتمال گریز، نشان داده شد. از این عبارت بدست آمده، رابطه‌ی بین نیمه عمر و انرژی، استخراج می‌شود

$$\ln \tau = \ln \frac{1}{T} \propto \frac{1}{\sqrt{E}} \qquad (۲۰الف)$$

رابطه‌ی فوق با نتایج تجربی در شکل ۲ تطابق خوبی داشته است.



شکل۲-الف: طرحی از لگاریتم نیمه عمر بر حسب انرژی [۱۵۴]

پیوست ب: تقریب بوهر سامرفلد

در نظریه‌ی بوهر نیمه کوانتومی شرط کوانتش از رابطه‌ی زیر تبعیت می‌کند

$$\oint p dq = \int_0^{\ell} p dq = 2pn\hbar \qquad (n = 0,1,2,...). \qquad (۱-ب)$$

نقش کوانتش بوهر-سامرفلد[1] (BR)، یک تقریب نیمه‌کلاسیکی برای حل معادله‌ی موج شرودینگر تک بعدی (SWE)، با استفاده از تقریب نیمه کلاسیکی ونتزل-کرامرز-بریلوئن (WKB) را فراهم می‌کند. این فرآیند در کتوب زتلی[1] [۱۵۵] و گریفیتس[2] [۱۵۶] پرداخته شده است. معادله‌ی شرودینگر مستقل از زمان تک بعدی به فرم زیر را در نظر بگیرید

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2}{dr^2}+V(r)\right]\psi = E\psi \qquad (۲\text{-ب})$$

با در نظر گرفتن تکانه‌ی کلاسیکی $p(r)=\sqrt{2\mu(E-V(r))}$ ، با جرم کاهیده $\mu = A_1A_2 / A_1+A_2$، به صورت زیر تغییر خواهد کرد

$$\frac{d^2}{dr^2}\psi(r)+\frac{P^2(r)}{\hbar^2}\psi(r)=0 \qquad (۳\text{-ب})$$

تقریب WKB به دنبال یافتن روش تقریبی برای تغییرات پتانسیل است و برای پیدا کردن راه حل از عبارت زیر استفاده می‌شود

$$\psi(r) = A(r)e^{i\phi(r)/\hbar} \qquad (۴\text{-ب})$$

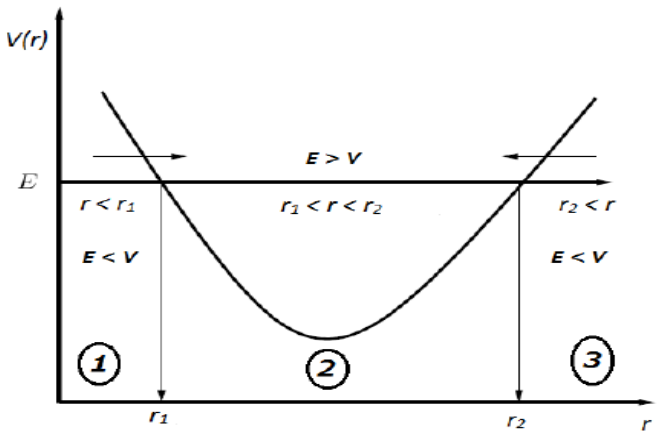
که در آن A(r) دامنه و $\phi(r)$ فاز می‌باشد، و هر دو توابع حقیقی هستند. با فرض این راه حل، حل تقریبی معادله‌ی (۳-ب) به صورت زیر خواهد بود

$$\psi_{\pm}(r) \approx \frac{C_{\pm}}{\sqrt{|p(r)|}}\exp\left[\pm\frac{i}{\hbar}\int^{r} p(r')dr'\right] \qquad (۵\text{-ب})$$

---

1 Bohr-Sommerfeld Quantization Rule
۲ Zettili
۳ Griffiths

دو مورد را بطور مجزا، متناظر با نواحی ممنوع کلاسیکی در نظر می‌گیریم، که در آن V(r)>E و از نظر کلاسیکی ناحیه‌ی مجاز V(r)<E منجر به دو معادله‌ی مجزا می‌شود. سرانجام، ناحیه‌ی مجاز کلاسیکی که در آن $r_1<r<r_2$ ، E>V(r) را بررسی می‌کنیم و p(r) تابع حقیقی است.



نمودار ۱-ب: پتانسیل تک بعدی V(r) ، نواحی مختلف و نقاط تونل زنی را نشان می‌دهد[۱۵۷].

کلی‌ترین حل معادله‌ی (۳-ب) یک ترکیب خطی از $\psi^+(r)$ و $\psi^-(r)$ است

$$\psi(r) \approx \frac{C_+}{\sqrt{p(r)}} \exp\left[\frac{i}{\hbar}\int^r p(r')dr'\right] + \frac{C_-}{\sqrt{p(r)}} \exp\left[-\frac{i}{\hbar}\int^r p(r')dr'\right] \qquad (۶\text{-ب})$$

در حالیکه در ناحیه‌ی ممنوع کلاسیکی، E<V(r)، r<r۱ یا r>r۲ و p(r) تابع موهومی است

$$\psi(r) \approx \frac{C'_+}{\sqrt{|p(r)|}} \exp\left[-\frac{1}{\hbar}\int_r |p(r')|dr'\right] + \frac{C'_-}{\sqrt{|p(r)|}} \exp\left[\frac{1}{\hbar}\int_r |p(r')|dr'\right] \qquad (۷\text{-ب})$$

تقریب WKB برقرار است، اگر طول موج $\bar{\lambda}$ ذره به آرامی در فواصل مرتبه‌ای از اندازه‌ی آن تغییر کند

$$\left|\frac{d\bar{\lambda}}{dr}\right| \ll 1 \qquad (۸\text{-ب})$$

که در آن $\bar{\lambda} = \lambda / 2\pi$ و λ(r) تابع موج دوبروی است و به فرم زیر می‌باشد

$$\lambda(r)=\frac{\hbar}{p(r)}=\frac{\hbar}{\sqrt{2\mu(E-V(r))}} \qquad (۹-ب)$$

شرط (۸-ب) همیشه برای سیستم‌های کلاسیکی برقرار است و این شرط برای برقراری تقریب WKB به صورت زیر است

$$\left|\frac{d\bar{\lambda}}{dr}\right|=\left|\frac{d}{dr}\left(\frac{\hbar}{p}\right)\right|\ll 1 \qquad (۱۰-ب)$$

که در نقاط تونل زنی $r=r_1$ و $r=r_2$ ... که در آن $E=V(r)$ و تکانه صفر است. وقتی $p(r)\to 0$ و $\lambda\to\infty$ و شرط (۱۰-ب) نقض می‌شود، که بدین معناست، تقریب WKB علاوه بر نقاط تونل‌زنی، بلکه در نواحی مجاز و ممنوع کلاسیکی برقرار است. بنابراین برای تعیین دقیق تابع موج در نقاط تونل‌زنی و برای یافتن روش اتصال نواحی ممنوع و مجاز ضروری است. این مطلب به سه راه حل مجزا، متناظر با سه ناحیه منجر می‌شود

$$\begin{aligned}
\psi_1(r)&=\frac{C_1}{\sqrt{|p(r)|}}\exp\left[-\frac{1}{\hbar}\int_r^{r_1}|p(r')|dr'\right]\\
\psi_2(r)&\approx\frac{C_2}{\sqrt{p(r)}}\sin\left(\frac{1}{\hbar}\int_r^{r_2}p(r')dr'+\alpha\right)\\
\psi_3(r)&=\frac{C_3}{\sqrt{|p(r)|}}\exp\left[\frac{1}{\hbar}\int_{r_2}^{r}|p(r')|dr'\right]
\end{aligned} \qquad (۱۱-ب)$$

که در آن C_1، C_2 و C_3 ثابت هستند. بسط $V(r)$ برای مرتبه‌ی اول به صورت زیر است

$$V(r)\approx V(r_2)+(r-r_2)\left(\frac{dV(r)}{dr}\right)_{r=r_2} \qquad (۱۲-ب)$$

که در آن $V(r_2)=E$. در این روش، $V(r)$ توسط رابطه‌ی خطی $F.(r-r.)$ با $F.=(dV(r)/dr)_{r=r_2}$ شیب $V(r)$ در $r=r_2$ تقریبا برقرار است. با جایگذاری این راه حل در معادله‌ی شرودینگر و تغییر متغیر $y=(2mF./h^2)^{1/3}(r-r_2)$ منجر به معادله‌ی دیفرانسیلی زیر می‌شود

$$\frac{d^2\psi(y)}{dy^2} - y\psi(y) = 0 \qquad (۱۳-ب)$$

برای حل آن از توابع ایری[1] ، معروف Ai(y) به فرم زیر استفاده می‌کنیم

$$\psi(y) = A'Ai(y) = \frac{A'}{\pi}\int_0^\infty \cos(\frac{z^3}{3} + yz)dz \qquad (۱۴-ب)$$

که ثابت بهنجارش A' است. از ویژگی‌های توابع ایری، رفتار تقریبی[2] تابع Ai(y) می‌باشد، بنابراین ψ(y) برای مقادیر بزرگ مثبت و منفی y به صورت زیر است

$$\psi(y) = \begin{cases} \dfrac{A'}{\sqrt{\pi}\,|y|^{1/4}}\sin[\dfrac{2}{3}(-y)^{3/2} + \dfrac{\pi}{4}], & y \ll 0 \\ \dfrac{A'}{2\sqrt{\pi}\,y^{1/4}}\exp[-\dfrac{2}{3}y^{3/2}], & y \gg 0 \end{cases} \qquad (۱۵-ب)$$

با در نظر گرفتن رابطه‌ی محدوده‌ی $y \ll 0,\ y \gg 0$ تا r ، و با استفاده از رابطه‌ی

$$\frac{1}{\hbar}\int_r^{r_2} p(r')dr' = \frac{2}{3}(-y)^{3/2} \qquad (۱۶-ب)$$

$$\psi(r) = \begin{cases} \dfrac{A}{\sqrt{p(r)}}\sin\left(\dfrac{1}{\hbar}\displaystyle\int_r^{r_2} p(r')dr' + \dfrac{\pi}{4}\right), & r \ll r_2 \\ \dfrac{A}{2\sqrt{|p(r)|}}\exp\left[-\dfrac{1}{\hbar}\displaystyle\int_r^{r_2}|p(r')|dr'\right], & r \gg r_2 \end{cases} \qquad (۱۷-ب)$$

با مقایسه‌ی دو معادله‌ی اخیر فوق، واضح است که $\alpha=\pi/۴$ و $C_۲=۲C_۳$. فرآیند مشابه برای اتصال راه حل طرف دیگر نقطه‌ی تونل‌زنی $r=r_۱$ ، به حل زیر می‌رسیم

---

[1] Airy [2] asymptotic

$$\psi(r)=\begin{cases}\dfrac{A'}{2\sqrt{|p(r)|}}\exp\left[-\dfrac{1}{\hbar}\int_{r_1}^{r}|p(r')|dr'\right], & r\ll r_1\\[2ex] \dfrac{A'}{\sqrt{p(r)}}\sin\left[\dfrac{1}{\hbar}\int_{r_1}^{r}p(r')dr'+\dfrac{\pi}{4}\right], & r\gg r_1\end{cases}\qquad (۱۸-ب)$$

راه حل های نوسانی معادلات (۱۷-ب) و (۱۸-ب) در ناحیه یکسان توصیف شده است، و باید با هم برابر باشند، یعنی:

$$\psi_2(r)=\frac{A'}{\sqrt{p(r)}}\sin\left(\frac{1}{\hbar}\int_{r_1}^{r}p(r')dr'+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{A'}{\sqrt{p(r)}}\sin\left(\frac{1}{\hbar}\int_{r}^{r_2}p(r')dr'+\frac{\pi}{4}\right)\qquad (۱۹-ب)$$

که دارای فرم ساده شده‌ی $A'\sin\theta_1=A\sin\theta_2$ است. برای حل آن باید، رابطه‌ی زیر صدق کند:

$$\begin{aligned}&\theta_1+\theta_2=(n+1)\pi\\&A'=(-1)^n A\end{aligned}\qquad (۲۰-ب)$$

که در آن رابطه‌ی اول، منجر به نقش معروف کوانتش بوهر-سامرفلد می‌شود

$$\int_{r_1}^{r_2}\sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2}(E_n-V(r))}dr=(2n+1)\frac{\pi}{2}\qquad (۲۱-ب)$$

که می‌توان برای تعیین ترازهای انرژی E_n کوانتیزه حالات مقید یک سیستم نیمه‌کلاسیکی استفاده کرد[۱۵۷].

پیوست پ: مقادیر مختلف $\hbar$

ثابت پلانک، h، مقداری است که معمولا، در مکانیک کوانتومی استفاده می‌شود. در معادلات مختلف، با واحدهای مختلف بکار برده می‌شود. مقادیر معمول برای h به صورت زیر هستند

$$\hbar = 1.055 \times 10^{-27}\, erg.s$$
$$\hbar = 1.055 \times 10^{-34}\, J.s$$
$$\hbar = 6.582 \times 10^{-22}\, MeV.s$$

در تقریب نقش بوهر-سامرفلد، مقدار $\hbar^2$ باید یکای amu.MeV.fm۲ داشته باشد. از طرفی دیگر، h یکای تکانه زاویه‌ای مداری است

$$\begin{aligned}
\text{angular momentum} &= \text{mass} \times \text{velocity} \times \text{distance} \\
(\text{angular momentum})^2 &= (\text{mass})^2 \times (\text{velocity})^2 \times (\text{distance})^2 \\
&= \text{mass} \times (\text{mass} \times \text{velocity}^2) \times (\text{distance})^2 \\
&= \text{mass} \times energy \times (\text{distance})^2 \\
&= \text{kg} \times Joule \times \text{m}^2
\end{aligned}$$

که با جایگذاری مقدار ثابت پلانک خواهیم داشت

$$\begin{aligned}
\hbar^2 &= (1.0546 \times 10^{-34})^2 kg.J.m^2 \\
&= (1.0546 \times 10^{-34})^2 \frac{kg.J.m^2}{amu.MeV.fm^2} \times amu.MeV.fm^2 \\
&= \frac{(1.0546 \times 10^{-34})^2}{1.6605 \times 10^{-27} \times 1.6022 \times 10^{-13} \times 10^{-30}} \times amu.MeV.fm^2 \\
&= 0.41804 \times 10^2 \times amu.MeV.fm^2
\end{aligned}$$

مراجع

[۱] Rutherford E. and Geiger H. (**۱۹۰۸**) “An electrical method of counting the number of α-particles from radio-active substances”, **Pros. R. Soc. A.** ۸۱,۱۴۱,۱۶۲.

[۲] کرین، کنت (۱۳۷۱). **"آشنایی با فیزیک هسته‌ای"**، ترجمه توسط ابراهیم ابوکاظمی، منیژه رهبر، تهران :مرکز نشر دانشگاهی.

[۳] Geiger H. and Nuttal J. M. (**۱۹۱۱**), “The ranges of the α-particles from various radioactive substances and a relation between range and period of transformation”, **Phil. Mag.** ۲۲, ۶۱۳.

[۴] Qi C., Liotta R., Wyss R. (**۲۰۱۹**), “Recent developments in radioactive charged-particle emissions and related phenomena”, **Progress in Particle and Nucl. Phys,** ۱۰۵, pp. **۲۱۴-۲۵۱.**

[۵] Gupta Raj. K., Kumar S., Kumar R., Balasubramaniam M. and Scheid W. (**۲۰۰۲**) “Structure effects in the region of superheavy elements via the α-decay chain of ۲۹۳۱۱۸”, **J. Phys. G: Nucl. Part. Phys**. ۲۸

[۶] Thakur S., Kumar S., Kumar R. (**۲۰۱۳**),” Study of Alpha Decay Chains of Superheavy Nuclei and Magic Number Beyond Z = ۸۲ and N = ۱۲۶”, **Braz. J. Phys.** ۴۳, ۱۵۲.

[۷] Sandhu K., Sharma M. K. (**۲۰۱۴**), “Decay Mechanism of ۲۹۰،۲۹۲ ۱۱۴* Superheavy Nuclei Formed in ۴۸Ca-Induced Reactions”, **Braz. J. Phys.** ۴۴, ۶۴–۷۲.

[۸] Santhosh K. P. and Priyanka B. (**۲۰۱۴**)” Heavy particle radioactivity from superheavy nuclei leading to ۲۹۸۱۱۴ daughter nuclei**”, Nucl. Phys. A.** ۹۲۹

[۹] Seif W. M. (**۲۰۱۳**), “The α-decay spectroscopic factor of heavy and superheavy nuclei”, **J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.** ۴۰.۱۰۵۱۰۲.

[۱۰] Seif W. M., Shalaby M., Alrakshy M. F. (**۲۰۱۱**),” Isospin asymmetry dependence of the α-spectroscopic factor for heavy nuclei”, **Phys. Rev. C**. ۸۴. ۰۶۴۶۰۸.

[۱۱] Ahmed S. M. S., Yahaya R., Radiman S., Yasir M. S. (**۲۰۱۳**)**,”** Alpha-Cluster Preformation Factors in Alpha-decay for Even-Even Heavy Nuclei Using the Cluster-Formation Model”, **J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.** ۴۰(۷).

[١٢] Zhang H. F., Royer G., Wang Y. J., Dong J. M., Zuo W., and Li J. Q. (**٢٠٠٩**) " Analytic expressions for particle preformation in heavy nuclei", **Phys. Rev. C.** ٨٠(٥).

[١٣] Silisteanu I., Budaca A. I., Silisteanu A. O., and Anghel C. I., (**٢٠١١**), "Simple systematics for α-decay half-lives of superheavy nuclei", J Adv Res Phys ٢(١), ٠١١١٠١

[١٤] Ahmed S. M. S. (**٢٠١٣**)," CLUSTERIZATION PROBABILITY IN ALPHA-DECAY ^{٢١٢}Po NUCLEUS WITHIN CLUSTER-FORMATION MODEL; A NEW APPROACH", **Rom. Rep. Phys**, ٦٥, ٤, pp. **١٢٨١–١٣٠٠**.

[١٥] Xu C. and Ren Z. Z. (**٢٠٠٤**)," Generalization of α-Decay Cluster-Model to Nuclei near Spherical and Deformed Shell Closures", **Commun. Theor. Phys.** ٤٢(٥).

[١٦] Ahmed S. M. S. et al. (**٢٠١٥**)," Analytic view at alpha clustering in even-even heavy nuclei near magic numbers ٨٢ and ١٢٦", **Eur. Phys. J. A**. ٥١(٢).

[١٧] Ni D. and Ren Z. (**٢٠٠٩**),"α-Decay calculations of medium mass nuclei within generalized density-dependent cluster model", **Nucl. Phys. A.** ٨٢٨ pp. ٣٤٨–٣٥٩.

[١٨] Seif W. M. (**٢٠١٥**), "Nucleon pairing correlations and the α-cluster preformation probability inside heavy and superheavy nuclei", **Phys. Rev. C.** ٩١, ٠١٤٣٢٢.

[١٩] Deng D. et al., (**٢٠١٥**), " Realistic α preformation factors of odd-A and odd-odd nuclei within the cluster-formation model", **J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.** ٤٢ (٧).

[٢٠] Malik S. S. and Gupta Raj K. (**١٩٨٩**), "Theory of cluster radioactive decay and of cluster formation in nuclei", **Phys. Rev. C**. ٣٩, ٥.

[٢١] Sharma M. K., Gupta R. K., and Scheid W. (**٢٠٠٠**)." alpha-nucleus structure in fusion-fission and cluster decay modes of ^{٥٦}Ni formed in heavy-ion reactions", **J. Phys. G** ٢٦, L٤٥.

[٢٢] Gupta R. K., Balasubramaniam M., Mazzocchi C., Commara M. La., and Scheid W. (**٢٠٠٢**)," Decay of excited ^{١١٦}Ba* formed in the ^{٥٨}Ni+^{٥٨}Ni reaction via the emission of intermediate mass fragments", **Phys. Rev. C** ٦٥, ٠٢٤٦٠١

[۲۳] Gupta R. K., Kumar R., Dhiman N. K., Balasubramaniam M., Scheid W., and Beck C. (**۲۰۰۳**)." Cluster decay of hot ۵۶Ni* formed in the ۳۲S+۲۴Mg reaction", **Phys. Rev. C** ۶۸, ۰۱۴۶۱۰.

[۲۴] Balasubramaniam M., Kumar R., Gupta R. K., Beck C., and Scheid W. (**۲۰۰۳**). "Emission of intermediate mass fragments from hot ۱۱۶Ba* formed in low-energy ۵۸Ni + ۵۸Ni reaction", **J. Phys. G** ۲۹, ۲۷۰۳

[۲۵] Kumar S. and Gupta Raj K. (**۱۹۹۷**)." Neck formation and deformation effects in a preformed cluster model of exotic cluster decays", **Phys. Rev. C** ۵۵, ۱,

[۲۶] Tavares O. A. P., Medeiros E. L., Terranova M. L. (۲۰۰۵). " Alpha decay half-life of bismuth isotopes", **J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.** ۳۱, ۱۲۹.

[۲۷] Mohr P. (**۲۰۰۶**), "α-nucleus potentials, α-decay half-lives, and shell closures for superheavy nuclei", **Phys. Rev. C.** ۷۳, ۰۳۱۳۰۱(R).

[۲۸] Blocki J., J. Randrup J., Swiatecki W. J., Tsang C. F. (**۱۹۷۷**). , "Proximity Forces", **ANNALS OF Phys.** ۱۰۵, pp. **۴۲۷-۴۶۲**.

[۲۹] Myers W. D., ´Swiatecki W. J. (۱۹۶۶). "Nuclear masses and deformations", Nucl**. Phys**. ۸۱, ۱.

[۳۰] Reisdorf W. (**۱۹۹۴**). "Heavy-ion reactions close to the Coulomb barrier

", J**. Phys. G: Nucl. Part. Phys.** ۲۰, ۱۲۹۷.

[۳۱] Kumar R. and Sharma M. K., (**۲۰۱۲**). "Systematic study of various proximity potentials in Pb-daughter cluster radioactivity", **Phys. Rev. C** ۸۵, ۰۵۴۶۱۲.

[۳۲] Myers W. D. and ´Swiatecki W. J. (**۲۰۰۰**). "Nucleus-nucleus proximity potential and superheavy nuclei", Phys**. Rev. C** ۶۲, ۰۴۴۶۱۰.

[۳۳] Santhosh K. P. and Priyanka B. (**۲۰۱۳**). "Theoretical predictions for α-decay chains of Z=۱۱۹ isotopes in the region ۲۷۴≤A≤۳۱۳", **Phys. Rev. C** ۸۷, ۰۶۴۶۱۱.

[۳۴] Royer G. and Rousseau R. (**۲۰۰۹**), "On the liquid drop model mass formulae and charge radii", **Eur. Phys. J. A** ۴۲, ۵۴۱.

[۳۵] Denisov V. Y. (**۲۰۰۲**), "Interaction potential between heavy ions", **Phys. Lett. B** ۵۲۶, ۳۱۵.

[٣٦] Christensen P. R. and Winther A. (**١٩٧٦**), “The evidence of the ion-ion potentials from heavy ion elastic scattering”, Phys**. Lett. B** ٦٥, ١٩.

[٣٧] Winther A. (**١٩٩٥**) “Dissipation, polarization and fluctuation in grazing heavy-ion collisions and the boundary to the chaotic regime”, **Nucl. Phys. A** ٥٩٤, ٢٠٣.

[٣٨] Ngˆo H. and Ngˆo C. (**١٩٨٠**) “Calculation of the real part of the interaction potential between two heavy ions in the sudden approximation ”, **Nucl. Phys. A** ٣٤٨, ١٤٠.

[٣٩] Bass R., (**١٩٧٣**) “Threshold and angular momentum limit in the complete fusion of heavy ions”, **Phys. Lett. B** ٤٧, ١٣٩.

[٤٠] Bass R., (١٩٧٤) “Fusion of heavy nuclei in a classical model”, **Nucl. Phys. A** ٢٣١, ٤٥.

[٤١] Bass R. (**١٩٧٧**) “Nucleus-Nucleus Potential Deduced from Experimental Fusion Cross Sections”, **Phys. Rev. Lett**. ٣٩, ٢٦٥.

[٤٢] Yao Y. J., Zhang G. L., Qu W. W., and Qian J. Q. (**٢٠١٥**), **“”, Eur. Phys. J. A** ٥١, ١٢٢.

[٤٣] Adamian, G. G et al, (**١٩٩٤**), “Potential Energy of Dinuclear System”, **Phys. Atom. Nucl**. ٥٧, ١١.

[٤٤] **Peltonen S., (٢٠٠٤), PhD. thesis, “Alpha decay fine structure in even-even nuclei”, Phys. depart. University of Jyvaskyla Finland.**

[٤٥] Sussmann G. (**١٩٧٣**), **Lawrence Berkeley Laboratory Report LBL-**١٦١٥.

[٤٦] Myers W. D. (**١٩٧٣**), “Geometric properties of leptodermous distributions with applications to nuclei”, **Nucl. Phys. A**, ٢٠٤ pp. **٤٦٥-٤٨٤**.

[٤٧] Bohr A., (**١٩٥٣**), **Kgl. Danske Videnskab Selskab Mat.-Fys. Medd**. ٢٦ ١٤.

[٤٨] Bohr A. and Mottelson B., (**١٩٥٣**), **Kgl. Danske Videnskab Selskab Mat.-Fys. Medd**. ٢٧ ١٦.

[٤٩] **Bohr A., (١٩٥٤), PhD. thesis, “Rotational States in atomic Nuclei” Phys. depart. Copenhagen.**

[٥٠] Faaessler A. and Greiner W. (**١٩٦٢**). “Die Rotations-Vibrations-Wechselwirkung in deformiertengg-Kernen”, **Z. Physik** ١٦٨, ٤٢٥.

[۵۱] Faaessler A. and Greiner W. (۱۹۶۴). “Vergleich der Davydov-Theorie mit dem Modell des achsialsymmetrischen Kreisels mit Rotation-Vibrations-Wechselwirkung für deformiertegg-Kerne”, **Nucl. Phys.** ۵۹, ۱۷۷.

[۵۲] Faaessler A., Greiner W., Sheline, R. K. “The Coriolis anti-pairing and blocking effects in deformed even nuclei”, (**۱۹۶۵**). **Nucl. Phys.** ۶۲, ۲۴۱.

[۵۳] Faaessler A., Greiner W., Sheline, R. K. “Rotation vibration interaction in deformed nuclei”, (**۱۹۶۵**). **Nucl. Phys.** ۷۰, pp. **۳۳-۳۸.**

[۵۴] Faaessler A., Greiner W., Sheline, R. K. “Magnetic properties of even nuclei”, (**۱۹۶۵**). **Nucl. Phys.** ۸۰, ۴۱۷.

[۵۵] Girod M. and Grammaticos B., (**۱۹۷۸**), “Quest for Triaxial Nuclei: Some Hartree-Bogoliubov Predictions**”, Phys. Rev. Lett**. ۴۰, ۳۶۱.

[۵۶] Santhosh K. P. and Joseph A., (**۲۰۰۲**). “Effect of parent and daughter deformation on half-life time in exotic decay”, **Pramana J. Phys.** ۵۹, ۶۷۹.

[۵۷] Krappe H. J., Nix J. R. and Sierk A. (**۱۹۷۹**) “Unified nuclear potential for heavy-ion elastic scattering, fusion, fission, and ground-state masses and deformations”, **J. Phys. Rev. C** ۲۰ ۹۹۲.

[۵۸] Shi Y. J. and Swiatecki W. J., (**۱۹۸۷**). “Estimates of the influence of nuclear deformations and shell effects on the lifetimes of exotic radioactivities”, **Nucl. Phys. A** ۴۶۴, ۲۰۵.

[۵۹] Moller P., Nix J. R., Myers W. D., and Swiatecki W. J., (**۱۹۹۵**). “Nuclear ground-state masses and deformations”, **Atom. Data Nucl. Data Tables** ۵۹, ۱۸۵.

[۶۰] Arfken G. B., (**۱۹۸۵**). “**Mathematical Methods for Physicists”**, Academic Press, Inc., **pp. ۳۲۷-۳۲۹.**

[۶۱] Frank Bello, Javier Aguilera, Oscar Rodríguez, (**۲۰۱۱**), “Alpha Decay of Superheavy Nuclei”, arXiv: ۱۱۰۲,۲۸۰۳ [nucl-th]

[۶۲] Hosseini S. S. and Hassanabadi H., (**۲۰۱۸**),” Theoretical approaches on the α-decay of spherical Bismuth isotopes” **Int J Mod. Phys E** ۲۷, ۳ ۱۸۵۰۰۲۲ ۱۱.

[۶۳] Zhu T. B., Hu B. T., Zhang H. F., Dong J. M, (**۲۰۱۱**) “Half-Lives for Alpha Radioactivity of Elements with ۱۰۴ ≤ Z ≤ ۱۲۰ within Unified Fission Model”, **Commun. Theor. Phys**. ۵۵ **pp. ۳۰۷-۳۱۴.**

[۶۴] Poenaru D. N., Ivascu, M., Sandulescu A. and Greiner W., (۱۹۸۵). “Atomic nuclei decay modes by spontaneous emission of heavy ions”, **Phys. Rev. C** ۳۲ ۵۷۲.

[۶۵] Javadimanesh E., H. Hassanabadi H., Rajabi A. A., Rahimov H., Zarrinkamar S., (**۲۰۱۲**),” Half-life of bismuth isotopes predicted by the Coulomb and proximity potential model; a proposition for the spherical nuclei”, **Chin. Phys. C** ۳۶ ۱۰.

[۶۶] Tavares O. A. P., Medeiros E. L. and Terranova M. L., (**۲۰۰۵**),” Alpha decay half-life of bismuth isotopes”, **J. Phys. G, Nucl. Part. Phys.** ۲۳ ۳۱(۲) ۱۲۹.

[۶۷] Royer G., (**۲۰۰۰**), “Alpha emission and spontaneous fission through quasi-molecular shapes”, **J. Phys. G, Nucl. Part. Phys**. ۲۶ ۱۱۴۹.

[۶۸] Viola V. E. and Seaborg G. T., (**۱۹۶۶**), “Nuclear systematic of the heavy elements - II. Lifetimes for alpha, beta and spontaneous fission decay**”**, **J. Inorg. Nucl. Chem**. ۲۸, ۷۴۱.

[۶۹] Sobiczewski A., Patyk Z. and Cwiok S., (۱۹۸۹), “Deformed superheavy nuclei”, **Phys. Lett. B** ۲۲۴ pp. **۱-۴**.

[۷۰] Brown B. A., (**۱۹۹۲**) “Simple relation for alpha decay half-lives”, **Phys. Rev. C** ۴۶ ۸۱۱.

[۷۱] Budaca A. I., Budaca R., Silisteanu I., (**۲۰۱۶**) “Extended systematics of alpha decay half-lives for exotic superheavy nuclei”, **Nucl. Phys. A,** ۹۵۱, pp. **۶۰–۷۴**.

[۷۲] Perlman I., Rasmussen J. O., (**۱۹۵۷**) “Alpha radioactivity”, **Handb. Phys. XLII** ۱۰۹.

[۷۳] Dong J., et.al, (**۲۰۱۰**) “Alpha-decay half-lives and Q_α values of superheavy nuclei”, **Phys. Rev. C**, ۸۱, ۰۶۴۳۰۹.

[۷۴] Asai M. et.al, (**۲۰۰۶**), “α decay of ^{۲۳۸}Cm and the new isotope ^{۲۳۷}Cm”, **Phys. Rev. C**, ۷۳ ۰۶۷۳۰۱.

[۷۵] Gates J. M., et.al, (**۲۰۰۸**), “Synthesis of rutherfordium isotopes in the ^{۲۳۸}U (^{۲۶}Mg, xn) $^{۲۶۴-x}$Rf reaction and study of their decay properties”, **Phys. Rev. C**, ۷۷ ۰۳۴۶۰۳.

[۷۶] Asaro F. and Perlman I., (**۱۹۵۴**), “Table of Alpha-Disintegration Energies of the Heavy Elements”, **Rev Mod Phys E** ۲۶, ۴.

[۷۷] Perlman I. and Asaro F., (**۱۹۵۴**). “ALPHA RADIOACTIVITY”, **Annual Review of Nuclear Science**, ۴, **pp.۱۵۷-۱۹۰.**

[۷۸] Hosseini S. S. and Hassanabadi H. (**۲۰۱۷**), “ Theoretical approaches to alpha decay half-lives of super-heavy nuclei” **Chin. Phys. C**, ۴۱, ۶ ۰۶۴۱۰۱.

[۷۹] Hosseini S. S., Hassanabadi H. and Sobhani H. (**۲۰۱۷**), “Estimation of the alpha decay of Platinum isotopes using different versions of theoretical formula” **Int J Mod. Phys E**, ۲۶, ۱۰ ۱۷۵۰۰۶۹ ۱۵.

[۸۰] Horoi M. (**۲۰۰۴**). “Scaling behaviour in cluster decay”, **J. Phys. G: Nucl. Part. Phys**. ۳۰ ۹۴۵.

[۸۱] Qi C., Xu F. R., Liotta R. J. and Wyss R., (**۲۰۰۹**), “Universal Decay Law in Charged-Particle Emission and Exotic Cluster Radioactivity”, **Phys. Rev. Lett**. ۱۰۳ ۰۷۲۵۰۱.

[۸۲] Qi C., Xu F. R., Liotta R. J., Wyss R., Zhang M. Y., Asawatangtrakuldee C. and Hu D., (**۲۰۰۹**) “Microscopic mechanism of charged-particle radioactivity and generalization of the Geiger-Nuttall law”, **Phys. Rev. C** ۸۰ ۰۴۴۳۲۶.

[۸۳] Poenaru D. N., Hourany E. and Greiner W., (**۱۹۹۶**), “**Nuclear Decay Modes”**, Chap. ۴, ed. Poenaru D. N., Institute of Physics Publishing, Bristol, UK, pp. **۲۰۴–۲۳۶**.

[۸۴] Hassanabadi H., Javadimanesh E. and S. Zarrinkamar S. “ALPHA DECAY HALF-LIFE FOR Pt ISOTOPES”, **Int. J. Mod. Phys. E** ۲۲ (**۲۰۱۳**) ۱۳۵۰۰۰۷.

[۸۵] B. Buck, A. C. Merchant, and S. M. Perez, (**۱۹۹۲**),” Favoured alpha decays of odd-mass nuclei”, **J. Phys. G** ۱۸, ۱۴۳.

[۸۶] Poenaru D. N. and Ivascu M. (**۱۹۸۳**),” Estimation of the alpha decay half-lives”, **J. Phys. France** ۴۴ pp. **۷۹۱-۹۷۶**.

[۸۷] Santhosh K. P. and Priyanka B. (**۲۰۱۴**),” Heavy particle radioactivity from superheavy nuclei leading to ۲۹۸۱۱۴ daughter nuclei”, **Nucl. Phys. A.** ۹۲۹ ۲۰.

[۸۸] Hosseini S. S., Hassanabadi H. and Zarrinkamar S. (**۲۰۱۷**)" Alpha decay half-lives for heavy and super-heavy isotopes", **Int J Mod. Phys E**, ۲۶ ۱۷۵۰۰۲۴ ۱۲.

[۸۹] Audi G., Bersillon O., Blachot J., Wapstra A. H., (**۲۰۰۳**)," The Nubase evaluation of nuclear and decay properties", **Nucl**. **Phys**. **A**, ۷۲۹ ۳–۱۲۸.

[۹۰] Hosseini S. S., Hassanabadi H. and Akrawy D. T., (**۲۰۱۹**)" Alpha particle preformation factor of spherical nuclei for ۶۷≤Z≤۹۱", **Mod. Phys. Lett. A** ۳۴ ۱۹۵۰۰۳۹ ۱۳.

[۹۱] Zhang H. F. and Royer G., (**۲۰۰۸**). " α particle preformation in heavy nuclei and penetration probability", **Phys. Rev. C,** ۷۷, ۰۵۴۳۱۸.

[۹۲] Santhosh K. P., Joseph J. G. and Sahadevan S., (**۲۰۱۰**). "α decay of nuclei in the range ۶۷⩽Z⩽۹۱ from the ground state and isomeric state", **Phys. Rev. C** ۸۲, ۰۶۴۶۰۵.

[۹۳] Akrawy D. T. and Poenaru D. N., (**۲۰۱۷**), "Alpha decay calculations with a new formula", J**. Phys. G: Nucl. Part. Phys**. ۴۴, ۱۰۵۱۰۵.

[۹۴] Royer G., (**۲۰۱۰**), "Analytic **expressions for alpha-decay half-lives and potential barriers**", **Nucl. Phys. A**, ۸۴۸ pp. **۲۷۹–۲۹۱**.

[۹۵] Akrawy D. T., H. Hassanabadi H., Hosseini S. S., Santhosh K. P., (**۲۰۱۸**), " Nuclear isospin effect on α-decay half-lives" **Nucl. Phys. A** ۹۷۵ pp. **۱۹–۲۸**.

[۹۶] Hosseini S. S., Hassanabadi H., Zarrinkamar S., (**۲۰۱۸**), "A comparative analysis of alpha-decay half-lives foreven–even ۱۷۸Pb to ۲۳۴U isotopes", **Nucl. Phys. A** ۹۷۰ pp. **۲۵۹–۲۷۱**.

[۹۷] Hosseini S. S., Hassanabadi H. and Akrawy D. T., (**۲۰۱۹**)," Alpha-decay half-lives of even–even nuclei of Pb, Po, Rn and Ra isotopes" **Int J Mod. Phys E,** ۲۸, ۳ ۱۹۵۰۰۱۷ ۱۴.

[۹۸] Duarte S. B. and Goncalves M. G, (**۱۹۹۶**), "Effective inertial coefficient for the dinuclear regime of the exotic decay of nuclei", **Phys. Rev. C**. ۵۳, ۲۳۰۹.

[۹۹] Kaur A., Chopra S., and Gupta R. K., (**۲۰۱۴**)," α-cluster versus non-α-cluster decay of the excited compound nucleus ۱۲۴Ce* using the dynamical cluster-decay model", **Phys. Rev. C** ۸۹, ۰۳۴۶۰۲

[۱۰۰] Santhosh K. P., Subha P. V. and Priyanka B., (**۲۰۱۶**), “Cluster decay of ۱۱۲،۱۲۲Ba isotopes from ground state and as an excited compound system”, **Pramana – J. Phys**. ۸۶, pp **۸۱۹–۸۳,۶**

[۱۰۱] Gupta R. K., Kumar R., Dhiman N. K., Balasubramaniam M., Scheid W. and Beck C., “Cluster-decay of hot $^{۵۶}Ni^{*}$ formed in ^{۳۲}S +^{۲۴} Mg reaction”,(**۲۰۰۳**).

[۱۰۲] Royer G., Mignen J., **“**Binary and ternary fission of hot and rotating nuclei", **J. Phys. G: Nucl. Part. Phys**. ۱۸: ۱۷۸۱-۱۷۹۲ (**۱۹۹۲**).

[۱۰۳] Gharaei R. and Zanganeh V., (**۲۰۱۶**), “Temperature-dependent potential in cluster-decay process”, **Nuclear Physics A,** ۹۵۲ pp. **۲۸–۴۰**.

[۱۰۴] Haddad H. and Royer G., (**۱۹۹۲**),” On the symmetric fragmentation barrier at finite temperature”, **J. Phys G Nucl. Part. Phys**. ۱۸ pp**. L۱۵LL۱۵۸.**

[۱۰۵] Hosseini S. S., Hassanabadi H., Zarrinkamar S., (**۲۰۱۶**), “Optimal temperature for alpha-decay half-lives with Yukawa proximity potential”, **Int J Mod. Phys. E** ۲۵ (۱۲)۱۶۵۰۱۰۹.

[۱۰۶] Javadimanesh E., Hassanabadi H. and Rajabi A. A., (**۲۰۱۲**), ” HALF-LIVES WITH YUKAWA PROXIMITY POTENTIAL FOR ALPHA-DECAY PROCESS”, **Int. J Mod. Phys. E**, ۲۱, ۱۱ ۱۲۵۰۰۹۴.

[۱۰۷] Blocki J. and Swiatecki W. J. (**۱۹۸۱**), “A generalization of the proximity force theorem”, **Ann. Phys. (N.Y.)** ۱۳۲ ۵۳.

[۱۰۸] Gupta Raj K., Balasubramaniam M., Kumar R., Singh D., Beck C. and Greiner W., (**۲۰۰۵**), “Dynamical cluster-decay model for hot and rotating light-mass nuclear systems applied to the low-energy $^{۳۲}S + ^{۲۴}Mg \rightarrow ^{۵۶}Ni^{*}$ reaction”, **Phys. Rev. C** ۷۱, ۰۱۴۶۰۱.

[۱۰۹] Puri R. K. and Gupta R. K., (**۱۹۹۲**), “Alpha-cluster transfer process in colliding SD shell nuclei using the energy density formalism”, **J. Phys. G, Nucl. Part. Phys**. ۱۸ ۹۰۳.

[۱۱۰] Couteur K. J., Long D.W., (**۱۹۵۹**), “Neutron evaporation and level densities in excited nuclei”, **Nuc. Phys.** ۱۳, pp. **۳۲-۵۲.**

[۱۱۱] NNDC of the Brookhaven National Laboratory, http://www.nndc.bnl.gov.

[۱۱۲] Hosseini S. S., Hassanabadi H., Akrawy D.T. and Zarrinkamar S., (**۲۰۱۸**), “Alpha-decay half-lives for isotopes of even-even nuclei: A temperature-dependent approach with Woods-Saxon potential”, **Eur. Phys. J. Plus** ۱۳۳: ۷.

[۱۱۳] Hassanabadi H., Javadimanesh E., Saber Zarrinkamar S., (**۲۰۱۳**), “A new barrier potential and alpha-decay half-lives of even–even nuclei in the ۸۲ ≤ Z ≤ ۹۲ regime”, **Nucl. Phys. A** ۹۰۶ pp. **۸۴–۹۳**.

[۱۱۴] Woods R. D. and Saxon D. S., (**۱۹۵۴**), “Diffuse surface optical model for nucleon-nuclei scattering”, **Phys. Rev**. ۹۵, ۵۷۷.

[۱۱۵] Sick I., McCarthy J. S., Whitney R. R., (**۱۹۷۶**), “Charge density of ^{۴}He

”, **Phys. Lett. B**, ۶۴ ۳۳.

[۱۱۶] Huang K. N., Aoyagi M., Chen M. H., Crasemann B., Mark H., (**۱۹۷۶**), “Neutral-atom electron binding energies from relaxed-orbital relativistic Hartree-Fock-Slater calculations ۲≤ Z≤ ۱۰۶”, **At. Data Nucl. Data Tables** ۱۸ ۲۴۳.

[۱۱۷] Heisenberg, W. (**۱۹۳۲**), “On the structure of atomic nuclei”, Z. Phys. ۷۷ pp. **۱-۱۱.**

[۱۱۸] Dong J., W. Zuo, W. Schied, (۲۰۱۱),”Correlation between -Decay Energies of Superheavy Nuclei Involving the Effects of Symmetry Energy”, **Phys. Rev. Lett**. ۱۰۷, ۰۱۲۵۰۱.

[۱۱۹] E. Shin, Y. Lim, C. H. Hyun, Y. Oh, (**۲۰۱۶**), “Nuclear isospin asymmetry in decay of heavy nuclei”, **Phys. Rev. C** ۹۴, ۰۲۴۳۲۰.

[۱۲۰] B. Buck, A. C. Merchant, and S. M. Perez, **Ground state to ground state alpha decays of heavy even-even nucle**i, J. Phys. G ۱۷, ۱۲۲۳ (۱۹۹۱).

[۱۲۱] R. L. Varner, W. J. Thompson, T. L. McAbee, E. J. Ludwig, and T. B. Clegg, (**۱۹۹۱**), “A global nucleon optical model potential”, **Phys. Rep**. ۲۰۱, ۵۷.

[۱۲۲] R. E. Langer, (**۱۹۳۷**) "On the connection formulas and the solutions of the wave equation**"**, **Phys. Rev**. ۵۱, ۶۶۹.

[۱۲۳] D. Vautherin and D. M. Brink, (**۱۹۷۲**), “Hartree-Fock calculations with Skyrme’s interaction. I. Spherical nuclei”, **Phys. Rev. C** ۵, ۶۲۶.

[۱۲۴] Sobiczewski A., Patyk Z., Ćwiok S., (**۱۹۸۹**), “Deformed superheavy nuclei”, **Phys. Lett. B** ۲۲۴, ۲۲.

[۱۲۵] Z. Ren, C. Xu, and Z. Wang, (**۲۰۰۴**), “New perspective on complex cluster radioactivity of heavy nuclei**”**, **Phys. Rev. C** ۷۰, ۰۳۴۳۰۴.

[۱۲۶] V. Yu. Denisov and A. A. Khudenko, (**۲۰۰۹**),” α-decay half-lives: Empirical relations”, **Phys. Rev. C** ۷۹, ۰۵۴۶۱۴.

[۱۲۷] S. Zhang, Y. Zhang, J. Zhang, Y.Z. Wang, (**۲۰۱۷**), “Improved semi-empirical relationship for -decay half-lives”, **Phys. Rev. C** ۹۵ ۰۱۴۳۱۱.

[۱۲۸] D. T. Akrawy, H. Hassanabadi, S. S. Hosseini, K .P. Santhosh, (**۲۰۱۸**), ” Systematic study of α-decay half-lives using Royer and related formula”, **Nucl. Phys. A** ۹۷۱ pp. **۱۳۰–۱۳۷**.

[۱۲۹] E.L. Medeiros, M.M.N. Rodrigues, S.B. Duarte, O.A.P. Tavares, (**۲۰۰۶**), “Systematics of alpha-decay half-life: new evaluations for alpha-emitter nuclides”, **J. Phys. G** ۳۲ B۲۳.

[۱۳۰] V. Yu. Denisov, A. A. Khudenko, (**۲۰۰۹**), “α-Decay half-lives, α-capture, and α-nucleus potential”, **At. Data Nucl. Data Tables** ۹۵ ۸۱۵.

[۱۳۱] D. N. Poenaru, I. H. Plonski, W. Greiner, (**۲۰۰۶**), “α decay half-lives of superheavy nuclei”, **Phys. Rev. C**, ۷۴ ۰۱۴۳۱۲.

[۱۳۲] N. Dasgupta-Schubert, M.A. Reyes, (**۲۰۰۷**), “The generalized liquid drop model alpha-decay formula: Predictability analysis and superheavy element alpha half-lives”, **At. Data Nucl. Data Tables** ۹۳ ۹۰۷.

[۱۳۳] R. Moustabchir, G. Royer, (**۲۰۰۱**), “Analytic expressions for the proximity energy, the fusion process and the α-emission”, **Nucl. Phys. A** ۶۸۳ ۲۶۶.

[۱۳۴] P. Moller, J.R. Nix, K.-L. Kratz, (**۱۹۹۷**), “Nuclear properties for astrophysical and radioactive-ion-beam applications”, **At. Data Nucl. Data Tables** ۶۶ ۱۳۱.

[۱۳۵] D. Ni, Z. Ren, T. Dong, C. Xu, (**۲۰۰۸**), “Unified formula of half-lives for α-decay and cluster radioactivity”, **Phys. Rev. C** ۷۸ ۰۴۴۳۱۰.

[۱۳۶] D. T. Akrawy, H. Hassanabadi, Y. Qian, K. P. Santhosh, (**۲۰۱۹**), “ Influence of nuclear isospin and angular momentum on α-decay half-lives”, **Nucl. Phys. A**, ۹۸۳ pp. **۳۱۰–۳۲۰**.

[۱۳۷] V. Yu. Denisov, O. I. Davidovskaya, I. Yu. Sedykh, (**۲۰۱۵**), “Improved parametrization of the unified model for α-decay and α-capture”, **Phys. Rev. C**, ۹۲ ۰۱۴۶۰۲.

[۱۳۸] Y. Ren, Z. Ren, (۲۰۱۲), “New Geiger-Nuttall law for decay of heavy nuclei”, **Phys. Rev. C** ۸۴ ۰۴۴۶۰۸.

[۱۳۹] https://www.nndc.bnl.gov/nudat۲/replotdec.jsp

[۱۴۰] C. Xu, Z. Ren, (**۲۰۰۶**),” Branching ratios of α-decay to excited states of even–even nuclei”, **Nucl. Phys. A** ۷۷۸ pp. **۱–۹**.

[۱۴۱] C. Xu, Z. Ren, (**۲۰۰۸**),” ALPHA-DECAYS TO MEMBERS OF GROUND-STATE ROTATIONAL BAND OF HEAVY EVEN-EVEN NUCLEI”, **Int. Journal of Mod. Phys. E**, ۱۷, pp. **۲۹-۳۶**.

[۱۴۲] W. Yan-Zhao et al, (**۲۰۰۹**), “Branching Ratios of α Decay for Nuclei near Deformed Shell Closures”, **Chin. Phys. Lett.** ۲۶, ۶ ۰۶۲۱۰۱.

[۱۴۳] Y. Z. Wang, H. F. Zhang, J. M. Dong, and G. Royer, (**۲۰۰۹**), ”Branching ratios of α decay to excited states of even-even nuclei”, **Phys. Rev. C**, ۷۹, ۰۱۴۳۱۶.

[۱۴۴] V. Yu. Denisov and A. A. Khudenko, (**۲۰۰۹**), “α decays to ground and excited states of heavy deformed nuclei”, **Phys. Rev. C**, ۸۰, ۰۳۴۶۰۳.

[۱۴۵] H. Hassanabadi, S.S. Hosseini, (**۲۰۱۸**), “Branching ratios of α-decay to ground and excited states of Fm, Cf, Cm and Pu”, **Nucl. Phys. A**, ۹۷۴ pp. ۷۲-۸۵.

[۱۴۶] C. Xu, Z. Ren, (**۲۰۰۵**), “Systematical calculation of α decay half-lives by density-dependent cluster model”, **Nucl. Phys. A** ۷۵۳ ۱۷۴.

[۱۴۷] G. Gamov, C.L. Critchfueld, **Theory of Atomic Nucleus and Nuclear Energy-Sources**, vol. III, Clarendon, Oxford, **۱۹۴۹**.

[۱۴۸] J.O. Rasmussen, **In Alpha-, Beta-, and Gamma-Ray Spectroscopy**, vol. I, North-Holland, Amsterdam, **۱۹۶۵**.

[۱۴۹] A. Bohr, B.R. Mottelson, **Nuclear Structure, vol. II**, World Scientific, Singapore, **۱۹۹۸**.

[۱۵۰] R.B. Firestone, V.S. Shirley, C.M. Baglin, S.Y. Frank Chu, J. Zipkin, “**Table of Isotopes”**, eighth ed., Wiley, New York, **۱۹۹۶**.

[۱۵۱] H. A. Kramers, "**Wellenmechanik und halbzahlige quantisierung**," Zeitschrift für Physik, vol. ۳۹, no. ۱۰-۱۱, p. ۸۲۸_۸۴۰, **۱۹۲۶**.

[۱۵۲] G. Wentzel, "**Eine verallgemeinerung der quantenbedingungen fuer die zwecke der wellenmechanik**," Zeitschrift für Physik, vol. ۳۸, no. ۶-۷, p. ۵۱۸_۵۲۹, **۱۹۲۶**.

[۱۵۳] D. Griffiths, “**Introduction to Quantum Mechanics”**. Cambridge University Press, **۲۰۱۶**.

[۱۵۴] I. Perlman, A. Ghiorso, and G. Seaborg, “**Relation between half-life and energy in alpha-decay**,” Physical Review, vol. ۷۵, no. ۷, p. ۱۰۹۶, **۱۹۴۹**.

[۱۵۵] Zettili, N. **Quantum Mechanics: Concepts and Applications** (John Wiley and Sons, ۲۰۰۱).

[۱۵۶] Griffiths, D.J**., Introduction to Quantum Mechanics** (Prentice Hall, ۱۹۹۵).

[۱۵۷] E.J. du Toit, (۲۰۱۴), MSc. thesis, **Cluster Model Analysis of Exotic Decay in Actinide Nuclei,** Phys. depart. University of Stellenbosch.

Abstract

The decay properties of various isotopes is studied by modifying the Coulomb and proximity potential model for both the ground (T=٠) and excited (T≠٠) state decays, using recent mass tables. The WKB approximation is used to determine the penetration probability of the emitted alpha. The half-lives are also computed using the Universal formula for alpha decay (UNIV) of Poenaru et al and the Universal decay law (UDL) of Qi et al, The Viola–Seaborg semi-empirical relationship (VSS), the analytical formulae of Royer, Semi-empirical formula of Poenaru et al. (SemFIS), Scaling law of brown (SLB), scaling law of Horoi (SLH) and are compared with CPPM values and found to be in good agreement. A comparison of half-life for ground and excited systems reveals that probability of decay increases with a rise in temperature or otherwise, inclusion of excitation energy decreases the $T_{١/٢}$ values.

We investigated the alpha and daughter preformation probability inside nuclei when the daughter and parent are of different spin and/or parity.

Also, we apply a simple barrier penetration approach to calculate alpha-decay branching ratios to members of ground-state rotational band of heavy even-even nuclei. The inuence of alpha-decay energy, the angular momentum of α-particle, and the excitation probability of the daughter nucleus is taken into account in our calculations.

The standard deviation compared for the half-lives with the experimental data.

Keywords. Alpha decay, preformation factor, WKB penetrability, alpha decay half-lives, Temperature dependence, isospin effect.

Shahrood University of Technology

Faculty of Physics and Nuclear Engineering

Ph.D. Thesis in Nuclear Physics

Alpha emission of cold and hot nuclei with the proximity potential model

By: Seyede Samira Hosseini

Supervisors
Dr. Hassan Hassanabadi

June ۲۰۱۹