

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده فیزیک و مهندسی هسته‌ای
گروه فیزیک هسته‌ای
رساله دکتری

محاسبه فرم فاکتورهای کشسان و چگالی‌های بارالکتریکی و مغناطیسی عرضی
برای پروتون و نوترون با استفاده از نظریه توزیع پارتونی تعمیم یافته

نگارنده
نگین ستاری نیکخو

استاد راهنما
دکتر محمد رضا شجاعی

شهریور ۹۸

تقدیم به

پدر و مادرم

که آفتاب مهرشان هرگز از آستانه قلبم غروب نخواهد کرد.

تقدیر و تشکر

از استاد راهنمای بزرگوارم جناب آقای دکتر محمد رضا شجاعی به خاطر راهنمایی‌هایی ارزنده علمی و حمایت‌های بی‌دریغشان سپاسگزارم.

از دوست خوبم دکتر لیلا محمدی که خاطره محبت‌هایش برای من فراموش شدنی نیست، ممنونم.

تعهدنامه

اینجانب نگین ستاری نیکخو دانشجوی دوره دکتری رشته فیزیک هسته‌ای دانشکده مهندسی هسته‌ای و فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود، نویسنده فرم فاکتورهای کشسان و چگالی‌های بارالکتریکی و مغناطیسی عرضی برای پروتون و نوترون با استفاده از نظریه توزیع پارتونی تعمیم یافته تحت راهنمایی دکتر محمد رضا شجاعی متعهد می‌شوم:

تحقیقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.

در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.

مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است. کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.

حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.

تاریخ:

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان‌نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

فرم فاکتورهای کشسان را می‌توان با استفاده از نظریه توزیع پارتونی تعمیم یافته (GPDs) مورد بررسی قرار داد که با توجه به قوانین جمعی موجود، کمیت‌های H و E ارائه شده در GPDs در ارتباط با فرم فاکتورهای کشسان هستند. تاکنون برای بررسی فرم فاکتورها چندین روش و پارامتربندی ارائه شده است. در این رساله، با استفاده از توابع گاوسی اصلاح شده در نظریه توزیع پارتونی تعمیم یافته، فرم فاکتورهای پائولی و دیراک را برای پروتون و نوترون برای دو بازه مربع تکانه انتقالی $-t < 4.5 \text{ GeV}^2$ و مربع تکانه انتقالی بالا $-t < 30 \text{ GeV}^2$ محاسبه کرده‌ایم و همچنین با استفاده از توابع توزیع کواری فرم فاکتورها را بدست آورده‌ایم. سپس کمیت‌های مهم دیگر از جمله چگالی بارالکتریکی و مغناطیسی عرضی و چگالی بار عرضی نوکلئون قطبیده و شعاع بارالکتریکی نوکلئون را نیز محاسبه و مورد بررسی قرار داده‌ایم که نتایج بدست آمده دارای تطابق خوبی در مقایسه با سایر کارهای انجام شده می‌باشد.

کلمات کلیدی: فرم فاکتور کشسان، توزیع پارتونی تعمیم یافته، تابع توزیع کواری، چگالی بار الکتریکی

عرضی

فهرست مقالات مستخرج از رساله

مقالات ژورنالی

- 1) Nikkhoo, N. S., & Shojaei, M. R. (2018). Electromagnetic and gravitational form factors by using the modified Gaussian ansatz for $H_q(x, t)$. “**Nuclear Physics A**”, 969, 138-150.
- 2) Nikkhoo, N. S., & Shojaei, M. R., (2018). Nucleon form factors in generalized parton distributions at high momentum transfers. “**Physical Review C**”, 97(5), 055211.
- 3) Nikkhoo, N. S., & Shojaei, M. R., (2019). The contribution of valance quarks in the nucleon G_E and G_M . “**International Journal of Modern Physics A**” 34(27), 1950148.
- 4) Nikkhoo, N. S., & Shojaei, M. R., (2017). Unpolarized and polarized densities based on a light-front quark diquark model. “**International Journal of Modern Physics A**” 32(17), 1750097.

مقالات کنفرانسی

- (۱) ستاری نیکخون، شجاعی م. ر. ۱۳۹۵، محاسبه چگالی بار عرضی پروتون و نوترون قطبیده با استفاده از پارامتربندی تعمیم یافته Regge، هفتمین کنفرانس فیزیک ذرات و میدان‌ها، دانشگاه دامغان.
- (۲) ستاری نیکخون، شجاعی م. ر. ۱۳۹۵، محاسبه فرم فاکتور کشسان نوکلئون با استفاده از تابع توزیع MSTW2008، بیست و سومین کنفرانس هسته‌ای ایران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات.
- (۳) ستاری نیکخون، شجاعی م. ر. ۱۳۹۶، محاسبه چگالی گرانشی عرضی و تکانه زاویه ای حمل شده با استفاده از نظریه توزیع پارتونی تعمیم یافته، کنفرانس فیزیک ایران، دانشگاه یزد.
- (۴) ستاری نیکخون، شجاعی م. ر. ۱۳۹۶، محاسبه چگالی بار عرضی نوکلئون با استفاده از پارامتربندی گاوسی تغییر یافته، بیست و چهارمین کنفرانس هسته‌ای ایران، دانشگاه اصفهان

فهرست مطالب

۱-مقدمه.....	۱
۱-۱- مقدمه	۲
۱-۲- ساختار نوشتاری رساله	۶
۲- توزیع پارتونی تعمیم یافته.....	۷
۱-۲- مقدمه	۸
۲-۲- پراکندگی کشسان الکترون از ذره نقطه ای مانند و پروتون	۸
۳-۲- پراکندگی ناکشسان	۱۴
۴-۲- مدل پارتونی و توابع ساختار	۱۷
۵-۲- پراکندگی انحصاری DVCS	۲۲
۶-۲- خواص GPDs	۳۴
۱-۶-۲- حد forward و ارتباط آن با PDFs	۳۴
۲-۶-۲- اولین تکانه GPDs و ارتباط آن با FFs	۳۴
۳-۶-۲- دومین تکانه GPDs و ارتباط آن با تکانه زاویه کل	۳۶
۷-۲- تفسیر پارامتر عرضی در GPDs	۳۸
۳- چگالی بار عرضی الکتریکی و مغناطیسی	۴۳
۱-۳- مقدمه	۴۴
۲-۳- فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی در حد غیرنسبیتی	۴۴
۳-۳- ناحیه توزیع نوکلئون ها و چگالی	۴۶
۴-۳- چگالی بار عرضی نوکلئون	۴۸

۵۲	۳-۵- ارتباط بین <i>inclusive – exclusive</i> برای چگالی بار منفی نوترون
۵۴	۳-۶- چگالی بار مغناطیسی نوکلئون و چگالی بار عرضی نوکلئون قطبیده
۵۹	۴- فرم فاکتور الکترومغناطیسی نوکلئون
۶۰	۴-۱- مقدمه
۶۰	۴-۲- روش‌های اندازه‌گیری فرم فاکتور الکترومغناطیسی
۶۱	۴-۲-۱- اندازه‌گیری به روش جدایی روزنبلوث
۶۲	۴-۲-۲- اندازه‌گیری به روش قطبش
۶۴	۴-۳- پارامتربندی <i>Kelly</i> و پارامتربندی BBBA05 برای فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی
۶۹	۴-۴- پارامتربندی GPDS
۶۹	۴-۴-۱- پارامتربندی GPDS بر حسب وابستگی به x و ξ
۷۱	۴-۴-۲- پارامتربندی GPDS بر حسب وابستگی به t
۷۲	۴-۵- پیشنهاد گاوسی
۷۶	۴-۶- پیشنهاد <i>Regge</i> در t های کوچک
۷۸	۴-۷- پیشنهادات گاوسی اصلاح شده و <i>Regge</i> تعمیم یافته در t های بزرگ
۸۱	۴-۸- پارامتربندی $GPD - \mathcal{E}(x, t)$
۸۵	۵- نتیجه‌گیری و کارهای انجام شده
۸۶	۵-۱- مقدمه
۸۷	۵-۲- فرم فاکتور پائولی و دیراک در GPDS
۸۹	۵-۳- نتایج فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی برای پیشنهاد گاوسی اصلاح شده در بازه تکانه انتقالی $-t < 4.5 \text{ GeV}^2$

۴-۵- نتایج فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی برای پیشنهاد گاوسی اصلاح شده و <i>Regge</i> تعمیم یافته	۹۹
در بازه تکانه انتقالی $-t < 30 \text{ GeV}^2$	
۵-۵- نتایج فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی برای پیشنهاد گاوسی اصلاح شده و <i>Regge</i> تعمیم یافته	۱۱۰
در بازه تکانه انتقالی $-t < 4.5 \text{ GeV}^2$	
۶-۵- نتایج چگالی بار الکتریکی و مغناطیسی عرضی پروتون و نوترون	۱۱۷
۷-۵- نتایج تابع توزیع کوارکی $q(x, b_\perp)$ وابسته به پارامتر برخورد و شرط مثبت بودن	۱۲۲
۸-۵- نتایج تکانه زاویه‌ای کل اجزای تشکیل دهنده نوکلئون بر اساس GPDs	۱۲۴
۹-۵- نتیجه‌گیری	۱۲۶
۶- فهرست منابع	۱۲۹

فهرست اشکال

- شکل ۱-۲. پایین ترین مرتبه پراکندگی الکترون از ابر الکترونی ۹
- شکل ۲-۲. اولین مرتبه پراکندگی کشسان الکترون-پروتون ۱۰
- شکل ۳-۲. عامل های ساختار الکتریکی و مغناطیسی پروتون و نوترون ۱۳
- شکل ۴-۲. اولین مرتبه پراکندگی ناکشسان $ep \rightarrow eX$ ۱۵
- شکل ۵-۲. تابع ساختار پروتون $F_2^p(x, Q^2)$ برای Q^2 مختلف ۲۰
- شکل ۶-۲. توزیع پارتونی غیرقطبیده $q(x)$ که به x ضرب شده است. ۲۱
- شکل ۷-۲. فرآیند پراکندگی DVCS ۲۳
- شکل ۸-۲. فرآیند پراکندگی DVCS در تقریب مرتبه اول ۲۶
- شکل ۹-۲. پروتون در چارچوب مخروط نوری ۲۶
- شکل ۱۰-۲. نمایش سه ناحیه از x را با در نظر گرفتن تقسیم بندی ξ در $GPDs$ ۳۲
- شکل ۱۱-۲. GPD $H(x, \xi, t)$ تابعی از x و ξ ۳۳
- شکل ۱۲-۲. نمایش قضیه نوری که ارتباط بین سطح مقطع DIS را با بخش موهومی دامنه پراکندگی در حد $t = 0$ نشان می دهد ۳۳
- شکل ۱۳-۲. رابطه موجود بین $GPDs$ (در پراکندگی DVCS) و FFs (در پراکندگی ES) و $PDFs$ (در پراکندگی DIS) ۳۵
- شکل ۱۴-۲. توزیع کوارکی $q(x, b_\perp)$ و $q_{+X}(x, b_\perp)$ کوارک های u و d ۴۱
- شکل ۱۵-۲. از چپ به راست: تفسیر احتمالی فرم فاکتورها FFs (توزیع فضایی بار کوارک ها در راستای عرضی) اندازه گیری شده توسط ES می باشد. $PDFs$ (توزیع تکانه طولی کوارک) اندازه گیری شده

توسط DIS است و $GPDs$ (دو توزیع قبلی با یکدیگر در ارتباط باهم می- باشند)..... ۴۱

شکل ۱-۳. چگالی بار الکتریکی عرضی برای پروتون (a) و نوترون (b) با استفاده از پارامتربندی [۷۱]..... ۵۱

شکل ۲-۳. فرم فاکتور دیراک $F_1(Q^2)$ (a) و $b\rho(b)$ برای نوترون..... ۵۱

شکل ۳-۳. توزیع بار نوترون $\rho_n(x, b)$ برحسب پارامتر برخورد به صورت سه بعدی..... ۵۳

شکل ۴-۳. چگالی بار مغناطیسی برای پروتون و نوترون..... ۵۷

شکل ۵-۳. (a) چگالی بار در صفحه عرضی برای پروتون قطبیده در راستای محور x رسم شده است.

(b) چگالی بار پروتون ناقطبیده در راستای محور y (منحنی خط چین) و پروتون قطبیده در راستای

محور x (منحنی خط پیوسته) برای مقایسه رسم شده است..... ۵۸

شکل ۱-۴. ساختار نتایج تجربی نسبت فرم فاکتور الکتریکی به مغناطیسی، $\mu G_E^p/G_M^p$ در اندازه گیری

به روش پس زنی..... ۶۳

شکل ۲-۴. فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی با توجه به پارامتربندی $Kelly$ رسم شده است..... ۶۶

شکل ۳-۴. فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی با توجه به پارامتربندی های $BBBA05$ و $Kelly$ ۶۸

شکل ۴-۴. نمایش تغییر متغیر $(\beta, \alpha) \rightarrow (x, \xi)$ ۷۰

شکل ۵-۴. نسبت $\frac{F_1(t)}{D(t)}$ فرم فاکتور دیراک به فرم فاکتور دوقطبی..... ۷۵

شکل ۶-۴. بر اساس پیشنهاد $Regge$ برای مقادیر متفاوت α ۷۸

شکل ۱-۵. فرم فاکتور دیراک پروتون F_1 که به t^2 ضرب شده و تابعی از $-t$ ۹۳

شکل ۲-۵. نسبت فرم فاکتور پائولی به فرم فاکتور دیراک پروتون که به $-t$ ضرب شده..... ۹۴

شکل ۵-۳. نسبت فرم فاکتور الکتریکی پروتون به فرم فاکتور دوقطبی $\frac{G_E^p}{G_D}$ و سهم کوارک‌های تشکیل

دهنده پروتون در فرم فاکتور الکتریکی $2/3(\frac{G_E^u}{G_D})$ و $-1/3(\frac{G_E^d}{G_D})$ ۹۵

شکل ۵-۴. نسبت فرم فاکتور مغناطیسی پروتون به فرم فاکتور دوقطبی $\frac{G_M^p}{G_D}$ و سهم کوارک‌های تشکیل

دهنده پروتون در فرم فاکتور مغناطیسی $2/3(\frac{G_M^u}{G_D})$ و $-1/3(\frac{G_M^d}{G_D})$ ۹۶

شکل ۵-۵. نسبت فرم فاکتور الکتریکی نوترون به فرم فاکتور دوقطبی $\frac{G_E^n}{G_D}$ و سهم کوارک‌های تشکیل

دهنده نوترون در فرم فاکتور الکتریکی $-1/3(\frac{G_E^u}{G_D})$ و $2/3(\frac{G_E^d}{G_D})$ ۹۷

شکل ۵-۶. نسبت فرم فاکتور مغناطیسی نوترون به فرم فاکتور دوقطبی $\frac{G_M^n}{\mu_n G_D}$ و سهم کوارک‌های تشکیل

دهنده نوترون در فرم فاکتور مغناطیسی $-1/3(\frac{G_M^u}{\mu_n G_D})$ و $2/3(\frac{G_M^d}{\mu_n G_D})$ ۹۸

شکل ۵-۷. نسبت فرم فاکتور الکتریکی به مغناطیسی پروتون و نوترون $\mu_p G_E^p / G_M^p$ و

..... $\mu_n G_E^n / G_M^n$ ۹۹

شکل ۵-۸. فرم فاکتور دیراک پروتون F_1 که به t^2 ضرب شده و تابعی از $-t$ است را نمایش می-

دهد..... ۱۰۳

شکل ۵-۹. نسبت فرم فاکتور پائولی به فرم فاکتور دیراک پروتون که به $-t$ ضرب شده..... ۱۰۴

شکل ۵-۱۰. فرم فاکتور دیراک F_1 و پائولی F_2 برای کوارک‌های u و d که به t^2 ضرب شده و تابعی

از $-t$ است..... ۱۰۵

شکل ۵-۱۱. فرم فاکتور دیراک F_1 و پائولی F_2 پروتون که به t^2 ضرب شده و تابعی از $-t$ است و نسبت

فرم فاکتور پائولی به فرم فاکتور دیراک پروتون که به $-t$ ضرب شده را نمایش می-

دهد..... ۱۰۶

شکل ۵-۱۲. فرم فاکتور دیراک F_1 و پائولی F_2 نوترون که به t^2 ضرب شده و تابعی از t است و نسبت

فرم فاکتور پائولی به فرم فاکتور دیراک نوترون که به t ضرب شده را نمایش می-

دهد..... ۱۰۷

شکل ۵-۱۳. نسبت فرم فاکتور الکتریکی به مغناطیسی پروتون $\frac{G_E^p}{G_M^p}$ که تابعی از t است. نسبت فرم

فاکتور مغناطیسی به فرم فاکتور دو قطبی $\frac{G_M^p}{\mu G_D}$ که $G_D = \frac{1}{(1-\frac{t}{0.71})^2}$ است ۱۰۸

شکل ۵-۱۴. فرم فاکتور الکتریکی به مغناطیسی نوترون G_E^N که تابعی از T است و نسبت فرم فاکتور

مغناطیسی به فرم فاکتور دو قطبی $G_M^N/M_N G_D$ که $G_D = \frac{1}{(1-\frac{T}{0.71})^2}$ است..... ۱۰۹

شکل ۵-۱۵. فرم فاکتور دیراک پروتون F_1 که به t^2 ضرب شده و تابعی از t است و نسبت فرم فاکتور

پائولی به فرم فاکتور دیراک پروتون که به t ضرب شده..... ۱۱۲

شکل ۵-۱۶. نسبت فرم فاکتور الکتریکی پروتون به فرم فاکتور دو قطبی $\frac{G_E^p}{G_D}$ و سهم کوارک‌های تشکیل

دهنده پروتون در فرم فاکتور الکتریکی $(\frac{G_E^u}{G_D})^{2/3}$ و $(\frac{G_E^d}{G_D})^{-1/3}$ ۱۱۳

شکل ۵-۱۷. نسبت فرم فاکتور مغناطیسی پروتون به فرم فاکتور دو قطبی $\frac{G_M^p}{G_D}$ و سهم کوارک‌های تشکیل

دهنده پروتون در فرم فاکتور مغناطیسی $(\frac{G_M^u}{G_D})^{2/3}$ و $(\frac{G_M^d}{G_D})^{-1/3}$ ۱۱۴

شکل ۵-۱۸. نسبت فرم فاکتور الکتریکی نوترون به فرم فاکتور دو قطبی $\frac{G_E^n}{G_D}$ و سهم کوارک‌های تشکیل

دهنده نوترون در فرم فاکتور الکتریکی $(\frac{G_E^u}{G_D})^{-1/3}$ و $(\frac{G_E^d}{G_D})^{2/3}$ ۱۱۵

شکل ۵-۱۹. نسبت فرم فاکتور مغناطیسی نوترون به فرم فاکتور دو قطبی $\frac{G_M^n}{\mu_n G_D}$ و سهم کوارک‌های

تشکیل دهنده نوترون در فرم فاکتور مغناطیسی $(\frac{G_M^u}{\mu_n G_D})^{-1/3}$ و $(\frac{G_M^d}{\mu_n G_D})^{2/3}$ ۱۱۶

شکل ۵-۲۰. چگالی بار الکتریکی عرضی برای پروتون و نوترون..... ۱۱۹

شکل ۵-۲۱. چگالی بار مغناطیسی عرضی برای پروتون و نوترون..... ۱۲۰

شکل ۵-۲۲. چگالی بار الکتریکی عرضی قطبیده و غیر قطبیده برای پروتون و نوترون..... ۱۲۱

شکل ۵-۲۳. $H^q(x, \mathbf{b}_\perp)$ برای کوارک‌های u و d با در نظر گرفتن دو مقدار متفاوت x ۱۲۳

شکل ۵-۲۴. $E^q(x, \mathbf{b}_\perp)$ برای کوارک‌های u و d با در نظر گرفتن دو مقدار متفاوت x ۱۲۴

فهرست جداول

- جدول ۱-۲. بردارهای مخروط نوری در پراکندگی DVCS ۲۴
- جدول ۲-۲. نتایج تجربی مربوط به Δq و ΔG ۳۷
- جدول ۱-۴. مقادیر پیشنهاد شده در پارامتربندی Kelly برای فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی ۶۶
- جدول ۲-۴. مقادیر پیشنهاد شده در پارامتربندی BBBA05 برای فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی ۶۹
- جدول ۱-۵. مقادیر بدست آمده برای پارامترهای پیشنهاد گاوسی بهبود یافته با در نظر گرفتن توابع توزیع مختلف ۱۰۳
- جدول ۲-۵. مقادیر بدست آمده برای پارامترهای پیشنهاد *Regge* تعمیم یافته با در نظر گرفتن توابع توزیع مختلف ۱۰۴
- جدول ۳-۵. شعاع بارالکتریکی پروتون و نوترون با در نظر گرفتن *PDFs* متفاوت برای پیشنهاد گاوسی بهبود یافته و پیشنهاد *Regge* تعمیم یافته ۱۱۰
- جدول ۴-۵. M_2^q و $2J^q$ برای کوارکهای u و d بر اساس پیشنهادات گاوسی اصلاح شده و *Regge* تعمیم یافته ۱۲۵

فصل اول

مقدمه

کشف پروتون توسط رادرفورد^۱ [۱] در سال ۱۹۱۹ و نوترون توسط چادویک^۲ [۲] در سال ۱۹۳۲ فهم و شناخت ما را در مورد ساختار نوکلئون تغییر داد. تا دهه ۱۹۶۰، پروتون ها و نوترون ها را به عنوان ذرات بنیادی در نظر می گرفتند که در اثر برهمکنش قوی با یکدیگر هسته را تشکیل می دادند اما در سال ۱۹۶۴ تحول اساسی درباره تصویری که از نوکلئون وجود داشت، صورت گرفت. گلن^۳ [۳] و زوینگ^۴ [۴] فرض بر این کردند که هادرون ها از ذراتی به نام کوارک ها تشکیل یافته اند. چندین سال بعد برای توجیه نتایج بدست آمده از شتاب دهنده خطی استنفورد (۱۹۶۸-۱۹۶۹)، بیورکن^۵ [۵] و فاینمن^۶ [۶] مدل پارتونی را بیان نموده اند، در این مدل نوکلئون ها را متشکل از کوارک ها در نظر گرفته اند که برهمکنشی قوی بین کوارک ها برقرار است. همچنین در سال ۱۹۷۳، نظریه میدان کوانتومی برای بررسی برهمکنش قوی مطرح شد [۷، ۸]. در این نظریه، کوارک ها با خود رنگ بار^۷ حمل می کنند و از طریق تبادل گلوئون و بوزن های برداری با یکدیگر برهمکنش دارند. نظریه ای که برهمکنش قوی بین پارتون ها (کوارک ها و گلوئون ها) را در داخل هادرون ها بررسی می کند، نظریه کوانتوم کرمودینامیک^۸ (QCD) است. از ویژگی های خاص نظریه QCD، ناحیه مجانبی آزاد^۹ است. ناحیه مجانبی آزاد نشان دهنده این است که ثابت جفت شدگی در انرژی های بالا کوچک است و در انرژی های پایین بزرگ می باشد. در نتیجه، در فواصل کوچک برهمکنش بین کوارک ها و گلوئون ها به صورت برهمکنش ضعیف است. در فواصل بزرگ از مرتبه یک فرمی، نظریه QCD به صورت غیر اختلالی بررسی می شود. در نظریه QCD کوارک ها محبوس شده اند یعنی اینکه کوارک ها را نمی توان به صورت ذره آزاد مشاهده کرد. ما فقط حالت های تک رنگ^{۱۰} مقیدی که به صورت جفت کوارک-پادکوارک (مزون ها) مانند پایون، یا سه کوارک یا سه پادکوارک (باریون ها) مانند پروتون و نوترون هستند،

¹ E. Rutherford

² J. Chadwick

³ M. Gell-Mann

⁴ G. Zweig

⁵ J. Bjorken

⁶ R. Feynman

⁷ Color charge

⁸ Quantum Chromo Dynamic

⁹ asymptotic freedom

¹⁰ Color singlet

را مشاهده می‌کنیم. در سال ۱۹۷۹، شواهد قوی مبنی بر تابش گلوئون‌ها از کوارک‌ها توسط آزمایش‌های PETRA یافت شد که برای اولین بار نشان‌دهنده حضور گلوئون‌ها و تاییدی برای پیش بینی گلوئون‌ها در QCD بود. بنابراین، ساختار نوکلئون را می‌توان به صورت سوپی از کوارک‌ها و گلوئون‌ها در نظر گرفت که با یکدیگر برهمکنش قوی دارند.

در سال ۱۹۸۹، با توجه به نتایج آزمایش‌های گروه EMC دریافتند که در حدود ۳۰٪ اسپین نوکلئون، ناشی از اسپین کوارک‌های تشکیل دهنده است [۱۰]. این نتیجه بدست آمده باعث به وجود آمدن یک سری سوالات اساسی شد. از آنجایی که نوکلئون از کوارک‌ها و گلوئون‌ها تشکیل یافته اند اما چگونه است که خواص نوکلئون‌ها را نمی‌توان به صورت کامل درک کرد. همان‌طور که می‌دانیم جرم نوکلئون از مرتبه GeV است، اما وقتی ما جرم سه کوارک تشکیل دهنده با یکدیگر جمع می‌کنیم جرمی در حدود ۱۰ MeV بدست می‌آید [۱۱]. بقیه جرم نوکلئون از کجا می‌آید؟ چطور خواص الکترومغناطیسی نوکلئون از اجزای داخلی نوکلئون ناشی می‌شود؟ اسپین نوکلئون ناشی از چیست؟ علت اصلی حبس شدگی کوارک چیست؟ تعداد سوال‌های زیادی در این زمینه وجود دارد که ما هنوز جواب آن‌ها را نمی‌دانیم. فهمیدن ساختار داخلی نوکلئون‌ها برحسب کوارک و گلوئون به عنوان درجه آزادی هنوز به عنوان یکی از بحث‌های مهم باقی مانده است. یکی از روش‌های قدرتمند برای بررسی برهمکنش ذرات، انجام آزمایش‌های پراکندگی با ذرات شناخته شده‌ای مانند الکترون است. به این علت که الکترون یک ذره بدون ساختار و در برهمکنش‌های قوی یک ذره خنثی است، مطالعه خواص کوارک‌ها و گلوئون‌ها از طریق برهمکنش‌های الکترومغناطیسی صورت می‌گیرد. بررسی و مطالعه برهمکنش‌های الکترومغناطیسی با استفاده از نظریه کوانتوم الکترودینامیک^۱ (QED) امکان پذیر است. نظریه QED، یکی از نظریه‌های فیزیکی مهم مطرح شده است که به عنوان نمونه توانسته تطابق خوبی بین نتایج تجربی و تئوری در تعیین ممان مغناطیسی الکترون بیان کند [۱۲].

^۱ Quantum Electrodynamics

بخش مهمی از اطلاعات ما در مورد ساختار داخلی نوکلئون از پراکندگی لپتون‌ها در انرژی بالا از روی نوکلئون بدست آمده است. دو فرآیند اصلی مربوط به پراکندگی لپتون- نوکلئون عبارتند از:

- پراکندگی عمومی^۱ (IS)؛ در این نوع پراکندگی که به صورت $IN \rightarrow IX$ است، الکترون پراکنده شده مورد بررسی قرار می‌گیرد و ذرات تولید شده برای هادرون حالت نهایی مورد مطالعه نمی‌باشد. در چهارچوبی که ذرات با سرعت نور در راستای محور-z در پراکندگی عمومی حرکت می‌کنند می‌توان توابع توزیع پارتونی^۲ (PDFs) را بدست آورد. توابع توزیع پارتونی نشان دهنده توزیع طولی تکانه پارتون‌ها در داخل نوکلئون است که این کمیت‌ها مستقل از مکان عرضی هستند.
- پراکندگی انحصاری^۳؛ در این پراکندگی تمام ذرات حالت نهایی، مورد بررسی قرار می‌گیرند. ساده-ترین فرآیند پراکندگی $IN \rightarrow IN$ پراکندگی کشسان است. از این طریق می‌توان فرم فاکتورها^۴ (FFs) را بدست آورد که این کمیت‌ها مستقل از تکانه طولی هستند.

مطالعه این فرآیندها به ما این اجازه را می‌دهد که اطلاعاتی بیشتری در مورد ساختار داخلی نوکلئون‌ها بدست بیاوریم. برای مثال، از روی آزمایش‌های کشسان می‌توان به صورت دقیق توزیع فضایی نوکلئون را از طریق اندازه‌گیری توزیع بار بدست آورد [۱۳]. همچنین از روی پراکندگی ناکشسان ژرف ناقطبیده مشاهده می‌شود که تنها ۴۵٪ از تکانه نوکلئون توسط کوارک‌ها و باقی مانده آن توسط گلوئون‌ها حمل می‌شوند [۱۴]. نظریه‌ی جدید توزیع پارتونی تعمیم یافته^۵ (GPDs) در سال‌های ۸-۱۹۸۷ مطرح شد که در بررسی پراکندگی انحصاری تولید لپتون از فوتون یا مزون $IN \rightarrow IN\gamma$ می‌توانیم اطلاعات بسیاری را در مورد ساختار داخلی نوکلئون‌ها بدست بیاوریم. از طریق بررسی این فرآیندها ما قادر هستیم چهار کمیت مربوط به H :

¹ Inclusive scattering

² Parton Distribution Functions

³ Exclusive Scattering

⁴ Form Factors

⁵ Generalized Parton Distributions

E ، $\tilde{H}$ و $\tilde{E}$ را برای کوارک های با طعم های (s, d, u) استخراج نمود. این کمیت ها در تطابق با هلیسیتی -- اسپین مربوط به نوکلئون و کوارک هستند. با استفاده از نظریه GPDs می توان پاسخ برخی از سوالاتی را که پیش تر مطرح شد را بدست آورد. برای مثال جی^۱ نشان داد که با استفاده از قوانین جمع موجود برای کمیت های GPDs می توان تکانه زاویه ای کل پارتون ها را محاسبه کرد [۱۵]. در نتیجه این نظریه کمک شایانی برای حل مساله اسپین نوکلئون انجام داد. همچنین، در نظریه GPDs با توجه به ارتباطی که بین مکان عرضی و تکانه طولی برای پارتون ها وجود دارد می توان توصیف سه بعدی از نوکلئون را داشته باشیم. فرآیند انحصاری تولید لپتون که منجر به فوتون حقیقی می شود یکی از روش های موجود برای بررسی کمیت های GPDs است. این فرآیند را پراکندگی کامپتون مجازی ژرف^۲ (DVCS)، $IN \rightarrow IN\gamma$ می نامند که به هر چهار کمیت GPDs وابسته است.

از آنجایی که دو تا از کمیت های GPDs، H و E مستقل از هلیسیتی کوارک در داخل نوکلئون هستند، این کمیت ها GPDs مطابق با قانون جمع جی تبدیل به کمیت های مربوط به پراکندگی کشسان یعنی فرم فاکتورهای پائولی و دیراک می شوند. نظریه GPDs وابسته به سه پارامتر می باشد که این پارامترها عبارتند از x میانگین کسر تکانه حمل شده توسط کوارک، t مربع تکانه انتقالی به نوکلئون و ξ پارامتر انحراف که نشان دهنده میزان کسر تکانه انتقالی طولی است.

هدف اصلی این رساله، بدست آوردن فرم فاکتورهای پائولی و دیراک با استفاده از نظریه GPD است. تاکنون چندین نوع پارامتربندی برای بدست آوردن کمیت های E ، H و فرم فاکتورها پیشنهاد شده است [۱۶-۳۴]. در برخی از این مطالعات وابستگی t و x به صورت جداگانه در نظر گرفته اند [۱۶-۲۶] که x برحسب توابع توزیع پارتونی و t برحسب برخی از پیشنهادهایی مانند پیشنهاد Regge تعمیم یافته [۱۷] و پیشنهاد گاوسی اصلاح شده [۲۱] و ... بررسی می شوند. ما در این رساله قصد داریم با در نظر گرفتن توابع توزیع

^۱ X. Ji

^۲ Deeply Virtual Compton Scattering

پارتونی متفاوت برای پیشنهادات Regge تعمیم یافته و پیشنهاد گاوسی اصلاح شده در بازه مربع تکانه انتقالی بالا را مورد بررسی قرار دهیم. همچنین قصد داریم چگالی بار الکتریکی و مغناطیسی عرضی [۳۵] برای نوکلئون در حالت غیر قطبیده و قطبیده بدست آوریم.

۱-۲- ساختار نوشتاری رساله

با ارائه مقدمه‌ای در مورد انواع پراکندگی‌های موجود و کمیت‌های مرتبط به آن‌ها در این فصل، ادامه گزارش رساله بدین گونه تنظیم شده است: در فصل دوم به بررسی نظریه GPDs و ارتباط این نظریه با توابع توزیع پارتونی و فرم فاکتورها می‌پردازیم. در فصل سوم به بررسی چگالی بار الکتریکی و مغناطیسی عرضی خواهیم پرداخت. در فصل چهارم اشاره مختصری به چگونگی بدست آوردن نتایج تجربی مربوط به فرم فاکتورها داشته و سپس به چند پارامتربندی مربوط به استخراج فرم فاکتورهای کشسان برای پروتون و نوترون می‌پردازیم. در فصل پنجم فرم فاکتورهای کشسان براساس نظریه GPDs با فرض توابع توزیع پارتونی مختلف برای پارامتربندی‌های در نظر گرفته شده در بازه انرژی مربع تکانه انتقالی بالا بیان کرده و با نتایج تجربی موجود مقایسه می‌نماییم. سپس چگالی بار الکتریکی مغناطیسی عرضی برای پروتون و نوترون در حالت قطبیده و ناقطبیده را بدست آورده و با یکدیگر مقایسه خواهیم کرد. همچنین با بکارگیری قوانین جمعی که در نظریه GPDs وجود دارد، تکانه زاویه‌ای کل برای اجزای تشکیل دهنده نوکلئون‌ها، مربع شعاع باری پروتون و نوترون و توزیع کوارکی $q(x, \mathbf{b}_\perp)$ وابسته به پارامتر برخورد که برحسب تبدیل فوریه دو بعدی کمیت‌های H و E ارائه شده در GPDs بیان می‌شوند، را بدست می‌آوریم.

فصل دوم

توزیع پارتونی تعمیم یافته

۲-۱- مقدمه

ساختار پیچیده کوآرک و گلوئون در داخل نوکلئون از طریق برهمکنش قوی بین ذرات بدست می‌آید که در نظریه QCD مورد بررسی قرار می‌گیرد. در QCD مفهومی با نام مفهوم جداسازی^۱ وجود دارد که برهمکنش ذرات نقطه‌ای را در فاصله کوتاه به صورت اختلالی بررسی می‌کنند و برهمکنشی را که مربوط به برهمکنش کلی نوکلئون در پراکندگی است، به صورت غیراختلالی بررسی می‌کنند. بخش غیراختلالی مربوط به پراکندگی‌ها را براساس نظریه توزیع‌های پارتون تعمیم‌یافته (GPDs) می‌توان بررسی نمود. GPDs در ابتدا برای توصیف برهمکنش‌های شامل پراکندگی عمیق مجازی کامپتون و تولید مزون در تکانه‌های انتقالی بالا Q^2 و پایین t بیان شد، اما با توجه به قوانین جمعی که برای کمیت‌های GPDs وجود دارد می‌توان کمیت‌های مورد بررسی در پراکندگی ناکشسان و کشسان را نیز بدست آورد. در این فصل ابتدا به بررسی پراکندگی کشسان و ناکشسان می‌پردازیم و سپس به پراکندگی عمیق مجازی کامپتون اشاره می‌کنیم که کمیت‌های مربوط به GPDs در این پراکندگی معرفی می‌شوند. همچنین، برخی از مفاهیم GPDs و قوانین جمعی که در GPDs وجود دارند را بررسی می‌کنیم. به طوری که با مطالعه GPDs می‌توان اطلاعات مفیدی را درباره ساختار نوکلئون بدست بیاوریم، برای مثال با استفاده از نظریه GPDs توزیع تکانه و توزیع فضایی کوآرک در داخل نوکلئون برای محتوی کوآرک و پاد کوآرکی، و تکانه مداری کوآرک را می‌توان بیان کرد.

۲-۲- پراکندگی کشسان الکترون از ذره نقطه‌ای مانند و پروتون

آزمایش پراکندگی کشسان الکترون-پروتون در اوایل دهه ۵۰ در استنفورد توسط هوفستدتر^۲ و همکارانش انجام شده است. فیزیکدان‌ها به منظور متوجه شدن ساختار داخلی نوکلئون آزمایش‌هایی زیادی را در این باره انجام داده‌اند. در این بخش ما اشاره مختصری به این فرآیند پراکندگی‌هایی می‌کنیم که مورد اهمیت

^۱ Factorization

^۲ Hofstadter

در مطالعات نظریه GPDs است. برای اندازه‌گیری توزیع زاویه‌ای الکترون پراکنده شده از یک توزیع بار، ابر الکترونی یک اتم، بر حسب سطح مقطع پراکندگی الکترون از یک بار نقطه‌ای، رابطه‌ای به صورت زیر دارد [۳۶]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{point}} |F(q)|^2 \quad (۱-۲)$$

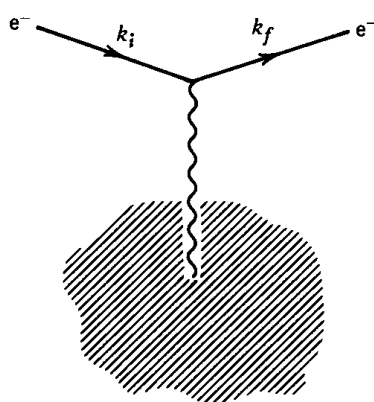
$F(q)$ به فرم فاکتور معروف است و تبدیل فوریه توزیع بار می‌باشد که عبارت است از:

$$F(q) = \int \rho(x) e^{iqx} d^3x \quad (۲-۲)$$

همچنین سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی الکترون از یک بار نقطه‌ای بدون ساختار برابر خواهد بود با:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{\text{point}}} = \frac{d\sigma}{d\Omega_{\text{mott}}} = \frac{(za)^2 E^2}{4k^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \left(1 - v^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad (۳-۲)$$

که $k = |k_i| = |k_f|$ و $v = \frac{k}{E}$ و $q = k_i - k_f$ ، تکانه انتقالی بین الکترون فرودی و هدف است و θ زاویه‌ای که الکترون تحت آن پراکنده می‌شود. روابط بالا در پراکندگی الکترون نشان می‌دهد، وقتی هدف دارای توزیع بار داخلی باشد در رابطه سطح مقطع پراکندگی تابعی به نام فرم فاکتور ظاهر می‌شود که به شکل توزیع بار هدف بستگی دارد.

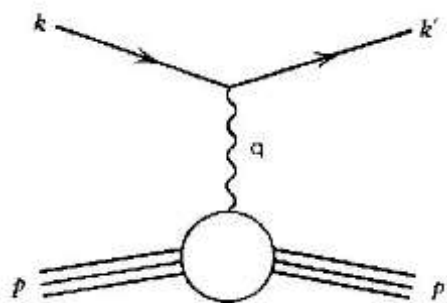


شکل ۱-۲: پایین‌ترین مرتبه پراکندگی الکترون از ابر الکترونی

برای پراکندگی کشسان الکترون پروتون روابط بالا را برای بدست آوردن ساختار پروتون نمی‌توان به کار برد، چون برای پروتون در پراکندگی از الکترون ممان مغناطیسی در نظر می‌گیرند که تنها وابسته به بار نمی‌باشد. همچنین پروتون یک ذره ساکن نمی‌باشد و در پراکندگی با الکترون پس‌زده می‌شود. اگر پروتون به صورت ذره‌ای بدون ساختار داخلی با ممان مغناطیسی دیراک $\frac{e}{2M}$ باشد و با توجه به آشنایی کامل از سطح مقطع پراکندگی الکترون از ذره بنیادی بارداری مانند میون، می‌توانیم در رابطه سطح مقطع پراکندگی الکترون میون با جایگذاری جرم پروتون به جای جرم میون برای سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی الکترون پروتون در دستگاه آزمایشگاهی داشته باشیم:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{lab}} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{E'}{E} \left\{ \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M_p^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\} \quad (۴-۲)$$

برای نسبت انرژی‌ها $\frac{E'}{E} = \frac{1}{1 + \frac{2E}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}}$ را داریم. رابطه (۴-۲) با نتایج تجربی مربوط به پراکندگی الکترون پروتون سازگاری ندارد و بیانگر این مطلب می‌باشد که پروتون ذره بنیادی نیست و نمی‌توانیم جریان گذار پروتون را با جریان گذار میون یکسان در نظر بگیریم. با توجه به شکل زیر:



شکل ۲-۲: اولین مرتبه پراکندگی کشسان الکترون-پروتون

اولین مرتبه دامنه گذار برای پراکندگی کشسان الکترون-پروتون همانند پراکندگی الکترون-میون عبارت خواهد بود با:

$$T_{fi} = -i \int j_\mu \left(-\frac{1}{q^2} \right) J^\mu d^4x \quad (۵-۲)$$

جریان گذار برای الکترون و پروتون را به صورت زیر می‌توان در نظر گرفت:

$$j^\mu = -e\bar{u}(k')\gamma^\mu u(k)e^{-i(k'-k).x} \quad (۶-۲)$$

$$J^\mu = e\bar{u}(p')\Gamma^\mu u(p)e^{i(p'-p).x} \quad (۷-۲)$$

با توجه به اینکه پروتون در مقایسه با الکترون ساختار متفاوتی دارد، از جمله ممان مغناطیسی غیرعادی که برای پروتون در نظر می‌گیرند، نمی‌توانیم γ^μ برای ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ ، در رابطه (۷-۲) به جای Γ^μ در جریان گذار پروتون جایگذاری نمود. برای بدست آوردن عبارتی مناسب برای جریان گذار پروتون، با توجه به عبارت $\bar{u}_f\gamma^\mu u_i$ که به صورت زیر است:

$$\bar{u}_f\gamma^\mu u_i = \frac{1}{2M}\bar{u}_f(p_f + p_i)^\mu u_i + \frac{1}{2M}\bar{u}_f[i\sigma^{\mu\nu}q_\nu]u_i \quad (۸-۲)$$

که در آن $q_\nu = p_f - p_i$ است، عبارت $\bar{u}_f\gamma^\mu u_i$ برای ذرات اسپین دار به صورت جمع دو جمله نوشته می‌شود. جمله اول $\frac{1}{2M}\bar{u}_f(p_f + p_i)^\mu u_i$ در پراکندگی ذرات بدون اسپین ظاهر می‌شود و جمله دوم $\frac{1}{2M}\bar{u}_f[i\sigma^{\mu\nu}q_\nu]u_i$ نشان دهنده نقش اسپین در پراکندگی است. بنابراین Γ^μ در جریان گذار پروتون را به صورت دو جمله که شامل γ^μ و $i\sigma^{\mu\nu}q_\nu$ است، به صورت زیر در نظر می‌گیرند:

$$\Gamma^\mu = \left[F_1(q^2)\gamma^\mu + \frac{\kappa}{2M}F_2(q^2)i\sigma^{\mu\nu}q_\nu \right] \quad (۹-۲)$$

$F_1(q^2)$ و $F_2(q^2)$ به ترتیب فرم فاکتورهای دیراک و پائولی^۱ هستند که هر دو تابعی از q^2 می‌باشند. F_1 در ارتباط با توزیع بار داخل نوکلئون است و مربوط به فرآیندهایی که دارای بقای هلیسیتی می‌باشد. F_2 ممان مغناطیسی غیرعادی رابطه دارد و مربوط به فرآیندهایی است که بقای هلیسیتی ندارند. از رابطه (۲-۹) متوجه می‌شویم که باریکه الکترونی در فرآیند پراکندگی علاوه بر، برهمکنش با ذره اسپین دار با یک ممان مغناطیسی خالص روبرو می‌شود که حضور κ ممان مغناطیسی غیر عادی در پروتون در جمله دوم بیانگر این موضوع می‌باشد که برهمکنش حاصل برابر خواهد بود با:

^۱ Dirac and Pauli form factors (FFs)

$$\int -\frac{e}{2M} \bar{\psi}_f^+ i\sigma_{\mu\nu} q^\nu \psi_i A^\mu d^3x = \int (\psi_A^f)^+ \left(\frac{e}{2M} \sigma \cdot B\right) \psi_A^i d^3x \quad (۱۰-۲)$$

ψ_A دو مولفه اول تابع موج دیراک می‌باشد و ممان مغناطیسی به صورت زیر است:

$$\mu_p = (1 + \kappa) \frac{e}{2M}$$

وقتی $q^2 \rightarrow 0$ ، طول موج فوتون فرودی بلند باشد ساختار پروتون را از مرتبه یک فرمی اندازه می‌گیرد.

بنابراین الکترون با ذره‌ای که دارای بار الکتریکی e و ممان مغناطیسی غیرعادی κ برهمکنش می‌کند. از

روی نتایج آزمایشگاهی بار پروتون برابر 1 است و ممان مغناطیسی اندازه گیری شده $\mu_p = 2.7928$ است

در واحد مگنتون هسته ای ($\mu_N = \frac{e\hbar}{2M}$). بنابراین ممان مغناطیسی غیر عادی پروتون $\kappa_p = 1.7928$ است

در حالت حدی $q^2 = 0$ برای پروتون به صورت $F_1^p(0) = 1$ و $F_2^p(0) = 1.7928$ می‌باشد. برای نوترون

بار الکتریکی برابر صفر است و ممان مغناطیسی اندازه گیری شده $\mu_n = -1.9130 = \kappa_n$ است، بنابراین

فرم فاکتورها در حالت حدی $q^2 = 0$ برابر $F_1^n(0) = 0$ و $F_2^n(0) = -1.9130$ می‌شود.

در نتیجه سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی الکترون پروتون با استفاده از روابط (۲-۵)، (۲-۶)، (۲-۷)، و

(۲-۸) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{lab} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \frac{E'}{E} \left\{ \left(F_1^2 - \frac{q^2}{4M^2} F_2^2 \right) \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M^2} (F_1 + F_2)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\} \quad (۱۱-۲)$$

با اندازه‌گیری تجربی $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ از روی نتایج حاصله می‌توان فرم فاکتورهای $F_1(q^2)$ و $F_2(q^2)$ را بدست آورد که

α ثابت جفت شدگی الکترومغناطیسی ($\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \sim \frac{1}{137}$) و M جرم پروتون است. برای سادگی ترکیب خطی

$F_{1,2}$ را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$G_E = F_1 + \frac{q^2}{4M^2} F_2, \quad G_M = F_1 + F_2 \quad (۱۲-۲)$$

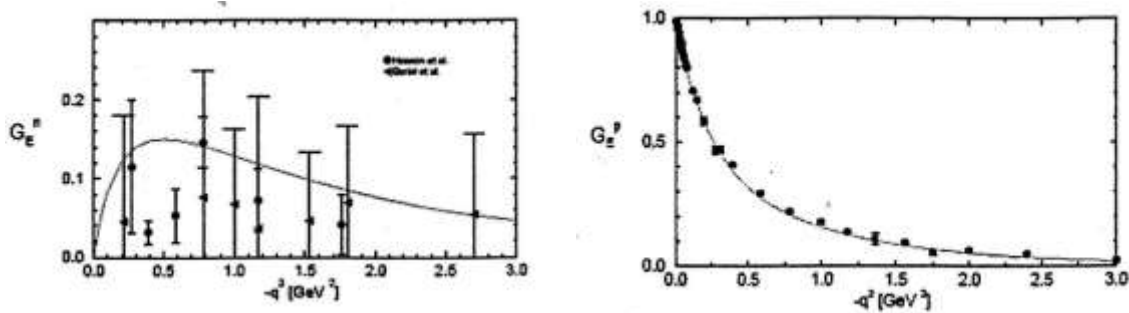
در نتیجه سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی الکترون - پروتون به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{lab} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} \frac{E'}{E} \left\{ \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\} \quad (۱۳-۲)$$

که در آن $\tau = -\frac{q^2}{4M^2}$ می‌باشد. G_M و G_E به فرم فاکتورهای الکتریکی و مغناطیسی گویند که به فرم فاکتورهای ساچز^۱ معروف هستند، فرم فاکتورهای پروتون و نوترون با توجه به نتایج تجربی اولیه بدست آمده که مطابق با شکل (۳-۲) با توجه به پارامتربندی اولیه ارایه شده به صورت زیر با یکدیگر رابطه دارند [۳۷]:

$$G_{Ep} \cong \frac{G_{Mp}}{\mu_p} \cong \frac{G_{Mn}}{\mu_n}, \quad G_{En} \cong -\frac{\mu_n \tau}{1+5.6\tau} G_{Ep} \quad (۱۴-۲)$$

با افزایش $-q^2$ برای فوتون فرودی می‌توانیم نتایج بهتر و اطلاعات بیشتری راجع به تابع ساختار پروتون بدست آورد.



شکل ۳-۲: عامل‌های ساختار الکتریکی و مغناطیسی پروتون و نوترون [۳۷].

به تازگی از لحاظ نسبیتی فرم فاکتورهای دیراک و پائولی را می‌توان بررسی و تفسیر کرد به همان صورت که در چهارچوب بریت^۲ فرم فاکتورهای ساچز مورد بررسی و تفسیر قرار می‌گیرند. سیستمی که در چهارچوب بریت در نظر می‌گیرند هیچ انرژی به نوکلئون منتقل نمی‌شود، در نتیجه از انرژی فوتون مجازی صرف نظر می‌شود و تنها مربع ۴-تکانه انتقالی برحسب سه مولفه تکانه خواهد بود. به عبارتی چهارچوب بریت براساس فضای سه بعدی خواهد بود. در این حالت ساختار الکترومغناطیسی نوکلئون را به صورت غیر نسبیتی بررسی می‌شود. با استفاده از تبدیل فوریه سه بعدی چگالی بار الکتریکی و مغناطیسی کلاسیکی برابر خواهد بود با:

^۱ Sachs Form Factors

^۲ Breit frame

$$\rho_{ch}(\vec{r}) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} G_E(q^2) \quad (۱۵-۲)$$

ρ_{ch} نشان دهنده توزیع چگالی بار سه بعدی پارتون‌های داخل نوکلئون است (رابطه مشابه را برای توزیع بار مغناطیسی می‌توان بیان نمود). در حالت کلی، اثرات نسبیتی را نمی‌توان برای فرم فاکتورهای سازج در نظر گرفت. چهارچوب بریت به صورت غیرنسبیتی بررسی می‌شود چون برحسب q^2 تغییر می‌کند.

در چهارچوب تکانه بی‌نهایت که نوکلئون با تکانه بسیار زیاد در راستای محور z حرکت می‌کند فرم فاکتور دیراک F_1 با چگالی بار در راستای عرضی برای نوکلئونی که غیرقطبیده است، رابطه دارد [۳۸]. بنابراین، چگالی عرضی به صورت تبدیل فوریه دوبعدی فرم فاکتور دیراک بیان می‌شود:

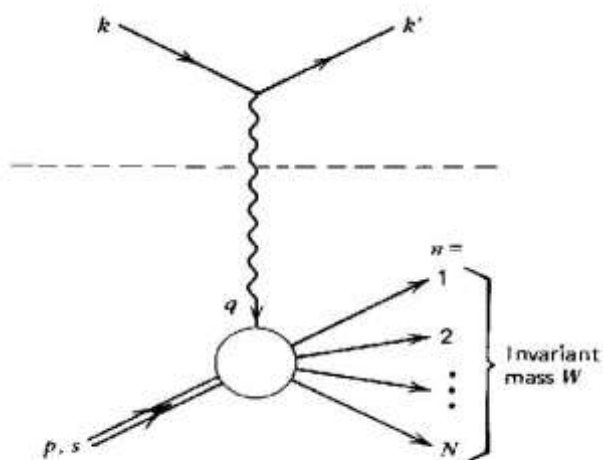
$$\rho(b_{\perp}) = \int \frac{d^2q}{(2\pi)^2} e^{iq\cdot b_{\perp}} F_1(q^2) \quad (۱۶-۲)$$

که $b_{\perp}$ پارامتر برخورد است که نشان دهنده فاصله عرضی (یا قائم) پارتون‌ها نسبت به مرکز جرم می‌باشد. فرم فاکتور پائولی F_2 با چگالی بار کوارک در راستای عرضی برای نوکلئونی که به صورت عرضی قطبیده است رابطه دارد [۳۹]. در فصل بعدی چگالی بار عرضی نوکلئون مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۲-۳- پراکندگی ناکشسان

یک فوتون مجازی با مربع تکانه انتقالی $Q^2 = -q^2$ می‌تواند با یک نوکلئون در فاصله‌های خیلی کوچک برهمکنش کند که قدرت تفکیک آن از مرتبه $\hbar/\sqrt{Q^2} \sim \lambda$ است. بنابراین با افزایش Q^2 تا حد $2 - 3 \text{ GeV}^2$ ما قادر خواهیم بود که اجزای تشکیل دهنده نوکلئون را با دقت فضایی در حدود $0.1 - 0.5 \text{ fm}$ مشاهده کنیم که بسیار کمتر از ابعاد نوکلئون ($\sim 1 \text{ fm}$) است. هنگام برهمکنش فوتون-نوکلئون زمان برهمکنش الکترومغناطیسی τ_e خیلی کوتاه‌تر از زمان برهمکنش قوی τ_s بین اجزای پروتون می‌باشد. بنابراین، در حین فرآیند برهمکنش، به نظر می‌رسد که نوکلئون منجمد شده است و فوتون مجازی فقط با پارتون آزاد نوکلئون برهمکنش می‌کند و از برهمکنش بین پارتون‌ها صرف نظر می‌شود. در برخورد بین نوکلئون-الکترون در تکانه انتقالی بالا Q^2 احتمال بسیار بالایی وجود دارد که پروتون شکسته شده و حالت

نهایی هادرونی متشکل از ذرات مختلفی باشد. این فرآیند را پراکندگی ناکشسان ژرف گویند. این نوع پراکندگی جزء پراکندگی عمومی است. با توجه به شکل ۲-۴، در این فرآیند پراکندگی چون ذرات بسیاری تولید می‌شوند حالت نهایی از لحاظ آزمایشگاهی کاملاً مشخص $ep \rightarrow eX$ نمی‌باشد. بنابراین تنها انرژی و زاویه الکترون پراکنده شده قابل اندازه‌گیری است.



شکل ۲-۴: اولین مرتبه پراکندگی ناکشسان $ep \rightarrow eX$

اگر انرژی الکترون فرودی مشخص باشد، این فرآیند عمومی را می‌توان با توجه به دو کمیت سینماتیکی بیان نمود. دو متغیر مستقل با صرف نظر کردن جرم الکترون عبارتند از:

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{-q \cdot p}{M} = E - E' & (\geq 0) \\ q^2 &= (k - k')^2 \simeq -4EE' \sin^2 \frac{\theta_e}{2} & (\leq 0) \end{aligned} \quad (17-2)$$

جرم ناورد W برای حالت نهایی هادرونی به صورت زیر است:

$$W^2 = (p + q)^2 = M^2 + 2M\nu + q^2 \Leftrightarrow W^2 - M^2 = 2M\nu + q^2 \quad (18-2)$$

در فرآیند کشسان $W^2 = M^2$ را داریم، همچنین در فرآیندهای ناکشسان ژرف $W^2 \gg M^2$ را خواهیم داشت. بنابراین رابطه‌های بدست آمده در (۲-۶)، (۲-۷)، (۲-۹)، و (۲-۱۱) برای درک ساختار و توزیع بار در داخل نوکلئون‌ها در پراکندگی ژرف که منجر به شکافت پروتون می‌شود، کافی نیست. روابط در شکل

۴-۲ برای بالای خط چین ثابت باقی می ماند ولی حالت نهایی، ذرات تولید شده، که در زیر خط چین مشاهده می شود دیگر یک فرمیون نیست که بتوان با استفاده از معادله دیراک جریان گذار را بدست آورد، بنابراین J^μ دارای ساختار پیچیده ای نسبت به جریان گذار پراکندگی کشسان خواهد بود. سطح مقطع پراکندگی $\bar{e}\mu \rightarrow \bar{e}\mu$ عبارت است از:

$$d\sigma(e\mu \rightarrow e\mu) \propto L_{\mu\nu}^{\bar{e}} L_{\mu\nu}^{\mu} \quad (۱۹-۲)$$

$$L_{\mu\nu}^e = 2(k'_\mu k_\nu + k'_\nu k_\mu - (k' \cdot k - m^2)g_{\mu\nu}) \quad (۲۰-۲)$$

$$L_{\mu\nu}^{\mu} = 2(p'^\mu p^\nu + p'^\nu p^\mu - (p' \cdot p - M^2)g^{\mu\nu}) \quad (۲۱-۲)$$

جمله های $L_{\mu\nu}^e$ و $L_{\mu\nu}^{\mu}$ به ترتیب تانسور لپتونی مربوط به الکترون و میون است. به جای استفاده از تانسور میونی در سطح مقطع پراکندگی ناکشسان ژرف ep از تانسور هادرونی به صورت زیر استفاده می شود:

$$d\sigma(ep \rightarrow eX) \propto L_{\mu\nu}^e (L^p)^{\mu\nu} = L_{\mu\nu}^e W^{\mu\nu} \quad (۲۳-۲)$$

$(L^p)^{\mu\nu}$ تانسور پروتونی است و به صورت تانسور هادرونی $W^{\mu\nu}$ برابر خواهد بود با:

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p^\mu p^\nu + \frac{W_4}{M^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_5}{M^2} (p^\mu q^\nu + q^\mu p^\nu) \quad (۲۴-۲)$$

روابط زیر بیان کننده بقاء جریان در گره های لپتونی و هادرونی می باشد:

$$q_\mu W^{\mu\nu} = q_\nu W^{\mu\nu} = 0, \quad q^\mu L_{\mu\nu}^e = q^\nu L_{\mu\nu}^e = 0 \quad (۲۵-۲)$$

با در نظر گرفتن بقا جریان در گره هادرونی رابطه های زیر را با یکدیگر خواهند داشت:

$$W_5 = -\frac{p \cdot q}{q^2} W_2, \quad W_4 = \left(\frac{p \cdot q}{q^2}\right)^2 W_2 + \frac{M^2}{q^2} W_1 \quad (۲۶-۲)$$

تانسور هادرونی را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$W^{\mu\nu} = W_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}\right) + W_2 \frac{1}{M^2} \left(p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu\right) \left(p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu\right) \quad (۲۷-۲)$$

با استفاده از روابط (۱۹-۲)، (۲۶-۲)، (۲۷-۲) و با استفاده از $q^\mu L_{\mu\nu}^e = q^\nu L_{\mu\nu}^e = 0$ خواهیم داشت:

$$L_{\mu\nu}^e W^{\mu\nu} = 4W_1(k, k') + \frac{2W_2}{M^2} (2(p, k)(p, k') - M^2 k, k') \quad (۲۸-۲)$$

در چارچوب آزمایشگاهی ضرب تانسور هادرونی و لپتونی را بدست می‌آوریم:

$$L_{\mu\nu}^e W^{\mu\nu} = 4EE' \{W_2(\nu, q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} + W_1(\nu, q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2}\} \quad (29-2)$$

با قراردادن رابطه فوق در سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی که به این صورت است:

$$d\sigma = \frac{1}{4((k,p)^2 - m^2 M^2)^{\frac{1}{2}}} \left\{ 4\pi M \frac{e^4}{q^4} L_{\mu\nu}^e W^{\mu\nu} \right\} \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3 2E'} \quad (30-2)$$

سطح مقطع پراکندگی ناکشسان ژرف الکترون پروتون را به صورت زیر بدست می‌آوریم:

$$\left. \frac{d\sigma}{dE d\Omega} \right|_{lab} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \{W_2(\nu, q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(\nu, q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2}\} \quad (31-2)$$

رابطه بدست آمده برای پراکندگی ناکشسان ژرف ep با نتایج تجربی توافق خوبی دارد. قابل ذکر است که از جرم سکون الکترون به علت انجام پراکندگی در انرژی‌های بالا، صرف نظر شده است. W_1 و W_2 حاوی اطلاعاتی راجع به ساختار نوکلئون هستند و به توابع ساختار معروفند.

۲-۴- مدل پارتونی و توابع ساختار

با توجه به اینکه توابع ساختار تابعی از Q^2 و ν هستند و پراکندگی ناکشسان ژرف در انرژی‌های بالا صورت می‌گیرد، می‌توان گفت که توابع ساختار نشان‌دهنده وجود ساختار داخلی برای پروتون می‌باشند. اگر فرض کنیم ساختار داخلی پروتون از ذرات نقطه‌ای تشکیل شده باشد، پس فوتون مجازی باید بتواند حضور این ذرات را در طول موج‌های کوچک نشان دهد. با این فرض که پراکندگی ناکشسان الکترون از پروتون به صورت پراکندگی کشسان الکترون از ذره آزاد دیراک تبدیل می‌شود و رابطه سطح مقطع پراکندگی ناکشسان پروتون ۲-۳ تبدیل به سطح مقطع پراکندگی الکترون از یک ذره بدون ساختار مشابه رابطه پراکندگی الکترون میون می‌شود با این تفاوت که به جای جرم میون جرم ذره را می‌گذاریم و بار ذره، $e_i e$ در رابطه سطح مقطع وارد می‌شود، e_i کسر بار ذره به بار الکترون است. با بازنویسی دوباره روابط مربوط به سطح مقطع پراکندگی ناکشسان ژرف پروتون و سطح مقطع پراکندگی الکترون کوارک داریم [۳۶]:

$$\frac{d\sigma}{dE d\Omega} = \frac{4\alpha^2 E^2}{q^2} \{ \quad \} \quad (32-2)$$

$$\{ \quad \}_{ep \rightarrow eX} = W_2(v, q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(v, q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\{ \quad \}_{eq \rightarrow eq} = \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2m^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \delta \left(v + \frac{q^2}{2m} \right)$$

تابع ساختار پروتون به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$2W_1^{piont} = \frac{Q^2}{2m^2} \delta \left(v - \frac{Q^2}{2m} \right) \quad (33-2)$$

$$W_2^{point} = \delta \left(v - \frac{Q^2}{2m} \right) \quad \text{و} \quad Q^2 \equiv -q^2 \quad (34-2)$$

با استفاده از رابطه $\delta \left(\frac{x}{a} \right) = a \delta(x)$ ، توابع ساختار را به این معرفی می‌کنیم:

$$2mW_1^{piont}(v, Q^2) = \frac{Q^2}{2mv} \delta \left(1 - \frac{Q^2}{2mv} \right) \quad (35-2)$$

$$vW_2^{piont}(v, Q^2) = \delta \left(1 - \frac{Q^2}{2mv} \right) \quad (36-2)$$

توابع ساختار دیگر تابعی از Q^2 و v نیستند بلکه تابع نسبت $\frac{Q^2}{2mv}$ که کمیت بدون بعد است، هستند. به جای

استفاده از W_1 و W_2 بهتر است توابع ساختار بدون بعد را به صورت زیر معرفی می‌کنیم:

$$MW_1(v, Q^2) \equiv F_1(\omega) \quad (37-2)$$

$$vW_2(v, Q^2) \equiv F_2(\omega) \quad (38-2)$$

که $\omega = \frac{2Mv}{Q^2}$ است و به جای جرم ذره m ، جرم پروتون را در متغیر ω قرار می‌دهیم. این دیدگاه اولین بار

توسط فاینمن و بیورکن [۴۰] بیان شد، اجزای تشکیل‌دهنده پروتون را پارتون^۱ نامیدند. بنابراین پروتون از

یک سری پارتون‌های باردار، همان ذرات که گلمن^۲ [۳] آنها را کوارک نامید و پارتون‌های بدون بار یعنی

گلوئون‌ها تشکیل یافته‌اند، فوتون‌ها تنها با پارتون‌های باردار برهمکنش دارند. هر یک از پارتون‌ها کسر

متفاوتی x از تکانه و انرژی پروتون را با خود حمل می‌کنند. $f_i(x)$ بیان کننده احتمال اینکه پارتون i به

^۱ Parton

^۲ Gell mann

اندازه x از تکانه پروتون را با خود حمل می‌کند. جمع بر روی تمام x ها برابر یک می‌شود، بنابراین خواهیم داشت:

$$\sum_i \int dx x f_i(x) = 1 \quad (39-2)$$

جمع بر روی i' بسته می‌شود منظور تمام پارتون‌ها می‌باشد نه فقط پارتون‌های باردار که با فوتون برهمکنش دارند.

با توجه به اینکه الکترون به یک پارتون که درصدی از تکانه و بار پروتون را حمل می‌کند، برخورد می‌کند لذا با توجه به روابط (۳۵-۲) و (۳۶-۲) و $\delta\left(\frac{x}{a}\right) = a\delta(x)$ تابع ساختارهای بدون بعد برابر است:

$$F_1(\omega) = \frac{Q^2}{4m\nu x} \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m\nu}\right) = \frac{1}{2x^2\omega} \delta\left(1 - \frac{1}{x\omega}\right) \quad (40-2)$$

$$F_2(\omega) = \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m\nu}\right) = \delta\left(1 - \frac{1}{x\omega}\right) \quad (41-2)$$

تابع ساختار پروتون از جمع همدوس ذرات تشکیل دهنده حاصل می‌شود:

$$F_2(\omega) = \sum_i \int dx e_i^2 x f_i(x) \delta\left(x - \frac{1}{\omega}\right) \quad (42-2)$$

$$F_1(\omega) = \frac{\omega}{2} F_2(\omega) \quad (43-2)$$

به صورت قراردادی $F_{1,2}(\omega)$ را بر صورت $F_{1,2}(x)$ می‌نویسیم و نتایج را بر حسب x بیان می‌کنیم:

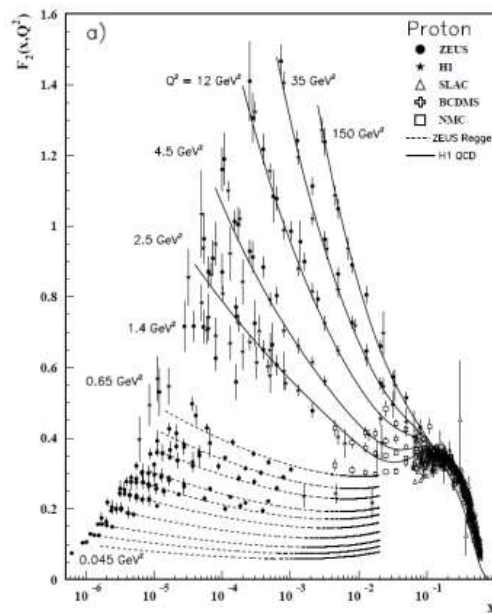
$$\nu W_2(\nu, Q^2) \equiv F_2(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x) \quad (44-2)$$

$$MW_1(\nu, Q^2) \equiv F_1(x) = \frac{1}{2x} F_2(x) \quad (45-2)$$

$$x = \frac{1}{\omega} = \frac{Q^2}{2M\nu} \quad (46-2)$$

$F_{1,2}(x)$ توابع ساختار ناکشسان تنها تابعی از متغیر x هستند و به ازای x ثابت، مستقل از Q^2 هستند که x را به عنوان متغیر بیورکن می‌شناسند. $f_i(x)$ را توابع توزیع پارتونی^۱ (PDFs) گویند. قابل ذکر است که توابع ساختار ناکشسان در ناحیه بیورکن در x ثابت، مستقل از Q^2 های متفاوت است. این رفتار بیان کننده

نوعی مقیاس‌بندی^۱ است. هرچند در QCD رفتار مقیاس‌بندی شده به خاطر حضور گلوئون‌ها نقض می‌شود که باعث تغییر تابع ساختار برحسب Q^2 می‌شود. با افزایش Q^2 قدرت تفکیک فوتون مجازی بیشتر می‌شود در نتیجه توانایی مشاهده گلوئون‌های گسیل شده از کوارک‌ها افزایش می‌یابد که این گلوئون‌ها به $q\bar{q}$ تبدیل می‌شوند در نتیجه چگالی دریای کوارک $q\bar{q}$ و گلوئون‌ها در x کوچک، افزایش می‌یابد. بسط تابع ساختار برحسب Q^2 با توجه به معادلات آلتارلی-پریزی^۲ بیان می‌شود [۴۱]. نتایج تجربی بدست آمده برای تابع ساختار پروتون برای Q^2 مختلف در شکل ۲-۵ ارائه شده است. توابع ساختار $F_{1,2}$ بیان‌کننده توزیع تکانه طولی پارتون‌ها برای هسته شرکت‌کننده در پراکندگی است. این ویژگی با این فرض که در چهارچوب تکانه بی‌نهایت، نوکلئون دارای تکانه عرضی یا قائم کوچک پارتونی است، در ارتباط می‌باشد. F_2 و F_1 توسط رابطه کالان گراس^۳ $2xF_1(x) = F_2(x)$ با یکدیگر مرتبط هستند.

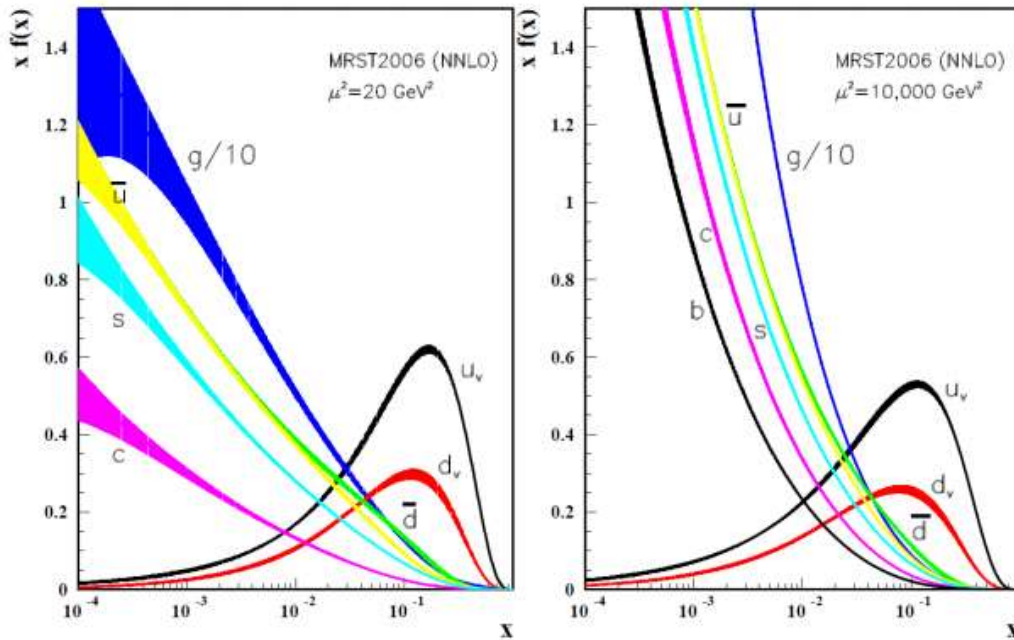


شکل ۲-۵: تابع ساختار پروتون $F_2^p(x, Q^2)$ برای Q^2 مختلف که در x های کوچک وابستگی زیادی به Q^2 از خود نشان می‌دهد [۴۲].

¹ Scaling

² Altarelli-parisi

³ Callan-Grass



شکل ۲-۶: توزیع پارتونی غیرقطبیده $q(x)$ که به x ضرب شده است برای کوارک‌های $q = u_v, d_v, \bar{u}, \bar{d}, s, c, b, g$ در

$$Q^2 = 10000 \text{ GeV}^2 \text{ و } 20 \text{ GeV}^2. [۴۲]$$

اطلاعاتی درباره توزیع پارتونی در ناحیه x های بزرگ با در نظر گرفتن هدف ثابت در آزمایش‌های JLab (IN) و COMPASS (uN) بدست آمده است. بین پیش بینی‌های انجام شده توسط نظریه QCD و نتایج آزمایشگاهی توافق خوبی مشاهده می‌شود که می‌توان PDFs را بدست آورد. در شکل ۲-۶ می‌توان نتایج مربوط به توزیع پارتونی غیرقطبیده $q(x)$ برای $Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$ و 10000 GeV^2 مشاهده نمود. مشاهده می‌شود که در x های بزرگ توزیع کوارک‌های u و d غالب است و هنگامی که x کاهش می‌یابد سهم دریای کوارک غالب می‌شود. مطابق با قانون جمعی که وجود دارد، با داشتن PDFs می‌توان به نتیجه مهمی در مورد توزیع تکانه پروتون برحسب کوارک‌ها و گلوئون‌ها رسید:

$$\int_0^1 x [u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s}] dx = 1 - \sigma \quad (۴۷-۲)$$

که σ کسر تکانه پروتون است که توسط کوارک‌ها حمل نمی‌گردد. این قانون جمع توسط گروه EMC محاسبه شد [۱۴]. این گروه $1 - \sigma = 0.465$ بدست آوردند. بنابراین، کوارک‌ها در حدود نصف تکانه نوکلئون را با خود حمل می‌کنند و باقی مانده تکانه پروتون توسط گلوئون‌ها حمل می‌شود.

۲-۵- پراکندگی انحصاری DVCS

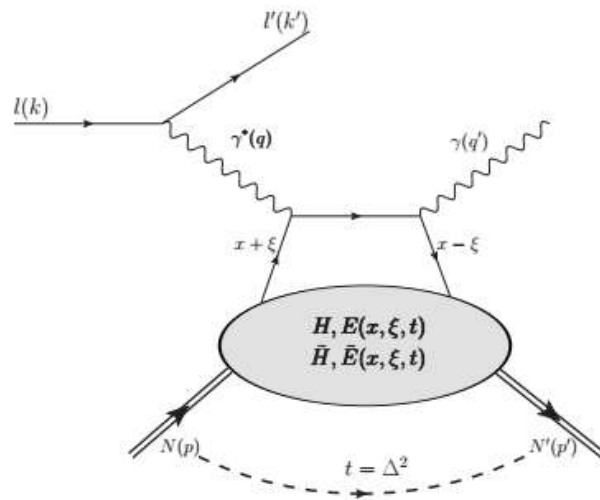
با استفاده از آزمایش‌های پراکندگی کشسان و ناکسشان ژرف به ترتیب می‌توان فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی که در ارتباط با توزیع بار فضایی کوارک در راستای قائم هستند، و PDFs که بیانگر توزیع تکانه طولی کوارک‌ها داخل نوکلئون است را بدست آورد. در پراکندگی کامپتون مجازی ژرف (DVCS) می‌توان اطلاعات بیشتری در مورد اجزای تشکیل‌دهنده نوکلئون بدست آورد. توابع ساختار جدیدی با استفاده از نظریه توزیع پارتونی تعمیم یافته (GPDs) معرفی می‌شوند که این توابع ساختار جدید با توابع توزیع پارتون در صفحه عرضی و کسر تکانه طولی در ارتباط است. بنابراین با استفاده از این نظریه می‌توان یک تصویر سه بعدی از نوکلئون را بدست آورد. در اواسط دهه ۹۰، مولر [۴۳]، جی [۱۵] و رادیوشکین [۴۴] نشان دادند که در ناحیه بیورکن این امکان وجود دارد که پراکندگی DVCS را شامل دو بخش دانست. یک قسمت پراکندگی را "سخت"^۱ گویند که شامل فرآیند مجازی کامپتون کوارک می‌باشد ($\gamma^* q \rightarrow \gamma q$) که به صورت اختلالی در QED قابل بررسی است، و قسمت دیگر پراکندگی را "نرم"^۲ گویند که به صورت غیر اختلالی برحسب ۴ کمیت GPDs در تقریب مرتبه اول^۳ پراکندگی را مورد بررسی قرار می‌دهند. پراکندگی DVCS در تقریب مرتبه اول در شکل ۲-۷ نشان داده شده است. در تقریب مرتبه اول، سطح مقطع برحسب پراکندگی تک کوارک بیان می‌شود که از سایر برهمکنش‌ها صرف نظر شده است. فرآیند پراکندگی DVCS را برای نوکلئون به صورت $eN \rightarrow eN\gamma$ است. نوکلئون اولیه با تکانه p فوتون مجازی با

¹ Hard

² Soft

³ Leading order

تکانه q که الکترون فرودی گسیل می‌کند را جذب می‌کند و در حالت نهایی یک فوتون حقیقی با تکانه $\vec{q} = q - \Delta$ را از خود گسیل می‌کند و نوکلئون پس زده شده دارای تکانه $\vec{p} = p + \Delta$ می‌شود. کواری که فوتون مجازی را جذب نموده است تبدیل به یک ذره مجازی می‌شود و شروع به نوسان اختلالی می‌کند. این کواریک سپس یک فوتون حقیقی از خود گسیل می‌کند (فرآیند کامپتون) و به حالت اولیه خود در داخل نوکلئون برمی‌گردد. کمیت‌های $x + \xi$ و $x - \xi$ مطابق با شکل ۷-۲ به ترتیب کسر تکانه طولی کواریک اولیه (نهایی) را نشان می‌دهند. کسر تکانه پروتون حمل شده توسط کواریک شرکت کننده در پراکندگی می‌باشد، و 2ξ کسر تکانه طولی ناشی از تکانه انتقالی Δ است. کسرهای تکانه بیان شده در چهارچوب تکانه بی‌نهایت نسبت به تکانه میانگین نوکلئون $P = \frac{p+p'}{2}$ بیان می‌شوند به طوری که $k^+ = xP^+$ و $\Delta^+ = 2\xi P^+$ داریم. علامت (+) مولفه مثبت بردار مخروط نوری^۱ است. اطلاعات بیشتر در مورد پارامترها در جدول ۱-۲ ارائه شده است. متغیر $t = \Delta^2 = (p' - p)^2$ مربع تکانه انتقالی بین حالت اولیه و حالت نهایی نوکلئون است.



شکل ۷-۲: فرآیند پراکندگی DVCS.

^۱ Light Cone

جدول ۱-۲: بردارهای مخروط نوری در پراکندگی DVCS

بردارهای مخروط نوری	در حد بیورکن: $Q^2 \gg m^2, -t$	
$p^\mu = \frac{p^\mu + p'^\mu}{2} = p_1 + \frac{\bar{M}^2}{2} p_2$	$\rightarrow p_1$	+
$q^\mu = -2\xi + \frac{Q^2}{4\xi} p_2$	$\rightarrow -2\xi p_1 + \frac{Q^2}{4\xi} p_2$	+ -
$\Delta^\mu = p'^\mu - p^\mu = -2\xi p_1 + \xi \bar{M}^2 p_2 + \Delta_\perp^\mu$	$\rightarrow -2\xi p_1$	+
$q'^\mu = q^\mu - \Delta^\mu = 2(\xi - \xi') p_1 + \left(\frac{Q^2}{4\xi} - \xi \bar{M}^2\right) p_2 - \Delta_\perp^\mu$	$\rightarrow \frac{Q^2}{4\xi} p_2$	-
$p^\mu = P^\mu - \frac{\Delta^\mu}{2}$	$\rightarrow (1 + \xi) p_1$	+
$p'^\mu = P^\mu + \frac{\Delta^\mu}{2}$	$\rightarrow (1 - \xi) p_1$	+
$k^\mu = xP^\mu - \frac{\Delta^\mu}{2}$	$\rightarrow (x + \xi) p_1$	+
$k'^\mu = xP^\mu + \frac{\Delta^\mu}{2}$	$\rightarrow (x - \xi) p_1$	+

اولین مرتبه دامنه گذار در پراکندگی DVCS با توجه به شکل ۲-۸ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$iT = \sum_q \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (-i|e|Q_q)^2 \left[\gamma^\mu \varepsilon_\mu^* \left(i \frac{k + q + m_q}{(k + q)^2 - m_q^2 + i\varepsilon} \right) \gamma^\nu \varepsilon_\nu + \gamma^\mu \varepsilon_\nu \left(i \frac{k - q' + m_q}{(k - q')^2 - m_q^2 + i\varepsilon} \right) \gamma^\mu \varepsilon_\mu^* \right]_{ba} \times \langle p' | \int d^4 z e^{iz \cdot k} T[\bar{q}_b(0) q_a(z)] | p \rangle \quad (۴۸-۲)$$

که a و b اندیس‌های اسپینور هستند، $\bar{q}(0)$ و $q(z)$ به ترتیب تابع موج کوارک در نقاط فضا-زمان 0 و z می‌باشند. تابع موج کوارک به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$q(z) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 \sqrt{2k_0}} \sum_s [c(k, s) u(k, s) e^{-iz \cdot k} + d^\dagger(k, s) v(k, s) e^{-iz \cdot k}] \quad (۴۹-۲)$$

$$\bar{q}(z) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 \sqrt{2k_0}} \sum_s [d(k, s) \bar{v}(k, s) e^{-iz \cdot k} + c^\dagger(k, s) \bar{u}(k, s) e^{-iz \cdot k}] \quad (۵۰-۲)$$

(c, d) و $(c^\dagger, d^\dagger)$ به ترتیب عملگرهای تولید و نابود هستند. $\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}$ انتگرال گیری نسبت به کل تکرانه می باشد. T عملگر ترتیب زمانی^۱ است. ردیف اول رابطه (۴۸-۲) نشان دهنده بخش اختلالی دامنه گذار DVCS است. جریان کوارکی را می توان با استفاده از تجزیه فیرز^۲ برحسب ماتریس های دیراک بیان نمود. هر ماتریس دیراک یک ماتریس 4×4 است. ماتریس $\mathcal{O}$ می تواند یکی از کمیت های $1, \gamma^5, \gamma^\mu, \gamma^\mu \gamma^5$ و $\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ باشد که مؤلفه های این ماتریس ها به ترتیب اسکالر، شبه اسکالر، بردار، شبه بردار و تانسور هستند. μ و ν از ۰ تا ۳ تغییر می کنند.

$$\begin{aligned} \bar{q}_b(0)q_a(z) &= \bar{q}_b(0)\delta_{bb} \cdot q_a(z)\delta_{aa} = \bar{q}_b(0)q_a(z) \cdot \delta_{bb}\delta_{aa} \\ &= \bar{q}_b(0)q_a(z) \frac{1}{4} \sum_\alpha (\Gamma_\alpha)_{b\dot{a}} \cdot (\Gamma^\alpha)_{ab} = \frac{1}{4} \sum_\alpha (\Gamma^\alpha)_{ab} \cdot \bar{q}_b(0)(\Gamma_\alpha)_{b\dot{a}} q_a(z) \quad (51-2) \\ &= \frac{1}{4} ((1)_{ab} \cdot \bar{q}q + (\gamma^\lambda)_{ab} \cdot \bar{q}\gamma_\lambda q + (\sigma^{\alpha\beta})_{ab} \cdot \bar{q}\sigma_{\alpha\beta} q + (\gamma^5\gamma^\lambda)_{ab} \cdot \bar{q}\gamma_\lambda\gamma^5 q + (\gamma^5)_{ab} \cdot \bar{q}\gamma^5 q) \end{aligned}$$

در حالت کلی تمام ساختارهای ماتریسی دیراک برای رابطه (۵۱-۲) امکان پذیر است. اما فقط حالت های بردار (γ^μ) و شبه بردار $(\gamma^\mu\gamma^5)$ که دارای بقای هلیسیتی هستند در پراکندگی تقریب مرتبه اول سهم دارند و در رابطه بالا باقی می مانند. بنابراین دامنه پراکندگی به صورت زیر خواهد شد [۱۵]:

$$iT = \sum_q \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} (e|Q_q)^2 \varepsilon_\mu^* \varepsilon_\nu \frac{1}{4} \times \{ \quad (52-2)$$

$$\begin{aligned} &\left(Tr \left[\gamma^\mu \frac{k+q}{(k+q)^2 + i\varepsilon} \gamma^\nu \gamma^\lambda \right] + Tr \left[\gamma^\nu \frac{k-q'}{(k-q')^2 + i\varepsilon} \gamma^\mu \gamma^\lambda \right] \right) \times \langle p' | \int d^4z e^{iz \cdot k} T [\bar{q}_b(0) \gamma_\lambda q_a(z)] | p \rangle \\ &+ \left(Tr \left[\gamma^\mu \frac{k+q}{(k+q)^2 + i\varepsilon} \gamma^\nu \gamma^5 \gamma^\lambda \right] + Tr \left[\gamma^\nu \frac{k-q'}{(k-q')^2 + i\varepsilon} \gamma^\mu \gamma^5 \gamma^\lambda \right] \right) \times \langle p' | \int d^4z e^{iz \cdot k} T [\bar{q}_b(0) \gamma_\lambda \gamma^5 q_a(z)] | p \rangle \} \end{aligned}$$

¹ Time-ordering

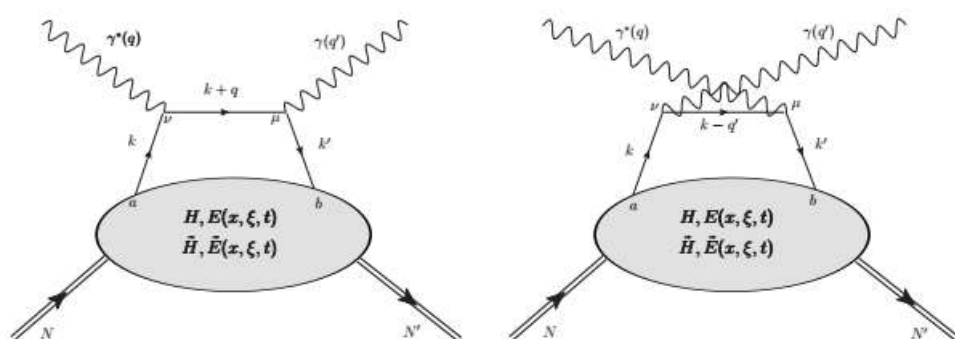
² Fierz decomposition $\delta_{ij}\delta_{jk} = \frac{1}{4} \sum_\alpha (\Gamma_\alpha)_{ij} \cdot (\Gamma^\alpha)_{jk}$

از چهارچوب مخروط نوری برای بررسی این نوع پراکندگی‌ها استفاده می‌کنیم. برای چهار برداری که به صورت $a^\mu = (a^0, a^1, a^2, a^3)$ هستند، مولفه‌های مخروط نوری بدین صورت بیان می‌شوند:

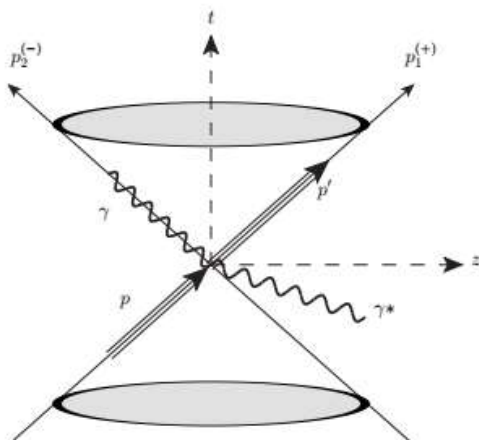
$$a^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(a^0 + a^3), \quad a^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(a^0 - a^3), \quad a^\perp = (a^1, a^2) \quad (۵۳-۲)$$

بنابراین a^μ به صورت $a^\mu = (a^+, a^\perp, a^-)$ است. ضرب داخلی دو بردار مخروط نوری عبارت است از:

$$a \cdot b = a^+ b^- + a^- b^+ - a^\perp \cdot b^\perp \quad (۵۴-۲)$$



شکل ۲-۸: فرآیند پراکندگی DVCS با در نظر گرفتن حالت‌های ممکن برهمکنش در تقریب مرتبه اول.



شکل ۲-۹: در چهارچوب مخروط نوری: پروتون با سرعت نور در راستای (+) محور مخروط نوری، و فوتون حقیقی در راستای (-) حرکت می‌کند. فوتون مجازی دارای هر دو مولفه (+) و (-) می‌باشد.

در پراکندگی DVCS دو بردار مخروط نوری p_1 و p_2 در نظر گرفته می‌شود بنابراین پروتون و فوتون مجازی در راستای محور z در جهت‌های مختلف حرکت می‌کنند. مطابق شکل ۲-۹ پروتون در راستای p_1 حرکت می‌کند. دو بردار به صورت $p_1 = \frac{p^+}{\sqrt{2}}(1,0,0,1)$ و $p_2 = \frac{1}{\sqrt{2}p^+}(1,0,0,-1)$ با چهارتکانه میانگین نوکلئون $P = \frac{p+\bar{p}}{2}$ تعریف می‌شوند. بردارهای $p_{1,2}$ دارای خصوصیات $p_1^2 = p_2^2 = 0$ و $p_1 \cdot p_2 = 1$ هستند. یک بردار را با توجه به تجزیه ساداکو^۱ در چهارچوب مخروط نوری به این صورت بازنویسی می‌شود:

$$a^\mu = \alpha p_1^\mu + \beta p_2^\mu + a^{\perp\mu}$$

$$= (a \cdot p_2)p_1^\mu + (a \cdot p_1)p_2^\mu + a^{\perp\mu} = \left(\frac{a^+}{p^+}\right)p_1^\mu + (a^- P^+)p_2^\mu + a^{\perp\mu} \quad (55-2)$$

که a^+ مولفه (+) بردار a^μ در راستای p_1 و a^- مولفه (-) بردار در راستای p_2 است. در جدول ۲-۱، P^μ ۴-تکانه میانگین نوکلئون و q^μ ۴-تکانه فوتون مجازی بر حسب بردار ساداکو ارائه شده است. سایر بردارها در چهارچوب مخروط نوری بر حسب $\Delta = \bar{p} - p = q - \bar{q}$ بیان می‌شوند. x کسر تکانه‌ای از تکانه میانگین نوکلئون P^μ است و همچنین $\bar{M}^2 = m_N^2 - \frac{\Delta^2}{4}$ است. (ξ, ξ') در حد بیورکن به $\frac{x}{2-x}$ میل می‌کند:

$$2\xi' = \frac{P \cdot q}{\bar{M}^2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{Q^2 \bar{M}^2}{(P \cdot q)^2}} \right] \rightarrow \frac{x}{1-\frac{x}{2}} \quad (56-2)$$

$$2\xi = 2\xi' \frac{Q^2 - \Delta^2}{Q^2 + \bar{M}^2 (2\xi')^2} \rightarrow \frac{x}{1-\frac{x}{2}} \quad (57-2)$$

در تقریب مرتبه اول، با توجه به بزرگ بودن Q^2 ، از سهم جملات $\bar{M}^2$ و $\Delta_\perp$ زمانی که به Q^2 تقسیم می‌شوند می‌توان صرف نظر کرد. به همین دلیل در جدول ۲-۱ فقط جملات غالب در دامنه پراکندگی در تقریب مرتبه اول برای بردارهای پراکندگی DVCS باقی می‌مانند. همچنین در جدول ۲-۱ علامت (+) نشان دهنده این است که بردار پراکندگی DVCS در تکانه بالا در راستای p_1 است و علامت (-) نشان دهنده این است

¹ Sudakov decomposition

که بردار DVCS در تکانه بالا در راستای p_2 است. بنابراین بخش هادرونی در راستای مولفه (+) حرکت کرده و فوتون مجازی دارای دو مولفه (+) و (-) و فوتون حقیقی در راستای مولفه (-) است.

با در نظر گرفتن بردارهای پراکندگی DVCS در حد تکانه‌های بالا صورت کسر دامنه پراکندگی رابطه (۲-۵۲) عبارت است از:

$$k + q = (x - \xi)p_1 + \frac{Q^2}{4\xi}p_2$$

$$k - q' = (x + \xi)p_1 + \frac{Q^2}{4\xi}p_2 \quad (۲-۵۸)$$

مخرج کسر نیز عبارت خواهد بود از:

$$(k + q)^2 + i\varepsilon = 2(x - \xi + i\varepsilon)\frac{Q^2}{4\xi}$$

$$(k - q')^2 + i\varepsilon = -2(x + \xi - i\varepsilon)\frac{Q^2}{4\xi} \quad (۲-۵۹)$$

برای بدست آوردن دامنه پراکندگی باید نکات زیر را در نظر بگیریم:

- دامنه پراکندگی برای اینکه دارای مقدار باشد باید γ^ν و γ^μ به صورت قائم (عرضی) باشند. از طرفی اگر γ^ν و γ^μ دارای مولفه‌های (+) و (-) باشد (مولفه‌های p_1 و p_2 را معرفی می‌کنیم)^۱، دامنه پراکندگی در تقریب مراتب بالاتر پراکندگی ناچیز می‌شود. بنابراین برای رابطه (۲-۵۲) تنها حالت ممکن گذار بین فوتون‌هایی هست که به صورت قائم قطبیده $\gamma^\nu = \gamma_\perp^\nu$ و $\gamma^\mu = \gamma_\perp^\mu$ هستند.

^۱ تجزیه ساداکاوا برای γ

$$\gamma = (\gamma \cdot P^+) p_2 + \left(\frac{\gamma}{P^+} \right) p_1 + \gamma_\perp = (\gamma \cdot p_1) p_2 + (\gamma \cdot p_2) p_1 + \gamma_\perp = p_1 p_2 + p_2 p_1 + \gamma_\perp$$

• چون پروتون در راستای $(+)$ p_1 حرکت می‌کند، قسمت نرم پراکندگی به مولفه $\lambda = +$ وابسته

است: بنابراین $\gamma_\lambda = \gamma^+$ داریم. همچنین با توجه رابطه $(2-54)$ ، قسمت اختلالی پراکندگی از روی

مولفه $\lambda = -$ محاسبه می‌شود: بنابراین $\gamma^\lambda = \gamma^- = \frac{p_1}{p^+}$ داریم.

• به علت اینکه $\gamma^\lambda = \frac{p_1}{p^+}$ را داریم، در نتیجه برای معادلات رابطه $(2-58)$ سهم جملات در راستای

$(+)$ صفر می‌شود $(p_1 \cdot p_1 = 0)$. درنهایت، دامنه پراکندگی، رابطه $(2-52)$ ، برابر خواهد بود با:

$$iT = -i \sum_q \int \frac{dk^+}{p^+} (e|Q_q)^2 \varepsilon_\mu^* \varepsilon_\nu \frac{1}{4} \times \{ \quad (2-60)$$

$$\left(Tr \left(\gamma_\perp^\mu \frac{p_2}{2(x-\xi+i\varepsilon)} \gamma_\perp^\nu p_1 \right) + Tr \left(\gamma_\perp^\nu \frac{-p_2}{-2(x+\xi-i\varepsilon)} \gamma_\perp^\mu p_1 \right) \right) \times \int \frac{dk^- d^2 k^\perp}{(2\pi)^4} \langle p' | \int d^4 z e^{iz \cdot k} T [\bar{q}_b(0) \gamma^+ q_a(z)] | p \rangle$$

$$+ \left(Tr \left(\gamma_\perp^\mu \frac{p_2}{2(x-\xi+i\varepsilon)} \gamma_\perp^\nu \gamma^5 p_1 \right) + Tr \left(\gamma_\perp^\nu \frac{-p_2}{-2(x+\xi-i\varepsilon)} \gamma_\perp^\mu \gamma^5 p_1 \right) \right) \times \int \frac{dk^- d^2 k^\perp}{(2\pi)^4} \langle p' | \int d^4 z e^{iz \cdot k} T [\bar{q}_b(0) \gamma^+ \gamma^5 q_a(z)] | p \rangle \}$$

با استفاده از رابطه $dk^+ = P^+ \int dx$ و خواص انتگرالی

$$\int dk^- e^{iz^+ k^-} = 2\pi \delta(z^+) \quad \int d^2 k_\perp e^{iz_\perp k_\perp} = (2\pi)^2 \delta(z_\perp) \quad (2-61)$$

و با در نظر گرفتن خواص زیر

$$Tr [\gamma_\perp^\mu p_2 \gamma_\perp^\nu p_1] = 4 (p_1^\mu p_2^\nu + p_1^\nu p_2^\mu - g_\perp^{\mu\nu})$$

$$Tr [\gamma_\perp^\mu p_2 \gamma_\perp^\nu \gamma^5 p_1] = -4i \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} (p_1)_\alpha (p_2)_\beta = -4i \varepsilon^{\mu\nu+-} \quad (2-62)$$

دامنه پراکندگی را به این صورت بدست خواهد آمد:

$$iT = -i \sum_q \int_{-1}^1 dx (e|Q_q)^2 \varepsilon_\mu^* \varepsilon_\nu$$

$$\left\{ \left(p_1^\mu p_2^\nu + p_1^\nu p_2^\mu - g_{\perp}^{\mu\nu} \right) \left[\frac{1}{x-\xi+i\epsilon} + \frac{1}{x+\xi-i\epsilon} \right] \frac{1}{2} \times \right. \\ \left. \int \frac{dz^-}{2\pi} e^{iz^-k^+} \langle p | T[\bar{q}(0) \gamma^+ q(z)] | p \rangle \Big|_{z^+=z^+=0} + i\epsilon^{\mu\nu+-} \left[-\frac{1}{x-\xi+i\epsilon} + \frac{1}{x+\xi-i\epsilon} \right] \frac{1}{2} \times \right. \\ \left. \int \frac{dz^-}{2\pi} e^{iz^-k^+} \langle p | T[\bar{q}(0) \gamma^+ \gamma^5 q(z)] | p \rangle \Big|_{z^+=z^+=0} \right\} \quad (۶۳-۲)$$

با استفاده از خواص هرمیتی، پارته و برگشت زمانی بخش انتگرالی رابطه (۶۳-۲) عبارت است از:

$$\int \frac{dz^-}{2\pi} e^{iP^+z^-} \langle p | T[\bar{q}(0) \gamma^+ q(z)] | p \rangle \Big|_{z^+=z^+=0} \\ = \frac{1}{P^+} \left[H^q(x, \xi, t) \bar{u}(p') \gamma^+ u(p) + E^q(x, \xi, t) \bar{u}(p') i\sigma^{+\alpha} \frac{\Delta_\alpha}{2m_N} u(p) \right] \quad (۶۴-۲)$$

$$\int \frac{dz^-}{2\pi} e^{iP^+z^-} \langle p | T[\bar{q}(0) \gamma^+ \gamma^5 q(z)] | p \rangle \Big|_{z^+=z^+=0} \\ = \frac{1}{P^+} \left[\tilde{H}^q(x, \xi, t) \bar{u}(p') \gamma^+ \gamma_5 u(p) + \tilde{E}^q(x, \xi, t) \bar{u}(p') \gamma_5 \frac{\Delta^+}{2m_N} u(p) \right] \quad (۶۵-۲)$$

که $\bar{u}(p')$ و $u(p)$ اسپینورهای نوکلئون، $H, E, \tilde{H}$ و $\tilde{E}$ کمیت‌های GPDs در ساختار نوکلئون می‌باشند.

در نهایت دامنه پراکندگی DVCS برحسب پارامترهای GPDs به صورت زیر می‌شود:

$$iT = -i \sum_q \int_{-1}^1 dx (|e|Q_q)^2 \epsilon_\mu^* \epsilon_\nu \\ \left\{ \left(p_1^\mu p_2^\nu + p_1^\nu p_2^\mu - g_{\perp}^{\mu\nu} \right) \left[\frac{1}{x-\xi+i\epsilon} + \frac{1}{x+\xi-i\epsilon} \right] \times \frac{1}{2P^+} \left[H^q(x, \xi, t) \bar{u}(p') \gamma^+ u(p) + \right. \right. \\ \left. E^q(x, \xi, t) \bar{u}(p') i\sigma^{+\alpha} \frac{\Delta_\alpha}{2m_N} u(p) \right] + i\epsilon^{\mu\nu+-} \left[-\frac{1}{x-\xi+i\epsilon} + \frac{1}{x+\xi-i\epsilon} \right] \times \\ \left. \frac{1}{2P^+} \left[\tilde{H}^q(x, \xi, t) \bar{u}(p') \gamma^+ \gamma_5 u(p) + \tilde{E}^q(x, \xi, t) \bar{u}(p') \gamma_5 \frac{\Delta^+}{2m_N} u(p) \right] \right\} \quad (۶۶-۲)$$

و سطح مقطع DVCS با توجه به دامنه پراکندگی را بدست آورد:

$$\frac{d^4\sigma}{dQ^2 dx_B dt d\Phi} = \frac{1}{(4\pi^4)32} \frac{x_B y^2}{Q^4} \left(1 + \frac{4M^2 x_B^2}{Q^2} \right)^{-1/2} |T_{DVCS}|^2 \quad (۶۷-۲)$$

که $y = \frac{E-E'}{E}$ و Φ, t, x_B, Q^2 متغیر مستقل در فرآیند پراکندگی می‌باشند.

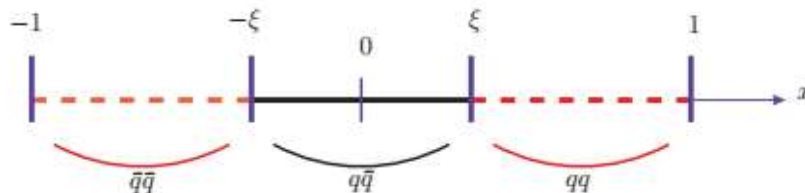
در نهایت می‌توان گفت که پراکندگی DVCS در چهارچوب مخروط نوری با توجه به بخش حبابی مانند شکل ۲-۸ که براساس عناصر ماتریسی عملگر کوارکی no-local بر حسب کمیت‌های GPDs بیان می‌شوند:

$$\begin{aligned} & \frac{p^+}{2\pi} \int dz^- e^{iP^+z^-} \left\langle p \left| \left[\bar{q}_a \left(-\frac{z}{2} \right) \gamma^+ q_b \left(\frac{z}{2} \right) \right] \right| p \right\rangle \Big|_{z^+=z^-=0} = \\ & \frac{1}{4} \{ (\gamma^-)_{ab} \left[H^q(x, \xi, t) \bar{u}(p') \gamma^+ u(p) + E^q(x, \xi, t) \bar{u}(p') i\sigma^{+\alpha} \frac{\Delta_\alpha}{2m_N} u(p) \right] + \right. \\ & \left. (\gamma_5 \gamma^-)_{ab} \left[\tilde{H}^q(x, \xi, t) \bar{u}(p') \gamma^+ \gamma_5 u(p) + \tilde{E}^q(x, \xi, t) \bar{u}(p') \gamma_5 \frac{\Delta^+}{2m_N} u(p) \right] \right\} \quad (۶۸-۲) \end{aligned}$$

خط اول رابطه (۶۸-۲) انتگرال فوریه در فاصله z^- مخروط نوری تابع همبستگی کوارک-کوارک می‌باشد که نشان دهنده فرآیندی است که یک کوارک داخل نوکلئون با تکانه اولیه p در نقطه فضا-زمان $\frac{z}{2}$ قرار دارد که در پراکندگی شرکت می‌کند و آن کوارک به نوکلئونی که در حالت نهایی دارای تکانه p' در نقطه فضا-زمان $-\frac{z}{2}$ قرار دارد بر می‌گردد. این فرآیند در یک زمان یکسان ($z^+ = 0$) و بدون فاصله جدایی عرضی بین کوارک‌ها ($z^\perp = 0$) رخ می‌دهد. خط دوم این رابطه نشان‌دهنده بخش برداری (ساختار γ^μ) جریان است و خط آخر نشان دهنده بخش شبه برداری (ساختار $\gamma^5 \gamma^\mu$) می‌باشد. این دو ساختار بر حسب کمیت‌های GPDs بیان می‌شوند: $H, E, \tilde{H}$ و $\tilde{E}$. این کمیت‌ها دارای بقای هلیستی کوارک در حین پراکندگی هستند. برای هر طعم کوارک (u, d, s)، هر ۴ کمیت GPDs وجود دارد که در تطابق با هر ۴ حالت ممکن هلیستی-اسپین برای کوارک و پروتون می‌باشند. H و E کمیت‌های مستقل از هلیستی کوارک هستند بنابراین به آن‌ها GPDs ناقطبیده و از آنجایی که $\tilde{H}$ و $\tilde{E}$ وابسته به هلیستی کوارک هستند به آن‌ها GPDs قطبیده اطلاق می‌شود. در کمیت‌های H و $\tilde{H}$ اسپین پروتون پایستگی دارد ولی در E و $\tilde{E}$ اسپین پروتون دارای چرخش می‌باشد. بنابراین در حالت کلی هلیستی دارای پایستگی نمی‌باشد (پروتون باعث تغییر هلیستی می‌شود در صورتی که از لحاظ کوارکی دارای پایستگی هلیستی است). کمیت‌های GPDs به سه متغیر مستقل وابسته هستند: x, ξ و t . کمیت‌های GPDs نشان‌دهنده دامنه احتمال یافتن یک

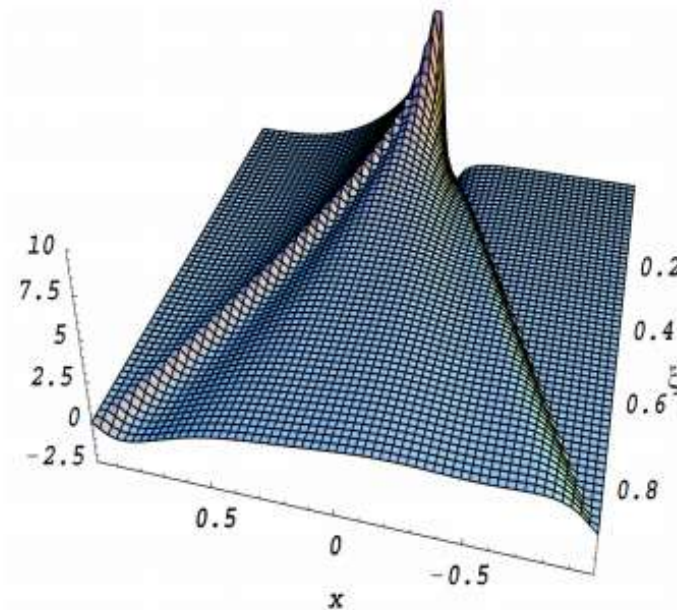
کوارک (یا یک پادکوارک) در داخل نوکلئون با کسر تکانه طولی $\xi + x$ و برگشت دوباره آن به داخل نوکلئون با کسر تکانه طولی $\xi - x$ بعلاوه تکانه عرضی اضافه شده ناشی از "برخورد" است که با t (یا $\Delta_{\perp}^2$) نمایش داده می‌شود. کمیت‌های GPDs برای x و ξ در بازه $[-1, 1]$ قرار دارند. با توجه به مقادیر متعلق به بازه ذکر شده برای این دو متغیر می‌توان برهمکنش فوتون مجازی و نوکلئون در نواحی مختلف، مطابق شکل ۱۰-۲، تمایز قایل شد:

- نواحی $\xi > x$ و $\xi < -x$ ؛ این ناحیه مطابق با تحولات QCD بر حسب Q^2 است تا بتوانیم PDFs در پراکندگی DIS تعریف کنیم. اگر $x \in [\xi, 1]$ یا $x \in [-1, -\xi]$ باشد، کسر تکانه‌های حمل شده $\xi + x$ و $\xi - x$ هر دو مثبت (منفی) هستند و GPDs نشان‌دهنده گسیل و جذب دوباره کوارک (پادکوارک) با تکانه‌های متفاوت است.
- ناحیه $|\xi| < x$ ؛ این ناحیه مطابق با تحولات QCD بر حسب Q^2 که به بررسی توزیع دامنه‌های پراکندگی مزونی^۱ (DAs) می‌پردازد [۴۵]. در این ناحیه $\xi + x$ مثبت (ذره کوارک) و $\xi - x$ منفی (ذره پادکوارک) است. این ناحیه به حضور مزون‌ها حساس می‌باشد و نمی‌توان فرآیندهای مربوط به DIS را بدست آورد (چون در این فرآیند $\xi \rightarrow 0$). بنابراین براساس کمیت‌های GPDs می‌توان دامنه توزیع مزون‌ها را بدست آورد که دامنه توزیع مزون‌ها، دامنه احتمال یافتن یک جفت کوارک-پادکوارک در داخل نوکلئون است.

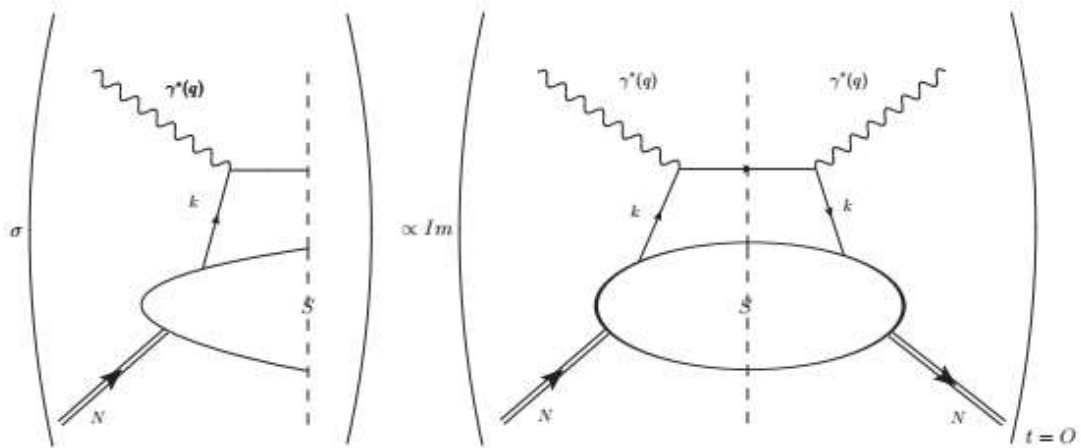


شکل ۲-۱۰: نمایش سه ناحیه از x را با در نظر گرفتن تقسیم بندی ξ در GPDs. نواحی خط چین مربوط به پراکندگی یک جفت کوارک یا یک جفت پادکوارک است. ناحیه سیاه رنگ مربوط به پراکندگی یک جفت کوارک-پادکوارک می باشد.

شکل ۲-۱۱ یک مدل GPDs در دو ناحیه سینماتیکی بحث شده را نشان می دهد. وقتی که $\xi \rightarrow 0$ باشد، ناحیه غالب نواحی خط چین (نواحی qq و $\bar{q}\bar{q}$) است و PDFs مورد نظر در کسر تکانه کوچک x واگرا می شود، را می توان مشاهده نمود. برای مقادیر بزرگ ξ ، ناحیه سیاه رنگ (ناحیه $q\bar{q}$) غالب است و H-GPDs به صورت مجانبی دامنه توزیع مزون ها میل می کند.



شکل ۲-۱۱: GPD $H(x, \xi, t)$ تابعی از x و ξ در $t = 0$ مربوط به توزیع کوارکی (پادکوارکی) است.



شکل ۲-۱۲: نمایش قضیه نوری که ارتباط بین سطح مقطع DIS را با بخش موهومی دامنه پراکندگی در حد $t = 0$ نشان می‌دهد که این فرآیند پراکندگی به صورت پراکندگی double DVCS است (در این فرآیند فوتون مجازی در حالت نهایی به جای فوتون حقیقی تولید می‌شود).

۲-۶- خواص GPDs

در حالت کلی، فرم فاکتورهای کشسان و توابع توزیع پارتونی با یکدیگر رابطه ندارند. با استفاده از فرم فاکتورهای کشسان توزیع بار مغناطیسی و الکتریکی را در فضای عرضی می‌توان بدست آورد و از روی توابع توزیع پارتونی، توزیع پارتون‌ها در جهت طولی حاصل می‌شود. با استفاده از توزیع پارتونی تعمیم یافته می‌توان توزیع پارتون‌ها را در راستای عرضی و در تکانه جهت طولی استخراج نمود.

۲-۶-۱- حد Forward و ارتباط آن با PDFs

در حد Forward ($\Delta = p - \bar{p} = 0$)، طبق قضیه نوری بخش موهومی دامنه DVCS با سطح مقطع پراکندگی DIS رابطه دارد (مطابق با شکل ۲-۱۲). بنابراین در حالتی که از لحاظ کوارکی دارای هیچ تکانه طولی نبوده ($\xi = 0$) و از لحاظ نوکلئونی دارای هیچ تکانه انتقالی نباشد ($t = 0$)، توابع H و $\tilde{H}$ تبدیل به توزیع کوارکی غیر قطبیده $q(x)$ و تابع توزیع کوارکی قطبیده $\Delta q(x)$ می‌شوند:

$$H^q(x, 0, 0) = q(x), \quad \tilde{H}^q(x, 0, 0) = \Delta q(x) \quad (۲-۶۹)$$

از طرفی توابع E و $\tilde{E}$ وقتی که $\Delta \rightarrow 0$ به سمت صفر میل می‌کند از طریق پراکندگی ناکشسان ژرف قابل اندازه‌گیری نمی‌باشند. بنابراین توابع E و $\tilde{E}$ توابع جدیدی هستند که از طریق فرآیندهای انحصاری حاصل می‌شوند.

۲-۶-۲- اولین تکانه GPDs و ارتباط آن با FFs

در حالت تکانه انتقالی محدود، قوانین جمعی^۱ مستقلی وجود دارند که اولین تکانه GPDs را به فرم فاکتورهای کشسان مرتبط می‌سازد [۱۵].

با انتگرال گیری از روابط (۶۸-۲) نسبت به x و با استفاده از انتگرال فوریه $\int dx e^{ixz^-} = 2\pi\delta(z^-)$ داریم:

$$\int dx \int \frac{dz^-}{2\pi} e^{ixz^-} \langle p | \bar{q}_b(0) q_a(z) | p \rangle \Big|_{z^+=\vec{z}_\perp=0} = \langle p | \bar{q}_b(0) q_a(0) | p \rangle \Big|_{z^+=\vec{z}_\perp=0} \quad (۷۰-۲)$$

عبارت دوم رابطه (۶۸-۲) $\langle p | J_{em}^\mu | p \rangle$ بیانگر عناصر ماتریسی استفاده شده برای توصیف فرآیند هادرونی در

پراکندگی کشسان است که منجر به FFs می‌شود. بنابراین با انتگرال گیری نسبت به x از رابطه (۶۸-۲)

منجر به ۴ رابطه موجود بین GPDs و FFs می‌رسیم:

$$\int_{-1}^{+1} dx H^q(x, \xi, t) = F_1^q(t), \quad \int_{-1}^{+1} dx E^q(x, \xi, t) = F_2^q(t) \quad \forall \xi \quad (۷۱-۲)$$

$$\int_{-1}^{+1} dx \tilde{H}^q(x, \xi, t) = G_1^q(t), \quad \int_{-1}^{+1} dx \tilde{E}^q(x, \xi, t) = G_2^q(t) \quad \forall \xi \quad (۷۲-۲)$$

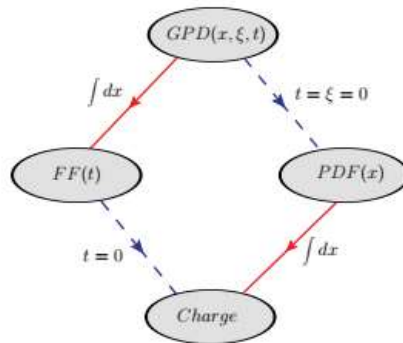
$F_1^q(t)$ و $F_2^q(t)$ نشان دهنده فرم فاکتورهای دیراک و پائولی، و $G_1^q(t)$ و $G_2^q(t)$ نشان دهنده فرم

فاکتورهای شبه‌بردار و شبه‌اسکالر هستند که برای هر کوارک با طعم q بیان شده‌اند. به طور خلاصه، در

شکل ۲-۱۳ رابطه بین GPDs و FFs (از طریق تکانه اول) و PDFs (از طریق حد Forward) نمایش

می‌دهیم.

^۱ Sum Rule



شکل ۲-۱۳: رابطه موجود بین GPDs (در پراکندگی DVCS) و FFs (در پراکندگی ES) و PDFs (در پراکندگی DIS).

۲-۶-۳- دومین تکانه GPDs و ارتباط آن با تکانه زاویه‌ای کل

یک قانون کلی برای تمام تکانه‌های x مربوط به GPDs با توجه به ناوردایی لورنتس وجود دارد. این قانون را قانون چندجمله‌ای^۱ می‌گویند. در این قانون n امین تکانه x باید برحسب یک چند جمله‌ای برحسب ξ بیان شود که از مرتبه n (برای n زوج) یا از مرتبه $n + 1$ (برای n فرد) خواهد بود. بنابراین روابط چند جمله‌ای برای $H - GPD$ به صورت زیر خواهد بود [۴۶-۴۸]:

$$\int_{-1}^{+1} x^n H^q(x, \xi, t) dx = a_0 + a_2 \xi^2 + a_4 \xi^4 + \dots + a_n \xi^n \quad \text{if } n \text{ even} \quad (۷۳-۲)$$

$$\int_{-1}^{+1} x^n H^q(x, \xi, t) dx = a_0 + a_2 \xi^2 + a_4 \xi^4 + \dots + a_{n+1} \xi^{n+1} \quad \text{if } n \text{ odd} \quad (۷۴-۲)$$

به طور مشابه چنین رابطه‌ای برای سایر کمیت‌های GPDs یعنی E ، $\tilde{H}$ و $\tilde{E}$ نیز وجود دارد. در این رابطه فقط ضرایب زوج برای ξ در نظر گرفته می‌شود. به همین دلیل اولین تکانه GPDs هیچ وابستگی به ξ ندارد.

دومین تکانه x مرتبط با H^q و E^q عبارت است از [۴۷]:

^۱ Polynomality

$$\int_{-1}^1 dx x H^q(x, \xi, t) = A^q(t) + 4\xi^2 C^q(t) \quad (75-2)$$

$$\int_{-1}^1 dx x E^q(x, \xi, t) = B^q(t) - 4\xi^2 C^q(t) \quad (76-2)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\int_{-1}^1 dx x [H^q(x, \xi, t) + E^q(x, \xi, t)] = A^q(t) + B^q(t) \quad (77-2)$$

قانون جمعی که در حد Forward ($t \rightarrow 0$) توسط جی بدست آمد به بیان ارتباط دومین تکانه x که بر حسب H و E در رابطه با GPDs می باشد با تکانه زاویه ای کل (اسپین+تکانه مداری) حمل شده توسط کوارک J_{quarks} می پردازد [۱۵]:

$$\begin{aligned} \sum_q \int_{-1}^1 dx x [H^q(x, \xi, t=0) + E^q(x, \xi, t=0)] \\ = \sum_q A^q(t) + B^q(t) = 2J_{quarks} \end{aligned} \quad (78-2)$$

همچنین جی نشان داد که اسپین نوکلئون را به صورت $\frac{1}{2} = J_{quarks} + J_{gluons}$ می توان جداسازی کرد. J_{quarks} و J_{gluons} را می توان به ترتیب سهم تکانه کل کوارک و سهم تکانه کل گلوئون در تکانه زاویه ای کل نوکلئون می باشند. J_{quarks} به صورت $J_{quarks} = \sum_q (L_q + S_q)$ تجزیه نمود که L_q تکانه مداری کوارک است و S_q سهم اسپین ذاتی کوارک نسبت به اسپین نوکلئون به صورت زیر است:

$$S_q = \frac{\Delta q}{2} = \frac{1}{2} \int_0^1 dx [q_+(x) - q_-(x)] \quad (79-2)$$

Δq توسط گروه EMC با استفاده از آزمایش پراکندگی DIS میون های قطبیده از پروتون قطبیده بدست آمده است [۱۰]. نتایج بدست آمده از این آزمایش نشان داد که ۳۰٪ از اسپین نوکلئون ناشی از اسپین کوارک ها می باشد. بنابراین، از لحاظ تئوری برای اولین بار می توان با استفاده از دومین تکانه مربوط به GPDs سهم تکانه مداری کوارکی نسبت به اسپین نوکلئون را بدست آورده و با نتیجه تجربی مقایسه نمود.

جدول ۲-۲: نتایج تجربی مربوط به Δq و Δg

	DSSV08 [۴۹]	BB10 [۵۰]	LSS10 [۵۱]	AAC08 [۵۲]	NNRR12 [۵۳]
Δq	0.25 ± 0.02	0.19 ± 0.08	0.21 ± 0.03	0.24 ± 0.07	0.31 ± 0.10
Δg	-0.10 ± 0.16	0.46 ± 0.43	0.32 ± 0.19	0.63 ± 0.81	-0.2 ± 1.4

به تازگی، واکاماتسو^۱ نیز تکانه زاویه ای کل گلوئون‌ها را بر حسب تکانه مداری و تکانه اسپین بیان نموده است: $J_{gluons} = \Delta g + L_q$ [۵۴]. نتایج آزمایشگاهی مربوط به Δq و Δg در جدول ۲-۲ ارائه شده است. با توجه به نتایج تجربی مشاهده می‌شود که سهم اسپین ذاتی کوارک Δq در بازه ۲۰-۳۰٪ می‌باشد. همچنین، سهم اسپین گلوئون Δg از طریق آزمایش نیز قابل اندازه‌گیری است. آزمایش‌های مربوط به اندازه‌گیری Δg به چند طریق انجام می‌شوند. روش‌های انجام این آزمایش‌ها از طریق برهمکنش عمومی $c - \bar{c}$ یا برهمکنش نیمه‌عمومی برخورد پروتون قطبیده که باعث تولید ذرات γ ، π^0 و جت می‌شود، است. نتایج تجربی مربوط به سهم اسپین گلوئون نشان می‌دهند که Δg تقریباً صفر است ($\Delta g \sim 0$). هر چند این اندازه‌گیری‌ها دارای عدم قطعیت بالایی هستند. علاوه بر این مشاهده می‌شود مقادیر بدست آمده برای Δg در توضیح کامل اسپین نوکلئون خیلی کوچک هستند اما می‌توان امیدوار بود که با کاهش عدم قطعیت و خطای آزمایش در اندازه‌گیری‌های جدید برای Δg نتایج خوبی حاصل شود. در نهایت می‌توان گفت که سهم J_{gluons} نیز مانند J_{quarks} می‌تواند با اندازه‌گیری GPDs گلوئون‌ها در x های خیلی کوچک بدست آید و به صورت غیر مستقیم سهم تکانه مداری گلوئون‌ها را در اسپین نوکلئون‌ها را محاسبه کرد.

۲-۷- تفسیر پارامتر عرضی در GPDs

با توجه به وابستگی GPDs به t می‌توان توزیع فضایی عرضی پارتون‌ها در داخل نوکلئون را بدست آورد [۵۵]. همان طور که در بخش قبل ۲-۶ اشاره شد، اگر از GPDs نسبت به کسر تکانه x انتگرال گیری شود

^۱ Wakamatsu

FFs در ارتباط با GPDs هستند. از آنجایی که با استفاده از تبدیل فوریه FFs می‌توان چگالی فضایی غیر نسبیتی سه بعدی نوکلئون را بدست آورد، به طریق مشابه می‌توان با استفاده از تبدیل فوریه GPDs توزیع فضایی عرضی پارتون‌ها در داخل نوکلئون نیز محاسبه است. بنابراین در حالت $\xi \rightarrow 0$ $t = -\Delta_{\perp}^2$ که تکانه کاملاً به صورت عرضی است) تبدیل فوریه دو بعدی GPD $H^q(x, 0, t)$ برابر با توزیع کواریکی $q(x, \mathbf{b}_{\perp})$ است که این توزیع به صورت هم زمان تکانه طولی x در مکان عرضی مشخصی (پارامتر برخورد $\mathbf{b}_{\perp}$) برای کواریک غیرقطبیده را اندازه گیری می‌کند، به صورت زیر خواهد شد:

$$q(x, 0, \mathbf{b}_{\perp}) = \int \frac{d^2\Delta_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{i\mathbf{b}_{\perp} \cdot \Delta_{\perp}} H^q(x, 0, -\Delta_{\perp}^2), \quad (۸۰-۲)$$

در حالت $\xi = 0$ کمیت $q(x, 0, t)$ نشان‌دهنده دامنه احتمال حضور پارتون با کسر تکانه طولی x در فاصله عرضی (پارامتر برخورد $\mathbf{b}_{\perp}$) نسبت به مرکز نوکلئون، در داخل نوکلئون می‌باشد. $q(x, \mathbf{b}_{\perp})$ با مربع تابع موج مخروط نوری در فضای تکانه عرضی برابر است به همین علت برای رابطه (۸۰-۲) می‌توان مفهوم احتمال یا چگالی در نظر گرفت که به آن شرط مثبت (منفی) بودن^۱ گویند [۵۵]. بنابراین برای توزیع پارتونی وابسته به پارامتر برخورد که برحسب تبدیل فوریه دوبعدی GPD H بیان می‌شود، GPD H در نظر گرفته شده باید در شرط مثبت (منفی) بودن صدق کند [۵۵]:

$$q(x, \mathbf{b}_{\perp}) = \int \frac{d^2\Delta_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{i\mathbf{b}_{\perp} \cdot \Delta_{\perp}} H^q(x, 0, -\Delta_{\perp}^2) \geq 0 \quad for \ x > 0 \quad (۸۱-۲)$$

$$q(x, \mathbf{b}_{\perp}) = \int \frac{d^2\Delta_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{i\mathbf{b}_{\perp} \cdot \Delta_{\perp}} H^q(x, 0, -\Delta_{\perp}^2) \leq 0 \quad for \ x < 0 \quad (۸۲-۲)$$

^۱Positivity (negativity) constraints

اگر ذره هدف قطبیده باشد، PDF وابسته به پارامتر برخورد $q(x, 0, \mathbf{b}_\perp)$ دیگر دارای تقارن نمی‌باشد و به صورت عرضی دچار تغییر شکل می‌شود که توسط گرادیان تبدیل فوریه $E^q(x, 0, t)$ بیان می‌شود. بنابراین، برای هدفی که به صورت عرضی در راستای مثبت محور X قطبیده شده است، خواهیم داشت:

$$q_{+X}(x, 0, \mathbf{b}_\perp) = q(x, 0, \mathbf{b}_\perp) - \frac{1}{2M} \frac{\partial}{\partial b_y} \int \frac{d^2 \Delta_\perp}{(2\pi)^2} e^{i\mathbf{b}_\perp \cdot \Delta_\perp} E^q(x, 0, -\Delta_\perp^2)$$

$$q_{+X}(x, \mathbf{b}_\perp) = q(x, \mathbf{b}_\perp) - \frac{1}{2M} \frac{\partial}{\partial b_y} \mathcal{E}_q(x, \mathbf{b}_\perp) \quad (۸۳-۲)$$

که $\mathcal{E}_q(x, \mathbf{b}_\perp) \equiv \int \frac{d^2 \Delta_\perp}{(2\pi)^2} e^{i\mathbf{b}_\perp \cdot \Delta_\perp} E^q(x, 0, -\Delta_\perp^2)$ توزیع کواریکی $q(x, \mathbf{b}_\perp)$ و $q_{+X}(x, \mathbf{b}_\perp)$ برای مقادیر x های مختلف در شکل ۲-۱۴ برای کواریک‌های u و d ارائه شده است. مشاهده می‌شود که برای پروتونی که به صورت عرضی در راستای مثبت محور X قطبیده است عبارت مربوط به $E^q(x, 0, t)$ باعث انتقال توزیع پارتونی کواریک u به سمت مثبت در راستای Y خواهد شد و برای کواریک d باعث انتقال به سمت منفی می‌شود. برای معادله (۸۳-۲) نیز شرط مثبت (منفی) برقرار است از این رو دارای مفهوم احتمال می‌باشد:

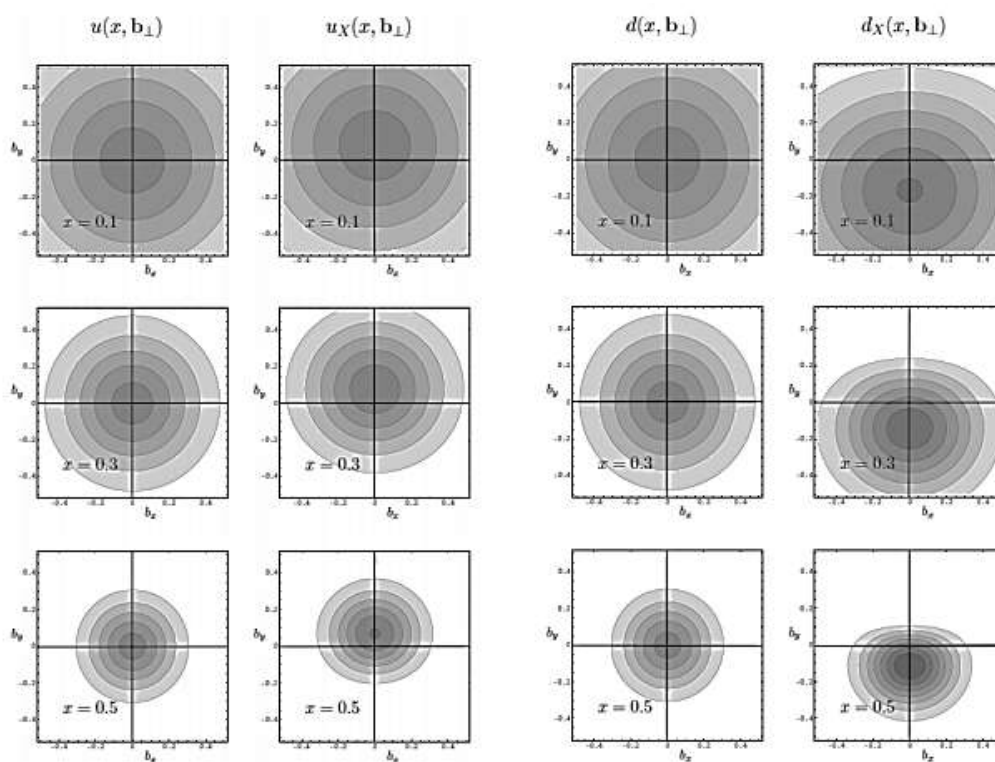
$$q_{+X}(x, \mathbf{b}_\perp) \geq 0 \quad \text{for } x > 0, \quad q_{+X}(x, \mathbf{b}_\perp) \leq 0 \quad \text{for } x < 0 \quad (۸۴-۲)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$q(x, \mathbf{b}_\perp) \geq \frac{1}{2M} |\nabla_{\mathbf{b}_\perp} \mathcal{E}_q(x, \mathbf{b}_\perp)| \quad (۸۵-۲)$$

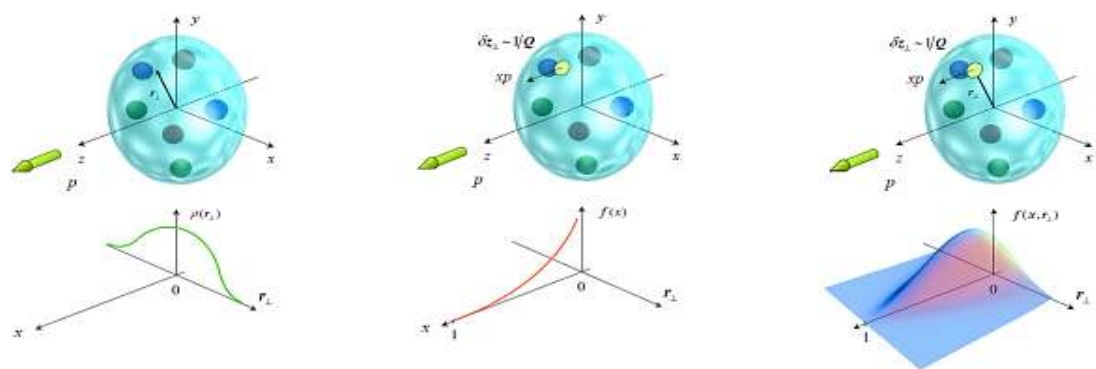
نتیجه فیزیکی بدست آمده از رابطه (۸۵-۲) را می‌توان به این صورت تفسیر کرد که اگرچه توزیع احتمال پارتون‌ها در صفحه عرضی برای نوکلئونی که در راستای عرضی قطبیده است، مختل می‌شود. اما همچنان چگالی احتمال باید مثبت باقی بماند که این بی‌نظمی توسط گرادیان $\mathcal{E}_q(x, \mathbf{b}_\perp)$ بیان می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش x ، توزیع کواریکی به سمت مقادیر کوچک $b_\perp$ متمرکز می‌شود. این حقیقت

بیانگر این است که توزیع کوارک‌های ظرفیتی که در هسته نوکلئون متمرکز شده اند. بنابراین می‌توان گفت اطلاعاتی که از اندازه‌گیری توابع توزیع پارتونی PDFs (از پراکندگی ناکشسان ژرف حاصل شده است) و فرم فاکتورها FFS (از پراکندگی کشسان لپتون و نوکلئون حاصل شده است) بدست می‌آیند در چهارچوب GPDs یکپارچه شده اند. در نتیجه GPDs این امکان را به ما می‌دهد که یک تصویر سه بعدی (۲ بعد فضایی و ۱ بعد تکانه) از نوکلئون داشته باشیم که در شکل ۲-۱۵ می‌توان مشاهده نمود.



شکل ۲-۱۴: توزیع کوارکی $q(x, \mathbf{b}_\perp)$ و $q_{+X}(x, \mathbf{b}_\perp)$ کوارک‌های u و d در راستای عرضی برای $x = 0.1, 0.3, 0.5$

[۵۵].



شکل ۲-۱۵: از چپ به راست: تفسیر احتمالی فرم فاکتورها FFs (توزیع فضایی بار کوارک‌ها در راستای عرضی) اندازه‌گیری شده توسط ES می‌باشد. PDFs (توزیع تکانه طولی کوارک) اندازه‌گیری شده توسط DIS است و GPDs (دو توزیع قبلی با یکدیگر در ارتباط باهم می‌باشند). در حالت $\xi = 0$ کمیت GPDs نشان‌دهنده دامنه احتمال یافتن یک کوارک در فاصله $b_\perp$ پارامتر برخورد، نسبت به مرکز نوکلئون با کسر تکانه طولی x می‌باشد [۵۶].

فصل سوم

چگالی بار عرضی الکتریکی و مغناطیسی

۳-۱- مقدمه

یکی از آزمایش‌های مهم انجام شده اندازه‌گیری فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی پروتون، نوترون و پایون می‌باشد [۵۷-۵۹]. فرم فاکتورها نشان‌دهنده دامنه احتمالی است که یک هادرون می‌تواند مقدار معینی از را تکانه دریافت کند و در حالت پایه باقی بماند، بر اساس این کمیت‌ها می‌توان چگالی بار الکتریکی و مغناطیسی را بدست آورد. تبدیل فوریه فرم فاکتورها در ارتباط با چگالی بار الکتریکی است. از آنجا که آزمایش‌های پراکندگی در انرژی‌های بالا صورت می‌گیرد، بنابراین برای ذراتی که به صورت نسبیتی حرکت می‌کنند تبدیل فوریه سه بعدی غیرنسبیتی مناسب نمی‌باشد. اگر حرکت ذرات تشکیل دهنده را به صورت نسبیتی در نظر بگیریم به دنبال یافتن یک مدل مستقل مناسب برای چگالی بار الکتریکی و مغناطیسی هادرون‌ها خواهیم بود. یکی از روش‌های پیشنهاد شده برای مطالعه چگونگی توزیع بار براساس چگالی بار عرضی $\rho(b)$ است [۶۰]. چگالی بار عرضی، چگالی هادرونی است که در چارچوب تکانه بی‌نهایت در فاصله عرضی $b_{\perp}$ (نسبت به جهت حرکت) از مرکز تکانه عرضی اندازه‌گیری می‌شود. از طرفی تاکنون، مطالعه درباره چگونگی توزیع بار در راستای طولی در چارچوب تکانه بی‌نهایت به طور مشخصی مورد بررسی قرار نگرفته است.

۳-۲- فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی در حد غیرنسبیتی

در فیزیک کمیت‌ها مستقل از دستگاه مختصات مرجع در نظر گرفته می‌شوند. در مکانیک کوانتوم غیرنسبیتی، با توجه به ناوردایی می‌توان تابع موج را به صورت حاصلضرب یک تابع موج تخت (که حرکت مرکز جرم را بیان می‌کند) در یک تابع که وابسته به مختصات نسبی داخلی است بیان نمود. بنابراین برای دو ذره بدون اسپین داریم:

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = e^{i\vec{P} \cdot \vec{R}} \phi(\vec{r}) \quad (۱-۳)$$

$\vec{P}$ تکانه کل، $\vec{R}$ مکان مرکز جرم، و $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ است. پس فرم فاکتور غیرنسبیتی $F_{NR}(|\vec{q}|)$ دامنه احتمالی است که یک سیستم تکانه $\vec{q}$ را دریافت کند و در حالت اولیه باقی بماند که به صورت انتگرال زیر بیان می‌شود:

$$F_{NR}(|\vec{q}|) = \int d^3r |\phi(\vec{r})|^2 e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \quad (2-3)$$

با توجه به رابطه (2-3) مشاهده می‌شود که فرم فاکتورها برحسب تابع موج یا چگالی احتمال بیان می‌شوند. اما برای یک سیستم نسبیتی مشابه، در فضای مینکوفسکی^۱، تابع موج به صورت تابع موج بث-سلپتر^۲ (BS) $\Phi(k, P)$ است که k چهارتکانه نسبی و P چهارتکانه کل است و تابع موج برهمکنش‌های موجود با توجه به نمودارهای فاینمن به صورت زیر بیان می‌شود [۶۰، ۶۱]:

$$\Phi(k; P) = -\frac{i}{\sqrt{4\pi}} \int_{-1}^1 dz \int_0^\infty d\gamma \frac{g(\gamma, z)}{[\gamma + m^2 - \frac{1}{4}M^2 - k^2 - P \cdot k z - i\epsilon]^3} \quad (3-3)$$

در رابطه (3-2)، m جرم هر یک از ذرات اسکالر تشکیل‌دهنده و M جرم هادرون است. رابطه (3-3) به چهارتکانه کل P وابسته است. وابستگی تابع موج به P درک ما را نسبت به فرم فاکتورها تحت تاثیر قرار می‌دهد چون هادرون حالت اولیه و هادرون حالت نهایی دارای تکانه‌های متفاوت هستند، در نتیجه توابع موج متفاوت دارند. با توجه به متفاوت بودن توابع موج حالت‌های اولیه و نهایی نوکلئون‌ها دیگر مفهوم احتمال یا چگالی درست به نظر نمی‌رسد.

اگر فرض کنیم که یکی از اجزای تشکیل‌دهنده اسکالر بار را با خود حمل کند، فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی با توجه تابع موج BS برابر می‌شود با [۶۳]:

$$\begin{aligned} (P + P')^\mu F(Q^2) &= \\ &= i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} (P + P' + k)^\mu (k^2 - m^2) \Phi\left(\frac{1}{2}P - k, P\right) \Phi\left(\frac{1}{2}P' - k, P'\right) \end{aligned} \quad (4-3)$$

¹ Minkowski

² Bethe-salpeter

که $P' = P + q$ می‌باشد. می‌توان مشاهده کرد که فرم فاکتور نسبیتی رابطه (۳-۴) با فرم فاکتور غیرنسبیتی رابطه (۳-۲) که برحسب تابع موج در فضای تکانه $\tilde{\phi}$ می‌توان بیان می‌شود، متفاوت است:

$$F^{NR}(|\vec{q}|) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \tilde{\phi}^*(\vec{k} + \frac{\vec{q}}{2}) \tilde{\phi}(\vec{k}) \quad (۳-۵)$$

۳-۳- ناحیه توزیع نوکلئون‌ها و چگالی

در این بخش به بیان رابطه بین GPDs و چگالی بار عرضی می‌پردازیم. از آنجا که از روی نتایج آزمایش DIS می‌توان توابع توزیع پارتونی PDFs را بدست آورد. بنابراین کمیت‌های PDFs بیانگر احتمال اینکه کوارک‌ها در چارچوب تکانه بی‌نهایت IMF به اندازه x از تکانه طولی نوکلئون را حمل می‌کنند، هستند، که کمیت‌های PDFs در QCD عناصر ماتریسی forward، به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$q(x) = \langle P, S | \hat{Q}_q(x, 0) | P, S \rangle \quad (۳-۶)$$

$$\hat{O}_q(x, 0) \equiv \int \frac{dx^-}{4\pi} \bar{q}\left(-\frac{x^-}{2}, 0\right) \gamma^+ q\left(\frac{x^-}{2}, 0\right) e^{ixP^+x^-} \quad (۳-۷)$$

در رابطه ۳-۶، $|P, S\rangle$ نشان‌دهنده تابع موج است. تابع موج نوکلئون را می‌توان با استفاده از حالت‌هایی که به صورت عرضی جایگزیده هستند، بیان نمود. در بررسی فرم فاکتورهای غیر نسبیتی قبل از اینکه چگالی بار را در فضا تعریف کنیم نیازمند این هستیم که هدف را با بکارگیری دستگاه مرکز جرم جایگزیده در نظر بگیریم. به همین صورت برای تعریف PDFs وابسته به پارامتر برخورد نیز در راستای عرضی به صورت جایگزیده در نظر می‌گیریم. پس حالتی را که با مرکز تکانه عرضی $\mathbf{R}_\perp = \mathbf{0}$ از برهم‌نهی حالت‌هایی با تکانه عرضی خطی بدست می‌آید عبارت است از:

$$|p^+, \mathbf{R}_\perp = \mathbf{0}, \lambda\rangle \equiv \mathcal{N} \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} |p^+, \mathbf{p}, \lambda\rangle \quad (۳-۸)$$

$|p^+, \mathbf{R}_\perp = \mathbf{0}, \lambda\rangle$ ویژه حالت هم‌زمان $\hat{p}^+, \mathbf{R}_\perp$ و J_z می‌باشد با ویژه مقادیر $p^+, \mathbf{0}$ ، و λ هستند. $\mathcal{N}$ ثابت بهنجارش برای $1 = |\mathcal{N}|^2 \int \frac{d^2p_\perp}{(2\pi)^2}$ است. در چارچوب تکانه بی‌نهایت است که p^+ می‌تواند دارای مقدار

¹ Transverse center of momentum

بزرگ یا بی‌نهایتی باشد و در این چارچوب است که می‌توان نوکلئون را تشکیل یافته از پارتون‌ها دانست. کار کردن در حالت جایگزیده عرضی خیلی مشابه با کار کردن در دستگاه مرکز جرم در چارچوب غیرنسبیتی است. اختلاف موجود در این دو چارچوب در ضریب مربوطه به مرکز جرم است که به نسبت جرم ضرب شده است و مرکز تکانه عرضی به کسر تکانه ضرب می‌شود. با در نظر گرفتن مرکز تکانه عرضی برابر با صفر است که فاصله عرضی $\mathbf{b}_\perp$ دارای اهمیت می‌شود. پس برای پارتون‌ها مرکز تکانه عرضی، $\mathbf{R}_\perp$ ، را می‌توان برحسب رابطه بین کسر تکانه طولی و مکان عرضی بیان نمود:

$$\mathbf{R}_\perp = \sum_i x_i \mathbf{b}_{\perp,i} \quad (9-3)$$

علامت جمع در رابطه (9-3) بر روی تعداد مشخصی از اجزای تشکیل دهنده نوکلئون می‌باشد. وقتی نوکلئون به صورت عرضی جایگزیده باشد، حالت‌ها به صورت برهم‌نهی از رابطه (8-3) می‌باشند، از طرفی نیز حالت‌ها به صورت مخروط نوری هلیستی^۱ در نظر می‌گیرند $|p^+, \mathbf{p}, \lambda\rangle = |P, S\rangle$. [۶۴]. برای حالت‌هایی که به صورت عرضی جایگزیده $|p^+, \mathbf{R}_\perp = \mathbf{0}_\perp, \lambda\rangle$ هستند تابع توزیع پارتونی PDF وابسته به پارامتر برخورد، یا همان فاصله عرضی، به صورت زیر است:

$$q(x, \mathbf{b}) \equiv \langle p^+, \mathbf{R}_\perp = \mathbf{0}_\perp, \lambda | \hat{O}_q(x, \mathbf{b}) | p^+, \mathbf{R}_\perp = \mathbf{0}_\perp, \lambda \rangle \quad (10-3)$$

عملگر $\hat{O}_q(x, \mathbf{b})$ تحت یک انتقال در رابطه (7-3) از روی عملگر $\hat{O}_q(x, 0)$ در راستای عرضی بدست می‌آید:

$$\hat{O}_q(x, \mathbf{b}) = \int \frac{dx^-}{4\pi} \bar{q}\left(-\frac{x^-}{2}, \mathbf{b}\right) \gamma^+ q\left(\frac{x^-}{2}, \mathbf{b}\right) e^{ixp^+x^-} \quad (11-3)$$

تابع $q(x, \mathbf{b})$ چگالی احتمال یافتن یک کوآرک با کسر تکانه x در مکان عرضی $\mathbf{b}$ است. همان‌طور که در

بخش ۷-۲ اشاره شد $q(x, \mathbf{b})$ برابر با تبدیل فوریه دو بعدی کمیت H_q GPD است، یک‌بار دیگر رابطه (۸۰-)

(۲) را با توجه به اینکه در حالت $\xi = 0$ ، $t = q^2 = -\Delta_\perp^2 = -q^2$ ، هستیم بازنویسی می‌کنیم [۵۵]:

^۱ Light-cone helicity

$$q(x, b) = \int \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} e^{iq \cdot b} H_q(x, t = -q^2) \quad (۱۲-۳)$$

اگر از رابطه بالا نسبت به x انتگرال گیری کنیم با توجه به رابطه (۷۱-۲) چگالی بار عرضی، چگالی بار را صرف نظر از اینکه مکان یا تکانه طولی است، نسبت به مکان عرضی b بدست خواهیم آورد.

$$\begin{aligned} \rho(b) &= \int dx \sum_q e_q q(x, b) = \int \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} F_1(t = -q^2) e^{iq \cdot b} \\ &= \int_0^\infty \frac{dQ}{2\pi} Q J_0(Qb) F_1(Q^2), \quad Q^2 = q^2 \end{aligned} \quad (۱۳-۳)$$

پس می توان گفت که چگالی بار عرضی از انتگرال گیری $q(x, b)$ نسبت به x بدست می آید صرف نظر از اینکه مختصات طولی قابل دسترسی نمی باشد چون با توجه به تکانه ی طولی که مورد بررسی قرار می گیرد مکان به صورت عرضی است.

۳-۴- چگالی بار عرضی نوکلئون

همان طور که در بخش قبلی اشاره شد، برای بیان چگالی بار مناسب نیازمند این هستیم که یک ارتباطی با مربع تابع موج، وجود داشته باشد تا بتوانیم از این طریق چگالی بار عرضی $\rho(b)$ را طبق رابطه (۱۳-۳) بدست بیاوریم [۳۸، ۳۹، ۵۵، ۶۰، ۶۵]. در این بخش، اولین تحلیل پدیده شناختی را برای $\rho(b)$ که برای نوترون و پروتون اشاره شده است، مورد بررسی قرار می دهیم [۳۸]. نتایج بدست آمده برای نوترون در تناقض با نتایج بدست آمده قبلی از مدل ابر مزونی و یا مدل گلوئون تبادلی است [۶۶-۶۹]. در مدل ابر مزونی نوترون تحت نوسان های کوانتومی خود به خود تبدیل به یک پروتون سنگین می شود که این پروتون احاطه شده توسط ابر پایونی با بار منفی است که در نتیجه دارای چگالی بار مثبت در مرکز است [۶۶]. فرآیند تبادل گلوئون به علت خاصیت دافعه ای توزیع فضایی دو کوارک d در تبادل گلوئونی باعث به وجود آمدن چگالی بار مثبت می شود [۶۷-۶۹].

با بیان دوباره اینکه فرم فاکتورهای نوکلئون از روی $J^\mu(x)$ عملگر جریان الکترومغناطیسی در واحد بار الکتریکی پروتون بیان می شوند که برابر است با:

$$\langle p', \lambda' | J^\mu(0) | p, \lambda \rangle = \bar{u}(p', \lambda') \left(\gamma^\mu F_1(Q^2) + i \frac{\sigma^{\mu\alpha}}{2M} q_\alpha F_2(Q^2) \right) u(p, \lambda) \quad (۱۴-۳)$$

$q_\alpha = p'_\alpha - p_\alpha$ تکانه انتقالی است، $Q^2 = -q^2 = \vec{q}^2 > 0$ می‌باشد، و حالت‌های نوکلئون قطبیده به صورت حالت‌های با هلیسیتی مخروط نوری مشخص λ و λ' در نظر گرفته شده است [۷۰]. فرم فاکتورهای ساچز برای سطح مقطع الکترون-نوکلئون طبق رابطه (۲-۱۲) در فصل قبل معرفی شده‌اند. فرم فاکتورهای ساچز برای سطح مقطع الکترون-نوکلئون (در تقریب تبادل تک فوتون) بیان شده‌اند. از آنجایی که سطح مقطع برحسب فرم فاکتورهای ساچز، رابطه (۲-۱۳)، وابسته به G_E^2 و G_M^2 بوده و به صورت حاصلضرب $G_E G_M$ نمی‌باشد. در چارچوب بریت^۱ که $\mathbf{p}' = -\mathbf{p}$ است، G_E عناصر ماتریسی J^0 است که نشان‌دهنده چرخش هلیسیتی نوکلئون است. علاوه بر این در پراکندگی نوترون‌ها از ابرالکترونی اتم‌ها می‌توان $\frac{dG_E}{dQ^2}$ را اندازه‌گیری نمود که ۶ برابر شعاع میانگین باری نوترون است.

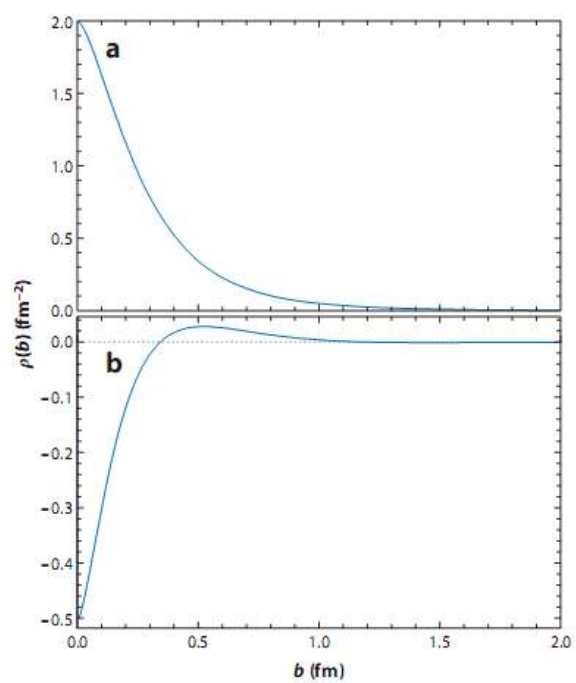
در نهایت، چگالی بار عرضی $\rho(b)$ را برحسب G_E و G_M با توجه به فرم فاکتورهای ساچز می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\rho(b) = \int_0^\infty \frac{dQ}{2\pi} Q J_0(Qb) \frac{G_E(Q^2) + \tau G_M(Q^2)}{1 + \tau} \quad (۱۵-۳)$$

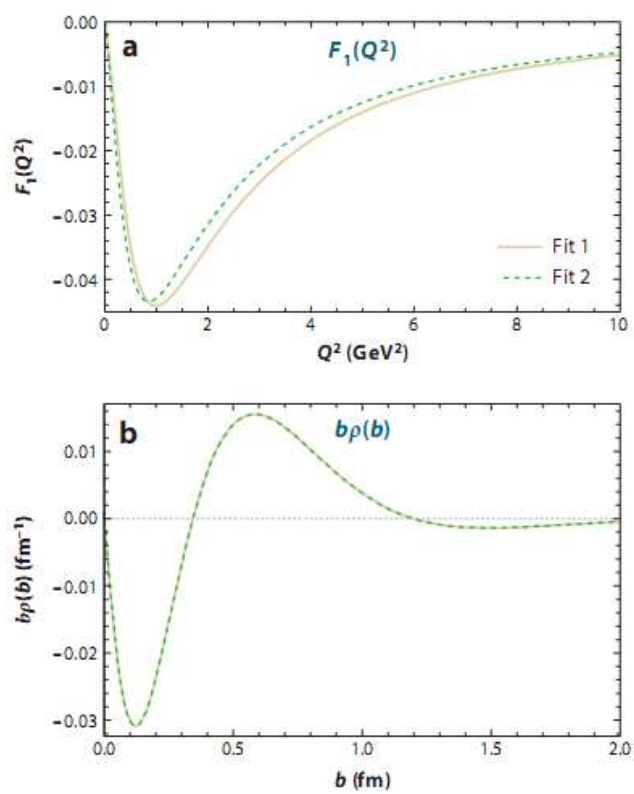
در رابطه (۳-۱۵)، $\tau = \frac{Q^2}{4M^2}$ و J_0 تابع بسل استوانه‌ای است. در شکل ۳-۱-۳ چگالی بار پروتون با توجه به پارامتربندی مرجع [۷۱] رسم شده است. چگالی پروتون در b های خیلی کوچک از خود بیشینه نشان می‌دهد و دارای یک دنباله مثبت طولانی است که نشان‌دهنده برد بلند سهم ابر پایونی باردار مثبت است. نتایج چگالی بار نوترون در شکل ۳-۱-۳ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که چگالی بار مرکزی نوترون منفی است. می‌توان گفت مقدار این انتگرال تا حد زیادی به ناحیه $8 < Q^2 < 16 \text{ GeV}^2$ وابسته است که تاکنون G_E در این ناحیه هنوز اندازه‌گیری نشده است. تقریباً ۳۰٪ از سهم $\rho(0)$ به این ناحیه وابسته است. منفی بودن چگالی بار مرکزی نوترون نیاز به توضیح و بررسی بیشتری دارد. شکل ۳-۲-۳، فرم فاکتور دیراک

^۱ Briet

F_1 را برای نوترون در دو پارامتربندی مختلف که تقریباً منطبق بر یکدیگر می‌باشند، نشان می‌دهد [۷۱]. در هر دو حالت F_1 برای تمام مقادیر Q^2 منفی است، علت منفی بودن را می‌توان ناشی از این دانست که ناحیه غالب در رابطه (۳-۱۵) عبارت G_M است، در نتیجه این امر باعث می‌شود که چگالی منفی شود. برد زیاد چگالی بار با توجه به کمیت $bp(b)$ که در شکل ۳-۲-b نشان داده شده است، مشاهده می‌شود که در مسافت‌های دور از مرکز $bp(b) < 0$ است که بیانگر وجود ابرپایونی بلند برد است. بنابراین چگالی بار عرضی نوترون از خود یک رفتار غیرمعمول نشان می‌دهد. چگالی بار مثبت در ناحیه میانی بین دو چگالی بار منفی، در داخل و خارج، محصور شده است. یک مدل ساده برای توضیح این رفتار غیرمعقول به این صورت است که نوترون به پروتون و π^- تبدیل می‌شود و مدام در حال نوسان است که باعث به وجود آمدن مقدار منفی F_1 برای نوترون می‌شود و در این حالت چگالی مرکزی منفی تولید می‌شود. در این حالت می‌توان گفت که این خاصیت منفی ناشی از وجود پایون و نفوذ آن به داخل مرکز نوترون است. تغییر چگالی به مقدار مثبت از روی مقدار G_E قابل درک است، چون در چارچوب تکانه بی‌نهایت چگالی ρ با G_E رابطه دارد و G_E برای مقادیر Q^2 دارای مقدار مثبت است. بنابراین، با استفاده از یک مدل مستقل نشان داده شد که چگالی مرکزی نوترون منفی است. امید است که در آینده بتوان با اندازه‌گیری دقیق فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی نتایج دقیق‌تری برای نوترون بدست آورد و نتایج بدست آمده برای چگالی نوترون را توجیه کرد.



شکل ۳-۱: چگالی بار الکتریکی عرضی برای پروتون (a) و نوترون (b) با استفاده از پارامتربندی [۷۱].



شکل ۳-۲: فرم فاکتور دیراک (a) $F_1(Q^2)$ و (b) $b\rho(b)$ برای نوترون با توجه به پارامتربندی [۷۱].

۳-۵- ارتباط بین inclusive-exclusive برای چگالی بار منفی نوترون

نظریه GPDs شامل اطلاعات مهمی در مورد کسر تکانه طولی x و همچنین مکان عرضی b است. اطلاعاتی که این وابستگی‌ها را نشان می‌دهند از بررسی نتایج تجربی مربوط به پراکندگی‌ها بدست آمده است. در نظریه GPDs نتایج پراکندگی ناکشسان ژرف و پراکندگی کشسان را می‌توان بدست آورد. میلر^۱ و آرینگتون^۲ [۷۲] برای توضیح چگالی بار منفی نوترون از ارتباط بین inclusive-exclusive استفاده کرده و چگالی نوترون ناشی از سهم بار منفی کوارک d را معرفی کرده اند. کمیت‌های $q(x, b)$ اگرچه به صورت دقیق اندازه‌گیری نشده است ولی چندین مدل بعد از اینکه تطابق خوبی را برای توزیع پارتون‌ها و فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی مطرح کرده اند به بررسی کمیت‌های $q(x, b)$ پرداخته اند [۷۴، ۷۳، ۱۹]. می‌توان برای کوارک‌های ظرفیت، با استفاده از قوانین جمع فرم فاکتورها در $\xi = 0$ کمیت GPDs، $H_v^q \equiv H^q - H^{\bar{q}}$ را بدست آورد. به عبارتی از این طریق می‌توان سهم فرم فاکتورهای کوارک و پادکوارک را محاسبه کرد. هر یک از پارامتربندی‌های [۷۴، ۷۳، ۱۹] استفاده شده در شرط دیل-یان-وست^۳ (DYW) [۷۶، ۷۵] که ارتباط بین کمیت‌های مربوط به پراکندگی‌های inclusive-exclusive است، صدق می‌کنند. در شرط دیل-یان-وست رابطه بین رفتار تابع ساختار $vW_2(x)$ در نزدیکی $x = 1$ (اندازه‌گیری شده در پراکندگی ناکشسان inclusive) و رفتار فرم فاکتور الکترومغناطیسی در Q^2 ‌های بزرگ (اندازه‌گیری شده در پراکندگی کشسان exclusive) را می‌توان بدست آورد.

شرط دیل-یان-وست برای سیستم‌هایی با $n + 1$ کوارک ظرفیتی که برحسب پایین‌ترین مرتبه تابع موج بیان شده اند، برابر است با:

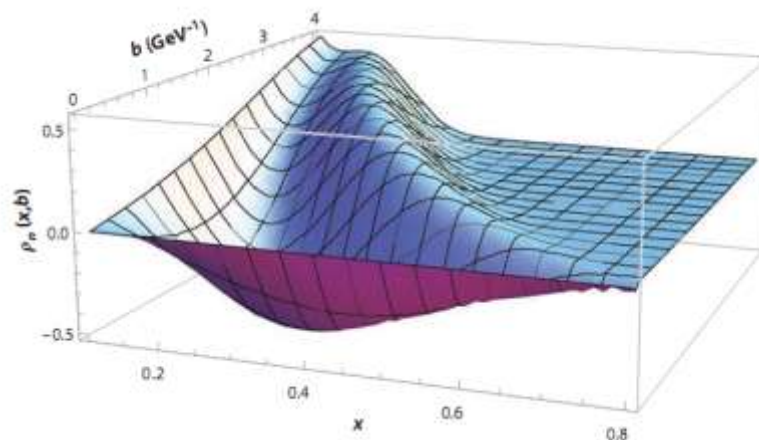
$$\lim_{x \rightarrow 1} vW_2(x) = (1 - x)^{2n-1} \rightarrow \lim_{Q^2 \rightarrow \infty} F_1(Q^2) = \frac{1}{Q^{2n}} \quad (۳-۱۶)$$

^۱ Miller

^۲ Arrington

^۳ Drell-Yan-West

مقدار n رفتار تابع ساختار را در x های بزرگ و همچنین رفتار فرم فاکتورها را در Q^2 های بزرگ بیان می کند. این رابطه در ارتباط با رفتار مقادیر بزرگ x و تکانه انتقالی بزرگ $Q^2 = q^2$ است، که در تطابق با b های کوچک است. بنابراین می توان گفت که بین x های بزرگ و b های کوچک ارتباطی وجود دارد، که در رابطه (۹-۳) مشاهده می شود، اگر تک کوارک تمام تکانه x نزدیک به یک را با خود حمل کند در نتیجه تنها یک جمله برای رابطه (۹-۳) باقی می ماند. به این دلیل که مرکز تکانه عرضی را صفر در نظر می گیریم، پس لازمه اینکه تنها جمله باقی مانده در رابطه (۹-۳) خیلی کوچک و قابل صرف نظر کردن باشد این است که فاصله عرضی به سمت صفر میل کند. از آنجا که تابع توزیع کوارک d برای نوترون در x های بزرگ جمله غالب است، می توان گفت که چگالی بار مرکزی نوترون منفی است. بنابراین همانطور که در شکل ۳-۳ می توان مشاهده کرد طبیعی است که چگالی بار مرکزی منفی نوترون به خاطر غالب بودن سهم کوارک های d در مرکز است. در x های بزرگ باید b کوچک باشد تا چگالی $\rho_n(x, b)$ داری مقدار منفی غیر صفر باشد.



شکل ۳-۳: توزیع بار نوترون $\rho_n(x, b)$ برحسب پارامتر برخورد به صورت سه بعدی.

۳-۶- چگالی بار مغناطیسی نوکلئون و چگالی بار عرضی نوکلئون قطبیده

در ادامه قصد داریم در چارچوب تکانه بی نهایت چگالی مغناطیسی نوکلئون را بدست بیاوریم. نقطه شروع آن است که $\mu \cdot B$ عناصر ماتریس $J \cdot A$ در یک حالت معین $|X\rangle$ می باشند. همان طور که می دانیم چگالی دوقطبی مغناطیسی یا چگالی مغناطیسی از لحاظ کلاسیکی برداری است که دارای اندازه و جهت مشخصی

می‌باشد. اگر میدان مغناطیسی را در چارچوب سکون یک بردار ثابت در جهت b_x در نظر بگیریم در نتیجه پتانسیل برداری $A = B b_y \hat{z}$ خواهد شد. ممان مغناطیسی غیرعادی را می‌توان از روی عناصر ماتریسی $\mu.B$ که در حالت $|X\rangle$ است، بدست آورد:

$$|X\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} [|p^+, R=0, +\rangle + |p^+, R=0, -\rangle] \quad (۱۷-۳)$$

در این رابطه، $|p^+, R=0, +\rangle$ نشان‌دهنده حالت جایگزیده عرضی با تکانه مشخص p^+ و هلیسیتی مخروط نوری مشخصی است. حالت $|X\rangle$ را می‌توان به عنوان حالت هسته‌ای قطبیده عرضی در نظر گرفت که ممان مغناطیسی غیر عادی μ_a با توجه به رابطه زیر بدست می‌آید [۷۸، ۷۷]:

$$\mu_a = \langle X | \int d^2 b b_y q_+^\dagger(0, \mathbf{b}) q_+(0, \mathbf{b}) | X \rangle \quad (۱۸-۳)$$

در رابطه (۱۸-۳)، $q(x^-, \mathbf{b})$ میدان کوارکی و $q_+ = \gamma^0 \gamma^+ q$ می‌باشد. μ_a را نیز می‌توان به عنوان دو قطبی الکتریکی در نظر گرفت، زیرا چهارچوب در نظر گرفته شده طوری است که نوکلئون یا ناظر با سرعت خیلی زیاد در حال حرکت است. ذرات دارای ممان مغناطیسی که در چارچوب سکون قرار دارند، وقتی از لحاظ چهارچوب در حال حرکت مورد بررسی قرار می‌گیرند به نظر می‌رسد که دارای دو قطبی الکتریکی هستند [۱۳]. در بدست آوردن ممان مغناطیسی غیرعادی μ_a برحسب عناصر ماتریسی میدان کوارکی که در ارتباط با توزیع کوارکی وابسته به پارامتر برخورد بیان می‌شوند [۷۸]:

$$\begin{aligned} q_{+X}(x, \mathbf{b}) &\equiv \left\langle X \left| \int \frac{dx^-}{4\pi} q_+^\dagger(0, \mathbf{b}) q_+(x^-, \mathbf{b}) e^{ixp^+x^-} \right| X \right\rangle \\ &= \frac{1}{2p^+} \left(\mathcal{H}_q(x, \xi=0, b) - \frac{1}{2M} \frac{\partial}{\partial b_y} \mathcal{E}_q(x, \xi=0, b) \right) \end{aligned} \quad (۱۹-۳)$$

$\mathcal{H}_q$ و $\mathcal{E}_q$ همان تبدیل فوریه دوبعدی برحسب H و E هستند. با انتگرال‌گیری از رابطه (۱۹-۳) نسبت به x از بازه x^- تا ۰ رابطه (۱۸-۳) را می‌توان بازنویسی نمود:

$$\mu_a = \frac{1}{2p^+} \int d^2 b \int dx \mathcal{E}_q(x, \xi=0, b) \quad (۲۰-۳)$$

از طرفی انتگرال $\mathcal{E}_q$ نسبت به x یک تبدیل فوریه دوبعدی $2p^+F_2$ است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\mu_a = \frac{1}{2M} \int d^2b \rho_M(b) \quad (21-3)$$

$\rho_M(b)$ برابر است با:

$$\rho_M(b) = \int \frac{d^2q}{(2\pi)^2} F_2(t = -q^2) e^{iq \cdot b} \quad (22-3)$$

اندیس M در ρ_M نشان دهنده ممان مغناطیسی غیرعادی است. با حل تحلیلی یا مستقیم رابطه (۱۸-۳) نیز می توان چگالی مغناطیسی را به بدست آورد:

$$\mu_a = \frac{-1}{2M} \int d^2b b_y \frac{\partial \rho_M(b)}{\partial b_y} \quad (23-3)$$

در نتیجه $-b_y \frac{\partial \rho_M(b)}{\partial b_y} \equiv \tilde{\rho}_M(b)$ می باشد. هر دو انتگرال روابط (۲۱-۳) و (۲۳-۳) دارای مقدار یکسان هستند. هرچند که در نظر گرفتن $\tilde{\rho}_M(b)$ به عنوان چگالی مغناطیسی به خاطر وابستگی میدان به جهت خاصی مانند b_x برای کمیتی که ذاتی است نباید وجود داشته باشد. $\tilde{\rho}_M(b)$ را می توان برحسب $F_2(Q^2)$ به صورت زیر بیان کرد:

$$\tilde{\rho}_M(b) = \sin^2 \phi b \int_0^\infty \frac{Q^2 dq}{2\pi} J_1(Qb) F_2(Q^2) \quad (24-3)$$

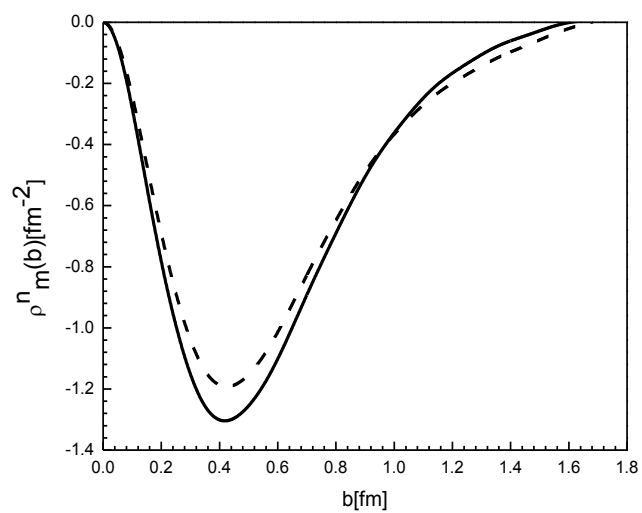
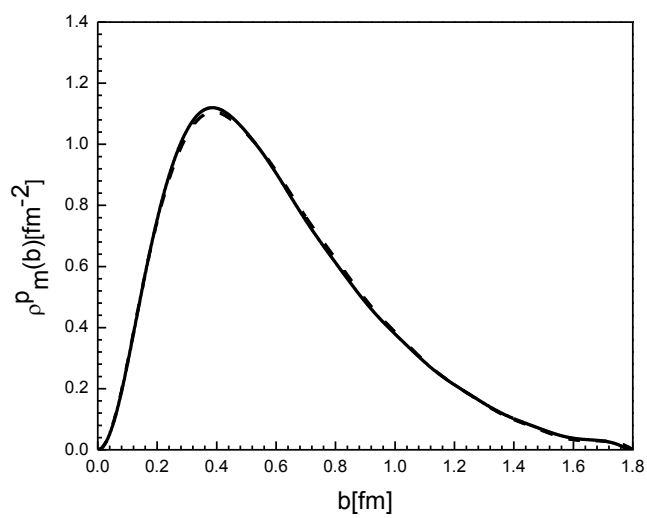
در این رابطه ϕ زاویه بین جهت b و میدان مغناطیسی است که به عنوان جهت قطبش نوکلئون شناخته می شود. بنابراین جهت قطبش یا میدان مغناطیسی جهت فضایی خاصی را معین می کند. چگالی مغناطیسی $\tilde{\rho}_M(b)$ در راستای عمود بر جهت قطبش نوکلئون (یا جهت میدان مغناطیسی) دارای بیشینه مقدار است که در شکل ۳-۴ نیز مشاهده می شود. در زاویه $\phi = \frac{\pi}{2}$ چگالی دارای بیشترین مقدار است. برای پروتون چگالی در نزدیکی $0.5 fm$ دارای بیشینه است. همچنین چگالی در زاویه $\phi = 0$ یا $b = 0$ به سمت صفر میل می کند. این ویژگی ها با مقادیر مورد انتظار در فیزیک کلاسیک همخوانی دارند. اگر جریانی در راستای محور z باشد سبب می شود که چگالی دو قطبی مغناطیسی $\vec{j} \times \vec{r}$ در حالتی که $\vec{r}$ در راستای محور y هستند، در راستای محور x می شود. بنابراین کمیت $\tilde{\rho}_M(b)$ رابطه مناسبی برای چگالی مغناطیسی خواهد

بود. همچنین، چگالی عرضی الکترون با توجه به رابطه (۳-۲۳) و با در نظر گرفتن F_2 برای الکترون محاسبه شده است که نتیجه بدست آمده دقیقاً برابر ممان مغناطیسی غیر عادی الکترون μ_a^e است [۷۹]. بعلاوه، حضور عبارت $\sin^2\phi$ در تطابق با توضیح علامت μ_a^e است که می‌تواند ناشی از جریان مثبت (منفی) در راستای محور Z برای مقادیر مثبت (منفی) γ باشد [۷۹].

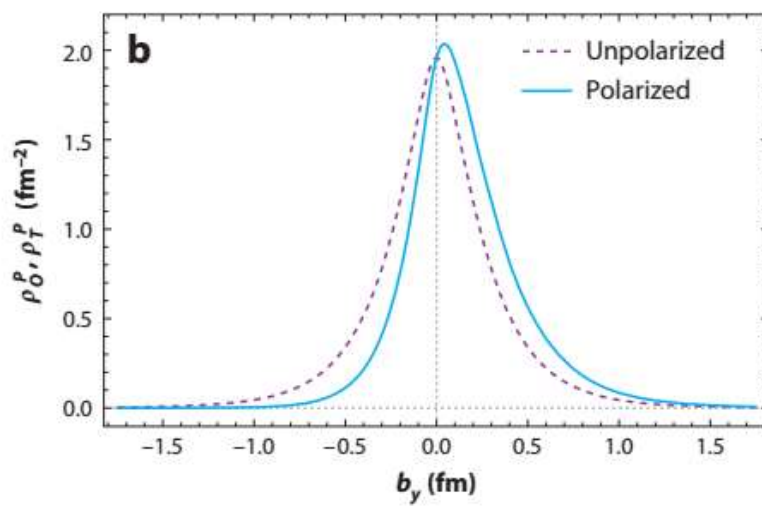
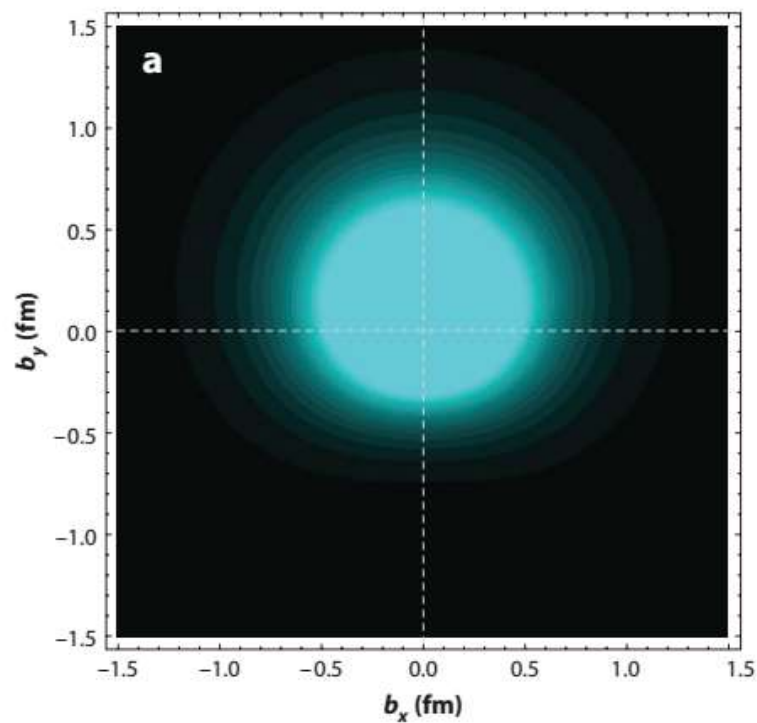
چگالی بار عرضی $\rho_T^N(\mathbf{b})$ برای حالتی که نوکلئون به صورت عرضی قطبیده باشد و با در نظر گرفتن جهت قطبش را در راستای محور x مورد بررسی قرار گرفته است. با فرض اینکه نوکلئون در صفحه xy قطبیده است می‌توان اسپین نوکلئون عرضی را به صورت $\mathbf{S}_\perp = \cos\varphi_s \hat{e}_x + \sin\varphi_s \hat{e}_y$ بیان نمود. با توجه به روابط بدست آمده برای توزیع PDF وابسته به x و $\vec{b}$ می‌توان چگالی بار الکتریکی در راستای عرضی برای یک نوکلئون قطبیده عرضی را بدست آورد که در آن فرم فاکتور پائولی در چگالی بار عرضی کوارک در داخل نوکلئون قطبیده به صورت زیر سهم دارد [۳۹]:

$$\rho_T^N(\mathbf{b}) = \rho(b) \pm \sin(\varphi_b - \varphi_s) \int_0^\infty \frac{dQ}{2\pi} \frac{Q^2}{2M} J_1(\mathbf{b}Q) F_2(Q^2) \quad (۳-۲۵)$$

$\mathbf{b} = b(\cos\varphi_b \hat{e}_x + \sin\varphi_b \hat{e}_y)$ نشان دهنده بردار مکان از مرکز نوکلئون در صفحه عرضی است. از روی جمله دوم رابطه (۳-۲۵) چگالی بار عرضی غیرقطبیده بدست می‌آید. جهت قطبش نوکلئون را در راستای محور x ، $\varphi_s = 0$ ، در نظر می‌گیرند. نتایج بدست آمده چگالی بار عرضی برای پروتون در شکل ۳-۵ نشان داده شده است. قطبش نوکلئون در راستای محور x نشان دهنده قطبیدگی در راستای مثبت محور y است که به عبارتی باعث انتقال چگالی در راستای مثبت محور y می‌گردد و در شکل ۳-۵ قابل مشاهده است. چگالی مغناطیسی $\tilde{\rho}_M(\mathbf{b})$ و چگالی بار عرضی نوکلئون قطبیده هر دو وابسته به $\mathbf{b}$ هستند که نشان دهنده شکل غیرکروی نوکلئون است که به عبارت دیگر می‌توان گفت نوکلئون دارای تقارن استوانه‌ای نمی‌باشد.



شکل ۳-۴: چگالی بار الکتریکی و مغناطیسی برای پروتون و نوترون با توجه به پارامتر بندی Kelly [۸۰] (منحنی مشکی رنگ) و BBBA05 [۸۱] (منحنی خط چین) رسم شده است.



شکل ۳-۵: (a) چگالی بار در صفحه عرضی برای پروتون قطبیده در راستای محور x رسم شده است. نواحی روشن (تاریک) نشان دهنده بیشترین (کمترین) مقدار چگالی است. (b) چگالی بار پروتون ناقطبیده در راستای محور y (منحنی خط چین) و پروتون قطبیده در راستای محور x (منحنی خط پیوسته) برای مقایسه رسم شده است [۳۹]. فرم فاکتور پروتون از مرجع [۸۲] در نظر گرفته شده است.

فصل چہارم

فرم فاکتور الکترومغناطیسی نوکلئون

۴-۱- مقدمه

در این بخش ابتدا اشاره مختصری به روش‌های اندازه‌گیری تجربی فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی می‌کنیم. سپس دو پارامتربندی Kelly [۸۰] و BBBA05 [۸۱] که دارای تطابق قابل قبولی با نتایج تجربی فرم-فاکتورهای الکترومغناطیسی هستند را بیان خواهیم نمود. در ادامه، پارامتربندی GPDs برحسب متغیرهای x ، ξ و t مورد بررسی قرار می‌گیرد. در نهایت دو پیشنهاد گاوسی اصلاح شده و پیشنهاد Regge تعمیم یافته را که برای بدست آوردن فرم فاکتورهای دیراک و پائولی در بازه تکانه انتقالی $-t < 30 \text{ GeV}^2$ بکار می‌روند، اشاره خواهیم نمود.

۴-۲- روش‌های اندازه‌گیری فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی

در تقریب تبادل تک فوتون، فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی نوکلئون از روی سطح مقطع پراکندگی کشسان نوکلئون-الکترون و با توجه به روابط اشاره شده در بخش ۲-۱ قابل محاسبه هستند:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 E'_e \cos(\frac{\theta_e}{2})}{4E_e^3 \sin^4(\frac{\theta_e}{2})} [G_{eN}^2 + \frac{\tau}{\varepsilon} G_{mN}^2] (\frac{1}{1+\tau}) \quad (۴-۱)$$

E انرژی الکترون فرودی، E' انرژی الکترون پراکنده شده، و $\tau = \frac{Q^2}{4M^2}$ است (M جرم نوکلئون). $\varepsilon = 1 + 2(1+\tau)^{-1} \tan^2 \frac{\theta_e}{2}$ جهت قطبش فوتون تبدالی در ناحیه برهمکنش است. فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی (G_{mN} ، G_{eN}) چگونگی توزیع فضایی نوکلئون در رابطه سطح مقطع کشسان را نشان می‌دهند. در رابطه (۴-۱)، بخش $\frac{\alpha^2 E'_e \cos(\frac{\theta_e}{2})}{4E_e^3 \sin^4(\frac{\theta_e}{2})}$ به عنوان سطح مقطع موت^۱ شناخته می‌شود، که سطح مقطع پراکندگی کشسان ذرات نقطه ای (ذرات بدون ساختار) را نشان می‌دهد. در ابتدا سطح مقطع موت برای توضیح پراکندگی الکترون-نوکلئون در نظر گرفته شد تا اینکه در دهه ۱۹۵۰ روزنبلوث^۲ رابطه سطح مقطع

^۱ Mott

^۲ Rosenbluth

را برحسب فرم فاکتورها مطرح کرده و نشان داد که ذرات، دیگر به صورت نقطه‌ای نمی‌باشند. رابطه سطح مقطع روزنبلوت وقتی که نتایج تجربی سطح مقطع پراکندگی کشسان توسط هوفستدتر و مک‌لیستر^۱ ارایه شد مورد استفاده قرار گرفت [۸۳].

در طی این سال‌ها دو روش اندازه‌گیری تجربی متفاوت برای فرم فاکتورهای کشسان مطرح شده است. روش اولی که روش قدیمی است، بر اساس روش جدایی روزنبلوت می‌باشد در حالی که در روش جدیدتر اندازه‌گیری از روی پس زنی نوکلئون قطبیده است که نسبت فرم فاکتورها را محاسبه می‌کند.

۴-۲-۱- اندازه‌گیری به روش جدایی روزنبلوت

اولین اندازه‌گیری فرم فاکتورها بعد از سال ۱۹۵۰ با استفاده از روش جدایی روزنبلوت صورت گرفت. در روش جدایی روزنبلوت با توجه به رابطه (۴-۱) وابستگی سطح مقطع به $\mathcal{E}$ به صورت خطی است بنابراین سطح مقطع پراکندگی را برای مقادیر مختلف $\mathcal{E}$ در حالتی که Q^2 ثابت است و θ_e تغییر می‌کند، بدست می‌آورند. از روی نتایج بدست آمده برای سطح مقطع یک خط منطبق می‌شود که شیب این خط نشان دهنده مقدار G_{eN}^2 است و مکانی که نمودار قطع شده است نشان دهنده τG_{mN}^2 می‌باشد. با توجه به اندازه‌گیری‌های اولیه فرم فاکتورها پارامتربندی که با نتایج تجربی تطابق خوبی داشت به عنوان فرم فاکتور دوقطبی^۲ معرفی شد:

$$G_d = \left(1 + \frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)^{-2} \quad (۴-۲)$$

$\Lambda^2 = 0.71 \text{ GeV}^2$ است. فرم فاکتورهای G_{ep} ، $\frac{G_{mp}}{\mu_p}$ و $\frac{G_{mn}}{\mu_n}$ تطابق خوبی با توجه به پارامتربندی ارایه شده داشتند. با وجود موفقیت‌های اولیه روش جدایی روزنبلوت در اندازه‌گیری فرم فاکتورها، این روش از ضعف

^۱ Hofstadter and Maclister

^۲ Dipole

هایی نیز برخوردار بود. از آنجایی که این روش برای اولین بار سطح مقطع کشسان را اندازه گیری می نمود احتمال خطاهای سیستماتیک در اندازه گیری های سطح مقطع وجود داشت. همچنین در این روش اندازه گیری دقیق برای G_{eN} فقط برای کمتر از $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ امکان پذیر بود. عبارت G_{eN} در Q^2 های بزرگ با توجه به ضریب $\frac{1}{\tau} \propto \frac{M^2}{-q^2}$ کاهش می یابد، در نتیجه جمله غالب در سطح مقطع به ازای $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ بالاتر از G_{mN} می شود. به همین دلیل امکان اندازه گیری دقیق G_{eN} در Q^2 بزرگ وجود ندارد. در کل می توان گفت که فرمول بندی ارائه شده تنها برای تبادل یک فوتون درست است، در حالی که سطح مقطع اندازه گیری شده برای تبادل بیش از یک فوتون برقرار است که در رابطه سطح مقطع در نظر گرفته نشده است. بنابراین، با توجه به اهمیت سهم دو فوتون تبادلی در رابطه سطح مقطع پراکندگی درستی این روش را تحت تاثیر قرار دهد.

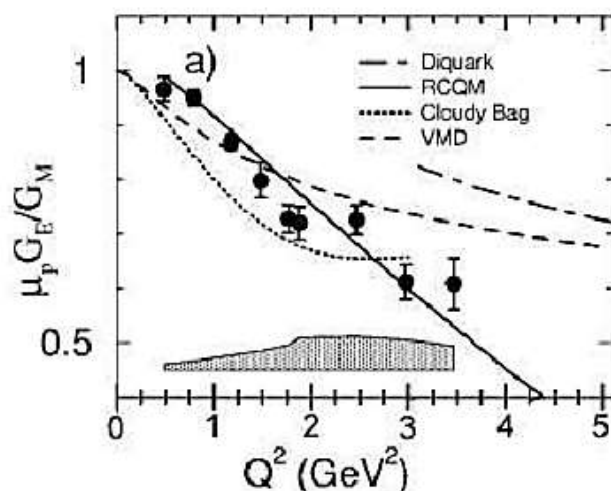
۴-۲-۲- اندازه گیری به روش قطبش

در روش دوم اندازه گیری فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی که از روی پراکندگی الکترون قطبیده از نوکلئون بدست می آیند، مولفه های طولی و قائم نوکلئون قطبیده پس زده شده را اندازه گیری می کنند که نسبت مولفه های قطبیده، با نسبت فرم فاکتور الکتریکی به فرم فاکتور مغناطیسی در ارتباط است:

$$\frac{G_{eN}}{G_{mN}} = -\frac{P_t}{P_l} \frac{(E_e + E'_e)}{2M} \tan\left(\frac{\theta_e}{2}\right) \quad (۳-۴)$$

اگر الکترون در راستای طولی قطبیده باشد می توان قطبش پروتون را با مطالعه توزیع زاویه سمتی در حالت نامتقارن اندازه گیری نمود. در تقریب تبادل تک فوتون، پروتون دارای دو مولفه قطبیده در صفحه پراکندگی می باشد: P_l مولفه طولی که موازی با الکترون گسیل شده بعد از پراکندگی می باشد و P_t مولفه قائم نوکلئون قطبیده که عمود بر راستای پراکندگی الکترون گسیل شده است. E_e انرژی الکترون فرودی و E'_e انرژی الکترون بعد از پراکندگی می باشد. از آنجا که این روش اندازه گیری برحسب نسبت مولفه های قطبش بیان

می‌شود، خطاهای سیستماتیک ناشی از زاویه پراکندگی و تغییرات انرژی وقتی هر دو مولفه به طور همزمان اندازه گیری می‌شود، کاهش می‌یابد.



شکل ۴-۱: نتایج تجربی نسبت فرم فاکتور الکتریکی به مغناطیسی، $\mu_p G_E^p / G_M^p$ در اندازه‌گیری به روش پس زنی که نشان داد این نسبت بر خلاف نتایج اندازه‌گیری‌های قبلی یک نمی‌باشد.

روش اندازه‌گیری نوکلئون قطبیده پس زده شده بعد از سال ۱۹۷۰ انجام شده است. بین دو روش اندازه‌گیری فرم فاکتورها هیچ اختلافی مشاهده نمی‌شد تا اینکه در سال ۲۰۰۰ نتایج آزمایشگاهی انجام شده در آزمایشگاه جفرسون^۱ اختلافاتی را بین دو روش اندازه‌گیری نشان داد که در شکل ۴-۱ می‌توان مشاهده کرد. شکل ۴-۱ نسبت $\frac{\mu_p G_E^p}{G_M^p}$ را نشان می‌دهد که با توجه به آزمایش‌های قبلی انجام شده توسط روش جدایی روزنبلوت، انتظار داریم که این نسبت برای Q^2 تقریباً برابر یک باقی بماند. در حالی که نتایج جدید حاکی از آن است که این نسبت به صورت خطی برحسب Q^2 کاهش می‌یابد. اختلاف مشاهده شده بحث‌های زیادی را به دنبال داشت که در نتیجه آزمایش‌های بیشتری برای تایید یا رد این اختلاف به وجود آمده انجام شد. آزمایش‌های بیشتری در آزمایشگاه جفرسون در Q^2 های بالا انجام شد بر اساس روش پس زنی

^۱ Jefferson Lab

نوکلئون قطبیده بود [۸۴، ۸۵]. همچنین آزمایش‌های جدیدتری نیز با روش جدایی روزنبلوت انجام شد که در مقایسه با روش پس زنی نوکلئون قطبیده همچنان دارای خطای سیستماتیکی بود. این نتایج جدید بدست آمده براساس روش جدایی روزنبلوت با نتایج قدیمی در تطابق بودند [۸۶]. اختلاف مشاهده شده بین این دو روش اندازه‌گیری فرم فاکتورها هنوز به صورت یک سوال باقی مانده است، سهم تبادل دو فوتونی را می‌توان به عنوان یکی از دلایل مطرح شده برای اختلاف موجود دانست که در حال بررسی است [۸۷-۹۰]. اگر بتوان بدین طریق اختلاف موجود را توضیح داد در این صورت نقص موجود در روش جدایی روزنبلوت برای فرم فاکتورها مشخص خواهد شد و در این صورت به نظر می‌رسد روش قطبش روش بهتری است.

۳-۴ پارامتربندی Kelly و پارامتربندی BBBA05 برای فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی

با توجه به نتایج آزمایش‌های جدید درستی رابطه (۴-۲) زیر سؤال رفت و پارامتربندی‌های جدیدی برای تطابق با نتایج آزمایشگاهی بیان شد که در این بخش دو پارامتربندی برای فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی که عبارتند از پارامتربندی Kelly [۸۰] و پارامتربندی BBBA05 [۸۱] را مطرح خواهیم نمود.

پارامتربندی‌های پیشنهاد شده باید برای ناحیه بزرگی از Q^2 قابل بیان باشند که رفتار قابل قبولی در $Q^2 \rightarrow 0$ و $Q^2 \rightarrow \infty$ داشته باشند. برای داشتن رفتار قابل قبول در Q^2 های کوچک با توجه به رفتار مشاهده شده برای $G_{e.m}$ از روی نتایج تجربی باید ضرایب Q^2 شامل ضرایبی زوجی از Q باشد. اگرچه در Q^2 های بزرگ به صورت $G \sim Q^{-4}$ تغییر می‌کند و با این حال به صورت لگاریتمی یک تغییر ملایم دارد که معمولاً از این تغییر صرف‌نظر می‌کنند. در بیشتر پارامتربندی‌های متداول یکی یا دو مورد از شرط‌ها را نظر نمی‌گیرند. تاکنون، یک سری پارامتربندی برای بدست آوردن فرم فاکتورها بیان شده است ولی این پارامتربندی‌ها دارای متغیرهای زیادی هستند که استفاده از آن‌ها مشکل است و شرط‌هایی که در نظر گرفته شده است

برای استفاده راحت نمی‌باشد [۹۱-۹۳]، اما در پارامتربندی Kelly از پارامتربندی ساده‌تری نسبت به سایر پارامتربندی‌ها استفاده شده است که به صورت زیر است:

$$G(Q^2) \propto \frac{\sum_{k=0}^n a_k \tau^k}{1 + \sum_{k=1}^{n+2} b_k \tau^k} \quad (۴-۴)$$

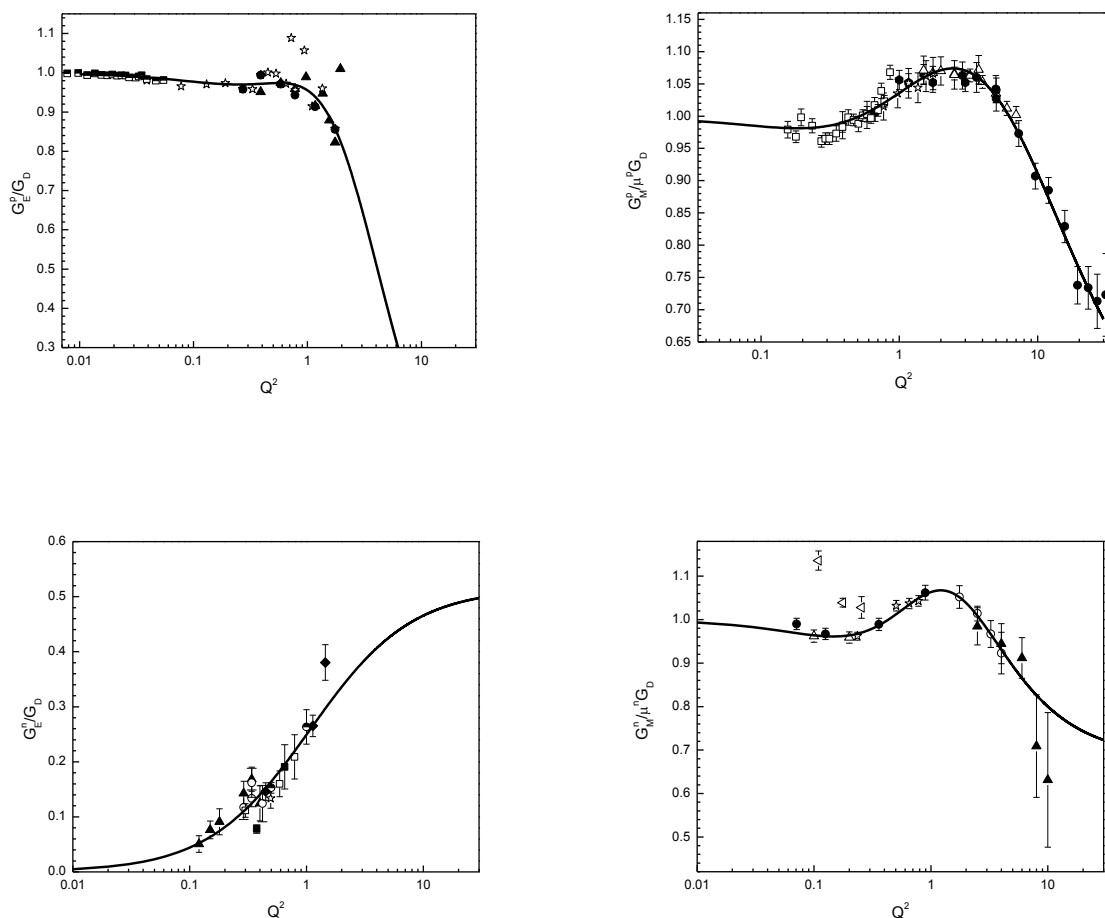
صورت و مخرج هر دو یک چند جمله‌ای برحسب $\tau = \frac{Q^2}{4m_p^2}$ هستند. توان مخرج برای τ بزرگ‌تر از صورت است تا شرط $G \propto Q^{-4}$ در Q^2 های بزرگ رعایت شود. اگر رابطه (۴-۴) برای μ (μ ممان مغناطیسی غیرعادی p و n) استفاده شود باید به Q^2 در سمت راست ضرب شود تا در Q^2 های کوچک کاملاً بهنجار شود. این پارامتربندی تطابق قابل قبولی برای G_{Ep} ، $\frac{G_{mp}}{\mu_p}$ و $\frac{G_{mn}}{\mu_n}$ دارد. از آنجا که این پارامتربندی تطابق قابل قبولی برای G_{En} ندارد به این دلیل از پارامتربندی گالستر^۱ استفاده شده است [۹۴]:

$$G_{En}(Q^2) = \frac{A\tau}{1+B\tau} G_D(Q^2) \quad (۵-۴)$$

G_D فرم فاکتور دوقطبی است. کمیت‌های مربوط به پارامتربندی Kelly در جدول ۴-۱ نشان داده شده است. فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی برای پروتون و نوترون با توجه به پارامتربندی Kelly در شکل ۴-۲ نشان داده شده است.

در پارامتربندی BBBA05 رابطه‌ای که مشابه رابطه استفاده شده در پارامتربندی Kelly است که هر چهار فرم فاکتور برحسب یک رابطه، پارامتربندی شده است. نتایج تجربی استفاده شده برای پارامتربندی BBBA05 با توجه به روش قطبش است که در آن از اندازه‌گیری‌های بدست آمده در روش جدایی روزنبلوث برای G_{ep} در بالاتر از $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$ صرف‌نظر شده است. همچنین از داده‌هایی که ناشی از تصحیحات تبادل دو فوتون است در محاسبه فرم فاکتورها صرف‌نظر شده است.

^۱ Galster



شکل ۴-۲: فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی با توجه به پارامتربندی Kelly رسم شده است.

جدول ۴-۱: مقادیر پیشنهاد شده در پارامتربندی Kelly برای فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی. پارامتر $a_0 = 1$ ثابت در نظر گرفته شده است [۸۰].

Quantity	a_1	b_1	b_2	b_3	A	B
G_{Ep}	-0.24 ± 0.12	10.98 ± 0.19	12.82 ± 1.1	21.97 ± 6.8		
G_{Mp}/μ	0.12 ± 0.04	10.97 ± 0.11	18.86 ± 0.28	6.55 ± 1.2		
G_{Mn}/μ	2.33 ± 1.4	14.72 ± 1.7	24.2 ± 9.8	84.1 ± 41		
G_{Ep}					1.7 ± 0.04	3.30 ± 0.32

شکل تابع معرفی شده برای پارامتربندی BBBA05 برابر است با [۸۱]:

$$G(Q^2) = \frac{\sum_{k=0}^n a_k \tau^k}{1 + \sum_{k=1}^{n+2} b_k \tau^k} \quad (۴-۶)$$

هرچند که شکل تابع بکار گرفته شده در این پارامتربندی شبیه به شکل تابعی است که در سایر پارامتربندی-ها مورد استفاده واقع شده است، اما در پارامتربندی BBBA05 از یک شکل تابع برای بیان همه فرم فاکتورها استفاده شده است. در پارامتربندی BBBA05 از دو شرط برای برازش فرم فاکتورها استفاده شده است. R نسبت فرم فاکتورها را بیان می کند که در حد کشسان به صورت زیر بیان می شود:

$$R_N(x = 1; Q^2) = \frac{4M^2}{Q^2} \left(\frac{G_{eN}^2}{G_{mN}^2} \right) \quad (۷-۴)$$

وقتی که $Q^2 \rightarrow \infty$ در نتیجه $R_n = R_p$ خواهد بود، پس شرط اول به صورت زیر است:

$$\left(\frac{G_{en}}{G_{mn}} \right)^2 = \left(\frac{G_{ep}}{G_{mp}} \right)^2 \quad (۸-۴)$$

شرط دوم نیز براساس قوانین جمع QCD بیان می شود. در حد کشسان، نسبت $\frac{F_{2n}}{F_{2p}}$ به صورت زیر بیان می گردد:

$$\left(\frac{F_{2n}}{F_{2p}} \right)^2 = \left(\frac{G_{mn}}{G_{mp}} \right)^2 \quad (۹-۴)$$

در حد $Q \rightarrow \infty$ و $\nu \rightarrow \infty$ به ازای x ثابت، فرم فاکتور F_2 را می توان برحسب توزیع کواری بیان نمود:

$$F_2 = x \sum_i e_i^2 f_i(x) \quad (۱۰-۴)$$

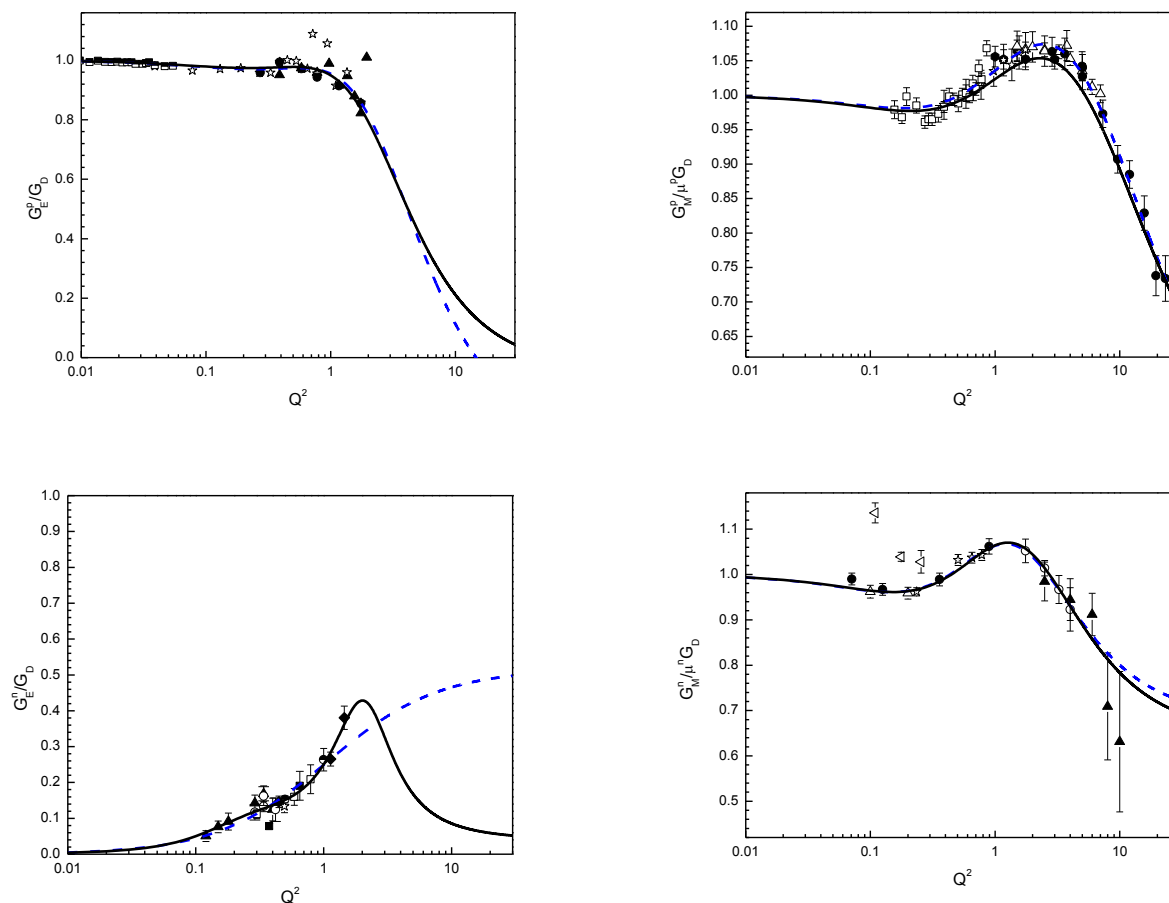
با قرار دادن رابطه (۱۰-۴) در رابطه (۹-۴) شرط دوم به صورت زیر خواهد بود:

$$\left(\frac{G_{mn}}{G_{mp}} \right)^2 = \frac{1+4\frac{d}{u}}{4+\frac{d}{u}} \quad (۱۱-۴)$$

برای نسبت $\frac{d}{u}$ سه مقدار پیشنهاد شده است که هر کدام دارای مقادیر $0,0 \cdot 2,0 \cdot 5$ متفاوت هستند

که در محاسبات $\frac{d}{u} = 0,2$ ترجیح داده شده است. کمیت های مربوط به پارامتربندی BBBA05 در جدول

۲-۴ بیان شده است. فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی برای پروتون و نوترون با توجه به پارامتربندی BBBA05 در شکل ۳-۴ نشان داده است.



شکل ۳-۴: منحنی مشکی رنگ فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی با توجه به پارامتربندی BBBA05 رسم شده است. منحنی خط چین فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی با توجه به پارامتربندی Kelly برای مقایسه رسم شده است. جدول ۲-۴: مقادیر پیشنهاد شده در پارامتربندی BBBA05 برای فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی [۸۱].

Quantity	a_0	a_1	a_2	b_1	b_2	b_3	b_4
G_{Ep}	1	$-0.0578 \pm .166$		11.1 ± 0.217	13.6 ± 1.39	33.0 ± 8.95	
G_{Mp}	1	0.15 ± 0.032		11.1 ± 0.103	19.6 ± 0.281	7.54 ± 0.967	
G_{En}	0	1.25 ± 0.368	1.3 ± 1.99	-9.86 ± 6.46	305 ± 28.6	-758 ± 77.5	802 ± 156
G_{Mn}	1	1.81 ± 0.402		14.1 ± 0.597	20.7 ± 2.55	68.7 ± 14.1	

۴-۴- پارامتربندی GPDs

در این بخش پارامتربندی‌های مورد قبول برای GPDs مورد بررسی خواهد گرفت [۱۷، ۱۹، ۹۵، ۹۶]. از مدل‌های مطرح شده برای پارامتربندی GPDs می‌توان به پیشنهاد توزیع دوتایی^۱، پیشنهاد Regge، و پیشنهاد گاوسی را اشاره نمود. پیشنهاد توزیع دوتایی [۴۴، ۹۷] برای پارامتربندی GPDs برحسب وابستگی (x, ξ) بررسی می‌شود که به آن اشاره مختصری خواهیم کرد. سپس به بررسی پیشنهاد Regge [۱۷] و پیشنهاد گاوسی [۱۶، ۱۸] برای پارامتربندی GPDs برحسب وابستگی t بیان می‌شود، خواهیم پرداخت.

۴-۴-۱- پارامتربندی GPDs برحسب وابستگی به x و ξ

وابستگی GPDs به (x, ξ) براساس فرمول بندی توزیع دوتایی اولین بار توسط رادیوشکین^۲ مطرح شد [۴۴، ۹۷]. رابطه بین $GPDs^q(x, \xi)$ و توزیع دوتایی $DD^q(\alpha, \beta)$ با استفاده از تغییر متغیر بیان می‌شود:

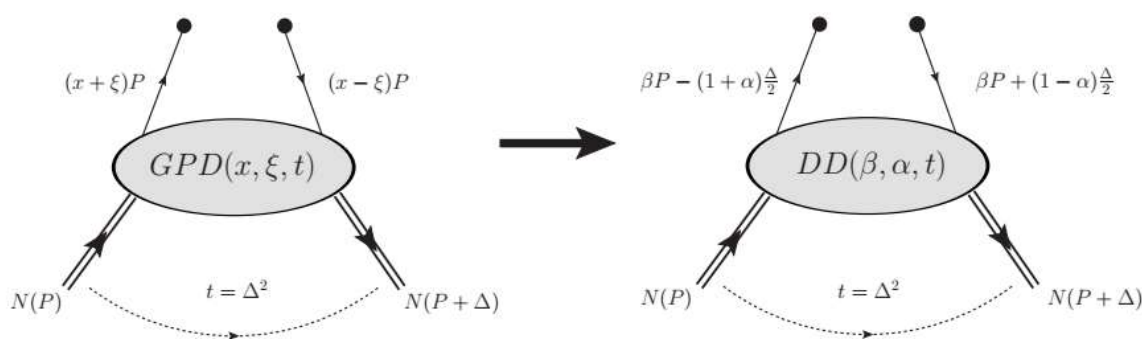
$$GPDs_{DD}^q(x, \xi) = \int_{-1}^1 d\beta \int_{-1+|\beta|}^{1-|\beta|} d\alpha \delta(x - \beta - \alpha\xi) DD^q(\alpha, \beta) \quad (۱۲-۴)$$

در رابطه (۱۲-۴) دو متغیر جدید α و β معرفی می‌شود که با x و ξ رابطه خطی دارند. شرط چند جمله‌ای GPDs بیان شده در بخش ۲-۶-۳ به این نکته اشاره می‌کند که n امین تکانه x GPDs یک چند جمله‌ای برحسب ξ از مرتبه n می‌باشد. در ساده‌ترین حالت، این خصوصیت را می‌توان با استفاده از انتگرال تابع دلتای دیراک $\int dx f(x) \delta(x - \xi) = f(\xi)$ بیان نمود که بیانگر همبستگی یک به یک بین x و ξ است. بنابراین مرتبه x با مرتبه ξ مرتبط بوده و شرط چند جمله‌ای تا مرتبه n برقرار خواهد بود. با این حال رابطه کلی که دو متغیر را به صورت خطی به x وابسته می‌کند برابر $x = \beta + \alpha\xi$ است. بنابراین پارامتربندی GPDs منجر به یافتن تابعی می‌شود که "توزیع دوتایی" نامیده می‌شود و شرط‌های GPDs در آن برقرار هستند (در حالت forward در $\xi = 0$ ، GPDs تبدیل به PDFs می‌شود و در حالت $\xi = 1$ GPDs تبدیل

^۱ Double distribution

^۲ Radyushkin

به DAS می‌شود) و وقتی برای تمام مقادیر ممکن α و β انتگرال گیری می‌شود. برای کسر تکانه β از بازه $1 - |\beta|$ تا $1 + |\beta|$ و برای α از بازه $1 - |\alpha|$ تا $1 + |\alpha|$ انتگرال گیری صورت می‌گیرد چون داریم؛ $|x| = |\beta + \alpha\xi| \leq 1 \Rightarrow |\beta| + |\alpha| \leq 1$. همچنین $\Delta^+ = -2\xi P^+$ ، کسر تکانه طولی حمل شده توسط کوارک اولیه $(x + \xi)P^+$ تبدیل به $\beta P^+ - (1 + \alpha)\frac{\Delta}{2}$ می‌شود. شکل ۴-۴ تغییر متغیرها را نشان می‌دهد. DD نشان‌دهنده دامنه احتمال یافتن یک کوارک با کسر تکانه β از تکانه میانگین نوکلئون P است و کسر تکانه اضافه شده $(1 + \alpha)/2 -$ ناشی از تکانه انتقالی Δ می‌باشد.



شکل ۴-۴: نمایش تغییر متغیر $(\beta, \alpha) \rightarrow (x, \xi)$ که در توزیع دوتایی تعریف می‌شود.

شکل کلی DD با توجه به شرایط حدی زیر تعیین می‌شود.

- $P \neq 0$ و $\Delta = 0$: در این حالت DD در حد forward ($t = 0$) به PDFs کاهش می‌یابد. بنابراین با توجه به وابستگی که β به DDها دارد. DDها شامل توزیع کوارکی غیرقطبیده $q(x)$ برای GPD- H ، و توزیع کوارکی قطبیده $\Delta q(x)$ برای GPD- $\tilde{H}$ است.
- $P = 0$ و $\Delta \neq 0$: DD به صورت دامنه احتمال یافتن یک جفت $q\bar{q}$ در داخل نوکلئون با تکانه $(1 + \alpha)\Delta$ و $(1 - \alpha)\Delta$ تعبیر می‌شود. بنابراین با توجه به وابستگی که α به DDها دارد، DDها به دامنه توزیع مزونی کاهش می‌یابد و بیانگر دامنه احتمال یافتن یک مزون داخل نوکلئون است.

از اینرو پارامتربندی DDs باید شامل PDFs (در حالت حدی $\Delta = 0$) و DAs (در حالت حدی $P = 0$) باشد. چنین تابعی که به دو حالت حدی اشاره دارد توسط رادیوشکین به شکل زیر معرفی گردید [۹۷]:

$$DD^q(\beta, \alpha) = h(\beta, \alpha)q(\beta) \quad (۱۳-۴)$$

$q(\beta)$ تابع توزیع پارتونی و $h(\beta, \alpha)$ که به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$h(\beta, \alpha) = \frac{\Gamma(2b+2)}{2^{2b+1}\Gamma^2(b+1)} \frac{[(1-|\beta|)-\alpha^2]^b}{(1-|\beta|)^{2b+1}} \quad (۱۴-۴)$$

پارامتر آزاد b نشان‌دهنده شدت وابستگی ξ به GPDs است و زمانی که $b \rightarrow \infty$ نشان می‌دهد که ξ دارای هیچ مقداری نمی‌باشد ($GPD^q(x, \xi) = q(x)$).

۴-۲-۴ پارامتربندی GPDs برحسب وابستگی به t

برای این نوع پارامتربندی GPDs تاکنون چندین پیشنهاد مطرح شده است [۹۵، ۹۶]. از اولین پیشنهاد مطرح شده برای بررسی GPDs تا به امروز این مدل‌ها همواره در حال بهبود هستند. در ادامه به چندین پیشنهاد برای پارامتربندی GPDs اشاره می‌کنیم.

- اولین پارامتربندی GPDs نسبت به ξ مستقل بوده و نسبت به t فاکتورگیری شده است که به

$$\text{صورت } H^q(x, \xi, t) = q(x)F_1^q(t), \quad \tilde{H}^q(x, \xi, t) = \Delta q(x)G_A^q(t) \dots \text{پیشنهاد شده است [۹۵].}$$

- پارامتربندی GPDs که به ξ وابسته است که در آن تابع توزیع دوتایی به صورت $H^q(x, \xi, t) =$

$$\tilde{H}^q(x, \xi, t) = \tilde{H}_{DD}^q(x, \xi)G_A^q(t), \quad H_{DD}^q(x, \xi)F_1^q(t) \dots \text{می‌باشد [۹۶].}$$

- پیشنهاد گاوسی به صورت $E^q(x, \xi, t) = H^q(x, \xi, t) = H_{DD}^q(x, \xi)e^{-\frac{(1-x)t}{4x\lambda^2}}$

$$\dots E_{DD}^q(x, \xi)e^{-\frac{(1-x)t}{4x\lambda^2}} \dots \text{برای بررسی پارامتربندی GPDs مطرح شده است [۱۶، ۱۸] و حالت تغییر}$$

$$\text{یافته آن نیز پیشنهاد گاوسی اصلاح شده به صورت } H^q(x, \xi, t) = H_{DD}^q(x, \xi)e^{-\frac{\alpha(1-x)^2 t}{x^m}}$$

در این حالت برای آن برقرار می‌باشد [۲۲].
 $E^q(x, \xi, t) = E_{DD}^q(x, \xi)(1-x)^{\eta_q} e^{-\frac{\alpha(1-x)^2 t}{x^m}}$... است که شرط دی‌رل-یان-وست فرم فاکتورها

• پیشنهاد Regge به صورت $H^q(x, \xi, t) = H_{DD}^q(x, \xi)x^{-\hat{\alpha}t}$ و $E^q(x, \xi, t) = E_{DD}^q(x, \xi)x^{-\hat{\alpha}t}$ برای بررسی پارامتربندی GPDs ارائه شده است [۱۷] و پارامتربندی Regge تعمیم یافته به صورت
 $H^q(x, \xi, t) = H_{DD}^q(x, \xi)x^{-\hat{\alpha}(1-x)t}$ و $E^q(x, \xi, t) = E_{DD}^q(x, \xi)(1-x)^{\eta_q}x^{-\hat{\alpha}(1-x)t}$... که
 شرط دی‌رل-یان-وست فرم فاکتورها برای پیشنهاد مطرح شده برقرار است [۱۹].

در این رساله قصد داریم با استفاده از پیشنهادات گاوسی اصلاح شده و Regge تعمیم یافته، فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی نوکلئون را بدست آوریم. به همین منظور ابتدا به بررسی این پیشنهادات می‌پردازیم.

۴-۵- پیشنهاد گاوسی

کمیت‌های GPDs به صورت یکباره و منحصر به فرد از روی آزمایش پراکندگی کامپتون قابل محاسبه نیستند، زیرا این کمیت‌ها تابع پیچیده ای می‌باشند که در انتگرال ظاهر می‌شوند. اما با توجه به شروط مناسبی که از لحاظ تئوری و تجربی وجود دارد، به نظر می‌رسد که بتوان کمیت‌های GPDs را از روی نتایج تجربی پیشنهاد^۱ دهیم که پارامترهای آزاد مربوطه برای پیشنهاد مورد نظر از روی برازش نتایج تجربی حاصل می‌شود. به همین منظور بهتر است شروط تئوری بیشتری را برای مدل پیشنهادی در نظر بگیریم که از تطابق خوبی با نتایج تجربی برخوردار باشد. از شروطی که برای مدل پیشنهادی $\mathcal{H}^q(x, \xi = 0, t)$ (چگالی پارتونی non-forward) باید در نظر گرفته شود شرط مثبت بودن رابطه (۲-۸۱) برای توزیع کوارکی وابسته به پارامتر برخورد است. چنین شرطی برای تمام مقادیر $b_{\perp}$ و x برقرار خواهد بود. لذا، یکی از

^۱ Ansatz

ساده‌ترین مدل‌ها در بررسی $\mathcal{H}^q(x, t)$ در حالتی است که $\xi = 0$ بوده و وابستگی به x و t را به صورت جداگانه در نظر گرفته و به صورت زیر معرفی شده باشد:

$$\mathcal{H}^q(x, t) = q_v(x) F_1(t), \quad (15-4)$$

$q_v(x)$ چگالی پارتونی و $F_1(t)$ فرم فاکتور پروتون می‌باشد. بدیهی است که در حد forward، رابطه (۴-۴) برابر با $q_v(x)$ می‌شود و می‌توان با توجه به اولین تکانه x GPDs، $F_1^p(t)$ را بدست آورد. رابطه فرم فاکتور در چارچوب مخروط نوری برحسب تابع موج مخروط نوری در فضای فوک^۱ برای حالت n ذره ای برحسب تکانه $k_{i\perp} - x_i q_{\perp}$ بیان می‌شود [۷۵]:

$$\begin{aligned} F(q_{\perp}^2) = & \sum_{n=1}^{\infty} \int \prod_{i=1}^n \frac{d^2 k_{i\perp}}{16\pi^3} dx_i \sum_a e_a \psi_p^*(x_1, \dots, x_n; k_{1\perp} - x_1 q_{\perp}, \dots, k_{a\perp} \\ & + (1 - x_a) q_{\perp}, \dots, k_{n\perp} - x_n q_{\perp}) \\ & \times \psi_p(x_1, \dots, x_n; k_{1\perp}, \dots, k_{a\perp}, \dots, k_{n\perp}) \\ & \times 16\pi^3 \delta^2(\sum_{i=1}^n k_{i\perp}) \theta(1 - \sum_{i=1}^n x_i) \end{aligned} \quad (16-4)$$

در ساده‌ترین حالت اگر یک سیستم دو پارتونی ($n = 2$) در فضای فوک در نظر بگیریم، فرم فاکتور دیراک برابر خواهد بود با:

$$F_q^{(2)}(q_{\perp}^2) = \int_0^1 dx \int \frac{d^2 k_{\perp}}{16\pi^3} \psi^*(x; k_{\perp} + (1-x)q_{\perp}) \psi(x; k_{\perp}). \quad (17-4)$$

در صورتی که تابع موج پیشنهادی را به صورت گاوسی در نظر بگیریم:

$$\begin{aligned} \psi(x; k_{\perp}) &= \varphi(x) \exp\left(-\frac{k_{\perp}^2}{2x\lambda^2} - \frac{k_{\perp}^2}{2(1-x)\lambda^2}\right) \\ &= \varphi(x) \exp\left(-\frac{k_{\perp}^2}{2x\bar{x}\lambda^2}\right) \end{aligned} \quad (18-4)$$

در رابطه (۴-۱۸) $\bar{x} \equiv 1 - x$ و λ تکانه عرضی میانگین است و در نهایت برای $\mathcal{H}(x, t)$ خواهیم داشت:

$$\mathcal{H}(x, t) = \int \frac{d^2 k_{\perp}}{16\pi^3} \psi^*(x; k_{\perp} + (1-x)q_{\perp}) \psi(x; k_{\perp}) \quad (19-4)$$

¹ Fock space

با قرار دادن رابطه (۱۸-۴) در رابطه (۱۹-۴) و محاسبه انتگرال برای $\mathcal{H}(x, t)$ خواهیم داشت:

$$\mathcal{H}(x, t) = \frac{x\bar{x}\lambda^2}{16\pi^2} \varphi^2(x) e^{\bar{x}t/4x\lambda^2} \equiv q_v(x) e^{\bar{x}t/4x\lambda^2} \quad (۲۰-۴)$$

بنابراین از روی تابع موج گاوسی رابطه (۱۸-۴) برای $\mathcal{H}(x, t)$ پیشنهاد گاوسی^۱ (G) را بدست می‌آوریم که که در آن تابع $\varphi(x)$ برابر است با:

$$\varphi^2(x) = \frac{16\pi^2}{x\bar{x}\lambda^2} q_v(x) \quad (۲۱-۴)$$

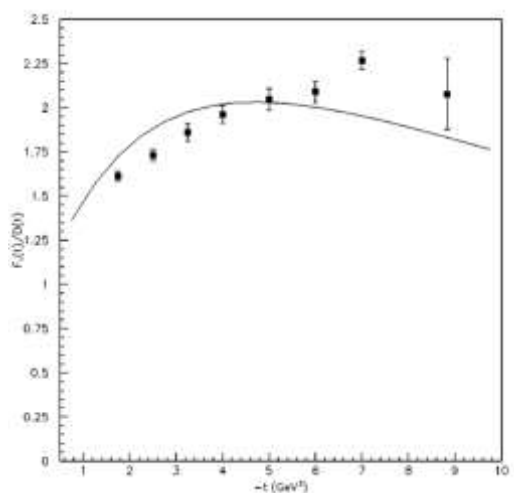
در نهایت برای فرم فاکتور دیراک برحسب پیشنهاد گاوسی خواهیم داشت:

$$F_q^{(2)}(q_\perp^2) = \int_0^1 dx q_v(x) e^{-(1-x)q_\perp^2/4x\lambda^2} \quad (۲۲-۴)$$

در فرآیند پراکندگی اگر هیچ تکانه طولی منتقل نشود ($\xi = 0$) سهم تکانه به صورت کاملاً عرضی خواهد بود در نتیجه مربع تکانه انتقالی برحسب تکانه عرضی بیان می‌شود $-q_\perp^2 = t$. با در نظر گرفتن کوارک‌های ظرفیتی برای پروتون فرم فاکتور دیراک عبارت است از:

$$F_1(t) = \int_0^1 [e_u u_v(x) + e_d d_v(x)] e^{(1-x)t/4x\lambda^2} dx \quad (۲۳-۴)$$

پارامتر λ^2 تکانه عرضی میانگین حمل شده توسط کوارک‌ها را در داخل نوکلئون مشخص می‌کند. شکل ۴-۵ بهترین تطابق با نتایج تجربی بر حسب پارامتربندی گاوسی برای فرم فاکتور دیراک پروتون $F_1^p(t)$ در بازه t های میانی $1 \text{ GeV}^2 < -t < 10 \text{ GeV}^2$ را نشان می‌دهد. نتایج بدست آمده با توجه به رابطه (۴-۲۳) برای $\lambda^2 \sim 0.7 \text{ GeV}^2$ بدست آمده است [۱۶].



شکل ۴-۵: نسبت فرم فاکتور دیراک به فرم فاکتور دوقطبی است $(D(t) = 1/(1 - \frac{t}{0.71})^2)$ [۱۶].

میانگین مربع شعاع دیراک $r_{1,p}^2 = 6 \left. \frac{dF_1^N(t)}{dt} \right|_{t=0}$ مطابق با پیشنهاد گاوسی برای $\mathcal{H}^q(x, t)$ برابر است با:

$$r_{1,p}^2 = \frac{6}{4\lambda^2} \int_0^1 [e_u u_v(x) + e_d d_v(x)] \frac{1-x}{x} dx \quad (۲۴-۴)$$

رابطه (۲۴-۴) در x های کوچک واگرا می شود از این جهت به نظر می رسد که نیاز به اصلاح مدل گاوسی برای $\mathcal{H}^q(x, t)$ در x های کوچک می باشد. از آنجا که مدل در نظر گرفته شده براساس مدل کوآرک ظرفیتی است نباید انتظار رفتار مناسبی در x های کوچک را داشته باشیم، بنابراین می توان گفت که پیشنهاد گاوسی رفتار درستی را برای $x \rightarrow 0$ ندارد. پیشنهاد گاوسی برای ناحیه x های میانی و بزرگ با توجه به رابطه (۴-۲۰)، جایی که مدل کوآرکی در هادرون ها سهم دارند، رفتار قابل قبولی را از خود نشان می دهد.

از شرط های دیگر برای بررسی $\mathcal{H}^q(x, t)$ پیشنهادی آن است که وقتی $x \rightarrow 1$ میل می کند $\mathcal{H}^q(x, t)$ مستقل از t شود. علت این رفتار واضح است، همان طور که در فصل ۳ بیان شد PDFs وابسته به پارامتر برخورد برحسب مرکز تکانه عرضی $R_\perp = \sum_i x_i \mathbf{b}_{\perp i}$ بیان می شود. مرکز تکانه عرضی هادرون برحسب مکان های عرضی میانگین پارتون ها در داخل هادرون ضربدر کسر تکانه حمل شده توسط هر پارتون بیان می شود. در حالتی $x \rightarrow 1$ میل می کند، x کسر تکانه حمل شده توسط کوآرک شرکت کننده در پراکندگی، تقریباً تمام تکانه هادرون را با خود حمل می کند و همواره به مرکز تکانه عرضی نزدیک خواهد بود. پس

سهم بقیه پارتون‌ها در رابطه مرکز تکانه عرضی، صفر شده و فقط یک جمله باقی می‌ماند. بنابراین $q(x, \mathbf{b}_\perp)$ برای $x \rightarrow 1$ توزیع متمرکزتری خواهد داشت. به عبارتی پهنای عرضی ناچیزی برای $q(x, \mathbf{b}_\perp)$ وابسته پارامتر برخورد در حالت $x \rightarrow 1$ مشاهده می‌شود. پهنای عرضی $q(x, \mathbf{b}_\perp)$ وابسته به پارامتر برخورد به صورت زیر است:

$$\langle \mathbf{b}_\perp^2 \rangle \equiv \frac{\int d^2 \mathbf{b}_\perp \mathbf{b}_\perp^2 q(x, \mathbf{b}_\perp)}{\int d^2 \mathbf{b}_\perp q(x, \mathbf{b}_\perp)} \quad (۴-۲۵)$$

بنابراین $\mathcal{H}^q(x, t = -q_\perp^2)$ که تبدیل فوریه دو بعدی $q(x, \mathbf{b}_\perp)$ برحسب $q_\perp^2$ است در حالتی که $x \rightarrow 1$ میل می‌کند مستقل از $t = -q_\perp^2$ می‌شود. همچنین قابل ذکر است که این رفتار از دید "تصویر فاینمن"^۱ برای فرم فاکتور هادرون در نزدیکی $x = 1$ مطابقت دارد. در دید فاینمن یک پارتون به اندازه $x \approx 1$ تکانه با خود حمل می‌کند و تکانه بقیه پارتون‌ها ناچیز و جزئی به حساب می‌آیند. تنها یک پارتون به صورت کشسان پراکنده می‌شود و بقیه پارتون‌ها دارای جهت خاصی نمی‌باشند. بنابراین، در تصویر فاینمن، فرم فاکتور هادرون در حالتی که تنها کوارک برهمکنش کننده کسر بزرگی از کل تکانه هادرون را با خود حمل کند وابستگی ضعیفی به t خواهد داشت. با توجه به مطالب بیان شده پیشنهاد گاوسی رابطه (۴-۲۰) در حالت $x \rightarrow 0$ از خود رفتار درستی نشان نمی‌دهد و در حالت $x \rightarrow 1$ مستقل t می‌شود.

۴-۶- پیشنهاد Regge در t های کوچک

در نظریه Regge که به بررسی دامنه پراکندگی می‌پردازد، رفتار دامنه پراکندگی در انرژی‌های بالا براساس $S^{\hat{\alpha}(t)}$ بیان می‌شود. S مربع انرژی مرکز جرم سیستم و $\hat{\alpha}(t)$ مسیر Regge^۲ می‌باشد. مسیر Regge بیان کننده رابطه بین مربع جرم و اسپین خانواده مزون‌ها (یا باریون‌ها) می‌باشد که دارای اعداد کوانتومی یکسان بوده و تنها اسپین آن‌ها متفاوت است. با توجه به اینکه این پراکندگی در انرژی‌های بالا انجام می‌شود طبق نظریه Regge می‌توان PDFs را در x های کوچک بیان نمود. $q_v(x)$ رفتار x را برای سطح مقطع پراکندگی

^۱ Feynman picture

^۲ Regge trajectory

DIS یا دامنه پراکندگی کامپتون در حالت $t = 0$ تعیین می‌کند که وقتی $x \rightarrow 0$ میل می‌کند $q_v(x)$ رفتاری مانند $x^{-\alpha t}$ را از خود نشان می‌دهد. مسیر مزونی در ارتباط با بخش ظرفیتی توزیع کواریکی $q_v(x)$ است بخش کواریکی‌های ظرفیتی PDF در ارتباط با مسیر مزون ρ می‌باشد و $\alpha_\rho(t) = 0.5$ بدست می‌آید. بخش دریا (گلوئونی) PDF براساس $q_s(x)$ در ارتباط با مسیر پومرون^۱ است و $\alpha_P(t) = 1$ است. بنابراین، در حالت $x \rightarrow 0$ ، توابع توزیع $q_v(x) = x^{-0.5}$ و $q_s(x) = x^{-1}$ بدست می‌آیند (از روی مسیرها می‌توان رفتار توزیع کواریکی قطبیده در x های کوچک را از روی مزون‌های شبه برداری بدست آورد). نظریه Regge را می‌توان برای GPDs، PDFs “non-forward”، در t های غیرصفر تعمیم داد. بنابراین پیشنهادی که می‌توان برای H GPD در حالت $\xi = 0$ ارائه کرد برابر است با:

$$\mathcal{H}(x, t) = q_v(x) x^{-\alpha t} \quad (26-4)$$

با فرض اینکه مسیر Regge یک مسیر خطی است آن را به صورت $\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha t$ بیان می‌کنیم. α پارامتری است که با توجه به شروط مربوط به قوانین جمعی GPDs که مرتبط با FFs است، تعیین می‌شوند. پیشنهاد Regge برای فرم فاکتور دیراک کواریکی‌های u و d عبارت است از [۱۷]:

$$F_1^u(t) = \int_0^1 dx u_v(x) e^{-t\alpha \ln x}, \quad F_1^d(t) = \int_0^1 dx d_v(x) e^{-t\alpha \ln x} \quad (27-4)$$

میانگین مربع شعاع دیراک برای پروتون و نوترون مطابق این مدل برابر خواهد بود با:

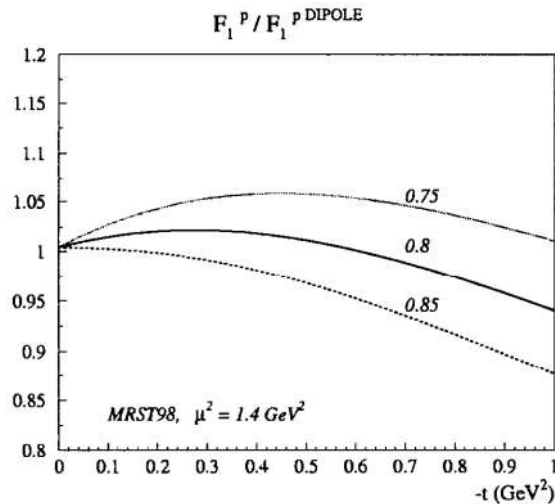
$$r_{1,p}^2 = -6\alpha \int_0^1 dx [e_u u_v(x) + e_d d_v(x)] \ln x \quad (28-4)$$

$$r_{1,n}^2 = -6\alpha \int_0^1 dx [e_u d_v(x) + e_d u_v(x)] \ln x \quad (29-4)$$

در پیشنهاد Regge انتگرال $r_{1,N}^2$ ، همگرا می‌شود و دارای جواب است. نتایج بدست آمده در شکل ۴-۶ نشان می‌دهد که نسبت فرم فاکتور دیراک به فرم فاکتور دوقطبی بر اساس پیشنهاد Regge و با استفاده از تابع

^۱ Pomeron

توزیع کوارکی MRST98 برای توزیع کوارک ظرفیتی تنها برای تکانه انتقالی $-t \leq 0.5 \text{ GeV}^2$ دارای تطابق خوبی است [۱۷].



شکل ۴-۶: نسبت فرم فاکتور دیراک به فرم فاکتور دوقطبی بر اساس پیشنهاد Regge برای مقادیر متفاوت α $\frac{F_1(t)}{F_1^{Dipole}(t)}$. $(F_1^{Dipole} = 1/(1 - \frac{t}{0.71})^2)$ [۱۷].
 شکل ۴-۶ برای چندین مقدار متفاوت α از جمله 0.75 GeV^{-2} ، 0.8 GeV^{-2} و 0.85 GeV^{-2} بررسی شده است که این مقادیر به شیب مسیر Regge نزدیک می‌باشند. مشاهده می‌شود بهترین تطابق برای نسبت فرم فاکتور دیراک به دوقطبی وقتی مقدار α برابر 0.8 GeV^{-2} است در بازه $-t \leq 0.5 \text{ GeV}^2$ بدست می‌آید. بنابراین به نظر می‌رسد که بتوان پیشنهاد بهتری را برای بررسی فرم فاکتورها با توجه به وابستگی کمیت‌های GPDs به t بدست آورد.

۴-۷- پیشنهادات گاوسی اصلاح شده و Regge تعمیم یافته در t های بزرگ

برای اینکه بتوانیم تطابق خوبی با نتایج تجربی در t های بزرگ داشته باشیم باید پیشنهادات گاوسی و Regge را تغییر دهیم. می‌توان گفت پیشنهادات گاوسی و Regge هر دو دارای ساختار ریاضی مشابهی هستند:

$$\mathcal{H}(x, t) = q_v(x) \exp[tg(x)] \quad (۴-۳۰)$$

$g(x) \sim -\ln x$ و $g(x) \sim (1-x)/x$ به ترتیب برای پیشنهادات گاوسی و Regge می‌باشد. در حد های بزرگ فرم فاکتورها با انتگرال گیری بر روی ناحیه‌ای که $tg(x) \sim 1$ و یا $g(x) \sim 1/t \rightarrow 0$ تعیین می‌شوند. در هر دو پیشنهاد $g(x)$ وقتی $x \rightarrow 1$ ، ناچیز است و از طرفی در t های تقریباً بزرگ $F_i(t)$ با توجه به ناحیه $x \rightarrow 1$ مشخص می‌شود. وقتی $x \rightarrow 1$ میل می‌کند، اگر $g(x) \sim (1-x)$ را در نظر بگیریم و همچنین $q_v(x) \approx (1-x)^v$ است. در نتیجه با حل فرم فاکتور دیراک در t بزرگ رفتاری به صورت $1/t^{v+1}$ خواهد داشت. از لحاظ تجربی $v \approx 3$ برابر است و رفتار مجانبی $F_1(t)$ در مدل گاوسی و مدل Regge به صورت $\frac{1}{t^4}$ است. به نظر می‌رسد که این رفتار در تناقض با رفتار نتایج تجربی $\frac{1}{t^2}$ برای $F_1^p(t)$ مشاهده شده است. پس می‌توان به این نتیجه رسید که این دو مدل، برای توصیف و مقایسه نتایج تجربی مناسب نمی‌باشند. نکته مهمی که وجود دارد این است که رفتار منحنی‌های مربوط به $F_1^p(t)$ براساس مدل‌های مطرح شده بسیار پیچیده‌تر از این است که بگوییم $F_1^p(t)$ دارای رفتار منحصراً $1/t^4$ می‌باشد. در اصل تا 10 GeV^2 مدل گاوسی تطابق خوبی با نتایج مربوط به F_1^p دارد [۱۶]. پیش بینی مدل گاوسی برای t های بزرگ‌تر، کاهشی بیشتر از $\frac{1}{t^2}$ در مقایسه با نتایج تجربی از خود نشان می‌دهد. انتظار بر این می‌رود که رفتار مجانبی $\frac{1}{t^4}$ تنها برای مقادیر خیلی بزرگ $t \sim 500 \text{ GeV}^2$ - مشاهده شود. همانطور که در بخش ۴-۷ اشاره شد مدل Regge نتایج را برای F_1^p تقریباً تا $t \sim 1 \text{ GeV}^2$ - پیش بینی می‌کند. هر چند باید منتظر نتایج تجربی دقیق‌تر و جدیدی برای $t \sim 100 \text{ GeV}^2$ - باشیم که شاید رفتار $\frac{1}{t^4}$ را مشاهده کنیم. بنابراین نتیجه گیری که از این مدل‌ها می‌توان کرد این است این مدل‌ها هر چند برای بازه t های بزرگ دارای جواب مناسبی نمی‌باشند اما برای بازه‌ی محدود t به خوبی با نتایج تجربی سازگارند. پیشنهادات گاوسی و Regge از طریق مدل‌های تئوری بدست آمده‌اند. هر چند که هر دوی این مدل‌ها در شرط دیرل-یان-وست (DYW) صدق نمی‌کنند که در بخش ۳-۵ به آن اشاره شد. در شرط DYW که رابطه بین رفتار توابع ساختار وقتی $x \rightarrow 1$ میل می‌کند و وابستگی فرم فاکتورها به t را بیان می‌کند [۷۵، ۷۶]. مطابق شرط DYW، اگر

چگالی پارتونی زمانی که $x \rightarrow 1$ ، مانند $(1-x)^v$ رفتار کند، آنگاه فرم فاکتور مربوطه باید در t های بزرگ به صورت $1/t^{(v+1)/2}$ کاهش یابد. بنابراین اگر $g(x) \sim (1-x)$ باشد شرط DYW برقرار نخواهد بود مگر اینکه $g(x) \sim (1-x)^2$ باشد. بنابراین ساده‌ترین روش برای برقرار بودن شرط DYW اضافه کردن ضریب $(1-x)$ به تابع $g(x)$ اصلی برای دو پیشنهاد گاوسی و Regge است. در نهایت، پیشنهادات گاوسی و Regge تصحیح شده به ترتیب برابر خواهد بود با:

$$\mathcal{H}(x, t) = q_v(x) \exp\left(\alpha t \frac{(1-x)^2}{x^m}\right), \quad (31-4)$$

$$\mathcal{H}(x, t) = q_v(x) x^{-\alpha(1-x)t} \quad (32-4)$$

$\mathcal{H}(x, t)$ را به ترتیب پیشنهادات گاوسی اصلاح شده^۱ (MG) و Regge تعمیم یافته^۲ (ER) می‌نامیم که در شرط DYW صدق می‌کنند:

$$F(t) = \int dx (1-x)^v \exp\left[\alpha t \frac{(1-x)^2}{x^m}\right] \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t^{(v+1)/2}} \quad (33-4)$$

$$F(t) = \int dx (1-x)^v x^{-\alpha(1-x)t} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t^{(v+1)/2}} \quad (34-4)$$

این نکته را در نظر گرفت که شرط DYW به صورت غیر اختلالی و قبل از پیدایش اولیه QCD فرمول بندی شده است. به همین منظور در این شرط شکل تابع ساختار $F_1(x)$ و یا تابع چگالی پارتونی $\mathcal{H}(x, t)$ طبق دینامیک اختلالی QCD تبادل گلوئونی بدست نیامده است. در شرط DYW با دانستن رفتار تابع ساختار وقتی $x \rightarrow 1$ میل می‌کند، می‌توان فرم فاکتور را پیش بینی نمود. اگر توان v را برای $(1-x)^v$ در تابع ساختار تغییر دهیم، منجر به تغییر توان $1/t^{(v+1)/2}$ برای فرم فاکتور می‌شود. باید توجه داشت که توان در اینجا ثابت نیست، بلکه چیزی که ثابت است رابطه تابع ساختار و فرم فاکتور است. این در حالی است که

¹ Modified Gaussian ansatz

² Extended Regge ansatz

در QCD اختلالی توان مشخص و ثابتی برای رفتار فرم فاکتور و رفتار توزیع پارتونی وقتی $x \rightarrow 1$ ، پیش بینی شده است [۹۸]. برای مثال برای فرم فاکتور یک هادرون n کوارکی $\left(\alpha_s/|t|\right)^{n-1}$ ، و برای توزیع پارتونی $\alpha_s^{2n-2}(1-x)^{2n-3}$ با توان ثابت وقتی $x \rightarrow 1$ ، پیش بینی شده است. اختلاف مشاهده شده بین توان QCD اختلالی و شرط DYW به این علت است که در QCD اختلالی توان خاصی که برای فرم فاکتور هادرونی در نظر گرفته می شود وابسته به توان توزیع پارتونی در حالت $x \rightarrow 1$ نمی باشد. توان ثابتی که توسط QCD اختلالی پیش بینی می شود ناشی از نمودارهای پراکندگی مشابهی است که در بررسی شرط DYW نیز در نظر گرفته می شود. بنابراین توان پیش بینی شده در QCD اختلالی برای نوکلئون در توافق با شرط DYW است. مدل در نظر گرفته شده براساس شرط DYW برای فرم فاکتور هادرون می باشد، و رفتار توزیع پارتونی در حالت $x \rightarrow 1$ بر اساس دینامیک غیراختلالی بدست آمده است. بنابراین رفتار مشاهده شده برای فرم فاکتور هادرونی نیز براساس دینامیک غیر اختلالی می باشد، و از سهم QCD اختلالی برای فرم فاکتورها صرف نظر شده است. در نهایت، میانگین مربع شعاع دیراک برای پروتون و نوترون براساس پیشنهادات گاوسی اصلاح شده و Regge تعمیم یافته به ترتیب برابر خواهد بود با:

$$r_{1,p}^2 = -6\alpha \int_0^1 dx [e_u u_v(x) + e_d d_v(x)] \frac{(1-x)^2}{x^m} \quad (۳۵-۴)$$

$$r_{1,n}^2 = -6\alpha \int_0^1 dx [e_u d_v(x) + e_d u_v(x)] \frac{(1-x)^2}{x^m} \quad (۳۶-۴)$$

$$r_{1,p}^2 = -6\alpha \int_0^1 dx [e_u u_v(x) + e_d d_v(x)] (1-x) \ln x \quad (۳۷-۴)$$

$$r_{1,n}^2 = -6\alpha \int_0^1 dx [e_u d_v(x) + e_d u_v(x)] (1-x) \ln x \quad (۳۸-۴)$$

۴-۸ پارامتربندی $\text{GPD} - \mathcal{E}(x, t)$

فرم فاکتور پائولی که بر اساس $\mathcal{E}(x, t)$ بیان می شود، به ترتیب برای پیشنهادهای گاوسی، Regge، گاوسی اصلاح شده، و Regge تعمیم یافته عبارتند از:

$$\mathcal{E}^q(x, t) = \mathcal{E}^q(x) e^{(1-x)t/4x\lambda^2} \quad (۳۹-۴)$$

$$\mathcal{E}^q(x, t) = \mathcal{E}^q(x) x^{-\hat{\alpha}t} \quad (۴۰-۴)$$

$$\mathcal{E}^q(x, t) = \mathcal{E}^q(x) \exp\left(\alpha t \frac{(1-x)^2}{x^m}\right) \quad (۴۱-۴)$$

$$\mathcal{E}^q(x, t) = \mathcal{E}^q(x) x^{-\hat{\alpha}(1-x)t} \quad (۴۲-۴)$$

برخلاف $q_v(x)$ ، $\mathcal{E}^q(x)$ را نمی‌توان از روی اطلاعات بدست آمده از پراکندگی DIS بدست آورد. در حالی که با مطالعه پراکندگی‌های DVCS می‌توان $\mathcal{E}^q(x)$ را بدست آورد. از لحاظ تجربی فرم فاکتور پائولی در t های بزرگ از خود کاهش زیادی را نسبت به فرم فاکتور دیراک نشان می‌دهد. بنابراین در تمام مدل‌های پیشنهاد شده در حالتی که $x \rightarrow 1$ ، میل می‌کند رفتار $\mathcal{E}(x)$ از $\mathcal{H}(x)$ متفاوت خواهد بود. برای بدست آوردن $\mathcal{E}^q(x, t)$ با توجه به پیشنهاد Regge با در نظر گرفتن ساده‌ترین مدل و برحسب $\mathcal{H}(x)$ به صورت زیر بیان شده است [۱۹]:

$$\mathcal{E}^u(x) = \frac{\kappa_u}{2} \mathcal{H}^u(x), \quad \mathcal{E}^d(x) = \kappa_d \mathcal{H}^d(x) \quad (۴۳-۴)$$

که در شرط بهنجارش $\kappa_q = \int_0^1 dx \mathcal{E}^q(x)$ صدق می‌کند و در نهایت با مقادیر مربوط $F_2^p(t=0) = \kappa^p$ و $F_2^n(t=0) = \kappa^n$ برابر است. از طرفی با توجه به قوانین جمع QCD، $\mathcal{E}^q(x)$ ضریب اضافه $(1-x)$ نسبت به $q_v(x)$ را به خود می‌گیرد [۹۹]. بنابراین $\mathcal{E}^q(x, t)$ برای پیشنهاد گاوسی به صورت $\mathcal{E}^q(x) = (1-x)q_v(x)$ در نظر گرفته شده است [۱۸]. همچنین $\mathcal{E}^q(x)$ برای پیشنهادهای گاوسی اصلاح شده و Regge تعمیم یافته را طوری در نظر می‌گیرند که در حالت $t=0$ با ممان مغناطیس غیر عادی پروتون و نوترون برابر باشد و چون از لحاظ تجربی در t های بزرگ F_2^p کاهش بیشتری از خود نشان می‌دهد، رفتار $\mathcal{E}(x)$ در مقایسه با $\mathcal{H}(x)$ وقتی $x \rightarrow 1$ دارای رفتار متفاوتی می‌شود. بنابراین برای اینکه کاهش زیادی را در $x \rightarrow 1$ برای $\mathcal{E}(x)$ مشاهده کنیم ضریب اضافه $(1-x)$ را در مقایسه با $\mathcal{H}(x)$ در نظر می‌گیریم. به

منظور اینکه پارامترهای آزاد بیشتری معرفی نشود، ساده‌ترین پیشنهاد برای $\mathcal{E}(x)$ به صورت ضرب توزیع کواریکی در ضریب اضافه $(1-x)^{\eta_q}$ را در نظر گرفته شده است. بنابراین تعریف $\mathcal{E}(x)$ برابر خواهد بود با:

$$\mathcal{E}^u(x) = \frac{\kappa_u}{N_u} (1-x)^{\eta_u} u_v(x) \quad (44-4)$$

$$\mathcal{E}^d(x) = \frac{\kappa_d}{N_d} (1-x)^{\eta_d} d_v(x) \quad (45-4)$$

ضرایب N_u و N_d به صورت زیر بهنجار هستند:

$$N_u = \int_0^1 dx (1-x)^{\eta_u} u_v(x) \quad (46-4)$$

$$N_d = \int_0^1 dx (1-x)^{\eta_d} d_v(x) \quad (47-4)$$

فصل پنجم

نتیجه گیری و کارهای انجام شده

از نظریه‌های مهم برای بررسی فرم فاکتورهای کشسان نظریه توزیع پارتونی تعمیم یافته (GPDs) است. از روی GPDs می‌توان اطلاعاتی در مورد توزیع کوارک‌ها در داخل هادرون‌ها برای هر کوارک ظرفیتی بدست آورد. فرم فاکتورهای دیراک و پائولی براساس قوانین جمعی که در GPDs وجود دارد در ارتباط با دو کمیت $E(x, \xi, t)$ و $H(x, \xi, t)$ هستند. از طریق محاسبه فرم فاکتورها می‌توان چگونگی توزیع بار در فضا را بدست آورد. چگالی بارالکتریکی و مغناطیسی در فضای عرضی از روی تبدیل فوری دو بعدی فرم فاکتورها بدست می‌آید. مزیت استفاده از چگالی عرضی در این است که دیگر نوکلئونی که تکانه حالت اولیه و نهایی آن متفاوت است که منجر به تابع موج‌های آن متفاوت هستند وقتی در جهت عرضی چگالی را بررسی می‌کنیم از لحاظ مفهوم احتمال مشکلی نخواهیم داشت.

تاکنون برای محاسبه فرم فاکتورها پارامتربندی‌های مختلفی ارائه شده است که هر کدام به بررسی بازه‌های مربع تکانه انتقالی متفاوتی پرداخته‌اند. برای مثال، در روش پیشنهادی گاوسی، فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی پروتون برای بازه مربع تکانه انتقالی میانی بررسی شده است که نتایج این بررسی دارای جواب قابل قبولی در بازه $1\text{GeV}^2 < -t < 10\text{GeV}^2$ می‌باشد [۱۶، ۱۸]. همچنین روش پیشنهاد Regge به بررسی فرم فاکتور الکترومغناطیسی پروتون برای بازه $0.5\text{GeV}^2 < -t$ پرداخته است که دارای تطابق با نتایج تجربی است [۱۷]. علاوه بر پارامتربندی‌های موجود در GPDs، برای بررسی فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی، پارامتربندی‌های Kelly [۸۰] و BBBA05 [۸۱] نیز بر اساس روش پدیده شناختی پارامتربندی مناسبی را برای فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی را در بازه تکانه انتقالی بالا ارائه نموده اند که دارای تطابق قابل قبولی با نتایج تجربی هستند. در این رساله قصد داریم با استفاده از پیشنهادات مناسب ارائه شده در نظریه توزیع پارتونی تعمیم یافته، فرم فاکتورهای پائولی و دیراک (فرم فاکتور کشسان) و در نهایت فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی را برای پروتون و نوترون برای بازه تکانه‌ی انتقالی بزرگ‌تری محاسبه

کنیم. پیشنهادات گاوسی اصلاح شده و Regge تعمیم یافته ارائه شده که در روابط (۴-۳۱) و (۴-۳۲) بیان شده‌اند وابسته به تابع توزیع کوارکی PDFs می‌باشند. به همین منظور با در نظر گرفتن توابع توزیع کوارکی متفاوت و جدید MSTW2008 [۱۰۰]، CJ15 [۱۰۱]، JR09 [۱۰۲]، و GJR07 [۱۰۳] برای پیشنهادات گاوسی اصلاح شده و Regge تعمیم یافته فرم فاکتورهای دیراک و پائولی را بدست می‌آوریم. سپس این دو پیشنهاد را با یکدیگر و با نتایج تجربی و همچنین با دیگر مطالعات قبلی انجام شده [۲۳-۲۵، ۸۰، ۸۱] مقایسه شده است. نتایج بدست آمده را با نتایج تجربی موجود در بازه تکانه انتقالی میانی $-t < 4.5 \text{ GeV}^2$ و بالا $-t < 30 \text{ GeV}^2$ برای فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی مقایسه خواهیم نمود. در نهایت چگالی بار الکتریکی و مغناطیسی عرضی و چگالی بار عرضی نوکلئون قطبیده برای پیشنهادات گاوسی اصلاح شده و Regge تعمیم یافته با در نظر گرفتن توابع توزیع کوارکی مختلف بررسی خواهد شد.

به علاوه سایر کمیت‌هایی که با استفاده نظریه GPDs قابل محاسبه است از جمله مربع شعاع بار الکتریکی برای نوکلئون، تابع توزیع پارتونی وابسته به پارامتر برخورد $q(x, b_\perp)$ محاسبه شده و شرط مثبت بودن برای دو پیشنهاد مطرح شده در $x > 0$ بررسی خواهد شد. همچنین در نهایت تکانه زاویه‌ای کل اجزای تشکیل دهنده نوکلئون که در ارتباط با دومین تکانه x مربوط به GPDs است، را محاسبه می‌کنیم.

۵-۲- فرم فاکتور دیراک و پائولی در GPDs

فرم فاکتورهای دیراک و پائولی نوکلئون برحسب کوارک‌های ظرفیتی u و d با صرف نظر کردن سهم دریای کوارک‌ها را به صورت زیر می‌توان بیان نمود:

$$F_1(t) = \sum_q e_q F_1^q(t) \quad (۵-۱)$$

$$F_2(t) = \sum_q e_q F_2^q(t) \quad (۵-۲)$$

$F_1^q(t)$ و $F_2^q(t)$ برحسب کمیت‌های H و E مربوط به GPDs براساس اولین تکانه GPDs برای کوارک‌های u و d با توجه به رابطه (۲-۷۱) بیان می‌شوند و e_q بار الکتریکی مربوطه به کوارک ظرفیتی مورد نظر است.

به صورت اگر در رابطه (۷۱-۲) $\xi = 0$ در نظر گرفته شود، ناحیه انتگرالی را به صورت $0 < x < 1$ کاهش می‌یابد؛ بنابراین کمیت‌های H و E برای کوارک‌های ظرفیتی به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\mathcal{H}^q(x, t) = H^q(x, 0, t) + H^q(-x, 0, t) \quad (۳-۵)$$

$$\mathcal{E}^q(x, t) = E^q(x, 0, t) + E^q(-x, 0, t), \quad (۴-۵)$$

پس رابطه (۷۱-۲) برای فرم فاکتورهای پائولی و دیراک را می‌توان بازنویسی نمود:

$$\int_0^1 dx \mathcal{H}^q(x, t) = F_1^q(t), \quad \int_0^1 dx \mathcal{E}^q(x, t) = F_2^q(t) \quad (۵-۵)$$

در حالت $t = 0$ ، $\mathcal{H}^q(x, t = 0) = q_v(x)$ برابر با توزیع کوارک غیرقطبیده یا همان چگالی پارتونی forward می‌باشد. بنابراین، برای پروتون داریم:

$$\mathcal{H}^P(x, 0) = e_u u_v(x) + e_d d_v(x), \quad (۶-۵)$$

از طرفی در حد $t = 0$ قادر خواهیم بود، $\mathcal{E}^q(x, t = 0) = \mathcal{E}^q(x)$ را برحسب توزیع پارتونی ارائه نماییم که شامل اطلاعات جدیدی در مورد ساختار نوکلئون است. بهنجارش انتگرال $\kappa_q = \int_0^1 dx \mathcal{E}^q(x)$ برابر ممان مغناطیسی غیر عادی است با مقادیر مربوط به $F_2^p(t = 0)$ و $F_2^n(t = 0)$ که برابر با ممان مغناطیسی پروتون و نوترون است، در ارتباط می‌باشد. بنابراین، ممان مغناطیسی غیر عادی برای اجزای تشکیل دهنده نوکلئون برابر خواهند بود با:

$$\kappa_u = 2\kappa_p + \kappa_n \approx +1.673 \quad (۷-۵)$$

$$\kappa_d = 2\kappa_n + \kappa_p \approx -2.033 \quad (۸-۵)$$

بعلاوه، بهنجارش انتگرال $\mathcal{H}^u(x) = u_v(x)$ و $\mathcal{H}^d(x) = d_v(x)$ مقادیر ۱ و ۲ بدست می‌آیند که همان تعداد کوارک‌های ظرفیتی u و d در داخل پروتون است.

دو ترکیب مهم فرم فاکتورهای دیراک و پائولی، فرم فاکتورهای ساچز هستند. فرم فاکتورهای ساچز (الکترومغناطیسی) نوکلئون‌ها را با صرف نظر کردن سهم دریای کوارک‌ها می‌توان برحسب سهم کوارک‌های u و d بیان نمود:

$$G_{E,M}^p(t) = e_u G_{E,M}^u(t) + e_d G_{E,M}^d(t) \quad (9-5)$$

$$G_{E,M}^n(t) = e_u G_{E,M}^d(t) + e_d G_{E,M}^u(t) \quad (10-5)$$

با توجه به روابط (9-5) و (10-5) سهم کوارک‌های u و d در فرم فاکتورهای پروتون و نوترون برابر خواهند بود با:

$$G_{E,M}^u(t) = 2G_{E,M}^p(t) + G_{E,M}^n(t) \quad (11-5)$$

$$G_{E,M}^d(t) = G_{E,M}^p(t) + 2G_{E,M}^n(t) \quad (12-5)$$

$G_{E,M}^u$ توزیع کوارک u در داخل پروتون و توزیع کوارک d در داخل نوترون است.

همچنین مربع شعاع الکتریکی نوکلئون ($r_{E,N}^2 = -6 \frac{dG_E}{dt} \Big|_{t=0}$) بر اساس رابطه فرم فاکتور الکتریکی برابر خواهد بود با:

$$r_{E,N}^2 = r_{1,N}^2 + \frac{3}{2} \frac{\kappa_N}{M_N^2} \quad (13-5)$$

جمله اول در سمت راست رابطه مربع شعاع دیراک $r_{1,N}^2 = 6 \frac{dF_1^N}{dt} \Big|_{t=0}$ است و جمله دوم عبارت فولدی^۱ می‌باشد.

۵-۳- نتایج فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی برای پیشنهاد گاوسی اصلاح شده در بازه تکانه

$$-t < 4.5 \text{ GeV}^2 \text{ انتقالی}$$

در این بخش قصد داریم فرم‌های فاکتورهای دیراک، پائولی، فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی پروتون و نوترون و سهم اجزای تشکیل‌دهنده نوکلئون‌ها در فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی نوکلئون را به صورت

^۱Foldy Term

جداگانه تنها با در نظر گرفتن به پیشنهاد گاوسی اصلاح شده از رابطه (۴-۳۱) بدست آوریم [۱۰۴]. تابع توزیع کوارکی MSTW2008 برای $\mathcal{H}(x, t)$ در نظر گرفته شده است. نتایج بدست آمده با نتایج تجربی برای بازه تکانه انتقالی $-t < 4.5 \text{ GeV}^2$ مورد بررسی قرار می‌دهیم و با نتایج پارامتربندی‌های مربوط به مطالعات قبلی [۲۳-۲۵] مقایسه می‌کنیم. ما در این بخش پارامتربندی جدیدی را برای پیشنهاد گاوسی اصلاح شده در تابع توزیع کوارکی MSTW2008 ارائه می‌کنیم و می‌خواهیم با پارامتربندی‌های بدست آمده از مطالعات قبلی [۲۴، ۲۵] برای همین تابع توزیع مقایسه بنماییم. همچنین نتایج بدست آمده را نیز با پارامتربندی ارائه شده در [۲۳] برای پیشنهاد گاوسی اصلاح شده با تابع توزیع کوارکی MSRT2002 [۱۰۵] مقایسه خواهیم نمود.

در تابع توزیع کوارکی غیرقطبیده MSTW2008 پارامتربندی استفاده شده که در حالت $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$ است و در تقریب $NNLO$ به این صورت بیان می‌شود [۱۰۰]:

$$u_v(x, Q_0^2) = 0.2225x^{-0.735}(1-x)^{3.3627}(1 + 4.4343\sqrt{x} + 38.599x) \quad (۱۴-۵)$$

$$d_v(x, Q_0^2) = 17.938x^{0.084}(1-x)^{6.11}(1 - 3.6387\sqrt{x} + 5.2577x) \quad (۱۵-۵)$$

از مطالعات پیشین انجام شده [۲۳]، تابع توزیع کوارکی غیرقطبیده در نظر گرفته شده MSRT2002 است. پارامتربندی استفاده شده MSRT2002 در حالت $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$ است که در تقریب $NNLO$ برابر است با [۱۰۵]:

$$u_v(x, Q_0^2) = 0.262x^{-0.69}(1-x)^{3.5}(1 + 3.83\sqrt{x} + 37.65x) \quad (۱۶-۵)$$

$$d_v(x, Q_0^2) = 0.061x^{-0.65}(1-x)^{4.03}(1 + 49.05\sqrt{x} + 8.65x) \quad (۱۷-۵)$$

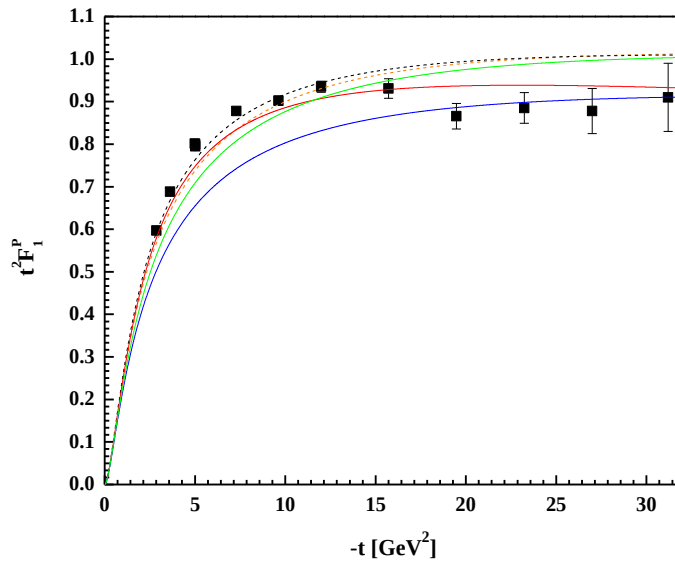
از آنجایی که فرم فاکتور دیراک با توجه به پیشنهاد گاوسی اصلاح شده برای $\mathcal{H}^q(x, Q_0^2)$ وابسته به پارامترهای α و m است، در شکل ۵-۱ این پارامترها از تطابق با رفتار تجربی $t^2F_1(t)$ برای توابع توزیع

کوارکی MSTW2008 بدست آمده است. همچنین، فرم فاکتور پائولی که برحسب $\mathcal{E}(x, t)$ با توجه به رابطه (۴۱-۴) بیان می‌شود وابسته به η_u و η_d هستند که از برازش رفتار تجربی $F_1(t)/F_2(t)$ ، مقادیر η_d و η_u برای تابع توزیع کوارکی مورد نظر تعیین می‌شوند که در شکل ۵-۲ قابل مشاهده است. ما نتایج بدست آمده برای فرم فاکتورهای کشسان را با نتایج حاصل از مطالعات پیشین [۲۳-۲۵] مقایسه می‌کنیم. برای تابع توزیع کوارکی MSTW2008 در پیشنهاد گاوسی اصلاح شده مشاهده می‌شود که با در نظر گرفتن دو مقدار متفاوت $\alpha = 1.19 \text{ GeV}^{-2}$ (منحنی سبز رنگ) و $\alpha = 1.25 \text{ GeV}^{-2}$ (منحنی آبی رنگ) و $m = 0.4$ برای بررسی بیشتر در بازه t های میانی و بزرگ، دارای تطابق خوبی با رفتار تجربی $t^2 F_1(t)$ هستند و با در نظر گرفتن $\eta_u = \eta_d = 1.25$ تطابق مناسبی برای رفتار تجربی $F_1(t)/F_2(t)$ دارند.

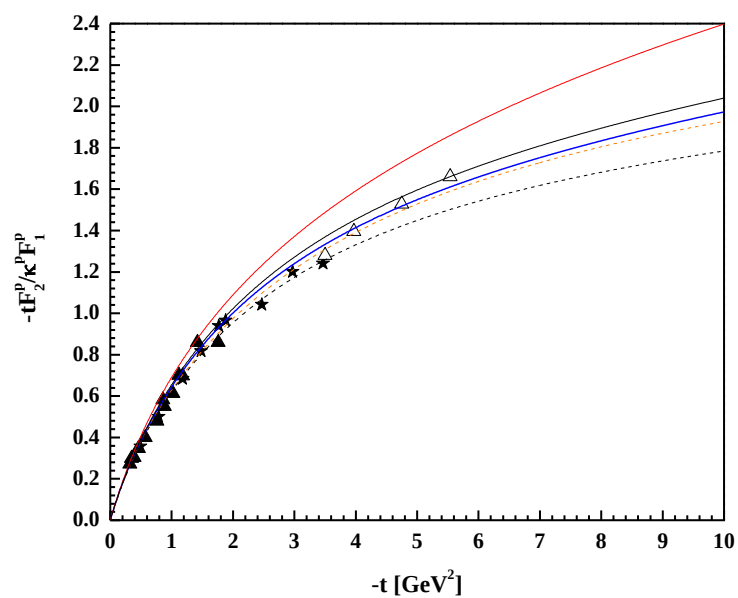
در مراجع [۲۴، ۲۵] در بدست آوردن فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی که دارای تطابق قابل قبولی با نتایج تجربی می‌باشند، مجموعه پارامترهای به کارگیری شده به ترتیب یک مجموعه‌ای از مقادیر ۵ و ۶ پارامتری است. در [۲۴] (منحنی خط‌چین نارنجی) برای α دو مقدار جداگانه برای H و E معرفی شده است ($\alpha_H =$ 1.2 و $\alpha_E = 1.362$) و مقدار جداگانه $\eta_u = 1.56$ و $\eta_d = -0.46$ و $m = 0.357$ معرفی شده است البته در مخرج کسر پیشنهاد گاوسی اصلاح شده نیز ضریبی x_0 که به x اضافه شده معرفی شده است که دارای مقدار 0.003 است. در [۲۵] (منحنی خط‌چین مشکی) برای فرم فاکتور پروتون و نوترون مقادیر به صورت جداگانه با در نظر گرفتن ضرایب برای اجزای تشکیل دهنده نوکلئون به صورت $\alpha_d^p = 1.41$ ، $\alpha_u^p = 1.21$ ، $\alpha_d^n = 1.66$ ، $\alpha_u^n = 1.49$ ، $m^p = 0.35$ و $m^n = 0.66$ و مقادیر $\eta_u = 1.53$ و $\eta_d = 0.31$ ارائه شده‌اند. در مرجع [۲۳] (منحنی قرمز رنگ) نیز مقادیر $\alpha_H = 1.1$ ، $\alpha_E = 1.4$ ، $\eta_u = 1.713$ ، $\eta_d = 0.566$ و $m = 0.4$ برای تابع توزیع کوارکی MSRT2002 پیشنهاد شده‌اند. سعی نموده‌ایم تعداد پارامتر کمتری را در بدست آوردن فرم فاکتورهای دیراک و پائولی معرفی کنیم که دارای تطابق بهتری با نتایج تجربی داشته باشند. شکل‌های ۵-۳ و ۵-۴ نسبت فرم فاکتور الکتریکی و مغناطیسی به فرم فاکتور دو قطبی و سهم

اجزای تشکیل دهنده در فرم فاکتور الکتریکی و مغناطیسی پروتون را نمایش می‌دهد. نتایج بدست آمده دارای تطابق خوبی به ویژه برای منحنی‌های $\frac{G_M^p}{G_D}$ ، $2/3(\frac{G_E^u}{G_D})$ ، $2/3(\frac{G_M^u}{G_D})$ و $-1/3(\frac{G_M^d}{G_D})$ با نتایج تجربی هستند. پارامتربندی ارائه شده در [۲۴، ۲۳] برای $\frac{G_E^p}{G_D}$ دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی هستند، هرچند که پارامتربندی مطرح شده توسط ما نیز دارای تطابق خوبی تا بازه $-t < 2 \text{ GeV}^2$ با نتایج تجربی می‌باشند. برای $\frac{G_M^p}{G_D}$ وقتی که $\alpha = 1.25 \text{ GeV}^{-2}$ (منحنی آبی رنگ) در نظر گرفته‌ایم نتایج تجربی را پوشش نمی‌دهد، اما برای $\alpha = 1.19 \text{ GeV}^{-2}$ (منحنی سبز رنگ) دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی در مقایسه با کارهای قبلی دیگران [۲۵-۲۳] دارد. برای $-\frac{1}{3}(\frac{G_E^d}{G_D})$ با توجه به پارامتربندی به کار گرفته شده در [۲۵] تطابق خوبی با نتایج تجربی در مقایسه کار ما و یا کارهای قبلی [۲۴، ۲۳] مشاهده می‌شود، اما قابل ذکر است که پارامتربندی ارائه شده توسط ما نسبت به کارهای دیگران [۲۴، ۲۳] تا بازه $-t < 2.5 \text{ GeV}^2$ با نتایج تجربی پوشش دارد. شکل‌های ۵-۵ و ۶-۵ نسبت فرم فاکتور الکتریکی و مغناطیسی به فرم فاکتور دو قطبی و سهم اجزای تشکیل دهنده در فرم فاکتور الکتریکی و مغناطیسی نوترون را نمایش می‌دهد. پارامتربندی به کار رفته در [۲۵] برای $\frac{G_E^n}{G_D}$ دارای تطابق بهتری نسبت کارهای قبلی دیگران [۲۴، ۲۳] می‌باشند. مشاهده می‌شود که برای $\frac{G_M^n}{\mu_n G_D}$ پارامتربندی‌های ارائه شده در [۲۴، ۲۳] دارای تطابق قابل قبولی نسبت به پارامتربندی در نظر گرفته شده توسط ما و [۲۵] است. با توجه به پارامتربندی ارائه شده توسط ما برای $-\frac{1}{3}(\frac{G_E^u}{G_D})$ ، $-\frac{1}{3}(\frac{G_M^u}{\mu_n G_D})$ و $\frac{2}{3}(\frac{G_E^d}{G_D})$ مشاهده می‌شود دارای تطابق بهتری به نسبت کارهای قبلی دیگران هستند [۲۳-۲۵]. از طرفی برای $\frac{2}{3}(\frac{G_M^d}{\mu_n G_D})$ نیز مشاهده می‌شود که پارامتربندی‌های ارائه شده در [۲۴، ۲۳] دارای تطابق قابل قبولی نسبت به پارامتربندی در نظر گرفته شده توسط ما و [۲۵] است. شکل ۷-۵ نسبت فرم فاکتور الکتریکی به مغناطیسی پروتون را نمایش می‌دهد. برای $\frac{\mu_p G_E^p}{G_M^p}$ با استفاده از پارامتربندی مطرح شده توسط ما دارای تطابق بهتری با نتایج تجربی نسبت به کارهای قبلی دیگران هستند [۲۳-۲۵]. برای $\frac{\mu_n G_E^n}{G_M^n}$

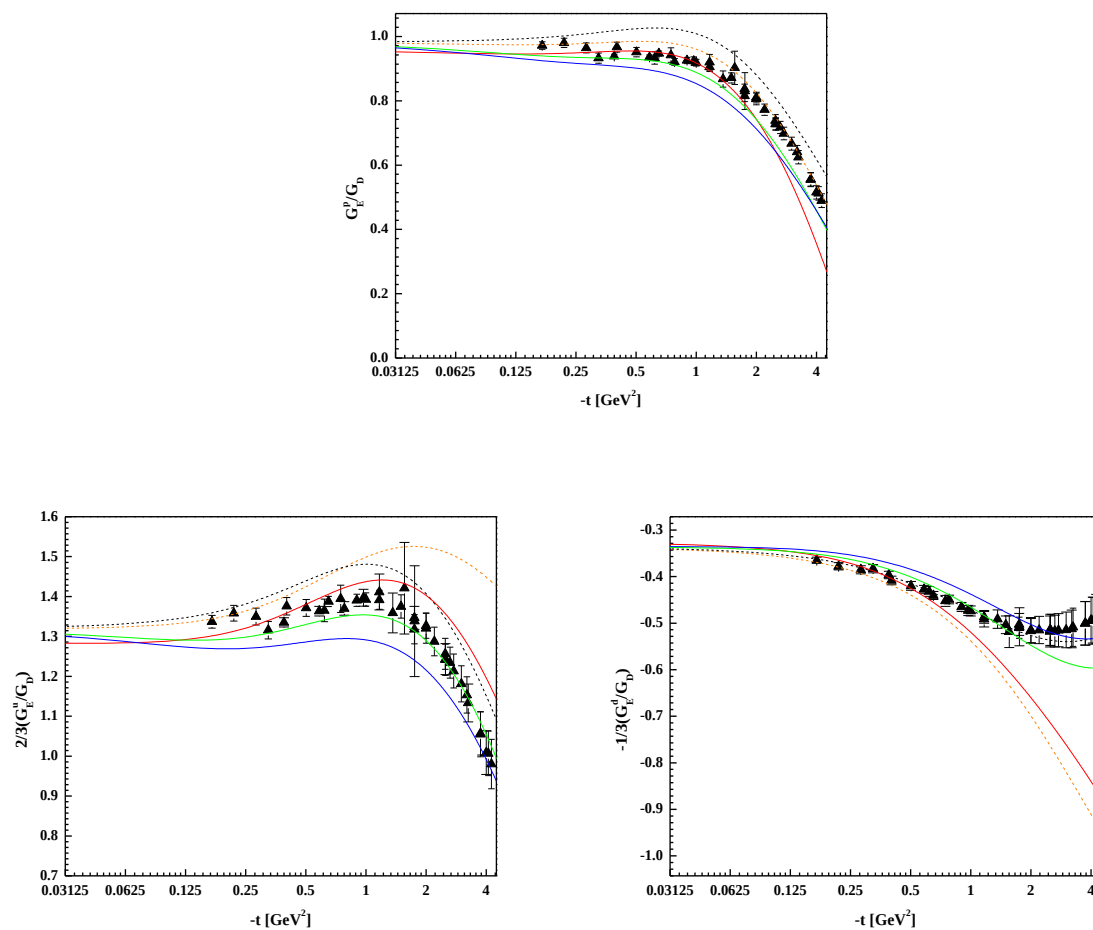
پارامتربندی به کاربرده شده در [۲۵] تا بازه $-t < 2 \text{ GeV}^2$ به نتایج تجربی میل می کند و پارامتربندی ارائه شده توسط ما برای $\alpha = 1.25 \text{ GeV}^{-2}$ نسبت به [۲۳، ۲۴] به سمت نتایج تجربی میل می کند.



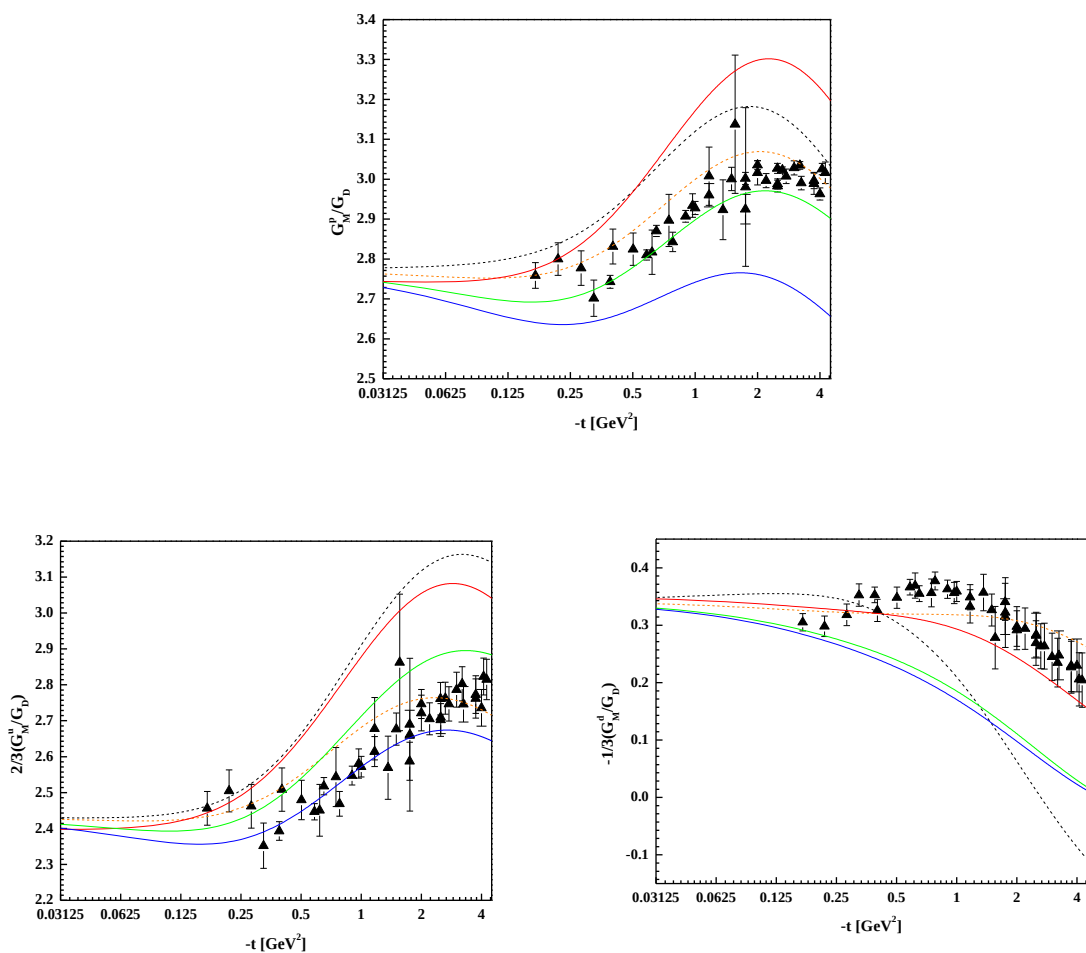
شکل ۵-۱: فرم فاکتور دیراک پروتون F_1 که به t^2 ضرب شده و تابعی از $-t$ است را نمایش می دهد. منحنی سبز رنگ برای MG و تابع توزیع کواریکی MSTW2008 با مقدار $\alpha = 1.19 \text{ GeV}^{-2}$ رسم شده است، منحنی آبی رنگ برای MG و تابع توزیع کواریکی MSTW2008 با مقدار $\alpha = 1.25 \text{ GeV}^{-2}$ رسم شده است [۱۰۴]. منحنی قرمز رنگ از مرجع [۲۳] گرفته شده است. همچنین منحنی های خط چین نارنجی و خط چین مشکی براساس پارامتربندی های متفاوتی برای تابع توزیع کواریکی MSTW2008 [۲۴، ۲۵] رسم شده اند. نتایج تجربی (مربع مشکی رنگ) برای F_1^P از مرجع [۱۰۶] گرفته شده است.



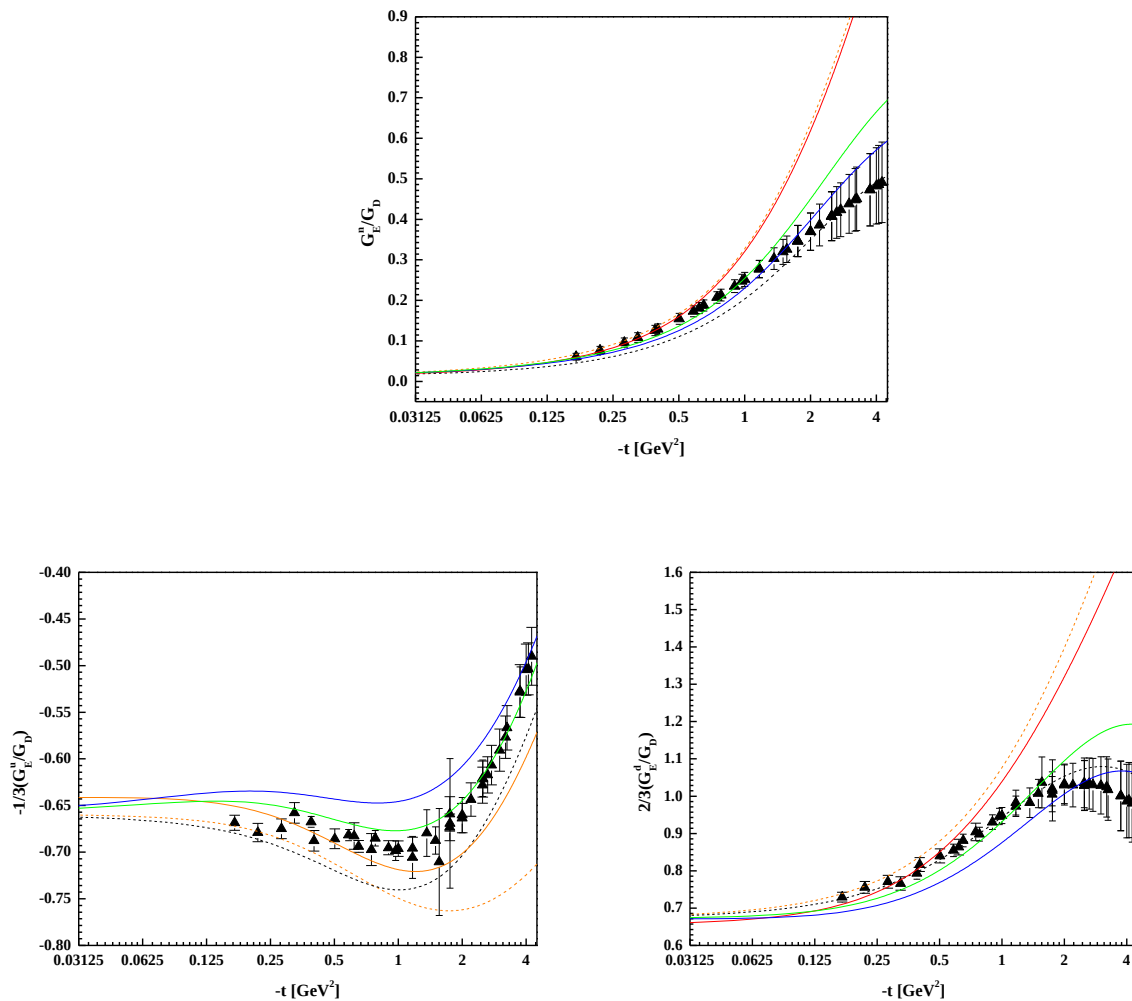
شکل ۵-۲: نسبت فرم فاکتور پائولی به فرم فاکتور دیراک پروتون که به $-t$ ضرب شده را نمایش می‌دهد. نتایج تجربی برای نسبت F_2^p/F_1^p ستاره تو پر از مرجع [۱۰۷]، مثلث تو پر از مرجع [۸۴]، مثلث تو خالی از مرجع [۸۵] گرفته شده‌اند. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۱ هستند.



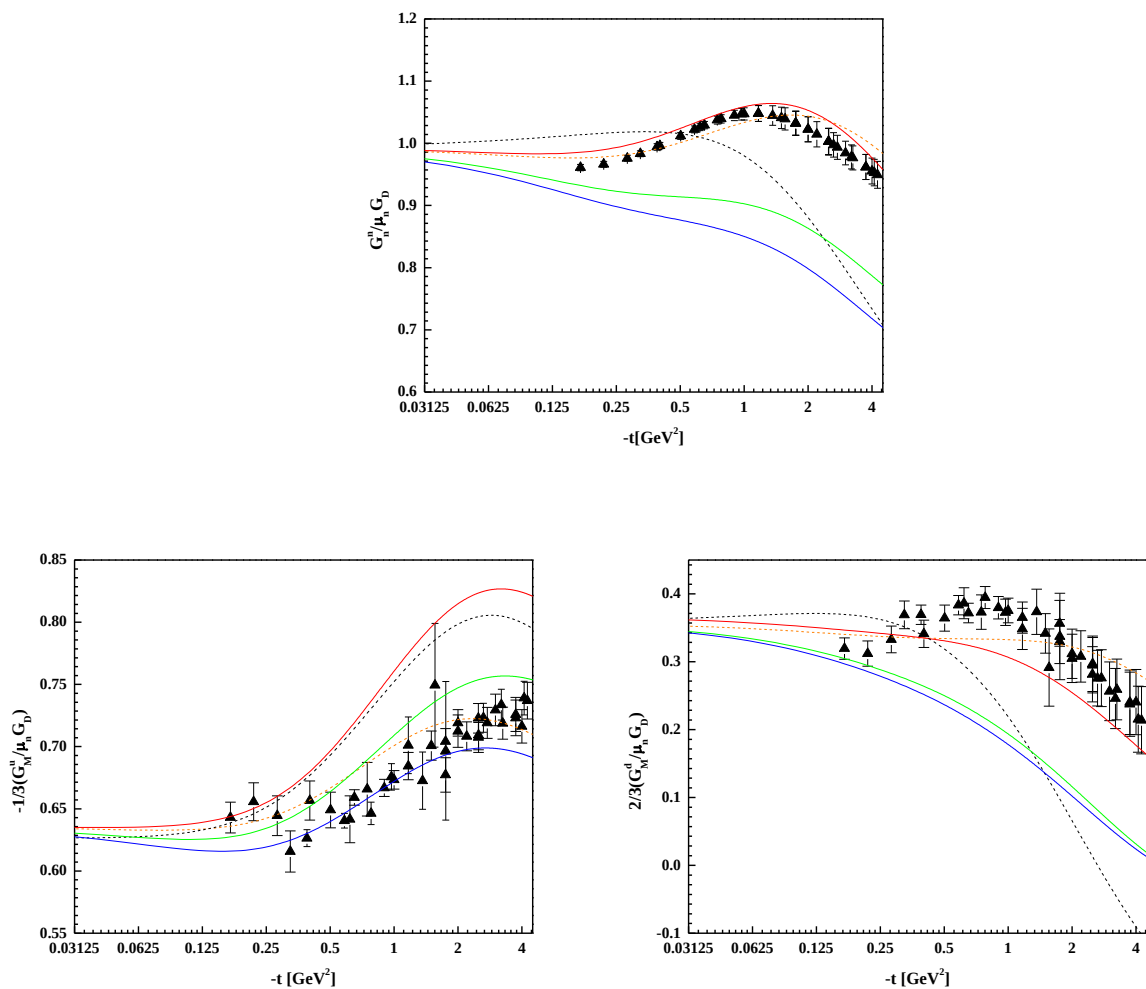
شکل ۳-۵: نسبت فرم فاکتور الکتریکی پروتون به فرم فاکتور دوقطبی $\frac{G_E^p}{G_D^p}$ (بالا) و سهم کوارک‌های تشکیل دهنده پروتون در فرم فاکتور الکتریکی $2/3(G_E^u/G_D^u)$ (سمت چپ) و $-1/3(G_E^d/G_D^d)$ (سمت راست) را نمایش می‌دهند. نتایج تجربی لوزی توپر از مرجع [۱۰۸] گرفته شده است. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۱ هستند.



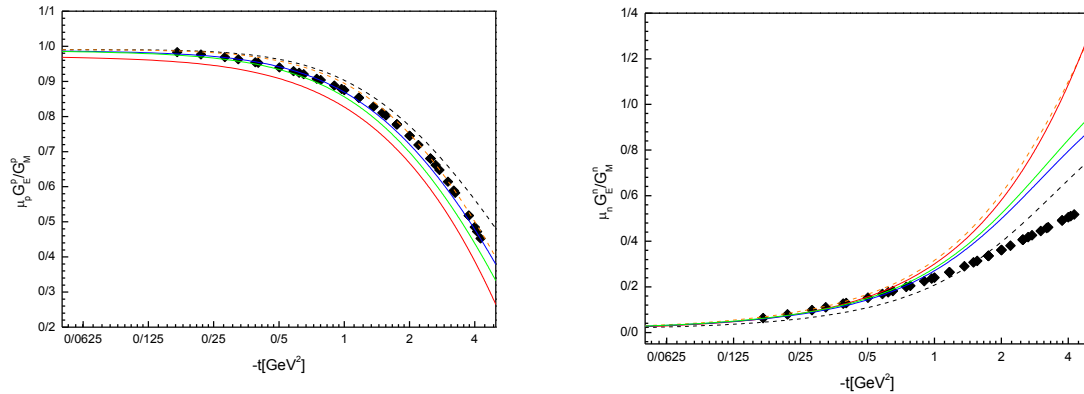
شکل ۴-۵: نسبت فرم فاکتور مغناطیسی پروتون به فرم فاکتور دوقطبی $\frac{G_M^p}{G_D}$ (بالا) و سهم کوارک‌های تشکیل دهنده پروتون در فرم فاکتور مغناطیسی $\frac{2}{3}(\frac{G_M^u}{G_D})$ (سمت چپ) و $-\frac{1}{3}(\frac{G_M^d}{G_D})$ (سمت راست) را نمایش می‌دهند. نتایج تجربی لوزی توپر از مرجع [۱۰۸] گرفته شده است. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۱ هستند.



شکل ۵-۵: نسبت فرم فاکتور الکتریکی نوترون به فرم فاکتور دوقطبی $\frac{G_E^n}{G_D^n}$ (بالا) و سهم کوارک‌های تشکیل دهنده نوترون در فرم فاکتور الکتریکی $-1/3(\frac{G_E^u}{G_D^u})$ (سمت چپ) و $2/3(\frac{G_E^d}{G_D^d})$ (سمت راست)، را نمایش می‌دهند. نتایج تجربی لوزی توپر از مرجع [۱۰۸] گرفته شده است. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۱ هستند.



شکل ۵-۶: نسبت فرم فاکتور مغناطیسی نوترون به فرم فاکتور دوقطبی $\frac{G_M^n}{\mu_n G_D}$ (بالا) و سهم کوارک‌های تشکیل دهنده نوترون در فرم فاکتور مغناطیسی $-1/3(\frac{G_M^n}{\mu_n G_D})$ (سمت چپ) و $2/3(\frac{G_M^d}{\mu_n G_D})$ (سمت راست) را نمایش می‌دهند. نتایج تجربی لوزی توپر از مرجع [۱۰۸] گرفته شده است. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۱ هستند.



شکل ۵-۷: نسبت فرم فاکتور الکتریکی به مغناطیسی پروتون و نوترون $\mu_p G_E^p / G_M^p$ (سمت چپ) و $\mu_n G_E^n / G_M^n$ (سمت راست). نتایج تجربی لوزی توپر از مرجع [۱۰۸] گرفته شده است. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۱ هستند.

۵-۴- نتایج فرم فاکتورهای الکترو مغناطیسی برای پیشنهادات گاوسی اصلاح شده و Regge

تعمیم یافته در بازه تکانه انتقالی $-t < 30 \text{ GeV}^2$

در این بخش قصد داریم فرم فاکتورهای دیراک و پائولی را با توجه به پیشنهادات گاوسی اصلاح شده و Regge تعمیم یافته برای $\mathcal{H}(x, t)$ از روابط (۴-۳۱) و (۴-۳۲) بدست بیاوریم که قسمت x کمیت $\mathcal{H}(x, t)$ وابسته به تابع توزیع کوارکی $q_v(x)$ است. ما توابع توزیع کوارکی متفاوت را در بدست آوردن فرم فاکتورهای کشسان در بازه تکانه انتقالی بالا در نظر گرفته‌ایم [۱۰۹]. علاوه بر تابع توزیع کوارکی MSTW2008 که در بخش قبل استفاده نمودیم و فرم فاکتورها را برای بازه تکانه انتقالی میانی بررسی کردیم، در ادامه توابع توزیع کوارکی دیگری را برای بررسی فرم فاکتورهای دیراک و پائولی از جمله CJ15 [۱۰۱]، JR09 [۱۰۲] و GJR07 [۱۰۳] استفاده خواهیم نمود. در ادامه توابع توزیع کوارکی به کاربرده شده را معرفی می‌کنیم. یکی از توابع توزیع کوارکی غیرقطبیده در نظر گرفته شده CJ15 است. پارامتربندی استفاده شده CJ15 در حالت $Q_0^2 = 1.69 \text{ GeV}^2$ است که در تقریب NLO برابر است با [۱۰۱]:

$$u_v(x, Q_0^2) = 2.4067x^{-0.3846}(1-x)^{3.5433}(1+3.4609x) \quad (۱۸-۵)$$

$$d_v(x, Q_0^2) = 24.684x^{0.1595}(1-x)^{6.5514}(1-3.503\sqrt{x}+4.6787x) \quad (۱۹-۵)$$

همچنین، برای داشتن تطابق بهتر در x های بزرگ جمله‌ای بر حسب تابع توزیع کوارک u_v به تابع توزیع کوارک ظرفیتی d_v اضافه شده است:

$$d_v \rightarrow 24.684 \left(\frac{d_v}{24.684} + bx^c u_v \right) \quad (۲۰-۵)$$

دو پارامتر به صورت $b = 3.6005 \times 10^{-3}$ و $c = 2$ می‌باشند. تابع توزیع کوارکی غیرقطبیده بعدی در نظر گرفته شده JR09 است. پارامتربندی بیان شده در JR09، در حالت $Q_0^2 = 0.55 \text{ GeV}^2$ است که در تقریب $NNLO$ عبارت است از [۱۰۲]:

$$u_v(x, Q_0^2) = 4.4049x^{-0.2125}(1-x)^{3.6857}(1 - 1.1483\sqrt{x} + 4.5921x) \quad (۲۱-۵)$$

$$d_v(x, Q_0^2) = 13.824x^{-0.1778}(1-x)^{5.6754}(1 - 2.2415\sqrt{x} + 3.5917x) \quad (۲۲-۵)$$

آخرین تابع توزیع کوارکی غیرقطبیده‌ی در نظر گرفته شده، GJR07 است. پارامتربندی مورد استفاده‌ی برای GJR07 در حالت $Q_0^2 = 0.5 \text{ GeV}^2$ است که در تقریب $NNLO$ برابر خواهد بود با [۱۰۴]:

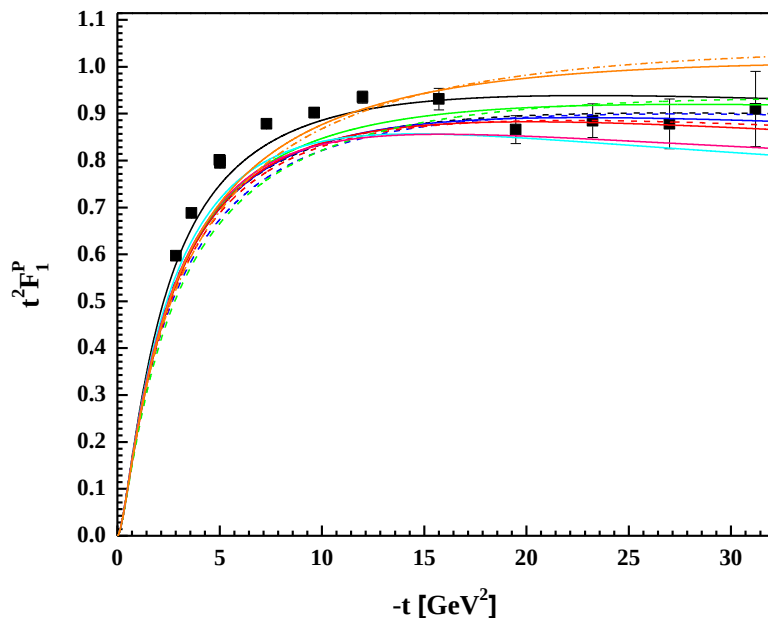
$$u_v(x, Q_0^2) = 1.2757x^{-0.504}(1-x)^{3.4525}(1 - 2.0704\sqrt{x} + 13.225x) \quad (۲۳-۵)$$

$$d_v(x, Q_0^2) = 0.7893x^{-0.4835}(1-x)^{4.6006}(1 - 1.8488\sqrt{x} + 14.179x) \quad (۲۴-۵)$$

همان‌طور که در بخش ۳-۵ بیان شد، فرم فاکتور دیراک با توجه به پیشنهاد گاوسی اصلاح شده برای $\mathcal{H}^q(x, t)$ وابسته به پارامترهای α و m می‌باشد. همچنین فرم فاکتور دیراک در پیشنهاد Regge تعمیم-یافته برای $\mathcal{H}^q(x, t)$ به پارامتر α وابسته است. در شکل ۵-۸ این پارامترها از تطابق با رفتار تجربی $t^2 F_1(t)$ ، برای توابع توزیع کوارکی مختلف بدست آمده است. همچنین، فرم فاکتور پائولی بر حسب $\mathcal{E}(x, t)$ از روابط (۴۱-۴) و (۴۲-۴) بیان می‌شوند که هر دو پیشنهاد وابسته به η_u و η_d می‌باشند که از تطابق با رفتار تجربی $F_1(t)/F_2(t)$ برای توابع توزیع کوارکی مختلف تعیین می‌شوند که در شکل ۵-۹ ارائه شده است. مقادیر بدست آمده برای پیشنهاد گاوسی اصلاح شده و پیشنهاد Regge تعمیم یافته که بهترین

تطابق را با نتایج تجربی دارند، در جدول‌های ۵-۱ و ۵-۲ ارائه شده است. ما نتایج بدست آمده برای فرم فاکتورهای کشسان را با نتایج حاصل از مطالعات پیشین [۱۹، ۲۳، ۸۰، ۸۱] مقایسه می‌کنیم. فرم فاکتور-های کشسان در مرجع [۲۳] (منحنی مشکی رنگ) با توجه به پیشنهاد گاوسی اصلاح شده و در مرجع [۱۹] (منحنی خطچین مشکی رنگ) با در نظر گرفتن پیشنهاد Regge تعمیم یافته بدست آمده اند که تنها تابع توزیع پارتونی MSRT2002 در هر دو این پیشنهادات در نظر گرفته شده است. همچنین، پارامتربندی‌های Kelly [۸۰] (منحنی آبی فیروزه‌ای رنگ) و BBBA05 [۸۱] (منحنی صورتی رنگ) براساس پارامتربندی پدیده شناختی استاندارد است که پارامتربندی مناسبی برای فرم فاکتورهای G_E و G_M در آن‌ها ارائه شده است. شکل ۵-۱۰ فرم فاکتور دیراک و پائولی را برای اجزای تشکیل‌دهنده نوکلئون یعنی کوارک‌های u و d ، $F_1^{u,d}$ و $F_2^{u,d}$ را نمایش می‌دهد. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که پارامتربندی‌های در نظر گرفته برای چهار تابع توزیع پارتونی مختلف در پیشنهادهای MG و ER دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی می‌باشند. به ویژه برای تابع توزیع کوارکی CJ15 (منحنی‌های آبی رنگ و خطچین آبی) تطابق خوبی با نتایج تجربی وجود دارد. برای فرم فاکتور F_1^d مشاهده می‌شود که پارامتربندی‌های Kelly [۸۰] و BBBA05 [۸۱] در مقایسه با پارامتربندی‌های در نظر گرفته در تحقیق حاضر دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی هستند. شکل ۵-۱۱ فرم فاکتورهای دیراک و پائولی پروتون (F_1^p ، F_2^p و F_2^p/F_1^p) را برای یک سری نتایج تجربی بدست آمده متفاوت نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که پارامتربندی‌های در نظر گرفته در این رساله برای پیشنهادهای مطرح شده دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی و پارامتربندی‌های Kelly [۸۰] و BBBA05 [۸۱] می‌باشند. شکل ۵-۱۲ به مانند شکل ۵-۱۱ فرم فاکتورهای دیراک و پائولی را برای نوترون نمایش می‌دهند، مشاهده می‌کنیم که پارامتربندی‌های در نظر گرفته شده در این رساله دارای تطابق قابل قبولی با نتایج تجربی هستند. برای F_1^n مشاهده می‌شود پارامتربندی‌های Kelly [۸۰] و BBBA05 [۸۱] دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی هستند، هر چند که

در پارامتربندی‌های در نظر گرفته شده در این رساله تا $t < 1.2 \text{ GeV}^2$ از تطابق مناسبی با نتایج تجربی تطابق برخوردارند. شعاع دیراک پروتون و نوترون برای پیشنهاد MG با توجه به انتگرال‌های روابط (۴-۳۵) و (۴-۳۶)، و برای پیشنهاد ER از طریق انتگرال روابط (۴-۳۷) و (۴-۳۸) محاسبه می‌شوند. در نتیجه می‌توان میانگین مربع شعاع الکتریکی را برای پروتون و نوترون با توجه به رابطه (۵-۱۳) محاسبه کرد. نتایج محاسبه شده برای میانگین مربع شعاع الکتریکی در جدول ۵-۳ ارائه شده است که دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی می‌باشند. بخصوص میانگین مربع شعاع الکتریکی پروتون و نوترون با در نظر گرفتن تابع توزیع پارتونی GRJ07 (منحنی خط‌چین قرمز) برای پیشنهاد ER به نتایج تجربی نزدیک‌تر می‌باشند. شکل ۵-۱۳-a نسبت فرم فاکتور الکتریکی به مغناطیسی پروتون را نشان می‌دهد. مشاهده می‌کنیم که پارامتربندی‌های ارائه شده برای PDFs مختلف دارای برازش خوبی با نتایج تجربی هستند. شکل ۵-۱۳-b نسبت فرم فاکتور مغناطیسی به فرم فاکتور دو قطبی پروتون را نشان می‌دهد، نتایج نشان می‌دهد که پیشنهاد MG مورد استفاده برای PDFs مختلف نیز تطابق خوبی با نتایج تجربی دارند. از طرفی پیشنهاد ER نیز تطابق قابل قبولی در بازه تکانه انتقالی بزرگ با نتایج تجربی دارد. شکل ۵-۱۴-a فرم فاکتور الکتریکی نوترون را نمایش می‌دهد، نمودارهای رسم شده با توجه به پارامتربندی‌های استفاده شده برای پیشنهاد MG با در نظر گرفتن PDFs مختلف نسبت به پارامتربندی‌های پیشنهاد ER تطابق قابل قبولی با نتایج تجربی دارند. شکل ۵-۱۴-b نسبت فرم فاکتور مغناطیسی نوترون به فرم فاکتور دو قطبی را نمایش می‌دهد. نتایج رسم شده بیانگر آن است که پارامتربندی‌های به کارگیری شده در پیشنهاد MG نسبت به پیشنهاد ER دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی می‌باشند. این در حالی است که رفتار کلی پیشنهاد ER از تطابق قابل قبولی نیز با نتایج تجربی دارند.



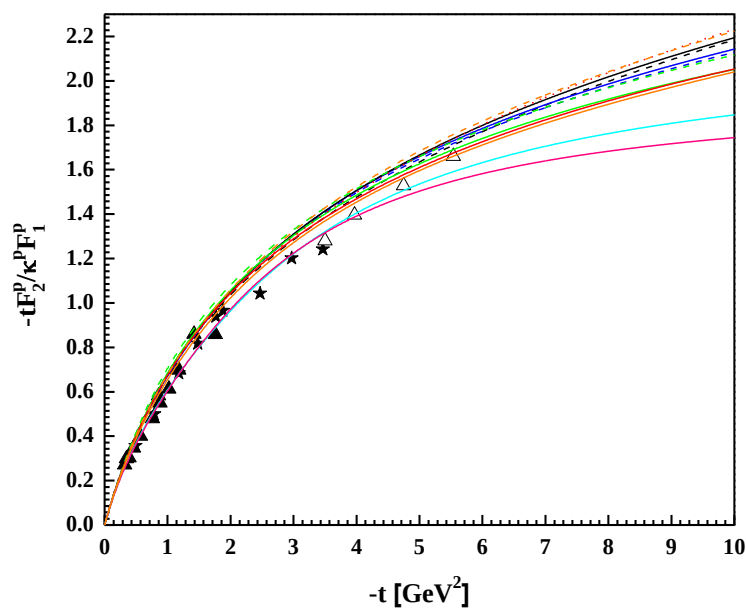
شکل ۵-۸: فرم فاکتور دیراک پروتون F_1 که به t^2 ضرب شده و تابعی از $-t$ است را نمایش می‌دهد. منحنی نارنجی رنگ برای MG و تابع توزیع کواریکی MSTW2008 رسم شده است، منحنی آبی رنگ برای MG و تابع توزیع کواریکی CJ15 رسم شده است، منحنی سبز رنگ برای MG و تابع توزیع کواریکی JR09 رسم شده است، و منحنی قرمز رنگ برای MG و تابع توزیع کواریکی GJR07 رسم شده است. منحنی خط‌چین آبی رنگ برای ER و تابع توزیع کواریکی CJ15 رسم شده است، منحنی خط‌چین سبز رنگ برای ER و تابع توزیع کواریکی JR09 رسم شده است، و منحنی خط‌چین قرمز رنگ برای ER و تابع توزیع کواریکی GJR07 رسم شده است. منحنی‌های مشکی رنگ و خط چین مشکی رنگ از مراجع [۲۳، ۱۹] گرفته شده است. همچنین منحنی‌های آبی فیروزه‌ای براساس پارامتربندی Kelly [۸۰] و صورتی براساس پارامتربندی BBBA05 [۸۱] رسم شده‌اند. نتایج تجربی (مربع مشکی رنگ) برای F_1^p از مرجع [۱۰۶] گرفته شده است.

جدول ۵-۱: مقادیر بدست آمده برای پارامترهای پیشنهاد گاوسی اصلاح شده با در نظر گرفتن توابع توزیع کواریکی مختلف.

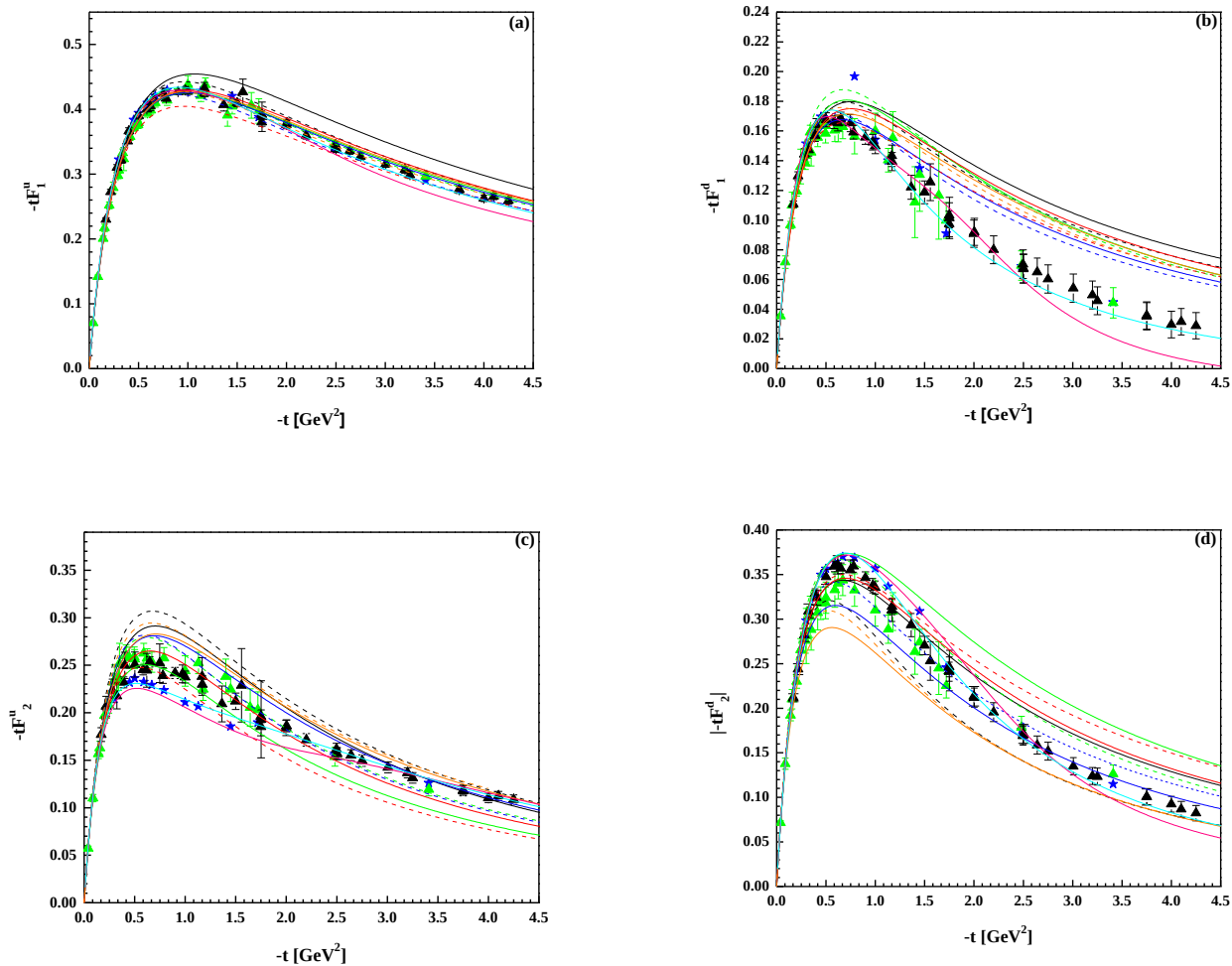
PDFs	α	m	η_u	η_d
MSTW2008	1.19 GeV^{-2}	0.4	1.25	1.25
CJ15	1.09 GeV^{-2}	0.39	1.4	0.6
JR09	1.25 GeV^{-2}	0.42	1.89	-0.11
GRJ07	1.345 GeV^{-2}	0.36	1.7	0.35

جدول ۵-۲: مقادیر بدست آمده برای پارامترهای پیشنهاد Regge تعمیم یافته با در نظر گرفتن توابع توزیع کوارکی مختلف.

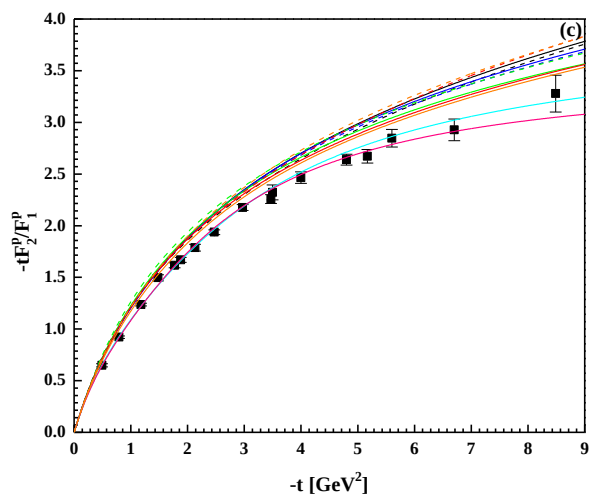
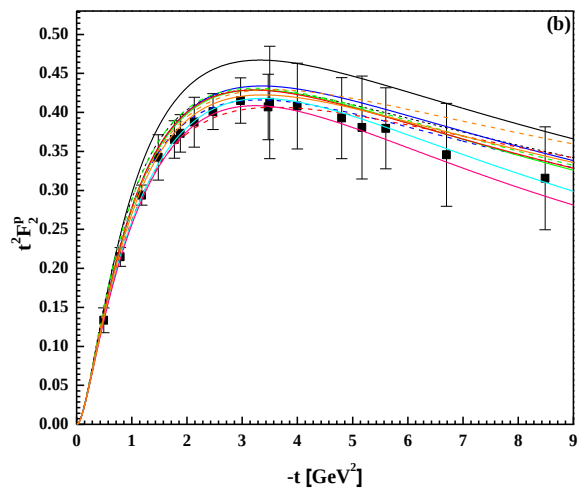
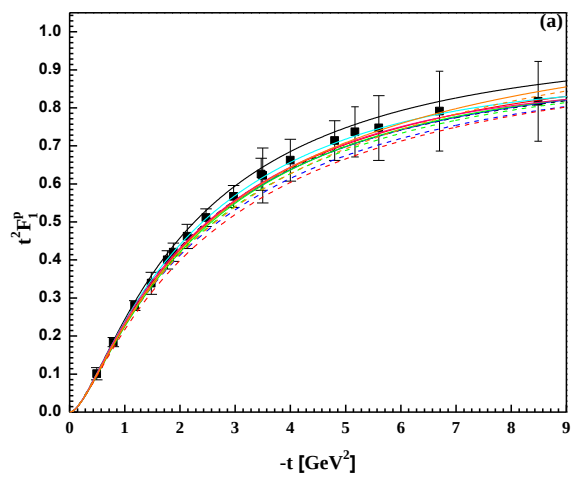
PDFs	α'	η_u	η_d
MSTW2008	1.15 GeV^{-2}	1.13	1.13
CJ15	1.05 GeV^{-2}	1.56	0.19
JR09	1.22 GeV^{-2}	1.51	0.31
GRJ07	1.29 GeV^{-2}	1.84	-0.05



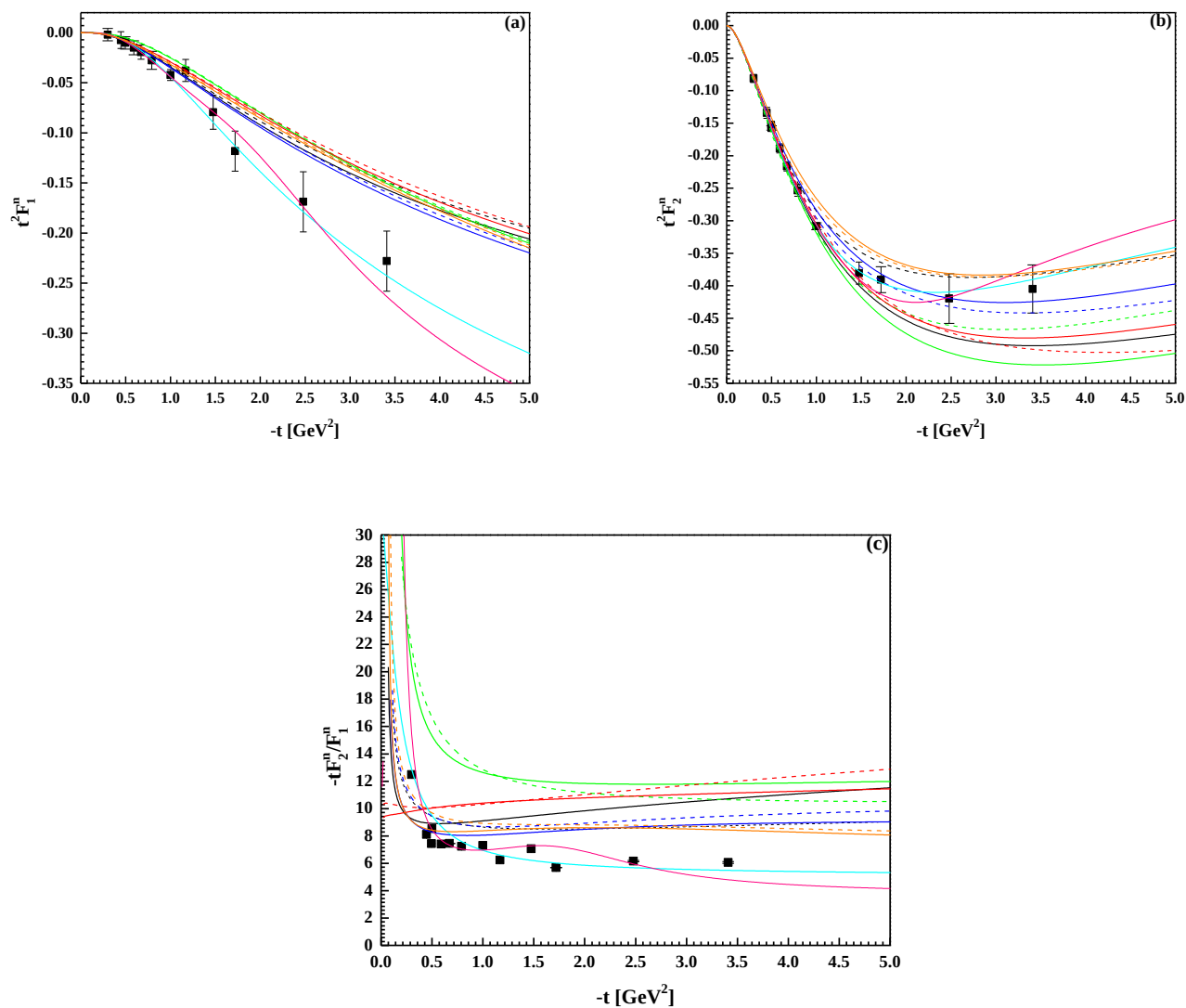
شکل ۵-۹: نسبت فرم فاکتور پائولی به فرم فاکتور دیراک پروتون که به $-t$ ضرب شده را نمایش می‌دهد. نتایج تجربی برای نسبت F_2^p / F_1^p ستاره تو پر از مرجع [۱۰۷]، مثلث تو پر از مرجع [۸۴]، مثلث تو خالی از مرجع [۸۵] گرفته شده‌اند. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۸ هستند.



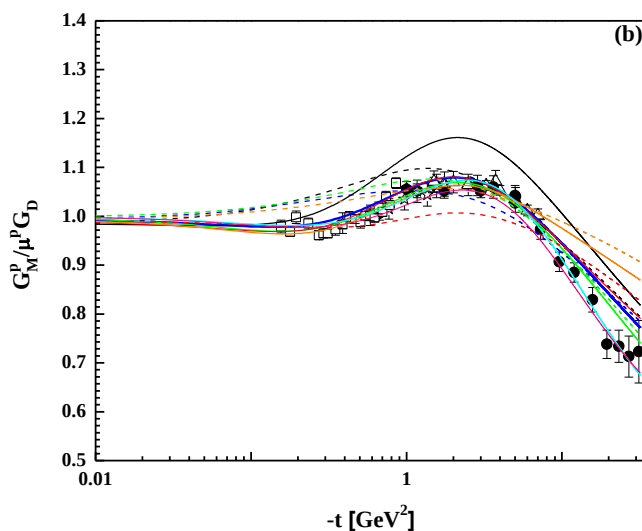
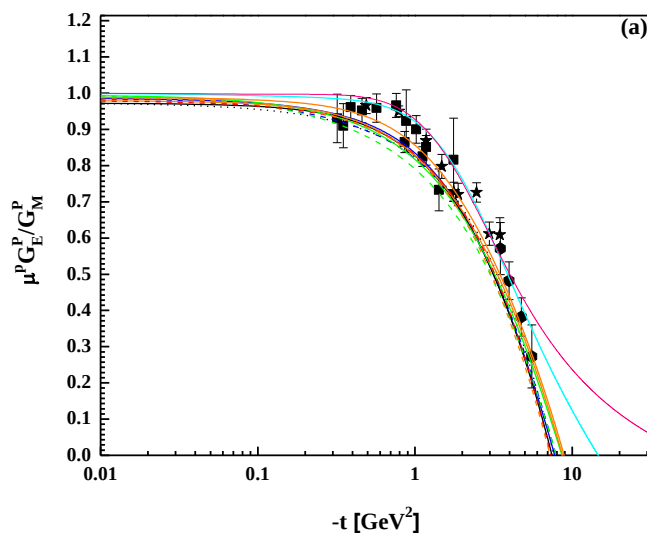
شکل ۵-۱۰: فرم فاکتور دیراک F_1 و پائولی F_2 برای کوارک‌های u و d که به $-t$ ضرب شده و تابعی از $-t$ است را نمایش می‌دهد. نتایج تجربی برای لوزی تو پر از مرجع [۱۰۸]، مثلث تو پر از مرجع [۱۱۰]، و ستاره تو پر از مرجع [۱۱۱] گرفته شده‌اند. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۸ هستند.



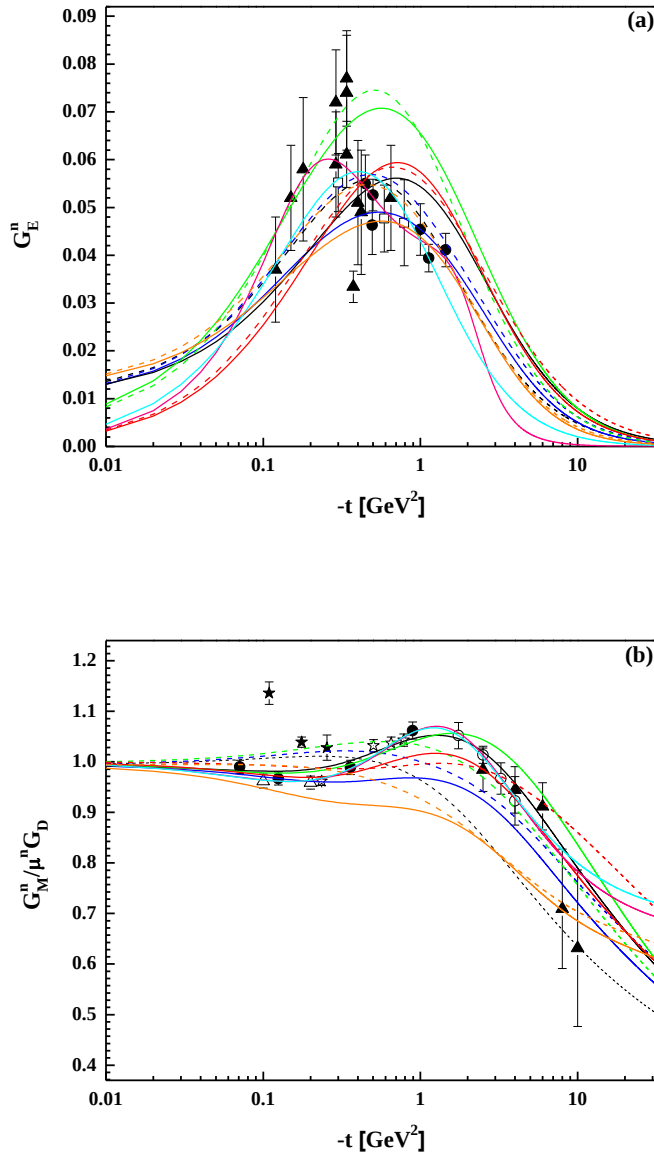
شکل ۵-۱۱: فرم فاکتور دیراک F_1 و پائولی F_2 پروتون که به t^2 ضرب شده و تابعی از $-t$ است را نمایش می‌دهد و نسبت فرم فاکتور پائولی به فرم فاکتور دیراک پروتون که به $-t$ ضرب شده را نمایش می‌دهد. نتایج تجربی برای مربع تو پر از مرجع [۱۰۸] گرفته شده است. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۸ هستند.



شکل ۵-۱۲: فرم فاکتور دیراک F_1 و پائولی F_2 نوترون که به t^2 ضرب شده و تابعی از $-t$ است را نمایش می‌دهد و نسبت فرم فاکتور پائولی به فرم فاکتور دیراک نوترون که به $-t$ ضرب شده را نمایش می‌دهد. نتایج تجربی برای مربع تو پر از مرجع [۱۰۸] گرفته شده است. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۸ هستند.



شکل ۵-۱۳: نسبت فرم فاکتور الکتریکی به مغناطیسی پروتون $\frac{G_E^p}{G_M^p}$ که تابعی از $-t$ است (بالا). نسبت فرم فاکتور مغناطیسی به فرم فاکتور دو قطبی $\frac{G_M^p}{\mu G_D}$ که $G_D = \frac{1}{(1-\frac{t}{0.71})^2}$ است (پایین) را نمایش می‌دهند. نتایج تجربی برای G_E/G_M مربع تو پر از مرجع [۱۰۷]، مثلث تو پر از مرجع [۸۴]، و دایره تو پر از مرجع [۸۵] گرفته شده‌اند. نتایج تجربی برای G_M مثلث تو خالی از مرجع [۱۱۲]، ستاره تو خالی از مرجع [۱۱۳]، دایره تو پر از مرجع [۱۰۶]، مثلث تو پر [۱۱۴]، مربع تو خالی از مرجع [۱۱۵]، و مربع تو پر از مرجع [۱۱۶] گرفته شده‌اند. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۸ هستند.



شکل ۵-۱۴: فرم فاکتور الکتریکی به مغناطیسی نوترون G_E^n که تابعی از $-t$ است (سمت چپ). نسبت فرم فاکتور مغناطیسی به فرم فاکتور دو قطبی $G_M^n / \mu_n G_D$ که $G_D = \frac{1}{(1 - \frac{t}{0.71})^2}$ است (سمت راست) را نمایش می‌دهند. نتایج تجربی برای فرم فاکتور الکتریکی G_E^n از نتایج تجربی متفاوت از آزمایش‌های MAMI (مثلث تو پر [۱۱۷-۱۲۰]، JLab (دایره تو پر [۱۲۱-۱۲۳])، و مربع تو خالی از مرجع [۱۲۴] به روش دوقطبی می‌باشد. نتایج تجربی برای G_M^n ستاره توپر از مرجع [۱۲۵]، مثلث توپر از مرجع [۱۲۶]، ستاره تو خالی از مرجع [۱۲۷]، دایره توپر از مرجع [۱۲۸]، دایره تو خالی از مرجع [۱۲۹]، و مثلث توپر از مرجع [۱۳۰] گرفته شده‌اند. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۸ هستند.

جدول ۳-۵: شعاع بارالکتریکی پروتون و نوترون با در نظر گرفتن PDFs متفاوت برای پیشنهادات گاوسی اصلاح شده و Regge تعمیم یافته

	$r_{E,p}$	$r_{E,n}^2$
Experimental data	0.877 fm	-0.1161 fm^2
ER+MSRT2002	0.818 fm	-0.101 fm^2
ER+MSTW2008	0.846 fm	-0.103 fm^2
ER+CJ15	0.839 fm	-0.1055 fm^2
ER+JR09	0.857 fm	-0.1401 fm^2
ER+GRJ07	0.871 fm	-0.1118 fm^2
MG+MSRT2002	0.866 fm	-0.0896 fm^2
MG+MSTW2008	0.916 fm	-0.0936 fm^2
MG+CJ15	0.899 fm	-0.1003 fm^2
MG+JR09	0.943 fm	-0.1559 fm^2
MG+GRJ07	0.897 fm	-0.1070 fm^2

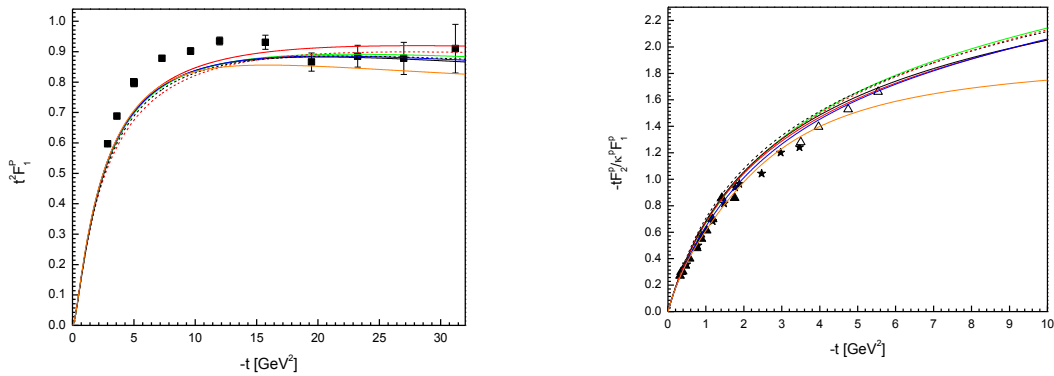
۵-۵- نتایج فرم فاکتورهای الکترو مغناطیسی برای پیشنهادات گاوسی اصلاح شده و Regge

تعمیم یافته در بازه تکانه انتقالی $-t < 4.5 \text{ GeV}^2$

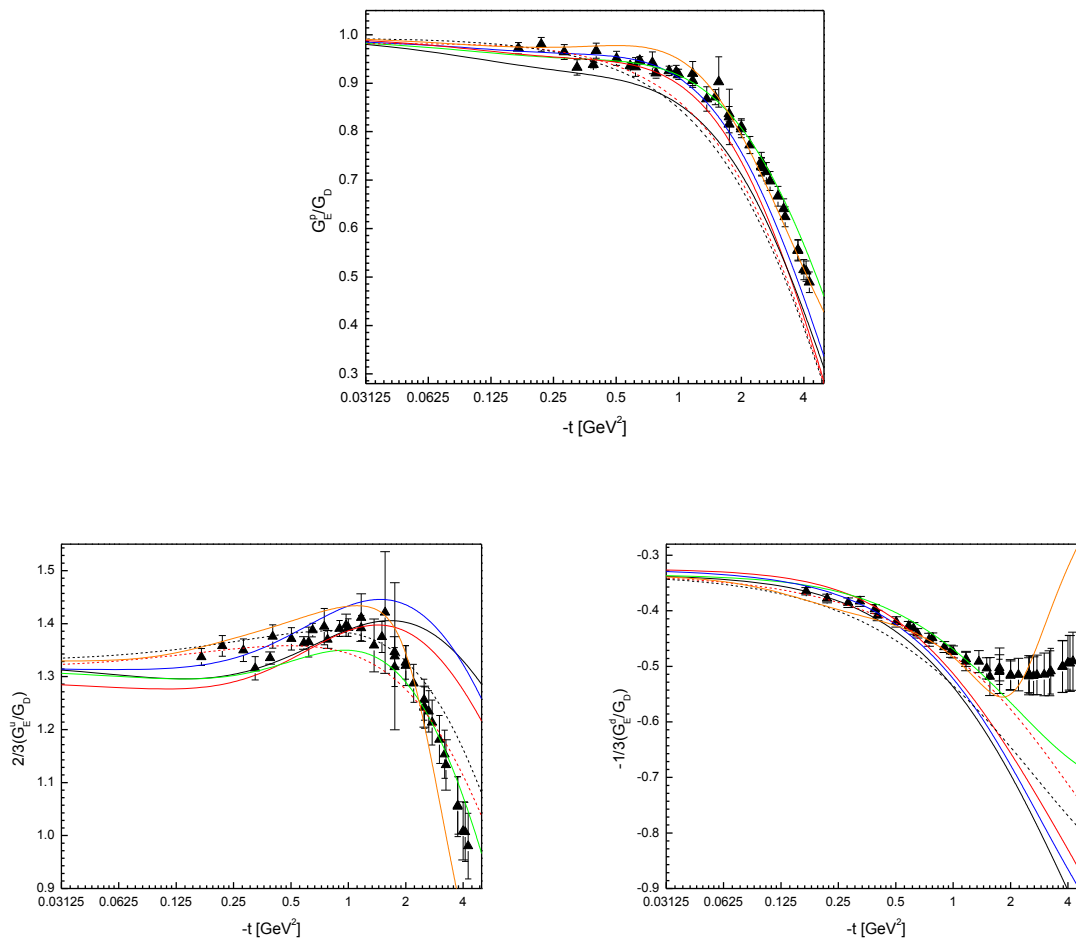
در این بخش نیز مانند بخش ۳-۵ نتایج مربوط به فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی پروتون و نوترون و اجزای تشکیل دهنده نوکلئون با استفاده از پیشنهادات گاوسی اصلاح شده و Regge تعمیم یافته با در نظر گرفتن دو تابع توزیع کوارکی CJ15 (منحنی های قرمز رنگ و خط چین قرمز) و JR09 (منحنی های مشکی رنگ و خط چین مشکی) ارائه خواهیم نمود [۱۳۱]. از آنجایی که در بخش ۴-۵ مشاهده کردیم پارامتر بندی های ارائه شده دارای بهترین تطابق با نتایج تجربی در بازه تکانه انتقالی بالا هستند، همان پارامتر بندی برای دو تابع توزیع کوارکی CJ15 و JR09 به کار خواهیم گرفت. همچنین از مطالعات پیشین دیگران [۲۴، ۸۱] برای مقایسه بهتر با نتایج بدست آمده استفاده خواهیم نمود. ما از [۲۴] برای مقایسه با نتایج خود بهره جستم، چون در [۲۴] توابع توزیع کوارکی CJ12 [۱۳۲] (منحنی آبی رنگ) و JR09 (منحنی سبز رنگ) برای پیشنهاد گاوسی اصلاح شده بهره گرفته و فرم فاکتورها را استخراج نموده است که تطابق خوبی با نتایج تجربی در تکانه انتقالی بالا دارند. در [۲۴] و در تحقیق حاضر از تابع توزیع کوارکی JR09 مشترکی

استفاده شده است. اما پارامتربندی‌های ارائه شده برای JR09 در کار ما و [۲۴] متفاوت است و از طرفی مشاهده می‌شود که نتایجی که در تحقیق حاضر بدست آوردیم دارای تطابق بهتری برای بازه تکانه انتقالی میانی هستند. همچنین پارامتربندی BBBA05 (منحنی نارنجی رنگ) [۸۱] برای مقایسه با نتایج ارائه شده در این بخش نیز در نظر گرفته شده است. در شکل ۵-۱۵ (سمت چپ) فرم فاکتور دیراک را برای دو توابع توزیع کواریکی نشان می‌دهد و از کارهای قبلی دیگران برای مقایسه نیز استفاده شده است و رفتار $\frac{F_2(t)}{F_1(t)}$ در شکل ۵-۱۵ (سمت راست) نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود نتایج بدست آمده به ویژه برای پارامتربندی ارائه شده برای JR09 (منحنی سبز رنگ) دارای تطابق خوبی با تجربه هستند. شکل‌های ۵-۱۶ و ۵-۱۷ نسبت فرم فاکتور الکتریکی و مغناطیسی به فرم فاکتور دو قطبی و سهم اجزای تشکیل دهنده در فرم فاکتور الکتریکی پروتون را نمایش می‌دهند. نتایج بدست آمده بیانگر این است که پیشنهاد گاوسی اصلاح شده برای $\frac{G_M^p}{G_D}, \frac{G_E^p}{G_D}$ و $\frac{2}{3} \left(\frac{G_M^u}{G_D} \right)$ دارای تطابق قابل قبول‌تری نسبت به پیشنهاد Regge تعمیم یافته برای توابع توزیع کواریکی CJ12 و JR09 می‌باشد. البته می‌توان مشاهده نمود که برخی نمودارها از جمله $\frac{G_E^p}{G_D}, -\frac{1}{3} \left(\frac{G_E^d}{G_D} \right)$ و $\frac{2}{3} \left(\frac{G_E^u}{G_D} \right)$ برای پیشنهاد Regge تعمیم یافته دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی هستند. از طرفی نیز نتایج مربوط به پارامتربندی BBBA05 برای برخی از نمودارها دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی نسبت به پارامتربندی‌های ارائه شده در تحقیق حاضر و [۲۳] می‌باشند. شکل‌های ۵-۱۸ و ۵-۱۹ نسبت فرم فاکتور الکتریکی و مغناطیسی به فرم فاکتور دو قطبی و سهم اجزای تشکیل دهنده در فرم فاکتور الکتریکی نوترون را نمایش می‌دهد. مشاهده می‌شود که برخی از منحنی‌ها برای پیشنهاد Regge تعمیم یافته و برخی دیگری از منحنی‌ها برای پیشنهاد گاوسی اصلاح شده نسبت به مطالعات پیشین [۲۳، ۸۱] دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی هستند. از طرفی نیز نتایج مربوط به پارامتربندی BBBA05 برای $\frac{G_M^n}{\mu_n G_D}$ و $\frac{2}{3} \left(\frac{G_M^d}{\mu_n G_D} \right)$ و $-\frac{1}{3} \left(\frac{G_E^u}{G_D} \right)$ دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی هستند. همچنین پارامتربندی به کار گرفته شده

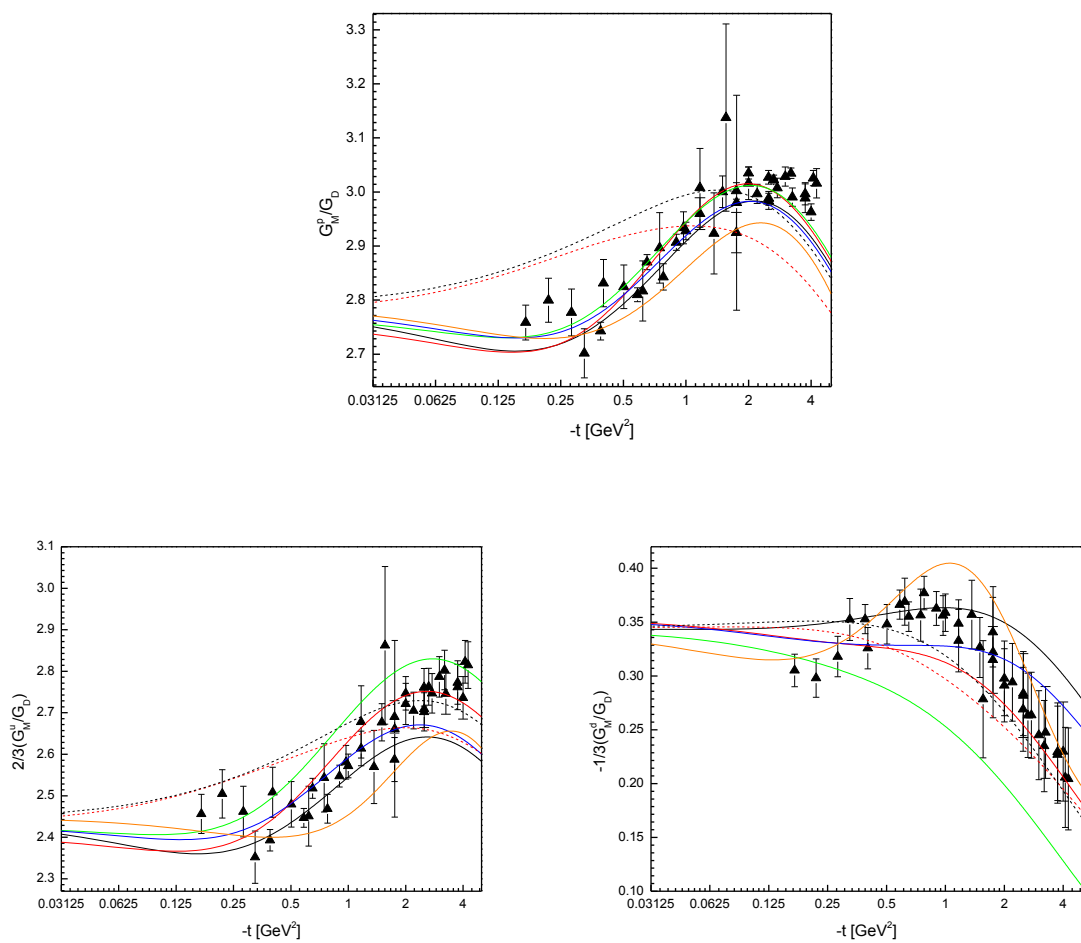
در [۲۴] برای توابع توزیع کوارکی JR09 و CJ12 به ویژه برای $\frac{G_E^n}{G_D}$ و $\frac{2}{3}\left(\frac{G_E^d}{G_D}\right)$ نسبت به پارامتربندی‌های ارائه شده در تحقیق حاضر و BBBA05 دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی هستند. در نهایت با توجه به نتایج ارائه شده می‌توان گفت که پارامتربندی ارائه شده در پیشنهاد گاوسی اصلاح شده نسبت به پیشنهاد Regge تعمیم یافته برای توابع توزیع کوارکی JR09 و CJ15 دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی برای بازه مربع تکانه انتقالی $0 < -t < 4.5 \text{ GeV}^2$ هستند. البته قابل ذکر می‌باشد که برخی از منحنی‌ها مربوط به فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی $\left(\frac{G_E^n}{G_D}, -\frac{1}{3}\left(\frac{G_E^u}{G_D}\right), \frac{2}{3}\left(\frac{G_E^d}{G_D}\right)\right)$ برای پیشنهاد Regge تعمیم یافته دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی هستند.



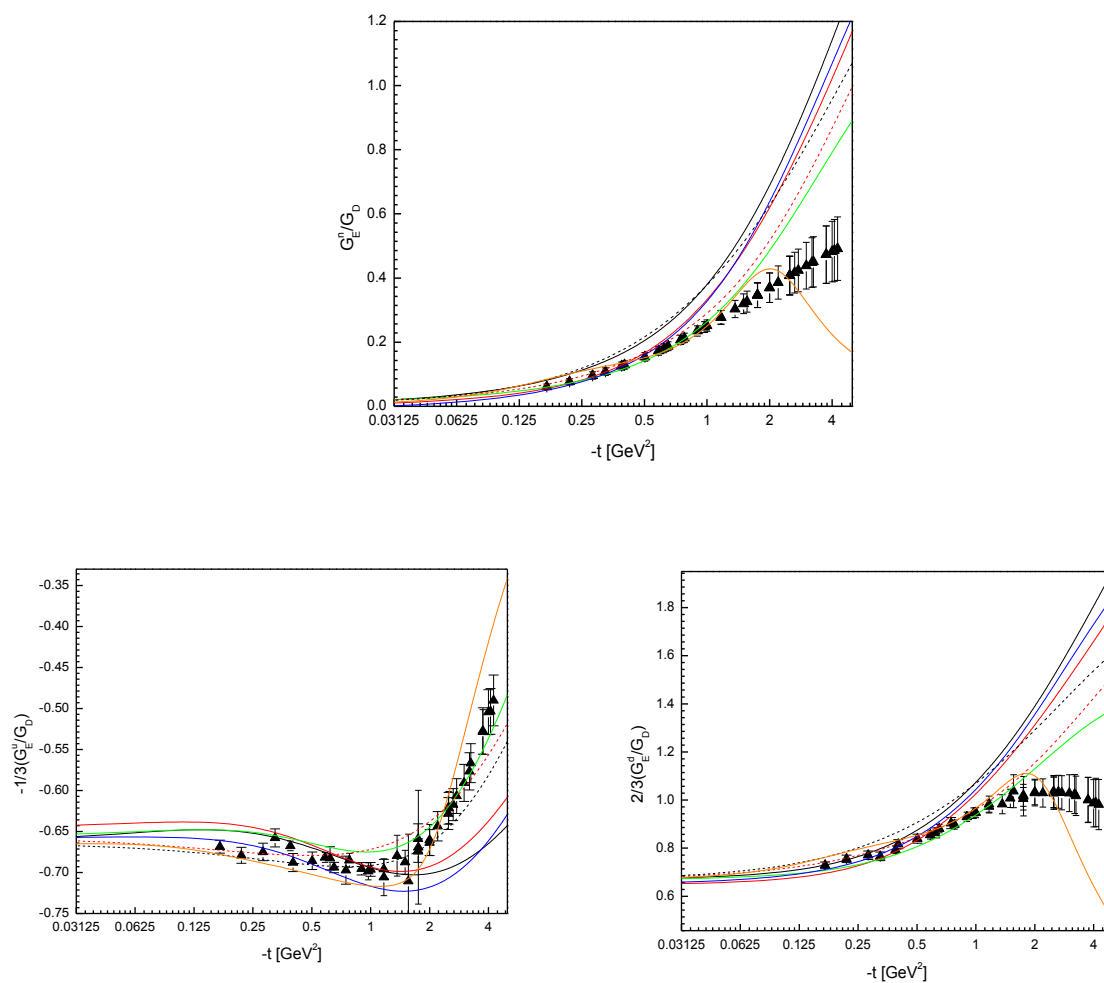
شکل ۵-۱۵: فرم فاکتور دیراک پروتون F_1 که به t^2 ضرب شده و تابعی از $-t$ است (سمت چپ)، نسبت فرم فاکتور پائولی به فرم فاکتور دیراک پروتون که به $-t$ ضرب شده است (سمت راست). منحنی قرمز رنگ برای $\alpha = 1.09 \text{ GeV}^{-2}$ و تابع توزیع کوارکی CJ15 رسم شده است و منحنی مشکی رنگ برای $\alpha = 1.25 \text{ GeV}^{-2}$ و تابع توزیع کوارکی JR09 رسم شده است که برای پیشنهاد گاوسی اصلاح شده است. منحنی خطچین قرمز رنگ برای $\alpha' = 1.05 \text{ GeV}^{-2}$ و تابع توزیع کوارکی CJ15 رسم شده است و منحنی خطچین مشکی رنگ برای $\alpha' = 1.22 \text{ GeV}^{-2}$ و تابع توزیع کوارکی JR09 رسم شده است که برای پیشنهاد Regge تعمیم یافته است. منحنی‌های آبی رنگ برای تابع توزیع کوارکی CJ12 و سبز رنگ تابع توزیع کوارکی JR09 از مرجع [۲۴] گرفته شده است. همچنین منحنی نارنجی براساس پارامتربندی BBBA05 [۸۱] رسم شده اند. نتایج تجربی (مربع مشکی رنگ) برای F_1^p از مرجع [۱۰۶] گرفته شده است. نتایج تجربی برای نسبت F_2^p/F_1^p ستاره تو پر از مرجع [۱۰۷]، مثلث تو پر از مرجع [۸۴]، مثلث تو خالی از مرجع [۸۵] گرفته شده‌اند.



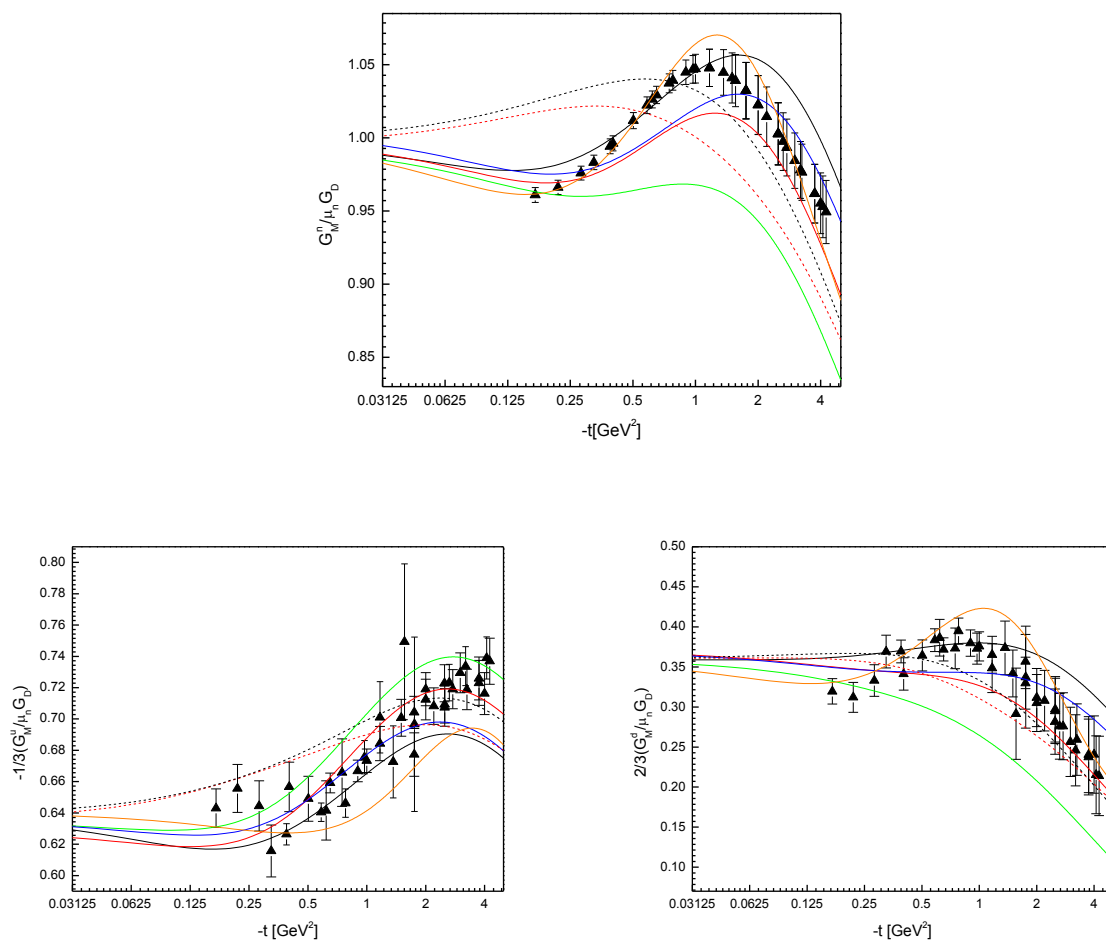
شکل ۵-۱۶: نسبت فرم فاکتور الکتریکی پروتون به فرم فاکتور دوقطبی $\frac{G_E^p}{G_D^p}$ (بالا) و سهم کوارک‌های تشکیل دهنده پروتون در فرم فاکتور الکتریکی $2/3(\frac{G_E^u}{G_D^u})$ (سمت چپ) و $-1/3(\frac{G_E^d}{G_D^d})$ (سمت راست) را نمایش می‌دهند. نتایج تجربی لوزی توپر از مرجع [۱۰۸] گرفته شده است. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۱۵ هستند.



شکل ۵-۱۷: نسبت فرم فاکتور مغناطیسی پروتون به فرم فاکتور دوقطبی $\frac{G_M^p}{G_D^p}$ (بالا) و سهم کوارک‌های تشکیل دهنده پروتون در فرم فاکتور مغناطیسی $\frac{2}{3}(\frac{G_M^u}{G_D^u})$ (سمت چپ) و $-\frac{1}{3}(\frac{G_M^d}{G_D^d})$ (سمت راست) را نمایش می‌دهند. نتایج تجربی لوزی توپر از مرجع [۱۰۸] گرفته شده است. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۱۵ هستند.



شکل ۵-۱۸: نسبت فرم فاکتور الکتریکی نوترون به فرم فاکتور دوقطبی $\frac{G_E^n}{G_D}$ (بالا) و سهم کوارک‌های تشکیل دهنده نوترون در فرم فاکتور الکتریکی $-1/3(\frac{G_E^n}{G_D})$ (سمت چپ) و $2/3(\frac{G_E^d}{G_D})$ (سمت راست)، را نمایش می‌دهند. نتایج تجربی لوزی توپر از مرجع [۱۰۸] گرفته شده است. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۱۵ هستند.

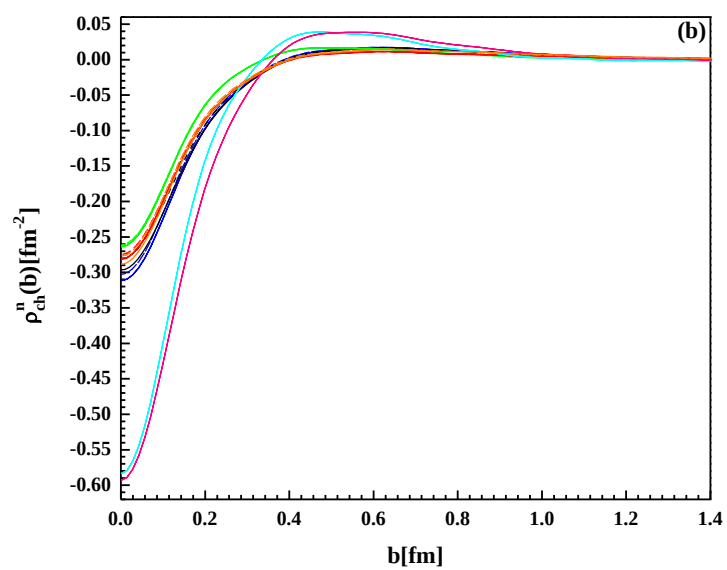
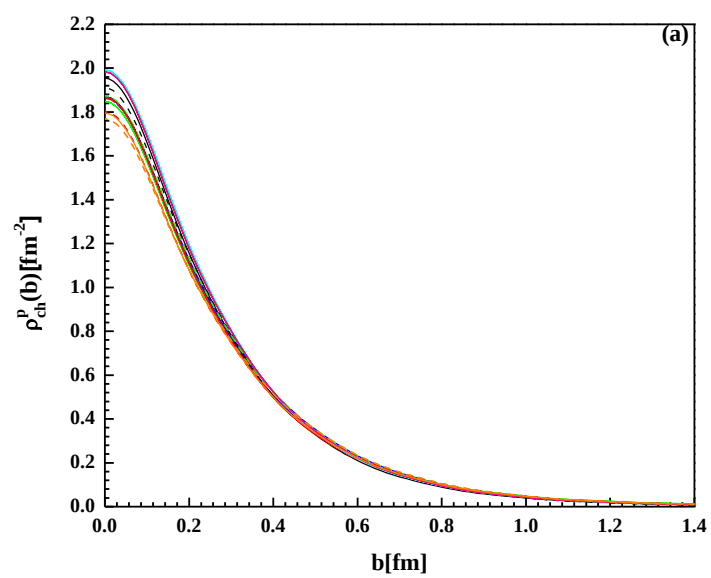


شکل ۵-۱۹: نسبت فرم فاکتور مغناطیسی نوترون به فرم فاکتور دوقطبی $\frac{G_M^n}{\mu_n G_D}$ (بالا) و سهم کوارک‌های تشکیل دهنده نوترون در فرم فاکتور مغناطیسی $-\frac{1}{3}\left(\frac{G_M^u}{\mu_n G_D}\right)$ (سمت چپ) و $\frac{2}{3}\left(\frac{G_M^d}{\mu_n G_D}\right)$ (سمت راست) را نمایش می‌دهند. نتایج تجربی لوزی توپر از مرجع [۱۰۸] گرفته شده است. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۱۵ هستند.

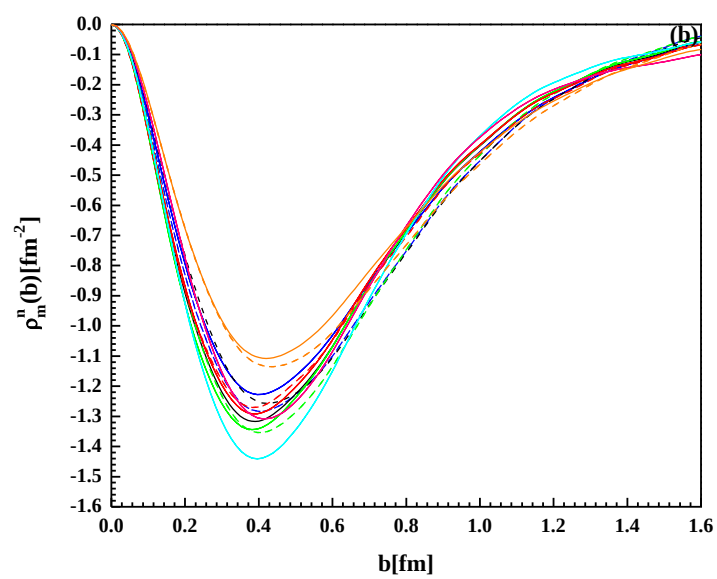
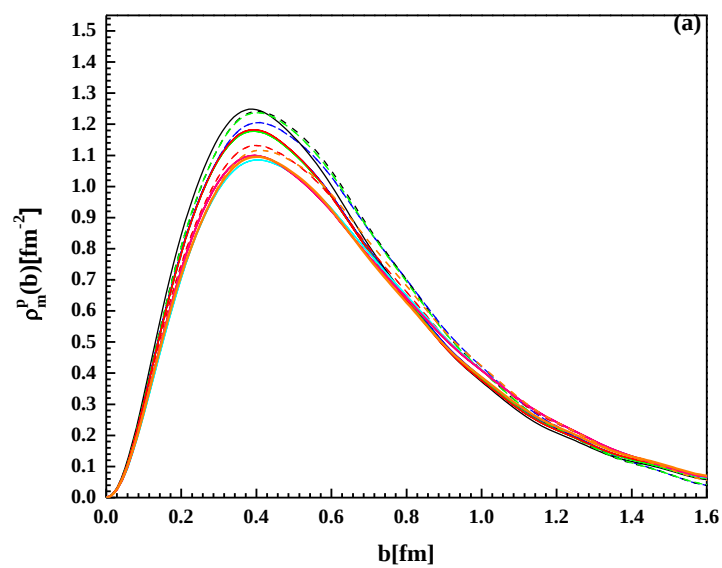
۵-۶- نتایج چگالی بار الکتریکی و مغناطیسی عرضی پروتون و نوترون

با در نظر گرفتن مقادیر مناسب برای پارامتربندی‌های مربوط به پیشنهادهای MG با استفاده از PDFs مختلف فرم فاکتورهای دیراک، پائولی، و الکترومغناطیسی پروتون و نوترون استخراج کردیم که دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی هستند. در ادامه قصد داریم چگالی بار الکتریکی و مغناطیسی عرضی نوکلئون را با توجه به انتگرال روابط (۳-۱۳) و (۳-۲۴) بر حسب فرم فاکتورهای دیراک و پائولی بدست بیاوریم. در نهایت با داشتن چگالی بار الکتریکی و مغناطیسی عرضی، چگالی بار الکتریکی عرضی برای پروتون و نوترون قطبیده را رسم کنیم. شکل ۵-۲۰ چگالی بار الکتریکی عرضی پروتون و نوترون را نمایش می‌دهد. شکل ۸-۵-a که چگالی بار الکتریکی عرضی پروتون را نمایش می‌دهد، بیانگر این است که پارامتربندی‌های به کار برده شده برای PDFs متفاوت دارای تطابق با یکدیگر می‌باشند. شکل ۵-۲۰-b چگالی بار الکتریکی عرضی نوترون را نمایش می‌دهد، مشاهده می‌کنیم چگالی بار الکتریکی عرضی نوترون با توجه به پارامتربندی‌های Kelly [۸۰] و BBBA05 [۸۱] در مقایسه با پارامتربندی در نظر گرفته در این رساله برای پیشنهادهای MG و ER دارای تطابق خوبی با یکدیگر نمی‌باشند. در پارامتربندی‌های بکار گرفته شده برای ρ_{ch}^n در همه آن‌ها دارای یک رفتار کلی می‌باشند، مشاهده می‌شود که چگالی بار الکتریکی نوترون در مرکز و در فاصله دور از نوکلئون منفی و در فواصل میانی دارای چگالی بار مثبت است. شکل ۵-۲۱ چگالی بار مغناطیسی عرضی برای پروتون و نوترون را نمایش می‌دهد که با توجه به نتایج بدست آمده مشاهده می‌شود پارامتربندی‌های در نظر گرفته دارای تطابق خوبی با پارامتربندی‌های Kelly [۸۰] و BBBA05 [۸۱] می‌باشد. شکل ۵-۲۱-a نشان دهنده چگالی بار مغناطیسی عرضی پروتون است که چگالی رسم شده برای پارامتربندی‌های Kelly [۸۰] و BBBA05 [۸۱] دارای کمترین مقدار در مقایسه با پارامتربندی‌های ارائه شده در این رساله می‌باشد. همچنین مشاهده می‌کنیم چگالی بار مغناطیسی عرضی پروتون در پارامتربندی BBBA05 [۸۱] منطبق بر پارامتربندی پیشنهاد MG و تابع توزیع کوارکی MSTW2008 (منحنی نارنجی

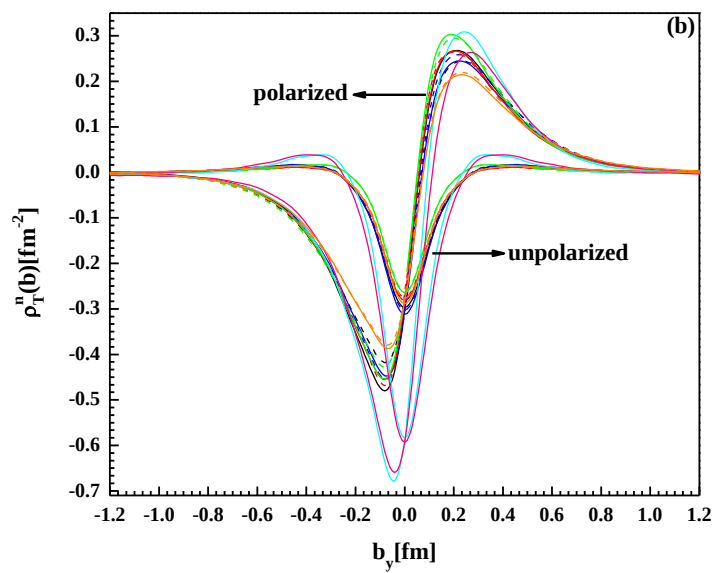
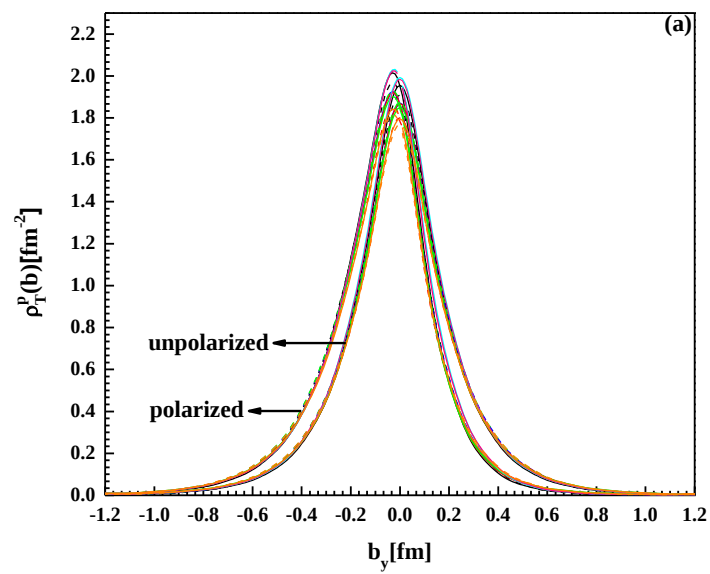
رنگ) است. چگالی بار مغناطیسی نوترون در شکل ۲۱-۵-b رسم شده است، ρ_m^n رسم شده با توجه به پارامتربندی‌های پیشنهاد MG و ER دارای تطابق خوبی با پارامتربندی‌های Kelly [۸۰] و BBBA05 [۸۱] هستند. مشاهده می‌شود که ρ_m^n حاصل شده از پارامتربندی Kelly [۸۰] دارای کمترین مقدار می‌باشد. شکل ۲۲-۵ چگالی بار عرضی برای پروتون و نوترون قطبیده و غیر قطبیده را با توجه به روابط (۳-۱۳) و (۳-۲۵) نمایش می‌دهد. سهم جمله دوم رابطه (۳-۲۵) تقارن موجود در جمله اول ρ_T^N را از بین می‌برد. ما بخش منفی جمله دوم رابطه (۳-۲۵) ρ_T^N را در محاسبات خود در نظر گرفته‌ایم. در شکل ۵-۲۲a، ما ρ_T^p پروتون را رسم نموده ایم که نتایج برای تمام پارامتربندی‌های در نظر گرفته شده نشان می‌دهد که ρ_T^p به سمت منفی در راستای b_y جابجا می‌شود. شکل ۵-۲۲b ρ_T^n نوترون را نمایش می‌دهد که حول مرکز نوترون متمرکز شده است، علت رفتار مشاهده شده را می‌توان این چنین توجیه کرد که چگالی بار عرضی نوترون غیر قطبیده ρ_{Ch}^n کوچک و منفی می‌باشد و از طرف دیگر بخش غیر متقارن چگالی بار عرضی قطبیده، بزرگ و دارای مقدار مثبت و بزرگی است.



شکل ۵-۲۰: چگالی بار الکتریکی عرضی برای پروتون و نوترون. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۸ هستند.



شکل ۵-۲۱: چگالی بار مغناطیسی عرضی برای پروتون و نوترون. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۸ هستند.



شکل ۵-۲۲: چگالی بار الکتریکی عرضی قطبیده و غیر قطبیده برای پروتون و نوترون. منحنی‌ها همانند شکل ۵-۸ هستند.

۵-۷- نتایج تابع توزیع کوارکی $q(x, b_{\perp})$ وابسته به پارامتر برخورد و شرط مثبت بودن

با توجه به روابط (۲-۸۰)، (۲-۸۱)، (۲-۸۲) و (۲-۸۳) برای $q(x, b_{\perp})$ و برقراری شرط مثبت بودن رابطه (۲-۸۵) در حالتی که نوکلئون به صورت قطبیده است برای پیشنهاد گاوسی اصلاح شده تابع توزیع پارتونی وابسته به پارامتر برخورد $b_{\perp}$ (یا برحسب پارامتر عرضی) برای کوارک‌های u و d بدست می‌آید [۱۰۹]:

$$H^q(x, b_{\perp}) = q_v(x) \frac{e^{-b_{\perp}^2/[4\alpha(1-x)^2/x^m]}}{4\pi[\alpha(1-x)^2/x^m]} \quad (۲۵-۵)$$

$$E^q(x, b_{\perp}) = \frac{\kappa_q}{N_q} (1-x)^{\eta_q} q_v(x) \frac{e^{-b_{\perp}^2/[4\alpha(1-x)^2/x^m]}}{4\pi[\alpha(1-x)^2/x^m]} \quad (۲۶-۵)$$

همچنین برای پیشنهاد Regge تعمیم یافته PDFs برحسب پارامتر عرضی برای کوارک‌های u و d برابر است با:

$$H^q(x, b_{\perp}) = q_v(x) \frac{e^{-b_{\perp}^2/[-4\alpha'(1-x)\ln(x)]}}{4\pi[-\alpha'(1-x)\ln(x)]} \quad (۲۷-۵)$$

$$E^q(x, b_{\perp}) = \frac{\kappa_q}{N_q} (1-x)^{\eta_q} q_v(x) \frac{e^{-b_{\perp}^2/[-4\alpha'(1-x)\ln(x)]}}{4\pi[-\alpha'(1-x)\ln(x)]} \quad (۲۸-۵)$$

در نهایت $|\nabla_{b_{\perp}} E^q(x, b_{\perp})|$ برای پیشنهادات MG و ER با توجه به شرط مثبت بودن برای نوکلئون قطبیده با توجه به روابط (۲-۸۴) و (۲-۸۵) قابل محاسبه است:

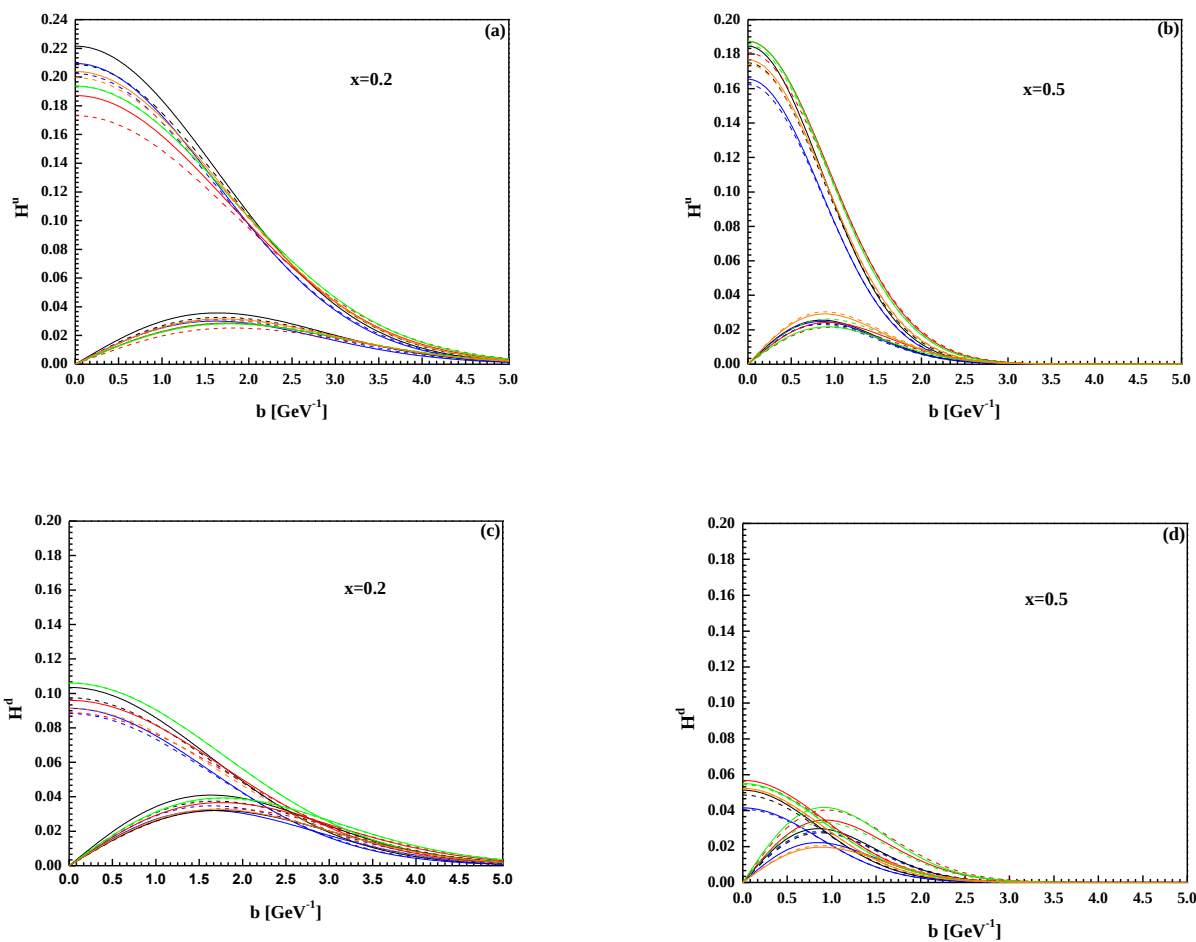
$$|\nabla_{b_{\perp}} E^q(x, b_{\perp})| = \frac{\kappa_q}{N_q} (1-x)^{\eta_q} q_v(x) \frac{b_{\perp}}{2} \frac{e^{-b_{\perp}^2/[4\alpha(1-x)^2/x^m]}}{4\pi[\alpha(1-x)^2/x^m]} \quad (۲۹-۵)$$

$$|\nabla_{b_{\perp}} E^q(x, b_{\perp})| = \frac{\kappa_q}{N_q} (1-x)^{\eta_q} q_v(x) \frac{b_{\perp}}{2} \frac{e^{-b_{\perp}^2/[-4\alpha'(1-x)\ln(x)]}}{4\pi[-\alpha'(1-x)\ln(x)]} \quad (۳۰-۵)$$

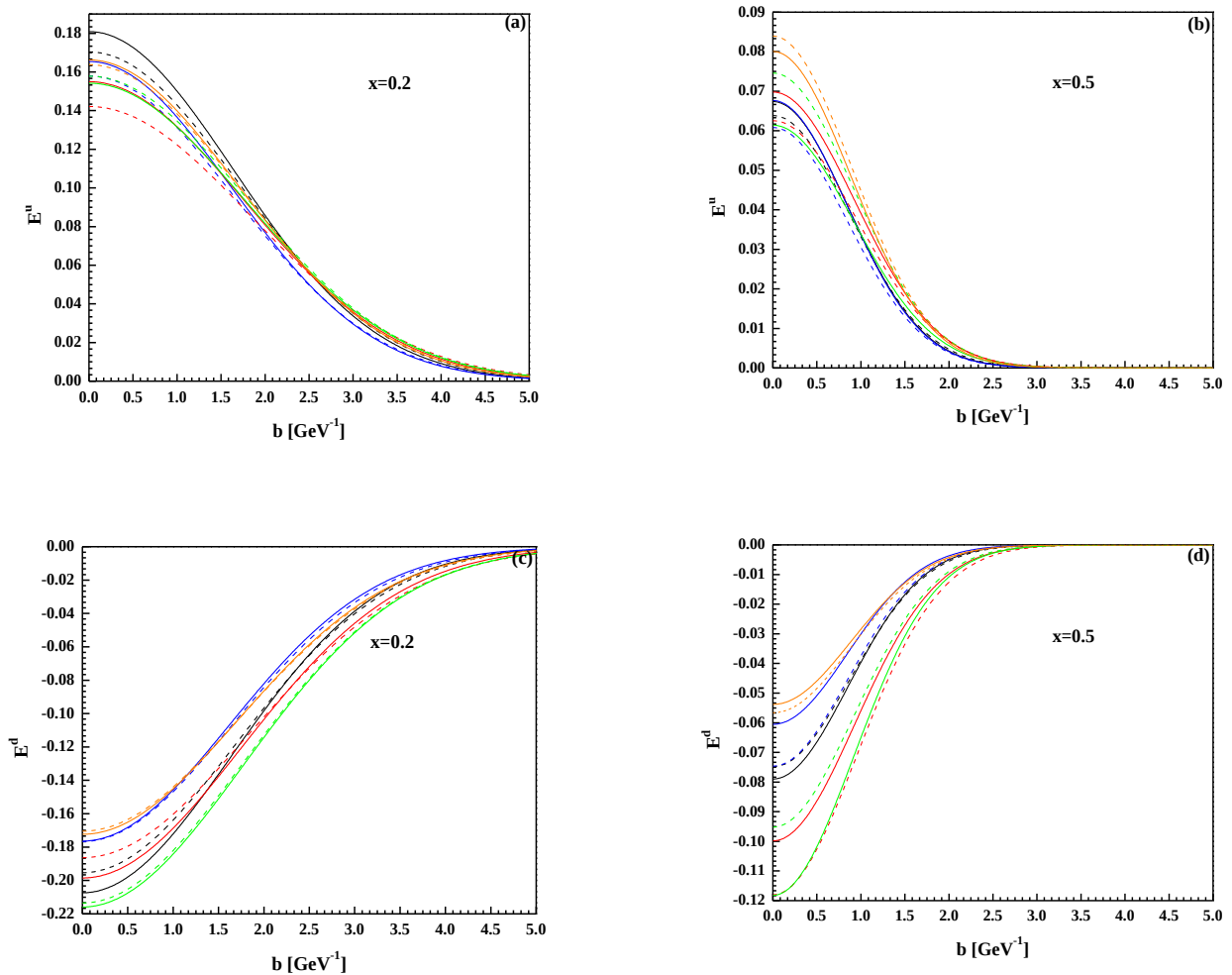
در شکل‌های ۵-۲۳ و ۵-۲۴ تابع توزیع پارتونی وابسته به پارامتر برخورد با توجه به پیشنهادهای MG و ER برای توابع توزیع متفاوت برای دو مقدار متفاوت x رسم شده‌اند. در شکل‌های ۵-۲۳-a و ۵-۲۳-b شرط مثبت بودن برای کوارک u در بیشتر نواحی x برقرار است، اما برای کوارک d در شکل‌های ۵-۲۳-c و ۵-۲۳-d وقتی x بزرگ‌تر می‌شود در تمام نواحی شرط مثبت بودن برآورده نمی‌شود. بیشترین انحراف از

شرط مثبت بودن برای نوکلئون در حالت قطبیده، برای پیشنهاد MG و تابع توزیع کوارکی JR09 (منحنی

سبز رنگ) و برای پیشنهاد ER و تابع توزیع کوارکی GJR07 (منحنی خط چین سبز) مشاهده می شود.



شکل ۵-۲۳: $H^q(x, \mathbf{b}_\perp)$ و شرط مثبت بودن $\frac{1}{2M} |\nabla_{\mathbf{b}_\perp} E^q(x, \mathbf{b}_\perp)|$ برای کوارک های u و d به ازای $x = 0.2$, 0.5. منحنی ها همانند شکل ۵-۸ هستند.



شکل ۵-۲۴: $E^q(x, b_\perp)$ برای کوارک‌های u و d به ازای $x = 0.2, 0.5$ منحنی‌ها همانند شکل ۵-۸ هستند.

۵-۸- نتایج تکانه زاویه ای کل اجزای تشکیل دهنده نوکلئون بر اساس GPDs

همان‌طور که در فصل ۲ در بخش ۲-۶-۳ اشاره شد. از آنجا که دومین تکانه x با GPD-H و GPD-E

مرتبط است بنابراین می‌توان تکانه زاویه ای کل حمل شده توسط کوارک با طعم q در داخل نوکلئون

در حالت $t = 0$ و $\xi = 0$ بدست آورد:

$$2J^q = \int_{-1}^1 dx x \{H_q(x, 0, 0) + E_q(x, 0, 0)\}, \quad (۵-۳۱)$$

جمله اول رابطه (۳۱-۵) برابر کسر تکانه کل پروتون حمل شده توسط کوارک با طعم q است:

$$M_2^q = \int_{-1}^1 dx x H_q(x, 0, 0) = \int_0^1 dx x [q_v(x) + 2\bar{q}(x)] \quad (۳۲-۵)$$

$\bar{q}(x)$ توزیع کوارکی پادکوارک می باشد. با صرف نظر کردن از سهم پاد کوارک ها در رابطه (۳۲-۵) خواهیم داشت:

$$2J^q = M_2^q + \frac{\kappa_{qv}}{N_{qv}} \int_0^1 dx (1-x)^{\eta_{qv}} q_v(x). \quad (۳۳-۵)$$

جدول ۴-۵: M_2^q و $2J^q$ برای کوارک های u و d با در نظر گرفتن پیشنهادات گاوسی اصلاح شده و Regge تعمیم یافته برای توابع توزیع کوارکی CJ15 ، JR09 ، GJR07 و MSTW2008 [۱۳۱].

PDFs	M_2^u	M_2^d	$2J^u$	$2J^d$
MG+MSRT2002	0.37	0.2	0.58	-0.12
MG+MSTW2008	0.357	0.145	0.595	-0.094
MG+CJ15	0.324	0.126	0.535	-0.106
MG+JR09	0.382	0.165	0.611	-0.176
MG+GJR07	0.375	0.155	0.608	-0.150
ER+MSRT2002	0.35	0.14	0.582	-0.135
ER+MSTW2008	0.357	0.145	0.60	-0.093
ER+CJ15	0.324	0.126	0.529	-0.122
ER+JR09	0.382	0.165	0.625	-0.155
ER+GJR07	0.375	0.155	0.602	-0.173

نتایج بدست آمده برای تکانه حمل شده توسط کوارک M_2^q و تکانه زاویه ای کل کوارک $2J^q$ در جدول ۵-۴ آورده شده است. نتایج بدست آمده در این رساله نشان دهنده این است که بخش بزرگی از تکانه زاویه ای پروتون توسط کوارک های u و d حمل می شوند. همان طور که در فصل ۲ اشاره شد، مشاهده می کنیم که کوارک های ظرفیتی سهم کوچکی در تکانه زاویه ای پروتون دارند و باقی مانده تکانه زاویه ای پروتون توسط گلوئون ها حمل می شود که در مطالعه اسپین نوکلئون نقش دارند.

۵-۹- نتیجه گیری

در این رساله، فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی پروتون و نوترون در دو بازه تکانه انتقالی $-t < 4.5 \text{ GeV}^2$ و $-t < 30 \text{ GeV}^2$ بدست آوردیم. در ابتدا در یک بخش از این رساله تنها با در نظر گرفتن تابع توزیع کوارکی MSTW2008 برای پیشنهاد گاوسی اصلاح شده با ارائه بهترین پارامتربندی که دارای تعداد حداقلی پارامتر بود با مطالعات پیشین قبلی که از همین تابع توزیع کوارکی بهره گرفته بودند و از تعداد پارامترهای بیشتری استفاده کرده بودند، در بازه تکانه انتقالی $-t < 4.5 \text{ GeV}^2$ مقایسه نمودیم که پارامتربندی ارائه شده توسط ما تطابق قابل قبولی با نتایج تجربی داشت. همچنین ما با استفاده از پیشنهادهای گاوسی اصلاح شده و Regge تعمیم یافته و با در نظر گرفتن توابع توزیع کوارکی متفاوت JR09 ، CJ15 ، MSTW2008 و GJR07 بهترین پارامتربندی را برای محاسبه فرم فاکتورهای کشسان را ارائه کردیم و این دو پیشنهاد را با یکدیگر مقایسه نموده‌ایم که با توجه به نتایج بدست آمده مشاهده می‌شود که پارامتربندی استفاده شده در پیشنهاد گاوسی اصلاح شده برای چهار تابع توزیع کوارکی متفاوت در بدست آوردن فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی در مقایسه با پیشنهاد Regge تعمیم یافته دارای تطابق خوبی با نتایج تجربی در بازه تکانه انتقالی میانی و بالا می‌باشند. نتایج حاصل شده نشان می‌دهند که از میان توابع توزیع کوارکی در نظر گرفته تابع توزیع کوارکی CJ15 برای پیشنهاد گاوسی اصلاح شده دارای بهترین تطابق در بدست آوردن فرم فاکتورهای کشسان و الکترومغناطیسی است. بعد از ارائه مناسب ترین پارامتربندی برای فرم فاکتورهای الکترومغناطیسی پروتون و نوترون که توافق خوبی با نتایج تجربی دارند، چگالی عرضی الکتریکی و مغناطیسی برای پروتون و نوترون را بدست آوردیم که نتایج حاصله تطابق خوبی با نتایج پارامتربندی‌های Kelly [۸۰] و BBBA05 [۸۱] از خود نشان دادند. همچنین میانگین مربع شعاع الکتریکی نوکلئون محاسبه شد. مشاهده می‌شود که نتایج مربوطه برای میانگین مربع شعاع الکتریکی به نتایج تجربی نزدیکتر هستند، اما بهترین تطابق برای میانگین مربع شعاع الکتریکی پروتون و نوترون برای پیشنهاد Regge تعمیم

یافته و در نظر گرفتن تابع توزیع کوارکی GJR07 حاصل شد. علاوه بر این، توزیع کوارکی $q(x, b_{\perp})$ برحسب پارامتر عرضی با توجه به پیشنهادهای گاوسی اصلاح شده و Regge تعمیم یافته که در شرط مثبت بودن صدق می کنند را محاسبه کردیم و تکانه زاویه ای کل اجزای تشکیل دهنده نوکلئون را براساس GPDs را بدست آوردیم که برای توابع توزیع کوارکی متفاوت مقادیر بدست آمده برای تکانه زاویه ای کل کوارک های u و d دارای تطابق خوبی با یکدیگر هستند.

فصل ششم

فهرست منابع

- [1] Rutherford, E. (1919) "Collision of alpha particles with light atoms; 4, an anomalous effect in nitrogen" **Philos. Mag.**, **37**, pp 581.
- [2] Chadwick, J. (1932) "Possible existence of a neutron" **Nature**, **129**, 3252, pp 312.
- [3] Gell-Mann, M. (1964) "A schematic model of baryons and mesons" **Phys. Lett.**, **8**, pp 214.
- [4] Zweig, G. (1964) "An SU (3) model for strong interaction symmetry and its breaking., Developments" **In The Quark Theory of Hadrons 1**, pp 22.
- [5] Bjorken, J. D., and Paschos, E. A. (1969) "Inelastic electron-proton and γ -proton scattering and the structure of the nucleon" **Phys. Rev.**, **185**, 5, pp 1975.
- [6] Feynman, R. P. (1969) "**Photon hadron interactions**", Westview Press.
- [7] Politzer, H. D. (1973) "Reliable perturbative results for strong interactions?" **Phys. Rev. Lett.**, **30**, 26, pp 1346.
- [8] Gross, D. J., and Wilczek, F. (1973) "Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories" **Phys. Rev. Lett.**, **30**, 26, pp 1343.
- [9] Mark-J Collaboration (1979), "Discovery of three-jet events and a test of quantum chromodynamics at PETRA" **Phys. Rev. Lett.**, **43**, pp 830.
- [10] Ashman, J., Badelek, B., Baum, G., Beaufays, J., Bee, C. P., Benchouk, C., and Chima, J. S. (1989) "An investigation of the spin structure of the proton in deep inelastic scattering of polarised muons on polarised protons" **Nucl. Phys. B.**, **328**, 1, pp 1.
- [11] Manohar, A. V. and Sachrajda, C. T. (2010) "Quark masses", PDG.
- [12] Verdu, J. (2003) "Quark masses" **J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.**, **36**, pp 655.
- [13] McAllister, R. W., and Hofstadter, R. (1956) "Elastic scattering of 188-MeV electrons from the proton and the alpha particle" **Phys. Rev.**, **102**, 3, pp 851.
- [14] Sloan, T., Smadja, G., and Voss, R. (1988) "The quark structure of the nucleon from the CERN muon experiments" **Phys. Rept.** **162**, 2-3, pp 46.
- [15] Ji, X. (1997) "Gauge-invariant decomposition of nucleon spin" **Phys. Rev. Lett.**, **78**, 4, pp 610.
- [16] Radyushkin, A. V. (1998) "Nonforward parton densities and soft mechanism for form factors and wide-angle Compton scattering in QCD" **Phys. Rev. D.**, **58**, 11, pp 114008.
- [17] Nikkhoo, N. S., & Shojaei, M. R., (2017) "Unpolarized and polarized densities based on a light-front quark diquark model" **International Journal of Modern Physics A** 32(17), 1750097.
- [18] Stoler, P. (2002) "Baryon form factors at high momentum transfer and generalized parton distributions" **Phys. Rev. D.**, **65**, 5, pp 053013.
- [19] Guidal, M., Polyakov, M. V., Radyushkin, A. V., and Vanderhaeghen, M. (2005) "Nucleon form factors from generalized parton distributions" **Phys. Rev. D.**, **72**, 5, pp 054013.
- [20] Nikkhoo, N. S., and Shojaei, M. R. (2015) "Transverse charge and magnetization densities based on Regge parameterization" **Int. J. Mod. Phys. E.**, **24**, 11, pp 1550086.
- [21] Shojaei, M. R., and Nikkhoo, N. S. (2015) "Dirac and Pauli form factors based on consideration of the gluon effect in light-cone wave functions" **Nucl. Phys. A.**, **943**, pp 137.
- [22] Burkardt, M. (2004). "Generalized parton distributions for large x" **Phys. Lett. B.**, **595**, 1-4, pp 245.

- [23] Selyugin, O. V., and Teryaev, O. V. (2009) “Generalized parton distributions and description of electromagnetic and graviton form factors of nucleon” **Phys. Rev. D.**, **79**, **3**, pp **033003**.
- [24] Selyugin, O. V. (2014) “Models of parton distributions and the description of form factors of nucleon” **Phys. Rev. D.**, **89**, **9**, pp **093007**.
- [25] Sharma, N. (2016) “Momentum transfer dependence of generalized parton distributions” **Eur. Phys. J. A.**, **52**, **11**, pp **338**.
- [26] Rohrmoser, M., Choi, K. S., and Plessas, W. (2017) “Flavor Analysis of Nucleon, Delta, and Hyperon Electromagnetic Form Factors” **Few-Body Syst.**, **58**, **2**, pp **83**.
- [27] Mondal, C., and Chakrabarti, D. (2015) “Generalized parton distributions and transverse densities in a light-front quark–diquark model for the nucleons” **Eur. Phys. J. C.**, **75**, **6**, pp **261**.
- [28] Vega, A., Schmidt, I., Gutsche, T., and Lyubovitskij, V. E. (2012) “Generalized parton distributions in an AdS/QCD hard-wall model” **Phys. Rev. D.**, **85**, **9**, pp **096004**.
- [29] Vega, A., Schmidt, I., Gutsche, T., and Lyubovitskij, V. E. (2011) “Generalized parton distributions in AdS/QCD” **Phys. Rev. D.**, **83**, **3**, pp **036001**.
- [30] Abidin, Z., and Carlson, C. E. (2009). “Nucleon electromagnetic and gravitational form factors from holography” **Phys. Rev. D.**, **79**, **11**, pp **1150**.
- [31] Uehara, S., Watanabe, Y., Nakazawa, H., Adachi, I., Aihara, H., Asner, D. M., and Bhuyan, B. (2012) “Measurement of $\gamma \gamma^* \rightarrow \pi^0$ transition form factor at Belle” **Phys. Rev. D.**, **86**, **9**, pp **092007**.
- [32] Nikkhoo, N. S., and Shojaei, M. R. (2017) “Unpolarized and polarized densities based on a light-front quark–diquark model” **Int. J. Mod. Phys. A.**, **32**, **17**, pp **1750097**.
- [33] Sufian, R. S., De Téramond, G. F., Brodsky, S. J., Deur, A., and Dosch, H. G. (2017) “Analysis of nucleon electromagnetic form factors from light-front holographic QCD: The spacelike region” **Phys. Rev. D.**, **95**, **1**, pp **014011**.
- [34] De Téramond, G. F., Liu, T., Sufian, R. S., Dosch, H. G., Brodsky, S. J., Deur, A., and Hlfhs Collaboration. (2018) “Universality of generalized parton distributions in light-front holographic QCD” **Phys. Rev. Lett.**, **120**, **18**, pp **182001**.
- [35] Miller, G. A. (2010) “Transverse charge densities” **Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.**, **60**, pp **1**.
- [36] Halzen, F. and Martin, A.D. (1984) “**Quark and lepton**” Jahn Wiley.
- [37] Ernst, F. J., Sachs, R. G., and Wali, K. C. (1960). “Electromagnetic form factors of the nucleon” **Phys. Rev.**, **119**, **3**, pp **1105**.
- [38] Miller, G. A. (2007) “Charge densities of the neutron and proton” **Phys. Rev. Lett.**, **99**, pp **112001**.
- [39] Carlson. C. E. and Vanderhaeghen, M. (2008) “Empirical transverse charge densities in the nucleon and the nucleon-to-delta transition” **Phys. Rev. Lett.**, **100**, pp **032004**.
- [40] Bjorken, J. D. (1969) “Asymptotic sum rules at infinite momentum” **Phys. Rev.**, **179**, **5**, pp **1547**.
- [41] Dokshitzer, Y. L. (1977) “Calculation of the structure functions for deep inelastic scattering and $e^+ e^-$ annihilation by perturbation theory in quantum chromodynamics” **Zh. Eksp. Teor. Fiz.**, **73**, pp **1216**.
- [42] Amsler, C. (2008) “Particle data group” **Phys. Lett. B**, **667**, **1**.

- [43] Mueller, D., Robaschik, D., Geyer, B., Dittes, F. M., and Hořejši, J. (1994) “Wave Functions, Evolution Equations and Evolution Kernels from Light-Ray Operators of QCD” **Prog. Phys.**, **42**, 2, pp 101.
- [44] Radyushkin, A. V. (1996) “Scaling limit of deeply virtual Compton scattering” **Phys. Lett. B.**, **380**, 3-4, pp 417.
- [45] Efremov, A. V., and Radyushkin, A. V. (1980). “Factorization and asymptotic behaviour of pion form factor in QCD” **Phys. Lett. B.**, **94**, 2, pp 245.
- [46] Ji, X. (1998) “Off-forward parton distributions” **J. Phys. G.**, **24**, 7, pp 1181.
- [47] Diehl, M. (2003) “Generalized parton distributions” **Phys. Rep.**, **388**, 2-4, pp 41.
- [48] Guidal, M. (2008) “Generalized parton distributions and deep virtual compton scattering” **Prog.Part. Nucl. Phys.** **61**, 1, pp 89.
- [49] De Florian, D. Sassot, R. Stratmann, M. and Vogelsang, W. (2009) “Extraction of Spin-Dependent Parton Densities and Their Uncertainties” **Phys. Rev. D.**, **80**, pp 034030.
- [50] Blumlein, J. and Bottcher, H. (2010) “QCD Analysis of Polarized Deep Inelastic Scattering Data” **Nucl. Phys. B.**, **841**, pp 205.
- [51] Leader, E. Sidorov, A. V. and Stamenov, D. B. (2010) “Determination of Polarized PDFs from a QCD Analysis of Inclusive and Semi-Inclusive Deep Inelastic Scattering Data” **Phys. Rev. D.**, **82**, pp 114018.
- [52] Hirai, M., & Kumano, S. (2009). “Determination of gluon polarization from deep inelastic scattering and collider data” **Nucl. Phys. B.**, **813**, 1-2, pp 106.
- [53] Nocera, E. R., Forte, S., Ridolfi, G., and Rojo, J. (2012) “Unbiased polarised parton distribution functions and their uncertainties” **arXiv:1206.0201**.
- [54] Wakamatsu, M. (2010) “Gauge-invariant decomposition of nucleon spin” **Phys. Rev. D.**, **81**, 11, pp 114010.
- [55] Burkardt, M. (2003) “Impact parameter space interpretation for generalized parton distributions” **Int. J. Mod. Phys. A.**, **18**, 02, pp 173.
- [56] Belitsky, A. V., and Radyushkin, A. V. (2005) “Unraveling hadron structure with generalized parton distributions” **Phys. Rep.**, **418**, 1-6, pp 1.
- [57] Hyde-Wright, C. E., and De Jager, K. (2004) “Electromagnetic form factors of the nucleon and compton scattering” **Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.**, **54**, pp 217.
- [58] Perdrisat, C. F., Punjabi, V., and Vanderhaeghen, M. (2007) “Nucleon electromagnetic form factors” **Prog. Part. Nucl. Phys.**, **59**, 2, pp 694.
- [59] Arrington, J., Roberts, C. D., and Zanoliti, J. M. (2007) “Nucleon electromagnetic form factors” **J. Phys. G.**, **34**, 7, pp S23.
- [60] Soper, D. E. (1977) “Parton model and the Bethe-Salpeter wave function” **Phys. Rev. D.**, **15**, 4, pp 1141.
- [61] Nakanishi, N. (1969) “A general survey of the theory of the Bethe-Salpeter equation” **Prog. Theor. Phys. Suppl.**, **43**, pp 1.
- [62] Nakanishi, N. (1988) “Review of the Wick-Cutkosky Model—Spectral Properties in the Massless Ladder Model—” **Prog. Theor. Phys. Suppl.**, **95**, pp 1.
- [63] Carbonell, J., Karmanov, V. A., and Mangin-Brinet, M. (2009) “Electromagnetic form factor via Bethe-Salpeter amplitude in Minkowski space” **Eur. Phys. J. A**, **39**, 1, pp 53.
- [64] Kogut, J. B., and Soper, D. E. (1970) “Quantum electrodynamics in the infinite-momentum frame” **Phys. Rev. D.**, **1**, 10, pp 2901.

- [65] Diehl, M. (2002). “Generalized parton distributions in impact parameter space” **Eur. Phys. J. C.**, **25**, 2, pp 223.
- [66] Théberge, S. (1981) “2106, AW Thomas, S. Théberge, and GA Miller” **Phys. Rev. D**, **24**, pp 216.
- [67] Friar, J. L. (1972) “Broken symmetry quark model for neutron charge form factor” **Part. Nucl.**, **4**, pp 153.
- [68] Carlitz, R. D., Ellis, S. D., and Savit, R. (1977) “Why the neutron isn't all neutral”. **Phys. Lett. B.**, **68**, 5, pp 443.
- [69] Isgur, N., Karl, G., and Sprung, D. W. (1981) “Neutron charge form factor in a quark model with hyperfine interactions” **Phys. Rev. D.**, **23**, 1, pp 163.
- [70] Gunion, J. F., and Soper, D. E. (1978) “The average transverse distance between partons as measured by nucleon form factors” **Phys. Lett. B.**, **73**, 2, pp 189.
- [71] Alberico, W. M., Bilenky, S. M., Giunti, C., and Graczyk, K. M. (2009) “Electromagnetic form factors of the nucleon: new fit and analysis of uncertainties” **Phys. Rev. C.**, **79**, 6, pp 065204.
- [72] Miller, G. A., and Arrington, J. (2008) “Neutron negative central charge density: An inclusive-exclusive connection” **Phys. Rev. C.**, **78**, 3, pp 032201.
- [73] Diehl, M., Feldmann, T., Jakob, R., and Kroll, P. (2005). “Generalized parton distributions from nucleon form factor data” **Eur. Phys. J. C.**, **39**, 1, pp 1.
- [74] Ahmad, S., Honkanen, H., Liuti, S., and Taneja, S. K. (2007) “Generalized parton distributions from hadronic observables: Zero skewness” **Phys. Rev. D**, **75**, 9, pp 094003.
- [75] Drell, S. D., and Yan, T. M. (1970) “Connection of elastic electromagnetic nucleon form factors at large Q^2 and deep inelastic structure functions near threshold” **Rev. Lett.**, **24**, 4, pp 181.
- [76] West, G. B. (1970) “Phenomenological model for the electromagnetic structure of the proton” **Rev. Lett.**, **24**, 21, pp 1206.
- [77] Burkardt, M. (2005) “Transverse deformation of parton distributions and transversity decomposition of angular momentum” **Phys. Rev. D**, **72**, 9, pp 094020.
- [78] Miller, G. A., Piasetzky, E., and Ron, G. (2008) “Proton Electromagnetic-Form-Factor Ratios at Low Q^2 ” **Phys. Rev. Lett.**, **101**, 8, pp 082002.
- [79] Hoyer, P., and Kurki, S. (2010) “Transverse shape of the electron” **Phys. Rev. D.**, **81**, 1, pp 013002.
- [80] Kelly, J. J. (2004) “Simple parametrization of nucleon form factors” **Phys. Rev. C.**, **70**, 6, pp 068202.
- [81] Bradford, R., Bodek, A., Budd, H., and Arrington, J. (2006) “A new parameterization of the nucleon elastic form factors” **Nucl. Phys. B, Proc. Suppl.**, **159**, pp 127.
- [82] Arrington, J., Melnitchouk, W., and Tjon, J. A. (2007) “Global analysis of proton elastic form factor data with two-photon exchange corrections” **Phys. Rev. C.**, **76**, 3, pp 035205.
- [83] McAllister, R. W., and Hofstadter, R. (1956). “Elastic scattering of 188-MeV electrons from the proton and the alpha particle” **Phys. Rev.**, **102**, 3, pp 851.
- [84] Gayou, O., Wijesooriya, K., Afanasev, A., Amarian, M., Aniol, K., Becher, S., and Calarco, J. (2001) “Measurements of the elastic electromagnetic form factor ratio $\mu p G_{Ep}/G_{Mp}$ via polarization transfer” **Phys. Rev. C.**, **64**, 3, pp 038202.

- [85] Gayou, O., Aniol, K. A., Averett, T., Benmokhtar, F., Bertozzi, W., Bimbot, L., and Chang, C. C. (2002) “Measurement of G_E^p/G_M^p in $e \rightarrow p \rightarrow ep \rightarrow to$ $Q^2=5.6 \text{ GeV}^2$ ” *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 9, pp 092301.
- [86] Qattan, I. A., Arrington, J., Segel, R. E., Zheng, X., Aniol, K., Baker, O. K., and Chen, J. P. (2005) “Precision Rosenbluth measurement of the proton elastic form factors” *Phys. Rev. Lett.*, **94**, 14, pp 142301.
- [87] Arrington, J. (2004) “Implications of the discrepancy between proton form factor measurements” *Phys. Rev. C.*, **69**, 2, pp 022201.
- [88] Arrington, J. (2005) “Extraction of two-photon contributions to the proton form factors” *Phys. Rev. C.*, **71**, 1, pp 015202.
- [89] Blunden, P. G., Melnitchouk, W., and Tjon, J. A. (2003) “Two-photon exchange and elastic electron-proton scattering” *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 14, pp 142304.
- [90] Guichon, P. A., and Vanderhaeghen, M. (2003) “How to reconcile the Rosenbluth and the polarization transfer methods in the measurement of the proton form factors” *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 14, pp 142303.
- [91] Arrington, J. (2004) “Implications of the discrepancy between proton form factor measurements” *Phys. Rev. C.*, **69**, 2, pp 022201.
- [92] Kubon, G., Anklin, H., Bartsch, P., Baumann, D., Boeglin, W. U., Bohinc, K., and Friedrich, J. M. (2002) “Precise neutron magnetic form factors” *Phys. Lett. B.*, **524**, 1-2, pp 26.
- [93] Kelly, J. J. (2002) “Nucleon charge and magnetization densities from Sachs form factors” *Phys. Rev. C.*, **66**, 6, pp 065203.
- [94] Galster, S., Klein, H., Bleckwenn, J., Wegener, D., Moritz, J., and Schmidt, K. H. (1971) “Elastic electron-deuteron scattering and the electric neutron form factor at four-momentum transfers $5 \text{ fm}^{-2} < q^2 < 14 \text{ fm}^{-2}$ ” *Nucl. Phys.*, **32**, DESY-71-7, pp 221.
- [95] Vanderhaeghen, M., Guichon, P. A., and Guidal, M. (1998) “Hard electroproduction of photons and mesons on the nucleon” *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 23, pp 5064.
- [96] Vanderhaeghen, M., Guichon, P. A., and Guidal, M. (1999) “deeply virtual electroproduction of photons and mesons on the nucleon leading order amplitudes and power corrections” *Phys. Rev. D* **60.**, pp 094017.
- [97] Radyushkin, A. V. (1998) “Nonforward parton densities and soft mechanism for form factors and wide-angle Compton scattering in QCD” *Phys. Rev. D.*, **58**, 11, pp 114008.
- [98] Lepage, G. P., and Brodsky, S. J. (1980) “Exclusive processes in perturbative quantum chromodynamics” *Phys. Rev. D.*, **22**, 9, pp 2157.
- [99] Afanasev, A. (2000) Proceeding of the JLAB-INT Workshop on Exclusive and Semi-Exclusive Processes at High Momentum Transfer, **hep-ph/9910565**.
- [100] Martin, A. D., Stirling, W. J., Thorne, R. S., and Watt, G. (2009) “Parton distributions for the LHC” *Eur. Phys. J. C.*, **63**, 2, pp 189.
- [101] Accardi, A., Brady, L. T., Melnitchouk, W., Owens, J. F., and Sato, N. (2016) “Constraints on large-x parton distributions from new weak boson production and deep-inelastic scattering data” *Phys. Rev. D.*, **93**, 11, pp 114017.
- [102] Jimenez-Delgado, P., and Reya, E. (2009) “Dynamical next-to-next-to-leading order parton distributions” *Phys. Rev. D.*, **79**, 7, pp 074023.
- [103] Glück, M., Jimenez-Delgado, P., and Reya, E. (2008) “Dynamical parton distributions of the nucleon and very small-x physics” *Eur. Phys. J. C.*, **53**, 3, pp 355.

- [104] Nikkhoo, N. S., and Shojaei, M. R. (2018) “Electromagnetic and gravitational form factors by using the modified Gaussian ansatz for $H^q(x, t)$ ”. **Nucl. Phys. A.**, **969**, pp 138.
- [105] Martin, A. D., Roberts, R. G., Stirling, W. J., and Thorne, R. S. (2002) “NNLO global parton analysis” **Phys. Lett. B.**, **531**, 3-4, pp 216.
- [106] Sill, A. F., Arnold, R. G., Bosted, P. E., Chang, C. C., Gomez, J., Katramatou, A. T., and Szalata, Z. M. (1993) “Measurements of elastic electron-proton scattering at large momentum transfer” **Phys. Rev. D.**, **48**, 1, pp 29.
- [107] Jones, M. K., Aniol, K. A., Baker, F. T., Berthot, J., Bertin, P. Y., Bertozzi, W., ... and Brown, D. (2000) “ G_E^p/G_M^p Ratio by Polarization Transfer in $e \rightarrow p \rightarrow ep \rightarrow$ ” **Phys. Rev. Lett.**, **84**, 7, pp 1398.
- [108] Qattan, I. A., and Arrington, J. (2012) “Flavor decomposition of the nucleon electromagnetic form factors” **Phys. Rev. C.**, **86**, 6, pp 065210.
- [109] Nikkhoo, N. S., and Shojaei, M. R. (2018) “Nucleon form factors in generalized parton distributions at high momentum transfers” **Phys. Rev. C.**, **97**, 5, pp 055211.
- [110] Diehl, M., and Kroll, P. (2013) “Nucleon form factors, generalized parton distributions and quark angular momentum” **Eur. Phys. J. C.**, **73**, 4, pp. 2397.
- [111] Cates, G. D., De Jager, C. W., Riordan, S., and Wojtsekhowski, B. (2011) “Flavor decomposition of the elastic nucleon electromagnetic form factors” **Phys. Rev. Lett.** **106**, 25, pp 252003.
- [112] Andivahis, L., Bosted, P. E., Lung, A., Stuart, L. M., Alster, J., Arnold, R. G., and Gomez, J. (1994) “Measurements of the electric and magnetic form factors of the proton from $Q^2=1.75$ to 8.83 (GeV/c) 2 ” **Phys. Rev. D.**, **50**, 9, pp 5491.
- [113] Berger, C., Burkert, V., Knop, G., Langenbeck, B., and Rith, K. (1971) “Electromagnetic form factors of the proton at squared four-momentum transfers between 10 and 50 fm $^{-2}$ ” **Phys. Lett. B**, **35**, 1, pp 87.
- [114] Litt, J., Buschhorn, G., Coward, D. H., Destaeble, H., Mo, L. W., Taylor, R. E., ... and Hartmann, G. C. (1970) “Measurement of the ratio of the proton form factors, G_E/G_M , at high momentum transfers and the question of scaling” **Phys. Lett. B**, **31**, 1, pp. 40.
- [115] Janssens, T., Hofstadter, R., Hughes, E. B., and Yearian, M. R. (1966) “Proton form factors from elastic electron-proton scattering” **Phys. Rev.**, **142**, 4, pp. 922.
- [116] Bartel, W., Büsler, F. W., Dix, W. R., Felst, R., Harms, D., Krehbiel, H., and Weber, G. (1973) “Measurement of proton and neutron electromagnetic form factors at squared four-momentum transfers up to 3 (GeV/c) 2 ” **Nucl. Phys. B.**, **58**, 2, pp 429.
- [117] Herberg, C., Ostrick, M., Andresen, H. G., Annand, J. R. M., Aulenbacher, K., Becker, J., and Hall, S. J. (1999) “Determination of the neutron electric form factor in the $D(e, e' n) p$ reaction and the influence of nuclear binding” **Eur. Phys. J. A.**, **5**, 2, pp 131.
- [118] Ostrick, M., Herberg, C., Andresen, H. G., Annand, J. R. M., Aulenbacher, K., Becker, J., and Hartmann, P. (1999) “Measurement of the Neutron Electric Form Factor G_E^n in the Quasifree $H^2(e \rightarrow e' n \rightarrow) p$ Reaction” **Phys. Rev. Lett.**, **83**, 2, pp 276.
- [119] Becker, J., Andresen, H. G., Annand, J. R. M., Aulenbacher, K., Beuchel, K., Blume-Werry, J., and Frey, A. (1999) “Determination of the neutron electric form factor from the reaction $^3\text{He}(e, e' n)$ at medium momentum transfer” **Eur. Phys. J. A.**, **6**, 3, pp 329.

- [120] Rohe, D., Bartsch, P., Baumann, D., Becker, J., Bermuth, J., Bohinc, K., and Deninger, A. (1999) "Measurement of the Neutron Electric Form Factor G_E^n at 0.67 (GeV/c)^2 via ${}^3\text{He} \rightarrow (e \rightarrow, e' n)$." **Phys. Rev. Lett.**, **83**, **21**, pp 4257.
- [121] Zhu, H., Ahmidouch, A., Anklin, H., Arenhövel, H., Armstrong, C., Bernet, C., and Bültmann, S. (2001) "Measurement of the Electric Form Factor of the Neutron through $d \rightarrow (e \rightarrow, e' n) p$ at $Q^2 = 0.5 \text{ (GeV/c)}^2$ " **Phys. Rev. Lett.**, **87**, **8**, pp 081801.
- [122] Warren, G., Wesselmann, F., Zhu, H., McKee, P., Savvinov, N., Zeier, M., ... and Ben-Dayan, I. (2004) "Measurement of the Electric Form Factor of the Neutron at $Q^2 = 0.5$ and $1.0 \text{ GeV}^2/\text{c}^2$ " **Phys. Rev. Lett.**, **92**, **4**, pp 042301.
- [123] Madey, R., Semenov, A. Y., Taylor, S., Plaster, B., Aghalaryan, A., Crouse, E., ... and Ahmidouch, A. (2003) "Measurements of G_E^n/G_M^n from the $\text{H}^2 (e \rightarrow e' n \rightarrow) \text{H}^1$ Reaction to $Q^2 = 1.45 \text{ (GeV/c)}^2$ " **Phys. Rev. Lett.**, **91**, **12**, pp 122002.
- [124] Glazier, D. I., Seimetz, M., Annand, J. R. M., Arenhövel, H., Antelo, M. A., Ayerbe, C., and Bosnar, D. (2005) "Measurement of the electric form factor of the neutron at $Q^2 = 0.3\text{--}0.8 \text{ (GeV/c)}^2$ " **Eur. Phys. J. A.**, **24**, **1**, pp 101.
- [125] Markowitz, P., Finn, J. M., Anderson, B. D., Arenhoevel, H., Baldwin, A. R., Barkhuff, D., ... and Dodson, G. W. (1993) "Measurement of the magnetic form factor of the neutron" **Phys. Rev. C.**, **48**, **1**, pp R5.
- [126] Xu, W., Dutta, D., Xiong, F., Anderson, B., Auerbach, L., Averett, T., and Cates, G. D. (2000) "Transverse Asymmetry A_T' from the Quasielastic ${}^3\text{He} \rightarrow (e \rightarrow, e')$ Process and the Neutron Magnetic Form Factor" **Phys. Rev. Lett.**, **85**, **14**, pp 2900.
- [127] Anklin, H., DeBever, L. J., Blomqvist, K. I., Boeglin, W. U., Böhm, R., Distler, M., and Götz, J. (1998) "Precise measurements of the neutron magnetic form factor" **Phys. Lett. B.**, **428**, **3-4**, pp 248.
- [128] Kubon, G., Anklin, H., Bartsch, P., Baumann, D., Boeglin, W. U., Bohinc, K., and Friedrich, J. M. (2002) "Precise neutron magnetic form factors" **Phys. Lett. B.**, **524**, **1-2**, pp 26.
- [129] Lung, A., Stuart, L. M., Bosted, P. E., Andivahis, L., Alster, J., Arnold, R. G., and Gomez, J. (1993) "Measurements of the electric and magnetic form factors of the neutron from $Q^2 = 1.75$ to 4.00 (GeV/c)^2 " **Phys. Rev. Lett.**, **70**, **6**, pp 718.
- [130] Rock, S., Arnold, R. G., Bosted, P., Chertok, B. T., Mecking, B. A., Schmidt, I., ... and Zdarko, R. (1982) "Measurement of Elastic Electron-Neutron Cross Sections up to $Q^2 = 10 \text{ (GeV/c)}^2$ " **Phys. Rev. Lett.**, **49**, **16**, pp 1139.
- [131] Nikkhoo, N. S., & Shojaei, M. R., (2019) "The contribution of valance quarks in the nucleon G_E and G_M " **International Journal of Modern Physics A** 34(27), 1950148.
- [132] Owens, J. F., Accardi, A., and Melnitchouk, W. (2013) "Global parton distributions with nuclear and finite- Q^2 corrections" **Phys. Rev. D**, **87**, **9**, pp 094012.

Abstract

One of the theories which can describe the elastic form factors is generalized parton distributions (GPDs). The nucleon Dirac and Pauli form factors are described by sum of rules which link two the GPD functions (H , E). Until now, there have been proposed several methods in GPDs for calculating form factors. In this thesis, the Dirac and Pauli form factors of the proton and neutron are studied based on the Generalized parton distributions by using the modified Gaussian functions in the range of $-t < 4.5 \text{ GeV}^2$ and $-t < 30 \text{ GeV}^2$ which these form factors are related to parton distribution functions. After that other important quantities like as the transversely unpolarized and polarized densities for nucleon and the nucleon electric charge radius are computed and investigated which our results shows good agreement with other previous works.

Keywords: elastic form factors, generalized parton distributions, parton distribution functions, transverse charge density



Shahrood University of Technology
Faculty: Physics and Nuclear Engineering

**Calculation of the elastic form factors and transverse charge and
magnetization densities for proton and neutron based on Generalized
Parton Distributions**

By: Negin Sattary Nikkhoo

Supervisor:
Mohammad Reza Shojaei

September 2019