

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده‌ی فیزیک و مهندسی هسته‌ای

رشته‌ی فیزیک، گرایش هسته‌ای

رساله‌ی دکتری

محاسبه‌ی تغییرات دامنه هلیسیتی در طیف جرمی باریون‌ها

نگارنده: سارا پارسایی

استاد راهنما

پروفسور علی اکبر رجبی

شهریور

۱۳۹۷



مدیریت تحصیلات تکمیلی

باسمه تعالی

شماره:

تاریخ:

ویرایش:

فرم شماره ۱۲: صورت جلسه نهایی دفاع از رساله دکتری (Ph.D)
(ویژه دانشجویان ورودی های ۹۴ و ما قبل)

بدینوسیله گواهی می شود خانم سارا پارسایی دانشجوی دکتری رشته فیزیک هسته‌ای به شماره دانشجویی ۹۲۱۵۸۴۵ ورودی مهر ماه سال ۱۳۹۳ در تاریخ ۱۳۹۷/۰۶/۱۴ از رساله نظری ☒ عملی ☐ خود به عنوان مجانبه‌ای تغییرات دامنه علیستین در طبق حرمی پارون‌ها دفاع و با اخذ نمره ۱۵/۱۶ به درجه ☒ نائل گردید.

الف) درجه عالی: نمره ۱۹-۲۰ ☒	ب) درجه بسیار خوب: نمره ۱۸/۹۹ - ۱۷ ☐
ج) درجه خوب: نمره ۱۶/۹۹ - ۱۵ ☐	د) غیر قابل قبول و نیاز به دفاع مجدد دارد ☐
ه) رساله نیاز به اصلاحات دارد ☐	

ردیف	هیئت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱	دکتر علی اکبر رجبی	استاد/ استادیار راهنما	استاد	
۲	دکتر	مشاور/ مشاورین		
۳	دکتر حسین توکلی غنیران	استاد مدعو داخلی	استادیار	
۴	دکتر حسن حسن آبادی	استاد مدعو داخلی	استاد	
۵	دکتر مصطفی زاهدی فر	استاد مدعو خارجی	استاد	
۶	دکتر مسلم سوخانی	سرپرست (نماینده) تحصیلات تکمیلی دانشکده	استادیار	

مدیر محترم تحصیلات تکمیلی دانشگاه:

ضمن تأیید مراتب فوق مقرر فرمائید اقدامات لازم در خصوص انجام مراحل دانش آموختگی خانم سارا پارسایی، بعمل آید.

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده: دکتر سعید حسامی پیله رود

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده:



تقدیم به :

پدر، مادر و همسر عزیزم

و به تمام آزاد مردانی که نیک می اندیشند و عقل و منطق را پیشه خود نموده و جز رضای الهی و پیشرفت و سعادت جامعه، هدفی ندارند.

دانشمندان، بزرگان، و جوانمردانی که جان و مال خود را در حفظ و اعتلای این مرز و بوم فدا نموده و می نمایند.

سپاس:

سپاس خدای را که سخنوران، در ستودن او بمانند و شمارندگان، شمردن نعمت‌های او ندانند و کوشندگان، حق او را گزاردن نتوانند. و سلام و دورد بر محمد و خاندان پاک او، طاهران معصوم، هم آنان که وجودمان وامدار وجودشان است.

تجلیل از معلم، سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تامین می‌کند و سلامت امانت‌هایی را که به دستش سپرده‌اند، تضمین؛ بر حسب وظیفه از پدر و مادر عزیزم این دو معلم بزرگوارم که همواره بر کوتاهی و درستی من، قلم عفو کشیده و کریمانه از کنار غفلت‌هایم گذشته‌اند و در تمام عرصه‌های زندگی یار و یابری بی‌چشم‌داشت برای من بوده‌اند؛ از استاد با کمالات و شایسته؛ جناب آقای پروفسور علی اکبر رجبی که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ ننمودند، کمال تشکر و قدردانی را دارم.

تعهد نامه

اینجانب سارا پارسایی دانشجوی دوره دکتری رشته فیزیک دانشکده فیزیک ومهندسی هسته‌ای دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده رساله محاسبه‌ی تغییرات دامنه‌ی هلیسیتی در طیف جرمی باریون‌ها تحت راهنمایی پروفیسور علی اکبر رجبی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این رساله توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در رساله تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از رساله رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ: ۹۷/۶/۲۱

امضای دانشجو : سارا پارسایی

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در رساله بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

مطالعه‌ی ساختار نوکلئون همواره بسیار مورد توجه بوده است. اطلاعات مهمی از شکل ظاهری، ساختار درونی و اجزای سازنده‌ی نوکلئون از مطالعه‌ی برهم‌کنش‌ها بدست می‌آیند. ما در این رساله یک برهم‌کنش الکترومغناطیس را با محاسبه‌ی تغییرات دامنه‌ی هلیسیتی، مطالعه می‌کنیم. آنچه ما از برهم‌کنش الکترومغناطیس می‌دانیم به معادلات ماکسول در مکانیک کلاسیک برمی‌گردد. در آنجا بیان می‌شد که یک ذره با قرار گرفتن در میدان‌های الکترومغناطیس ذره‌ی مقابل، با آن برهم‌کنش می‌کند. با پیدایش نظریه‌ی کوانتومی میدان‌ها، برهم‌کنش بین ذرات را نتیجه‌ی مبادله‌ی یک ذره‌ی واسطه می‌داند بنابراین یک برهم‌کنش الکترومغناطیس را نتیجه‌ی مبادله‌ی یک فوتون مجازی می‌دانیم. فاینمن برای مطالعه‌ی این برهم‌کنش‌ها قواعدی را بیان می‌کند که به نام خود او شهرت دارند. قواعد فاینمن برای مطالعه‌ی یک برهم‌کنش الکترومغناطیس تنها برروی حالت اولیه و نهایی اسپین و تکانه‌ی ذرات برهم‌کنش کننده پایه‌ریزی می‌شود و آنچه در میانه‌ی برهم‌کنش رخ می‌دهد دارای اهمیت نیستند. ما در این رساله سعی نموده‌ایم از دریچه‌ای نو به مطالعه‌ی نوکلئون و حالت‌های تشدید آن بپردازیم، به این صورت که در یک پراکندگی ناکشسان الکترون- پروتون، چگونگی برهم‌کنش فوتون با کوارک‌های سازنده‌ی نوکلئون را مطالعه کنیم و در واقع نشان دهیم که در میانه‌ی مسیر یک برهم‌کنش، چه اتفاقی رخ خواهد داد. ما نشان می‌دهیم که چگونه می‌توانیم پیچیدگی‌های محاسبات فاینمن را کنار بگذاریم و نتایجی که از یک برهم‌کنش الکترومغناطیس بدست می‌آید را با محاسبات جبری ساده بدست بیاوریم. ما انتظار داریم نتایج یکسانی از این نوع مطالعه با سایر کارها بدست آوریم بنابراین در این راستا به توضیح نحوه‌ی برهم‌کنش الکترومغناطیس بین جریان کوارک‌ها به عنوان ذرات سازنده‌ی نوکلئون و میدان الکترومغناطیس فوتون‌ها پرداخته‌ایم و نشان داده‌ایم که هامیلتونی برهم‌کنش شامل دو عملگر انتقال (دوران) اسپین و عملگر انتقال تکانه است و از آنجا که مطالعه‌ی جداگانه‌ی اثر این دو عملگر در برهم‌کنش الکترومغناطیس کار پیچیده‌ای است، عدد کوانتومی هلیسیتی که بسیار وابسته به تغییرات تکانه‌ی کل خواهد بود، معرفی شده است و تغییرات

این عدد کوانتومی در گذار به حالت‌های تشدیدي مختلف، محاسبه می‌شود و در نهایت ارتباط بین تغییرات دامنه هلیسیتی و عامل شکل‌های الکترومغناطیسی را نشان داده‌ایم و نتایج را با مقادیر تجربی مقایسه کرده‌ایم.

کلمات کلیدی: برهم‌کنش الکترومغناطیسی، هلیسیتی، تغییرات دامنه هلیسیتی، عامل شکل‌های الکترومغناطیسی

لیست مقالات حاصل از پایان نامه:

- 1- Electromagnetic transitions of the Roper resonance $\gamma^* p \rightarrow p_{11}(1440)$ within the Nonrelativistic Quark Model, *The European Physical Journal Plus*, V132, pp413, 2017
- 2- Electromagnetic Coupling of Negative Parity Nucleon Resonances N (1535) Based on Nonrelativistic Constituent Quark Model, *Communications in Theoretical Physics*, V69, pp 43, 2018.
- 3- The Modified Communication between the Helicity Amplitudes and the Electromagnetic Form Factor of the Nucleon Based on the Nonrelativistic Constituent Quark Model, *The European Physical Journal Plus*, (2018) 133: 265

مقالات ارائه شده در کنفرانس‌های داخلی

۱- سارا پارسایی، علی اکبر رجبی، "دامنه هلیسیتی برای گذار به حالت برانگیخته $\Delta(1232)$ در گذار $\gamma^* n \rightarrow n$ (حالت پایه نوترون)"، کنفرانس فیزیک ایران، دانشگاه یزد، شماره مقاله ۱۵۴، ۶ شهریور ۱۳۹۶.

۲- سارا پارسایی، علی اکبر رجبی، "دامنه احتمال گذار و عامل شکل الکترومغناطیسی حالت برانگیخته $N(1232)$ "، هشتمین کنفرانس فیزیک ذرات و میدان‌ها، دانشگاه شهید بهشتی، ۲۵ بهمن ۱۳۹۶

فهرست مطالب:

چکیده.....	ت
لیست مقالات حاصل از پایان نامه:	ذ
مقالات ارائه شده در کنفرانس‌های داخلی.....	ذ
فصل ۱ برخی مفاهیم پایه.....	۱
۱.۱ مقدمه.....	۲
۲.۱ دسته‌بندی باریون‌ها و مزون‌ها، راه هشتگانه (۱۹۶۰-۱۹۶۴).....	۶
۳.۱ مدل کوآرک و معمای بار الکترون و پروتون	۸
۱.۳.۱ نتایج مدل کوآرک.....	۹
۴.۱ تشدید نوکلئون.....	۹
۵.۱ معرفی و اهداف رساله.....	۱۱
۱.۵.۱ مفهوم و منشأ هلیسیتی.....	۱۲
۲.۵.۱ هلیسیتی فوتون‌های حقیقی و مجازی.....	۱۶
۳.۵.۱ اهمیت محاسبه‌ی هلیسیتی.....	۲۰
۶.۱ تاریخچه.....	۲۷
۷.۱ ساختار کلی رساله.....	۳۴
فصل ۲ نظریه‌ی گروه‌ها، شکست تقارن $SU(6)$ و بررسی کوانتومی گذار.....	۳۵
۱.۲ تقارن و تبهگنی.....	۳۶
۲.۲ گروه‌های تقارنی تقارن و گروه‌ها.....	۳۷
۱.۲.۲ گروه تقارنی $SU(2)$	۳۸
۲.۲.۲ بررسی شکست تقارن $SU(2)$	۴۰
۳.۲ نمایش خطی ترکیب سه کوآرک بر پایه‌ی تقارن $SU(2)$	۴۲
۴.۲ گروه $SU(3)$	۴۴
فصل ۳ برهم‌کنش الکترومغناطیس، طیف جرم.....	۵۳
۱.۳ شکافتگی جرم در چندگانه‌های باریونی.....	۵۳
۲.۳ طیف جرمی گئورسی-رادیکاتی.....	۵۸
فصل ۴ پراکندگی‌ها، برهم‌کنش الکترومغناطیس و ساختار هادرون‌ها.....	۶۳
۱.۴ پراکندگی‌ها و ساختار نوکلئون.....	۶۴

۶۷	۱.۱.۴ پراکندگی کشسان
۶۷	۲.۱.۴ پراکندگی ناکشسان:
۶۸	۳.۱.۴ پراکندگی ناکشسان ژرف ^۱
۶۹	۲.۴ آزمایش‌های پراکندگی
۷۱	۳.۴ پراکندگی کشسان الکترون از بار استاتیک
۷۳	۴.۴ پراکندگی الکترون-میوان
۷۴	۵.۴ پراکندگی کشسان الکترون-پروتون $e + p \rightarrow e + p$
۷۸	۶.۴ پراکندگی ناکشسان و پیدایش رزونانس‌های نوکلئونی
۸۲	۷.۴ پراکندگی ناکشسان ژرف، پارتون‌ها و مقیاس بندی بیورکن
۸۹	۸.۴ داده‌های تجربی، عامل شکل‌های نوکلئون
۹۴	۱.۸.۴ اندازمگیری قطبش پروتون پس زده و تعیین عامل شکل‌ها
۹۴	۲.۸.۴ اندازمگیری عامل شکل‌های نوترون
۹۵	فصل ۵ محاسبه‌ی تغییرات دامنه هلیسیتی
۹۶	۱.۵ مقدمه، هلیسیتی ذرات اسپین $\frac{1}{2}$
۹۷	۲.۵ برهم‌کنش الکترومغناطیسی
۹۸	۳.۵ برهم‌کنش بین دو جریان با در نظر گرفتن انتشارگر فوتون در نمودار فاینمن
۱۰۰	۴.۵ برهم‌کنش الکترومغناطیس فوتون و جریان حاصل از کوارک‌های سازنده
۱۰۵	۵.۵ محاسبه‌ی دامنه تغییرات هلیسیتی
۱۱۰	۶.۵ صحت‌سنجی محاسبات جبری رساله
۱۱۴	۱.۶.۵ گذار حالت پایه به حالت $\langle 000_s^+ = \langle \omega \lambda L $
۱۱۵	۲.۶.۵ گذار به حالت $\langle 100_s^+ $
۱۱۶	۳.۶.۵ گذار به حالت $\langle 111_M^- $ با پارته‌ی منفی
۱۱۸	۴.۶.۵ تغییرات دامنه هلیسیتی در گذار $A_{1/2}N(1535)S_{11}$ و $A_{1/2}N(1650)S_{11}$
۱۲۴	۵.۶.۵ محاسبه‌ی تغییرات دامنه هلیسیتی برای گذار به حالت $N(1650)S_{11}$
۱۲۸	۶.۶.۵ محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{3/2}N(1520)D_{13}$
۱۳۰	۷.۶.۵ محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}(1520)$
۱۳۳	۷.۵ محاسبات این رساله

۱۳۳.....	تغییرات دامنه هلیسیتی اسکالر و عامل شکل های نوکلئون	۱.۷.۵
۱۴۳.....	محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی برای تشدید $N(1232)$	۲.۷.۵
۱۴۹.....	عامل شکل های الکترومغناطیس $N(1232)$	۳.۷.۵
۱۵۱.....	محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی برای رزونانس $N(1440)$	۴.۷.۵
۱۵۶.....	محاسبه تغییرات دامنه ی طولی $S_{1/2}$ در گذار به $N(1440)$	۵.۷.۵
۱۵۸.....	محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی رزونانس $N(1535)$	۶.۷.۵

فصل ۶ جمع بندی و پیشنهادات..... ۱۶۱

۱۶۲.....	۱.۶ خلاصه و جمع بندی
۱۶۳.....	۲.۶ پیشنهادات

پیوست ۱..... ۱۶۴

۱۶۴.....	۱.۱ محاسبات تابع موج و ویژه مقادیر انرژی در تشدیدهای باریونی
۱۶۶.....	۲.۱ پتانسیل برهمکنش کوارک ها
۱۶۸.....	۳.۱ روش NU
۱۷۲.....	۱.۳.۱ تابع موج

منابع..... ۱۷۷

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱: پراکندگی کامپتون..... ۳
- شکل ۲-۱: هشت تایی باریونی و مزونی..... ۷
- شکل ۳-۱: ده تایی باریونی..... ۷
- شکل ۴-۱: الگوی مثلثی کوارک..... ۸
- شکل ۵-۱: الگوی مثلثی پاد کوارک..... ۹
- شکل ۶-۱: پراکندگی رادرفورد برای اتم و پراکندگی غیر کسشان از پروتون..... ۱۰
- شکل ۷-۱: مبادله فوتون مجازی با قطبش‌های طولی و عرضی..... ۲۰
- شکل ۸-۱: هلیسیتی ± 1 ۲۱
- شکل ۹-۱: برهم‌کنش الکترومغناطیس..... ۲۲
- شکل ۱۰-۱: تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}, A_{3/2}$ ۲۲
- شکل ۱-۲: نمایش ایزواسپینی کوارک u, d ۴۲
- شکل ۲-۲: نمایش ایزواسپینی ترکیب دو کوارک u, d ۴۲
- شکل ۳-۲: ترکیب متقارن و پادمتقارن ایزواسپینی دو کوارک..... ۴۲
- شکل ۴-۲: ترکیب متقارن و پادمتقارن ایزواسپینی سه کوارک..... ۴۳
- شکل ۵-۲: نمایش کوارک و پادکوارک در گروه $SU(3)$ ۴۶
- شکل ۶-۲: نمایش ترکیب کوارک - پادکوارک و تشکیل مزون در گروه $SU(3)$ ۴۷
- شکل ۷-۲: نمایش ترکیب دو کوارک در گروه $SU(3)$ ۴۷
- شکل ۸-۲: ترکیب سه کوارکی متقارن در گروه $SU(3)$ ۴۸
- شکل ۹-۲: ترکیب سه کوارکی پادمتقارن و متقارن‌های مخلوط در گروه $SU(3)$ ۴۹
- شکل ۱-۳: شکافتگی تراز $n = 2$ و انتقال لمب..... ۵۵
- شکل ۲-۳: نتایج بدست آمده برای طیف جرمی باریون‌های سبک در مدل پتانسیلی کورنل..... ۶۱
- شکل ۳-۳: نتایج بدست آمده برای طیف جرمی باریون‌های شگفت در مدل پتانسیلی کورنل..... ۶۲
- شکل ۱-۴: نمودارهای فاینمن مربوط به پراکندگی الکترون..... ۶۴
- شکل ۲-۴: مشاهدات فوتون از پروتون بسته به انرژی تابش..... ۶۵

- شکل ۴-۳: مشاهدات فوتون از پروتون بسته به طول موج فوتون و شعاع پروتون ۶۶
- شکل ۴-۴: پراکندگی ناکشسان ۶۸
- شکل ۴-۵: پراکندگی کشسان b پراکندگی ناکشسان ژرف ۶۹
- شکل ۴-۶: نمودار های فاینمن در $A \rightarrow B + C$ ۷۰
- شکل ۴-۷: پراکندگی کشسان الکترون از بار استاتیک ۷۱
- شکل ۴-۸: نمودار فاینمن برای پراکندگی الکترون - میوان ۷۳
- شکل ۴-۹: پراکندگی کشسان الکترون - پروتون ۷۵
- شکل ۴-۱۰: پراکندگی ناکشسان ژرف الکترون پروتون ۷۸
- شکل ۴-۱۱: سطح مقطع پراکندگی ناکشسان الکترون - پروتون و در $W = M$ پراکندگی الاستیک رخ می دهد ۸۲
- شکل ۴-۱۲: پراکندگی ناکشسان ژرف از پروتون، کشسان از کوارک ۸۳
- شکل ۴-۱۳: توزیع تکانه حمل شده توسط کوارک ها ۸۴
- شکل ۴-۱۴: پراکندگی از یک توزیع بار ۸۹
- شکل ۴-۱۵: مبادله فوتون مجازی بین الکترون و پروتون ۹۱
- شکل ۴-۱۶: رابطه ی رزنبلات، ۹۳
- شکل ۵-۱: انتشار مزون و برگشت از حالت برانگیخته به حالت پایه ۹۶
- شکل ۵-۲: برهم کنش دو بار الکتریکی ۹۷
- شکل (۵-۳): الف: پراکندگی الکترون پروتون - ب: نابودی زوج الکترون - پوزیترون ۹۸
- شکل ۵-۴: تغییرات دامنه هلیسیتی ۱۰۶
- شکل ۵-۵: تغییرات دامنه هلیسیتی در گذار $A_{1/2}^P(P(938) \rightarrow N(1535))$ ۱۲۳
- شکل ۵-۶: تغییرات دامنه هلیسیتی در گذار $A_{1/2}^P(P(938) \rightarrow N(1650))$ ۱۲۷
- شکل ۵-۷: تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{3/2}^P$ در گذار $N(938) \rightarrow A_{3/2}N(1520)S_{11}$ ۱۳۰
- شکل ۵-۸: تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}^P$ را برای گذار به $N(1520)$ ۱۳۲
- شکل ۵-۹: تغییرات دامنه هلیسیتی اسکالر $S_{1/2}$ ۱۳۶
- شکل ۵-۱۰: تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}$ ۱۳۷
- شکل ۵-۱۱: عامل شکل مغناطیسی G_M^P پروتون ۱۳۷

- شکل ۵-۱۲: عامل شکل الکتریکی G_E^p پروتون..... ۱۳۸
- شکل ۵-۱۳: عامل شکل مغناطیسی G_M^n نوترون..... ۱۳۹
- شکل ۵-۱۴: نسبت عامل شکل های الکترومغناطیس $\mu_p G_E / G_M$ برای پروتون..... ۱۴۰
- شکل ۵-۱۵: نسبت عامل شکل های الکترومغناطیس $G_M^p / \mu_p G_D$ برای پروتون..... ۱۴۱
- شکل ۵-۱۶: عامل شکل الکتریکی G_E^p / G_D پروتون..... ۱۴۲
- شکل ۵-۱۷: منحنی تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2} N(1232)$ نوکلئون..... ۱۴۷
- شکل ۵-۱۸: منحنی تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{3/2} N(1232)$ نوکلئون..... ۱۴۸
- شکل ۵-۱۹: محاسبه عامل شکل الکتریکی $\Delta(1232)$ ۱۵۰
- شکل ۵-۲۰: محاسبه نسبت عامل شکل مغناطیسی $G_M / 3G_D$ برای $\Delta(1232)$ ۱۵۱
- شکل ۵-۲۱: محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}$ برای گذار $\gamma^* p(938) \rightarrow p(1440)$ ۱۵۵
- شکل ۵-۲۲: محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}$ برای گذار $\gamma^* n(938) \rightarrow n(1440)$ ۱۵۶
- شکل ۵-۲۳: محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی اسکالر $S_{1/2}$ برای گذار $\gamma^* P(938) \rightarrow P(1440)$ ۱۵۸
- شکل ۵-۲۴: محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}$ برای گذار $\gamma^* p(938) \rightarrow p(1535)$ ۱۵۹
- شکل ۵-۲۵: محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی اسکالر $S_{1/2}$ برای گذار $\gamma^* p(938) \rightarrow p(1535)$ ۱۶۰

فهرست جدول‌ها

جدول ۱-۱ خانوادگی لپتون ۱۹۶۲-۱۹۷۶.....	۵
جدول ۵-۱: عامل شکل‌های اسکالر $F(k)$ مقاله [۳۱].....	۱۱۳
جدول ۷-۱: ترکیبات مختلف باریون‌ها بر اساس پیکربندی گروه $SU(6)$	۱۷۵
جدول ۷-۲: ترکیبات مختلف باریون‌ها حالت‌هایی با پاریته ی منفی بر اساس پیکربندی گروه $SU(6)$	۱۷۶

فصل ۱

برخی مفاهیم پایه

۱.۱ مقدمه

درک ساختار ماده و اجزای سازنده‌ی آن همواره بسیار مورد توجه بوده است. مدل‌های مختلف اطلاعات مهمی از طیف باریون‌ها و فرآیندهای برانگیخته کردن باریون‌ها ایجاد می‌کند. در مدل استاندارد سعی بر این است که تمام پدیده‌ها بر اساس کوارک‌ها، لپتون‌ها و مزون‌ها توضیح داده شود. ما قصد داریم یک برهم‌کنش الکترومغناطیس بین الکترون و پروتون را بر اساس برهم‌کنش بین کوارک‌ها به عنوان ذرات سازنده‌ی پروتون و فوتون به عنوان ذره‌ی تبادلی مورد مطالعه قرار دهیم. ابتدا مروری بر راه‌های مشاهده ذرات ارائه می‌دهیم.

می‌دانیم که تولید الکترون و پروتون به سادگی امکان پذیر است. زیرا آن‌ها اجزای پایدار ماده هستند. الکترون را می‌توان با گرم کردن یک تکه فلز بدست آورد. برای بدست آوردن پروتون، هیدروژن را یونیزه می‌کنیم و برای ذرات شگفت انگیزتر سه منبع عمده وجود دارد: پرتو کیهانی، راکتورهای هسته‌ای و شتاب دهنده‌های ذرات.

- **پرتوهای کیهانی:** ذرات پر انرژی در برخورد با جو زمین، ذرات ثانویه‌ای را تولید می‌کنند که دارای دو ویژگی اساسی می‌باشند: این پرتوها آزاد هستند و می‌توانند انرژی بسیاری را در خود ذخیره کنند و اینکه به میزان فراوان می‌تواند وجود داشته باشد و محدودیت آزمایشگاهی نخواهد داشت.

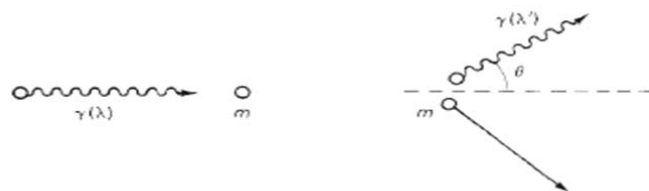
- **راکتورهای هسته‌ای:** از تجزیه‌ی هسته‌های رادیواکتیو انواع ذرات گسیل می‌شوند از جمله نوترون، نوترینو و آنچه پرتوهای آلفا نامیده می‌شوند، پرتوهای بتا و پرتوهای گاما.

- **شتاب دهنده‌های ذرات:** با شتاب‌دار کردن ذراتی چون پروتون و الکترون و انرژی‌دار شدن آن‌ها و روانه کردن این ذرات به سوی یک هدف می‌توان ذرات ثانویه‌ای مانند میون، پایون، کائون و آنتی پرتون را تولید کرد. و با افزایش انرژی، ذرات سنگین تر را تولید کرد. دلیل اهمیت انرژی‌های بیشتر این است که هر چه انرژی‌های برخورد بیشتر باشد ذره به

یکدیگر نزدیکتر خواهند شد از این رو اندرکنش در فاصله‌های کوتاه نیازمند انرژی بیشتر خواهد بود. برای آشکار سازی این ذرات انواع آشکارسازها از جمله شمارشگر گایگر، اتاقک ابر، اتاقک حباب.... استفاده می‌شود. بیشتر مکانیزیم آشکارسازها بر این نکته اشاره می‌کند که بیشتر ذرات در مسیر حرکت خود اتم‌های بین راه را یونیزه می‌کنند و از قراردادن آشکارساز در میدان مغناطیسی می‌توان بار ذرات و اندازه حرکت ذرات را تعیین کنیم، به طور مثال از قراردادن یک اتاقک ابر بین دو صفحه‌ی آهنربای قوی می‌توان اندازه‌ی حرکت و بار الکتریکی ذره را تعیین کرد [۱][۲].

- **تاریخچه کشف ذرات بنیادی: دوره‌ی کلاسیک (۱۸۹۷-۱۹۳۲)** زمان کشف الکترون به وسیله تامسون سرآغاز فیزیک ذرات بنیادی است. تامسون نشان داد که انحراف اشعه کاتدی یک رشته‌ی ملتهب به وسیله یک میدان مغناطیسی نشان‌دهنده‌ی باردار بودن ذرات و جهت انحنا نشان‌دهنده‌ی نوع بار بود، تامسون این ذرات را الکترون نامید. کشف نوترون در سال ۱۹۳۲ پایان دوره‌ی ذرات کلاسیک بود.

- **فوتون (۱۹۲۴-۱۹۰۰):** در سال ۱۹۲۳ کامپتون متوجه شد که پراکندگی به وسیله‌ی یک ذره‌ی در حال سکون (شکل ۱-۱) طبق معادله‌ی $\lambda' = \lambda + \lambda_c(1 - \cos \theta)$ طول موج را عوض می‌کند که λ طول موج نور تابیده، λ' طول موج پراکنده شده، θ زاویه پراکندگی و $\lambda_c = h/mc$ طول موج کامپتون است. این ذره فوتون نامیده می‌شود.



شکل ۱-۱: پراکندگی کامپتون

- **مزون ها (۱۹۴۷-۱۹۳۴):** در پاسخ به این سوال که چه نیرویی عامل نگهدارنده اجزای

سازنده‌ی هسته است؟ چون انتظار می‌رود پرتون‌ها با بار مثبت همدیگر را دفع کنند که پاسخ آن را می‌توان در نیرویی قوی و کوتاه برد خلاصه نمود. نیرویی که توسط یوکاوا در سال ۱۹۳۴ تحت عنوان یک میدان کوانتیده معرفی می‌شد و توانسته بود با توجه به ویژگی‌های آن از جمله کوتاه برد بودن نشان‌دهد که این ذره‌ی واسطه جرم سنگینی خواهد داشت حد فاصل جرم پرتون و الکترون که آن را مزون یا ذره‌ی میانه نامید.

- **پاد ذرات (۱۹۵۶-۱۹۳۰):** گسترش وجه نسبیتی مکانیک کوانتوم منجر به تعریف ترازهای

منفی انرژی توسط دیراک شد این ترازها با بار مثبت (پاده ذره‌ی الکترون) و هم جرم با خود ذره است. در دهه چهل میلادی فاینمن-استوکلبِرگ تفسیر قانع کننده‌ای از این جواب‌های منفی انرژی ارائه دادند بر این اساس که انرژی منفی در واقع ترازهای مثبت برای ذرات دیگر یا پوزیترون‌ها خواهند بود.

- **نوترینوها (۱۹۶۲-۱۹۳۰):** در واپاشی بتای هسته، مشاهده شد که در واپاشی β هسته

رادیواکتیو A به هسته کمی سبکتر B تبدیل شده $A \rightarrow B + e^-$ و الکترون گسیل می‌کند.

آنچه مشاهده شد حاکی از عدم بقای انرژی در این واپاشی است. براساس نظریه فرمی برای برقراری پایستگی انرژی ذره‌ای دیگر در این واپاشی تولید می‌شود که باید از نظر الکتریکی خنثی باشد تا بقای بار حفظ کند و واکنش بسیار ضعیفی با ماده داشته باشد. در روند پیدایش نوترینو این سوال پیش می‌آید که این نوترینو است که تولید می‌شود یا پاد نوترینو؟ برای درک پاسخ این سوال در سال ۱۹۳۵ میلادی کونوپینسکی و محمود قاعده‌ای را پایه‌گذاری کردند که بر اساس آن تعیین می‌شد که کدام واکنش امکان پذیر بود و کدام واکنش امکان پذیر نیست و در این راستا سه عدد کوانتومی تعریف می‌شود:

۱- **قانون بقای عدد لپتونی:** عدد لپتونی $+1$ به الکترون، مئون و نوترینو و -1 به پوزیترون، مئون مثبت و آنتی-نوترینو نسبت داده و سایر ذرات دارای عدد لپتونی صفر هستند و باید در هر واکنش فیزیکی قانون بقای لپتونی برقرار باشد.

۲- قانون بقای عدد الکترونی

عدد الکترونی $L_e = +1$ به الکترون و ν_e نوترینو الکترون نسبت داده می‌شود و عدد الکترونی $L_e = -1$ را به e^+ و $\bar{\nu}_e$ که برقراری بقای عدد الکترونی در هر واکنش ضروری است.

۳- قانون بقای عدد میوانی

عدد میوانی $L_\mu = +1$ را به μ^- و ν_μ و عدد $L_\mu = -1$ را به μ^+ و $\bar{\nu}_\mu$ نسبت می‌دهند، بنابراین دلیل فرایندهای مجاز و غیر مجاز حفظ بقاهای ذکر شده است.

جدول ۱-۱ خانواده‌ی لپتون ۱۹۶۲-۱۹۷۶

	Lepton number	Electron number	Muon number
Leptons			
e^-	1	1	0
ν_e	1	1	0
μ^-	1	0	1
ν_μ	1	0	1
Antileptons			
e^+	-1	-1	0
$\bar{\nu}_e$	-1	-1	0
μ^+	-1	0	-1
$\bar{\nu}_\mu$	-1	0	-1

• **بقای عدد باریونی و ذرات شگفت (۱۹۶۰-۱۹۴۷)** در سال ۱۹۵۰ ذراتی مشاهده شد که

سنگین‌تر از پروتون بوده و واپاشی‌هایی انجام می‌دادند که این سوال را در ذهن‌ها به وجود

می‌آورد، که چرا پروتون‌ها پایدارند و واپاشی به صورت $p \rightarrow e^+ + \gamma$ ندارند؟

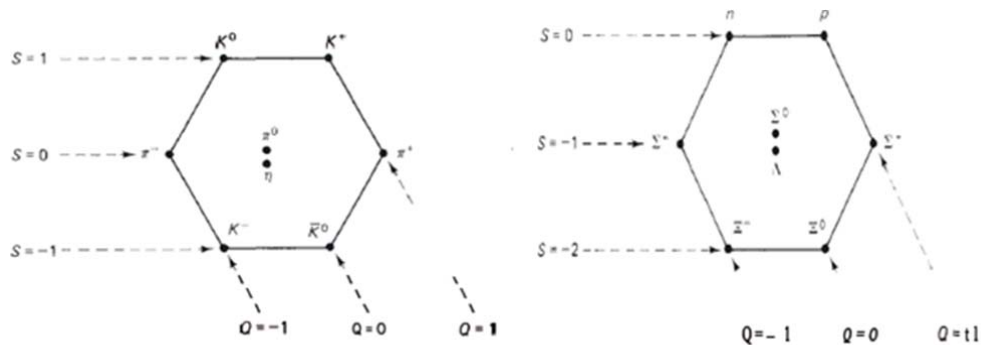
در نهایت با مطرح شدن عدد باریونی $A = +1$ برای باریون‌ها و $A = -1$ به آنتی باریون تعلق می‌گرفت بنابراین در هر فرایند فیزیکی باید بقای عدد باریونی حفظ شود.

باریون‌های سنگین‌تری نسبت به پروتون و نوترون در سال‌های بعد مشاهده شد که به علت تولید فراوان و واپاشی کند به عنوان ذرات شگفت شناخته می‌شوند. Pais مکانیزیم این ذرات را اینگونه بیان کرد که به وسیله‌ی نیروهای قوی تولید و به وسیله‌ی نیروی ضعیف واپاشی می‌کنند. بنابراین عددی که برای اینگونه ذرات در نظر گرفته شد به عنوان عدد شگفتی مطرح می‌شد که در برهم‌کنش‌های قوی بقا دارد و در برهم‌کنش‌های ضعیف بقا ندارد [۳].

۲.۱ دسته‌بندی باریون‌ها و مزون‌ها، راه هشتگانه (۱۹۶۴-۱۹۶۰)

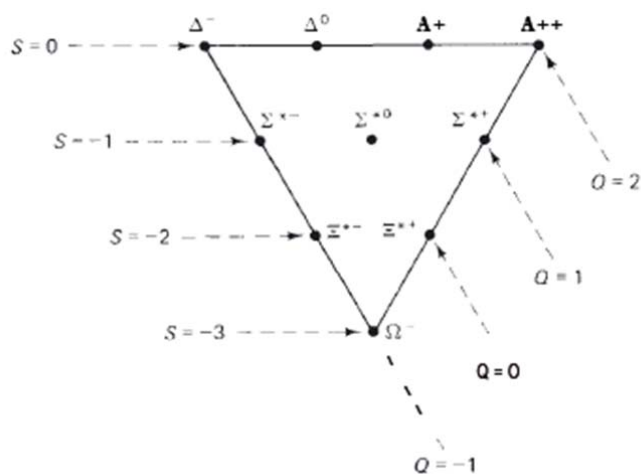
در مطالعه‌ی طیف ذرات شناخته شده به مجموعه‌ای از ذرات با اسپین یکسان، پاریته و جرم یکسان می‌رسیم که تنها تفاوتشان در بزرگی و بار الکتریکی آن‌ها خواهد بود مانند پروتون و نوترون یا سه پئون $\pi^0 (135\text{MeV})$ ، $\pi^- (139.6\text{MeV})$ و $\pi^+ (139.6\text{MeV})$. این خانواده‌ها را چندگانه‌های ایزواسپینی می‌گویند. نشان خواهیم داد در غیاب میدان مغناطیسی نشان دهنده‌ی یک ذره می‌باشند. در حضور میدان مغناطیسی پدیده‌ای شبیه آنچه در اثر زیمان رخ می‌دهد مشاهده می‌شود و نشان می‌دهیم تقارن‌های چرخشی در حضور میدان مغناطیسی (که در راستای z) شکسته خواهد شد و $2I_z + 1$ حالت با انرژی متفاوت ایجاد می‌شود. هامیلتونی و ایزواسپین در برهم‌کنش قوی دارای تقارن خوبی خواهد بود اما الکترومغناطیس یک جهت برای ایزواسپین معرفی می‌کند به صورت I_3 ، که شکسته شدن این تقارن ایزواسپینی علت به وجود آمدن تصویر متفاوت از ذراتی که تشابه زیادی با هم دارند مانند پروتون و نوترون یا پئون‌ها و همچنین ذرات دلتا است [۲]. در این میان ذرات دیگری مشاهده می‌شوند که جز چندگانه‌های ایزواسپینی به شمار می‌روند اما از لحاظ عدد شگفتی با هم متفاوت خواهند بود. بنابراین ذرات به وسیله‌ی ایزواسپین و شگفتی که بیانی از گروه $SU(3)$ است دسته‌بندی می‌شوند. بنابراین کل ذرات دارای برهم‌کنش‌های قوی به دو خانواده بزرگ تقسیم می‌شدند باریون‌ها

و مزون‌ها که هر دسته بر اساس بارالکتریکی، شگفتی و جرم از هم جدا می‌شدند. بر اساس طرحی که گلמן، مندلیف ذرات بنیادی به عنوان راه هشتگانه مطرح کرد باریون‌ها و مزون‌ها را به صورت زیر دسته‌بندی می‌شوند که هشت باریون و هشت مزون سبک‌تر را بر اساس بار الکتریکی و شگفتی در چنین شکلی به تصویر می‌کشید.



شکل ۱-۲: هشت‌تایی باریونی و مزونی

علاوه بر شش ضلعی‌ها یک آرایه‌ی مثلثی نیز وجود دارد که ده باریون سنگین‌تر را در خودش نمایش می‌دهد.

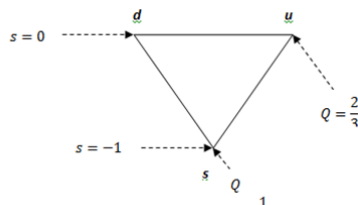


شکل ۱-۳: ده‌تایی باریونی

موفقیت این مدل تا جایی جلو رفته بود که با وجود دیده نشدن ذره ی Ω^- با بار ۱- و شگفتی ۳- در آزمایشگاه گلמן آن را پیش بینی کرده بود و سال ها بعد (۱۹۶۴) این ذره مشاهده شد [۴-۲]. اساسا چون رده بندی نخستین مرحله ی هر دانش است راه هشتگانه دارای اهمیت و ارزش فراوان بود.

۳.۱ مدل کوارک و معمای بار الکترون و پروتون

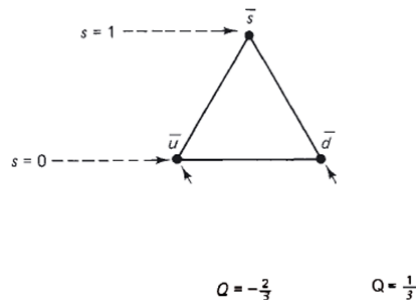
در سال ۱۹۶۴ گلמן و شوایگ به طور جداگانه پیشنهاد کردند که تمام هادرون ها در واقع از ذرات بنیادی تر به نام کوارک تشکیل شده اند و امروزه بر هیچکس پوشیده نیست [۳-۲]. بر اساس مدل گلמן و شوایگ کوارک ها بر سه نوع هستند که به هر کدام از این سه نوع کوارک یک مزه نسبت می دهند و در یک الگوی مثلثی جا می گیرند. در شکل ۱- ۴ الگوی مثلثی کوارک ها ارائه شده است. کوارک بالا دارای بار $2/3$ و عدد شگفتی صفر بوده و کوارک پایین بار $1/3$ - و عدد شگفتی صفر دارد. کوارک شگفت^۱ دارای بار $1/3$ - و عدد شگفتی ۱- است.



شکل ۱-۴: الگوی مثلثی کوارک

به ازای هر کوارک (q)، یک پاد کوارک ($\bar{q}$) با بار مخالف و عدد شگفتی مخالف وجود دارد. پاد کوارک ها عبارت اند از: $\bar{s}, \bar{d}, \bar{u}$ که در شکل ۱-۵ نمایش داده شده اند.

¹Strange



شکل ۱-۵: الگوی مثلثی پاد کوارک

۱.۳.۱ نتایج مدل کوارک

(۱) باریون دارای ساختار سه کوارکی است.

(۲) مزون از یک کوارک و یک پاد کوارک تشکیل شده است.

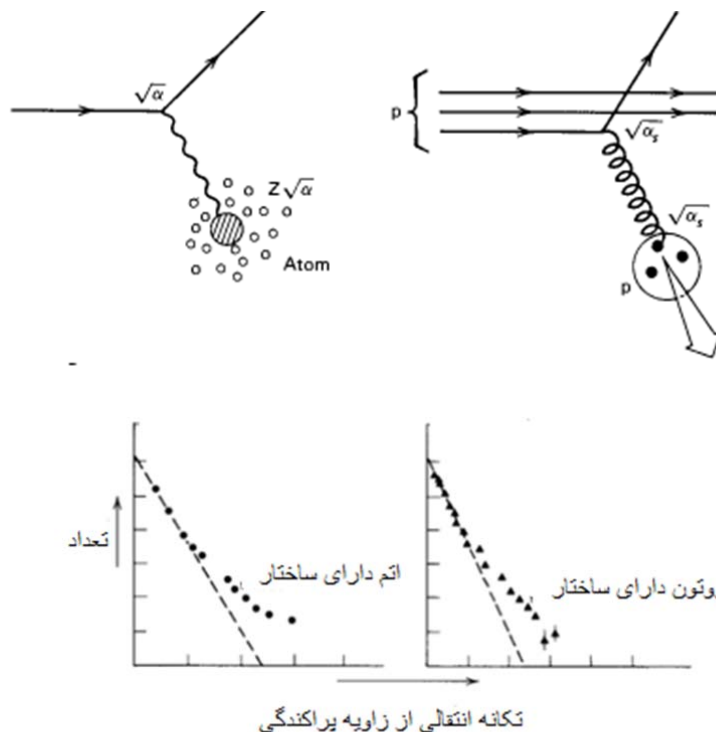
با این دو قاعده می توان ده تایی باریونی و هشت تایی مزونی را دوباره ساخت [۳]. همچنین مدل کوارک به این سوال که چرا بار الکترون و پروتون با هم برابر است پاسخ می دهد؟ مدل کوارک پیش بینی می کند که بار کوارک $u = 2/3e$ و بار $d = -1/3e$ خواهد بود و با یک محاسبه ی ساده به برابری بار الکترون و پروتون پی می بریم هر چند نظریه ی وحدت تحلیل دیگری برای این برابری ارائه داده است [۲].

۴.۱ تشدید نوکلئون

هادرون ها (مزون ها و باریون ها) ذرات دارای ساختار محسوب می شود. ویژگی های استاتیکی و دینامیکی هادرون ها که از شیوه ی تولید و واپاشی شان استنتاج می شود به همراه طیفشان نشان می دهند که هادرون ها حالت های مقید کوارکی هستند و مانند هر جسم مرکب، گستره و ساختار فضایی آنها پیچیده است و رفتارشان در برهم کنش الکترومغناطیسی و ضعیف متفاوت از رفتار ذره ی نقطه ای است.

از مکانیک کوانتومی می‌دانیم که انرژی q با فاصله، یا طول موج نسبت وارون دارد هرچه انرژی q بیشتر باشد، طول موج آن کوچکتر است. اگر بخواهید پروتون را با فوتون ببینید و از آن "عکسبرداری" کنید، چنانچه، طول موج فوتون از مرتبه‌ی ابعاد پروتون و یا بزرگتر از آن باشد، پروتون را به صورت یک جسم نقطه‌ای خواهید چون این طول موج بزرگتر از آن است که در درون پروتون بگنجد، با افزایش q فوتون، طول موج آن کاهش پیدا می‌کند و در نتیجه، می‌تواند در درون پروتون نفوذ کند و اجزای سازنده‌ی آن را ببیند و از جزییاتش عکسبرداری کند.

اما همچنان یک سوال باقی می‌ماند که چرا کوارک آزاد مشاهده نشده و آیا امکان دارد وجود کوارک و مدل کوارکی زیر سوال برود؟ در پاسخ باید گفت در اواخر دهه شصت با استفاده از یک پراکندگی ناکشسان ژرف مشاهده شد که شبیه آنچه در آزمایش رادرفورد برای اتم اتفاق می‌افتد برای هسته‌ها نیز رخ می‌دهد به این صورت که



شکل ۱-۶: پراکندگی رادرفورد برای اتم و پراکندگی غیر کشسان از پروتون

خط‌چین‌ها موارد انتظاری بر اساس توزیع بار یکنواخت در اتم و هسته را نشان می‌دادند. در پراکندگی رادرفورد شماری از ذرات تحت زوایای بزرگ منحرف می‌شوند که نشان دهنده وجود هسته برای اتم می‌باشد. همین‌گونه برای یک پراکندگی ناکشسان ژرف شمار ذرات منحرف شده با زوایای انحراف بزرگ نشان دهنده وجود ذرات کوارک در ساختار پروتون بود [۳].

۵.۱ معرفی و اهداف رساله

اکنون قصد داریم یک برهم‌کنش الکترومغناطیس را با علم به اینکه کوارک‌ها ذرات سازنده نوکلئون به حساب می‌آیند و در برهم‌کنش با فوتون شرکت می‌کنند مورد مطالعه قرار دهیم. در کارهای انجام شده بر اساس معادلات و قواعد فاینمن فرض اساسی بر این بود که آنچه در میانه‌ی یک برهم‌کنش رخ می‌دهد دارای اهمیت نمی‌باشد و تنها تغییر در حالت‌هایی اولیه و نهایی ذرات مورد مطالعه قرار می‌گیرند [۳]. ما در این رساله یک برهم‌کنش را بر اساس آنچه در میانه‌ی مسیر رخ می‌دهد مورد مطالعه قرار داده‌ایم که در این راستا نیاز به معرفی و محاسبه‌ی تغییرات هلیسیتی ذرات شرکت کننده در برهم‌کنش خواهیم داشت. این سوال که کوارک‌ها چگونه در برهم‌کنش الکترومغناطیس شرکت می‌کند تا سال‌ها بی‌پاسخ مانده بود در نهایت این فرض اساسی که جریان یک کوارک با جذب فوتون و برهم‌کنش با پتانسیل فوتون این پدیده را ایجاد می‌کند مطرح شد [۵] که در این فرض فوتون تمایل دارد که کوارک‌ها را از درون نوکلئون آزاد کند اما در تقابل با نیروی قوی بین کوارک‌ها منجر به تولید زوج کوارک پاد کوارک می‌شود و در نتیجه‌ی آن باریون‌های برانگیخته ایجاد خواهند شد. بنابر آنچه که گفته شد لازم است بدانیم در این برهم‌کنش کدام عدد کوانتومی تغییر خواهد کرد و با محاسبه‌ی تغییرات آن اطلاعات مورد نیاز از یک برهم‌کنش را بدست بیاوریم. ابتدا عملگر هلیسیتی را معرفی می‌کنیم و نشان می‌دهیم چگونه در این برهم‌کنش با صرف‌نظر از پیچیدگی‌های محاسبات فاینمن و با محاسبه‌ی تغییرات هلیسیتی می‌توان نتایج حاصل از برهم‌کنش کشسان و ناکشسان الکترون-پروتون را به خوبی بدست بیاوریم.

۱.۵.۱ مفهوم و منشا هلیسیتی

ابتدا بحث اسپین و گزینش حالت خاص اسپین را اجمالا مطرح می‌کنیم. آزمایش اشترن-گرلاخ با استفاده از باریکه‌ای موازی از اتم نقره (به دلیل بزرگی اتم) در معرض یک میدان مغناطیسی غیریکنواخت صورت گرفت. در مطالعه‌ی اثر میدان مغناطیسی روی اتم‌های نقره با در نظر گرفتن این نکته که ۴۶ الکترون به صورت یک ابر الکترونی متقارن با تکانه زاویه‌ای خالص صفر است، بنابراین اتم دارای یک تکانه زاویه‌ای است که منحصرنا ناشی از اسپین ذاتی ۴۷ امین الکترون منفرد است. کل گشتاور مغناطیسی اتم ناشی از گشتاور مغناطیسی چهل هفتم این الکترون و به بیان دیگر

$$\mu = \frac{e}{mc} S \quad (۱-۱)$$

است. و از آنجا که انرژی برهم‌کنش بین گشتاور مغناطیسی اتم و میدان مغناطیسی برابر است با

$$U = -\mu \cdot B \quad (۲-۱)$$

و مولفه‌ی Z نیروی اعمال شده به اتم به صورت زیر داده می‌شود

$$F_z = -\frac{\partial}{\partial z}(-\mu \cdot B) \approx \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (۳-۱)$$

با فرض $e < 0$ اگر $\mu_z < 0$ آنگاه $S_z > 0$ و نیرو رو به بالا به اتم وارد و اگر $\mu_z > 0$ آنگاه $S_z < 0$ و نیرویی رو به پایین به اتم وارد می‌شود از نظر کلاسیکی انتظار می‌رفت که هیچ امتداد ارجحی برای μ وجود نداشته باشد اما آنچه از آزمایش‌ها بدست آمد دو مولفه‌ی جدا بود پدیده‌ای که به آن کوانتش فضایی اسپین گفته می‌شد و از آنجا که μ متناسب با اسپین الکترون است پس دو مقدار برای مولفه‌ی S_z می‌توان مشاهده کرد S_z بالا ($S_z +$) و S_z پایین ($S_z -$). با درک مفهوم اسپین شاید این دیدگاه ایجاد شود که اسپین می‌تواند تبهگنی طیف انرژی را از بین ببرد اما ما نشان خواهیم داد که مفهوم مهمتر و اندکی پیچیده تری به نام هلیسیتی لازم است.

معادله دیراک برای ذرات با اسپین 1/2 و دارای جرم، با انتخاب $\psi(x) = ae^{-i\frac{x.p}{\hbar}} u(p)$ به معادله ویژه مقداری زیر ختم می‌شود:

$$(c\alpha.p + \beta mc^2)u = Eu \quad (۴-۱)$$

که α, β ماتریس های 4×4

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad (۵-۱)$$

هستند. σ ماتریس های پاولی، I ماتریس یکه است و u دو اسپینور یا اسپینور دیراک به فرم

$$u = \begin{pmatrix} u_A \\ u_B \end{pmatrix}, \quad u_A = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}, \quad u_B = \begin{pmatrix} u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} \quad (۶-۱)$$

است. معادله‌ی (۴-۱) به شکل زیر

$$\begin{pmatrix} mc^2 I & c\sigma.p \\ c\sigma.p & -mc^2 I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_A \\ u_B \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} u_A \\ u_B \end{pmatrix} \quad (۷-۱)$$

خواهد شد. از حل ویژه مقداری این مسئله به رابطه‌ی زیر می‌رسیم:

$$u_A = \frac{cp.\sigma}{E - mc^2} u_B, \quad u_B = \frac{cp.\sigma}{E + mc^2} u_A \quad (۸-۱)$$

با جایگذاری دومین رابطه در معادله اول نهایتاً به این نتیجه می‌رسیم که

$$E = \pm(p^2 c^2 + m^2 c^4)^{1/2} \quad (۹-۱)$$

که ریشه‌ی مثبت را به حالت ذره‌ها و ریشه‌ی منفی را به حالت پاد ذره‌ها نسبت می‌دهیم. از حل معادله (۷-۱) که دو جواب مستقل به ازای انرژی مثبت به صورت زیر بدست می‌آید.

$$u^1 = N \begin{pmatrix} \alpha \\ \frac{c\sigma.p}{E_+ + mc^2} \alpha \end{pmatrix}, \quad u^2 = N \begin{pmatrix} \beta \\ \frac{c\sigma.p}{E_+ + mc^2} \beta \end{pmatrix} \quad (10-1)$$

و برای مقادیر منفی انرژی دو جواب

$$u^3 = N \begin{pmatrix} \frac{-c\sigma.p}{-E_- + mc^2} \alpha \\ \alpha \end{pmatrix}, \quad u^4 = N \begin{pmatrix} \frac{-c\sigma.p}{-E_- + mc^2} \beta \\ \beta \end{pmatrix} \quad (11-1)$$

بدست می‌آیند، که در آن $\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ، $\beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ است. همانطور که مشاهده می‌کنید به ازای انرژی

مثبت و منفی دارای تبهگنی دوگانه خواهد بود. از فیزیک کوانتوم می‌دانیم که اگر p و q دو عملگر سازگار باشند و p دارای دو یا چند ویژه کت با ویژه مقادیر یکسان باشد آنگاه ویژه مقادیر نمی‌تواند برچسب مناسبی برای ویژه کت‌های p باشد، بنابراین می‌توانیم از سازگار بودن p و q استفاده کنیم و بیان کنیم که این دو ویژه کت مشترک خواهند داشت با ویژه مقادیر متفاوت و به عبارتی تبهگنی شکسته خواهد شد و کت‌ها علاوه بر برچسب ویژه مقادیر p ، برچسب دیگری از ویژه مقادیر q را نیز خواهند داشت که سبب شکسته شدن تبهگنی می‌شود [۸] بنابراین ما نیازمند عملگری هستیم که با هامیلتونی معادله (۴-۱) و عملگر تکانه جابجا شوند تا به عنوان یک عدد کوانتومی قادر باشد این تبهگنی را از بین ببرد. برای رسیدن به این عملگر از اسپین شروع می‌کنیم، عملگر اسپین دیراک به

صورت $S = \frac{\hbar}{2} \Sigma$ تعریف می‌شود جاییکه $\Sigma \equiv (\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3)$ و $\Sigma_k = \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & \sigma_k \end{pmatrix}$ است اما این

عملگر با هامیلتونی معادله دیراک جابجا نخواهد شد زیرا

$$[H, S] = \frac{\hbar}{2} [c\alpha.p + \beta mc^2, \Sigma] = i\hbar c(\alpha \times p) \quad (12-1)$$

است. بنابراین در حالت کلی عملگر اسپین ثابت حرکت نخواهد بود بنابراین باید دنبال عملگر دیگری

باشیم اگر اسپین در راستای یک برادر $\hat{n}$ را در نظر بگیریم آنگاه:

$$[H, \hat{n}.S] = i\hbar c\alpha.(\hat{n} \times p) \quad (۱۳-۱)$$

که نشان می‌دهد ویژه تابع H نمی‌تواند ویژه تابع هم‌زمان S_n باشد بنابراین برای مثال ایزواسپین نمی‌تواند به عنوان این عدد کوانتومی مطرح شود اما اگر $\hat{n}$ را در راستای تکانه حرکت یعنی $\hat{p}$ در نظر بگیریم آنگاه

$$[H, \hat{p}.S] = 0 \quad (۱۴-۱)$$

خواهد شد که نشان می‌دهد عملگر $\hat{p}.S$ ، که نشان دهنده‌ی اسپین در راستای تکانه می‌باشد و آن را هلیسیتی می‌نامند یک ثابت حرکت بحساب می‌آید که اگر $\hat{p} = z$ باشد آنگاه $\hat{p}.S = S_z$ خواهد بود و $\hat{p}.S\alpha = \alpha$ ، $\hat{p}.S\beta = -\beta$ است. اکنون می‌توان گفت u_1 و u_3 اسپینورهایی با هلیسیتی بالا و u_2 و u_4 اسپینورهایی با هلیسیتی پایین می‌باشند بنابراین تبهگنی در طیف انرژی مثبت و منفی شکسته می‌شود [۴][۳]. در یک تعریف کلی مولفه‌ی تکانه در راستای حرکت ذرات به عنوان هلیسیتی شناخته می‌شود. عدد کوانتومی هلیسیتی با λ

$$\lambda = \hat{p}.\vec{J} = \frac{\vec{P}.\vec{J}}{|P|} \quad (۱۵-۱)$$

نمایش داده می‌شود. هلیسیتی توسط Jacob و Wick در سال ۱۹۹۵ برای توصیف برهم‌کنش بین ذرات گسترش یافت. به منظور تعیین حالت‌های هلیسیتی ذره‌ای با جرم m و اسپین s نیاز به دانستن تابع موج نیست همینقدر کافی است بدانیم که برای هر ذره با اسپین s ، $2s+1$ حالت مستقل، با هلیسیتی مشخص $\lambda = s, s-1, \dots, -s$ وجود دارد که این حالت‌ها برای ذرات دارای جرم مطرح می‌شود و برای ذرات بدون جرم مثل فوتون حقیقی، فقط دو حالت اسپینی $\lambda = \pm s$ وجود دارد [۹] و نشان می‌دهیم که فوتون مجازی دارای قطبش طولی نیز خواهد بود و برای آن $\lambda = 0$ را در نظر می‌گیریم.

۲.۵.۱ هلیسیتی فوتون‌های حقیقی و مجازی

از حل معادلات ماکسول تابع موج فوتون را به صورت زیر بیان می‌کند:

$$A(r_i) = \sqrt{4\pi} \frac{1}{\sqrt{2k_0}} \varepsilon [a_k^+ \exp(ik.r_i) + a_k \exp(-ik.r_i)] \quad (۱۶-۱)$$

که در گسیل فوتون فقط جمله ی $\exp(ik.r)$ در برهم‌کنش دخالت دارد، در حالی که در جذب فوتون فقط جمله ی دوم با وابستگی $\exp(-ik.r)$ ظاهر می‌شود [۶]. شباهت فوتون با مسئله ی نوسانگر هماهنگ اتفاقی نیست، زیرا در کوانتاش میدان الکترومغناطیس فوتون‌ها به عنوان کوانتوم میدان بحساب می‌آیند و عدد اشغال n ، که نشان بردار حالت در مسئله ی نوسانگر هماهنگ است، را می‌توان به تعداد فوتون‌ها مربوط کرد، و در نتیجه a_k^+ تعداد فوتون‌ها را یکی زیاد می‌کند و a_k تعداد فوتون‌ها را یکی کم می‌کند که در آن ε برداری که جهت قطبش میدان الکتریکی را نشان می‌دهد و مشخصات اسپین فوتون را مشخص می‌کند و تمایز بین فوتون حقیقی و مجازی را آشکار می‌کند. برای درک این مسئله ابتدا فرمت نوشتاری چهار برداری را معرفی می‌کنیم که در آن

$$\begin{aligned} x_\mu &= \{x_0 = ict, x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z\} \\ p_\mu &= \{p_0 = iE/c, p_1, p_2, p_3\} \\ A_\mu &= \{iA_0, A_1, A_2, A_3\} \end{aligned} \quad (۱۷-۱)$$

نشان دهنده ی چهار بردار مکان، تکانه و بردار میدان الکترومغناطیس است [۷].

در تشابه با معادلات ماکسول و در یک نمایش نسبیتی میدان الکترومغناطیس تشکیل یک تانسور مرتبه ی دو می‌دهد. که با $F^{\mu\nu}$ نمایش داده می‌شود.

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -B_z & B_y \\ E_y & B_z & 0 & -B_x \\ E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix} \quad (۱۸-۱)$$

از تشابه با معادلات نامتجانس ماکسول می‌توانیم رابطه ی زیر را بدست بیاوریم

$$\partial_{\mu} F^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} J^{\nu} \quad (۱۹-۱)$$

با توجه به دو رابطه‌ی معادلات ماکسول $B = \nabla \times A$ و $E = \nabla V - \frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial t}$ می‌توان رابطه‌ی

$$F^{\mu\nu} = \partial^{\mu} A^{\nu} - \partial^{\nu} A^{\mu} \quad (۲۰-۱)$$

را بدست آورد و با توجه به رابطه‌ی (۱۹-۱) می‌توان نوشت

$$\partial_{\mu} \partial^{\mu} A^{\nu} - \partial^{\nu} \partial_{\mu} A^{\mu} = \frac{4\pi}{c} J^{\nu} \quad (۲۱-۱)$$

در رابطه (۲۱-۱) یک مشکل وجود دارد زیرا قادر نیست مولفه‌های بردار $A^{\mu} (A^0, A)$ را از هم جدا کند که با استفاده از آزادی مجانبی و اعمال قیدها برای رفع این مشکل قدم بر می‌دارند دو راه پیشنهاد می‌شود. ۱. تبدیل پیمانه و ۲. استفاده از قیدهای اضافی که ناوردای لورنتس بودن مسئله دچار اشکال نشود. برای یک فوتون بدون جرم با بکار بردن شرط لورنتس $\partial_{\mu} A^{\mu} = 0$ به نتیجه‌ی زیر

$$\partial_{\mu} \partial^{\mu} A^{\nu} = \frac{4\pi}{c} J^{\nu} \quad (۲۲-۱)$$

با در نظر گرفتن یک فوتون آزاد با $J^{\mu} = 0$ و مقایسه‌ی این رابطه با معادله‌ی کلاین گوردن برای یک ذره بدون جرم رابطه‌ی (۲۲-۱) به صورت

$$\square^2 A^{\mu} = 0 \quad (۲۳-۱)$$

خواهد شد بنابراین به مانند مورد مطالعه‌ی ذرات کلاین-گوردون معادله‌ی موجی ساده برای فوتون برابر خواهد شد با:

$$A^{\mu}(x) = a e^{\frac{iqx}{\hbar}} \varepsilon^{\mu} \quad (۲۴-۱)$$

که در آن q تکانه‌ی چهاربردار فوتون است و از قرار دادن این بردار در شرط لورنتس به رابطه‌ی زیر می‌رسیم

$$q^{\mu} \varepsilon_{\mu} = 0 \rightarrow q^0 \varepsilon^0 - (q^1 \varepsilon^1 + q^2 \varepsilon^2 + q^3 \varepsilon^3) = 0 \quad (۲۵-۱)$$

با در نظر گرفتن شرط بدون جرم بودن فوتون حقیقی $q_0^2 = q^2$ و اعمال پیمانه‌ی کولمبی نتیجه می‌گیریم که:

$$p \cdot \varepsilon = 0, \quad \varepsilon^0 = 0 \quad (26-1)$$

$\varepsilon \cdot q = 0$ نشان می‌دهد که بردار قطبش بر جهت انتشار عمود خواهد بود و فوتون دارای قطبش عرضی است [۳] و با انتخاب تکانه در راستای z می‌توان دو بردار مستقل خطی تعریف کرد که بر q عمود باشند:

$$(27-1)$$

$$\varepsilon_1 = (0, 1, 0, 0)$$

$$\varepsilon_2 = (0, 0, 1, 0)$$

و در نهایت بردارهای قطبش فوتون برابر است:

$$m_s = 1 \text{ برای فوتون با اسپین بالا}$$

$$\varepsilon_{\uparrow} = -1/\sqrt{2}(0, 1, i, 0) \quad (28-1)$$

$$m_s = -1 \text{ برای فوتون با اسپین پایین}$$

$$\varepsilon_{\downarrow} = -1/\sqrt{2}(0, -1, i, 0) \quad (29-1)$$

و کاملاً مشخص و واضح است که در راستای تکانه‌ی فوتون قطبشی وجود ندارد بنابراین می‌توان تنها قطبش عرضی را برای فوتون حقیقی متصور شد. برای فوتون مجازی با اسپین ۱ از رابطه‌ی (۲۱-۱) داریم:

$$\square^2 A^\nu - \partial^\nu \partial_\mu A^\mu = \frac{4\pi}{c} J^\mu \quad (30-1)$$

در مقایسه با معادله‌ی کلاین-گوردن برای ذرات با اسپین صفر و دارای جرم، می‌توانیم تغییر زیر را اعمال کنیم:

$$\square^2 \rightarrow \square^2 + m^2 \quad (31-1)$$

و بنابراین معادله (30-1) به صورت

$$(\square^2 + m^2)B^\mu - \partial^\nu \partial_\mu B^\nu = \frac{4\pi}{c} J^\mu \quad (32-1)$$

خواهد بود. برای یک فوتون آزاد

$$(\square^2 + m^2)B^\nu - \partial^\nu \partial_\mu B^\mu = 0 \quad (33-1)$$

عملگر ∂_μ را بر معادله ی (33-1) اثر می دهیم:

$$(\square^2 + m^2)\partial_\mu B^\mu - \partial_\mu \partial^\mu \partial_\nu B^\nu = 0 \quad (34-1)$$

در نتیجه ما از رابطه ی (34-1)،

$$(\square^2 + m^2)\partial_\mu B^\mu - \square^2 \partial_\nu B^\nu = 0 \rightarrow (m^2)\partial_\mu B^\mu = 0 \quad (35-1)$$

را بدست می آوریم و معادله ی (33-1) به

$$(\square^2 + m^2)B^\mu = 0 \quad (36-1)$$

تبدیل می شود و از حل این رابطه در تشابه با معادله کلاین-گوردن داریم:

$$B^\mu(x) = a e^{-i \frac{p \cdot x}{\hbar}} \varepsilon^\mu \quad (37-1)$$

معادله فوق را در رابطه ی (33-1) قرار دهیم بدست می آوریم

$$\varepsilon_\mu p^\mu = 0 \quad (38-1)$$

بنابراین از چهار درجه آزادی چهار بردار ε^μ یکی کم خواهد شد و از قرار دادن $B^\mu(x)$ در معادله ی

$$(\square^2 + m^2)B^\mu = 0$$

نتیجه می گیریم که ε^0 صفر نخواهد شد پس با انتخاب تکانه ی فوتون در راستای

محور z داریم:

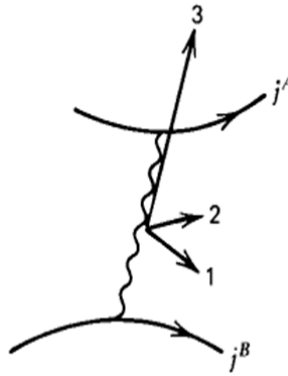
$$p_0 \varepsilon_0 - p_3 \varepsilon_3 = 0 \quad (39-1)$$

اینجا بر خلاف فوتون حقیقی $p_0 \neq p_3$ زیرا برای فوتون مجازی می توانیم جرم قائل باشیم بنابراین

تنها امکان برای صفر شدن رابطه ی فوق این است که:

$$\begin{aligned}\varepsilon_0 &= (p_3, 0, 0, 0) \\ \varepsilon_3 &= (0, 0, 0, p_0)\end{aligned}\quad (40-1)$$

باشد. بنابراین برای یک فوتون مجازی که بین دو جریان مبادله می‌شود به صورت زیر



شکل ۱-۷: مبادله فوتون مجازی با قطبش‌های طولی و عرضی

علاوه بر دو قطبش عرضی یک قطبش طولی نیز می‌توان در نظر گرفت که قطبش طولی را بر پایه سیستم مخروط نوری برای فوتون مجازی به شکل زیر

$$\varepsilon_L = 1 / m(p_3, 0, 0, p_0) \quad (41-1)$$

داریم و نشان‌دهنده‌ی گذار ممنوعه‌ی است که در آن $\Delta m_j = 0$ است [۵-۶]. چنین فوتونی در برهم‌کنش با جریان کوآرک قرار می‌گیرد. اکنون در راستای اهداف رساله سعی داریم نشان دهیم در یک برهم‌کنش الکترومغناطیسی با در نظر گرفتن یک فوتون مجازی به عنوان عامل برهم‌کنشی با سه مقدار هلیسیتی، چه اتفاقی برای هلیسیتی حالت پایه‌ی نوکلئون رخ خواهد داد. برای شروع از اهمیت و چگونگی محاسبه تغییرات هلیسیتی صحبت خواهیم کرد.

۳.۵.۱ اهمیت محاسبه‌ی هلیسیتی

بکارگیری هلیسیتی به عنوان عدد کوانتومی به دلایل زیر دارای اهمیت است.

۱- در مطالعه‌ی رفتار ذرات نسبت به هم نیازی به جداکردن تکانه زاویه‌ای کل به دو مولفه‌ی اسپینی و اوربیتالی نخواهد بود. در حقیقت بررسی جداگانه‌ی نحوی تغییرات اسپین و تکانه‌ی زاویه‌ای کار پیچیده است بنابراین تغییرات تکانه‌ی کل مورد بررسی قرار می‌گیرد تصور کنید برای هر حالت اسپینی s ، $2s+1$ حالت، و برای L ، $2L+1$ مشخص وجود دارد و بررسی تمام این حالت‌ها کار بسیار مشکلی است.

۲- هلیسیتی برای ذرات بدون جرم هم تعریف می‌شود و بنابراین نیازی به بررسی مجزا ندارند.

۳- هلیسیتی مستقیماً وابسته به حالت‌های قطبش ذرات بوده و از این رو برای مطالعه‌ی قطبش نیز بکار گرفته می‌شود به طور خاص فوتون بررسی شد.

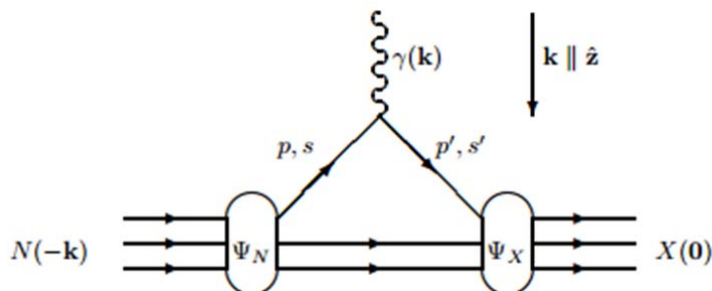
۴- هلیسیتی تحت چرخش ناوردا است و بنابراین می‌توان حالت‌های مشخص با تعریف J و هلیسیتی مشخص ساخت [۹][۱۰].

برای یک ذره در حال حرکت در راستای محور z در آزمایشگاه با اسپین $\frac{1}{2}$ و انتخاب کاملاً اختیاری محور z به عنوان محور کوانتش، مقدار m_s / s برای این محور هلیسیتی نامیده می‌شود که دارای دو مقدار $\pm \frac{1}{2}$ است.



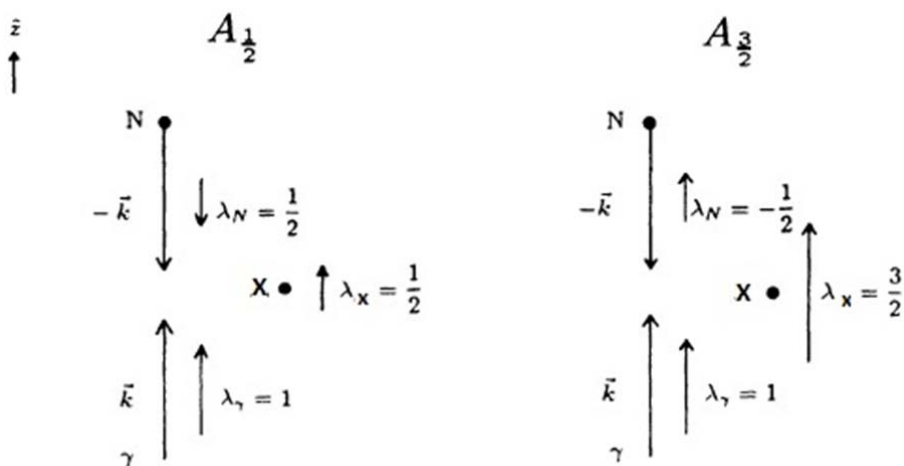
شکل ۱-۸: هلیسیتی ± 1

بنابراین برهم‌کنش الکترومغناطیس بین نوکلئون با دو مقدار هلیسیتی $\lambda_N = \pm 1/2$ و یک فوتون مجازی که سه مقدار هلیسیتی $\lambda = \pm 1, 0$ دارد به صورت زیر:



شکل ۱-۹: برهم‌کنش الکترومغناطیس

است. در آن هلیسیتی بعد از برهم‌کنش به صورت $\lambda_x = \lambda_\gamma + \lambda_N$ بدست می‌آید. λ_x هلیسیتی حالت نهایی، λ_N هلیسیتی نوکلئون و λ_γ هلیسیتی فوتون مجازی خواهد بود [۱۱] که با انتخاب یک فوتون راستگرد با $\lambda_\gamma = 1$ دو حالت زیر پیش می‌آید:



شکل ۱-۱۰: تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}, A_{3/2}$

با انتخاب $\lambda_\gamma = 0$ ما یک فوتون با قطبش خطی داریم که در نهایت قطبش حالت نهایی برابر با $\lambda_x = \frac{1}{2}$ خواهد بود و از آن برای محاسبه‌ی تغییرات دامنه طولی (که از جذب یک فوتون با قطبش طولی حاصل می‌شود) یا اسکالر (از مولفه‌ی صفرم چهار بردار جریان الکترومغناطیسی بدست می‌آید توضیح بیشتر در فصل ۵) استفاده می‌شود [۱۲]. بنابراین تغییرات دامنه هلیسیتی به معنای

انتقال(دوران) اسپینی و تکانه‌ی زاویه‌ای حالت نهایی نسبت به حالت اولیه به صورت همزمان یا جداگانه خواهد بود.

ابتدا مفهوم دوران اسپین در برهم‌کنش الکترومغناطیس را توضیح می‌دهیم، از اینجا شروع خواهیم کرد که مکانیک کوانتومی چگونه دوران را مشخص می‌کند. در مکانیک کلاسیک دوران در سه بعد با یک ماتریس 3×3 حقیقی و متعامد مشخص می‌شود.

$$\begin{pmatrix} V'_x \\ V'_y \\ V'_z \end{pmatrix} = (R) \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} \quad (42-1)$$

دوران روی سیستم فیزیکی اثر می‌کند، و کت حالت دوران یافته با کت متناظر حالت اولیه سیستم، متفاوت است به ازای یک عمل دوران (R) ، یک عملگر $D(R)$ در فضای کت مناسب نسبت می‌دهیم که

$$|\alpha\rangle_R = D(R)|\alpha\rangle \quad (43-1)$$

که $|\alpha\rangle_R$ و $|\alpha\rangle$ به ترتیب معرف کت سیستم دوران یافته و دوران نیافته هستند $D(R)$ ها وابسته به بعد کت، $N = 2j + 1$ خواهد بود، به طور مثال سیستمی با اسپین $\frac{1}{2}$ ، $N = 2$ و بنابراین ماتریس $D(R)$ یک ماتریس 2×2 خواهد بود.

هر عملگر یکانی را می‌توان به صورت زیر بنویسیم

$$U_\varepsilon = 1 - iG\varepsilon \quad (44-1)$$

که در آن ε تغییرات بسیار کوچک و مولد دوران G خواهد بود بنابراین

برای انتقال کوچک

$$G = \frac{P_x}{\hbar}, \quad \varepsilon = dx$$

برای تحول زمانی بی نهایت کوچک

$$G = \frac{H}{\hbar}, \quad \varepsilon = dt$$

برای دوران‌های کوچک

$$G = \frac{J_k}{\hbar}, \quad \varepsilon = d\phi$$

به همان صورت که تکانه و هامیلتونی مولد انتقال و تحول زمانی هستند. در مکانیک کلاسیک تکانه زاویه ای $x \times p$ مولد دوران به حساب می‌آید اما در مکانیک کوانتومی J چنان تعریف می‌شود که عملگر دوران به شکل معادله (۴۵-۱) در بیاید بنابراین عملگر تکانه زاویه‌ای J_k به عنوان مولد عملگر دوران بینهایت کوچک حول محور k ام و به اندازه زاویه $d\phi$ خواهد بود و در حالت کلی عملگر دوران به اندازه‌ی زاویه بینهایت کوچک $d\phi$ حول امتدادی که با بردار $\hat{n}$ مشخص می‌شود را به صورت

$$D(\hat{n}, d\phi) = 1 - i\left(\frac{J \cdot \hat{n}}{\hbar}\right)d\phi \quad (45-1)$$

داریم. مثال سیستم اسپین $1/2$ را در نظر بگیریم کوچکترین بعد ماتریس دوران $N = 2$ است که از تعویض J با S_z حاصل می‌شود و مصداق آن در طبیعت برای آزمایش‌های طیف سنجی اتمی و تشدید مغناطیسی هسته ای وجود دارد. اکنون دوران به اندازه زاویه ϕ محدود حول محور z را در نظر بگیرید، کت اولیه این سیستم $|\alpha\rangle$ ، بعد از دوران

$$|\alpha\rangle_R = D_z(\phi)|\alpha\rangle \quad (46-1)$$

خواهد شد که در آن

$$D_z(\phi) = \exp\left(\frac{-iS_z\phi}{\hbar}\right) \quad (47-1)$$

است آیا این عملگر واقعا سبب دوران سیستم می‌شود؟ اثر آن را بر چشمداشتی $\langle S_x \rangle$ بررسی خواهیم کرد

$$\langle \alpha | S_x | \alpha \rangle \Rightarrow {}_R \langle \alpha | S_x | \alpha \rangle_R = \langle \alpha | D_z^\dagger(\phi) S_x D_z(\phi) | \alpha \rangle \quad (48-1)$$

از این عبارت

$$\begin{aligned}\exp\left(\frac{iS_z\phi}{\hbar}\right)S_x\exp\left(-\frac{iS_z\phi}{\hbar}\right) &= \left(\frac{\hbar}{2}\right)\exp\left(\frac{iS_z\phi}{\hbar}\right)\{|+\rangle\langle-|+|-\rangle\langle+|\}\exp\left(-\frac{iS_z\phi}{\hbar}\right) \\ &= S_x \cos \phi - S_y \sin \phi\end{aligned}\quad (49-1)$$

ما به نتیجه‌ی

$$\langle \alpha | S_x | \alpha \rangle \Rightarrow {}_R \langle \alpha | S_x | \alpha \rangle_R = \langle S_x \rangle \cos \phi - \langle S_y \rangle \sin \phi \quad (50-1)$$

می‌رسیم، مشاهده شده که مقدار چشم‌داشتی به ازای زوایای مختلف متفاوت است این نکته از این منظر مهم است که نشان می‌دهد هامیلتونی برهم‌کنش الکترومغناطیس می‌تواند عامل حرکت تقدیمی اسپین باشد. زمانی که کت حالت با زمان تغییر می‌کند یعنی از $|\alpha, t_0\rangle$ در زمان t_0 به $|\alpha, t\rangle$ در زمان t انتقال یافته، عملگر تحول زمانی به صورت زیر تعریف می‌شود

$$U(t, t_0) = \exp\left[\frac{-iH(t-t_0)}{\hbar}\right] \quad (51-1)$$

حال این مسئله را بررسی خواهیم کرد که به چه دلیل یک سیستم با اسپین $1/2$ می‌تواند به دلیل تاثیر میدان مغناطیسی بر گشتاور مغناطیسی اسپین، حرکت تقدیمی انجام بدهد هامیلتونی برهم‌کنش بین اسپین و میدان مغناطیسی به صورت زیر

$$\begin{aligned}H &= -\left(\frac{e}{m_e c}\right)S.B = \omega S_z \\ \omega &= \frac{eB}{m_e c}\end{aligned}\quad (52-1)$$

بدست می‌آید. بنابراین عملگر تحول زمانی مبتنی بر این هامیلتونی

$$U(t, 0) = \exp\left(-\frac{iHt}{\hbar}\right) = \exp\left(-\frac{iS_z \omega t}{\hbar}\right) \quad (53-1)$$

است با مقایسه‌ی این رابطه با عملگر دوران متوجه می‌شویم که عملگر تحول زمانی دقیقاً همان عملگر دوران خواهد بود هرگاه ϕ را با ωt جایگزین کنیم، بنابراین هامیلتونی برهم‌کنش اسپین و میدان مغناطیسی عامل حرکت تقدیمی است. اکنون با توجه به عناصر ماتریسی عملگر تکانه‌ی زاویه‌ای در

موقعیتی هستیم که در حالت کلی عناصر ماتریسی عملگر دوران $D(R)$ را بدست بیاوریم و عناصر ماتریسی عملگر دوران به صورت زیر

$$D_{mm'}^j(R) = \langle j, m' | \exp(-i \frac{J \cdot \hat{n} \phi}{\hbar}) | j, m \rangle \quad (54-1)$$

محاسبه می‌شود، این عناصر ماتریسی را توابع ویگنر می‌نامند. اگر چه دوران j را تغییر نمی‌دهد اما در حالت کلی حالاتی را بدست می‌آوریم که مقادیر m آن با m اولیه متفاوت است. برای بدست آوردن دامنه‌ی احتمال انتقال حالت اولیه به حالت نهایی $|j, m'\rangle$ ، حالت دوران یافته را به صورت زیر بسط می‌دهیم

$$D(R) | j, m \rangle = \sum_{m'} | j, m' \rangle D_{mm'}^j(R) \quad (55-1)$$

بنابراین $D_{mm'}^j(R)$ دامنه‌ی بدست آوردن حالت دوران یافته در $|j, m'\rangle$ است هرگاه حالت دوران نیافته $|j, m\rangle$ باشد. با در نظر گرفتن عملگرهای تکانه زاویه‌ای J_1, J_2 تکانه زاویه‌ای کل به صورت $J = J_1 + J_2$ تعریف می‌شود و دوران برای زوایای محدود به صورت زیر در می‌آمد

$$D_1(R) \otimes D_2(R) = \exp(\frac{-iJ_1 \cdot \hat{n} \phi}{\hbar}) \otimes \exp(\frac{-iJ_2 \cdot \hat{n} \phi}{\hbar}) \quad (56-1)$$

در این حالت کت‌های پایه دو امکان را ایجاد می‌کند

$$|j_1 j_2; m_1 m_2\rangle, \quad |j_1 j_2; jm\rangle \quad (57-1)$$

این دو پایه با ضرایب کلبش -گوردون به هم مرتبط می‌شوند به صورت زیر

$$|j_1 j_2; jm\rangle = \sum_{m_2} \sum_{m_1} |j_1 j_2; m_1 m_2\rangle \langle j_1 j_2; m_1 m_2 | j_1 j_2; jm\rangle \quad (58-1)$$

که این ضرایب چند خاصیت مهم خواهد داشت،

۱. صفر هستند مگر اینکه

$$m = m_1 + m_2 \quad (59-1)$$

۲. آن‌ها صفر هستند مگر اینکه

$$|j_1 - j_2| \leq j \leq j_1 + j_2 \quad (60-1)$$

باشند بنابراین با توجه به رابطه‌ی (۱-۴۱) می‌توان به ارتباط نزدیک تغییرات دامنه هلیسیتی با رابطه‌ی (۱-۶۰) اشاره کرد ضرائب کلبش گوردون یک ماتریس یکانی را تشکیل می‌دهند و نماد گذاری‌های متفاوتی خواهند داشت [۸]. بنابر آنچه که بیان شد بررسی برهم‌کنش الکترومغناطیس و گذار بین حالت‌هایی با z متفاوت، موضوع مهمی است و سابقه‌ی این بررسی بسیار طولانی است اما آنچه در این رساله دارای اهمیت است مطالعه‌ی برهم‌کنش غیرنسبیتی فوتون با جریان سازنده نوکلئون‌ها و رسیدن به گذارهای $N(1232)$, $N(1440)$ و $N(1535)$ است و همچنین تصحیح برروی عامل شکل‌های نوکلئون در برهم‌کنش یک فوتون با هلیسیتی $\lambda = 0$ و انجام گذار ممنوع توسط فوتون مجازی انجام شده است که با سایر کارهای نسبیتی و غیر نسبیتی مقایسه شده است و بهبود نسبی نتایج را در این رساله نشان می‌دهد. آنچه برروی نتایج در محاسبه‌ی تغییرات دامنه هلیسیتی بسیار تاثیرگذار است شکل تابع موج حالت اولیه و نهایی باریون می‌باشد و از آنجا که تابع موج به فرم پتانسیل برهم‌کنش بین کوارک‌ها حساس است بنابراین انتخاب پتانسیل برهم‌کنش و مدل محاسباتی بسیار مهم است. ما در این رساله پتانسیل برهم‌کنشی کورنل را در مدل کوارک سازنده بکار می‌بریم و بخش شعاعی تابع موج را بدست می‌آوریم و از آن برای محاسبه‌ی تغییرات دامنه هلیسیتی استفاده کرده‌ایم.

۶.۱ تاریخچه

در سال ۱۹۳۰ تئوری QED برای توضیح برهم‌کنش الکترومغناطیس ارائه شد بر این اساس که ذرات باردار به وسیله‌ی میدان الکترومغناطیسی خودشان برهم‌کنش می‌کنند اما در کوانتوم فیلد تئوری برهم‌کنش ذرات بر اثر مبادله‌ی ذرات صورت می‌گیرد [۱۳]. در ساده‌ترین مثال برهم‌کنش بین دو الکترون با مبادله‌ی یک فوتون به عنوان یک بسته‌ی الکترومغناطیس انجام می‌گیرد و این کاملاً مشخص است که برای بقای تکانه نیاز به فوتون مجازی خواهد بود.

نوکلئون ها اجزای سازنده‌ی ماده بحساب می‌آیند در سال (۱۹۳۳) Otto- Stern کشف کرد که گشتاور دو قطبی مغناطیسی پروتون با پیش بینی دیراک مبنی بر اینکه $\mu = \frac{e\hbar}{2m}$ باشد، برای ذرات بدون ساختار با اسپین $\frac{1}{2}$ مغایرت دارد [۱۴]. برای پروتون گشتاور مغناطیس برابر با $\mu = 2.79 \frac{e\hbar}{2m}$ است [۱۳] و بنابراین فرض نقطه‌ای بودن پروتون رد شد. اطلاعات مربوط به ساختار هادرون‌ها از آنالیز داده آزمایش‌های زیر بدست می‌آید:

۱- پراکندگی کشسان الکترون- نوکلئون

۲- پراکندگی ناکشسان الکترون- نوکلئون

پراکندگی الکترون- هادرون به عنوان اولین آزمایش‌ها بر اساس مبادله‌ی انرژی به دو دسته‌ی Space-like با $q^2 \geq 0$ و Time-like با $q^2 \leq 0$ تقسیم خواهد شد [۱۳].

در سال (۱۹۶۰) آزمایش‌های پراکندگی ناکشسان ژرف الکترون- پروتون در آزمایشگاه Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) توسط گروه Friedman انجام شد و مشاهده کردند که رفتار پراکندگی الکترون- پروتون شبیه پراکندگی از ذره‌ی مئون نیست سرانجام در سال (۱۹۷۴) بیان شد که باریون‌ها از سه کوارک و مزون‌ها ترکیبات کوارک پادکوارکی هستند و مدل کوارک خلق شد [۱۳]. مدل‌های کوارک سازنده مختلفی از جمله مدل‌هایی بر اساس پتانسیل نوسانگر هارمونیک بین کوارک‌ها، مدل‌های نسبیتی و مدل‌های غیرنسبیتی با در نظر گرفتن پتانسیل برهم‌کنشی رنگ، برای مطالعه‌ی ساختار داخلی باریون‌ها مطرح شده است [۱۲] [۱۹-۱۵] [۲۰-۲۳] که توضیح مناسب از طیف و خصوصیت‌های استاتیک باریون‌ها ویژگی مشترک بین همه‌ی آن‌ها است اما مشاهده پذیرهای دیگری چون عامل شکل‌های الکترومغناطیسی و دامنه‌های واپاشی... نیز وجود دارند که برای تمایز بین مدل‌های مختلف بسیار کاربردی خواهند بود [۲۴-۲۵] [۲۰]. دامنه‌های هلیسیتی در واقع اعضای ماتریس برهم‌کنش الکترومغناطیس بین نوکلئون‌ها و حالت‌های رزونانسی را نشان خواهد داد بنابراین

محاسبه‌ی تغییرات دامنه هلیسیتی در مدل‌های مختلف برای سنجش دقت و کارایی مدل‌های مختلف بکار می‌روند.

در میان مقادیر اساسی برای ساختار داخلی نوکلئون‌ها کمیت عامل شکل الکترومغناطیسی توزیع بار و مغناطیش درون نوکلئون‌ها را توضیح می‌دهد. اندازه گیری‌های اخیر از عامل شکل‌های الکترومغناطیس در انرژی‌های بالا الهام بخش بسیاری از مباحث در زمینه‌ی ساختار نوکلئون‌ها می‌باشد از جمله مباحث وابسته به عامل شکل‌ها نوکلئون می‌توان به مبحث بررسی رفتار انفرادی هر کوارک و سهم طعم کوارک‌ها در عامل شکل‌ها [۲۶]، نقش عامل شکل‌ها در مشاهده‌ی ساختار نوکلئون بر اساس توزیع وینگر [۲۷]، روابط مربوط به G_E^p / G_M^p و سهم تکانه‌ی زاویه‌ای هر کوارک در تکانه‌ی کل نوکلئون‌ها اشاره کرد [۲۸].

تحریک نوکلئون‌ها می‌تواند با یک انتقال الکترومغناطیسی صورت بگیرد و برای اولین بار در برهم‌کنش پئون _ نوکلئون $\pi^+ + P \rightarrow \Delta^{++} \rightarrow \pi^+ + P$ و $\pi + N \rightarrow N^* \rightarrow \pi + N$ مشاهده شده است. در این پراکندگی ناکشسان در تقریب مبادله‌ی یک فوتون در مدل کوارک سازنده، برای ما یک دسته بندی از رزونانس نوکلئون‌ها فراهم می‌کند و نقطه‌ی شروع مشاهدات عامل شکل‌ها از آنجا آغاز شد که کوارک‌ها به عنوان حمل کننده باریون‌ها در جفت شدگی مستقیم با جریان فوتون قرار می‌گیرند [۲۹]. جزئیات بیشتر از آنالیز داده‌های برانگیختگی و رزونانس نوکلئون به وسیله‌ی مفهوم دامنه‌ی هلیسیتی مطرح می‌شود $A_{1/2}$ و $A_{3/2}$ و سایر کوانتاهای مورد علاقه در فرایندهای برانگیختگی از جمله عرض تابشی است که با مفهوم دامنه‌ی هلیسیتی مرتبط خواهد بود [۵].

$$\Gamma \propto (|A_{1/2}|^2 + |A_{3/2}|^2)$$

سال (۱۹۹۴) گروه Bijker مدل String-Like را به عنوان یک مدل جبری برای محاسبه‌ی طیف جرم وجفت شدگی الکترومغناطیس بکار برده‌اند و با استفاده از نظریه گروه عامل شکل‌ها را محاسبه کرده است در کار این گروه از جفت شدگی الکترومغناطیس $A_{1/2}$ و $A_{3/2}$ به عنوان مسئله‌ای مهم در شناخت

ساختار هادرون‌ها استفاده می‌شود و نشان می‌دهند که دامنه تغییرات هلیسیتی بسیار به تابع موج حالت پایه و حالت برانگیخته (به پتانسیل برهم‌کنش) وابسته است [۱۲].

سال (۱۹۹۶) V.D . Burkert بیان می‌کند که نوکلئون‌ها اجزای سازنده‌ی اصلی ماده در بخش مشاهده پذیر جهان هستند و مطالعه‌ی آن‌ها از راههای مختلفی صورت می‌گیرد که به جنبه‌های مختلف زیر ساختارهای نوکلئون وابسته هستند. آن‌ها بیان می‌کنند که:

۱- عامل شکل‌های کشسان الکترومغناطیس و ضعیف، توزیع بار و جریان‌های ضعیف و الکترو مغناطیس را برای حالت پایه‌ی و رزونانس پروتون، نوترون نشان می‌دهند.

۲- طیف برانگیختگی نوکلئون‌ها منبع دیگر اطلاعات درباره‌ی ساختار داخلی نوکلئون ارائه خواهد داد.

۳- برانگیختگی با فوتون اجازه‌ی جستجوی ساختار اسپینی و انتقال تشدید را خواهند داد. تشدیدها اطلاعاتی را در مورد تابع موج کوارک‌ها به عنوان ذرات سازنده‌ی نوکلئون‌ها فراهم می‌کند که در این مقاله فرایند الکترومغناطیس معرفی می‌شود [۳۰].

سال (۱۹۹۸) آقای E. Santopin با استفاده از یک مدل غیرنسبیتی به محاسبه‌ی طیف جرمی برای باریون‌های غیرشگفت پرداخته است در این راستا با در نظر گرفتن پتانسیل شبه کولنی و استفاده از معادلات ژاکوبی، ویژه مقدار انرژی را بدست آورده و از تابع موج حاصل شده برای محاسبه اعضای ماتریس انتقال الکترومغناطیسی استفاده کرده است سپس تغییرات دامنه‌ی هلیسیتی را برای گذارهای $N(1520)$, $N(1535)$ و $N(1650)$ نشان داده است [۳۱].

گروه Santopinto در سال (۱۹۹۸) مطالعه نسبیتی بر روی عامل شکل‌های نوکلئون انجام داده‌اند و بهبود نسبی نتایج را نسبت به مدل‌های غیر نسبیتی برای $Q^2 \geq 2$ بدست آورده‌اند [۳۲-۳۳] و نشان می‌دهند که در Q^2 های پایین با در نظر گرفتن درجه های آزادی بیشتر از کوارک می‌توان نتایج بهتری را بدست آورد [۳۴].

سال (۲۰۰۰) مدل کوآرک سازنده را با یک تصحیح نسبیتی برای محاسبه G_E^P و G_M^P بکار رفته است و نتایج G_E^P / G_M^P را با داده های Jlab مقایسه و نشان داده اند که تصحیح نسبیتی نتایج را بهبود بخشیده است [۳۵-۳۶].

سال (۲۰۰۶) عامل شکل ها در تئوری پراکندگی با در نظر گرفتن ابرمزدونی محاسبه شد [۳۷]. سال (۲۰۰۷) یک مدل شبه نسبیتی از مدل کوآرک با $H = \sum_{i=1}^3 \sqrt{m^2 + k_i^2} - \frac{\tau}{x} + \alpha x + H_{hyp}$ و در نظر گرفتن جریان نسبیتی فوتون در برهم کنش با جریان کوآرک، نتایج را برای انرژی بالای GeV^2 ۵ برای G_E^P و G_M^P و $\mu G_E^P / G_M^P$ و G_E^P / G_D نشان داده است [۳۸] به عنوان عامل شکل دو قطبی از یک فیت منطقی با داده های تجربی به صورت زیر بیان می شود

$$G_D = \frac{1}{(1 + 0.27Q^2)^2}$$

و انتظار می رود که $G_M^P = \mu G_D^P$ و G_E^P / G_M^P مقدار ثابتی باشد که در فصل ۵ بر روی علت رخ ندادن چنین نتیجه ای بحث شده است [۳۹].

در سال (۲۰۰۶) داده های تجربی حاصل از آزمایشگاه MAMI، Mit-Bates و JLAB جمع بندی شد و راههای تئوری مدل کوآرک، مدل ابر پثونی و مدل شبکه ای بررسی شده است [۴۰]. سال (۲۰۰۸) عامل شکل های پروتون، نوترون و دوترون محاسبه شده است و بیان می شود که برای دوترون یک عامل شکل چهار قطبی هم اضافه خواهد شد [۴۱].

سال (۲۰۱۱) از داده های آزمایشگاه Jlab نتیجه شد که عامل شکل های الاستیک برای پروتون و نوترون نشان دهنده ی توزیع کوآرک های درون نوکلئون ها است و G_E^P و G_M^P را به عنوان تبدیل فورته ی بار و مغناطش درون نوکلئون معرفی می کند. همچنین بیان می کند که برای بدست آوردن داده های تجربی برای نوترون با توجه به اینکه نوترون آزاد نخواهد بود از پراکندگی الکترون-دوترون استفاده می شود که در فصل ۴ به تفصیل بیان شده است [۴۲].

در (۲۰۱۲) عامل شکل‌های الکترومغناطیس نوکلئون در تئوری میدان‌ها بر اساس لاگرانژی تشکیل دهنده‌ی تشدیدها محاسبه و نتایج برای مقادیر $0 \leq Q^2 \leq 0.4$ به خوبی بدست آمده است [۴۳].

سال (۲۰۱۶-۲۰۱۴) مباحث مربوط به عامل شکل‌های الکترومغناطیسی و ایده‌های تازه و نو را مطرح شده را می‌توان در مقاله [۴۴-۴۵] مطالعه نمود. همچنین در محدوده‌ی Time-Like برای عامل شکل‌های الکترومغناطیس در مقاله [۴۶] محاسبات انجام شده است.

در سال‌های متمادی مطالعه‌ی تغییرات دامنه‌ی هلیسیتی برای گذارهای مختلف بسیار با اهمیت بوده است. در سال (۱۹۹۹) مطالعات بر روی رزونانس $\Delta(1232)$ از طریق برهم‌کنش یک پيون با پروتون برای $2.8 \leq Q^2 \leq 4$ حاصل شد [۴۷] همچنین مدل‌های نسبیتی زیادی بر اساس کوانتوم فیلد تئوری به محاسبه‌ی تغییرات دامنه هلیسیتی برای گذاربه دلتا انجام شده است [۴۸].

سال (۲۰۱۲) دامنه‌های انتقال برای گذار $\Delta(1232)$ با استفاده از مکانیسم point-form محاسبه شده است و نشان‌دهنده‌ی بهبود نتایج به ازای $1 \leq Q^2$ است و بیان می‌کند که به ازای $Q^2 \leq 1$ انتظار می‌رود فرایند تولید زوج کوارک پادکوارک غالب شود و نیازمند در نظر گرفتن مدل Unquenched quark model است [۴۹-۵۱].

سال (۲۰۱۲) مدل‌های نسبیتی با استفاده از فرمول بندی Light-Front تغییرات دامنه هلیسیتی را برای گذارهای $\Delta(1232), N(1440), N(1535)$ و $N(1520)$ به ازای Q^2 تا 12 GeV^2 محاسبه نموده است [۳۸][۵۲].

سال (۲۰۱۳) با در نظر گرفتن سهم تصحیح نسبیتی در مدل Light-Flavoured برای تشدید باریون‌ها، و استفاده از تئوری تابع موج پاره‌ای محاسبات انجام شد [۳۷][۵۳] و در مدل غیرنسبیتی دامنه‌های هلیسیتی برای گذار $N(938) \rightarrow N(1440)$ با استفاده از مدل Light-Front محاسبه و با کارهای نسبیتی مقایسه شده است [۱۲][۵۴-۵۶].

در محاسبات نسبیتی که در سال (۲۰۱۳) با استفاده از مدل Light-Cone برای رنج $2 \leq Q^2$ انجام شده است نتایج به خوبی برای گذار $N(1535)$ بدست آمده و انحراف از نتایج تجربی برای انرژی‌های پایین را دلیل بر ظهور درجه آزادی‌های کوارک-گلئون دانسته است [۱۹].

سال (۲۰۱۵) مدل غیرنسبیتی ارائه شد و نتایج را برای برانگیختگی $\Delta(1232), N(1440)$ گزارش نموده است که نتایج ما در مقایسه با این مدل غیر نسبیتی بهبود نسبی را نشان می‌دهند [۱۹][۵۷]. بنابراین فهمیدن ساختار و نحوه برهمکنش هادرون‌ها برای قرن‌ها انگیزه‌ی فیزیک برهمکنش‌ها بوده است [۶۵]. در این میان مطالعه‌ی نوکلئون‌ها و حالت‌های برانگیخته‌ی آن‌ها در برهمکنش الکترومغناطیس به عنوان یک راه مهم در فهم ساختار نوکلئون‌ها و بارئون‌های تشدیدی است [۴۹-۵۰][۵۹].

در این رساله ابتدا به این سوال پاسخ داده می‌شود که چگونه کوارک‌ها در برهمکنش الکترومغناطیس شرکت می‌کند و گذارهای تشدیدی رخ می‌دهد سپس طیف جرمی ایجاد شده را محاسبه می‌کنیم. آنچه ما در ادامه بررسی کردیم نحوه تغییر دامنه‌های هلیسیتی در گذارهای $\Delta(1232), N(1440), N(1535)$ است و یک تحلیل کاملاً جبری از نحوه‌ی محاسبه‌ی تغییرات دامنه‌ی هلیسیتی و عامل شکل‌ها بدست می‌آوریم که بسیار ساده تر از کاری است که در مقاله [۱۲] نویسندگان بر اساس مدل String-Like و مدل‌های تابع موج بر اساس نظریه گروه انجام داده اند. در ادامه ساختار رساله و فصل بندی‌ها بیان می‌شود.

۷.۱ ساختار کلی رساله

فصل ۲- مروری کوتاه بر نظریه‌ی گروه و معرفی دو گروه $SU(2)$ و $SU(3)$ انجام داده‌ایم و علت شکست تقارن در این گروه‌ها و نتیجه شکست ایجاد شده در گروه $SU(6)$ را بررسی کرده‌ایم و طیف جرمی باریون‌ها و چگونگی به وجود آمدن چندگانه‌های باریونی و مزونی را بر اساس گروه‌ها نشان داده‌ایم.

فصل ۳- مروری بر تفسیر طیف جرمی اتم هیدروژن انجام داده‌ایم. عوامل تاثیرگذار بر به وجود آمدن طیف جرمی را بررسی می‌کنیم و آن را برای پروتون تعمیم خواهیم داد و مدل طیف جرمی گئورسی-رادیکاتی را معرفی می‌کنیم و طیف جرمی باریون‌ها را بر اساس پتانسیل برهم‌کنشی کورنل محاسبه کرده‌ایم.

فصل ۴- انواع برهم‌کنش الکترومغناطیسی فوتون با پروتون را مطالعه کرده‌ایم. انواع پراکندگی‌ها را بر اساس انرژی برهم‌کنش معرفی می‌کنیم و نشان داده‌ایم که چگونه هر پراکندگی اطلاعاتی از ویژگی‌های پروتون را به نمایش می‌گذارد همچنین دو راه رسیدن به مقادیر تجربی را مطالعه کرده‌ایم.

فصل ۵- تغییرات دامنه هلیسیتی در یک برهم‌کنش ناکشسان الکترومغناطیسی را بررسی کرده‌ایم و نتایج را در یک مدل کوارک غیر نسبیتی با نتایج کارهای دیگران و همچنین مقادیر تجربی، مقایسه کرده‌ایم.

فصل ۶- پیشنهاداتی برای ادامه‌ی این رساله مطرح می‌شود

پیوست ۱: از آنجا که در مطالعه‌ی طیف جرمی و تغییرات دامنه هلیسیتی نیازمند ویژه مقادیر انرژی و تابع باریون‌ها هستیم. در این پیوست معادله شرودینگر به اجزای پتانسیل برهم‌کنش کورنل بین کوارک‌های سازنده حل شده است. تابع موج باریون‌ها شامل بخش‌های اسپینی و طعم نیز هستند اما از حل معادله‌ی شرودینگر تنها به بخش شعاعی تابع موج پی‌می‌بریم، بنابراین بخش اسپین و طعم کوارک‌ها به صورت دستی اعمال می‌شود و ما در این پیوست این بخش‌ها را ضمیمه کرده‌ایم.

فصل ۲

نظریه‌ی گروه‌ها، شکست تقارن $SU(6)$ و بررسی
کوانتومی گذار

۱.۲ تقارن و تبهگنی

در مکانیک کوانتوم به عملی نظیر انتقال و دوران یک عملگر یکانی $\mathfrak{S}$ موسوم به عملگر تقارن نسبت می‌دهیم. برای بررسی مفهوم تبهگنی در کوانتوم فرض می‌کنیم که برای این عملگر رابطه‌ی زیر را

$$[H, \mathfrak{S}] = 0 \quad (۱-۲)$$

داشته باشیم. اگر $|n\rangle$ یک ویژه کت انرژی با ویژه مقدار E_n باشد، در این صورت $\mathfrak{S}|n\rangle$ هم یک ویژه کت انرژی با همان ویژه مقدار خواهد بود زیرا

$$H(\mathfrak{S}|n\rangle) = \mathfrak{S}H|n\rangle = E_n(\mathfrak{S}|n\rangle) \quad (۲-۲)$$

و با فرض اینکه $|n\rangle$ و $\mathfrak{S}|n\rangle$ معرف دو حالت مختلف باشند در این صورت دو حالت با یک ویژه مقدار انرژی خواهد بود، یعنی آن‌ها تبهگن هستند. برای مثال عملگر دوران را در نظر بگیرید با فرض اینکه هامیلتونی با دوران جابجا شود بنابراین

$$[D(R), H] = 0 \quad (۳-۲)$$

با توجه به اینکه J مولد عملگر دوران است نتیجه می‌گیریم که ویژه کت‌های هم زمان H, J^2 و J_z تشکیل می‌شود به صورت $|n; j, m\rangle$ بنابر آنچه گفته شد تمام حالت‌هایی که به شکل $D(R)|n; j, m\rangle$ هستند همه دارای انرژی یکسان هستند که قبلاً مشاهده کردید تحت دوران مقادیر مختلف m با یکدیگر مخلوط می‌شوند. در حالت کلی $D(R)|n; j, m\rangle$ ترکیب خطی از $2j+1$ حالت مستقل است یعنی

$$D(R)|n; j, m\rangle = \sum_{m'} |n; j, m'\rangle D_{mm'}(R) \quad (۴-۲)$$

بنابراین در اینجا تبهگنی، $2j+1$ گانه است که دقیقاً برابر با مقادیری است که m می‌تواند انتخاب کند و در ادامه توضیح خواهیم داد که چگونه با اعمال میدان مغناطیسی این تبهگنی شکسته می‌شود.

۲.۲ گروه‌های تقارنی، تقارن و تبهگنی

اگر خاصیت فیزیکی یک سیستم تحت یک تبدیل مشخص تغییر نکند آنگاه آن سیستم فیزیکی تحت آن تبدیل متقارن خواهد بود. در بررسی تقارن‌ها یعنی بررسی خواصی از سیستم تحت یک تبدیل خاص، از نظریه‌ی گروه‌ها برای حل ریاضی این مسائل استفاده شده است که هر گروه تبدیل‌های خاص، برای بررسی بقای خاصیت‌های ویژه‌ای در سیستم بکار می‌روند. ابتدا مفهوم تقارن و گروه‌ها را بیان می‌کنیم:

بر اساس قضیه نودر: تقارن‌ها $\leftrightarrow$ قانون‌های پایستگی

بنابراین هر تقارنی از طبیعت یک قانون بقا (پایستگی) را به بار می‌آورد، و برعکس هر قانون بقا نشانگر یک تقارن مشخص است [۳].

بحث نظریه گروه‌ها را به عنوان یک مقدمه بیان می‌کنیم بنابراین فقط به طور خلاصه در مورد گروه‌های تقارنی بحث خواهیم کرد. از مکانیک کوانتومی می‌دانیم که گروه ماتریس‌های حقیقی و متعامد $(n \times n)$ ، $SO(n)$ به عنوان گروه تمام چرخش‌ها در فضا با ابعاد n فرض می‌شود، $SO(3)$ تقارن چرخشی جهان ما را توصیف می‌کند، تقارنی که با توجه به قضیه نودر به بقای اندازه حرکت زاویه‌ای مربوط شده است و از لحاظ ساختار ریاضی شبیه گروه $SU(2)$ خواهد بود که مهمترین و اساسی ترین تقارن داخلی را در فیزیک ذرات بنیادی بیان می‌کند. شاید محکم‌ترین واقعیت از نتیجه‌ی تقارن $SU(2)$ در مورد هادرون‌ها این باشد که آن‌ها در خانواده‌هایی از ذرات با جرم‌های تقریباً یکسان ظاهر می‌شوند و در یک خانواده همه ذرات دارای اسپین، پاریته، عدد باریونی، شگفتی و تبهگنی یکسان هستند، اما بارهای الکتریکی‌اشان با هم متفاوت است. مثال‌های زیادی از این موارد وجود دارد، که شامل نوکلئون‌ها و پئون‌ها می‌باشند.

$$p(938) = uud, n(940) = udd \quad (۵-۲)$$

این رفتار انعکاس دهنده‌ی تقارن بین کوارک u و d می‌باشد، بدین معنی که $m_u = m_d$ خواهد بود. نکته‌ای که وجود دارد این است که در چند گانه‌های باریونی ردیف‌های افقی دارای جرم‌های بسیار همانند هستند هر چند بارهای متفاوت دارند در واقع ذرات هر ردیف دارای اسپین، پاریته یکسان نیز هستند. هایزنبرگ بیان کرد که می‌توان آن‌ها را حالت‌های متفاوت از یک ذره نامید و تمایزناپذیرند اما این سوال پیش می‌آید که کدام عدد کوانتومی عامل تمایز بین این ذرات شده است. فیزیکدانان با معرفی ایزواسپین I به این سوال پاسخ می‌دهند ایزواسپین کمیتی برداری است که در فضای عادی و معمولی شناخته شده‌ی xyz تعریف نمی‌شود، بلکه در فضای ایزواسپین مبهم با اجزای I_1, I_2, I_3 معرفی می‌شوند. بنابراین می‌توان گفت نوکلئون با اسپین $1/2$ دارای مولفه‌ی سوم I_3 خواهد بود که برای پرتون ویژه مقدار $+1/2$ و برای نوترون ویژه مقدار $-1/2$ را به خود خواهد گرفت بنابراین ردیف‌های افقی با همهی ویژگی‌های همسانی که دارند دارای بارهای متفاوت و ایزواسپین متفاوت هستند که به آن‌ها چندگانه‌های ایزواسپینی گفته می‌شود. چون I_3 از $-I$ تا $+I$ دامنه دارد می‌توان بین تعداد ذرات در هر چندگانه و ایزواسپین رابطه $2I+1$ را بیان کرد [۲].

۱.۲.۲ گروه تقارنی $SU(2)$

بررسی تقارن ایزواسپینی با گروه $SU(2)$ انجام می‌شود. بنیادی‌ترین فرم بیان کننده‌ی $SU(2)$ به صورت زیر خواهد بود

$$\chi = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad (۲-۶)$$

این مشابه با حالتی است که می‌توانیم یک ذره را با اسپین $1/2$ نشان دهیم که این ذره می‌تواند مولفه‌ی اسپینی بالا یا پایین در جهت محور z داشته باشد و اگر چرخش حول محور y با زاویه‌ی θ را در نظر بگیریم آنگاه انتقال حالت‌ها به صورت زیر خواهد شد [۴].

$$\begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta / 2 & \sin \theta / 2 \\ -\sin \theta / 2 & \cos \theta / 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad (۷-۲)$$

جاییکه

$$u \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad d \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (۸-۲)$$

و

$$u' = \begin{pmatrix} \cos \theta / 2 \\ -\sin \theta / 2 \end{pmatrix}, \quad d' = \begin{pmatrix} \sin \theta / 2 \\ \cos \theta / 2 \end{pmatrix} \quad (۹-۲)$$

با توجه به اینکه ماتریس تبدیل یک ماتریس یکه است بنابراین کلی ترین فرم ماتریس گروه $SU(2)$ به صورت زیر خواهد بود.

$$U \equiv \exp\left(\frac{1}{2}i\theta\hat{n}.\sigma\right) \quad (۱۰-۲)$$

در رابطه ی فوق θ اندازه ی چرخش حول $\hat{n}$ و $\frac{\sigma}{2}$ خواهد بود این عملگر ماتریس دارای یک مولد $\frac{\sigma}{2}$ است که در آن σ بیان کننده ی ماتریس های پاولی هستند

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (۱۱-۲)$$

بنابراین اگر σ_3 به عنوان مولد برای مولفه ی I_3 در نظر گرفته شود آنگاه

$$\sigma_3 \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ -d \end{pmatrix} \quad (۱۲-۲)$$

که نشان می دهد نوترون دارای $I_3 = -1/2$ و پروتون دارای $I_3 = 1/2$ خواهد بود و با توجه به آنچه در نظریه ی گروه مطرح می شود می توان دو عملگر $\sigma_{\pm} = 1/2(\sigma_1 \pm i\sigma_2)$ را معرفی کرد که در آن

$$\text{تبدیل های زیر رخ می دهد با در نظر گرفتن } u \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, d \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ داریم}$$

$$\sigma_+ d = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = u \quad (۱۳-۲)$$

$$\sigma_u = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = d$$

ترکیب مولدها می‌تواند با مولدهای سازنده جابجا شود که به منظور فرمول‌بندی دقیق‌تر تقارن ایزواسپینی سه عدد کوانتومی I, I_3 و ابر بار را تعریف می‌کنیم: ابر بار برای هر عضو یک چندتایی ایزواسپینی مقادیر مختلفی را اتخاذ می‌کند به این صورت که هرگاه مقدار بیشینه در یک چندتایی را با I نشان دهیم آنگاه خواهیم دید که چندتایی‌های مشاهده شده دقیقاً شامل $2I+1$ عضو می‌شود با مقادیر

$$I_3 = I, I-1, \dots, -I \quad (2-14)$$

در نتیجه اگر بتوانیم عملگرهای ایزواسپینی را به صورت $\hat{I}_+, \hat{I}_-$ و $\hat{I}_3$ معرفی کنیم که در روابط جابجایی

$$[\hat{I}_+, \hat{I}_-] = 2\hat{I}_3 \quad [\hat{I}_3, \hat{I}_\pm] = \pm \hat{I}_\pm \quad (2-15)$$

صدق کنند، آنگاه خواص یکسانی برای ایزواسپین بدست خواهد آمد که اگر ایزواسپین پایسته باشد، یعنی اگر در یک برهم‌کنش

$$[H, \hat{I}_3] = [H, \hat{I}_\pm] = 0 \quad (2-16)$$

باشد آنگاه $2I+1$ حالت تبه‌گن با انرژی یکسان ایجاد خواهد شد و در ادامه شکست این تبه‌گنی را بررسی خواهیم کرد.

۲.۲.۲ بررسی شکست تقارن $SU(2)$

به مثال زیر که نشان دهنده‌ی یک چندگانه‌ی ایزواسپینی است دقت کنید.

برای $I = \frac{1}{2}$ نوترون دارای $I_3 = -\frac{1}{2}$ و پروتون دارای $I_3 = \frac{1}{2}$ خواهد بود و برای $I = 1$ داریم

$\pi^0 (I_3 = 0)$, $\pi^- (I_3 = -1)$ و برای $\pi^+ (I_3 = +1)$ در این دو مورد مشاهده می‌شود که پروتون و پئون دارای بار مشترک اما ایزواسپین متفاوت هستند، بر این اساس رابطه‌ای تعریف می‌شود برای عملگر بار به صورت زیر

$$Q = \frac{1}{2}B + I_3 \quad (۱۷-۲)$$

که در آن B باریون نامبری است که برای پروتون عدد ۱ و برای پئون عدد ۰ خواهد بود و روابط مربوط به جابجایی به صورت زیر

$$\begin{aligned} [I_i, I_j] &= i\epsilon_{ijk} I_k \\ [Q, I_3] &= 0 \quad ; \quad [Q, I_{1,2}] \neq 0 \end{aligned} \quad (۱۸-۲)$$

بدست می‌آید و مشاهده می‌شود که عملگر بار تحت چرخش در فضای ایزواسپین ناوردا باقی نمی‌ماند و بنابراین بار بقای ایزواسپین را نقض می‌کند و از آنجایی که در برهم‌کنش‌های الکترومغناطیس بار نقش دارد بنابراین بر خلاف آنچه که در برهم‌کنش‌های قوی رخ می‌دهد. می‌توان گفت در برهم‌کنش الکترومغناطیس ایزواسپین بقا ندارد و از طرفی بیان می‌شود که اگر مولد یک تقارن با هامیلتونی جابجا شود آنگاه می‌توان گفت که آن تقارن یک تقارن طبیعی و به عبارتی یک خاصیت ذاتی برای ذره است اما همانطور که مشاهده شد ایزواسپین با هامیلتونی برهم‌کنش الکترومغناطیس جابجا نمی‌شود که اگر چنین چیزی رخ می‌داد باید جرم پروتون و نوترون دقیقاً یکسان می‌بود زیرا هامیلتونی برهم‌کنش الکترومغناطیس با I_3 جابجا نمی‌شود

$$[H_{em}, I_i] \neq 0 \quad (۱۹-۲)$$

برهم‌کنش الکترو مغناطیس تقارن ایزواسپینی را می‌شکند و چیزی شبیه اثر زیمنان رخ خواهد داد و طیف جرمی بر اساس ایزواسپین‌های متفاوت شکل می‌گیرد که در هر ردیف ترکیب باریونی می‌توانید آن را مشاهده کنید. هر چند این تفاوت ایزواسپینی در چندگانه‌های ایزواسپینی تفاوت جرم زیادی را ایجاد نمی‌کند اما عدد کوانتومی ابر بار عامل تفکیک ذرات بر اساس ایزواسپین‌های آن‌ها خواهد بود.

۳.۲ نمایش خطی ترکیب سه کوارک بر پایه‌ی تقارن $SU(2)$

هر کوارک با حالت اسپینی $\frac{1}{2}$ دارای دو حالت ایزواسپینی $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ خواهد بود اگر محور افقی را محور

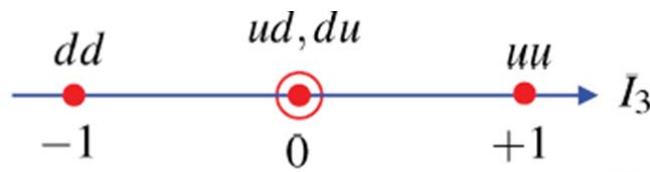
ایزواسپینی در نظر بگیریم آنگاه برای ترکیب این سه ذره به صورت زیر عمل می‌کنیم

برای کوارک های u, d



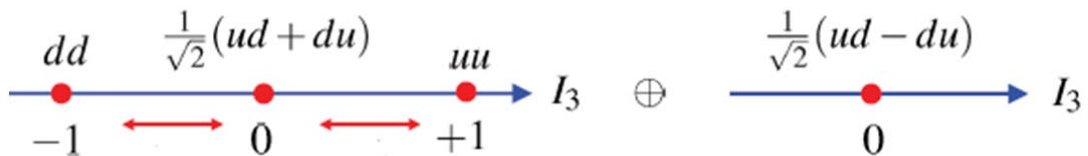
شکل ۱-۲: نمایش ایزواسپینی کوارک u, d

ترکیب دو کوارک



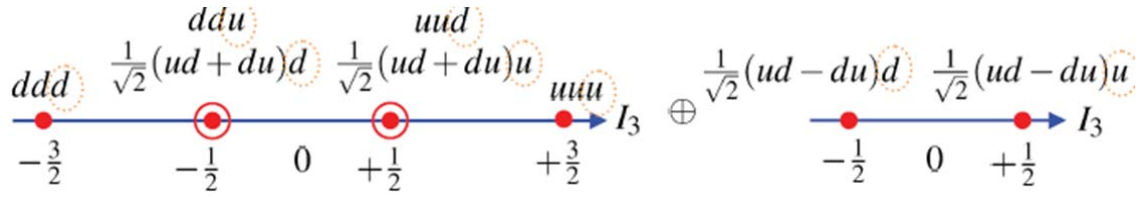
شکل ۲-۲: نمایش ایزواسپینی ترکیب دو کوارک u, d

که سه حالت ترکیبی متقارن و یک حالت پادمتقارن را ایجاد می‌کنند



شکل ۳-۲: ترکیب متقارن و پادمتقارن ایزواسپینی دو کوارک

و در ترکیب سه کوارک



شکل ۲-۴: ترکیب متقارن و پادمقارن ایزواسپینی سه کوارک

است که در ترکیب سه باریون حالت‌های کاملاً متقارن S ، حالت‌های متقارن مخلوط M_S و پادمقارن مخلوط M_A را به صورت زیر ایجاد می‌کند.

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{3}{2}, +\frac{3}{2} \right\rangle &= uuu \\
 \left| \frac{3}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(uud + udu + duu) \\
 \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(ddu + dud + udd) \\
 \left| \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle &= ddd
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} \left| \frac{3}{2}, +\frac{3}{2} \right\rangle &= uuu \\ \left| \frac{3}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(uud + udu + duu) \\ \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(ddu + dud + udd) \\ \left| \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle &= ddd \end{aligned}} \right\} \boxed{S}$$

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{6}}(2ddu - udd - dud) \\
 \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}}(2uud - udu - duu)
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle &= -\frac{1}{\sqrt{6}}(2ddu - udd - dud) \\ \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}}(2uud - udu - duu) \end{aligned}} \right\} \boxed{M_S}$$

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(udd - dud) \\
 \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(udu - duu)
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(udd - dud) \\ \left| \frac{1}{2}, +\frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(udu - duu) \end{aligned}} \right\} \boxed{M_A}$$

که در آن S حالت‌های کاملاً متقارن، M_S و M_A ترکیب‌های متقارن و پاد متقارن مخلوط خواهند

بود. دقیقاً چنین نمایشی را می‌توان در ترکیب اسپین ذرات بکار ببریم. ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ تحت

دوران برطبق نمایش اساسی دو بعدی گروه $SU(2)$ تغییر می‌کنند در واقع در ترکیب سه کوارک و

ایجاد باریون‌ها اسپین باریون‌ها یا $\frac{1}{2}$ است (که از دو طرق بدست می‌آید) و دارای دو حالت

$m_s = \pm \frac{1}{2}$ خواهد بود یا $\frac{3}{2}$ ، که دارای چهار حالت $m_s = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$ خواهد بود. ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ تحت

دوران بر اساس نمایش دو بعدی $SU(2)$ تغییر می‌کنند و ذرات با اسپین $\frac{3}{2}$ با نمایش چهار بعدی این گروه نمایش داده می‌شود. پس گروه باریونی از لحاظ اسپینی در یک پیوند چهارگانه و دو پیوند دوگانه شرکت می‌کنند تقارن موجود در این گروه بیان می‌کند که جرم اعضای پیوندهای چندگانه دارای فقط اختلاف حداکثر دو تا سه درصد خواهند بود بنابراین $SU(2)$ حالت‌های اسپین ذرات را نمایش و نحوه ی ترکیب اسپین سه ذره سازنده باریونی، و تعداد حالت m_j های ایجاد شده را نیز به صورت زیر

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{3}{2} \frac{3}{2} \right\rangle &= (\uparrow\uparrow\uparrow) \\ \left| \frac{3}{2} \frac{-3}{2} \right\rangle &= (\downarrow\downarrow\downarrow) \\ \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle &= (\uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow)/\sqrt{3} \\ \left| \frac{3}{2} \frac{-1}{2} \right\rangle &= (\uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow)/\sqrt{3} \end{aligned} \right\} \quad spin \frac{3}{2} \psi_s$$

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle_{12} &= (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \uparrow / \sqrt{2} \\ \left| \frac{1}{2} \frac{-1}{2} \right\rangle_{12} &= (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \downarrow / \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \quad spin \frac{1}{2} (\psi_{12})$$

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle_{23} &= \uparrow (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) / \sqrt{2} \\ \left| \frac{1}{2} \frac{-1}{2} \right\rangle_{23} &= \downarrow (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) / \sqrt{2} \end{aligned} \right\} \quad spin \frac{1}{2} (\psi_{23})$$

نشان خواهد داد.

۴.۲ گروه $SU(3)$

در سال ۱۹۴۷ با کشف پئون، پروتون نقش یگانه‌اش را در برهم‌کنش‌ها از دست داد، ذرات جدیدی کشف شدند که در برهم‌کنش‌های قوی به وجود می‌آمدند و با برهم‌کنش‌های ضعیف از بین می‌رفتند. گلمن و نی شی جیما تصمیم گرفتند عدد کوانتومی شگفتی یا S را به با آن نسبت بدهند آن دو

پیشنهاد کردند که هر هادرون یک مقدار صحیح از عدد شگفتی را در بر خواهد داشت که هم در برهم کنش‌های قوی و هم برهم کنش الکترومغناطیس بقا دارد. با کشف عدد کوانتومی شگفت و بقای آن در برهم کنش‌های قوی اثبات شد که گروه $SU(2)$ برای بیان تقارن برهم کنش قوی کافی نیست زیرا در گروه $SU(2)$ تنها یک عدد کوانتومی بقا دارد بنابراین گروه تقارنی $SU(3)$ برای طبقه بندی این ذرات معرفی شد.

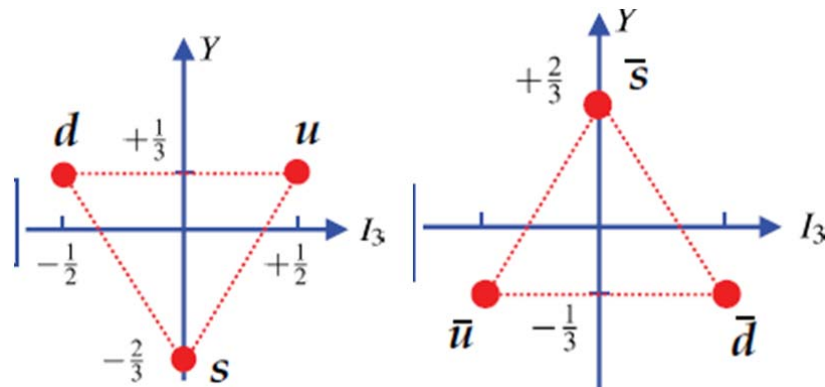
برای هر گروه $SU(N)$ ، $N^2 - 1$ مولد وجود دارد در این تقارن که مبنای عدم تمایز بین سه کوارک u, d و s خواهد بود و بنابراین برهم کنش قوی تمایزی بین این طعم‌ها قایل نیست هرچند نشان خواهیم داد این گروه تقارن شکسته‌ی بدی را در راه هشتگانه نشان می‌دهد و بر این اساس اگر $\Phi \equiv \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$ آنگاه برای انتقال به فرم $\Phi' = U\Phi$ باید ماتریس U به گونه‌ای باشد که اندازه را تغییر

ندهد، شبیه آنچه در مورد گروه $SU(2)$ رخ داد بنابراین می توان عملگر را به صورت $U \equiv \exp(\frac{i\theta \hat{n} \cdot \lambda}{2})$ تعریف کرد که در آن λ هشت ماتریس هرمیتی با تریس صفر خواهد بود که در سال ۱۹۶۲ توسط $Gell - Mann$ معرفی شدند، هرچند زمانی که گلמן راه هشتگانه را معرفی کرد گروه $SU(3)$ را نمی‌شناخت و تنها بر اساس بار و شگفتی ذرات را دسته بندی کرده بود.

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix} & \lambda_6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} & \lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (20-2)$$

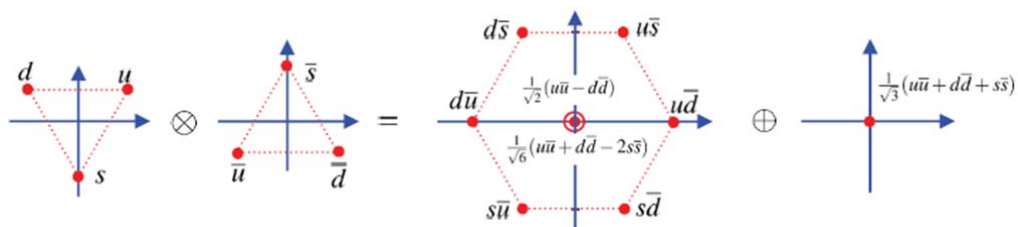
این مولدها زیر مجموعه‌ای از همان مولدهای $SU(2)$ هستند که در بین همه ی این مولدها فقط دو مولد قطری وجود دارد، مولدهای λ_3 و λ_8 اما در مورد $SU(2)$ فقط یکی از مولدها قطری است که در آن σ_3 دارای ویژه مقادیر $\pm \frac{1}{2}$ که با ویژه مقادیرهای m_s برابر است و به عنوان یک عدد کوانتومی مطرح می‌شود بنابراین در مورد $SU(3)$ می‌توانیم عملگر $I_3 = \frac{\lambda_3}{2}$ را تعریف کنیم که تاثیرش بر روی کوارک‌های u, d و s دارای ویژه مقادیر $\pm \frac{1}{2}$ و صفر خواهد بود. عملگر دیگری تحت عنوان فوق بار تعریف می‌شود به صورت $Y = \frac{\lambda_8}{\sqrt{3}}$ و ویژه مقادیر $Ys = -\frac{2}{3}$ و $Yu = \frac{1}{3}, Yd = \frac{1}{3}$ خواهد داشت. بنابراین می‌توانیم جدول اعداد کوانتومی برای کوارک‌ها و پاد کوارک‌ها را به صورت زیر تنظیم کرد.

برای ساختن مزون‌ها که ترکیب کوارک پادکوارک هستند، روی محور افقی ایزواسپین و محور عمودی ابر بار به صورت زیر برای کوارک و پادکوارک نمایش داده می‌شود:



شکل ۲-۵: نمایش کوارک و پادکوارک در گروه $SU(3)$

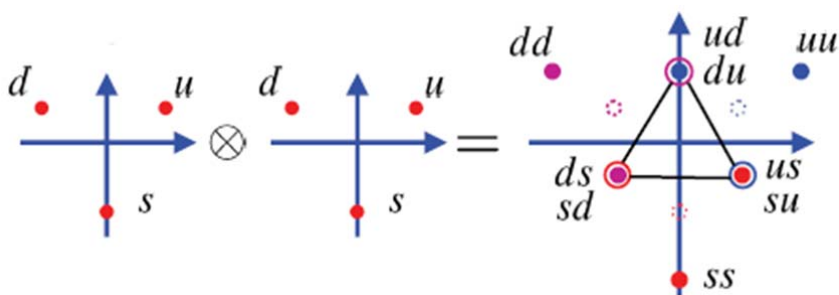
تبدیل کوارک پادکوارک $q\bar{q}$ و به وجود آمدن مزون‌های سبک. یک گروه هشت‌تایی و تک‌تایی مزونی



شکل ۲-۶: نمایش ترکیب کوارک - پادکوارک و تشکیل مزون در گروه $SU(3)$

را تشکیل می‌دهد.

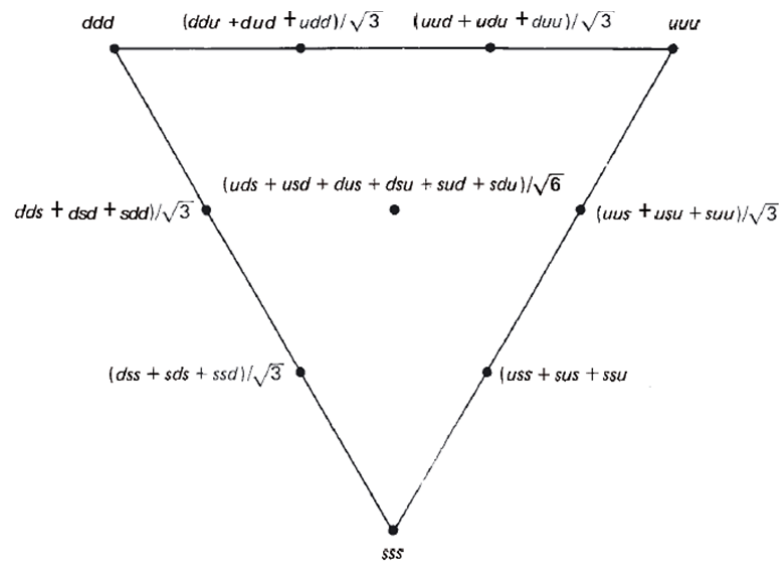
ترکیب کوارک ها: ترکیب دو کوارک



شکل ۲-۷: نمایش ترکیب دو کوارک در گروه $SU(3)$

از ترکیب دو کوارک با کوارک سوم باریون‌ها تشکیل می‌شوند. که در نهایت گروه باریونی ترکیبی به صورت زیر خواهد شد. با سه طعم کوارکی میتوان ۲۷ باریون ساخت که بر طبق تقارن $SU(3)$ به چهار گروه طبقه‌بندی می‌شوند [۵-۲]. این چهار گروه به صورت زیر خواهد بود:

حالت کاملاً متقارن



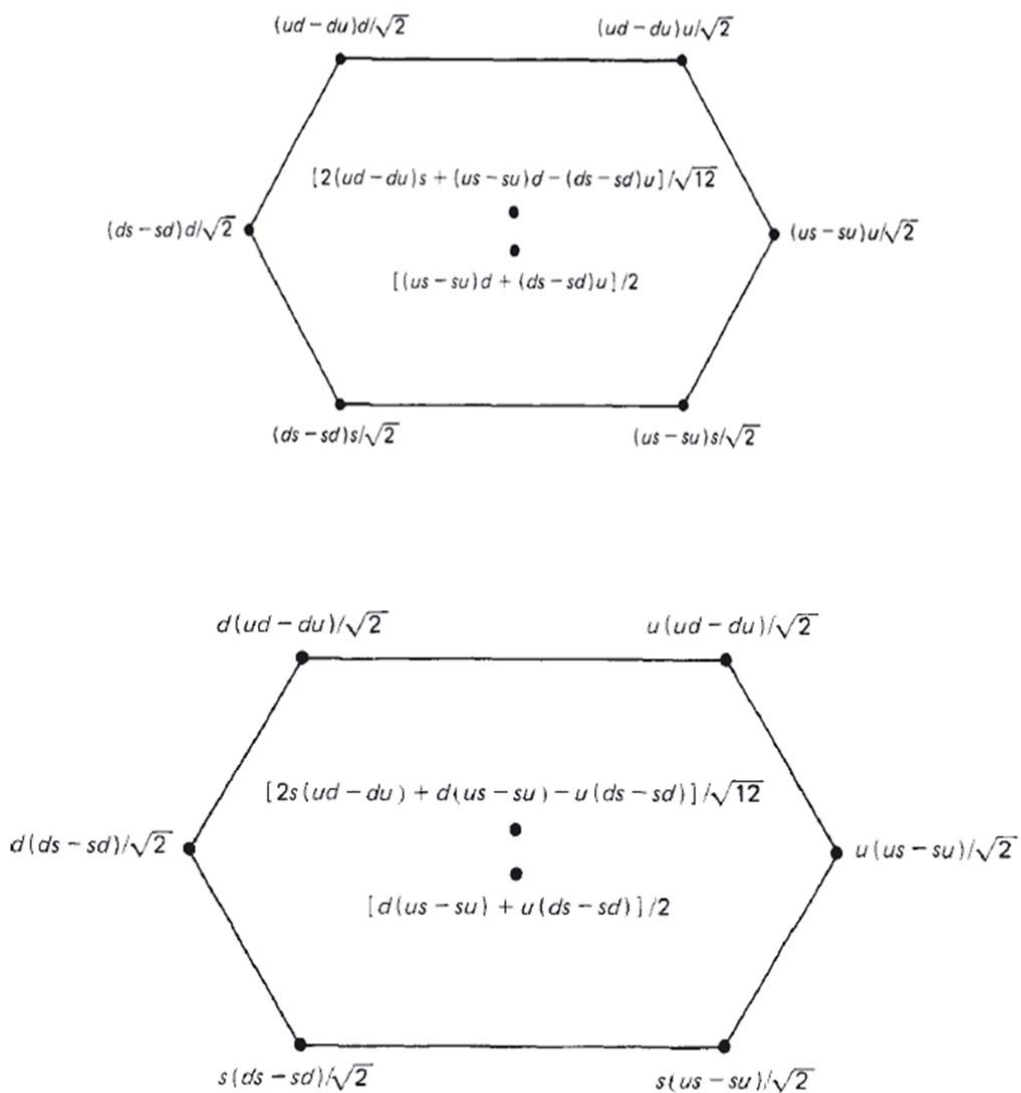
شکل ۲-۸: ترکیب سه کوارکی متقارن در گروه $SU(3)$

حالت کاملاً پادمتقارن

$$\bullet$$

$$(uds - usd + dsu - dus + sud - sdu)/\sqrt{6}$$

حالت متقارن و پاد متقارن مخلوط



شکل ۲-۹: ترکیب سه کوارکی پادمقارن و متقارن های مخلوط در گروه $SU(3)$

$SU(3)$ چگونگی ترکیب طعم کوارکها را نشان می دهند و دارای تقارن شکسته ی بدی است زیرا تفاوت جرم در پیوندهای چندگانه آن، گاه نزدیک به ۴۰٪ خواهد بود. ایزواسپین دارای تقارن خوبی است و چندگانه های ایزواسپینی تفاوت جرم اندکی دارند اما راه هشتگانه و گروه $SU(3)$ تقارن شکسته ی بدی دارند و چندگانه های آن اختلاف جرم زیادی را نشان می دهد که مدل استاندارد جرم

کوارک را مقصر می‌داند. بحث‌های گوناگون بیان می‌دارند که کوارک‌ها درون هادرون جرم موثرشان زیاد است یعنی در واقع به محتوا بستگی دارند: آن‌ها در باریون‌ها سنگین‌تر از مزون‌ها هستند، برای درک بهتر اینرسی قاشق در چای و عسل را با هم مقایسه کنید که شما مشاهده می‌کنید که در چندگانه‌های باریونی تفاوت جرم زیادی دیده می‌شود و تقارن طعم شکسته می‌شود. بنابراین نمی‌توانیم نظر هاینبرگ را در مورد باریون‌ها بکار ببریم و همه‌ی آن‌ها را تصویرهای مختلف از یک ذره بدانیم زیرا اختلاف جرم بسیاری بین چندگانه‌های آنها وجود دارد و علاوه بر طعم‌های مختلف سه رنگ نیز وجود دارد که از طرفی بقای اصل طرد پاولی را تضمین می‌کند و از طرفی در یک گروه تقارنی $SU(3)$ جای می‌گیرد که یک تقارن دقیق از کوارک‌ها با رنگ‌های متفاوت ولی جرم برابر است که با تعویض طعم‌ها با رنگ بنابراین سه رنگ ما یک ترکیب ده‌گانه و ترکیب هشتگانه و یک رنگ یگانه را خواهد داشت اما طبیعت همواره حالت یگانه را گزینش می‌کند و بنابراین چون تابع موج رنگ برای باریون‌ها یکسان می‌باشد، عموماً برای محاسبه آن خود را به در دسر نمی‌اندازند.

بنابراین برای توصیف باریون‌ها با تابع موج پادمتقارن که شامل یک قسمت فضایی و یک بخش اسپینی، یک واحد رنگ و یک جز ترکیب شونده که نحوه‌ی ترکیب کوارک‌ها را بیان می‌کند گروه در برگیرنده‌ی باریون‌ها گروه $SU(6)$ خواهد بود و شامل اسپین و طعم کوارک‌ها است این دو گروه به صورت زیر خلاصه می‌شود

$$\begin{array}{ll}
 SU(3) & SU(2) \\
 (10+8+8+1) & (4+2+2) \\
 {}_s M_s M_A A & {}_s M_s M_A
 \end{array} \quad (21-2)$$

ترکیب حالت‌های طعم کوارک‌ها با اسپین‌شان به صورت زیر خواهد شد

$$\begin{array}{l}
 S : (10, 4) + (8, 2) \\
 M_s : (10, 2) + (8, 4) + (8, 2) + (1, 2) \\
 M_A : (10, 2) + (8, 4) + (8, 2) + (1, 2) \\
 A : (1, 4) + (8, 2)
 \end{array} \quad (22-2)$$

بنابراین باریون‌ها متعلق به چندگانه‌های $56_S \oplus 70_M \oplus 70_M \oplus 20_A$ است که در آن

$$56 = {}^4 10 \oplus {}^2 8$$

$$70 = {}^2 10 \oplus {}^4 8 \oplus {}^2 8 \oplus {}^2 1$$

و

$$20 = {}^4 1 \oplus {}^2 8$$

خواهند بود و برای نمایش باریون‌ها از فرم $\langle {}^{2S+1} \dim(SU(3))_r, [\dim(SU(6)), L^P], X \rangle$ استفاده می‌کنیم، برای مثال پروتون را با نمایش $\langle {}^2 8_{1/2}, [56, 0^+], N(938) \rangle$ نشان خواهیم داد و سایر حالت‌های تشدید را نیز بر همین اساس نمایش می‌دهیم.

همواره ارائه مدلی کامل برای بررسی نظری جرم باریون‌ها در محدوده‌ی نسبیتی و غیر نسبیتی از اهمیت خاصی برخوردار بوده است که وجه مشترک تمام این مدل‌ها آن است که برهم‌کنش سه کوارک در داخل باریون می‌تواند به دو بخش تقسیم شود: بخش اول شامل پتانسیل برهم‌کنش نگهدارنده است که مستقل از اسپین و طعم کوارک بوده و تحت تقارن $SU(6)$ ناوردا باقی می‌ماند و بخش دوم سبب شکست تقارن $SU(6)$ در طیف باریون‌ها به سبب حضور جملات وابسته به اسپین، ایزو اسپین و طعم کوارک‌ها خواهد بود [۵].

فصل ۳

برهم کنش الکترومغناطیس، طیف جرم

۱.۳ شکافتگی جرم در چندگانه‌های باریونی

در چندگانه‌های ایزواسپینی $SU(2)$ شکافتگی جرمی اندکی وجود دارد یعنی جرم پرتون و نوترون یا π^+ با π^0 اختلاف کمی دارند که در مدل کوآرک این اختلاف در اثر برهم‌کنش الکترومغناطیس به وجود می‌آید. اما چندگانه‌های گروه $SU(3)$ دارای اختلاف جرم بیشتری خواهند بود که ناشی از وجود کوآرک s با جرمی ۱۵۰ مگا الکترون ولت بیشتر از جرم کوآرک u, d است یا به عبارتی عدد شگفتی متفاوتشان تفاوت چشمگیری در جرم باریون‌ها ایجاد می‌کند. برهم‌کنش اسپین-اسپین کوآرک و برهم‌کنش کوآرک‌ها و مبادله‌ی یک گلوئون برای حالت‌هایی که عدد شگفتی یکسان دارند سبب اختلاف جرم زیادی خواهد بود. در محاسبه‌ی طیف جرمی هیدروژن با افزایش دقت تجربی طیف‌سنجی انحراف از رابطه‌ی ریدبرگ بیشتر آشکار می‌شود و خطوط طیف به دسته‌های دوتایی و سه‌تای و بیشتر تقسیم می‌شود که در ابتدا این مشاهده را به دو مکانیزم متفاوت نسبت می‌دهند ۱- تصحیح نسبیتی و ۲- جفت‌شدگی میان اسپین الکترون و حرکت اوربیتالی که در تصحیح نسبیتی طیف انرژی وابسته به n, l می‌شود، با بیان مسئله‌ی جفت‌شدگی اسپین مدار که در آن اسپین الکترون یک گشتاور دو قطبی مغناطیسی ایجاد می‌کند

$$\mu = -\frac{eS}{m_e c} \quad (۱-۳)$$

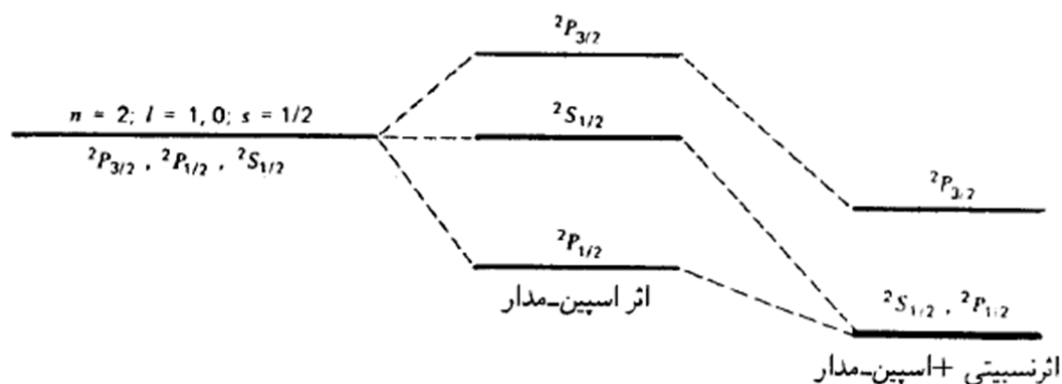
اما از نظر الکترون این پروتون خواهد بود که به دور الکترون می‌چرخد و یک میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند و هامیلتونی برهم‌کنش

$$H = -\mu \cdot B = \frac{e^2}{2m^2 c^2 r^3} L \cdot S \quad (۲-۳)$$

است از آنجایی که در حضور جفت‌شدگی اسپین مدار L و S بقا ندارد و کمیت بقادر فقط J خواهد بود بنابراین برای حل ویژه‌مقداری باید از آن استفاده نمود و در نهایت تصحیح ایجاد شده بر روی رابطه‌ی ریدبرگ وابستگی به J را نیز نشان خواهد داد اما باز هم نکته‌ی بسیار جالبی پیش

می‌آید در جمع بین این دو تصحیح به صورت زیر برای حالت $n = 2$ و واگنی دو حالت $^2S_{1/2}$ و $^2P_{1/2}$

به صورت زیر



شکل ۳-۱: شکافتگی تراز $n = 2$ و انتقال لمب

پیش خواهد آمد. رادرفورد و لمب در سال ۱۹۴۷ بیان کردند که یک شکافتگی کوچک بر اثر برهم‌کنش الکترون با میدان الکترومغناطیس خودش وجود خواهد داشت به نوعی یک خود انرژی به وجود می‌آید. بنابراین برهم‌کنش اسپین مدار و تصحیح نسبیتی پایان داستان نبود و هنوز یک اصلاح ریزتر وجود داشت، دلیل آن وجود اسپین برای هسته بود که سبب می‌شود هسته دارای یک مغناطیس بسیار ریز و گشتاور دوقطبی مغناطیسی بسیار کوچک

$$\mu_p = \gamma_p \frac{e}{m_p c} S_p \quad (۳-۳)$$

می‌باشد و $\gamma_p = 2.7928$ است.

به دلیل مغناطیس حاصل از گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته یک اثر دایمی زیمان به وجود می‌آید که در آن پتانسیل برداری ناشی از دو قطبی به صورت زیر

$$A(r) = -\frac{1}{4\pi} (\mu \times \nabla) \frac{1}{r} \quad (۴-۳)$$

ایجاد می‌شود و بنابر رابطه‌ی $B = \nabla \times A$ ، هامیلتونی $H = -\mu \cdot B$ خواهد شد و این اثر دایمی زیمان را سبب می‌شود که تئوری انجام شده برای هیدروژن را می‌توان برای حالت‌هایی که جای الکترون و پروتون ذرات دیگر باشند مانند پوزیترونیم و کوارکونیم بکار می‌رود [۳].

وجود طیف باریونی در ناحیه جرمی ۲ گیگا الکترون ولت نشان دهنده‌ی ماهیت مرکب باریون‌ها خواهد بود [۶۰]. در این راستا مدل‌های مختلفی مطرح می‌شود، مدل کوارک سازنده‌ی فوق مرکزی [۱۲] و بسیاری مدل‌های دیگر [۶۴-۶۱] که در همه‌ی آن‌ها مطالعه‌ی طیف باریون‌ها و تغییرات دامنه هلیسیتی بسیار مورد توجه بوده است [۱۲] [۲۰-۱۷] [۲۳] [۵۳] [۶۵] [۶۸-۶۶]. مسلماً در نظر گرفتن تنها پتانسیل فوق مرکزی و محدودکننده‌ی کوارک‌ها نمی‌توانست جداسازی بین چندگانه‌های باریونی را به خوبی نشان دهد. در سال (۲۰۰۱) گیانینی^۲ با ارائه مدلی مبتنی بر پتانسیل مقید کننده کورنل^۳ و وارد نمودن برهم‌کنش فوق ریز به شکل یک تابع گوسی از فاصله نسبی بین دو کوارک به صورت یک اختلال، طیف جرمی باریون‌های غیر شگفت را محاسبه نموده‌اند [۶۹] و مشاهده نمودند که تقارن جرم برای چندتایی‌های یک گروه وجود ندارد و علتش برهم‌کنش‌های ریز دیگری خواهد بود. برای توصیف ایجاد شکافت جرمی میان چند تایی‌های باریونی باید پتانسیل ناشی از برهم‌کنش اسپین-اسپین و ایزواسپین-ایزواسپین را نیز در برهم‌کنش بین کوارک‌ها در نظر گرفت بنابراین هامیلتونی برهم‌کنش کامل به صورت زیر

$$H = V(r) + H_{SS} + H_{II} + H_{SI} \quad (۵-۳)$$

که در آن $V(r)$ پتانسیل برهم‌کنش شعاعی است و می‌توان پتانسیل برهم‌کنش اسپین-اسپین را به صورت اختلال زیر در هامیلتونی برهم‌کنش وارد کنید

$$H_S = A_S \sum_{i < j}^3 \frac{1}{(\sqrt{\pi} \sigma_S)^3} e^{-\left(\frac{r_{ij}}{\sigma_S}\right)^2} (S_i \cdot S_j) \quad (۶-۳)$$

^۲ Giannini

^۳ cornell

که r_{ij} فاصله نسبی بین دو کوارک و s عملگر اسپین کوارک خواهد بود که بر طبق مختصه فوق‌کروی شعاع به صورت زیر خواهد بود.

$$H_{Spin} = B_s \left(\frac{1}{\wedge_s} e^{-\frac{x}{\wedge_s}} \right) \sum_{i < j} (S_i \cdot S_j) \quad (7-3)$$

اما در نهایت به منظور توصیف هر چه بهتر شکافتگی جرمی او و همکارانش جملات ایزو اسپین- ایزواسپین و اسپین -ایزواسپین را نیز به پتانسیل کرنل وارد کرده‌اند. برهم‌کنش ایزواسپین- ایزواسپین

$$H_I = A_I \sum_{i < j} \frac{1}{(\sqrt{\pi} \sigma_I)^3} e^{-\left(\frac{r_{ij}}{\sigma_I}\right)^2} (I_i \cdot I_j) \quad (8-3)$$

برهم‌کنش اسپین-ایزواسپین

$$H_{SI} = A_{SI} \sum_{i < j} \frac{1}{(\sqrt{\pi} \sigma_{SI})^3} e^{-\left(\frac{r_{ij}}{\sigma_{SI}}\right)^2} (I_i \cdot I_j)(S_i \cdot S_j) \quad (9-3)$$

آن‌ها دریافتند که سهم برهم‌کنش اسپین-اسپین در شکست تقارن تنها ۳۵٪ و ۵۰٪ درصد سهم برهم‌کنش اسپین -ایزواسپین خواهد بود و تنها ۱۵٪ سهم برهم‌کنش ایزو اسپین -ایزواسپین خواهد بود پس برهم‌کنش بین سه کوارک به دو بخش تقسیم می‌شود بخش اول شامل پتانسیل برهم‌کنش مقید کننده که مستقل از اسپین و طعم خواهد بود و بخش دوم که در برگیرنده برهم‌کنش اسپین و طعم که سبب شکست تقارن خواهد شد و برای مطالعه بیشتر در زمینه نقش برهم‌کنش فوق ریز اسپین-اسپین و ایزو اسپین ایزو اسپین به منابع [۷۱][۷۰][۲۳][۱۲] می‌تواند مفید باشد.

۲.۳ طیف جرمی گئورسی - رادیکاتی

در سال (۱۹۶۴) آقایان گئورسی و رادیکاتی فرمول جرمی را ارائه دادند که شکافتگی جرم در چندتایی باریون‌ها را به خوبی نشان می‌داد استفاده از فرمول جرمی گئورسی - رادیکاتی با وجود سادگی‌اش راهی ساده و مناسب برای محاسبه‌ی دقیق شکست تقارن $SU(6)$ می باشد [۷۳][۷۲] که در آن

$$M = M_0 + CC_2[SU_S(2)] + DC_1[U_Y(1)] + E[C_2[SU_I(2)] - \frac{1}{4}(C_1[U_Y(1)])^2] \quad (۱۰-۳)$$

جاییکه

$$\begin{aligned} C_2[SU_S(2)] &= s(s+1) \\ C_2[SU_S(2)] &= I(I+1) \\ C_2[U_Y(2)] &= Y \end{aligned} \quad (۱۱-۳)$$

است. که در رابطه ی فوق $C_2[SU_I(2)]$ ، $C_2[SU_S(2)]$ و $C_2[U_Y(1)]$ عملگرهای کازمیر دویبعی برای اسپین، ایزو اسپین و عملگر خطی ابر بار است [۷۴-۷۵] که این معادله شامل جمله‌های اسپین و ایزواسپین است که برهم‌کنش‌های اسپین-اسپین و ایزواسپین-ایزواسپین را نشان می‌دهد همچنین جملات وابسته به ابر بار که نشان دهنده‌ی وابستگی برهم‌کنش‌ها به ابر بار است. در سال (۲۰۰۱) گیانینی و همکارانش با ارائه فرمول تعمیم یافته و وارد کردن تقارن اسپین - طعم به تعمیم فرمول گئورسی - رادیکاتی پرداختند [۷۳].

$$M = M_0 + AC_2[SU_{SF}(6)] + BC_2[SU_F(3)] + CC_2[SU_S(2)] + DC_1[U_Y(1)] + E[C_2[SU_I(2)] - \frac{1}{4}(C_1[U_Y(1)])^2] \quad (۱۲-۳)$$

که در این رابطه $C_2[SU_{SF}(6)]$ عملگر کازمیر برای برهم کنش اسپین-طعم و $C_2[SU_F(3)]$ عملگر کازمیر برای طعم خواهند بود. فرمول جرمی گورسی-رادیکاتی تعمیم یافته قادر است به خوبی طیف جرمی و شگافتگی جرمی را بدست آورد همچنین در سال (۲۰۰۵) گیانینی و همکارانش فرمولی را پیشنهاد دادند که بر پایه هامیلتونی برهم کنش کوارکها به صورت

$$H = H_0 + H_{GR} \quad (۱۳-۳)$$

بازنویسی شد که در آن

$$H_{GR} = AC_2[SU_{SF}(6)] + BC_2[SU_F(3)] + CC_2[SU_S(2)] + DC_1[U_Y(1)] + E[C_2[SU_I(2)] - \frac{1}{4}(C_1[U_Y(1)])^2] \quad (۱۴-۳)$$

است و هامیلتونی برهم کنش به صورت بیان می شود.

$$H_0 = 3m + \frac{p_\lambda^2}{2m} + \frac{p_\rho^2}{2m} + V(x) \quad (۱۵-۳)$$

آن‌ها در رابطه فوق پتانسیل برهم کنشی را پتانسیل کورنل در نظر گرفته و به محاسبه ویژه مقدار انرژی و ویژه تابع این پتانسیل پرداخته است اما از آنجا که حل تحلیلی معادله شرودینگر برای این پتانسیل کار مشکلی بود ابتدا به محاسبه ویژه مقدار انرژی برای پتانسیل فوق کولنی پرداخته و در ادامه قسمت خطی پتانسیل نگه دارنده را به صورت اختلال به آن وارد کرده است و با استفاده از رابطه جرمی پیشنهادی به محاسبه طیف جرم باریون‌ها پرداختند بنابراین جرم هر باریون B به صورت زیر قابل محاسبه است

$$\langle B|H|B \rangle = E_{\gamma\gamma} + \langle B|H_{GR}|B \rangle \quad (۱۶-۳)$$

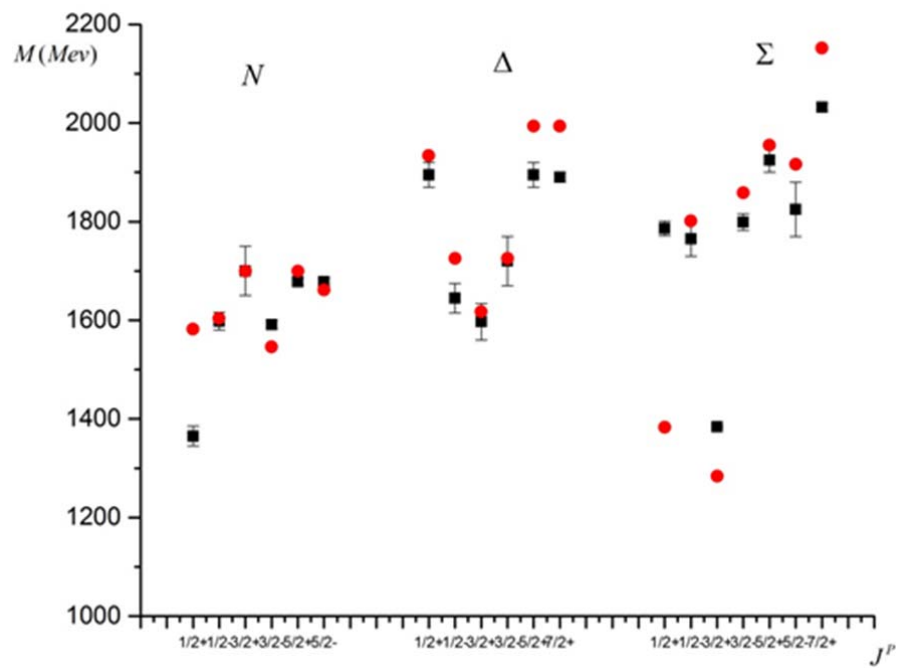
با بیان ویژه مقادیر عملگرهای کازمیر به صورت زیر ویژه مقدار $\langle B|H_{GR}|B\rangle$ را برای طیف باریون‌ها بر اساس ابربار، ایزواسپین و اسپین آن‌ها محاسبه شده است [۷۲].

$$\begin{aligned}\langle C_2[SU_{SF}(6)]\rangle &= \begin{cases} 45/4 & \text{for}[56], \\ 33/4 & \text{for}[70] \\ 21/4 & \text{for}[20] \end{cases} \\ \langle C_2[SU_F(3)]\rangle &= \begin{cases} 3 & \text{for}[8] \\ 6 & \text{for}[10] \\ 0 & \text{for}[1] \end{cases} \\ \langle C_2[SU_I(3)]\rangle &= I(I+1) \\ \langle C_1[SU_Y(3)]\rangle &= Y \\ \langle C_2[SU_S(3)]\rangle &= S(S+1)\end{aligned}\quad (۱۷-۳)$$

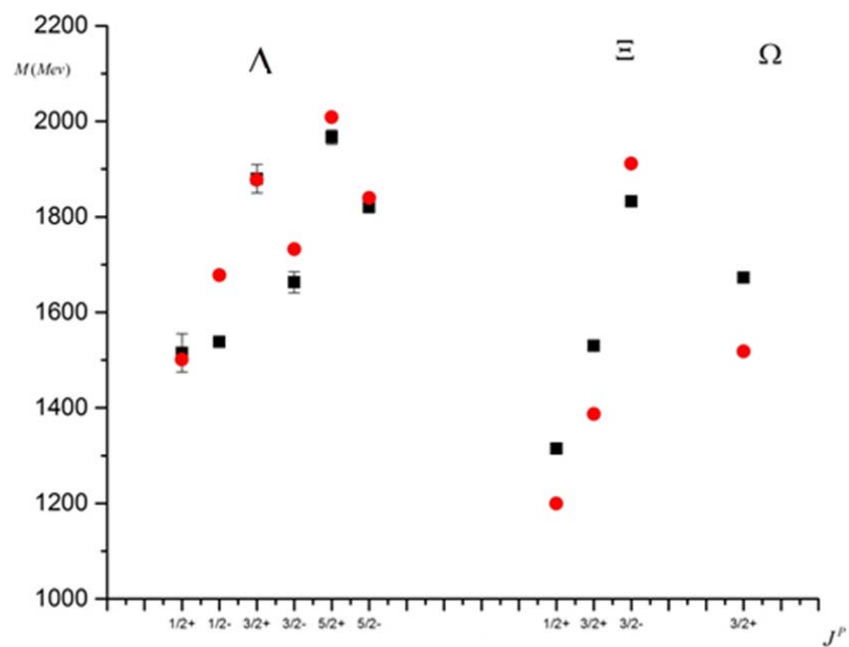
در تعریف ابر بار باید گفت که ذرات متعلق به چندگانه باری در مقدار بار با یکدیگر متفاوت خواهند بود برای یک جمع بندی کلی از بار، واژه ابر بار بکار رفته است [۷۴-۷۵]. برای محاسبه‌ی جرم با استفاده از رابطه (۳-۱۳) نیازمند محاسبه‌ی ضرایب مجهول عملگرهای کازمیر می‌باشیم برای محاسبه‌ی این ضرایب از عبارت‌های جرمی زیر استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned}N(1650)S11 - N(1535)S11 &= 3C \\ \Delta(1232)P33 - N(938)P11 &= 3B + 3C + 3E \\ N(1535)S11 - N(1440)P11 &= (E_{10} - E_{01}) + 12A \\ \Sigma(1193)P33 - N(938)P11 &= \frac{3E}{2} - D \\ \Lambda(1116)P33 - N(938)P11 &= -D - \frac{E}{2}\end{aligned}\quad (۱۸-۳)$$

برای محاسبه‌ی طیف جرمی باریون‌ها با استفاده از رابطه‌ی (۳-۱۶) نیازمند حل معادله شرودینگر برای پتانسیل فوق مرکزی کورنل خواهیم بود که حل با استفاده از مدل ژاکوبی و روش NU در پیوست ۱ وارد شده است و نتایج برای طیف جرمی باریون‌ها به ازای پتانسیل کورنل در نمودارهای (۳-۳)(۲-۳) نشان داده شده‌اند.



شکل ۳-۲: نتایج بدست آمده برای طیف جرمی باریون‌های سبک در مدل پتانسیلی کورنل (نقاط قرمز) در مقایسه با مقادیر تجربی [۷۳]



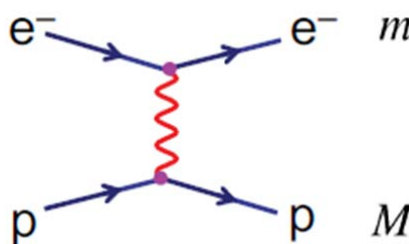
شکل ۳-۳: نتایج بدست آمده برای طیف جرمی باریون‌های شگفت در مدل پتانسیلی کورنل (نقاط قرمز) در مقایسه با مقادیر تجربی [۷۳]

فصل ۴

پراکندگی‌ها، برهم‌کنش الکترومغناطیس و ساختار
هادرون‌ها

۱.۴ پراکندگی‌ها و ساختار نوکلئون

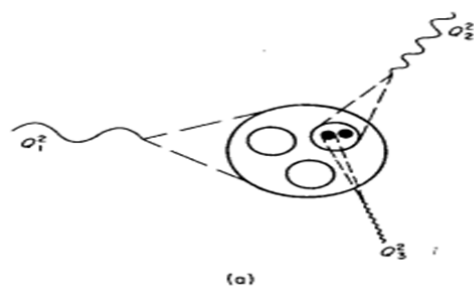
پراکندگی کوانتومی مفاهیم تازه‌ای را از ساختار درونی و شکل ظاهری پروتون با محاسبه سطح مقطع‌ها آشکار می‌کند و به عنوان یک موضوع بسیار ظریف و دقیق در قیاس با هم ارز کلاسیکی خود که با مشخصه سرعت و پارامتر برخورد مشخص می‌شود، از مفهوم احتمال و انرژی سخن خواهد گفت. برای پراکندگی از پرتابه‌های بدون ساختار (لپتون‌ها) استفاده می‌کنیم، تا صرفاً اطلاعات مربوط به هدف را بدست بیاوریم و همچنین در برهم‌کنش‌های قوی شرکت نکنند که سطح مقطع پراکندگی را به عنوان کمیت قابل اندازه‌گیری و قابل فرمول‌بندی، با احتمال پراکنده شدن ذرات به سمت یک زاویه معین بدست می‌آورند. نیروی مغناطیسی بین دو ذره باردار را می‌توان برحسب تبادل پیوسته فوتون‌های مجازی بین ذرات باردار توصیف کرد. بین فوتون مجازی که واسطه نیروی الکترومغناطیسی بین ذرات باردارند و فوتون‌های حقیقی تفاوتی‌هایی وجود دارد و در فصل اول به آن اشاره شد، فوتون حقیقی قابل مشاهده است در حالی که فوتون مجازی را نمی‌توان مشاهده کرد و برای درک اینکه چگونه یک ذره غیر قابل مشاهده برهم‌کنش ایجاد می‌کند، به نمودارهای فاینمن مربوط به پراکندگی الکترون از پروتون توجه کنید



شکل ۴-۱: نمودارهای فاینمن مربوط به پراکندگی الکترون

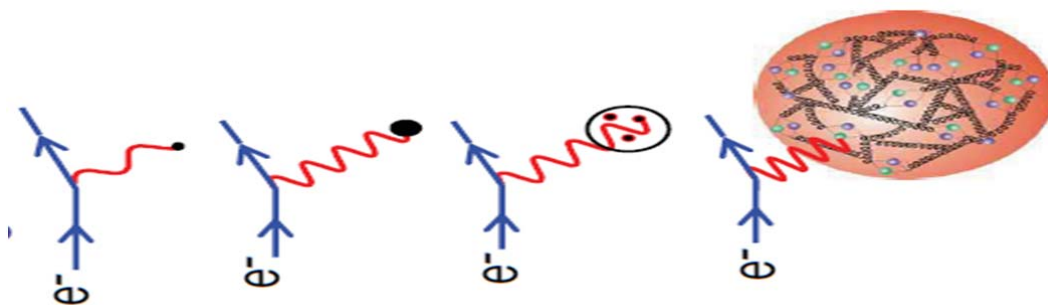
قوانین فاینمن باعث می‌شود در طی برهم‌کنش اندازه حرکت و انرژی پایسته باقی بماند اما این دو به طور جداگانه در هر راس نمی‌توانند پایسته بمانند، بنابراین گسیل فوتون مجازی در راس اول رویدادی است که در آن نه انرژی پایسته می‌ماند نه اندازه حرکت، این عدم بقا ادامه دارد تا زمانی که فوتون

توسط پروتون در آشامیده شود، بنابراین گره اولیه QED به خودی خود هیچ پدیده‌ی فیزیکی را نشان نمی‌دهد و بازه زمانی که طی آن فوتون مجازی مبادله می‌شود با اصل عدم قطعیت $(\Delta t \geq \hbar/\Delta E)$ محدود می‌شود که براساس اصل عدم قطعیت با توجه به بازه زمانی که این درآشامی صورت می‌گیرد، فوتون مجازی می‌تواند هر مقدار انرژی را به خود بگیرد و هر مقدار جرم را طبق رابطه‌ی $\Delta E = mc^2$ داشته باشد، این فوتون می‌تواند طول موج بلند یا کوتاه داشته باشد [۵] از طرفی برای یک ذره‌ی آزاد در نسبیت خاص انرژی E ، اندازه حرکت p و جرم m توسط فرمول $E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$ مربوط هستند اما برای یک ذره‌ی مجازی $E^2 - p^2 c^2$ هر مقداری می‌تواند داشته باشد، به طور مثال دو پروتون درون هسته با مبادله‌ی یک مزون با هم برهم‌کنش می‌کنند که به طور موقت اصل بقای انرژی را به اندازه‌ی mc^2 نقض می‌کنند. بنابر اصل عدم قطعیت هایزنبرگ می‌توان این مقدار انرژی را به شرط آنکه در مدت زمان Δt پس داده شود و در رابطه‌ی $\Delta E \Delta t = \hbar$ صدق بکند در نظر بگیریم در این صورت لازم است که تغییر انرژی $\Delta E = mc^2$ برای مدت زمانی که مزون در راه است تا از یک پروتون به پروتون دیگر برسد، فرض شود و در نهایت آنچه یک فوتون از نوکلئون مشاهده می‌کند به طول موج فوتون مجازی بستگی خواهد داشت در کل تصویر کلی از آنچه فوتون خواهد دید به صورت زیر بر حسب انرژی $Q_1^2 < Q_2^2 < Q_3^2$



شکل ۴-۲: مشاهدات فوتون از پروتون بسته به انرژی تابش

یا به عبارتی می‌توانیم طول موج فوتون و تصویری که از پروتون مشاهده می‌کند را برحسب شعاع پروتون به صورت زیر نشان داد که نقش این طول موج ها بسته به انرژی خود در مشاهده تصویری متفاوت از پروتون آشکار میشود.



شکل ۴-۳: مشاهدات فوتون از پروتون بسته به طول موج فوتون و شعاع پروتون

از چپ به راست برای طول موج $\lambda \gg r_p$ که پراکندگی الکترون‌های کم انرژی از پروتون را نشان داده است و پروتون را به شکل یک هدف نقطه ای بدون اسپین می‌بیند، $\lambda \approx r_p$ پروتون به شکل ذره ای باردار دیده می‌شود، در محدوده‌ی $\lambda < r_p$ پراکندگی الکترون‌هایی با انرژی بالا برهم‌کنش فوتون با کوارک‌های سازنده‌ی پروتون شکل می‌گیرد و برای $\lambda \ll r_p$ نقش گلوئون‌ها و سایر کوارک‌ها در برهم‌کنش آشکار خواهد شد بنابراین انرژی منتقل شده به هدف در طی پراکندگی به تعیین طول موج فوتون مجازی (فوتون مجازی مشاهده پذیر فیزیکی نیست و فقط به منظور بقای تکانه، در برهم‌کنش‌های الکترومغناطیس مطرح می‌شود) فرودی بر هدف می‌انجامد. بنابر آنچه گفته شد در یک مدل استاتیک ساختار ثابتی برای پروتون پیش‌بینی می‌شود، اما در یک مدل دینامیکی از یک هدف هادرونی بسته به میزان انرژی یا به عبارتی طول موج فوتون فرودی رفتار متفاوتی از پروتون مشاهده می‌شود. الکترون‌ها به وسیله‌ی هیدروژن‌ها سریعتر از نوترینوها و به مراتب کمتر از مزون پای پراکنده می‌شوند، چون این امر شامل برهم‌کنش‌های متفاوتی است، در این نوع پراکندگی اگر انرژی به حد کافی بالا باشد، علاوه بر پراکندگی کشسان $e + p \rightarrow e + p$ ، می‌توان انواعی از پراکندگی ناکشسان را

نیز داشته باشیم $e + p \rightarrow e + p + \gamma$ یا $e + p \rightarrow e + p + \pi^0$. بسته به میزان انرژی منتقل شده به هدف پراکندگی‌ها در یکی از سه دسته زیر جای خواهند گرفت.

۱- پراکندگی کشسان^۴

۲- پراکندگی ناکشسان^۵

۳- پراکندگی‌های ناکشسان ژرف^۶

۱.۱.۴ پراکندگی کشسان

در این نوع پراکندگی، یک پرتو فوتونی با طول موج بلند به هادرون مورد نظر مثلاً پروتون برخورد می‌کند، این پرتو به دلیل انرژی کم و طول موج بلند خود نمی‌تواند به درون پروتون نفوذ کند و ساختار سازنده‌ی آن را برای ما مشخص سازد، تنها می‌تواند بسته به انرژی خود، اندازه‌ی پروتون و بار آن را تعیین کند.

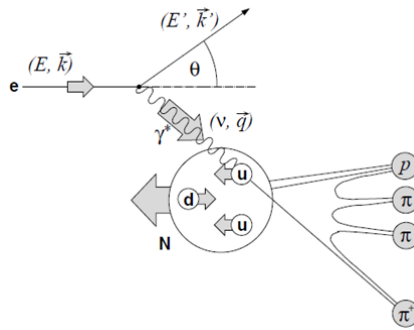
۲.۱.۴ پراکندگی ناکشسان:

پرتو فوتونی با طول موج کوتاه و انرژی زیاد قادر خواهد بود ساختار پروتون را تغییر بدهد و آن را به حالت برانگیخته برساند و تصویری که در این حالت از پروتون مشاهده می‌شود به صورت زیر است

^۴ Elastic-Scattering

^۵ Inelastic-Scattering

^۶ Deep Inelastic Scattering



شکل ۴-۴: پراکندگی ناکشسان

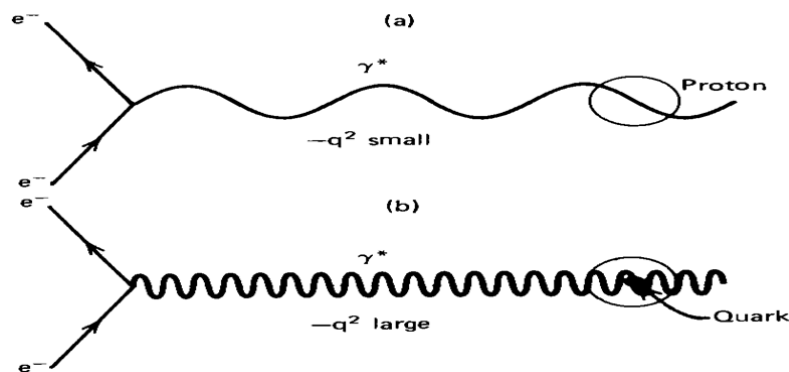
بعد از پراکندگی، ذراتی چون پایون، کائون و دلتا داریم البته باز هم بسته به میزان انرژی ممکن است پروتون به یک حالت Δ برانگیخته شده و یک مزون اضافی تولید کند و پروتون تفکیک می‌شود

($e + p \rightarrow e + \Delta^+ \rightarrow e + p + \pi$). در یک پراکندگی ناکشسان در اثر مبادله یه فوتون مجازی پروتون برانگیخته شده و یک تشدید نوکلئونی رخ خواهد داد که طیف جرمی باریون‌های ایجاد شده، محاسبه شد.

۳.۱.۴ پراکندگی ناکشسان ژرف^۱

این نوع پراکندگی، ما را قادر می‌سازد که ساختار اجزای سازنده‌ی پروتون را به دست آوریم. در آن یک پرتو فوتونی با طول موج کوتاه و انرژی بالا به پروتون برخورد کرده و به دلیل طول موج کوتاه خود، به درون آن نفوذ می‌کند این پرتو فوتونی با اجزای درون پروتون وارد برهم‌کنش می‌شود.

^۱Deep Inelastic Scattering



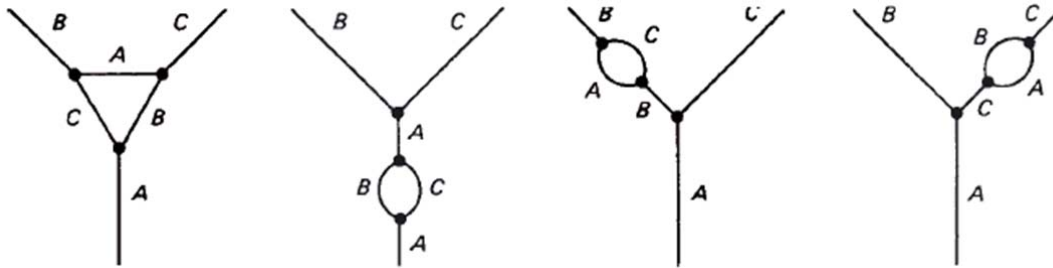
شکل ۴-۵ (a) پراکندگی ناکشسان. (b) پراکندگی ناکشسان ژرف طول موج فوتون ورودی بلند است و فقط اندازه ی پروتون را اندازه می گیرد. (b) پراکندگی ناکشسان ژرف. طول موج فوتون ورودی کوتاه، و فوتون با کوارک های درون پروتون برهم کنش می کند

با توجه به مطالب گفته شده در مورد آزمایش های پراکندگی، می توان نتیجه گرفت که هادرون ها در انرژی های مختلف، رفتارهای متفاوتی دارند به این منظور مدل های مختلفی برای نشان دادن ساختار هادرون ها مطرح می شود [۵].

۲.۴ آزمایش های پراکندگی

در آزمایش های پراکندگی، اطلاعات لازم از طریق محاسبه ی سطح مقطع پراکندگی به دست می آید. یک روش بسیار قوی برای محاسبه توزیع واپاشی و سطح مقطع برخورد در سال ۱۹۴۹ توسط فاینمن ارائه شد. سطح مقطع پراکندگی دربرگیرنده دامنه پراکندگی است که از ارزیابی فاینمن دیاگرام ها حاصل می شود. قوانین فاینمن از نظریه میدان های کوانتومی بدست می آید که در نظریه میدان های کوانتومی، میدان الکتریکی کوانتیده است و اندرکنش میان دو ذره باردار تحت تاثیر میدان های کوانتومی است و نمودارهای فاینمن جهت اعمال در الکترودینامیک کوانتومی ابداع شده اند و یک تصویر ساده و قابل درک از روابط بسیار پیچیده ی حاصل از این تئوری ارائه می دهد.

نمودارهای فاینمن مکانیزم برهم‌کنش را به تصویر می‌کشد و تعداد نامحدودی مسیر برای رسیدن سیستم از حالت اولیه A به حالت نهایی $(B+C)$ را شرح می‌دهد که هر مسیردانه احتمال مخصوص به خود را دارد. در ترسیم دیاگرام‌های فاینمن حفظ بقای انرژی و اندازه حرکت در هر گره و بالطبع در کل نمودار ضرورت دارد.



شکل ۴-۶: نمودارهای فاینمن در $A \rightarrow B + C$

بخش داخلی نمودارها برای ما اهمیت ندارد، خطوط داخلی در واقع اجزایی را نشان می‌دهند، که مشاهده پذیر نیستند و تنها مکانیسم به کار رفته را نشان می‌دهند، و خطوط خارجی نشان‌دهنده مراحل فیزیکی رویداد است [۵-۳]. برای محاسبه سطح مقطع پراکندگی از قواعد فاینمن استفاده می‌شود، این قواعد شامل: ۱- **عامل های راس:** هر راس یک عامل راتعیین می‌کند $ig_e \gamma^\mu$ که در آن

$$g_e = \sqrt{4\mu\alpha}$$

۲- **انتشارگرها:** هر خط داخلی یک عامل را مشخص می‌کند که در صورتی که فوتون باشد این عامل برابر با $-ig_{\mu\nu} / q^2$ است.

۳- **بقای انرژی و اندازه حرکت:** برای هر راس یک تابع دلتا $(2\pi)^4 \delta(k_1 + k_2 + \dots k_n)$ تعریف شده است.

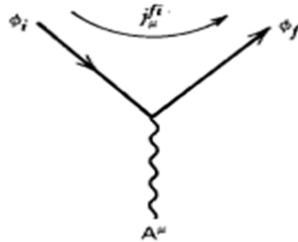
۴- **انتگرال گیری روی تکانه داخلی:** به صورت $\frac{d^4q}{(2\pi)^4}$ خواهد بود در نهایت پراکندگی‌ها و سطح

مقطع پراکندگی را براساس قواعد فاینمن فرمول بندی می‌کنند که برای بررسی جزئیات بیشتر به [۳]

مراجعه شود. برای درک تفاوت پراکندگی الکترون از پروتون، که به ماهیت متفاوت پروتون از سایر ذرات مرتبط است، ابتدا لازم می‌دانیم ساده‌ترین شکل پراکندگی‌ها را توضیح بدهیم که شامل پراکندگی الکترون از یک پتانسیل استاتیک است سپس پراکندگی الکترون از مئون و در نهایت به پراکندگی از پروتون برسیم.

۳.۴ پراکندگی کشسان الکترون از بار استاتیک

برای درک پراکندگی متفاوت الکترون از پروتون ابتدا پراکندگی الکترون به جرم m از یک بار استاتیک با جرم M را بررسی می‌کنیم، در پایین‌ترین مرحله فاینمن دیاگرام این پراکندگی به صورت زیر خواهد شد.



شکل ۴-۷: پراکندگی کشسان الکترون از بار استاتیک

با فرض اینکه از پس‌زنی ذره‌ی هدف جلوگیری شود $M \gg m$ ، دامنه احتمال گذار از حالت i به حالت f در این پراکندگی به صورت زیر بیان می‌شود.

$$|T_{fi}| = -i \int d^4x \phi_f^*(x) V(x) \phi_i(x) \quad (۴-۱)$$

دامنه‌ی احتمال گذار بر اساس چگالی جریان و میدان برهم‌کنشی بازنویسی

$$|T_{fi}| = -i \int d^4x J_\mu^{fi} A^\mu \quad (۴-۲)$$

می‌شود که در آن J_μ^{fi} جریان الکترونی

$$J_\mu^{fi} = -e\bar{u}_f \gamma^\mu u_i e^{-iq \cdot x} \quad (3-4)$$

است، γ^μ ماتریس‌های گاما، u اسپینورهای دیراک و $A^\mu(q)$ پتانسیل چهاربرداری بار استاتیک هستند و در این حالت فقط لازم است که منبع پتانسیل A مشخص شود که با قرار دادن رابطه‌ی (۳-۴) در معادله‌ی (۲-۴) داریم

$$T_{fi} = ie\bar{u}_f \gamma_\mu u_i A^\mu(q) \quad (4-4)$$

که در آن $A^\mu(q)$ تبدیل فوریه‌ی زیر خواهد بود.

$$A^\mu(q) = \int d^4x e^{-iq \cdot x} A^\mu(x) \quad (5-4)$$

با انجام تبدیل فوریه و بر اساس معادلات ماکسول خواهیم داشت $\square^2 A^\mu = j^\mu_2$ و برای حالتی که وابستگی زمانی برای پتانسیل وجود نداشته باشد $\nabla^2 A^\mu(x) = -j^\mu(x)$ است، بنابراین

$$\int d^3x e^{-iq \cdot x} \nabla^2 A^\mu(x) = -j^\mu(q) \quad (6-4)$$

جریان حاصل از بار استاتیک $A^\mu = -\frac{1}{q^2} j^\mu(q)$ ، و $q = p_f - p_i$ می‌شود که با جایگذاری و

انتگرال‌گیری روی رابطه‌ی T_{fi} ،

$$-iM = i2\pi e\bar{u}_f \gamma_\mu u_i \frac{1}{-q^2} J^\mu(q) \quad , \quad j^0(x) = Ze\delta(x) \quad j(x) = 0 \quad (7-4)$$

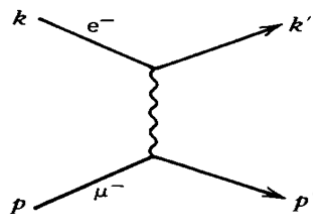
است. بنابراین دامنه‌ی پراکندگی با در نظر رابطه‌ی جریان برای بار استاتیک، به صورت زیر خواهد بود

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \equiv |M|^2 \equiv \frac{1}{\sin^4 \theta / 2} \quad (8-4)$$

θ زاویه‌ی پراکندگی بین الکترون اولیه و ثانویه است، رابطه (۴-۸) به عنوان سطح مقطع پراکندگی رادرفورد شهرت یافته است و توزیع بار براساس تغییر زاویه را نشان می‌دهد که این پراکندگی نشان دهنده‌ی برهم‌کنش بین بارهای الکتریکی ذرات صرفنظر از اسپین آن‌ها، خواهد بود. اکنون مسئله را کمی پیچیده تر کنیم.

۴.۴ پراکندگی الکترون - میوان

فاینمن دیاگرام این پراکندگی در ساده‌ترین حالت به صورت زیر است.



شکل ۴-۸: نمودار فاینمن برای پراکندگی الکترون - میوان

دامنه‌ی ناوردای M را برای این پراکندگی به صورت

$$M = -e^2 \bar{u}(k') \gamma^\mu u(k) \frac{1}{q^2} \bar{u}(p') \gamma_\mu u(p) \quad (۴-۹)$$

تعریف می‌کنیم که k و k' به ترتیب چهار بردارهای تکانه‌ی اولیه و نهایی مربوط به الکترون، p و p' چهار بردار تکانه‌ی اولیه و نهایی مربوط به میوان، و $q = k - k'$ ، تکانه‌ی منتقل شده به فوتون است که برای به دست آوردن سطح مقطع پراکندگی مربوط به این پراکندگی غیرقطبیده، مربع دامنه‌ی ناوردای M را به دست می‌آوریم و با توجه به نامشخص بودن اسپین ذرات اولیه و ذرات خروجی، روی اسپین این ذرات میانگین گرفته می‌شود همچنین با توجه به تفکیک پذیر بودن الکترون و میوان، روی حالات اسپینی الکترون و میوان به طور مجزا جمع بسته می‌شود و در نهایت سطح مقطع

پراکندگی الکترون - میوان در چارچوب آزمایشگاه، یعنی چارچوبی که در آن میوان در ابتدا در حال سکون است، به صورت زیرنوشته می‌شود [۵]

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{lab} = \left(\frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \right) \frac{E'}{E} \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (۱۰-۴)$$

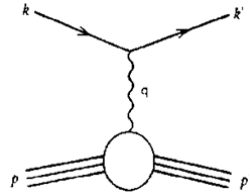
که M جرم میوان، θ زاویه ی پراکندگی، E و E' به ترتیب انرژی‌های اولیه و نهایی الکترون و $\alpha^2 = e^2 / 4\pi$ است. عبارت فوق سطح مقطع پراکندگی برای هر دو ذره ی بدون ساختار و با اسپین $\frac{1}{2}$ را نشان می‌دهد که به پراکندگی موت معروف است و از مقایسه این رابطه با سطح مقطع پراکندگی رادرفورد، می‌توان اثر اسپین ذرات را در برهم‌کنش را مشاهده کرد، هر چند اثر اسپین در پراکندگی موت بروز می‌کند اما به دو دلیل نمی‌توان گفتار بالا را برای پروتون به کار برد، نخست این که پروتون توزیع بار استاتیک نیست و در اثر برخورد الکترون، پروتون پس‌زنی خواهد داشت دوم، افزون بر بار الکتریکی، پروتون گشتاور مغناطیسی دارد و در برهم‌کنش با میدان الکترومغناطیسی شرکت می‌کند، که اگر پروتون بدون ساختار می‌بود و پس‌زنی هم نمی‌داشت، می‌توانستیم آن را یک جسم نقطه‌ای باردار بسیار سنگین بپنداریم در این صورت می‌دانیم که سطح مقطع پراکندگی الکترون - پروتون همان سطح مقطع موت است و کافی است در رابطه سطح مقطع پراکندگی الکترون - میون، رابطه ی (۴-۶)، جرم میون را با جرم پروتون جایگزین کنیم.

۵.۴ پراکندگی کشسان الکترون - پروتون $e + p \rightarrow e + p$

در این بخش به بررسی پراکندگی کشسان الکترون - پروتون می‌پردازیم :

فرایندهای انحصاری یا پراکندگی‌های کشسان آن‌هایی هستند که تعداد محدودی ذره در حالت نهایی تولید و مشاهده می‌شوند که در پراکندگی الکترون از بار نقطه‌ای، سطح مقطع دارای دوجمله است، جمله ی متناسب با $\sin \theta / 2$ سهم بار الکتریکی در پراکندگی و جمله ی متناسب با $\cos \theta / 2$

اثر گشتاور مغناطیسی ذره‌ی هدف را نشان می‌دهد. در پراکندگی الکترون از پروتون، بار نقطه‌ای نیست بنابراین یک عامل شکل^۷ برای توصیف غیر نقطه‌ای بودن بار الکتریکی و یک عامل شکل هم برای توصیف گشتاور مغناطیسی نیاز است و دو عامل شکل از توصیف پراکندگی کشسان الکترون-پروتون بدست می‌آید.



شکل ۴-۹: پراکندگی کشسان الکترون-پروتون

اگر پروتون ذره‌ای نقطه‌ای با بار e و ممان مغناطیسی دیراک یعنی $e/2M$ بود، در این صورت سطح مقطع پراکندگی به سادگی به دست می‌آید و کافی بود که در رابطه (۴-۱۰) جرم پروتون را جایگزین جرم میوان کرد اما با توجه به مطالبی که در پراکندگی الکترون-میوان به آن اشاره شد، دامنه‌ی پراکندگی کشسان الکترون-پروتون در پایین‌ترین مرتبه به صورت:

$$T_{fi} = -i \int j_\mu \left(-\frac{1}{q^2}\right) J^\mu d^4x \quad (۴-۱۱)$$

نوشته می‌شود که $q = p' - p$ تکانه‌ی منتقل شده به فوتون است و چون پروتون را ذره‌ای دارای ساختار در نظر گرفته‌ایم جریان‌های انتقال الکترون و پروتون به ترتیب به صورت:

$$j^\mu = -e \bar{u}(k') \gamma^\mu u(k) e^{i(k'-k).x} \quad (۴-۱۲)$$

$$J^\mu = -e \bar{u}(p') [\dots] u(p) e^{i(p'-p).x} \quad (۴-۱۳)$$

^۷ Formfactor

نوشته می‌شود که k', k به ترتیب تکانه‌های اولیه و نهایی الکترون و p', p به ترتیب تکانه‌های اولیه و نهایی پروتون است و با توجه به اینکه الکترون یک ذره‌ی نقطه‌ای با اسپین $\frac{1}{2}$ است، در رابطه‌ی (۴-۱۲) ماتریس‌های دیراک γ^μ قرار دارند اما چون پروتون دارای شکل گسترده است، نمی‌توان در رابطه‌ی مربوط به جریان انتقال (رابطه‌ی (۴-۱۳))، ماتریس‌های دیراک γ^μ را قرار داد بنابراین از شکل کلی‌تری از چهار بردار لورنتس، که طبیعتاً شامل γ, p, p', k, k' و ماتریس‌های دیراک خواهد بود، استفاده می‌شود بنابراین به جای براکت [] در رابطه (۴-۱۴) رابطه:

$$[] = [F_1(q^2)\gamma^\mu + \frac{\kappa}{2M}F_2(q^2)i\sigma^{\mu\nu}q_\nu] \quad (۴-۱۴)$$

را قرار می‌دهیم [۴]. F_1 و F_2 دو عامل شکل مستقل دیراک و پاولی، κ ممان مغناطیسی غیر معمول پروتون که در نتیجه گشتاور مغناطیسی پروتون $\mu_p = (1 + \kappa)e / 2M$ است، M جرم پروتون و $\sigma^{\mu\nu} = i(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu) / 2$ است. نخستین بار در سال ۱۹۵۰ با به کار بردن رابطه‌ی (۴-۱۴) در محاسبه‌ی سطح مقطع پراکندگی برای پراکندگی کشسان الکترون- پروتون، رابطه‌ی مشهور روزنبلات^۸ به صورت:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{lab} = \left(\frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \right) \frac{E'}{E} \left[(F_1^2 - \frac{\kappa^2 q^2}{4M^2} F_2^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q^2}{2M^2} (F_1 + \kappa F_2)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (۴-۱۵)$$

بدست آمده است. دو عامل شکل $F_{1,2}(q^2)$ در آزمایشگاه با اندازه‌گیری سطح مقطع پراکندگی $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ به عنوان تابعی از θ و q^2 ، به دست می‌آید که فاکتورهای شکل F_1 و F_2 پارامترهای نادیده گرفته شده از جزئیات ساختار پروتون هستند و زمانی که $q^2 \rightarrow 0$ ، یعنی زمانی که بررسی خود را با فوتون‌های با طول موج بلند انجام می‌دهیم، فاکتورهای شکل F_1 و F_2 مقدار یک را به خود می‌گیرند: $F_1(0) = 1$ و $F_2(0) = 1$ زیرا در حد طول موج‌های بلند می‌توان پراکندگی را از یک ذره‌ی با بار e و

⁸ Rosenbluth

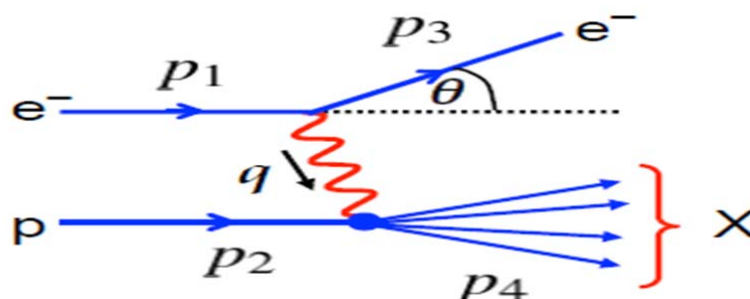
گشتاور مغناطیسی $\mu_p = (1 + \kappa)e / 2M$ تصور کرد و اگر $\mu_p = e / 2M$ یعنی $\kappa = 0$ آنگاه به ازای همه‌ی مقادیر q^2 ، $F_1(q^2) = 1$ می‌شود. اگر به جای عامل‌های شکل F_1, F_2 از ترکیبات خطی آنها به شکل $G_E = F_1 + \frac{\kappa q^2}{4M^2} F_2$ و $G_M = F_1 + k F_2$ استفاده شود، در این صورت می‌توان سطح مقطع پراکندگی را به شکل:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{lab} = \left(\frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \right) \frac{E'}{E} \left[\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (۴-۱۶)$$

نوشت، که در آن $\tau = -q^2 / 4M^2$ و G_M, G_E به ترتیب به تبدیل فوریه‌ی توزیع بار و ممان مغناطیسی پروتون هستند [۴]. حال می‌دانیم چگونه ابعاد پروتون را اندازه بگیریم، می‌خواهیم اندرونه پروتون یا هر هادرون دیگری را با جزییات بیشتر بررسی کنیم که این کار را می‌توان با بزرگتر کردن q^2 فوتون انجام داد زیرا با بزرگتر شدن q^2 طول موج فوتون کوتاه می‌شود و توان تفکیک آن بالا می‌رود و در واقع q^2 مانند توان تفکیک ذره بین است هرچه بزرگتر باشد درشت‌نمایی ذره بین یا قدرت تفکیک فوتون بیشتر می‌شود. برای اینکه q^2 بزرگ باشد الکترون‌هایی که با هدف برهم‌کنش دارند باید انرژی بیشتری از دست دهند (که این کار با تغییر زاویه پراکندگی و تغییر انرژی الکترون اولیه امکان پذیر می‌شود) یعنی انرژی بیشتری به هدف منتقل شود در نتیجه هدف می‌تواند از هم بپاشد، وقتی تعداد ذره‌های تولید شده در راس پروتون خیلی زیاد باشد پروتون حالت اولیه خود را از دست می‌دهد، بنابراین برای توصیف آن دیگر شیوه توصیف پراکندگی کاشسان که حالت نهایی آن فقط یک فرمیون است کارآمد نیست زیرا در یک پراکندگی ناکشسان تعداد زیادی ذره در حالت نهایی تولید می‌شوند و نمی‌توان آن را با اسپینورهای دیراک نشان داد. در ادامه پراکندگی ناکشسان بررسی می‌شود.

۶.۴ پراکندگی ناکشسان و پیدایش رزونانس‌های نوکلئونی

عامل شکل‌های الکتریکی و مغناطیسی پروتون در یک پراکندگی کشسان با افزایش q^2 کاهش می‌یابد که نشان دهنده‌ی آزادی‌های مجانبی دیگری از جمله وجود کوارک‌ها و گلوئون‌ها در برهم‌کنش الکترومغناطیسی است با افزایش انرژی پروتون شکافته می‌شود



شکل ۴-۱۰: پراکندگی ناکشسان ژرف الکترون پروتون

و ذرات زیادی خلق می‌شود، پروتون فرم اولیه خود را از دست می‌دهد و حالت‌های برانگیخته ایجاد می‌شوند و طبیعتاً فرمول بندی جدیدی را لازم دارد. در پراکندگی کشسان الکترون- پروتون $d\sigma \approx L_{\mu\nu}^e (L^p)^{\mu\nu}$ است؛ که $L_{\mu\nu}^e$ یک تانسور لپتونی مربوط به قسمت لپتونی پراکندگی است و در پراکندگی ناکشسان الکترون- پروتون $d\sigma \approx L_{\mu\nu}^e W^{\mu\nu}$ است که $L_{\mu\nu}^e$ ، تانسور لپتونی مربوط به قسمت بالای شکل (۴-۱۰) است. $W^{\mu\nu}$ ، یک تانسور هادرونی مربوط به قسمت هادرونی پراکندگی، قسمت پایین شکل (۴-۱۰)، می‌باشد. در قسمت هادرونی پراکندگی کشسان الکترون- پروتون، ذرات قبل و بعد از پراکندگی، یکسان‌اند؛ به همین جهت در رابطه‌ی مربوط به جریان انتقال پروتون، تنها عبارت‌های بین اسپینورهای u و $\bar{u}$ تغییر می‌کند اما در پراکندگی ناکشسان، ذرات قبل و بعد از پراکندگی در قسمت هادرونی، متفاوت هستند پس علاوه بر عبارت بین اسپینورها، خود اسپینورها نیز عوض می‌شوند. این تغییر با تبدیل $L_{\mu\nu}^p$ به $W^{\mu\nu}$ اعمال می‌شود، تانسور هادرونی $W^{\mu\nu}$ در کلی‌ترین شکل خود به صورت زیر نوشته می‌شود [۳][۴]:

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p^\mu p^\nu + \frac{W_4}{M^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_5}{M^2} (p^\mu q^\nu + q^\mu p^\nu) \quad (۱۷-۴)$$

در این رابطه W ها را توابع ساختار^۴ می نامند که جملات پاد متقارن از این رابطه حذف شده است زیرا تانسور $L_{\mu\nu}^e$ متقارن است و حاصلضرب این جملات هنگام محاسبه ی سطح مقطع پراکندگی خود به خود حذف می شوند بقای جریان در راس هادرونی نشان می دهد که W_4 و W_5 توابعی از W_1 و W_2 هستند [۴][۳] بنابراین از چهار تابع ساختار ناکشسان، تنها دو تابع ساختار، مستقل وجود دارد به این ترتیب تانسور هادرونی $W^{\mu\nu}$ به صورت رابطه (۱۸-۴) نوشته می شود:

$$W^{\mu\nu} = W_1 (-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}) + W_2 \frac{1}{M^2} (p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu) (p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu) \quad (۱۸-۴)$$

متغیر v را به صورت $v \equiv \frac{p \cdot q}{M}$ تعریف می کنیم که در آن $p_2 = p$ و $q \equiv p_1 - p_3$. جرم ناوردای

W مربوط به سیستم هادرونی نهایی به صورت زیر به q^2 و v مربوط است:

$$W^2 = (p + q)^2 = M^2 + 2Mv + q^2 \quad (۱۹-۴)$$

این رابطه همان اصل بقای اندازه حرکت- انرژی است در نهایت سطح مقطع پراکندگی برای این پراکندگی ناکشسان در چهارچوب آزمایشگاه به صورت زیر نوشته می شود:

$$\left. \frac{d\sigma}{dE' d\Omega} \right|_{lab} = \left(\frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \right) \left\{ \cos^2 \frac{\theta}{2} W_2(v, q^2) + \sin^2 \frac{\theta}{2} 2W_1(v, q^2) \right\} \quad (۲۰-۴)$$

وجود توابع ساختار $W_{1,2}(v, q^2)$ در رابطه ی فوق نشان دهنده ی جزئیات ساختار پروتون و تقریباً شبیه فرمول روزنبلات است در نهایت از پراکندگی فوتون مجازی قطبیده با پروتون غیر قطبیده به صورت زیر

^۴Structure Functions

$$\sigma_T = \frac{4\pi^2\alpha}{K} W_1(\nu, q^2)$$

$$\sigma_L = \frac{4\pi^2\alpha}{K} [(1 - \frac{\nu^2}{q^2}) W_2(\nu, q^2) - W_1(\nu, q^2)] \quad (21-4)$$

تابع ساختارها بدست می‌آید. اگر مطالب بیان شده در این قسمت را جمع بندی کنیم، با انتخاب چارچوب آزمایشگاه صرف نظر از جرم الکترون با زاویه پراکندگی θ برای الکترون می توان گفت فرم کلی برای سطح مقطع پراکندگی بدین شکل است:

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha^2 E'^2}{q^2} \{ \} \quad (22-4)$$

برای پراکندگی الکترون از یک میون با جرم m داریم:

$$\{ \}_{e\mu \rightarrow e\mu} = (\cos^2(\frac{\theta}{2}) - \frac{q^2}{2m^2} \sin^2(\frac{\theta}{2})) \delta(\nu + \frac{q^2}{2m}) \quad (23-4)$$

برای پراکندگی کشسان الکترون از پروتون داریم:

$$\{ \}_{ep \rightarrow ep} = (\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2(\frac{\theta}{2}) + 2\tau G_M^2 \sin^2(\frac{\theta}{2})) \delta(\nu + \frac{q^2}{2M}) \quad (24-4)$$

که در آن $\tau = \frac{-q^2}{4M^2}$ ، M جرم پروتون و $\delta(\nu + \frac{q^2}{2M})$ بیان می‌کند که $W = M$ و پراکندگی

الاستیک است و نهایتاً در حالی که پروتون توسط الکترون شکسته می شود داریم :

$$\{ \}_{ep \rightarrow eX} = W_2(\nu, q^2) \cos^2(\frac{\theta}{2}) + 2W_1(\nu, q^2) \sin^2(\frac{\theta}{2}) \quad (25-4)$$

این نوع برهم‌کنش را پراکندگی ناکشسان می‌نامند که در این حالت برهم‌کنش با اجزای داخلی پروتون از نوع کشسان است. عامل شکل‌ها در پراکندگی غیرالاستیک وابسته به q^2 و $p.q$ هستند و

فیزیکدانان تجربی این وابستگی را با q^2 و $x \equiv -\frac{q^2}{2mv}$ نشان می‌دهند اما لازم به ذکر است که ویژگی‌ها و ترکیب‌های فیزیکی ارزنده‌ی کمی در تمامی این‌ها وجود دارد، یک تئوری موفق باید محاسبه‌ی توابع ساختار و عامل شکل‌ها را ممکن سازد که در این مدل فقط برای شرایط خاص می‌توانیم توابع ساختار را بدست بیاوریم، اگر پروتون را یک ذره‌ی نقطه‌ای در نظر بگیریم آنگاه

$$W_2(\nu, q^2) = \delta(\nu + \frac{q^2}{2m})$$

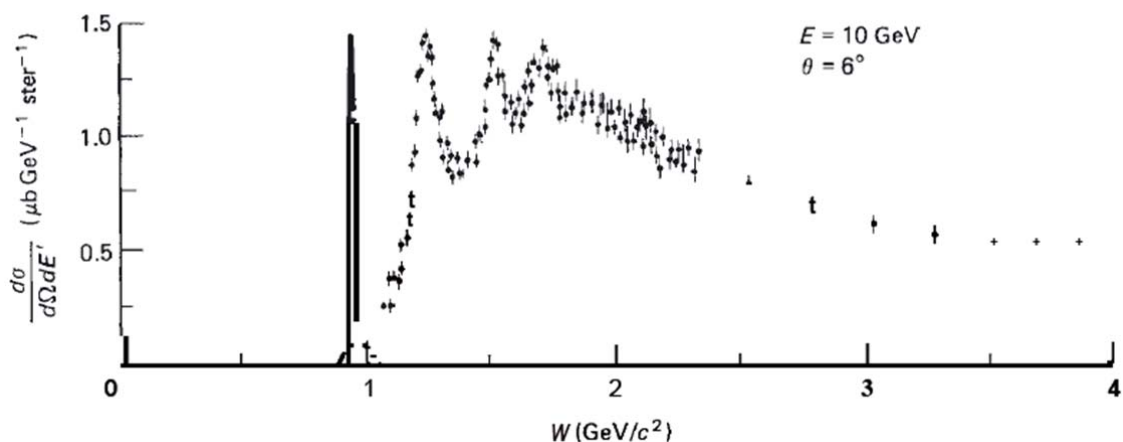
$$2W_1(\nu, q^2) = -\frac{q^2}{2m} \delta(\nu + \frac{q^2}{2m})$$
(۲۶-۴)

اگر $\kappa = 0$ باشد آنگاه $G_M = G_E = G$

$$W_2(\nu, q^2) = G^2 \delta(\nu + \frac{q^2}{2M})$$

$$2W_1(\nu, q^2) = 2\tau G^2 \delta(\nu + \frac{q^2}{2M})$$
(۲۷-۴)

و $\tau = \frac{-q^2}{4M^2}$ می‌باشد و از طرفی با توجه به شکل (۴-۱۱) در یک پراکندگی غیرالاستیک در انرژی‌های بالا سطح مقطع پراکندگی کاهش یافته است، بنابراین بیان شد که در انرژی‌های بالا این مدل نمی‌تواند مدل خوبی باشد.



شکل ۴-۱: سطح مقطع پراکندگی ناکشسان الکترون-پروتون و در $W = M$ پراکندگی الاستیک رخ می‌دهد.

این نمودار بیان می‌کند در اثر برهم‌کنش فوتون با کوارک‌ها، و تمایل فوتون برای جدا کردن کوارک از قید نیروی قوی، سبب خلق حالت‌های تشدید می‌شود که با افزایش انرژی سطح مقطع پراکندگی بر اساس طیف تشدید ایجاد شده روندی کاهشی خواهد داشت و نشان می‌دهد پراکندگی وارد محدوده‌ی ناکشسان ژرف خواهد شد. در اواخر دهه‌ی ۶۰ تا ۶۹ بیورکن بیان کرد که وابستگی تابع ساختاری غیرکشسان با افزایش q^2 کاهش یافته و فقط توابعی از x می‌باشد و آن را یک پراکندگی ناکشسان ژرف نامیدند که $0 < x < 1$ و به ازای $x = 1$ پراکندگی کشسان خواهد بود. در انرژی‌های بسیار بالا مشاهده شد که به علت خلق گلوئون‌ها مقیاس‌بندی بیورکن نقض خواهد شد و وابستگی عامل شکل‌ها به q^2 اثبات خواهد شد که در ادامه توضیح داده‌ایم.

۷.۴ پراکندگی ناکشسان ژرف، پارتون‌ها و مقیاس بندی بیورکن

این سوال که سهم کوارک‌ها در انتقال رادیواکتیو بین هادرون‌ها به چه میزان است برای سال‌های زیادی بی‌پاسخ بود و مدل استاندارد بیان کرد که از جذب یا ساطع شدن فوتون توسط یک کوارک منفرد این انتقال رخ خواهد داد یعنی $B_1 \rightarrow B_2 \gamma$ در حقیقت در انرژی‌های بالا رفتار یک ذره‌ی با

ساختار مثل پروتون را بر اساس ذرات بدون ساختار درون آن نشان می‌دهند بنابراین در انرژی‌های بالا، پراکندگی ناکشسان ژرف الکترون- پروتون به طور ساده به عنوان پراکندگی کشسان الکترون از یک کوارک "آزاد" در نظر گرفته می‌شود (شکل ۴-۱۲) :



شکل ۴-۱۲: پراکندگی ناکشسان ژرف از پروتون، کشسان از کوارک

به این ترتیب توابع ساختار به طور ساده به صورت:

$$\begin{cases} 2W_1^{Point}(v, Q^2) = \frac{Q^2}{2m^2} \delta(v - \frac{Q^2}{2m}) \\ W_2^{Point}(v, Q^2) = \delta(v - \frac{Q^2}{2m}) \end{cases} \quad (۴-۲۸)$$

نوشته می‌شود که m جرم کوارک و $Q^2 = -q^2$ است، عبارت Point به بدون ساختار بودن کوارک اشاره دارد. در سال ۱۹۶۹ بیورکن پیش بینی کرد که در پراکندگی ناکشسان ژرف به ازای v بزرگ، $Q^2 = -q^2$ هم بزرگ است اما نسبت Q^2/v محدود می‌شود و رفتار توابع ساختار W_1, W_2 خیلی ساده‌اند و پیش‌بینی کرد توابع ساختار باید مقیاس پذیر باشند، یعنی به جای اینکه تابعی از دو متغیر Q^2, v باشند فقط تابعی از نسبت Q^2/v باشند یا به عبارتی فقط تابع x باشد، این رفتار را مقیاس پذیری بیورکن می‌نامند و رابطه‌ی (۴-۲۸) را می‌توان با استفاده از این خاصیت تابع دلتا که

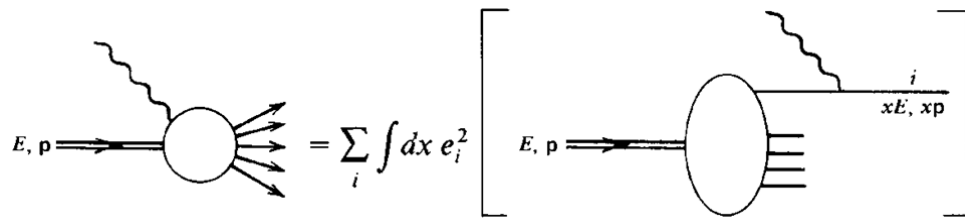
$$\delta(ax) = \frac{1}{a} \delta(x) \quad \text{به صورت:}$$

$$\begin{cases} 2mW_1^{Point}(v, Q^2) = \frac{Q^2}{2mv} \delta(1 - \frac{Q^2}{2mv}) \\ vW_2^{Point}(v, Q^2) = \delta(1 - \frac{Q^2}{2mv}) \end{cases} \quad (29-4)$$

بازنویسی کرد. بنابراین توابع " نقطه‌ای" به جای اینکه توابعی مستقل از v, Q^2 باشند توابعی از $Q^2 / 2mv$ هستند بنابراین

$$\begin{cases} MW_1(v, q^2) \xrightarrow{Larg eQ^2} F_1(w) \\ vW_2(v, q^2) \xrightarrow{Larg eQ^2} F_2(w) \end{cases} \rightarrow w = \frac{2p \cdot q}{Q^2} = \frac{2Mv}{Q^2} = \frac{1}{x} \quad (30-4)$$

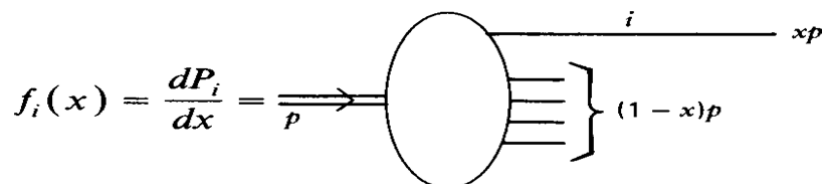
M جرم پروتون است و به $x = Q^2 / 2Mv$ ، متغیر بیورکن گفته می‌شود. مطابق با شکل زیر: پراکندگی ناکشسان الکترون- پروتون را می‌توان به صورت پراکندگی کشسان الکترون از پارتون i در نظر گرفته و در نهایت روی تمام پارتون‌ها جمع بست (با توجه به اینکه گلوئون بار الکتریکی ندارد، فوتون با گلوئون‌ها وارد برهم‌کنش نمی‌شود). در این رابطه، پروتون دارای انرژی E و تکانه $\vec{p}$ است و پارتون i ام کسر x از انرژی و تکانه‌ی پروتون را حمل می‌کند؛ بنابراین x می‌تواند هر مقدار بین صفر و یک را به خود بگیرد به همین دلیل در نهایت نسبت به x انتگرال گرفته می‌شود.



شکل ۴-۱۳: توزیع تکانه حمل شده توسط کوارک‌ها

هر پارتون می‌تواند یک کسر متفاوت از تکانه و انرژی پروتون را حمل کند و می‌توانیم توزیع تکانه‌ی پارتون را به صورت زیر معرفی کنیم :

(۳۱-۴)



معادله‌ی (۳۱-۴) نشان می‌دهد که پارتون ضربه خورده‌ی i کسر تکانه‌ی x از تکانه‌ی پروتون را حمل می‌کند و واضح است که حاصل جمع بندی روی کسر تکانه‌ی مربوط به تمام پارتون‌ها بایستی برابر با یک باشد:

$$\sum_i \int dx x f_i(x) = 1 \quad (۳۲-۴)$$

i جمع روی تمام پارتون هاست و نه تنها پارتون‌های باردار بلکه گلوئون‌ها را نیز شامل می‌شود. متغیرهای سینماتیکی را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

(۳۳-۴)

	پروتون	پارتون
انرژی	E	$x E$
تکانه	P	$x P$
جرم	M	$m = (x^2 E^2 - x^2 P^2)^{\frac{1}{2}} = x M$

در چارچوب لورنتس، تاخیر زمانی نسبیتی، سرعت برهم‌کنش پارتون‌ها با یکدیگر را کند می‌کند بنابراین در طول زمان کوتاهی که فوتون مجازی با کوارک برهم‌کنش می‌کند، کوارک اساساً در

پروتون به صورت یک ذره‌ی آزاد خواهد بود. برای یک الکترون که به یک پارتون با کسر تکانه x ضربه می‌زند، توابع ساختار بدون بعد به صورت زیر نوشته می‌شوند [۴]:

$$\begin{cases} F_1(w) = \frac{Q^2}{4mvx} \delta(1 - \frac{Q^2}{2mv}) = \frac{1}{2x^2w} \delta(1 - \frac{1}{wx}) \\ F_2(w) = \delta(1 - \frac{Q^2}{2mv}) = \delta(1 - \frac{1}{xw}) \end{cases} \quad (۳۴-۴)$$

w متغیر بدون بعدی است که در رابطه (۳۱-۴) آن را تعریف کردیم که در نوشتن رابطه‌ی فوق از سینماتیک (۳۳-۴) استفاده شده است. با جمع بستن روی تمام پارتون‌هایی که پروتون را می‌سازند، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_1(w) = \frac{w}{2} F_2(w) \\ F_2(w) = \sum_i \int dx e_i^2 f_i(x) x \delta(x - \frac{1}{w}) \end{cases} \quad (۳۵-۴)$$

نتایج (۳۵-۴) بر حسب x در Q^2 بزرگ، به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{cases} vW_2(v, Q^2) \rightarrow F_2(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x) \\ MW_1(v, Q^2) \rightarrow F_1(x) = \frac{1}{2x} F_2(x) \end{cases} \quad (۳۶-۴)$$

بنابراین کسر تکانه‌ی به دست آمده، با متغیر سینماتیکی x مربوط به فوتون مجازی که قبلاً معرفی کردیم (رابطه‌ی (۳۱-۴))، یکسان است. توابع ساختار ناکشسان $F_{1,2}$ در رابطه‌ی (۳۶-۴) تنها توابعی از متغیر x بوده و در یک مقدار ثابت x ، مستقل از Q^2 هستند و مقیاس بیورکن را نشان می‌دهند. در سال ۱۹۶۰ کالان و گروس بیان کردند که توابع مقیاس بیورکن بوسیله:

$$2xF_1(x) = F_2(x) \quad (۳۷-۴)$$

بیان می شود و سطح مقطع پراکندگی با رابطه‌ی

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{F_1(x)}{2M} \left(\frac{\alpha\hbar}{E \sin(\theta/2)} \right)^2 \left[1 + \frac{2EE'}{(E-E')^2} \cos^2 \theta / 2 \right] \quad (38-4)$$

بیان می‌شود. اهمیت سنجش بیورکن و فرمول کالان-گروس در این است که آن‌ها یک آزمون تجربی روشن برای مدل کوارک-پارتون را امکان‌پذیر می‌کنند و در یک پراکندگی الکترون-پروتون با انرژی زیاد به جای دو تابع دو متغیره‌ی $W_1(q^2, x), W_2(q^2, x)$ ، اکنون یک تابع یک متغیره $F_1(x)$ که نشان‌دهنده‌ی تابع توزیع کوارک‌ها است (بر حسب کسر تکانه x) برای بحث کردن وجود دارد. اکنون می‌خواهیم مفهوم $F_1(x)$ را نشان دهیم، به رابطه‌ی زیر دقت کنید

$$F_1(x) = 1/2 \sum_i Q_i f_i(z_i) \quad (39-4)$$

که $f_i(z_i)$ نشان دهنده‌ی احتمال یافتن کوارک i ام با تکانه‌ی z_i است که اگر ارتباط بین کسر تکانه و جرم کوارک‌ها، $f_i(z_i)$ به صورت زیر تعریف شود:

$$f_i(z_i) = \delta\left(\frac{m_i}{M} - z_i\right) \quad (40-4)$$

آنگاه اگر فرض شود پروتون از دو کوارک بالا و یک کوارک پایین تشکیل شده باشد در این صورت رابطه‌ی (39-4) بیان می‌کند که:

$$F_1(x) = 1/2 \left((2/3)^2 \delta(m_u/M - x) + \right. \\ \left. (2/3)^2 \delta(m_u/M - x) + \right. \\ \left. (-1/3)^2 \delta(m_d/M - x) \right) \quad (41-4)$$

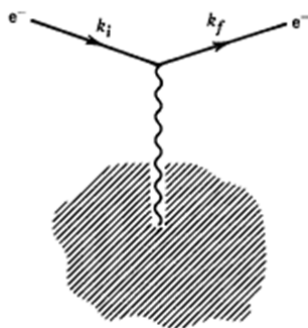
است و با فرض برابری جرم کوارک بالا و پایین نتیجه زیر بدست می‌آید:

$$F_1(x) = 1/2 \delta(m_u/M - x), F_2(x) = x \delta(m_u/M - x) \quad (42-4)$$

این مدل سطح مقطعی شبیه الکترون-میون خواهد داشت اگر جرم کوارک به جای جرم میون قرار بگیرد، نشان‌دهنده‌ی یک پراکندگی الاستیک از کوارک‌ها خواهد شد اما یک مشکلی وجود دارد اول آنکه کوارک‌ها در مقیاس زمان طولانی دقیقاً آزاد نیستند و با نیروی قوی بهم متصل هستند بنابراین فرضیه‌ی سه کوارکی بودن پروتون بسیار ساده انگارانه خواهد بود برای اثبات با در نظر گرفتن $u(x)$ به عنوان چگالی احتمال حمل شدن کسر تکانه‌ی x که توسط کوارک u ، آنگاه در یک آزمایش تجربی نشان داده شد که تنها ۰/۵۴ از تکانه‌ی پروتون توسط سه کوارک حمل می‌شود و ما بقی توسط گلوئون‌ها به عنوان ذرات بدون بار حمل می‌شوند، بنابراین آزمایش‌های پراکندگی غیرالاستیک مدرک معتبری برای وجود گلوئون‌ها و کوارک‌ها خواهند بود که گلوئون‌ها می‌توانند تولید زوج کوارک پادکوارک داشته باشند بنابراین در هر لحظه‌ی معین، پروتون ترکیبی از سه کوارک اصلی به عنوان کوارک والانس (Valence) و کوارک‌های دریا (Sea) خواهد بود و در یک پراکندگی الکترون-پروتون امکان جفت شدن فوتون مجازی با یکی از کوارک‌های دریا وجود دارد، از نتایج آزمایش‌های بدست آمده است که کوارک دریا فقط در x ‌های نسبتاً پایین شرکت دارند [۳] بنابراین به دلیل نادیده گرفتن برهم‌کنش با کوارک‌های دریا در انرژی‌های بالاسطح مقطع پراکندگی شکل ۴-۱۱ روند کاهشی را نشان می‌دهد. در ادامه به طور اجمالی راه‌های کسب داده‌های تجربی را معرفی می‌کنیم.

۸.۴ داده‌های تجربی ، عامل شکل‌های نوکلئون

عکس‌برداری کردن از یک شی به وسیله‌ی پراکندگی پرتوهای الکترونی از آن یک روش تکنیکی در فیزیک بحساب می‌آید، برای مثال فرض کنید هدف اندازه‌گیری توزیع بار در شکل زیر باشد



شکل ۴-۱۴: پراکندگی از یک توزیع بار

فرض بر این است که این شکل نشان دهنده‌ی ابر الکترونی یک اتم باشد، در این روش توزیع زاویه‌ای حاصل از پراکندگی الکترون با اندازه‌گیری می‌شود و در مقایسه‌ی با سطح مقطع پراکندگی الکترون از یک بار نقطه‌ای، داریم:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{point}} |F(q)|^2 \quad (۴۳-۴)$$

که در این رابطه q تکانه‌ی انتقال یافته از الکترون پرتابه به هدف می‌باشد و $q = k_f - k_i$ است. اکنون باید تلاش کنیم بر اساس $F(q)$ تعیین شده ساختار توزیع شکل ۴-۱۴ را دریابیم. به بیان دیگر در برهم‌کنش بین الکترون به عنوان پرتابه و یک هدف نقطه‌ای و یک هدف دارای توزیع بار تفاوت زیادی وجود خواهد داشت در واقع پتانسیل برهم‌کنش بین این دو حالت بسیار متفاوت خواهد بود که در آن پتانسیل کولنی برای هدف نقطه‌ای به فرم $V_{\text{point}} = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r}$ و برای هدف با توزیع گسترده به شکل

$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3r' \frac{\rho(r')}{|r-r'|}$ خواهد بود و پراکندگی به وسیله‌ی یک الکترون غیرقطبیده بر یک هدف

استاتیک، بدون اسپین و با توزیع بار نرمالیزه‌ی $Ze\rho'(r)$ رخ می‌دهد که شرط

$$\int \rho'(r) d^3r = Ze \quad (4-44)$$

را برآورده می‌کند که در یک حالت خاص اگر بار پرتون در یک نقطه‌ی خاص متمرکز باشد آنگاه

$\rho'(r) = Ze\delta(r')$ و تبدیل فوریه‌ی پتانسیل‌های فوق را در فضای تکانه به صورت زیر

$$V_p(q) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0} \int d^3r \frac{e^{-iq.r}}{r} \quad (4-45)$$

و

$$V(q) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3r e^{-iq.r} \int d^3r' \frac{\rho(r')}{|r-r'|} \quad (4-46)$$

نشان خواهیم داد این دو پتانسیل با یک کمیت قابل اندازه‌گیری به نام عامل‌شکل به هم مرتبط

هستند و در رابطه‌ی (4-46) با تغییر متغیر $R = r - r'$ داریم

$$V(q) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3R \frac{e^{-iq.R}}{|R|} \int d^3r' e^{-iq.r'} \rho(r') \quad (4-47)$$

که عبارت $\int d^3r' e^{-iq.r'} \rho(r')$ ، تبدیل فوریه‌ی توزیع بار در فضای تکانه را نشان می‌دهد به این کمیت

عامل شکل الکترومغناطیسی می‌گویند و از مقایسه‌ی این رابطه با رابطه‌ی (4-45) به غیر نقطه‌ای

بودن توزیع بار پی می‌بریم. عامل شکل‌ها کمیت‌های فیزیکی هستند که در آزمایشگاه قابل

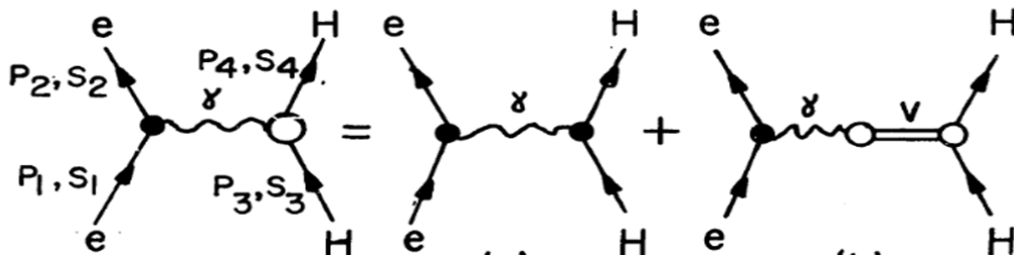
اندازه‌گیری خواهند بود و مفاهیم مناسبی برای توصیف ساختار ذره بشمار می‌روند. برای یک هدف

استاتیک که ساختار ثابتی نسبت به تغییر q دارد عامل‌شکل نشان دهنده‌ی تبدیل فوریه‌ی توزیع بار

خواهد بود، به عبارتی

$$F(q) = \int \rho(x) e^{-iq \cdot x} d^3x \quad (۴۸-۴)$$

است. قبلاً نشان دادیم که آنچه در بالا گفته شد برای پروتون کاربرد ندارد زیرا پرتون به عنوان یک ذره‌ی استاتیک شناخته نمی‌شود زیرا علاوه بر بار الکتریکی دارای گشتاور مغناطیسی نیز هستند که در برهم‌کنش با جریان الکترومغناطیسی شرکت می‌کند بنابراین نیازمند دو عامل شکل برای توضیح بار الکتریکی و گشتاور مغناطیسی هستیم. بر اساس رابطه‌ی رزنبلات برای سطح مقطع پراکندگی رابطه‌ی (۴-۱۱) نشان دادیم که اگر پرتون یک ذره‌ی نقطه‌ای در نظر گرفته شود آنگاه $\kappa = 0$ و $F_1(q^2) = 1$ به ازای تمام مقادیر q خواهد بود همچنین مشاهده شد که اگر $q^2 = 0$ آنگاه طول موج فوتون آنقدر بلند خواهد شد که پروتون را به صورت یک ذره‌ی بدون ساختار مشاهده خواهیم کرد. برای اندازه‌گیری عامل شکل‌های الکترومغناطیس از پراکندگی الاستیک الکترون-پروتون استفاده می‌کنیم و تبدیل فوریه‌ی این عامل شکل‌ها نشان دهنده‌ی بار و چگالی مغناطیسی پروتون خواهد بود که فرض مبادله یک فوتون مجازی بین پروتون و الکترون به صورت



شکل ۴-۱۵: مبادله فوتون مجازی بین الکترون و پروتون

است، این مبادله می‌تواند مستقیم بین الکترون و هادرون باشد یا اینکه با خلق یک مزون مبادله صورت بگیرد یعنی علاوه بر برهم‌کنش الکترومغناطیس برهم‌کنش ضعیف را هم شامل شود اما به دلیل اینکه قدرت یک برهم‌کنش الکترومغناطیس از ضعیف بیشتر است اثر برهم‌کنش ضعیف را نادیده می‌گیریم. اگر رابطه‌ی رزنبلات را به صورت زیر بیان کنیم

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{p\text{int}} \left(\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2 \tan^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (49-4)$$

$\sigma_{p\text{int}}$ سطح مقطع پراکندگی الکترون از یک ذره‌ی بدون اسپین خواهد بود و Q^2 متناسب با زاویه‌ی پراکندگی و انرژی الکترون فرودی خواهد بود

$$q^2 = \frac{4E_0^2 \sin^2(\theta/2)}{1 + (2E_0/m_p) \sin^2(\theta/2)} \quad (50-4)$$

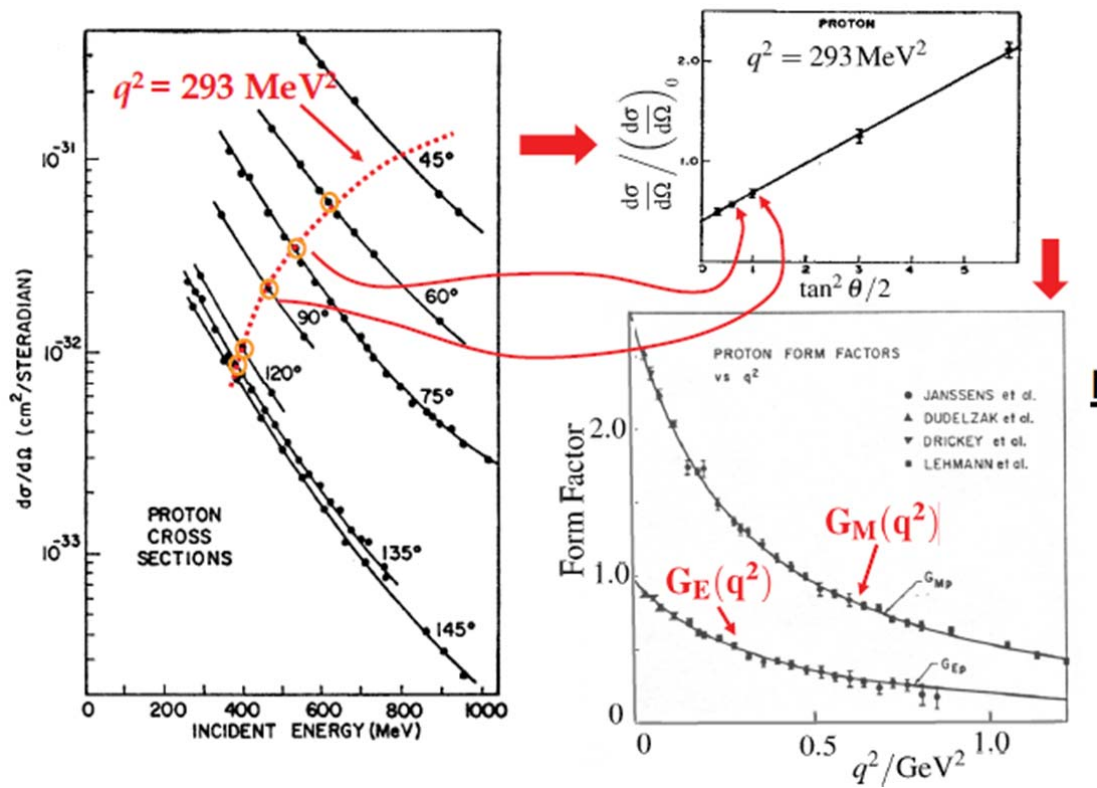
اگر نتایج سطح مقطع پراکندگی در q^2 های ثابت به ازای زوایای مختلف پراکندگی و بر حسب $\tan^2 \theta/2$ رسم شود، مطابق شکل (4-16) به صورت یک خط مستقیم خواهد بود که بنابر رابطه‌ی

$$(49-4) \text{ شیب نمودار خطی نشان دهنده‌ی } G_M^2 \text{ و عرض از مبدا این خط نشان دهنده‌ی } \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau}$$

خواهد بود که بر اساس آن G_E^2 بدست می‌آید [76]. همچنین می‌توان به عنوان یک رابطه‌ی کاهش

$$\text{یافته از سطح مقطع پراکندگی } \sigma_R = \frac{\epsilon}{\tau} G_E^{P2} + G_M^{P2} \text{ را تعریف کرد که در انرژی ثابت فقط وابسته به}$$

زاویه‌ی پراکندگی خواهد بود.



شکل ۴-۱۶: رابطه‌ی رزنبلات، سطح مقطع پراکندگی در q^2 های ثابت به ازای زوایای مختلف پراکندگی [۷۶]

اما نکته‌ای که قابل توجه اینکه در نتیجه‌ی روش فوق علامت عامل شکل‌ها ظاهر نخواهد شد و فقط توان دوم عبارت‌ها را خواهیم داشت که در ادامه برای حل این مشکل راه حل معرفی می‌شود، و نشان می‌دهیم محاسبه‌ی عامل شکل‌ها بر اساس تغییرات دامنه هلیسیتی این مشکل را حل می‌نماید. انحراف از خط راست نشان دهنده‌ی تعداد بیشتری فوتون در برهم‌کنش خواهد بود. شکل ۴-۱۶ نشان می‌دهد که برای پروتون توزیع $G_M(q^2) = 2.79G_E(q^2)$ است و نشان دهنده‌ی توزیع یکسان این دو عامل شکل خواهد بود. اما به عنوان یک مسئله در استفاده از رابطه‌ی رزنبلات درمی‌یابیم که در Q^2 بالا سهم G_M غالب است در حالی که سهم G_E کاهش می‌یابد و برعکس در Q^2 بالا به عبارتی در τ بالا

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} / \sigma_{pint} = (1 + 2\tau \tan^2 \frac{\theta}{2}) G_M^2 \quad (۵۱-۴)$$

و در Q^2 های پایین

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} / \sigma_{p\text{int}} = G_E^2 \quad (52-4)$$

است، بنابراین استخراج G_E در Q^2 بالا و G_M در Q^2 پایین مشکل خواهد بود بدین منظور راه‌های دیگری با حساسیت کمتر نسبت به انرژی، برای بدست آوردن داده‌های تجربی به وجود می‌آید.

۱.۸.۴ اندازه‌گیری قطبش پروتون پس زده و تعیین عامل شکل‌ها

پراکندگی الاستیک الکترون قطبیده با قطبش طولی از یک پروتون غیر قطبیده می‌تواند نسبت عامل شکل الکتریکی و مغناطیسی G_E / G_M را با اندازه‌گیری همزمان قطبش طولی P_l و عرضی P_t برای پروتون پس زده شده، بدست بیاورد:

$$G_E^P / G_M^P = -\frac{P_t}{P_l} \frac{E + E'}{2M} \tan \frac{\theta}{2} \quad (53-4)$$

که در آن نیاز به اندازه‌گیری چند باره در یک Q^2 ثابت نخواهد بود و ترکیب اندازه‌گیری سطح مقطع از رابطه‌ی رزنبلات و روش قطبش پروتون پس زده می‌تواند هر دو عامل شکل‌ها رو بدون حساسیت به Q^2 تعیین کند [۱۰۰].

۲.۸.۴ اندازه‌گیری عامل شکل‌های نوترون

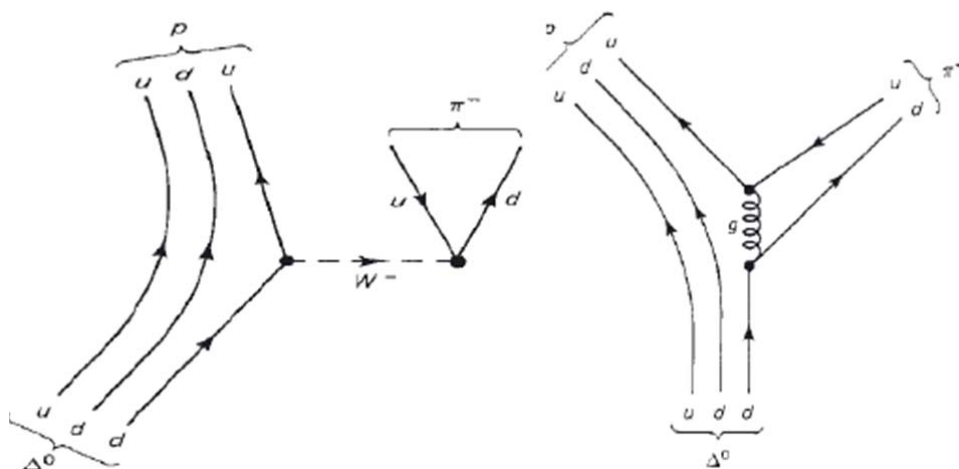
اندازه‌گیری عامل شکل‌های نوترون به علت کمبود هدف نوترونی آزاد یک مشکل خواهد بود بنابراین از پراکندگی الاستیک و غیر قطبیده‌ی الکترون از دوترون و ترکیب آن با محاسبات تئوری برای دوترون عامل شکل‌های نوترون بدست می‌آید، هر چند این یک مدل قوی است اما دقت اندازه‌گیری عامل شکل‌ها در مقایسه با پروتون بسیار اندک است [۱۴].

فصل ۵

محاسبه‌ی تغییرات دامنه‌ی هلیسیتی

۱.۵ مقدمه، هلیسیتی ذرات اسپین $\frac{1}{2}$

در یک پراکندگی ناکشسان نوکلئون با جذب فوتون مجازی به حالت برنگیخته Δ وارد می شود و با انتشار مزون های π پای به حالت اول برمی گردد. $e + p \rightarrow e + \Delta^+ \rightarrow e + p + \pi$.



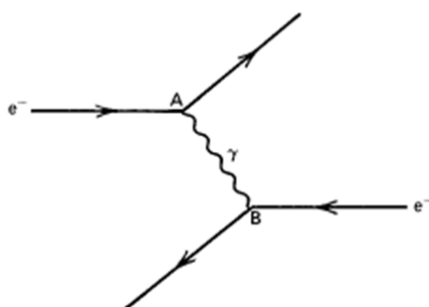
شکل ۵-۱ انتشار مزون و برگشت از حالت برانگیخته به حالت پایه

طبق آنچه در فصل اول گفته شد در برهم کنش الکترومغناطیس بین فوتون مجازی و کوارک سازنده ی نوکلئون، محاسبه ی تغییرات دامنه ی هلیسیتی بسیار دارای اهمیت می باشد. در این راستا نیاز به دانستن هلیسیتی ذرات برخورد کننده برای پیش بینی ذرات خلق شده بسیار مهم است. برهم کنش الکترومغناطیس با جذب یک فوتون مجازی به عنوان مزون برداری با اسپین ۱ و قطبش های ۱،۰ و -۱ انجام می شود که برای فوتون هلیسیتی و قطبش یک معنای واحد خواهد داشت، اما مسئله ی نوکلئون چگونه خواهد بود؟ پروتون با اسپین $\frac{1}{2}$ به عنوان ذرات دیراک دارای دو

مقدار هلیسیتی $\pm \frac{1}{2}$ هستند که در فصل اول به طور کامل توضیح داده شد.

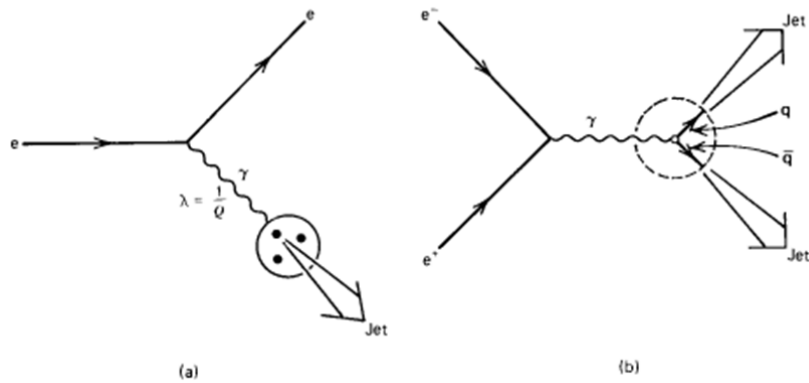
۲.۵ برهم‌کنش الکترومغناطیسی

تئوری ماکسول بیان می‌کند که ذرات باردار در میدان الکترومغناطیس هم‌دیگر قرار می‌گیرند و برهم‌کنش صورت می‌گیرد هرچند برای سال‌ها این سوال بی‌پاسخ مانده بود که چگونه این ذرات بدون هیچ تماسی با هم برهم‌کنش می‌کنند، کوانتوم فیلد تئوری بیان می‌کند که همه‌ی نیروها نتیجه‌ی مبادله‌ی ذرات هستند.



شکل ۲-۵ برهم‌کنش دو بار الکتریکی

رویدادی را در نقطه‌ی A در نظر بگیرید: الکترون یک فوتون به عنوان کوانتای میدان الکترومغناطیس تابش می‌کند، یک اثر پس‌زنی برای بقای تکانه صورت می‌گیرد و فوتون در نقطه‌ی B جذب می‌شود و نتیجه‌ی آن نیروی خالص دافعه بین دو بار خواهد بود. مسئله‌ی درون‌کاوی نوکلئون محدود به یک راه حل نمی‌شود، تکنیک‌های مختلفی وجود دارد که به ما اجازه می‌دهد با یک فوتون که طول موج کوتاهی دارد به ساختار درونی نوکلئون به صورت پراکندگی الکترون یا مئون‌های پر انرژی از یک هدف هسته‌ای شکل الف (۳-۵) یا برخورد پراثری پرتوهای الکترون -پوزیترون به صورت شکل ب (۳-۵) نفوذ کنیم.



شکل (۳-۵): الف: پراکندگی الکترون پروتون - ب: نابودی زوج الکترون-پوزیترون

پایستگی تکانه است که تعیین می‌کند چه تعداد جت خروجی تولید شود. نابودی زوج از تفکیک کوارک‌ها تا فاصله‌ی کمتر از یک فرمی سبب ایجاد زوج کوارک پادکوارک یا همان مزون پای می‌شود و حالت‌های رزونانسی را به خوبی نشان می‌دهد.

اکنون قصد داریم نقش فوتون مجازی را در برهم‌کنش بین دو ذره‌ی باردار A و B را از دو زاویه بررسی کنیم: دیدگاه فاینمن و تغییرات دامنه هلیسیتی که در ادامه آن‌ها را توضیح می‌دهیم.

۳.۵ برهم‌کنش بین دو جریان با در نظر گرفتن انتشارگر فوتون در نمودار فاینمن

به شکل (۷-۱) دقت کنید فوتون مجازی است و در راستای محور z عامل برهم‌کنش بین دو جریان است. بنابراین $q^\mu = (q_0, 0, 0, q)$ و بنابراین دامنه‌ی گذار بین این دو جریان برابر است با:

$$T_{fi} = -i \int j_\mu^A(x) \left(\frac{-g^{\mu\nu}}{q^2} \right) j_\nu^B(x) d^4x \quad (۱-۵)$$

قبلا بیان کرده بودیم که فاینمن قواعدی را برای ساده سازی محاسبات بکار برده بود، از جمله آنکه برای هر ذره‌ی تبدیلی یک انتشارگر معرفی کرده است که برای یک ذره‌ی مجازی این انتشارگر با

جمع بر روی حالت‌های اسپینی $\frac{i \sum_{spin}}{p^2 - m^2}$ برابر است، و برای فوتون مجازی $\frac{-g^{\mu\nu}}{q^2}$ است که در آن

$$-g^{\mu\nu} = \sum_T \varepsilon_\mu^{T*} \varepsilon_\nu^T + \varepsilon_\nu^{L*} \varepsilon_\nu^L + \varepsilon_\nu^{S*} \varepsilon_\nu^S = (\delta_{ij} - \hat{q}_i \hat{q}_j) + \hat{q}_i \hat{q}_j + (-g_{\mu 0} g_{\nu 0}) \quad (۲-۵)$$

و $g_{\mu\nu} = (1, -1, -1, -1)$ تانسور متریک مینکوفسکی خواهد بود. بنابراین رابطه‌ی (۵-۱) به صورت زیر خواهد شد:

$$T_{fi} = -i \int j_\mu^A(x) \left(\frac{-g^{\mu\nu}}{q^2} \right) j_\nu^B(x) d^4x = -i \int \frac{j_1^A j_1^B + j_2^A j_2^B}{q^2} + \frac{j_3^A j_3^B - j_0^A j_0^B}{q^2} d^4x \quad (۳-۵)$$

کسر اول جملات تغییر دامنه عرضی و کسر دوم تغییرات دامنه طولی و اسکالر را نشان می‌دهد که اگر فوتون حقیقی باشد آنگاه $q^2 = 0$ بنابراین $q_0^2 = |\vec{q}|^2$ است به عبارتی مولفه‌ی سوم جریان برابر با مولفه‌ی صفر جریان خواهد شد و با استفاده از معادله‌ی پایستگی جریان که $\partial_\mu j^\mu = 0$ بنابراین برای هر دو جریان A و B داریم

$$q^\mu j_\mu = q^0 j_0 - |q_3| j_3 = 0 \quad (۴-۵)$$

برای یک فوتون حقیقی نتیجه می‌گیریم $j_0 = j_3$ است بنابراین در رابطه‌ی (۳-۵) دامنه‌ی گذار تنها دارای جمله‌ی عرضی خواهد شد و در حضور یک فوتون حقیقی سهم توزیع طولی و اسکالر همدیگر را خنثی می‌کنند. اکنون در نظر بگیریم که فوتون مجازی باشد آنگاه $q_0^2 \neq |\vec{q}|^2$ و $q^2 \neq 0$ است و از

رابطه (۴-۵) نتیجه می‌گیریم که $j_3 = \frac{q_0}{q_3} j_0$ است بنابراین رابطه‌ی (۳-۵) به فرم زیر

$$T_{fi} = -i \int \frac{j_1^A j_1^B + j_2^A j_2^B}{q^2} + \frac{(\frac{q_0}{q_3})^2 j_0^A j_0^B - j_0^A j_0^B}{q^2} d^4x \quad (5-5)$$

تبدیل می‌شود که بعد از ساده سازی

$$T_{fi} = -i \int \frac{j_1^A j_1^B + j_2^A j_2^B}{q^2} + \frac{j_0^A j_0^B}{q_3^2} d^4x \quad (6-5)$$

خواهد شد [۳] به جمله‌ی دوم دقت کنید این جمله از فرم انتشارگری فوتون خارج شده است و با در نظر گرفتن تبدیل فوریه‌ی $\frac{1}{|q_3|^2} = \int d^3x e^{iq \cdot x} \frac{1}{4\pi|x|}$ این جمله بیان کننده‌ی برهم‌کنش کولنی بین جریان‌های A و B است و نشان دهنده‌ی جمله‌ی کولنی است که در برهم‌کنش الکترومغناطیس معادله‌ی ماکسول ظاهر می‌شود.

۴.۵ برهم‌کنش الکترومغناطیس فوتون و جریان حاصل از کوارک‌های سازنده

در دومین برداشت از برهم‌کنش الکترومغناطیس، چگونگی برهم‌کنش فوتون و جریان حاصل از کوارک‌های سازنده را مطالعه می‌کنیم. کوارک‌ها به عنوان ذرات سازنده‌ی پروتون با اسپین $\frac{1}{2}$ به عنوان ذرات دیراک شناخته می‌شوند که از حل معادله دیراک چگالی جریان را در تشابه با یک الکترون به صورت

$$j^\mu = \sum_{i=1}^3 e e_i \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \quad (7-5)$$

داریم که در آن γ^μ ماتریس‌های معروف دیراک هستند این جریان حاصل از کوارک‌های سازنده‌ی نوکلئون در قسمت پایین شکل (۷-۱) هستند که در برهم‌کنش با میدان الکترومغناطیس فوتون قرار می‌گیرد. میدان الکترومغناطیسی فوتون با تکانه k و قطبش ϵ را به صورت یک پتانسیل نوسانگر

همهانگ در نظر گرفته و میدان الکترومغناطیسی را با در نظر گرفتن ضریب قطبش به صورت زیر بیان می‌کنیم [۵].

$$A(r_i) = \sqrt{4\pi} \frac{1}{\sqrt{2k_0}} \varepsilon_\mu [a_k^+ \exp(ik.r_i) + a_k \exp(-ik.r_i)] \quad (۸-۵)$$

که ε بردار قطبش فوتون (هلیسیتی) برای هر ذره برداری به جرم M ، انرژی E و تکانه P به صورت زیر

$$\begin{aligned} \varepsilon^{(\lambda=\pm 1)} &= \mp(1, 0, \pm i, 0) / \sqrt{2} \\ \varepsilon^{(\lambda=0)} &= (p, 0, E, 0) / M \end{aligned} \quad (۹-۵)$$

خواهد بود که در فصل یک به طور کامل توضیح داده شده است و k تکانه فوتون خواهد بود. در نهایت برهم‌کنش فوتون با جریان سه کوارک را به صورت زیر خواهیم داشت [۵].

$$H = \sum_{j=1}^3 J_j . A(r_j) = 3J_{(3)} . A(r_3) \quad (۱۰-۵)$$

که به دلیل طرح محبوسیت قوی برای ساده نگاشتن فرض بر این خواهد بود که برهم‌کنش فقط با جریان یک کوارک منفرد انجام می‌گیرد که در آن چگالی جریان کوارک به صورت زیر بیان می‌شود

$$J(r) = \sum_{i=1}^3 [e_i \dot{r}_i \delta(r-r_i)] + \mu_i \nabla_i \times \sigma_i \delta(r-r_i) \quad (۱۱-۵)$$

$$J_0(r) = \sum_{i=1}^3 e_i \delta(r-r_i)$$

در رابطه فوق e_i بار کوارک i ام خواهد بود [۴۴] و بخش اول چگالی جریان مربوط به بار کوارک و بخش دوم مربوط به باررنگ کوارک خواهد بود که در ادامه اثر برهم‌کنش جریان کوارک با میدان مغناطیسی فوتون را نشان خواهیم داد. با استفاده از رابطه‌ی (۷-۵) و (۱۰-۵) هامیلتونی برهم‌کنش به صورت

$$H = \sum_{j=1}^3 J_j . A(r_j) = \sum_{j=1}^3 \bar{u} \gamma^\mu u . A^\mu = \sum_{j=1}^3 u^\dagger \gamma^0 \gamma^\mu u . A^\mu \quad (12-5)$$

است که در آن اسپینورهای دیراک به فرم زیر محاسبه شده است.

$$u = \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\sigma \cdot p_i}{E+m} \chi \end{pmatrix} \sqrt{\frac{m+E}{2E}} \quad (13-5)$$

$$u^\dagger = \left(\chi^\dagger \quad \frac{\sigma \cdot p_f}{E'+m} \chi^\dagger \right) \sqrt{\frac{m+E'}{2E'}}$$

در حد غیر نسبیتی $E = E' = m$ خواهد بود بنابراین هامیلتونی غیر نسبیتی این برهم‌کنش به صورت زیر خواهد شد [۱۲].

$$H_{nr} = - \sum_{j=1}^3 \left[\frac{e_j}{2m_j} (\vec{p}_j \cdot \vec{A}_j + \vec{A}_j \cdot \vec{p}_j) + 2\mu_j \vec{s}_j \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}_j) \right] \quad (14-5)$$

یا به عبارتی

$$H = \sum_{j=1}^3 J_j . A(r_j) = \sum_{j=1}^3 e^{(j)} [-2igs^j . k \times A + (p^j + p'^j) . A] \frac{e}{2m_q} \quad (15-5)$$

که e^j و s^j بار و عملگر اسپین j امین کوارک خواهد بود p, p' تکانه نهایی و اولیه ی کوارکی که فوتون با تکانه k را جذب می کند و $\frac{gee^j}{2m}$ گشتاور مغناطیسی کوارک مقید خواهد بود که در آن

$\mu = \frac{ge}{2m}$ و $\mu = 0.13 GeV^{-1}$ گشتاور مغناطیسی در مقیاس کوارک است که برابر با گشتاور لحظه

ای پرتون است و در این هامیلتونی جمله اول توزیع دو قطبی الکتریکی و جمله دوم توزیع دو قطبی مغناطیسی را بیان می کند در جذب فوتون ساطع شده می توانیم رابطه زیر را جایگزین کنیم [۷۷] که:

$$\langle k, \varepsilon | A_\mu(r) | 0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2k}} \varepsilon_\mu e^{-ik.r} \quad (۱۶-۵)$$

و با توجه به فرم بردار قطبش برای جذب یک فوتون راستگرد که تنها در راستای z منتشر می‌شود و دارای قطبش عرضی است، فرم هامیلتونی به صورت زیر خواهد شد که از فرمت سیستم مخروط نوری استفاده می‌شود

$$H = 6\sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu [e^3 \exp(-ikz^3)] \{k(s_x + is_y)^{(3)} - \frac{1}{g}(p_x + ip_y)^{(3)}\} \quad (۱۷-۵)$$

جمله اول برهم‌کنش مغناطیسی با کوارک و چرخش جهت اسپین کوارک را سبب می‌شود و جمله ی دوم برهم‌کنش با جریان کوارک که سبب بالا بردن تکانه‌ی زاویه‌ای خواهد شد بنابراین در یک برهم‌کنش امکان تغییر همزمان جهت اسپین و بالابردن تکانه زاویه‌ای وجود خواهد داشت. این تغییر جهت اسپین و تغییر تکانه و یا تغییر هر دو با هم سبب تغییر هلیسیتی خواهد شد بنابراین با توجه به توضیح ارائه شده در بخش ۱-۲ برای هلیسیتی فوتون ($m = 0, 1, -1$) و ذرات با اسپین $1/2$ ، نتیجه می‌گیریم که هامیلتونی برهم‌کنش بین حالت اولیه با $\lambda_i = \pm 1/2$ و رسیدن به حالت نهایی با $\lambda_f = m + \lambda_i$ قابل محاسبه است که تغییرات دامنه هلیسیتی در برهم‌کنش یک فوتون با هلیسیتی $+1$ و کوارک $1/2$ با $A_{1/2}, A_{3/2}$ و $S_{1/2}$ نمایش داده می‌شود. برای اینکه این برهم‌کنش را فرمول بندی کنیم جایی که $k_0 = E_f - E_i$ و $\vec{k} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$ به عنوان چهار بردار تکانه فوتون شناخته می‌شوند از فرمت زیر استفاده می‌کنیم

$$H = 6\sqrt{\frac{\pi}{k_0}} \mu e_3 [k s_{3,+} \hat{U} - \frac{1}{g} \hat{T}_+] \quad (۱۸-۵)$$

که در این رابطه $(k_0, \vec{k}(k\hat{z}))$ تکانه چهاربرداری فوتون را مشخص می کنند و $(k = p_f - p_i)$ است. e_3 و s_+^3 عملگر بار و اسپین خواهد بود همچنین عملگرهای T و U فقط روی بخش های فضایی تابع موج اثر می کنند [۱۲].

$$\begin{aligned}\hat{U} &= e^{-ik\sqrt{\frac{2}{3}}\lambda_z} \\ \hat{T}_m &= im_q k_0 \sqrt{\frac{2}{3}} \lambda_m e^{-ik\sqrt{\frac{2}{3}}\lambda_z}\end{aligned}\quad (۱۹-۵)$$

که در رابطه عملگرها m_q جرم کوارک و $m = 0, 1, -1$ خواهد بود. $m = 1, -1$ جفت شدگی عرضی یک فوتون مجازی است که همانند یک فوتون حقیقی عمل می کند، فوتون حقیقی یک ذره با اسپین یک و بدون جرم است که دارای دو حالت قطبش $m = 1, -1$ اما فوتون مجازی می تواند به خود جرم بگیرد و بنابراین سه بردار اسپینی خواهد داشت $m = 1, -1, 0$ که در درآشامی با یک نوکلئون سه حالت ممکن است رخ بدهد. بنابراین در یک گذار الکترومغناطیسی تغییر تکانه زاویه ای کل به عنوان تغییرات دامنه هلیسیتی با $A_{1/2}$ و $A_{3/2}$ نشان داده می شود. در اهمیت تغییرات دامنه هلیسیتی می توان به نقش آن در سطح مقطع پراکندگی

$$\sigma_T \propto |A_{1/2}|^2 + |A_{3/2}|^2 \quad (۲۰-۵)$$

و پهنای واپاشی به صورت زیر

$$\Gamma_\gamma = \frac{k^2}{4\pi} \frac{m_N}{m_R} \frac{8}{2J+1} (|A_{1/2}|^2 + |A_{3/2}|^2) \quad (۲۱-۵)$$

اشاره کرد. اکنون به مطالعه تغییرات هلیسیتی می پردازیم، مجدداً رابطه ی (۱۵-۵) را ببینید اگر مولفه ی ε_3 قطبش طولی فوتون $(\varepsilon_0, \varepsilon_3)$ را در نظر بگیریم آنگاه بردار میدان مغناطیسی به رابطه ی $A = \varepsilon_3 e^{-ik.r}$ تبدیل می شود بنابراین هامیلتونی برهم کنش به فرم زیر تغییر می کند:

$$H^I = \sqrt{2} \sqrt{\frac{\pi}{k_0}} \sum_{i=1}^3 \frac{e_i}{2m} (p_z e^{-ikr_z} + e^{-ikr_z} p_z) \quad (22-5)$$

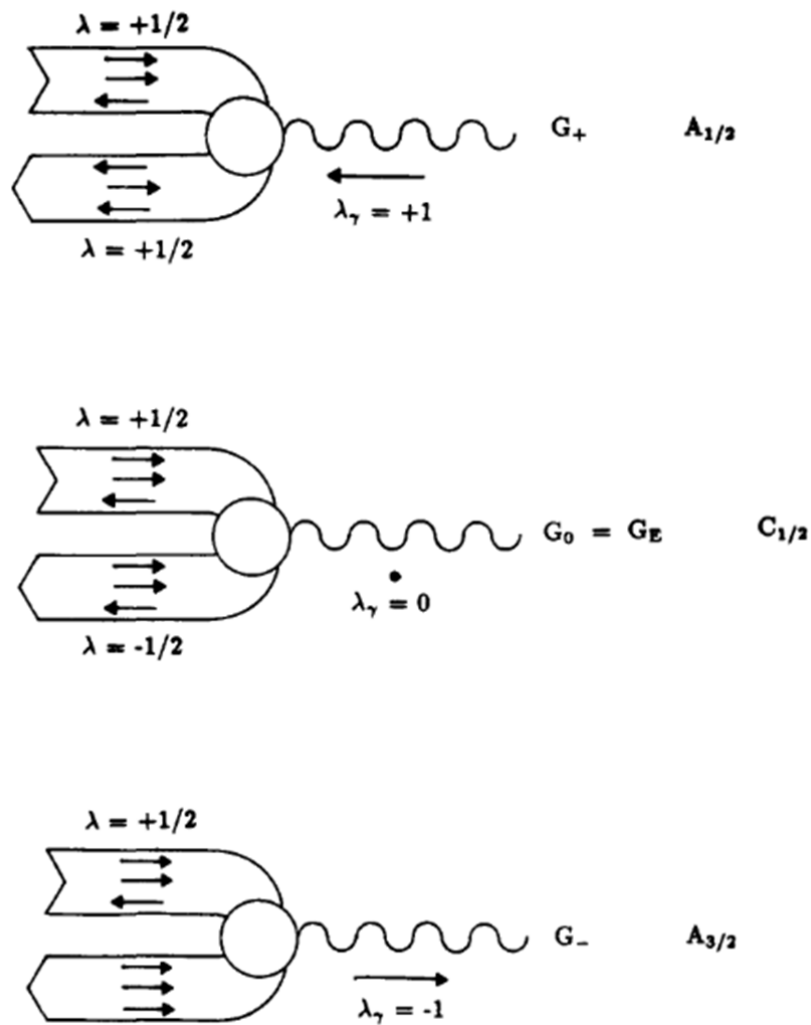
و در نهایت به رابطه‌ی (۳۳-۵) تبدیل می‌شود. اما برای قطبش ϵ_0 فوتون در برهم‌کنش با مولفه‌ی صفر جریانی شرکت می‌کند و هامیلتونی برهم‌کنش به شکل

$$H^S = \sqrt{2} \sqrt{\frac{\pi}{k_0}} \sum_{i=1}^3 e_i e^{-ikr_z} \quad (23-5)$$

خواهد شد که نهایتاً شما به فرم عملگری (۳۴-۵) آن را مشاهده می‌کنید، نکته‌ی بسیار جالبی که از این دو رابطه حاصل می‌شود صفر شدن هر دو هامیلتونی در صورت حقیقی بودن فوتون است.

۵.۵ محاسبه‌ی دامنه تغییرات هلیسیتی

از این واقعیت شروع می‌کنیم که نشان دادیم هر ذره دارای اسپین $1/2$ دارای دو مقدار هلیسیتی خواهد بود که اگر جهت حرکت یک ذره و جهت اسپین مشخص باشد با قرار دادن انگشت شست در راستای حرکت و خم کردن انگشتان دست در راستای اسپین می‌توان راستگرد (هلیسیتی $+1$) یا چپگرد بودن (هلیسیتی -1) یک ذره را نشان داد. در فصل اول در باب ضرورت مطالعه تغییرات هلیسیتی در یک برهم‌کنش الکترومغناطیسی گفتیم که مطالعه تغییرات اسپین S و تکانه L به صورت جداگانه کار پیچیده‌ای است بنابراین از هم ارز آن که متناسب با تغییرات تکانه کل J است استفاده می‌کنیم و هلیسیتی را به عنوان تصویر تکانه زاویه‌ای کل بر روی جهت تکانه حرکت ذره اندازه می‌گیریم و اعضای ماتریس هلیسیتی در گذار الکترومغناطیسی متعلق به گذار بین حالتی با هلیسیتی اولیه λ و رسیدن به حالت نهایی با هلیسیتی λ' خواهد بود. نمایش تغییرات دامنه هلیسیتی برای یک فوتون چپگرد، راستگرد و همچنین فوتون با قطبش خطی در برهم‌کنش با نوکلئون که $\lambda = 1/2$ دارد و رسیدن به حالتی با $\lambda_f = \lambda_\gamma - 1/2$ در شکل ۴-۵ نمایش داده می‌شود.



شکل ۴-۵ تغییرات دامنه هلیسیتی

که در آن رابطه بین فرم فاکتور رزونانسی و دامنه هلیسیتی به صورت زیر خواهد شد [۷۷]. stoler و همکارانش فرمول بندی بین هلیسیتی اولیه و نهایی نوکلئون را به صورت $\lambda_f = \lambda - \lambda_i$ بیان کردند که λ_f هلیسیتی حالت نهایی و λ_i هلیسیتی حالت اولیه نوکلئون خواهد بود که در برهم‌کنش با فوتونی که هلیسیتی $\lambda = \pm 1, 0$ را دارد قرار گرفته و عامل شکل‌هایی که در اثر این برهم‌کنش‌ها ایجاد می‌شود را به صورت زیر بیان کرده‌اند.

$$\begin{aligned}
A_{1/2} &= \sqrt{\frac{2\pi\alpha}{K_R}} G_+ \\
A_{3/2} &= \sqrt{\frac{2\pi\alpha}{K_R}} G_- \\
S_{1/2} &= \sqrt{\frac{2\pi\alpha}{K_R}} \frac{q}{Q} G_0
\end{aligned}
\tag{۲۴-۵}$$

در رابطه فوق $K_R = (W^2 - M_N^2)/2M_N$ انرژی فوتون خواهد بود و برای مولفه‌های تکانه فوتون روابط زیر برقرار است

$$\begin{aligned}
Q^2 &= k^2 - k_0^2 \\
k^2 &= Q^2 + \frac{(W^2 - M^2)^2}{2(M^2 + W^2) + Q^2} \\
k_0^2 &= \frac{(W^2 - M^2)^2}{2(M^2 + W^2) + Q^2}
\end{aligned}
\tag{۲۵-۵}$$

و W جرم حالت‌های برانگیخته هستند.

برای یک جفتیدگی عرضی با وارد کردن میدان تابشی یک فوتون راستگرد با $\lambda = +1$ ، هامیلتونی برهم‌کنش با رابطه‌ی (۱۸-۵) بیان می‌شود [۱۲] که علاوه بر جفت‌شدگی عرضی می‌توانیم جفت‌شدگی طولی و اسکالر را نیز محاسبه کنیم، جفتیدگی طولی اثر مجازی بودن فوتون را نشان می‌دهد و از اثر مولفه‌ی سوم، چهار برداری جریان الکترومغناطیس حاصل می‌شود که هامیلتونی برهم‌کنش برابر خواهد شد با

$$H^I = 6 \sqrt{\frac{2\pi}{\kappa_0}} \mu e_3 \frac{1}{g} \hat{T}_z \tag{۲۶-۵}$$

که در آن

$$\langle f | T_z | i \rangle = m k_0 \frac{\partial}{\partial k} \langle f | U | i \rangle \tag{۲۷-۵}$$

است و جفتیدگی اسکالر که از اثر مولفه‌ی صفر چهار برداری جریان الکترومغناطیس حاصل می‌شود و به صورت زیر

$$H^s = -3\sqrt{\frac{2\pi}{\kappa_0}}e_3\hat{U} \quad (28-5)$$

بیان می‌شود. محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی نیازمند محاسبه‌ی اعضای ماتریس عملگر انتقال الکترومغناطیسی است و اعضای ماتریس عملگر انتقال در برهم‌کنش فوتون با قطبش عرضی به صورت زیر تعریف می‌شود برای تغییرات هلیسیتی $\mu = 1/2$ و $\mu = 3/2$

$$\begin{aligned} A_{1/2} &= \langle B, M'_J = 1/2 | H^t | N, M_J = -1/2 \rangle \\ A_{3/2} &= \langle B, M'_J = 3/2 | H^t | B, M_J = 1/2 \rangle \end{aligned} \quad (29-5)$$

و برای دامنه هلیسیتی طولی و اسکالر به صورت زیر اعضای ماتریس را تعریف خواهیم کرد

$$\begin{aligned} A_t &= \langle B, M'_J = 1/2 | H^t | N, M_J = 1/2 \rangle / 2 \\ S &= \langle B, M'_J = 1/2 | H^s | N, M_J = 1/2 \rangle / 2 \end{aligned} \quad (30-5)$$

که در رابطه‌های فوق B نشان دهنده‌ی حالت های تشدید و N حالت پایه نوکلئونی را نشان می‌دهد. برای محاسبه اعضای ماتریس فوق باید توجه داشت که عملگرها بر روی تمام بخش‌های تابع موج اثر می‌کنند و ما فرم غیر نسبیتی را برای انجام این رساله انتخاب کرده‌ایم. در سال ۱۹۹۴ گروه آقای بیجکر^۹ با بیان اینکه برای یک توزیع غیرنسبیتی این عملگر فقط بر روی قسمت فضایی تابع موج اثر می‌کند و می‌توان قسمت اسپینی را جدا کرد در یک رابطه کلی انتقال دامنه‌ها را برای یک جفتیدگی عرضی به صورت زیر بیان کرد [۱۲]

$$\begin{aligned} A_\mu &= \langle f | H^t | i \rangle = \alpha_\mu A + \beta_\mu B \\ \mu &= 1/2, 1/3 \end{aligned} \quad (31-5)$$

^۹ . Bijke

و A, B دامنه فضایی چرخش اسپین و تکانه زاویه‌ای را بیان می‌کنند که:

$$A = 6\sqrt{\frac{\pi}{k_0}}\mu\frac{1}{g}\langle f|\hat{T}_+|i\rangle \quad (32-5)$$

$$B = 6\sqrt{\frac{\pi}{k_0}}\mu k\langle f|\hat{U}_+|i\rangle$$

می‌باشد i, f بیان‌کننده حالت فضای اولیه و نهایی تابع موج باریون خواهد بود و همچنین برای جفت شدگی طولی

$$A_l = \gamma 6\sqrt{\frac{\pi}{k_0}}\mu\frac{1}{g}\langle f|\hat{T}_z|i\rangle \quad (33-5)$$

و برای جفتیدگی اسکالر

$$A_s = -3\delta\sqrt{\frac{\pi}{k_0}}\langle f|\hat{U}|i\rangle \quad (34-5)$$

است که ضرایب α, β, δ و γ ضرایب کلبش-گوردن می‌باشند که اثر بخش‌های طعم و اسپینی تابع موج را نشان خواهد داد و برای هر حالت تشدید این ضرایب محاسبه می‌شوند که برای محاسبه ضرائب فوق از جدول‌های پیوست ۱ استفاده می‌شود.

تا اینجا دریافتیم که این تغییر دامنه هلیستی که به عنوان عامل شکل‌های حالت تشدید شناخته می‌شوند وابسته به تابع موج اولیه و نهایی نوکلئون خواهد بود پس در ادامه به این موضوع می‌پردازیم که با در نظر گرفتن پتانسیلی که همه‌ی شرایط محبوسیت و عدم وجود کوارک آزاد را برآورده کند، تابع موج حالت‌ها را بدست بیاوریم و عامل شکل‌های تشدید را محاسبه کنیم.

کارهای زیادی برای محاسبه این دامنه‌ها صورت گرفته است از جمله در سال ۱۹۹۸ آقای گیانینی و همکارانش با در نظر گرفتن مدل کوارک سه جسمی و پتانسیل شبه کولمبی و بدون در نظر گرفتن

اثر اسپین مدار به محاسبه عامل شکل نوکلئون پرداخته است [۳۱] آن‌ها با استفاده از نظریه‌ی گروه تابع موج اولیه و حالت های رزونانسی را محاسبه کرده و دامنه گذار را برای چندین تشدید بدست آورده‌اند اما در مقایسه با مقادیر تجربی مطابقت خوبی حاصل نکرد زیرا پتانسیل در نظر گرفته شده پتانسیل کاملی برای یک سیستم کوارکی بشمار نمی‌آید همچنین آنها برای حالت‌های تشدید با پاریته منفی دامنه‌های هلیسیتی را محاسبه کرده بودند [۷۸]. در سال ۱۹۹۰ آقای کلوز^{۱۰} و همکارش با وارد کردن اثر اسپین مدار در برهم‌کنش سیستم کوارکی به محاسبه دامنه‌های هلیسیتی پرداخته است و نشان داده که نتایج به مقادیر تجربی نزدیک‌تر خواهد بود [۷۹]. در سال ۲۰۱۲ کار مشابه توسط گیانینی برای حالت‌های تشدید دلتا انجام شد [۸۰]. برخلاف طیف جرمی باریون‌ها، محاسبه ماتریس‌های برهم‌کنش الکترومغناطیس بسیار وابسته به تابع موج باریون‌ها می‌باشد بنابراین بسیار وابسته به پتانسیل برهم‌کنشی و مدل‌های محاسباتی خواهد بود. ما در این رساله برای پتانسیل برهم‌کنشی کورنل در مدل کوارک سه جسمی غیرنسبیتی تغییرات دامنه هلیسیتی را محاسبه کرده‌ایم. از آنجا که این تغییرات بسیار وابسته به تابع موج است برای صحت سنجی روش جبری کارهای خود ابتدا محاسبات عامل شکل الکتریکی پروتون و اعضای ماتریس U برای باریون‌های غیرشگفت و دامنه‌ی هلیسیتی برای گذارهای $N(1520)$, $N(1535)$ و $N(1650)$ بدست آمده در مقاله‌ی را با تابع موج بکار رفته در همان مقاله [۳۱] مجدداً محاسبه کرده‌ایم و دقت کار ما را نشان خواهد داد.

۶.۵ صحت‌سنجی محاسبات جبری رساله

عامل شکل‌های الکترومغناطیس نوکلئون و حالت‌های برانگیخته‌ی آن‌ها اطلاعات مفیدی در مورد ساختار نوکلئون‌ها به ما خواهد داد و برانگیختگی نوکلئون در برهم‌کنش الکترومغناطیس به عنوان یک منبع مهم اطلاعات برای درک برهم‌کنش‌های قوی در محدوده‌ی کوارک‌های سازنده خواهند بود.

¹⁰ close

مطالعه‌ی تئوری و تجربی برانگیختگی نوکلئون‌ها تاریخی طولانی دارد و ابتدایی‌ترین آزمایشات تجربی در سالهای ۱۹۶۰-۱۹۸۰ بر اساس آزمایش‌هایی در شتابدهنده‌ی الکترون DESY در هامبورگ آلمان صورت گرفت که در آن با پراکندگی از یک فوتون حقیقی اطلاعات مربوط به دامنه‌ی انتقال $\gamma N \rightarrow N^*$ استخراج شد که فقط برای رزونانس‌های زیر GeV^2 کاربرد داشت، اما مسئله برای فوتون مجازی متفاوت بود با فوتون مجازی می‌توان اطلاعات را برای انرژی‌های بالاتر نیز محاسبه کرد و جدیدترین داده‌ها نتایج حاصل شده در Jlab است. داده‌های تجربی دامنه‌های هلیسیتی $\gamma^* N \rightarrow N^*$ (دامنه‌های عرضی $A_{1/2}^N$ و $A_{3/2}^N$ و دامنه طولی یا اسکالر $S_{1/2}$) از داده‌های پراکندگی $\gamma^* N \rightarrow N\pi$ حاصل می‌شود. مقاله [۳۱] ابتدا بیان می‌کند که تمام عامل‌شکل‌های الکترومغناطیسی با اعضای دو ماتریس زیر بیان می‌شود.

$$F(k) = \langle f | U | i \rangle, \quad G_\mu(k) = \langle f | T_\mu | i \rangle \quad (۳۵-۵)$$

که در آن i و f نشان دهنده‌ی حالت‌های اولیه و نهایی باریون‌ها خواهند بود و

$$U = e^{-i\sqrt{\frac{2}{3}}k\lambda_z}, \quad T_\mu = imk_0\sqrt{\frac{2}{3}}\lambda_\mu e^{-i\sqrt{\frac{2}{3}}k\lambda_z}, \quad \mu = 0, \pm 1 \quad (۳۶-۵)$$

عملگرهای برهم‌کنش الکترومغناطیسی است که تنها بر روی قسمت فضایی تابع موج اثر می‌کند که بخش شعاعی تابع موج را از حل معادله‌ی شرودینگر برای پتانسیل شبه کولنی $V = -\frac{\tau}{x}$ (اساساً پتانسیل کاملی برای نشان دادن محبوسیت کوارک درون نوکلئون نخواهد بود) بر اساس نظریه گروه به صورت زیر بدست آورده‌اند:

$$\psi_{\omega\gamma}(x) = \left[\frac{(\omega - \gamma)!(2g)^6}{(2\omega + 5)(\omega + \gamma + 4)!^3} \right]^{1/2} (2gx)^\gamma e^{-gx} L_{\omega-\gamma}^{2\gamma+4}(2gx) \quad (۳۷-۵)$$

که در آن

$$n = \gamma + \frac{5}{2} + n'$$

$$\omega = n - 5/2$$

$$g = \frac{\tau m}{\omega + 5/2}$$

خواهد بود که τ را از فیت طیف انرژی با طیف جرمی باریون‌ها تعیین کرده است، این مقاله ابتدا $F(k)$ را به عنوان عامل شکل‌های اسکالر برای گذارهای مختلف محاسبه نموده است. ما ابتدا با روش محاسباتی مورد نظر خود و رسیدن به جواب‌های مشابه صحت کار خود را سنجیده و در ادامه برای پتانسیل کورنل محاسبات برای چند طیف انجام داده‌ایم، برای شروع با توجه به مدل ژاکوبی برای سیستم سه کوارکی (پیوست ۱) معادله‌ی (۳۵-۵) اعضای ماتریس عملگر U به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F(k) = \langle f | U | i \rangle = \int d^3 \rho d^3 \lambda \psi_{\omega' \gamma'}(x) Y_{\gamma' l_{\rho} l_{\lambda}}(\xi, \Omega_{\rho}, \Omega_{\lambda}) e^{-i \eta k \lambda_z} \psi_{\omega \gamma}(x) Y_{\gamma l_{\rho} l_{\lambda}}(\xi, \Omega_{\rho}, \Omega_{\lambda}) \quad (38-5)$$

باید دقت داشت که $\psi_{\omega' \gamma'}(x) Y_{\gamma' l_{\rho} l_{\lambda}}(\xi, \Omega_{\rho}, \Omega_{\lambda})$ قسمت فضایی تابع موج حالت اولیه و حالت نهایی است که در این رابطه هماهنگ‌های فوق کروی بر اساس هماهنگ‌های کروی به صورت

$$Y_{\gamma l_{\rho} l_{\lambda}}(\Omega_{\rho}, \Omega_{\lambda}, \xi) = \frac{Y_{l_{\rho} m_{\rho}}(\Omega_{\rho}) Y_{l_{\lambda} m_{\lambda}}(\Omega_{\lambda}) (\sin \xi)^{l_{\rho}} (\cos \xi)^{l_{\lambda}} P_n^{l_{\rho}+1/2, l_{\lambda}+1/2}(\cos 2\xi)}{\left[\frac{\Gamma(n+l_{\rho}+3/2) \Gamma(n+l_{\lambda}+3/2)}{2(2\gamma+2) \Gamma(\gamma+2-n) \Gamma(n+1)} \right]^{1/2}} \quad (39-5)$$

است [۳۱] که دامنه‌ی تغییرات l_{ρ} و l_{λ} در پیوست ۱ بیان شده است. با تغییر متغیر زیر

$$\int d^3 \rho d^3 \lambda \rightarrow \int x^5 dx \cos^2 \xi \sin^2 \xi d\xi d\Omega_{\rho} d\Omega_{\lambda} \quad (40-5)$$

محاسبه ماتریس‌های گذار را بر اساس فوق شعاع بدست می‌آوریم، ابتدا گذار $\langle \omega \gamma L_S^P | U | 000_s^+ \rangle$ که $|000_s^+\rangle$ بیان کننده حالت پایه و $\langle \omega \gamma L_S^P |$ حالت تشدید است که پیکربندی $SU(6)$ را برای هر حالت تشدید از جدول پیوست ۱ انتخاب می‌کنیم. در مقاله [۳۱] جدول اعضای ماتریس $\langle \omega \gamma L_S^P | U | 000_s^+ \rangle$ را به صورت زیر جمع‌بندی کرده است.

جدول ۵-۱: عامل شکل‌های اسکالر $F(k)$ مقاله [۳۱]

ω	γ	$L_{S_3}^P$	$\langle \omega \gamma L_{S_3}^P U 000_s^+ \rangle$
0	0	0_S^+	$\frac{1}{(1+k^2a^2)^{7/2}}$
1	1	1_M^-	$-i\sqrt{7}\left(\frac{5}{6}\right)^4\left(\frac{7}{6}\right)^4\frac{ka}{(1+\frac{49}{36}k^2a^2)^{9/2}}$
1	0	0_S^+	$\sqrt{7}\left(\frac{7}{6}\right)^5\left(\frac{5}{6}\right)^4\frac{(ka)^2}{(1+\frac{49}{36}k^2a^2)^{9/2}}$
2	2	2_S^+	$-\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{2}}\left(\frac{5}{7}\right)^5\left(\frac{9}{7}\right)^5\frac{(ka)^2}{(1+\frac{81}{49}k^2a^2)^{11/2}}$
2	2	2_M^+	$\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{2}}\left(\frac{5}{7}\right)^5\left(\frac{9}{7}\right)^5\frac{(ka)^2}{(1+\frac{81}{49}k^2a^2)^{11/2}}$
2	2	0_M^+	$-\frac{1}{2}\sqrt{21}\left(\frac{5}{7}\right)^5\left(\frac{9}{7}\right)^3\frac{\frac{81}{49}(ka)^2}{(1+\frac{81}{49}k^2a^2)^{11/2}}$
2	1	1_M^-	$-i\frac{\sqrt{7}}{3}\left(\frac{5}{7}\right)^4\left(\frac{9}{7}\right)^5\frac{(ka)[1+\frac{486}{49}(ka)^2]}{(1+\frac{81}{49}k^2a^2)^{11/2}}$
2	0	0_S^+	$\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{5}{7}\right)^4\left(\frac{9}{7}\right)^5\frac{(ka)^2[1+\frac{486}{49}(ka)^2]}{(1+\frac{81}{49}k^2a^2)^{11/2}}$

ما با روش جبری خود در این رساله و با استفاده از تابع موج مقاله [۳۱] تمام اعضای این جدول را محاسبه می‌کنیم که هدف آن بررسی درستی مراحل محاسبات ما است، برای این منظور از تابع موج خود مقاله استفاده می‌کنیم زیرا اعضای ماتریس تغییرات دامنه هلیسیتی به شدت به تابع موج وابسته هستند.

۱.۶.۵ گذار حالت پایه به حالت $\langle 000_s^+ | \omega \lambda L | = \langle 000_s^+ |$

نمایش این گذار به صورت

(۴۱-۵)

$$\langle 000_s^+ | U | N(938) \rangle = \int d^3 \rho d^3 \lambda \psi_{00}(x) Y_{000}(\xi, \Omega_\rho, \Omega_\lambda) e^{-i\eta kx \cos(\xi)} \psi_{00}(x) Y_{000}(\xi, \Omega_\rho, \Omega_\lambda)$$

است که با در نظر گرفتن

$$\psi_{00}(x) Y_{000}(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi) = \frac{1}{\pi \sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\frac{1}{a^6} e^{-\frac{x}{2a}}}}{48 \sqrt{30}} \quad (۴۲-۵)$$

و با استفاده از معادله (۴۰-۵) داریم

(۴۳-۵)

$$\langle 000_s^+ | U | N(938) \rangle = \int x^5 dx \cos^2 \xi \sin^2 \xi d\xi d\Omega_\rho d\Omega_\lambda \psi_{00}(x) Y_{000}(\xi, \Omega_\rho, \Omega_\lambda) e^{-i\eta kx \cos(\xi)} \psi_{00}(x) Y_{000}(\xi, \Omega_\rho, \Omega_\lambda)$$

که در آن با بکاربردن تابع فوق کروی (۳۹-۵) داریم

$$Y_{000}(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} Y_{00}(\Omega_\rho) Y_{00}(\Omega_\lambda) \quad (۴۴-۵)$$

بنابراین رابطه‌ی (۴۳-۵) به فرم زیر تغییر می‌یابد.

$$\langle 000_s^+ | U | N(938) \rangle = \int \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{4}{\sqrt{\pi}} x^5 dx \cos^2 \xi \sin^2 \xi d\xi \psi_{00}(x) (\cos \eta kx \cos \xi - i \sin \eta kx \cos \xi) \psi_{00}(x) \quad (۴۵-۵)$$

که در آن ما از ایده‌ی تغییر عملگر U در سیستم مخروط نوری به شکل زیر استفاده کرده‌ایم.

$$e^{-i\eta k \lambda_z} = e^{-i\eta k x \cos \xi} = \cos(\eta k x \cos \xi) - i \sin(\eta k x \cos \xi) \quad (46-5)$$

در نهایت انتگرال دوگانه‌ی (45-5) به شکل زیر ساده می‌شود

$$(47-5)$$

$$\int_0^\infty x^5 \left(\frac{\sqrt{\frac{1}{a^6} e^{-\frac{x}{2a}}}}{48\sqrt{30}} \right) \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\sqrt{\frac{1}{a^6} e^{-\frac{x}{2a}}}}{48\sqrt{30}} \right) \frac{\pi (BesselJ[2, kx\eta])}{2k^2 x^2 \eta^2} = \frac{1}{(1 + a^2 k^2)^{7/2}}$$

که در مقایسه با جدول ۱-۵ نتیجه‌ی کاملاً یکسانی را نشان می‌دهد.

۲.۶.۵ گذار به حالت $\langle 100_s^+ |$

با اعمال عملگر U برای این گذار داریم:

$$(48-5)$$

$$\langle 100_s^+ | U | N(938) \rangle = \int d^3 \rho d^3 \lambda \psi_{10}(x) Y_{000}(\xi, \Omega_\rho, \Omega_\lambda) e^{-i\eta k x \cos(\xi)} \psi_{00}(x) Y_{000}(\xi, \Omega_\rho, \Omega_\lambda)$$

یا

$$\langle N(1440) | U | N(938) \rangle = \int \int x^5 dx \cos^2(\xi) \sin^2(\xi) d\xi d\Omega_\rho d\Omega_\lambda \psi_{10}(x) Y_{000}(\xi, \Omega_\rho, \Omega_\lambda) e^{-i\eta k x \cos(\xi)} \psi_{00}(x) Y_{000}(\xi, \Omega_\rho, \Omega_\lambda) \quad (49-5)$$

که در آن بخش فضایی تابع موج برای حالت پایه

$$\psi_{00}(x) Y_{000}(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi) = \frac{1}{\pi \sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\frac{1}{a^6} e^{-\frac{x}{2a}}}}{48\sqrt{30}} \quad (50-5)$$

و حالت برانگیخته

$$\psi_{10}(x)Y_{000}(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi) = \frac{5\sqrt{\frac{5}{42}}\sqrt{\frac{1}{a^6}}e^{-\frac{5x}{14a}}\left(5 - \frac{5x}{7a}\right)}{16464} \frac{1}{\pi\sqrt{\pi}} \quad (51-5)$$

خواهد بود که در آن $a = \frac{\frac{5}{4}\eta}{\left(w + \frac{5}{2}\right)g}$ ، از حل معادله (5-49) بدست می آوریم که:

$$\int_0^\infty x^5 \left(\frac{\sqrt{\frac{1}{a^6}}e^{-\frac{x}{2a}}}{48\sqrt{30}} \right) \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{5\sqrt{\frac{5}{42}}\sqrt{\frac{1}{a^6}}e^{-\frac{5x}{14a}}\left(5 - \frac{5x}{7a}\right)}{16464} \right) \frac{\pi(BesselJ[2, kx\eta])}{2k^2 x^2 \eta^2} \quad (52-5)$$

$$= \frac{2100875\sqrt{7}a^2 k^2}{576(36 + 49a^2 k^2)^{9/2}}$$

است. این نتیجه با اندکی ساده سازی دقیقاً برابر با مقدار ذکر شده برای این گذار در جدول (5-1) از مقاله [31] می باشد که صحت روش محاسبات ما را نشان می دهد. یک حالت خاص دیگر را با پارितه ی منفی از جدول (5-1) محاسبه می کنیم.

۳.۶.۵ گذار به حالت $|111^-_M\rangle$ با پاریته ی منفی

حالت خاص $|111^-_M\rangle = N(1535)$ بررسی می شود که با استفاده از جدول (7-1) و (7-2) در پیوست برای این حالت برانگیخته تابع موج به صورت زیر خواهد بود

$$\psi = \psi_{11} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{110}\Omega_{MA} + Y_{101}\Omega_{MS}] \quad (53-5)$$

بنابراین اعضای ماتریس عملگر U بین تابع موج حالت پایه و حالت اولیه به صورت زیر

$$\langle 111_M^- | U | N(938) \rangle = \left\langle \psi_{11} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{110} \phi_{MA} + Y_{101} \phi_{MS}] \chi_S \right| \hat{U} | \psi_{00} Y_{000} \Omega_S \rangle \quad (54-5)$$

خواهد شد و از آنجا که عملگر U فقط بر قسمت فضایی تابع موج اثر دارد بنابراین معادله‌ی (54-5) به فرم زیر تبدیل می‌شود:

$$\langle 111_M^- | U | N(938) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \psi_{11} Y_{110} | \hat{U} | \psi_{00} Y_{000} \rangle + \langle \psi_{11} Y_{101} | \hat{U} | \psi_{00} Y_{000} \rangle \quad (55-5)$$

که در آن از معادله (53-5) برای قسمت فضایی تابع موج استفاده می‌کنیم بنابراین اعضای ماتریس (55-5) به شکل زیر

$$(56-5)$$

$$\begin{aligned} \langle N(1520) | U | N(938) \rangle = & \int d^3 \rho d^3 \lambda \psi_{11}(x) Y_{101}(\xi, \Omega_\rho, \Omega_\lambda) e^{-i\eta k x \cos(\xi)} \psi_{00}(x) Y_{000}(\xi, \Omega_\rho, \Omega_\lambda) \\ & + \int d^3 \rho d^3 \lambda \psi_{11}(x) Y_{110}(\xi, \Omega_\rho, \Omega_\lambda) e^{-i\eta k x \cos(\xi)} \psi_{00}(x) Y_{000}(\xi, \Omega_\rho, \Omega_\lambda) \end{aligned}$$

محاسبه می‌شود. در این مورد یک نکته مهم است و آن هم توجه به این مسئله که چون حالت نهایی با پارитеی فرد ظاهر می‌شود برای بقای پارите که یک الزام در برهم‌کنش الکترومغناطیس است، باید بخشی از فرم عملگری را که یک تابع فرد است انتخاب کنیم و بنابراین خواهیم داشت

$$\begin{aligned} -i \int_0^\infty x^5 \left(\frac{e^{-\frac{x\eta}{2a}} \sqrt{\frac{\eta^6}{a^6}}}{2\sqrt{30}} \right) 8\sqrt{\frac{2}{3\pi}} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{125\sqrt{\frac{5}{7}} e^{-\frac{5x\eta}{14a}} x\eta \sqrt{\frac{\eta^6}{a^6}}}{28812a} \right) \frac{3k\pi x\eta \text{Bessel}J\left[3, \sqrt{k^2 x^2 \eta^2}\right]}{2(k^2 x^2 \eta^2)^{3/2}} = \\ -i \frac{18007500\sqrt{7}ak}{(36 + 49a^2 k^2)^{9/2}} \end{aligned} \quad (57-5)$$

این نتیجه بعد از ساده سازی دقیقاً نتیجه‌ی حاصل شده در جدول (5-1) خواهد بود. در ادامه تغییرات دامنه هلیسیتی را با هر سه گذاری که در این مقاله ذکر شده محاسبه و با آن مقایسه می‌کنیم.

۴.۶.۵ تغییرات دامنه هلیسیتی در گذار $A_{1/2}N(1650)S_{11}$ و $A_{1/2}N(1535)S_{11}$

برای بازیابی نتایج تغییرات دامنه هلیسیتی در گذار به $A_{1/2}N(1535)S_{11}$ و $A_{1/2}N(1650)S_{11}$ مقاله [۳۱] تابع موج حالت نهایی و حالت اولیه را از همین مقاله انتخاب می‌کنیم. دامنه های هلیسیتی عرضی $A_{1/2}, A_{3/2}$ در واقع ترکیب هایی از عامل شکل های $F(k), G(k)$ خواهند بود و تابعی از انرژی انتقال یافته توسط فوتون به نوکلئون خواهد بود. در مقاله [۳۱] دامنه ها را برای لایه های پایین حساب می‌کند زیرا داده های تجربی را بهتر تولید می‌کند، از معادله (۵-۲۹) می‌دانیم که تغییر دامنه ی هلیسیتی با عناصر ماتریس زیر تعیین می‌شود

$$A = \langle N(1535), [70, 1^-], {}^2 8_{1/2} | H^{em} | {}^2 8_{1/2}, [56, 0^+], N(938) \rangle \quad (۵۸-۵)$$

هامیلتونی برهم کنش بین دو حالت پایه و حالت برانگیخته شده به صورت زیر خواهد بود.

$$(۵۹-۵)$$

$$A_{1/2} = \left\langle B, M_J' = 1/2 \left| 6\sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu [e^3 \exp(-ikz^3)] \{k(s_x + is_y)^{(3)} - \frac{1}{g}(p_x + ip_y)^{(3)}\} \right| N, M_J = -1/2 \right\rangle$$

که در آن حالت پایه $|N, M_J = -1/2\rangle$ دارای مشخصه ی $L=0$ و $J=1/2$ و امکان های زیر را دارد

$$J=1/2 \rightarrow \begin{cases} j_z = 1/2 \\ j_z = -1/2 \end{cases} \rightarrow J_z = l_z + s_z \rightarrow \begin{cases} j_z = 0+1/2 \\ j_z = 0-1/2 \end{cases} \quad (۶۰-۵)$$

$$S=1/2 \rightarrow s_z = 1/2, -1/2$$

$$L=0 \rightarrow l_z = 0$$

طبق رابطه بالا و جمع روی تمام حالت های ترکیب قسمت فضایی تابع موج به صورت زیر

$$({}^2 8_{1/2}, 56) = \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_{00} (\phi^{ms} \chi_{\pm 1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{\pm 1/2}^{mA}) \quad (61-5)$$

است و برای حالت نهایی $A_{1/2} N(1535) S_{11}$ تغییر پایه به $L=1$ و $S = \frac{1}{2}$ و $J = 1/2$ صورت می‌پذیرد و برای رسیدن به این حالت چهار امکان زیر به وجود می‌آید

$$J = 1/2 \rightarrow \begin{cases} j_z = 1/2 \\ j_z = -1/2 \end{cases} \rightarrow J_z = l_z + s_z \rightarrow \begin{cases} j_z = 0 + 1/2 \\ j_z = 0 - 1/2 \\ j_z = 1 - 1/2 \\ j_z = -1 + 1/2 \end{cases} \quad (62-5)$$

$$S = 1/2 \rightarrow s_z = 1/2, -1/2$$

$$L = 1 \rightarrow l_z = 0, 1, -1$$

تابع موج حالت نهایی جمع بر روی امکان‌های به وجود آمده است:

$$(63-5)$$

$$({}^2 8_{1/2}, 70) \psi_{JJ_z} = \sum_{L_z + S_z = J_z} \langle JJ_z | LL_z, SS_z \rangle \frac{1}{2} \left\{ \psi_{LL_z}^{M,S} (\phi^{m,S} \chi^{m,S} - \phi^{mA} \chi^{mA}) + \psi_{LL_z}^{M,A} (\phi^{m,S} \chi^{m,A} + \phi^{mA} \chi^{m,S}) \right\}$$

که در آن ترکیب متقارن مخلوط و پادمتقارن مخلوط طعم‌های کوارک به صورت

$$\Phi_{MS} = \frac{1}{\sqrt{6}} (udu + duu - 2uud) \quad (64-5)$$

$$\Phi_{MA} = \frac{1}{\sqrt{6}} (dud + udd - 2ddu)$$

خواهد بود همچنین برای ترکیب اسپینی

$$\chi_{-1/2}^{MS} = \frac{1}{\sqrt{6}} (\downarrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\downarrow - 2\downarrow\downarrow\uparrow) \quad (۶۵-۵)$$

$$\chi_{1/2}^{MS} = \frac{1}{\sqrt{6}} (\uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow - 2\uparrow\uparrow\downarrow)$$

است. تغییرات دامنه هلیسیتی برای گذار $N(938) \rightarrow N(1535)$ در برهم‌کنش یک فوتون راست‌گرد (هلیسیتی ۱) با نوکلئون (هلیسیتی $\lambda = \pm 1/2$)، امکان ایجاد $A_{1/2}$ و $A_{3/2}$ ($\lambda_f = 1 + (\lambda_i = \pm 1/2)$) را فراهم می‌کند که با توجه به تکانه‌ی زاویه‌ای کل در حالت نهایی بنابراین تنها گذار ممکن با یک فوتون راست‌گرد گذار $1/2$ خواهد بود پس برای محاسبه‌ی $A_{1/2}$ ، باید به این نکته دقت کنیم که تنها گذار از حالت $J_z = -\frac{1}{2}$ به حالت $J_z = \frac{1}{2}$ امکان پذیر است که با توجه به معادله‌ی (۶۲-۵) رسیدن به $J_z = \frac{1}{2}$ در حالت نهایی با دو انتخاب صورت خواهد گرفت.

$$J_z = l_z + s_z \rightarrow \begin{cases} j_z = 0 + 1/2 \\ j_z = 1 - 1/2 \end{cases} \quad (۶۶-۵)$$

این دو امکان از چهار امکان قبل نشان می‌دهد که، این گذار اثر انتقال با عملگر $p_\rho + ip_\lambda$ می‌باشد، زیرا گذار از حالت اولیه با $J_z = S_z = -\frac{1}{2}$ و $l = 0$ به حالت نهایی با $J_z = \frac{1}{2}$ و $L_z = 1$ نیازمند یک انتقال تکانه است و همچنین اثر انتقال (دوران) اسپین با عملگر $s_\rho + is_\lambda$ باشد که سبب خواهد شد گذار از حالت $L_z = 0$ ، $S_z = -\frac{1}{2}$ به حالت نهایی با $L_z = 0$ ، $S_z = \frac{1}{2}$ رخ بدهد که بر اساس این دو امکان (۶۶-۵) و با توجه به فرم کلی تابع موج در رابطه‌ی (۶۳-۵) تابع موج حالت نهایی به صورت زیر خواهد بود:

(۶۷-۵)

$$\begin{aligned}
(^2 8_{1/2}, 70) \psi_{J_z} = & \left\langle J 1/2 \middle| 10, \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle \frac{1}{2} (\psi_{10}^{M,S} (\phi^{m,S} \chi^{m,S} - \phi^{m,A} \chi^{m,A}) + \psi_{10}^{M,A} (\phi^{m,S} \chi^{m,A} + \phi^{m,A} \chi^{m,S})) \\
& + \left\langle J 1/2 \middle| 11, \frac{1}{2} \frac{-1}{2} \right\rangle \frac{1}{2} (\psi_{11}^{M,S} (\phi^{m,S} \chi^{m,S} - \phi^{m,A} \chi^{m,A}) + \psi_{11}^{M,A} (\phi^{m,S} \chi^{m,A} + \phi^{m,A} \chi^{m,S}))
\end{aligned}$$

و تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}$ بر اساس معادله (۵۹-۵) به صورت زیر نوشته خواهد شد

$$A_{1/2} = 6\sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ \left\langle J \frac{1}{2} \middle| 10, \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle R_{10}^{M,S} k \left[\left\langle \phi^{M,S} \middle| e^3 \middle| \phi^{M,S} \right\rangle \left\langle \chi_{1/2}^{M,S} \middle| S_+^3 \middle| \chi_{-1/2}^{M,S} \right\rangle \right] \right. \\
\left. + \left\langle J \frac{1}{2} \middle| 11, \frac{1}{2} \frac{-1}{2} \right\rangle R_{11}^{M,S} \left(-\frac{1}{g} \right) \left[\left\langle \phi^{M,S} \middle| e^3 \middle| \phi^{M,S} \right\rangle - \left\langle \phi^{M,A} \middle| e^3 \middle| \phi^{M,A} \right\rangle \right] \right\} \quad (۶۸-۵)$$

از آنجا که میدانیم $S_3^+ \uparrow\uparrow\downarrow = \uparrow\uparrow\uparrow$ و $S_3^+ \downarrow\downarrow\uparrow = 0$ بنابراین

$$\begin{aligned}
\left\langle \chi_{1/2}^{M,S} \middle| S_+^3 \middle| \chi_{-1/2}^{M,S} \right\rangle &= -\frac{1}{3} \\
\left\langle \chi_{1/2}^{M,A} \middle| S_+^3 \middle| \chi_{-1/2}^{M,A} \right\rangle &= 1
\end{aligned} \quad (۶۹-۵)$$

و همچنین $e_3 ddu = \frac{2}{3} ddu$ و $e_3 uud = -\frac{1}{3} uud$ پس

$$\left\langle \phi_{MS}^p \middle| e_3 \middle| \phi_{MS}^p \right\rangle = 0 \quad ; \quad \left\langle \phi_{MA}^p \middle| e_3 \middle| \phi_{MA}^p \right\rangle = \frac{2}{3} \quad (۷۰-۵)$$

است سپس با محاسبه‌ی ضرائب کلیش-گوردن در معادله‌ی (۶۶-۵) در نهایت خواهیم داشت.

$$A_{1/2} = \sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu \sqrt{\frac{2}{3}} [\sqrt{2} g^{-1} R_{11}^{M,S} + k R_{10}^{M,S}] \quad (۷۱-۵)$$

که در آن

$$R_{11}^{M,S} \equiv \left\langle \psi_{11}^{M,S} \middle| \exp(-ikz^3) (p_x + ip_y) \middle| \psi_{00}^S \right\rangle \quad (۷۲-۵)$$

$$R_{10}^{M,S} \equiv \left\langle \psi_{10}^{M,S} \middle| \exp(-ikz^3) \middle| \psi_{00}^S \right\rangle$$

است و چون هدف ما در صحت سنجی محاسباتمان این است که نتیجه بدست آمده در مقاله [۳۱] را

باز تولید کنیم، بنابراین برای محاسبه‌ی این ماتریس از فرم تابع موج این مقاله استفاده می‌کنیم و با

در نظر گرفتن پارامترهای تابع موجی زیر

$$w = 1.535 \text{ GeV}$$

$$m = 0.938 \text{ GeV}$$

$$s = 0.816$$

$$a = 0.63 \text{ GeV}$$

$$\mu = 0.313 \text{ GeV}$$

$$k = \sqrt{\frac{((w^2) - (m^2))^2}{4(w^2) + Q^2} + Q^2};$$

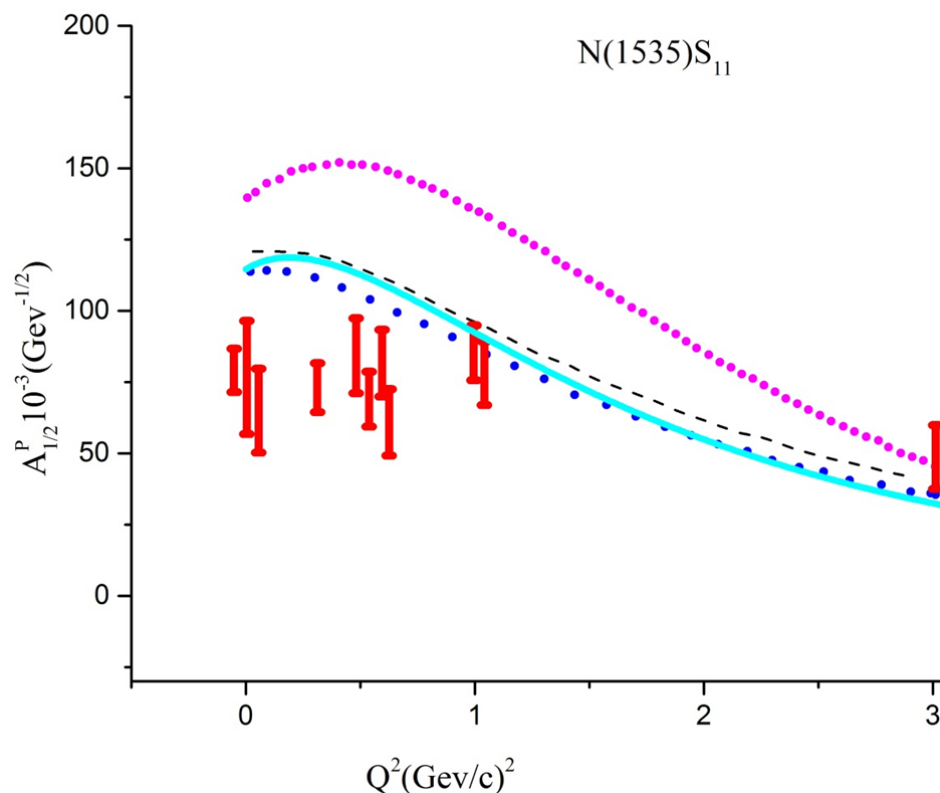
$$k_0 = \sqrt{k^2 - Q^2};$$

$A_{1/2}$ به صورت زیر محاسبه و در شکل (۵-۳) رسم شده است.

$$A_{1/2} = \left(\left(\frac{4501875 \sqrt{\frac{21}{2}} a k (648 + 49a^2 k^2 (245a^2 k^2)) \pi}{4(36 + 49a^2 k^2)^{13/2} \sqrt{k^2 s^2}} \right) \left(I_2 \sqrt{2} \sqrt{\frac{\pi}{k_0}} 0.13 \sqrt{\frac{1}{6}} k \mu \right) \frac{32 \sqrt{\frac{2}{3}}}{2\pi} \right) \quad (5-73)$$

$$+ \left(\left(\frac{4501875 \sqrt{\frac{21}{2}} a \pi (k^2 s^2)^{3/2}}{8k^2 (36 + 49a^2 k^2)^{9/2} s^3} \right) \left(-I_2 \sqrt{\frac{\pi}{k_0}} 0.13 \sqrt{\frac{1}{6}} k \right) \frac{32 \sqrt{\frac{2}{3}}}{2\pi} \right) \right)$$

این نتایج در نمودارهای ۵-۵ نمایش داده می‌شود.



شکل ۵-۵: تغییرات دامنه هلیسیتی در گذار $A_{1/2}^P(P(938) \rightarrow N(1535))$ نمودار (۵-۵) باز تولید تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}^P$ را برای گذار به $A_{1/2}N(1535)S_{11}$ در کار ما با نمودار سبز رنگ نشان می دهد. نقاط دایره‌ای با رنگ صورتی نتایج را برای یک پتانسیل هارمونیک نشان داده است [۸۱][۸۲]. نقاط آبی رنگ نتایج کار [۳۱] را با در نظر گرفتن نقش برهمکنشی اسپین و ایزو اسپین و خط چین نتایج را بدون در نظر گرفتن اثر برهمکنش ریز، در پتانسیل برهمکنشی نشان می دهد. نقاط تجربی از مقاله [۸۳] گرفته شده است.

نکته‌ای که در نمودار ۵-۵ به چشم می خورد این است که مدل غیر نسبیتی قادر نیست در انرژی‌های پایین نتایج را بخوبی باز یابی کند زیرا اثر ابر مزونی سبب می شود سیستم سه کوارکی سیستم کاملاً دقیقی نباشد، از طرفی با توجه به نمودار برهمکنش ناکشسان ۴-۱۱ در می یابیم که در انرژی‌های پایین $W = M$ پراکندگی از فرم ناکشسان خارج می شود بنابراین نمی توان پاسخ خوبی در انرژی‌های پایین

داشته باشد اما تصحیحات نسبیته در انرژی پایین جواب را بهبود ببخشد [۸۴] همچنین نمودار خط چین و نقاط آبی رنگ نشان می‌دهد اثر برهم‌کنشی اسپین و ایزواسپین مگر در موارد جزئی در تغییرات دامنه هلیسیتی ناچیز خواهد بود. از طرفی چون پتانسیل برهم‌کنشی شبه کولنی نمی‌تواند پتانسیل مناسبی برای توصیف برهم‌کنش بین کوارک‌ها باشد شما مشاهده می‌کنید که در بازیابی نتایج تجربی بسیار ضعیف عمل می‌کند. بنابراین انتخاب درست پتانسیل برهم‌کنشی بسیار اهمیت دارد.

۵.۶.۵ محاسبه‌ی تغییرات دامنه هلیسیتی برای گذار به حالت $N(1650)S_{11}$

گذار به صورت زیر خواهد بود

$$A = \langle N(1650), [70, 1^-], {}^4 8_{1/2} | H^{em} | {}^2 8_{1/2}, [56, 0^+], N(938) \rangle \quad (۷۴-۵)$$

$N(938) \rightarrow N(1650)$ نشان دهنده‌ی گذار از حالتی با $S = \frac{1}{2}, J = \frac{1}{2}$ به حالت نهایی با $J = \frac{1}{2}$

است که حالت نهایی $S = \frac{3}{2}$ را دارد. نشان خواهیم داد که این نیز با دو انتخاب صورت خواهد گرفت

که در آن حالت پایه را از معادله‌های (۵-۶۰) و (۵-۶۱) داریم و حالت نهایی با $L = 1$ و $S = \frac{3}{2}$ و

$J = 1/2$ دارای مشخصات زیر

$$L = 1 \Rightarrow l_z = 0, -1, 1$$

$$S = 3/2 \Rightarrow s_z = -3/2, 3/2, 1/2, -1/2 \quad (۷۵-۵)$$

$$J = 1/2 \Rightarrow j_z = -1/2, 1/2$$

است بنابراین برای رسیدن به این حالت چندین امکان به وجود می‌آید که به صورت زیر

$$j_z = s_z + l_z$$

$$\begin{cases} 1/2 = 1/2 + 0 \\ 1/2 = -1/2 + 1 \\ 1/2 = 3/2 - 1 \end{cases}, \begin{cases} -1/2 = -1/2 + 0 \\ -1/2 = 1/2 + (-1) \\ -1/2 = -3/2 + 1 \end{cases} \quad (۷۶-۵)$$

خواهد بود و تابع موج در حالت کلی برای امکان‌های به وجود آمده به شکل

$$({}^4 8_{1/2}, 70) \psi_{JJ_z} = \sum_{L_z + S_z = J_z} \langle JJ_z | LL_z, SS_z \rangle \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \psi_{LL_z}^{M,S}(\phi^{m,s} \chi^S) + \psi_{LL_z}^{M,A}(\phi^{m,A} \chi^S) \right\} \quad (۷۷-۵)$$

است که تغییرات دامنه هلیسیتی با توجه به تکانه‌ی زاویه‌ای کل در حالت نهایی و حالت اولیه تنها گذار ممکن گذار $\frac{1}{2}$ خواهد بود پس برای محاسبه‌ی $A_{1/2}$ ، باید به این نکته دقت کنیم که با وجود برهم‌کنش یک فوتون راست گرد با هلیسیتی ۱، ما تنها اجازه استفاده از حالت اولیه با $j_z = -1/2$ را خواهیم داشت که نشان دهنده‌ی گذار از حالت $J_z = -\frac{1}{2}$ به حالت $J_z = \frac{1}{2}$ است که این نیز با دو انتخاب صورت خواهد گرفت، این گذار می‌تواند اثر انتقال با عملگر $p_\rho + ip_\lambda$ باشد از حالت اولیه با $J_z = S_z = -\frac{1}{2}$ به حالت نهایی با $J_z = \frac{1}{2}$ که شامل $s_z = -1/2, L_z = 1$ است، باشد یا به وسیله‌ی عملگر دوران $S_+ = s_\rho + is_\lambda$ گذار از حالت اولیه با $J_z = S_z = -\frac{1}{2}$ به حالت نهایی با $J_z = S_z = \frac{1}{2}, L_z = 0$ رخ دهد، در نهایت بر اساس این سه امکان و با توجه به فرم کلی تابع موج در رابطه‌ی (۷۷-۵) تابع موج حالت نهایی به صورت زیر خواهد بود که در آن ترکیب متقارن مخلوط و پادمتقارن مخلوط طعم‌های کوارک وجود دارد:

$$({}^4 8_{1/2}, 70) \psi_{JJ_z} = \langle J1/2 | L1, S-1/2 \rangle \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \psi_{LL_z}^{M,S}(\phi^{m,s} \chi^S) + \psi_{LL_z}^{M,A}(\phi^{m,A} \chi^S) \right\} +$$

$$\langle J1/2 | L0, S1/2 \rangle \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \psi_{LL_z}^{M,S}(\phi^{m,s} \chi^S) + \psi_{LL_z}^{M,A}(\phi^{m,A} \chi^S) \right\} \quad (۷۸-۵)$$

گذار $\frac{1}{2}$ به حالت $N(1650)$ ، بنابر بر هامیلتونی برهم کنش بین دو حالت پایه و حالت برانگیخته شده به صورت زیر خواهد بود.

(۷۹-۵)

$$A_{1/2} = \left\langle B, M_J' = \frac{1}{2} \left| 6\sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu [e^3 \exp(-ikz^3)] \{k(s_x + is_y)^{(3)} - \frac{1}{g}(p_x + ip_y)^{(3)}\} \right| N, M_J = -\frac{1}{2} \right\rangle$$

$$= 6\sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu \frac{1}{2} \left\{ \left\langle J \frac{1}{2} \left| 10, \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle R_{10}^{M,S} k \left[\langle \phi^{M,S} | e^3 | \phi^{M,S} \rangle \langle \chi^S | S_+^3 | \chi_{-1/2}^{M,S} \rangle \right] \right. \right.$$

$$+ \left\langle J \frac{1}{2} \left| 11, \frac{1}{2} \frac{-1}{2} \right\rangle R_{11}^{M,S} \left(-\frac{1}{g}\right) \left[\langle \phi^{M,S} | e^3 | \phi^{M,S} \rangle \langle \chi^S | \chi_{-1/2}^{M,S} \rangle \right] +$$

$$\left. \left\langle J \frac{1}{2} \left| 1-1, \frac{1}{2} \frac{3}{2} \right\rangle R_{11}^{-M,S} \left(-\frac{1}{g}\right) \left[\langle \phi^{M,S} | e^3 | \phi^{M,S} \rangle \langle \chi^S | \chi_{-1/2}^{M,S} \rangle \right] \right\}$$

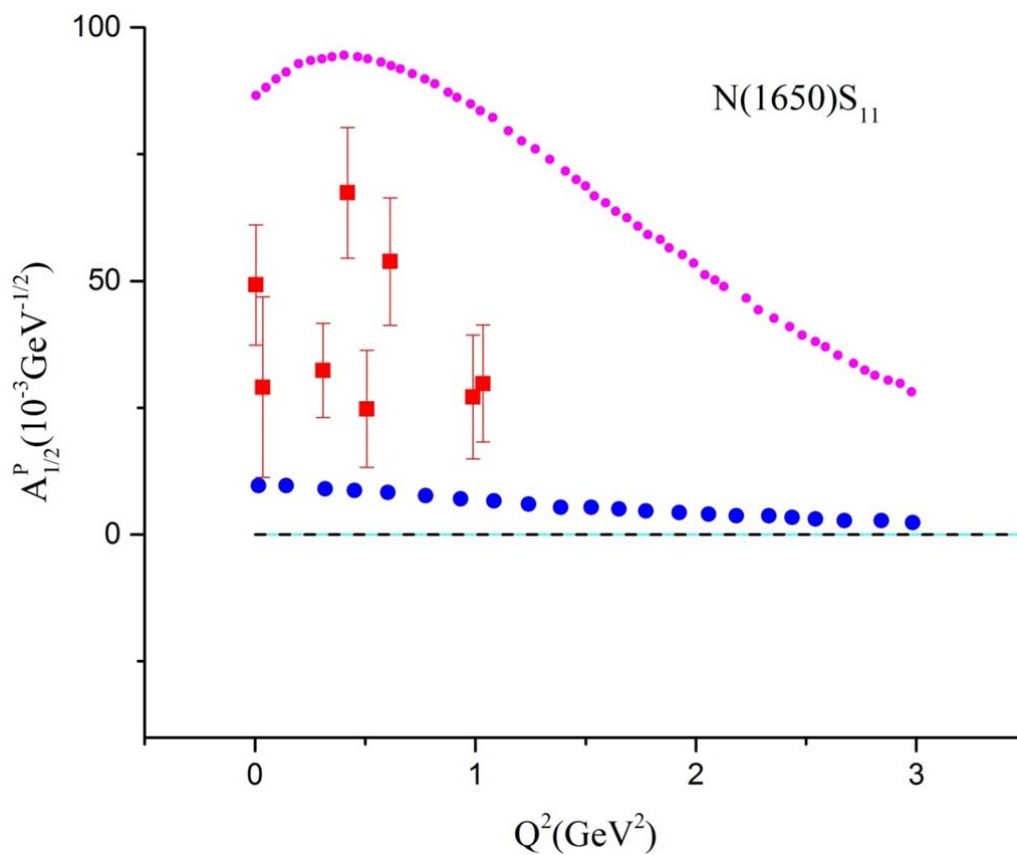
که با توجه به رابطه‌ی بین اسپین و طعم کوارک‌ها در شرایط گذار که به صورت زیر

$$\langle \chi^S | S_+^3 | \chi_{1/2}^{M,S} \rangle = 0$$

$$\langle \chi^S | \chi_{-1/2}^{M,S} \rangle = 0$$

(۸۰-۵)

است، بنابراین تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}$ در گذار به $N(1650)$ صفر خواهد بود که نشان می‌دهد در نظر گرفتن اثر اسپینی در پتانسیل برهم کنش بین کوارک‌ها می‌تواند نتایج بهتری را ایجاد کند.



شکل ۵-۶: تغییرات دامنه هلیسیتی در گذار $A_{1/2}^P(P(938) \rightarrow N(1650))$ نمودار (۵-۶) باز تولید تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}^P$ را برای گذار به $A_{1/2}N(1650)S_{11}$ در کار ما با نمودار سبز رنگ نشان می‌دهد که برای تمام مقتدیر انرژی صفر است. نقاط دایره‌ای با رنگ صورتی نتایج را برای یک پتانسیل هارمونیک نشان داده است [۸۱][۸۲]. نقاط آبی رنگ نتایج کار [۳۱] را با در نظر گرفتن نقش برهمکنشی اسپین و ایزو اسپین و خط چین نتایج را بدون در نظر گرفتن اثر برهمکنش ریز، در پتانسیل برهم‌کنشی نشان می‌دهد و نشان می‌دهد در این مورد خاص در نظر گرفتن برهمکنش اسپین-ایزو اسپینی نتایج غیر صفر را بدست می‌آورد هرچند با مقادیر تجربی اختلاف دارد. نقاط تجربی از مقاله‌ی [۸۳] گرفته شده است.

۶.۶.۵ محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{3/2} N(1520)D_{13}$

در گذار به حالت نهایی $N(1520)D_{13}$ که در آن اسپین $s=1/2$ با $L=1$ و تکانه کل $J=3/2$ است انتخاب‌های موجود برای دست یافتن به تکانه کل $J=3/2$ به صورت زیر شکل می‌گیرد.

$$j_z = s_z + l_z$$

$$\begin{cases} -3/2 = -1/2 - 1 \\ -1/2 = -1/2 + 0 \\ -1/2 = 1/2 + (-1) \end{cases}, \begin{cases} 3/2 = 1/2 + 1 \\ 1/2 = 1/2 + 0 \\ 1/2 = -1/2 + 1 \end{cases} \quad (۸۱-۵)$$

بنابراین تابع موج حالت نهایی به صورت زیر، جمع بر روی تمام امکان‌های موجود خواهد بود.

(۸۲-۵)

$$\begin{aligned} ({}^2 8_{3/2}, 70) \psi_{JJ_z} = \sum_{L_z + S_z = J_z} \langle JJ_z | LL_z, SS_z \rangle \frac{1}{2} \\ \left\{ \psi_{LL_z}^{M,S} (\phi^{m,s} \chi^{m,s} - \phi^{mA} \chi^{mA}) + \psi_{LL_z}^{M,A} (\phi^{m,S} \chi^{m,A} + \phi^{mA} \chi^{m,S}) \right\} = \\ \langle J3/2 | L1, S1/2 \rangle \frac{1}{2} \left\{ \psi_{LL_z}^{M,S} (\phi^{m,s} \chi^{m,s} - \phi^{mA} \chi^{mA}) + \psi_{LL_z}^{M,A} (\phi^{m,S} \chi^{m,A} + \phi^{mA} \chi^{m,S}) \right\} + \\ \langle J-3/2 | L-1, S-1/2 \rangle \frac{1}{2} \left\{ \psi_{LL_z}^{M,S} (\phi^{m,s} \chi^{m,s} - \phi^{mA} \chi^{mA}) + \psi_{LL_z}^{M,A} (\phi^{m,S} \chi^{m,A} + \phi^{mA} \chi^{m,S}) \right\} + \\ \langle J1/2 | L1, S-1/2 \rangle \frac{1}{2} \left\{ \psi_{LL_z}^{M,S} (\phi^{m,s} \chi^{m,s} - \phi^{mA} \chi^{mA}) + \psi_{LL_z}^{M,A} (\phi^{m,S} \chi^{m,A} + \phi^{mA} \chi^{m,S}) \right\} + \\ \langle J1/2 | L0, S1/2 \rangle \frac{1}{2} \left\{ \psi_{LL_z}^{M,S} (\phi^{m,s} \chi^{m,s} - \phi^{mA} \chi^{mA}) + \psi_{LL_z}^{M,A} (\phi^{m,S} \chi^{m,A} + \phi^{mA} \chi^{m,S}) \right\} + \\ \langle J-1/2 | L0, S-1/2 \rangle \frac{1}{2} \left\{ \psi_{LL_z}^{M,S} (\phi^{m,s} \chi^{m,s} - \phi^{mA} \chi^{mA}) + \psi_{LL_z}^{M,A} (\phi^{m,S} \chi^{m,A} + \phi^{mA} \chi^{m,S}) \right\} + \\ \langle J-1/2 | L-1, S1/2 \rangle \frac{1}{2} \left\{ \psi_{LL_z}^{M,S} (\phi^{m,s} \chi^{m,s} - \phi^{mA} \chi^{mA}) + \psi_{LL_z}^{M,A} (\phi^{m,S} \chi^{m,A} + \phi^{mA} \chi^{m,S}) \right\} \end{aligned}$$

که در رسیدن به این حالت برانگیخته باید امکان گذار $A_{3/2}$ و $A_{1/2}$ بررسی شود، بنابراین با توجه به حالت نهایی، برهم‌کنش یک فوتون راست گرد با هلیسیتی ۱، به ما اجازه استفاده از حالت اولیه با

$J_z = \frac{1}{2}$ و $j_z = -1/2$ را خواهد داد که نشان دهنده‌ی گذار از حالت $J_z = -\frac{1}{2}$ به حالت $J_z = \frac{1}{2}$

و ایجاد $A_{1/2}$ یا $J_z = \frac{1}{2}$ به حالت $J_z = \frac{3}{2}$ و ایجاد $A_{3/2}$ است که ابتدا $A_{3/2}$ را بررسی می‌کنیم. گذار

$A_{3/2}$ می‌تواند اثر انتقال با عملگر $p_\rho + ip_\lambda$ از حالت اولیه با $J_z = S_z = \frac{1}{2}$ به حالت نهایی با $J_z = \frac{3}{2}$

باشد که تنها یک امکان می‌تواند این گذار را نمایش دهد که به صورت زیر خواهد بود.

$$A_{3/2} = \langle J3/2 | L1, S1/2 \rangle \frac{1}{2} \left\langle \psi_{L_z}^{M,S} (\phi^{m,S} \chi^{m,S} - \phi^{m,A} \chi^{m,A}) + \psi_{L_z}^{M,A} (\phi^{m,S} \chi^{m,A} + \phi^{m,A} \chi^{m,S}) \middle| H^{em} \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_{00} (\phi^{m,S} \chi_{1/2}^{m,S} + \phi^{m,A} \chi_{1/2}^{m,A}) \right. \right\rangle$$

$$= 6\sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ \left\langle J\frac{3}{2} \middle| 11, \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle R_{11}^{M,S} \left(-\frac{1}{g} \right) \left[\langle \phi^{M,S} | e^3 | \phi^{M,S} \rangle - \langle \phi^{M,A} | e^3 | \phi^{M,A} \rangle \right] \right\} \quad (۸۳-۵)$$

با محاسبه‌ی اعضای ماتریسی فوق برای $N(1520)D_{13}$ و با توجه به داده‌های مقاله [۳۱] بدست می‌آوریم که:

$$w = 1.520 \text{ GeV}$$

$$m = 0.938 \text{ GeV}$$

$$s = 0.816$$

$$a = 0.63 \text{ GeV}$$

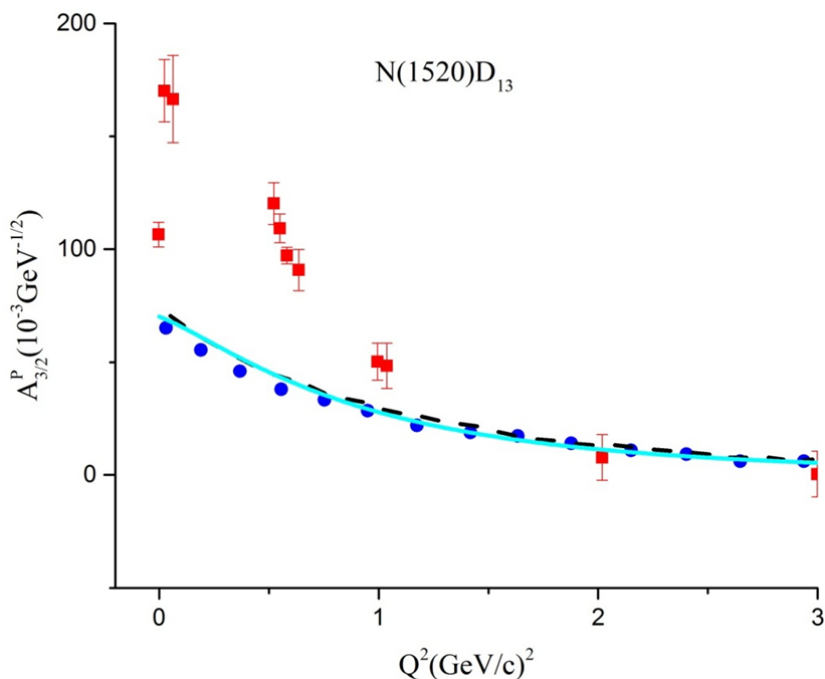
$$\mu = 0.313 \text{ GeV} \quad (۸۴-۵)$$

$$k = \sqrt{\frac{((w \wedge 2) - (m \wedge 2))^2}{2((w \wedge 2) + (m \wedge 2)) + Q^2} + Q^2};$$

$$k_0 = \sqrt{k^2 - Q^2};$$

$$A_{3/2} = \left(\left(\frac{4501875 \sqrt{\frac{21}{2}} a \pi}{8(36 + 49a^2 k^2)^{9/2} s} \right) \left(\left(I \sqrt{2} \sqrt{\frac{\pi}{k_0}} 0.13 \sqrt{\frac{2}{3}} k \mu \right) \right)^{32} \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}}{2\pi} \right)$$

و در نمودار (۷-۵) تغییرات $A_{3/2}$ را بر اساس Q^2 رسم کرده‌ایم.



شکل ۷-۵: تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{3/2}^P$ در گذار $N(938) \rightarrow A_{3/2}N(1520)S_{11}$ نمودار (۷-۵) باز تولید تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{3/2}^P$ را برای گذار به $A_{3/2}N(1520)S_{11}$ در کار ما با نمودار سبز رنگ نشان می‌دهد که برای تمام مقتدر انرژی صفر است. نقاط آبی رنگ نتایج کار [۳۱] را با در نظر گرفتن نقش برهمکنشی اسپین و ایزو اسپین و خط چین نتایج را بدون در نظر گرفتن اثر برهمکنش ریز، در پتانسیل برهم‌کنشی نشان می‌دهد و نشان می‌دهد در این مورد خاص در نظر گرفتن برهم‌کنش اسپین-ایزو اسپینی نتایج غیر صفر را بدست می‌آورد هر چند با مقادیر تجربی اختلاف دارد. نقاط تجربی از مقاله‌ی [۸۳] گرفته شده است.

این گذار که تنها از اثر انتقال تکانه ایجاد شده است با افزایش انرژی روند کاهشی خواهد داشت که نشان می‌دهد با افزایش انرژی امکان دارد گذار به حالتی با تکانه‌ی بزرگتر انجام بگیرد و برای گذار مورد بررسی نرخ گذار کاهش یابد و اختلاف شدید با مقادیر تجربی به شکل نامناسب پتانسیل برهم‌کنشی برمی‌گردد.

۷.۶.۵ محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}(1520)$

این گذار می‌تواند اثر انتقال با عملگر $p_\rho + ip_\lambda$ از حالت اولیه با $J_z = S_z = -\frac{1}{2}$ به حالت نهایی با

$J_z = \frac{1}{2}$ باشد که شامل $L_z = 1, S_z = -1/2$ است یا به وسیله عملگر دوران $S_+ = s_\rho + is_\lambda$

انجام شود که گذار از حالت اولیه با $J_z = S_z = -\frac{1}{2}$ به حالت نهایی با $L_z = 0, S_z = \frac{1}{2}$ است که

تنها دو امکان می‌تواند این گذار را نمایش دهد که به صورت زیر خواهد بود.

(۸۵-۵)

$$A_{1/2} = \left\langle \begin{aligned} &\langle J1/2 | L1, S-1/2 \rangle \frac{1}{2} \{ \psi_{\mu_z}^{M,S} (\phi^{m,s} \chi^{m,s} - \phi^{m,A} \chi^{m,A}) + \psi_{\mu_z}^{M,A} (\phi^{m,S} \chi^{m,A} + \phi^{m,A} \chi^{m,S}) \} + \\ &\langle J1/2 | L0, S1/2 \rangle \frac{1}{2} \{ \psi_{\mu_z}^{M,S} (\phi^{m,s} \chi^{m,s} - \phi^{m,A} \chi^{m,A}) + \psi_{\mu_z}^{M,A} (\phi^{m,S} \chi^{m,A} + \phi^{m,A} \chi^{m,S}) \} \end{aligned} \right| H^{em} \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_{00} (\phi^{ms} \chi_{1/2}^{ms} + \phi^{m,A} \chi_{1/2}^{m,A}) \right\rangle$$

$$= 6\sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu \frac{1}{2\sqrt{2}} \left\{ \begin{aligned} &\left\langle J \frac{1}{2} \left| 10, \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle R_{10}^{M,S} k \left[\langle \phi^{M,S} | e^3 | \phi^{M,S} \rangle \langle \chi_{1/2}^{M,S} | S_+^3 | \chi_{-1/2}^{M,S} \rangle - \right. \right. \\ &\left. \left. \langle \phi^{M,A} | e^3 | \phi^{M,A} \rangle \langle \chi_{1/2}^{M,A} | S_+^3 | \chi_{-1/2}^{M,A} \rangle \right] \right. \\ &\left. + \left\langle J \frac{1}{2} \left| 11, \frac{1}{2} \frac{-1}{2} \right\rangle R_{11}^{M,S} \left(-\frac{1}{g}\right) \left[\langle \phi^{M,S} | e^3 | \phi^{M,S} \rangle - \langle \phi^{M,A} | e^3 | \phi^{M,A} \rangle \right] \right\} \end{aligned}$$

بنابراین با بکاربردن معادلات اسپین و طعم باریون‌ها در نهایت با استفاده از داده‌های [۳۱] داریم.

(۸۶-۵)

$$w = 1.520 \text{ GeV}$$

$$m = 0.938 \text{ GeV}$$

$$s = 0.816$$

$$a = 0.63 \text{ GeV}$$

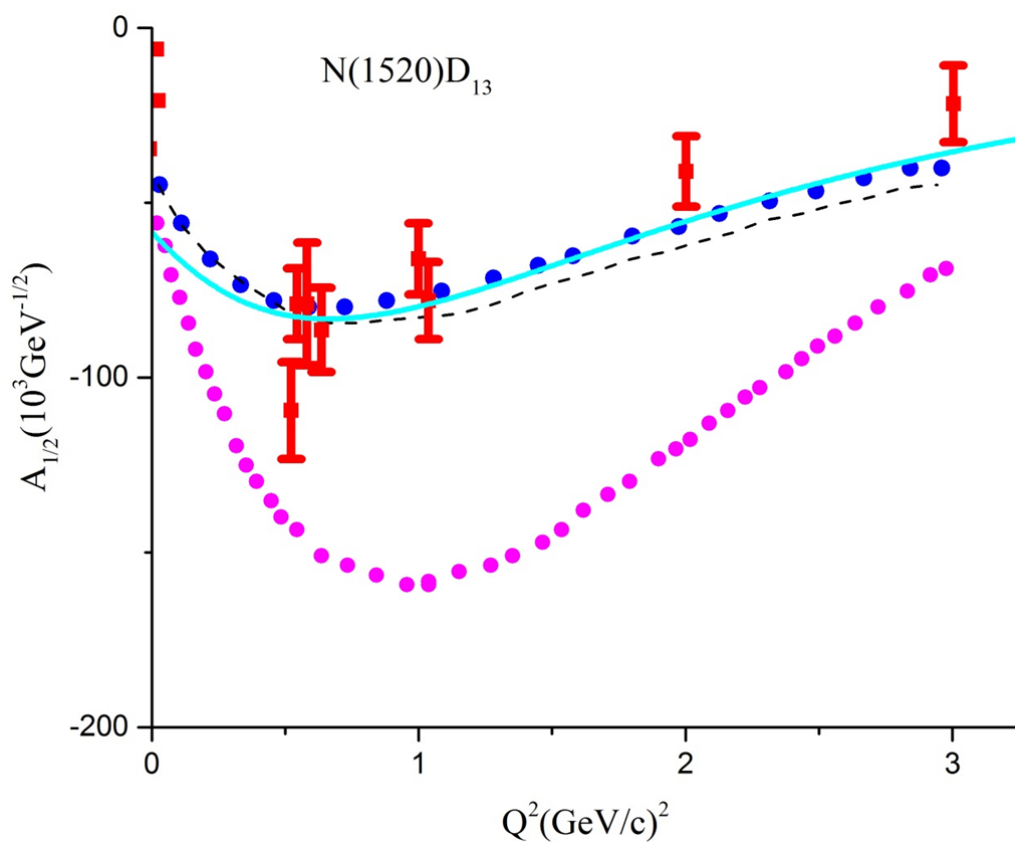
$$\mu = 0.313 \text{ GeV}$$

$$k = \sqrt{\frac{((w^2) - (m^2))^2}{4(w^2) + Q^2}} + Q^2;$$

$$k_0 = \sqrt{k^2 - Q^2};$$

$$A_{1/2} = \left(\left(\left(\frac{4501875 \sqrt{\frac{21}{2}} a k (648 + 49 a^2 k^2 (245 a^2 k^2)) \pi}{4 (36 + 49 a^2 k^2)^{13/2} \sqrt{k^2 s^2}} \right) \right) \left(\left(12 \sqrt{2} \sqrt{\frac{\pi}{k_0}} 0.13 \sqrt{\frac{1}{6} k \mu} \right) \right)^{32} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{2\pi} \right) - \left(\left(\left(\frac{4501875 \sqrt{\frac{21}{2}} a \pi (k^2 s^2)^{3/2}}{8 k^2 (36 + 49 a^2 k^2)^{9/2} s^3} \right) \right) \left(\left(-12 \sqrt{\frac{\pi}{k_0}} 0.13 \sqrt{\frac{1}{6} k} \right) \right)^{32} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{2\pi} \right)$$

که در نهایت نمودار تغییرات $A_{1/2}$ بر اساس Q^2 رسم شده است.



شکل ۵-۸: تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}^P$ را برای گذار به $N(1520)$ نمودار (۵-۸) باز تولید تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}^P$ را برای گذار به $N(1520)$ در صحت سنجی کار ما با نمودار سبز رنگ نشان می‌دهد و نقاط دایره‌ای با رنگ صورتی نتایج را برای یک پتانسیل هارمونیک نشان داده است [۸۱][۸۲]. نقاط آبی رنگ نتایج کار [۳۱] را با در نظر گرفتن نقش برهمکنشی اسپین و ایزو اسپین و خط چین نتایج را بدون در نظر گرفتن اثر برهمکنش ریز، در پتانسیل برهم‌کنشی نشان می‌دهد.

تفاوت ایجاد شده بین محاسبات ما در بازیابی نتایج و خود مقاله [۳۱] به انتخاب جملات تقریبی در انتگرال های دوگانه مرتبط خواهد بود. در ادامه با استفاده از تابع موج بر ازای پتانسیل کورنل که در پیوست ۱ بیان شده است، تغییرات دامنه هلیسیتی محاسبه خواهد شد و عامل شکل های نوکلئون و حالت های تشدید محاسبه می شود. ابتدا از عامل شکل های نوکلئون شروع می کنیم.

۷.۵ محاسبات این رساله

۱.۷.۵ تغییرات دامنه هلیسیتی اسکالر و عامل شکل های نوکلئون

در این رساله ما عامل شکل ها را بر اساس تغییر دامنه ی هلیسیتی محاسبه می کنیم و برای محاسبه عامل شکل های نوکلئون بر اساس تغییر دامنه ی هلیسیتی باید توجه داشت که برهم کنش با امواج الکترومغناطیس فقط امکان چرخش اسپینی را ایجاد می کند و گذار بین دو حالت مشخص رخ می دهد که در آن حالت پایه با $L=0$ و $J=1/2$ مشخص می شود بنابر آنچه که قبلا گفته شد حالت پایه قبل از برهم کنش به صورت

$$(^2 8_{1/2}, 56) = \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_{00} (\phi^{ms} \chi_{\pm 1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{\pm 1/2}^{mA}) \quad (۸۷-۵)$$

است، حالت پایه و حالت نهایی هر دو دارای دو حالت هلیسیتی $\lambda_i = \pm 1/2$ است بنابراین حالت پایه در برهم کنش با یک فوتون مجازی با قطبش عرضی $\lambda = +1$ و یک قطبش اسکالر $\lambda = 0$ می تواند حالت هایی با هلیسیتی $\lambda_f = 1/2$ ایجاد کند که با توجه به حالت پایه، حالت های گذار زیر به وجود می آید که شامل یک جفت شدگی عرضی و اسکالر خواهد بود، جفت شدگی عرضی بین حالتی با $\lambda_i = -1/2$ و رسیدن به حالت $\lambda_f = 1/2$ به صورت زیر

$$A_{1/2} = \frac{1}{2} \langle \psi_{00} (\phi^{ms} \chi_{1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{1/2}^{mA}) | H^{em} | \psi_{00} (\phi^{ms} \chi_{-1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{-1/2}^{mA}) \rangle \quad (۸۸-۵)$$

خواهد بود و جفت شدگی اسکالر بین حالتی با $\lambda_i = 1/2$ و رسیدن به حالت $\lambda_f = 1/2$ به صورت زیر امکان پذیر است [۱۲].

$$S_{1/2} = \frac{1}{2} \langle \psi_{00} (\phi^{ms} \chi_{1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{1/2}^{mA}) | H^I | \psi_{00} (\phi^{ms} \chi_{1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{1/2}^{mA}) \rangle \quad (۸۹-۵)$$

بنابراین هامیلتونی برهم کنش بین دو حالت پایه و حالت برانگیخته شده برای ایجاد تغییر دامنه هلیسیتی $A_{1/2}$ به صورت زیر خواهد بود.

$$A_{1/2} = \left\langle B, M'_J = 1/2 \left| 6\sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu [e^3 \exp(-ikz^3)] \{k(s_x + is_y)^{(3)} - \frac{1}{g}(p_x + ip_y)^{(3)}\} \right| N, M_J = -1/2 \right\rangle \quad (۹۰-۵)$$

مسلما در این گذار با توجه به اینکه در حالت اولیه و حالت نهایی $L=0$ است بنابراین اثر انتقال با عملگر $p_\rho + ip_\lambda$ را شامل نخواهد داشت پس تنها امکان گذار به وسیله عملگر دوران $S_+ = s_\rho + is_\lambda$ صورت می پذیرد و گذار از حالت اولیه با $J_z = S_z = -\frac{1}{2}$ به حالت نهایی با

$$S_z = \frac{1}{2}, \quad L_z = 0$$

رخ می دهد که با استفاده از معادله (۹۰-۵) در نهایت

$$A_{1/2} = 2\sqrt{\frac{\pi}{k_0}} \mu k \langle \psi_{00} | \exp(-ik\sqrt{\frac{2}{3}}\lambda_3) | \psi_{00} \rangle \quad (۹۱-۵)$$

است و برهم کنش فوتون مجازی با هلیسیتی صفر تغییرات زیر را ایجاد می کند

$$S_{1/2} = 2\sqrt{\frac{\pi}{k_0}} \mu \frac{1}{g} \frac{d}{dk} \langle \psi_{00} | \exp(-ik\sqrt{\frac{2}{3}}\lambda_3) | \psi_{00} \rangle \quad (۹۲-۵)$$

که نمودار تغییرات ایجاد شده در دامنه هلیسیتی در شکل‌های (۹-۵) و (۱۰-۵) نمایش داده شده‌اند. در این رساله ما ارتباط بین تغییرات دامنه هلیسیتی و عامل شکل‌های الکترومغناطیسی برای پروتون را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$G_M^N(Q^2) = g(Q^2) \frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}Q^2}} (A_{1/2}) \quad (۹۳-۵)$$

9

$$G_E^N(Q^2) = g(Q^2) \frac{4}{K} \sqrt{\frac{M_N}{Q}} (A_s) \quad (۹۴-۵)$$

که در این دو معادله رابطه‌ی $g(Q^2)$ را به صورت زیر

$$g(Q^2) = \sqrt{\frac{M_N(W^2 - M_N^2)^2}{4\pi\alpha W^2}} \quad (۹۵-۵)$$

تعریف می‌کنیم و در نهایت نتایج کار ما در مقایسه با مدل معرفی شده توسط M. Warns [۸۵] که عامل شکل‌ها را به صورت زیر تعریف کرده‌اند

$$G_M^N(Q^2) = F(Q^2) \frac{1}{\sqrt{2Q^2}} (A_{1/2}) \quad (۹۶-۵)$$

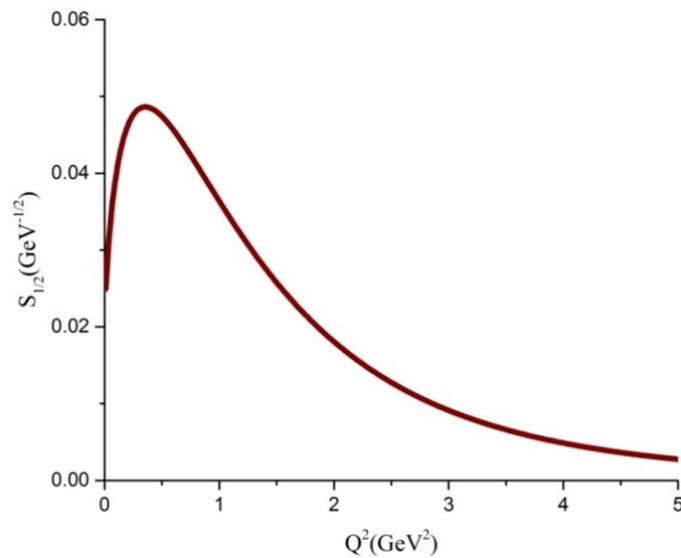
9

$$G_E^N(Q^2) = F(Q^2) \frac{Q}{K} (A_s) \quad (۹۷-۵)$$

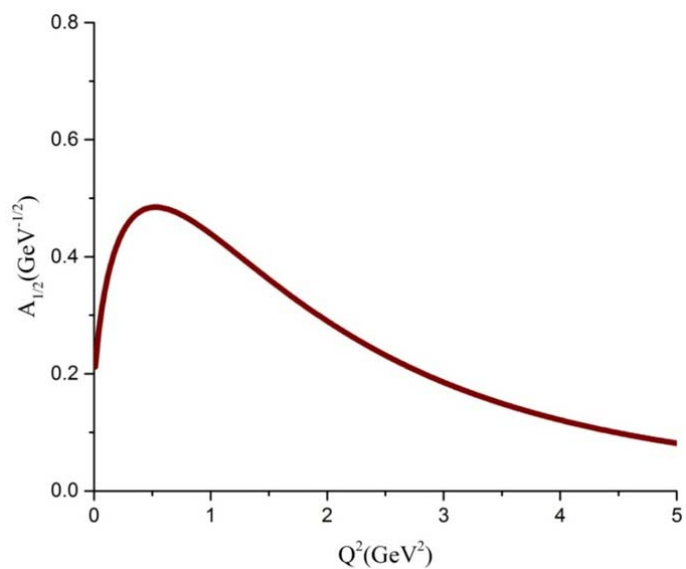
که در آن‌ها معادله $F(Q^2)$ به صورت زیر

$$F(Q^2) = \sqrt{\frac{(W^2 - M_N^2)}{4\pi\alpha W}} \quad (۹۸-۵)$$

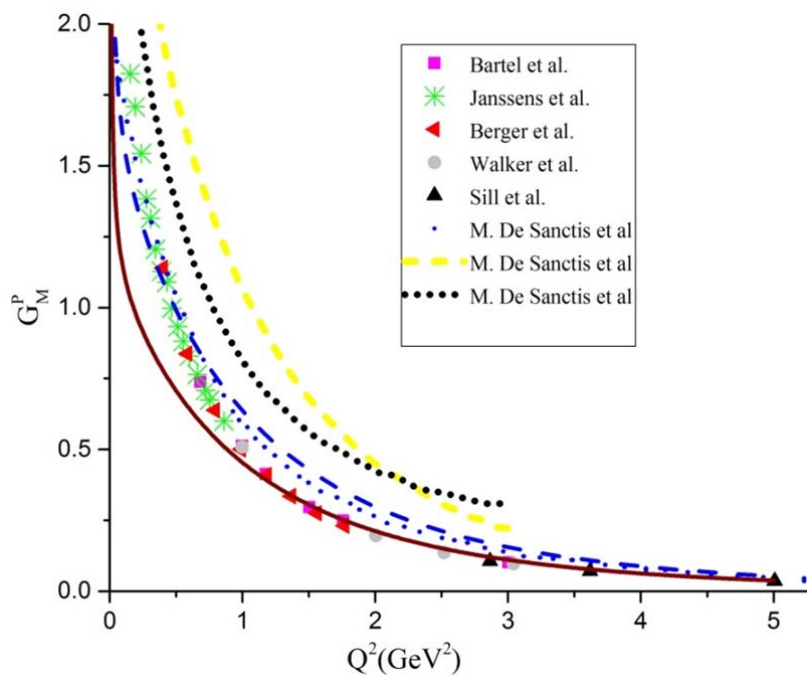
نشان داده شده است. نتایج مدل و محاسبات ما نشان می‌دهد که علاوه بر برتری در بدست آوردن نتایج تجربی، مدل معرفی شده توسط ما برآورد درست تری نسبت به یکای عامل شکل‌ها خواهد داشت زیرا مدل معرفی شده در [۸۵] نمی‌تواند برآورد درستی نسبت به یکای G_M داشته باشد زیرا اساساً عامل شکل‌ها کمیت‌های بی‌یکایی هستند و نتایج در نمودارهای (۵-۱۱) تا (۵-۱۳) عامل شکل‌ها G_M, G_E برای پروتون و نوترون رسم شده است و نمودار (۵-۱۴) نسبت عامل شکل‌ها $\mu_p G_E / G_M$ ، نمودار (۵-۱۵) نسبت عامل شکل $G_M / \mu_p G_D$ و نمودار G_E / G_D را نشان می‌دهند. مدل معرفی شده در کار ما با نمودارهای قرمز و مدل [۸۵] با نمودارهای خط چین آبی نمایش داده شده‌اند. برتری مدل ما به وضوح قابل مشاهده است که توضیح خواهیم داد.



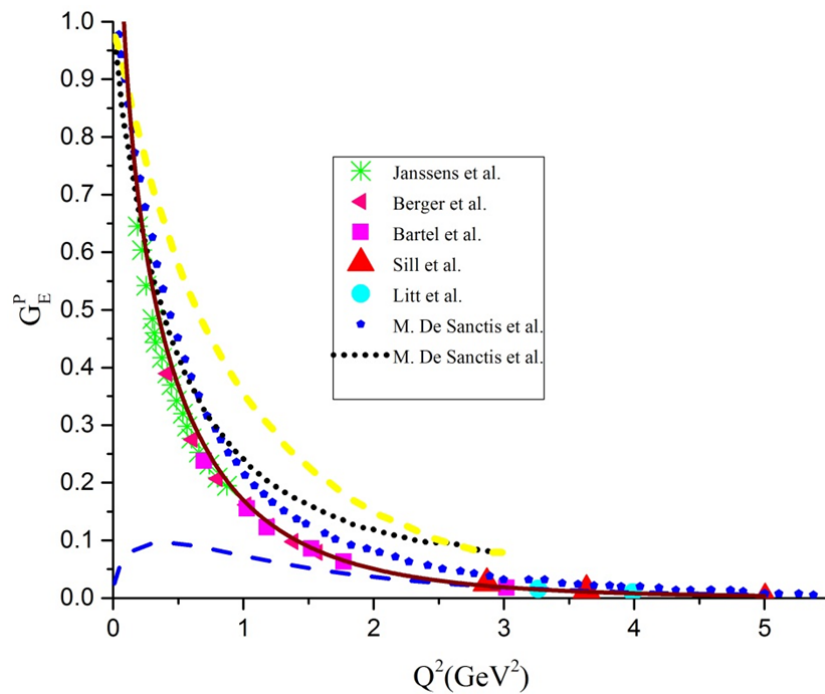
شکل ۵-۹: تغییرات دامنه هلیسیتی اسکالر $S_{1/2}$ برای نوکلئون $N(938)$



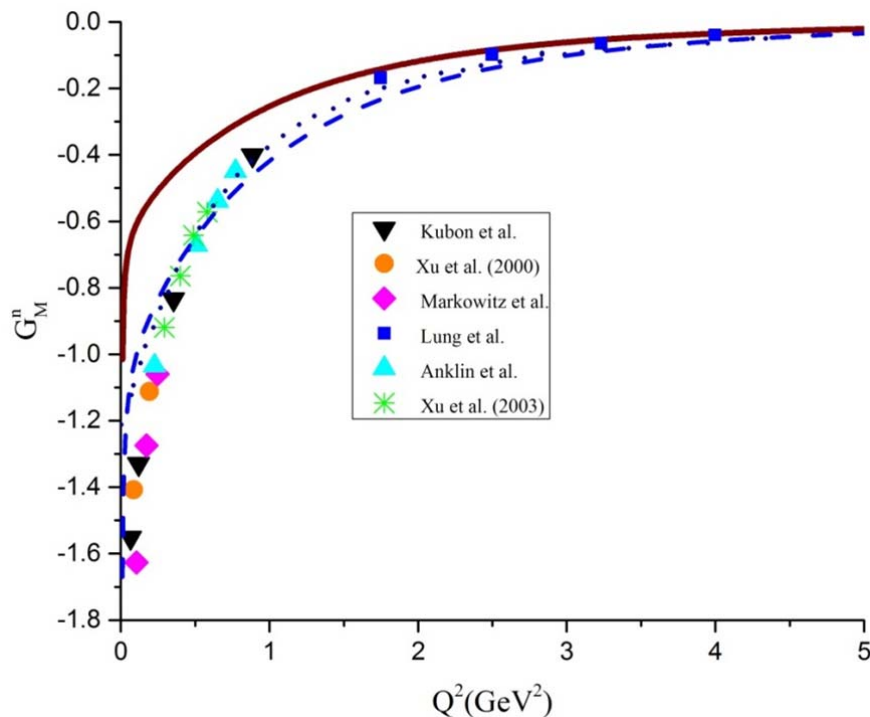
شکل ۵-۱۰: تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}$ برای نوکلئون $N(938)$



شکل ۵-۱۱: عامل شکل مغناطیسی G_M^p پروتون. نمودار قرمز محاسبات ما را بر اساس معادله‌ی (۵-۹۳) در مقایسه با محاسبات شبه نسبیتی [۸۶] نقاط آبی رنگ، محاسبات غیر نسبیتی و نسبیتی منحنی نقاط مشکی و زرد رنگ [۸۷] نشان می‌دهد. مقادیر تجربی از منابع زیر گرفته می‌شود [۹۲-۸۸]. نکته قابل توجه مقایسه نتایج ما با محاسبات بر اساس مقاله‌ی [۸۵] خواهد بود که در این مورد از لحاظ یکا و نتایج به خوبی عمل می‌کند.

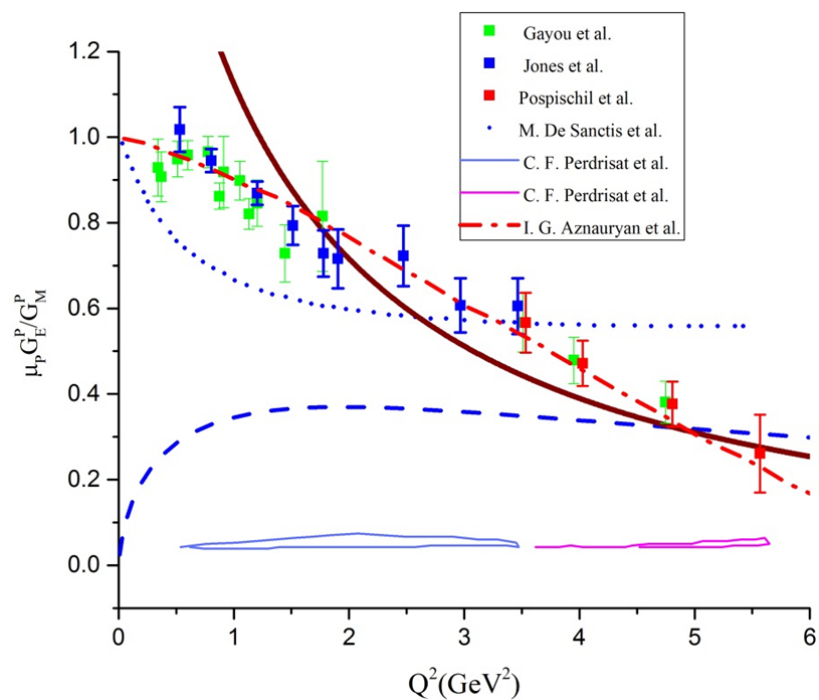


شکل ۵-۱۲: عامل شکل الکتریکی G_E^p پروتون. نمودار قرمز محاسبات ما را بر اساس معادله‌ی (۵-۹۳) در مقایسه با محاسبات شبه نسبیتی [۸۶] نقاط آبی رنگ، محاسبات غیر نسبیتی و نسبیتی منحنی نقاط مشکی و زرد رنگ [۸۷] نشان می‌دهد. مقادیر تجربی از منابع زیر گرفته می‌شود [۹۳][۹۲][۹۰-۸۸]. نکته قابل توجه مقایسه نتایج ما با محاسبات بر اساس مقاله‌ی [۸۵] خواهد بود که ایراد وارد شده بر معادله (۵-۹۶) اثر خود را در نتیجه‌ی حاصل شده (منحنی آبی خط چین) نشان می‌دهد.

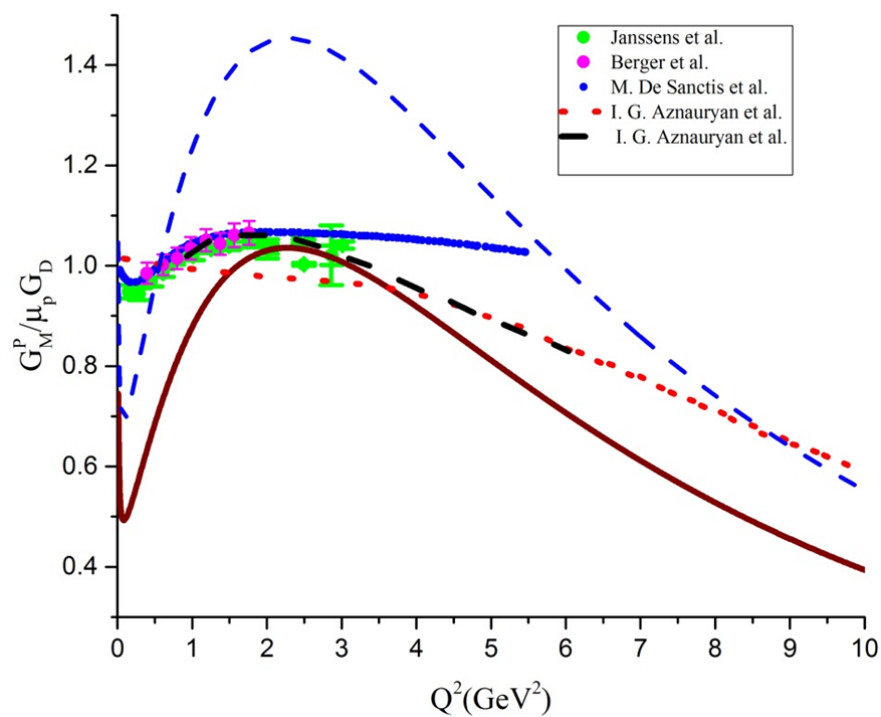


شکل ۵-۱۳: عامل شکل مغناطیسی G_M'' نوترون، نمودار قرمز محاسبات ما را بر اساس معادله‌ی (۵-۹۳) در مقایسه با محاسبات شبه نسبیتی [۸۶] نقاط آبی رنگ، نشان می‌دهد. مقادیر تجربی از منابع زیر گرفته می‌شود [۹۸-۹۴]. نکته قابل توجه مقایسه نتایج ما با محاسبات بر اساس مقاله‌ی [۸۵] خواهد بود که در این مورد از لحاظ یکا و نتایج به خوبی عمل می‌کند.

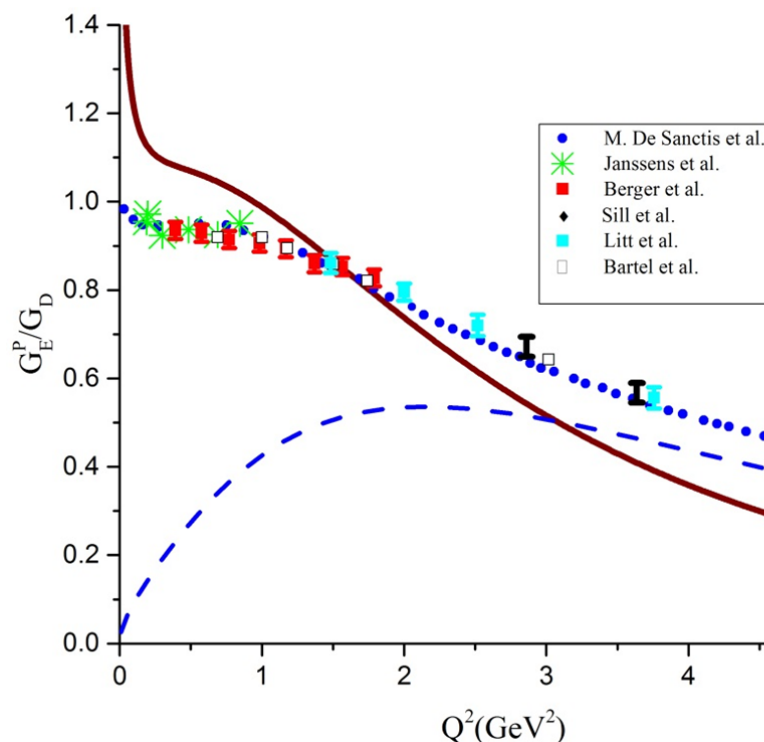
مشاهده می‌کنیم که عامل شکل‌ها در مدل سه کوارکی به ازای انرژی‌های پایین به خوبی نتایج تجربی را نشان نمی‌دهد، همچنین می‌توان دید که با افزایش انرژی عامل شکل‌های پروتون روند کاهشی خواهند داشت به این دلیل که با افزایش انرژی پراکندگی وارده محدوده‌ی ناکشسان خواهد شد که دقیقاً با پیش‌بینی‌های رزونبلات سازگار است. ما نشان داده‌ایم که معادله‌ی (۵-۹۶) به دلیل اینکه نمی‌تواند یکای عامل شکل‌ها را به درستی تعیین کند نمی‌تواند نتایج را به خوبی پیش‌بینی کند.



شکل ۵-۱۴: نسبت عامل شکل های الکترومغناطیس $\mu_p G_E / G_M$ برای پروتون. نمودار قرمز محاسبات ما را بر اساس معادله (۵-۹۳) در مقایسه با محاسبات شبه نسبیتی [۸۶] نقاط آبی رنگ، نتایج LCSR در یک مدل نسبیتی (منحنی نقطه -خط قرمز رنگ) [۹۹] نشان می دهد. مقادیر تجربی از منابع زیر گرفته می شود [۱۰۴-۱۰۰]. نکته قابل توجه مقایسه نتایج ما با محاسبات بر اساس مقاله ی [۸۵] خواهد بود که ایراد وارد شده بر معادله (۵-۱۰۷) اثر خود را در نتیجه ی حاصل شده (منحنی آبی خط چین) نشان می دهد.



شکل ۵-۱۵: نسبت عامل شکل های الکترومغناطیس $G_M^p / \mu_p G_D$ برای پروتون. منحنی قرمز محاسبات ما را بر اساس معادله (۵-۹۳) در مقایسه با محاسبات شبه نسبیتی [۸۶] نقاط آبی رنگ و داده حاصل از مدل نسبیتی سه کوارکی (منحنی نقاط قرمز و خط چین مشکی) [۸۷] نمایش می دهد. مقادیر تجربی از منابع زیر گرفته می شود [۹۰][۸۹]. همچنان نکته قابل توجه مقایسه نتایج ما با محاسبات بر اساس مقاله [۸۵] خواهد بود که ایراد وارد شده بر معادله (۵-۹۶) اثر خود را در نتیجه حاصل شده (منحنی آبی خط چین) نشان می دهد.



شکل ۵-۱۶: عامل شکل الکتریکی G_E^p / G_D پروتون. نمودار قرمز محاسبات ما را بر اساس معادله‌ی (۵-۹۳) در مقایسه با محاسبات شبه نسبیتی [۸۶] نقاط آبی رنگ، نشان می‌دهد. مقادیر تجربی از منابع زیر گرفته می‌شود [۹۳][۹۲][۸۸-۹۰]. نکته قابل توجه مقایسه نتایج ما با محاسبات بر اساس مقاله‌ی [۸۵] خواهد بود که ایراد وارد شده بر معادله (۵-۹۶) اثر خود را در نتیجه‌ی حاصل شده (منحنی آبی خط چین) نشان می‌دهد.

در توضیح نمودار ۵-۱۴ می‌توان گفت که رزنبالات انتظار دارد نسبت $\mu_p G_E / G_M$ برابر با مقدار عددی ۱ باشد اما مشاهده می‌کنیم که تنها به ازای مقادیر انرژی‌های کم، چنین نتیجه‌ای حاصل می‌شود و با افزایش انرژی این نسبت کاهش پیدا می‌کند زیرا پراکندگی وارد محدوده‌ی ناکشسان ژرف خواهد شد و حضور پارتون‌ها و نحوه‌ی توزیع آن‌ها نتایج را تغییر می‌دهد. دو نمودار ۵-۱۵ و ۵-۱۶ نتیجه‌ی مقایسه‌ی عامل شکل‌های الکترومغناطیس با عامل شکل انطباق دوقطبی را نشان می‌دهند که باز هم مشاهده می‌شود با افزایش انرژی روند کاهشی خواهد داشت و دلیل آن را به ساختار ریز نوکلئون‌ها مربوط می‌دانیم.

۲.۷.۵ محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی برای تشدید $N(1232)$

تشدید $\Delta(1232)$ اولین حالت برانگیخته‌ی نوکلئون است که نقش برجسته‌ای در فیزیک برهم‌کنش‌های قوی بازی می‌کند و سبک‌ترین تشدید نوکلئونی با اختلاف جرم ۳۰۰ مگا الکترونی است که اولین بار حدود ۵۰ سال پیش توسط فرمی و همکارانش در پراکندگی مزون π از پروتون در Fermilab در شیکاگو مشاهده شد با نیمه عمر 10^{-23} ثانیه که سبب تمایز آن از سایر تشدیدها بود که از آن به عنوان یک رزونانس ایده‌آل یاد می‌شود و در بیشتر اوقات به نوکلئون و مزون π واپاشی می‌کند. تشدید $\Delta(1232)$ دارای اسپین و ایزواسپین $3/2$ و چهار حالت باری $\Delta^+, \Delta^0, \Delta^{++}$ و Δ^- است که همه آنها دارای جرم تقریباً یکسانی هستند. در آزمایشگاه Δ از پراکندگی پرتوهای الکترونی، پتونی و فوتون با هدف نوکلئونی بدست می‌آید. در مدل کوآرک نوکلئون‌ها و باریون‌های سبک بر اساس ترکیب بندی گروه $SU(6)$ نمایش داده می‌شوند، در نمایش $SU(6)$ از مدل Isgur-Karl که در آن کوآرک‌های سازنده باریون‌ها در یک پتانسیل نوسانگر هماهنگ حرکت می‌کنند و حالت‌های نوسانگر هماهنگ به فرم $|B^{2S+1}L_J\rangle_t$ بیان می‌شود استفاده می‌کنند، B نشان دهنده‌ی حالت‌های N, Δ خواهد بود، S اسپین، L تکانه زاویه ای و J تکانه‌ی زاویه‌ای کل نامیده می‌شود، t بیان کننده‌ی نوع تقارن تابع موج است، اما تغییرات دامنه هلیسیتی از مدل‌های مختلفی بدست می‌آیند [۵۷][۵۳][۱۰۵] که همه‌ی مدل‌ها در پیش‌بینی خصوصیت‌های سینماتیک باریون‌ها (شعاع، طیف جرمی...) یکسان عمل می‌کنند اما تغییرات دامنه هلیسیتی به عنوان یک کمیت دینامیک می‌تواند به عنوان تمایز بین مدل‌های مختلف بکار رود [۳۱].

در گذار $N(938) \rightarrow N(1232)$ که حالت نهایی با $L=0$ ، $S=3/2$ ، $J=3/2$ یا $[56, 0^+]_{3/2}^{410}$ نمایش داده می‌شود چندین امکان برای رسیدن به $J=3/2$ به وجود می‌آید به صورت زیر :

$$j_z = s_z + l_z$$

$$\begin{cases} 3/2 = 3/2 + 0 \\ -3/2 = -3/2 + 0 \\ 1/2 = 1/2 + 0 \\ -1/2 = -1/2 + 0 \end{cases} \quad (۹۹-۵)$$

و تابع موج حالت نهایی جمع بر روی تمام امکان‌های موجود

$$({}^4 10_{3/2}, 56) \psi_{J_z} = \sum_{L_z + S_z = J_z} \langle J J_z | L L_z, S S_z \rangle \{ \psi_{L_z}^{MS} (\phi^S \chi^S) \} \quad (۱۰۰-۵)$$

است که در آن ترکیب متقارن طعم‌های کوارک برای حالت تشدید $N(1232)$ برابر با

$$\phi^S = \frac{1}{\sqrt{3}} (udu + udu + duu) \quad (۱۰۱-۵)$$

است و ترکیب اسپینی به صورت زیر برای اسپین $1/2$ و اسپین $3/2$

$$\chi_{1/2}^S = \frac{1}{\sqrt{3}} (\uparrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow)$$

$$\chi_{3/2}^S = (\uparrow\uparrow\uparrow) \quad (۱۰۲-۵)$$

نمایش داده می‌شود بنابراین بر اساس امکان‌های به وجود آمده تابع موج حالت نهایی برابر با

$$\begin{aligned} ({}^4 10_{3/2}, 56) \psi_{J_z} = & \langle J 1/2 | L 0, S 1/2 \rangle \psi_{L_z}^{M,S} (\phi^S \chi^S) + \\ & \langle J -1/2 | L 0, S -1/2 \rangle \psi_{L_z}^{M,S} (\phi^S \chi^S) + \\ & \langle J 3/2 | L 0, S 3/2 \rangle \psi_{L_z}^{M,S} (\phi^S \chi^S) + \\ & \langle J -3/2 | L 0, S -3/2 \rangle \psi_{L_z}^{M,S} (\phi^S \chi^S) \end{aligned} \quad (۱۰۳-۵)$$

است و برای حالت پایه که در آن $L=0$ و $J=1/2$ از رابطه (۶۱-۵) استفاده می‌کنیم که تغییرات

دامنه هلیسیتی در برهم‌کنش فوتون راست گرد (هلیسیتی ۱) با یک پروتون که دارای $J=1/2$ و

هلیسیتی $\pm 1/2$ است و رسیدن به حالت نهایی با $J=3/2, L=0, S=3/2$ نشان می‌دهد این

گذار نمی‌تواند اثر انتقال با عملگر $p_\rho + ip_\lambda$ از حالت اولیه با $J_z = S_z = \frac{1}{2}$ به حالت نهایی با

$J_z = \frac{3}{2}$ باشد زیرا در حالت نهایی $L = 0$ است اما می‌تواند اثر عملگر انتقال $S_+ = s_\rho + is_\lambda$ روی

حالت اولیه با $J_z = S_z = \frac{1}{2}$ و رسیدن حالت نهایی با $J_z = S_z = \frac{3}{2}$ باشد که تنها یک امکان می‌تواند این

گذار را نمایش دهد، گذار از حالت $J_z = \frac{1}{2}$ به حالت $J_z = \frac{3}{2}$ به شکل

(۱۰۴-۵)

$$({}^2 8_{1/2}, 56) = \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_{00} (\phi^{ms} \chi_{1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{1/2}^{mA}) \Rightarrow$$

$$({}^4 10_{3/2}, 56) \psi_{J_z} = \langle J3/2 | L0, S3/2 \rangle \psi_{L_z}^{M,S} (\phi^S \chi_{3/2}^S)$$

خواهد بود بنابراین تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{3/2}$ برابر با

$$A_{3/2} = 6 \sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu k \langle \psi_{00} Y_{[0]00} | \exp(-ikx \cos(\xi)) | \psi_{00} Y_{[0]00} \rangle \langle \chi_{3/2}^S \Phi_S | e^3 s_+ \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \chi_{1/2}^{MS} \Phi_{MS} \right\rangle \quad (105-5)$$

خواهد شد که بخش اسپین-طعم برای این گذار به صورت

$$\langle \chi_{3/2}^S \Phi_S | e^3 s_+ \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \chi_{1/2}^{MS} \Phi_{MS} \right\rangle = -\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \quad (106-5)$$

است و در نهایت فرم کاهشی اعضای ماتریس $A_{3/2}$ برابر با

$$A_{3/2} = \frac{-2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu k \langle \psi_{00} Y_{[0]00} | \exp(-ikx \cos(\xi)) | \psi_{00} Y_{[0]00} \rangle \quad (107-5)$$

خواهد شد. جاییکه

$$\begin{aligned} \langle \psi_{00} Y_{[0]00} | \exp(-ikx \cos(\xi)) | \psi_{00} Y_{[0]00} \rangle = \\ \int x^5 dx \cos^2 \xi \sin^2 \xi d\xi d\Omega_\rho d\Omega_\lambda \bar{\psi}_{00}(x) \bar{Y}_{[0]00}(\xi, \Omega_\rho, \Omega_\lambda) \\ \exp(-ikx \cos(\xi)) \psi_{00}(x) Y_{[0]00}(\xi, \Omega_\rho, \Omega_\lambda) \end{aligned} \quad (108-5)$$

است و نهایتا نتایج مربوط به این تغییرات در شکل (5-17) و (5-18) رسم شده است.

علاوه بر این در برهم‌کنش فوتون با پروتون و رسیدن به حالت برانگیخته‌ی $N(1232)$ می‌تواند گذاری رخ دهد که اثر انتقال $S_+ = s_\rho + is_\lambda$ روی حالت اولیه با $J_z = S_z = -\frac{1}{2}$ و رسیدن حالت نهایی با $S_z = \frac{1}{2}$ باشد و این گذار نیز تنها با یک امکان می‌تواند رخ بدهد به عبارتی به فرم زیر

$$\begin{aligned} (^2 8_{1/2}, 56) = \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_{00} (\phi^{ms} \chi^{ms}_{-1/2} + \phi^{mA} \chi^{mA}_{-1/2}) \\ \Rightarrow (^4 10_{3/2}, 56) \psi_{J_z} = \langle J1/2 | L0, S1/2 \rangle \psi^{M,S}_{J_z} (\phi^S \chi^S) \end{aligned} \quad (109-5)$$

و نشان دهنده‌ی تغییرات دامنه‌ی هلیسیتی $A_{1/2}$

$$A_{1/2} = 6 \sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu k \langle \psi_{00} Y_{[0]00} | \exp(-ikx \cos(\xi)) | \psi_{00} Y_{[0]00} \rangle \langle \chi^S_{1/2} \phi_S | e^3 s_+ | \frac{1}{\sqrt{2}} \chi^{MS}_{-1/2} \phi_{MS} \rangle \quad (110-5)$$

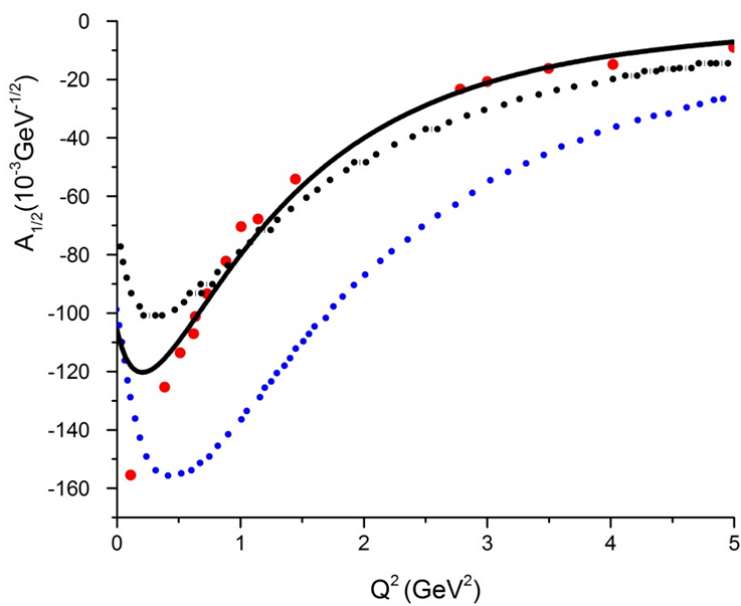
می‌باشد و اعضای ماتریس اسپین-طعم برای این حالت گذار برابر با

$$\begin{aligned} \langle \chi^S_{1/2} \Phi_S | e^3 s_+ | \frac{1}{\sqrt{2}} \chi^{MS}_{-1/2} \Phi_{MS} \rangle = \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \left\langle \frac{1}{\sqrt{3}} (\uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow + \uparrow\uparrow\downarrow) \right| S_+ \left| \frac{1}{\sqrt{6}} (\downarrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\downarrow - 2\downarrow\downarrow\uparrow) \right\rangle \\ \left\langle \frac{1}{\sqrt{3}} (udu + duu + uud) \right| e^3 \left| \frac{1}{\sqrt{6}} (udu + duu - 2uud) \right\rangle \\ = -\frac{\sqrt{2}}{9} \end{aligned} \quad (111-5)$$

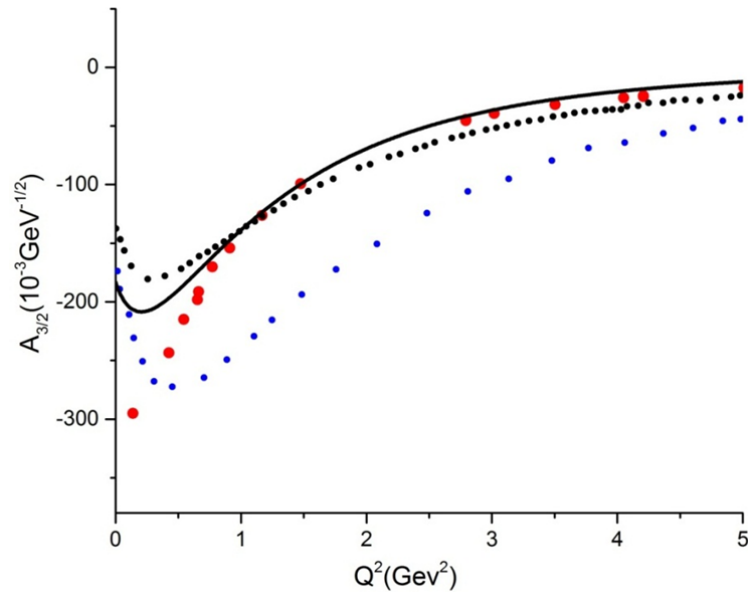
خواهد شد در نتیجه اعضای ماتریس (5-110) به فرم کاهشی زیر خواهد رسید

$$A_{1/2} = \frac{-2}{3} \sqrt{\frac{\pi}{k}} \mu k \langle \psi_{00} Y_{[0]00} | \exp(-ikx \cos(\xi)) | \psi_{00} Y_{[0]00} \rangle \quad (112-5)$$

که با قرار دادن تابع موج نتیجه را در نمودار (۱۷-۵) مشاهده می کنید.



شکل ۱۷-۵: منحنی تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2} N(1232)$ نوکلئون. منحنی سیاه محاسبات ما را بر اساس معادله (۱۱۲-۵) در مقایسه با محاسبات نسبیتی [۱۰۵] نقاط مشکی رنگ و داده حاصل از مدل غیر نسبیتی (منحنی نقاط آبی) [۵۷] نمایش می دهد. مقادیر تجربی از منابع زیر گرفته می شود [۵۷].



شکل ۵-۱۸: منحنی تغییرات دامنه هلیسیتی $N(1232)$ نوکلئون. منحنی سیاه محاسبات ما را بر اساس معادله‌ی (۵-۱۰۷) در مقایسه با محاسبات نسبیتی [۱۰۵] نقاط مشکی رنگ و داده حاصل از مدل غیر نسبیتی (منحنی نقاط آبی) [۵۷] نمایش می‌دهد. مقادیر تجربی از منابع زیر گرفته می‌شود [۵۷].

نکته‌ی جالبی که در مورد این گذار وجود دارد این است که با افزایش انرژی روند افزایشی خواهد داشت زیرا هر دو دامنه‌ی تغییرات اثر دوران اسپینی است و ما می‌دانیم احتمال انجام حرکت تقدیمی اسپین با افزایش انرژی افزایش می‌یابد پس چنین انتظاری از نتایج کاملاً منطقی است، همچنین ما مشاهده می‌کنیم که در انرژی‌های پایین نتایج تجربی به خوبی با مدل سه کوارکی برآورده نمی‌شود که علت آن به وجود ابر مزونی اطراف سیستم سه کوارکی خواهد بود.

۳.۷.۵ عامل شکل‌های الکترومغناطیس $N(1232)$

عامل شکل‌های الکترومغناطیس و تغییرات دامنه هلیسیتی طبق روابط زیر بهم وابسته می‌شوند

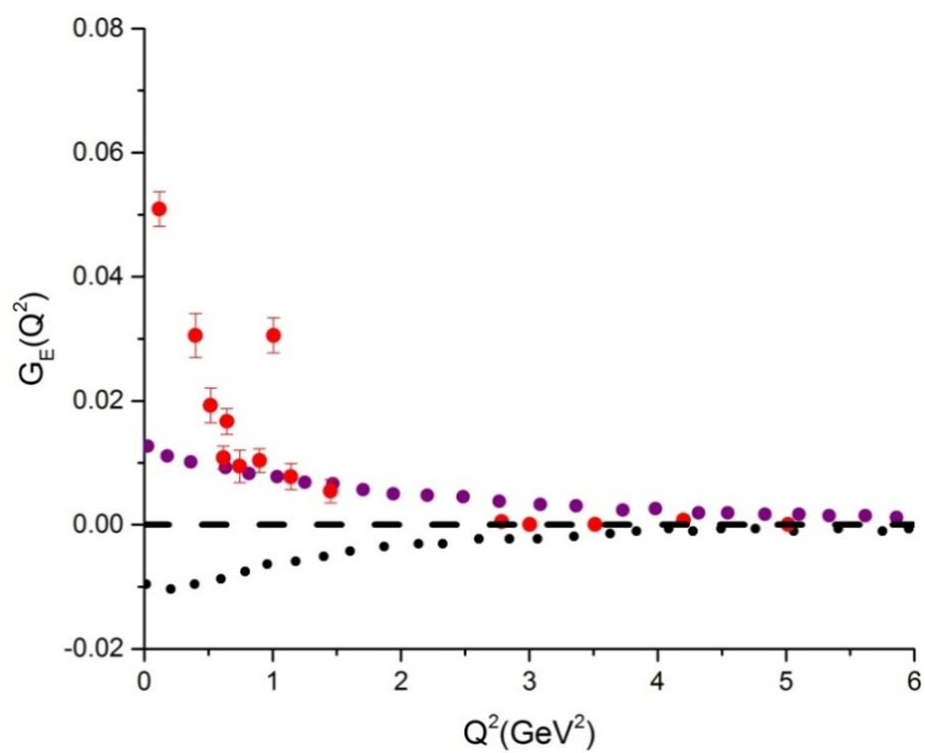
$$G_E(Q^2) = F(Q^2) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} A_{3/2} - A_{1/2} \right) \quad (۱۱۳-۵)$$

$$G_M(Q^2) = F(Q^2) (\sqrt{3} A_{3/2} + A_{1/2}) \quad (۱۱۴-۵)$$

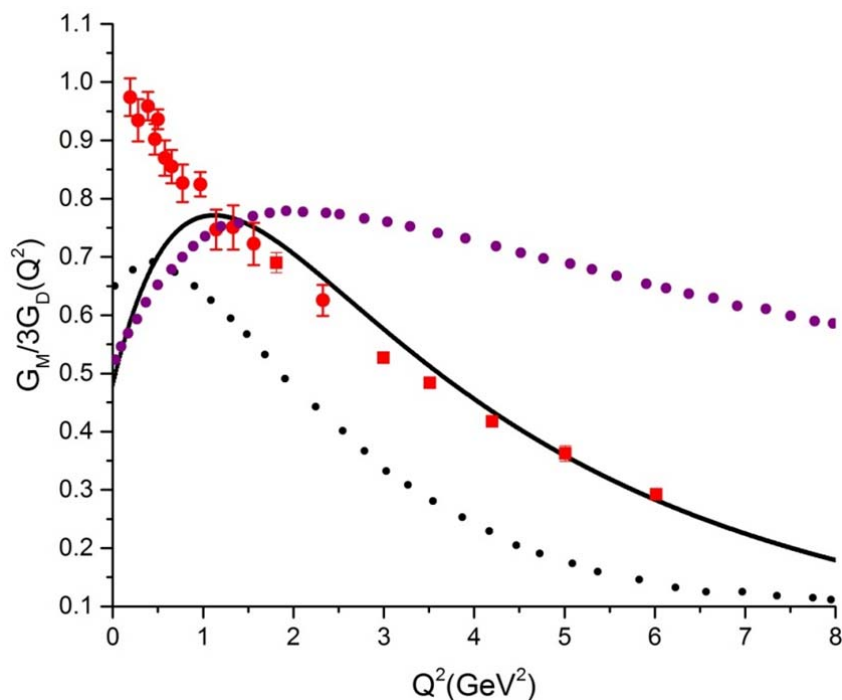
که در آن

$$F(Q^2) = -\sqrt{\frac{M_N(W^2 - M_N^2)}{8\pi\alpha W^2}} \frac{M_N}{k} \quad (۱۱۵-۵)$$

است و نتایج G_E و $G_M / 3G_D$ در نمودارهای (۵-۱۹) و (۵-۲۰) نشان داده شده‌اند.



شکل ۵-۱۹: محاسبه عامل شکل الکتریکی $\Delta(1232)$. منحنی خط چین سیاه محاسبات ما را بر اساس معادله (۵-۱۱۳) در مقایسه با محاسبات نسبیتی [۱۰۶] نقاط مشکی و بنفش رنگ نمایش می‌دهد. مقادیر تجربی از منابع زیر گرفته می‌شود [۱۰۸] [۱۰۷].



شکل ۲۰-۵: محاسبه نسبت عامل شکل مغناطیسی $G_M / 3G_D$ برای $\Delta(1232)$. منحنی سیاه محاسبات ما را بر اساس معادله‌ی (۵-۱۱۴) در مقایسه با محاسبات نسبیتی [۱۰۶] نقاط مشکی و بنفش رنگ نمایش می‌دهد. مقادیر تجربی از منابع زیر گرفته می‌شود [۱۰۷][۱۰۸].

مشاهده می‌شود که با افزایش انرژی عامل شکل‌ها کاهش می‌یابد و نشان‌دهنده‌ی وجود ساختار ریز برای مجموعه‌ی نوکلئون‌ها و حالت‌های تشدید آن‌ها است. همانطور که مشاهده می‌کنید در انرژی‌های پایین سیستم سه کوارکی نتایج را به خوبی تولید نمی‌کند.

۴.۷.۵ محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی برای رزونانس $N(1440)$

آشکارساز CLAS در آزمایشگاه Jlab به عنوان اولین وسیله‌ی جامع برای تحقیق در مورد پراکندگی ناکشسان الکترون و تولید پیون، با هدف مطالعه‌ی تشدید باریون‌ها طراحی شد [۱۲]. $N(1440)$ سبک‌ترین حالت هیبریدی است که هیبریدها را ترکیب سیستم‌های سه کوارکی و گلوئون‌های برانگیخته می‌دانیم و از آنجایی که گلوئون‌ها برانگیخته شده انرژی در حدود ۵۰۰ تا ۷۰۰ مگاالکترون

ولت را دارند بنابراین انتظار می‌رود برای $N(1440)$ به عنوان سبک ترین حالت هیبریدی نتوان از مدل سیستم سه کوارکی جواب‌های قابل قبولی بدست آورد. محاسبات نسبیتی زیادی بر پایه مدل مخروط نوری روی انتقال الکترومغناطیسی $N(938) \rightarrow N(1440) \gamma^*$ انجام شده است [۵۳][۵۵][۵۷][۱۰۹]. در مدل سه کوارکی، گذار $N(938) \rightarrow N(1440)$ به عنوان پایین ترین حالت برانگیخته، با حالت نهایی $L=0$, $S=1/2$, $J=1/2$ به شکل $^2 8_{1/2}[56,0^+]$ نمایش داده می‌شود بنابراین برای این حالت تنها دو امکان به وجود می‌آید :

$$\begin{aligned} j_z &= s_z + l_z \\ \begin{cases} 1/2 = 1/2 + 0 \\ -1/2 = -1/2 + 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (۱۱۶-۵)$$

و تابع موج حالت نهایی جمع بر روی آن‌ها خواهد بود

$$(^2 8_{1/2}, 56) \psi_{JJ_z} = \sum_{L_z+S_z=J_z} \langle JJ_z | LL_z, SS_z \rangle \{ \psi_{LL_z} (\phi^{ms} \chi_{\pm 1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{\pm 1/2}^{mA}) \} \quad (۱۱۷-۵)$$

که در آن ترکیب متقارن مخلوط و پادمقارن مخلوط طعم‌های کوارک و اسپین آن‌ها به شکل زیر

$$\begin{cases} \phi_{MS} = \frac{1}{\sqrt{6}}(udu + duu - 2uud) \\ \phi_{MA} = \frac{1}{\sqrt{6}}(dud + udd - 2ddu) \end{cases}, \begin{cases} \chi_{-1/2}^{MS} = \frac{1}{\sqrt{6}}(\downarrow\uparrow\downarrow + \uparrow\downarrow\downarrow - 2\downarrow\downarrow\uparrow) \\ \chi_{1/2}^{MS} = \frac{1}{\sqrt{6}}(\uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow - 2\uparrow\uparrow\downarrow) \end{cases} \quad (۱۱۸-۵)$$

است و تابع موج حالت نهایی برابر با

$$\begin{aligned} (^2 8_{1/2}, 56) \psi_{JJ_z} &= \langle J1/2 | L0, S1/2 \rangle \{ \psi_{LL_z} (\phi^{ms} \chi_{1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{1/2}^{mA}) \} + \\ &\quad \langle J-1/2 | L0, S1/2 \rangle \{ \psi_{LL_z} (\phi^{ms} \chi_{-1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{-1/2}^{mA}) \} \end{aligned} \quad (۱۱۹-۵)$$

خواهد شد، بنابراین طبق رابطه $\lambda_f = \lambda \pm 1/2$ حالت نهایی می‌تواند هلیسیتی $1/2$ و $3/2$ را داشته باشد اما با دقت به حالت نهایی که $J=1/2$ است به راحتی متوجه خواهیم شد که تغییر

هلیسیتی $3/2$ رخ نخواهد داد، بنابراین تغییرات دامنه هلیسیتی در برهم کنش فوتون راست گرد (هلیسیتی ۱) با یک پروتون که دارای $J = 1/2$ و هلیسیتی $\pm 1/2$ است تنها رسیدن به حالت نهایی با $J = 1/2, L = 0, S = 1/2$ را نشان می دهد و باید راه های رسیدن به تغییر هلیسیتی $1/2$ را بررسی کنیم. با توجه به هامیلتونی برهم کنش الکترومغناطیس باید نقش دو عملگر انتقال تکانه $p_\rho + ip_\lambda$ و انتقال اسپین $S_+ = s_\rho + is_\lambda$ را بررسی کنیم. مشاهده می کنیم که این تغییر دامنه نمی تواند اثر انتقال با عملگر $p_\rho + ip_\lambda$ از حالت اولیه با $J_z = S_z = -\frac{1}{2}$ به حالت نهایی با $J_z = \frac{1}{2}$ باشد زیرا در حالت نهایی و اولیه $L = 0$ است و تغییر تکانه رخ نخواهد داد اما می تواند اثر عملگر انتقال $S_+ = s_\rho + is_\lambda$ روی حالت اولیه با $J_z = S_z = -\frac{1}{2}$ و رسیدن حالت نهایی با $J_z = S_z = \frac{1}{2}$ باشد که تنها یک امکان می تواند این گذار را نمایش دهد گذار از حالت $J_z = -\frac{1}{2}$ به حالت $J_z = \frac{1}{2}$ به صورت زیر

$$\begin{aligned}
 ({}^2 8_{1/2}, 56) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_{00} (\phi^{ms} \chi_{-1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{-1/2}^{mA}) \\
 \Rightarrow ({}^2 8_{1/2}, 56) &= \langle J=1/2 | L=0, S=1/2 \rangle \psi_{L_z}^{M,S} ((\phi^{ms} \chi_{1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{1/2}^{mA}))
 \end{aligned} \quad (۱۲۰-۵)$$

می شود و بنابراین تغییرات دامنه هلیسیتی برای این حالت گذار برابر با $A_{1/2}$

$$\begin{aligned}
 A_{1/2} &= 6 \sqrt{\frac{\pi}{k_0}} \mu k \left(\frac{1}{2} \langle (\chi_{MA}^{1/2} \phi_{MA} + \chi_{MS}^{1/2} \phi_{MS}) | e_{3s_{3,+}} | (\chi_{MA}^{-1/2} \phi_{MA} + \chi_{MS}^{-1/2} \phi_{MS}) \rangle \right. \\
 &\quad \left. \langle \psi_{10} Y_{[0]00} | \exp(-ikx \cos(\xi)) | \psi_{00} Y_{[0]00} \rangle \right)
 \end{aligned} \quad (۱۲۱-۵)$$

خواهد شد که در آن اعضای ماتریس اسپین - طعم برابر با

$$\begin{aligned}
 \langle (\chi_{MA}^{1/2} \phi_{MA} + \chi_{MS}^{1/2} \phi_{MS}) | e_{3s_{3,+}} | (\chi_{MA}^{-1/2} \phi_{MA} + \chi_{MS}^{-1/2} \phi_{MS}) \rangle &= \\
 \langle \phi_{MA} | e_3 | \phi_{MA} \rangle \langle (\chi_{MA}^{1/2} | s_{3,+} | \chi_{MA}^{-1/2}) \rangle &+ \\
 \langle \phi_{MS} | e_3 | \phi_{MS} \rangle \langle (\chi_{MS}^{1/2} | s_{3,+} | \chi_{MS}^{-1/2}) \rangle &
 \end{aligned} \quad (۱۲۲-۵)$$

خواهد بود در نتیجه اعضای ماتریس (۵-۱۲۱) برای پایه‌ی پروتون به فرم کاهشی زیر خواهد رسید

$$A_{1/2}^p = 6\sqrt{\frac{\pi}{k_0}} \mu k \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} \langle \psi_{10} Y_{[0]00} | \exp(-ikx \cos(\xi)) | \psi_{00} Y_{[0]00} \rangle \right) \quad (۵-۱۲۳)$$

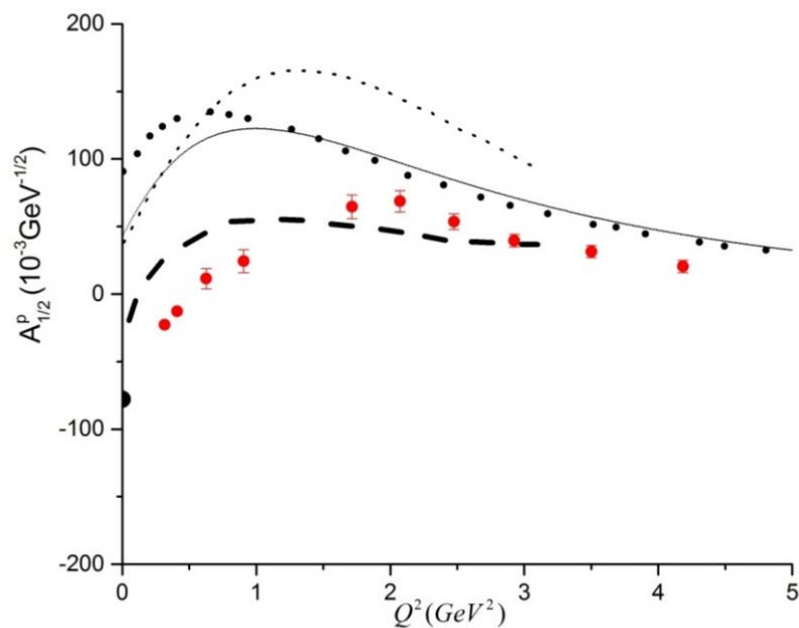
زیرا

$$\begin{cases} \langle \chi_{1/2}^{M,A} | S_+^3 | \chi_{-1/2}^{M,A} \rangle = 1 \\ \langle \chi_{1/2}^{M,S} | S_+^3 | \chi_{-1/2}^{M,S} \rangle = -1/3 \end{cases}, \quad \begin{cases} \langle \phi^{M,S} | e^3 | \phi^{M,S} \rangle = 0(p), 1/3(n) \\ \langle \phi^{M,A} | e^3 | \phi^{M,A} \rangle = 2/3(p), -1/3(n) \end{cases} \quad (۵-۱۲۴)$$

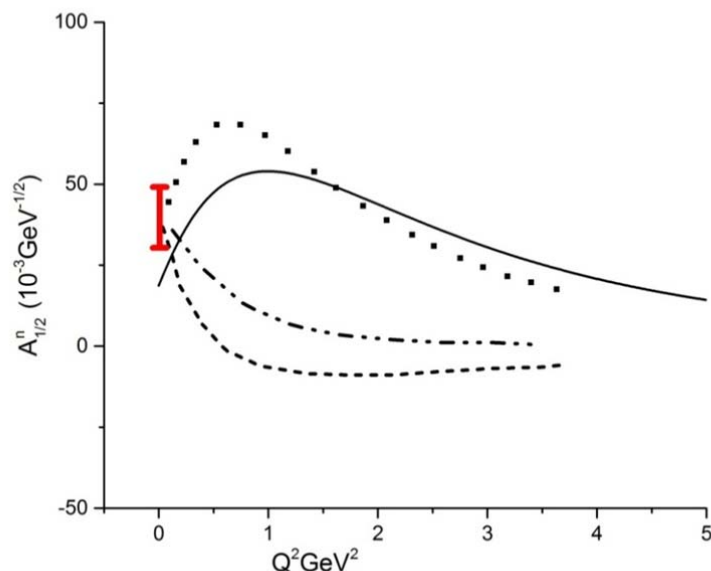
است و برای نوترون

$$A_{1/2}^n = 6\sqrt{\frac{\pi}{k_0}} \mu k \left(\frac{-2}{9} \langle \psi_{10} Y_{[0]00} | \exp(-ikx \cos(\xi)) | \psi_{00} Y_{[0]00} \rangle \right) \quad (۵-۱۲۵)$$

نتایج محاسبات در نمودارهای (۵-۲۱) و (۵-۲۲) نشان داده شده است. آنچه از محاسبه‌ی تغییرات دامنه هلیسیتی برای $N(1440)$ بدست می‌آید نشان می‌دهد مدل سه کوارکی به تنهایی نمی‌تواند نتایج را به خوبی ایجاد کند.



شکل ۵-۲۱: محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}$ برای گذار $p(1440) \rightarrow p(938) \gamma^*$ منحنی سیاه محاسبات ما را بر اساس معادله (۵-۱۲۳) در مقایسه با محاسبات غیرنسبیتی [۵۳] [۵۷] نقاط مشکی و محاسبات نسبیتی بر پایه‌ی مخروط نوری [۵۲] (خط چین) نمایش می‌دهد. مقادیر تجربی از منابع زیر گرفته می‌شود [۵۷].



شکل ۵-۲۲: محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}$ برای گذار $n(1440) \rightarrow \gamma^* n(938)$ منحنی سیاه محاسبات ما را بر اساس معادله‌ی (۵-۱۲۵) در مقایسه با محاسبات غیرنسبیتی [۱۱۰] (نقاط مشکی) و محاسبات نسبیتی بر پایه‌ی مخروط نوری [۱۱۱] (منحنی خط چین و خط چین نقطه) نمایش می‌دهد. مقادیر تجربی از منابع زیر گرفته می‌شود [۱۱۱].

۵.۷.۵ محاسبه تغییرات دامنه‌ی طولی $S_{1/2}$ در گذار به $N(1440)$

باید توجه داشت که برهم‌کنش فوتون مجازی با نوکلئون می‌تواند برهم‌کنش یک فوتون با قطبش خطی را نیز شامل شود. از آنجا که فوتون با قطبش خطی دارای هلیسیتی صفر است در برهم‌کنش با یک نوکلئون که هلیسیتی $\pm 1/2$ دارد می‌تواند حالت نهایی با قطبش $\pm 1/2$ ایجاد کند. تغییرات دامنه هلیسیتی اسکالر و طولی نشان دهنده‌ی تنها گذار از حالت $J_z = \frac{1}{2}$ به حالت $J_z = \frac{1}{2}$ است به

عبارتی

$$\begin{aligned}
({}^2 8_{1/2}, 56) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_{00} (\phi^{ms} \chi_{1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{1/2}^{mA}) \\
&\Rightarrow ({}^2 8_{1/2}, 56) = \langle J1/2 | L0, S1/2 \rangle \psi_{LL_z}^{M,S} ((\phi^{ms} \chi_{1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{1/2}^{mA})
\end{aligned} \tag{۱۲۶-۵}$$

در نهایت با استفاده از رابطه‌ی (۳۴-۵) تغییرات دامنه‌ی اسکالر به صورت زیر

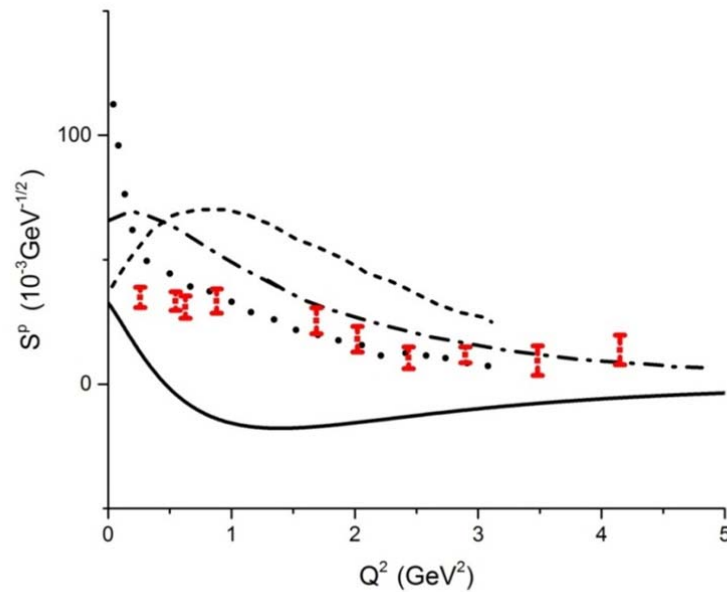
$$(۱۲۷-۵)$$

$$\begin{aligned}
S_{1/2} &= 6 \sqrt{\frac{\pi}{k_0}} \mu \frac{1}{g} \left\langle \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_{10}^{M,S} ((\phi^{ms} \chi_{1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{1/2}^{mA}) \left| \hat{T}_z \right| \frac{1}{\sqrt{2}} \psi_{00} (\phi^{ms} \chi_{1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{1/2}^{mA}) \right\rangle \\
&= 3 \sqrt{\frac{\pi}{k_0}} \mu \frac{1}{g} m k_0 \frac{d}{dk} \left\langle \psi_{10}^{M,S} ((\phi^{ms} \chi_{1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{1/2}^{mA}) \left| \exp(-ikx \cos(\xi)) \right| \psi_{00} (\phi^{ms} \chi_{1/2}^{ms} + \phi^{mA} \chi_{1/2}^{mA}) \right\rangle
\end{aligned}$$

بدست خواهد آمد. با جدا کردن اعضای ماتریس اسپین-طعم

$$\begin{aligned}
S_{1/2} &= 2 \sqrt{\frac{\pi}{k_0}} \mu \frac{1}{g} m k_0 \frac{d}{dk} \left\langle \psi_{10}^{M,S} \left| \exp(-ikx \cos(\xi)) \right| \psi_{00} \right\rangle \\
&\quad (\langle \phi^{MS} | \phi^{MS} \rangle \langle \chi_{1/2}^{MS} | \chi_{1/2}^{MS} \rangle + \langle \phi^{MA} | \phi^{MA} \rangle \langle \chi_{1/2}^{MA} | \chi_{1/2}^{MA} \rangle)
\end{aligned} \tag{۱۲۸-۵}$$

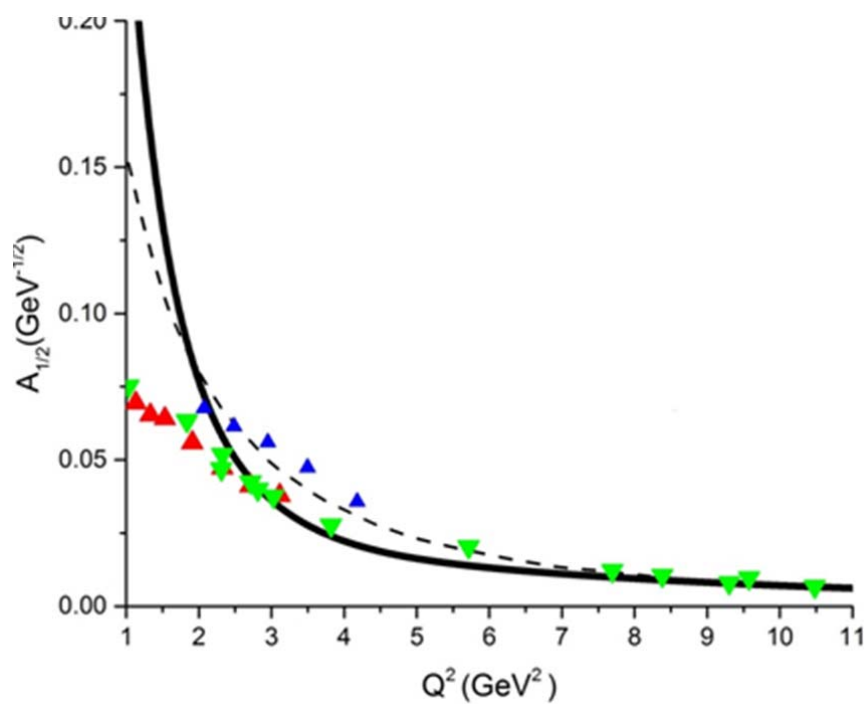
در نهایت تغییرات دامنه هلیسیتی به شکل (۲۳-۵) زیر نمایش داده می‌شود.



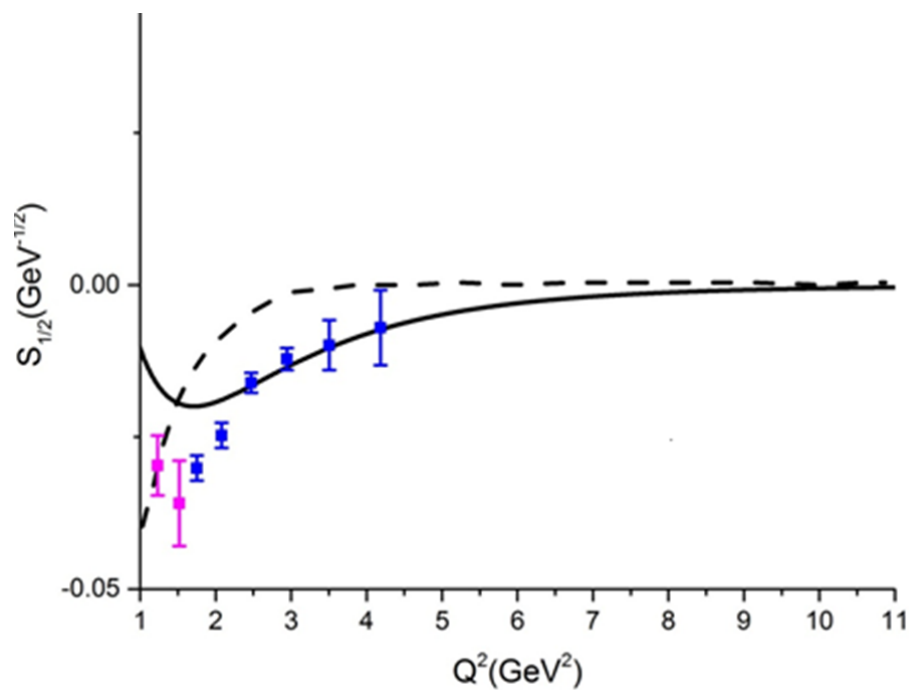
شکل ۵-۲۳: محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی اسکالر $S_{1/2}$ برای گذار $\gamma^* P(938) \rightarrow P(1440)$ منحنی سیاه محاسبات ما را بر اساس معادله‌ی (۵-۱۲۸) در مقایسه با محاسبات غیرنسبیتی [۵۳][۵۷] (خط چین) و محاسبات نسبیتی بر پایه‌ی مخروط نوری [۱۱۲] (نقاط سیاه) نمایش می‌دهد. مقادیر تجربی از منابع زیر گرفته می‌شود [۵۷].

۶.۷.۵ محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی رزونانس $N(1535)$

گذار $N(938) \rightarrow N(1535)$ گذار از حالتی با پاریته ی زوج به پاریته ی فرد خواهد بود بنابراین انتخاب درست فرم عملگرها در برهم‌کنش الکترومغناطیس بسیار مهم است. این گذار در بخش ۵-۴ به طور کامل توضیح داده شده است با این تفاوت که در اینجا ما با استفاده از پتانسیل برهم‌کنشی کورنل و تابع موج حاصل از مدل کوارک غیر نسبیتی به محاسبه اعضای ماتریس گذار پرداخته‌ایم.



شکل ۵-۲: محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی $A_{1/2}$ برای گذار $p(1535) \rightarrow p(938) \gamma^*$ منحنی سیاه محاسبات ما را بر اساس معادله‌ی (۵-۶۸) در مقایسه با محاسبات نسبیتی بر پایه‌ی مخروط نوری [۱۱۲] (خط چین) نمایش می‌دهد. مقادیر تجربی از منابع زیر گرفته می‌شود [۱۱۴-۱۱۶].



شکل ۵-۲۵: محاسبه تغییرات دامنه هلیسیتی اسکالر $S_{1/2}$ برای گذار $p(1535) \rightarrow p(938) \gamma^*$ منحنی سیاه محاسبات ما را در مقایسه با محاسبات نسبیتی بر پایه‌ی مخروط نوری [۱۱۲] (خط چین) نمایش می‌دهد. مقادیر تجربی از منابع زیر گرفته می‌شود [۱۱۷][۱۱۴].

در مقایسه با نتایج پتانسیل شبه کولنی درمی‌یابیم که انتخاب درست پتانسیل بسیار مهم خواهد بود و از آنجایی که تغییرات دامنه هلیسیتی به شدت به بخش شعاعی تابع موج وابسته است، بنابراین دقت در انتخاب پتانسیل بسیار در بدست آوردن نتایج تاثیر می‌گذارد.

فصل ۶

جمع بندی و پیشنهادات

۱.۶ خلاصه و جمع بندی

در این رساله تلاش کرده‌ایم به این سوال که چگونه کوارک‌ها در برهم‌کنش الکترومغناطیس شرکت می‌کنند پاسخ دهیم. از آنجا که نوکلئون‌ها ذرات دارای ساختار محسوب می‌شوند، این سوال از این جنبه نیز قابل بررسی است که کوارک‌ها به عنوان ذرات سازنده‌ی نوکلئون در برهم‌کنش الکترومغناطیس با فوتون که انرژی مختلفی را حمل می‌کند، کدام عدد کوانتومی را تغییر خواهد داد و چگونه تغییر عدد کوانتومی سبب خواهد شد حالت‌های تبه‌گن در طیف جرمی نوکلئون شکسته شود. در این راستا نیاز به معرفی ذرات تشکیل دهنده نوکلئون خواهیم داشت، ما در فصل اول یک معرفی اجمالی از نوکلئون و دیگر حالت‌های باریونی بر اساس مدل استاندارد و مدل کوارک داشته‌ایم و نشان دادیم که باریون‌های مختلف بر اساس کوارک‌های سازنده چگونه دسته بندی می‌شوند بنابراین درک اینکه در برهم‌کنش الکترومغناطیس چگونه حالت‌های رزونانسی خلق می‌شوند سادتر شد. در فصل ۱ نشان داده‌ایم که عدد کوانتومی قابل اندازه‌گیری در برهم‌کنش الکترومغناطیس هلیسیتی خواهد بود، مفهوم هلیسیتی و دیده شدن آن برای ذرات اسپین $1/2$ در معادله‌ی دیراک را توضیح داده‌ایم همچنین دلیل مفید بودن محاسبه‌ی این عدد کوانتومی در برهم‌کنش‌ها را بیان کرده‌ایم و نحوه‌ی تغییر دامنه هلیسیتی در برهم‌کنش الکترومغناطیس را نشان داده ایم. تمام سعی ما در این رساله برای روشن ساختن نحوه‌ی تغییرات دامنه هلیسیتی در حالت‌های تشدید ایجاد شده بوده است، در این راستا ما نیاز داریم که حالت‌های تشدید را فرمول بندی کنیم، برای این منظور نظریه گروه $SU(2)$ و $SU(3)$ معرفی می‌شوند و ترکیب این دو نظریه، نحوه‌ی ترکیب اسپین و طعم کوارک را که با گروه $SU(6)$ نشان داده می‌شود را به عنوان حالت‌های تشدید باریونی توضیح می‌دهد سپس در فصل سوم با علم به اینکه حالت‌های تشدید ایجاد شده اند به محاسبه طیف جرمی می‌پردازیم و نشان می‌دهیم این طیف ایجاد شده چگونه به برهم‌کنش ریز بین طعم، اسپین، ایزواسپین و رنگ کوارک‌های سازنده باریون وابسته خواهد بود. بعد از مطالعه‌ی تئوری برهم‌کنش الکترومغناطیس، در

فصل چهار مشاهدات تجربی در برهم‌کنش فوتون با نوکلئون و به وجود آمدن انواع سطح مقطع پراکندگی را نشان داده‌ایم و توضیح داده‌ایم که چگونه انرژی فوتون می‌تواند در مشاهده‌ی رفتار متفاوت از نوکلئون نقش داشته باشد. با توجه به شکل ۴-۱۱ نشان داده‌ایم برای انرژی‌های بالا برهم‌کنش از فرم ناکشسان خارج شده و به یک پراکندگی ناکشسان ژرف تبدیل می‌شود، و برای انرژی‌های پایین پراکندگی ناکشسان به سمت پراکندگی کشسان میل می‌کند و از آنجا که تصویر مشاهده شده از نوکلئون در انرژی‌های مختلف، متفاوت است شما مشاهده می‌کنید در نمودارهای مربوط به عامل شکل‌های الکترومغناطیس پروتون، با افزایش انرژی کاهش می‌یابد و با کاهش انرژی به مشاهده یک بار نقطه‌ای با بار ۱ و مغناطیس مشخص میل می‌کند. در ادامه با محاسبه‌ی تغییرات دامنه هلیسیتی برای حالت‌های تشدید به نقش فوتون مجازی در حالت‌های ایجاد شده پرداخته‌ایم.

۲.۶ پیشنهادات

بدون شک کارهای انجام شده در این رساله نمی‌تواند پایانی بر مطالعه تغییرات دامنه هلیسیتی در گذارهای مختلف باشد.

- وابستگی شدید تغییرات دامنه هلیسیتی به تابع موج، قاعدتا این امکان را ایجاد می‌کند که در مدل‌های مختلف و برای پتانسیل‌های مختلف این نتایج با دقت‌های بالاتری محاسبه شوند.
- با مطالعه‌ی ارتباط بین تغییرات دامنه هلیسیتی، سطح مقطع پراکندگی و پهنای واپاشی می‌توان مسئله را برای محاسبه آن‌ها مورد بررسی قرار داد.
- بررسی پدیده برهم‌کنش الکترومغناطیس از دیدگاه کوانتوم فیلد تئوری بسیار جالب خواهد بود.

پیوست ۱

۱.۱ محاسبات تابع موج و ویژه مقادیر انرژی در تشدیدهای باریونی

در سیستم مختصات ژاکوبی، یک سیستم N ذره ای می تواند $A = N - 1$ بردار ژاکوبی و در نتیجه $3A$ مختصه ژاکوبی داشته باشد. هر بردار ژاکوبی در واقع مرکز جرم یک زیر سیستم را به یکی از ذرات باقیمانده وصل می کند. A بردار ژاکوبی $\xi_i (i=1,2,3,\dots)$ که ترکیبات خطی از r_i ها بردار مکان ذره ی i ام نسبت به مبدا است) هستند به شکل زیر تعریف می شوند

$$\zeta_i = \sqrt{\frac{i}{i+1}} \left(\frac{1}{i} \sum_{j=1}^i r_j - r_{j+1} \right) \quad (۱)$$

که $i = 1, 2, \dots, N$ بیان کننده تعداد ذرات خواهد بود. با در نظر گرفتن مرکز جرم ذرات به صورت

$$R = \frac{r_1 + r_2 + \dots + r_N}{N} \quad (۲)$$

بنابراین ابر شعاع را به صورت زیر

$$x = (\zeta_1^2 + \zeta_2^2 + \dots + \zeta_{N-1}^2)^{1/2}, \quad x = \left[\sum_{i=1}^{N-1} \zeta_i^2 \right]^{1/2} = \left[\sum_{i=1}^{N-1} \frac{i+1}{i} (R - r_{i+1})^2 \right]^{1/2} \quad (۳)$$

تعریف می کنیم. در نهایت با استفاده از متغیرهای تعریف شده در بالا می توان ذرات را در روش های کلی تری مورد بحث قرار داد و آزادی بیشتری برای توصیف نیروهای چند جسمی بین ذرات تعریف کرد. عملگر لاپلاسی در مختصات فوق کروی در فضای D بعدی به صورت زیر بدست می آید

$$\nabla_{\xi_i(D)}^2 = \frac{1}{x^{D-1}} \frac{\partial}{\partial x} x^{D-1} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{L_{D-1}^2}{x^2} = \frac{\partial^2}{\partial^2 x} + \frac{D-1}{x} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{L_{D-1}^2}{x^2} \quad (۴)$$

L^2 در رابطه‌ی بالا عملگر اوربیتالی بزرگ نام دارد و به صورت زیر تعریف می‌شود

$$L^2 = \gamma(\gamma + D - 2) \quad (5)$$

در آن γ عدد کوانتومی زاویه‌ی بزرگ است که از طریق $\gamma = 2n + l_{\xi_1} + l_{\xi_2} + \dots$ معین می‌شود. اکنون برای یک سیستم سه ذره‌ای داریم

$$\begin{aligned} \xi_1 &= (r_2 - r_1) \\ \xi_2 &= \sqrt{\frac{4}{3}} \left(r_3 - \frac{r_1 + r_2}{2} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

بنابراین برای یک سیستم سه ذره‌ای حرکت داخلی کوارک‌ها را می‌توان در مختصات ژاکوبی به صورت زیر توصیف کرد

$$\vec{\rho} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad \vec{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{6}}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 - 2\vec{r}_3) \quad (7)$$

که در آن ρ فاصله نسبی بین کوارک (۱) نسبت به کوارک (۲) بوده و در مختصه ژاکوبی λ فاصله‌ی نسبی ذره‌ی (۳) نسبت به مرکز جرم دو ذره‌ی دیگر می‌باشد بنابراین ابر شعاع و ابر زاویه به صورت زیر

$$x = \sqrt{\rho^2 + \lambda^2}, \quad \xi = \arctan\left(\frac{\rho}{\lambda}\right) \quad (8)$$

بدست می‌آید که x^2 مربع فاصله نسبی هر کوارک از کوارک دیگر است و در مختصات فوق‌کروی علاوه بر ابر شعاع و ابر زاویه چهار متغیر زاویه‌ی مربوط به ρ و λ نیز حضور دارند، $\Omega_\rho \equiv (\theta_\rho, \phi_\rho)$ و $\Omega_\lambda \equiv (\theta_\lambda, \phi_\lambda)$. بنابراین تابع موج سه جسمی را می‌توان بر حسب هماهنگ‌های فوق‌کروی بسط بدهیم

$$\psi(\rho, \lambda) = \sum_{\gamma, l_\rho, l_\lambda} c \psi_{n\gamma}(x) Y_{[\gamma]l_\rho l_\lambda}(\Omega) \quad (9)$$

که $Y_{[\gamma]l_\rho l_\lambda}(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi)$ تابع موسوم به هماهنگ‌های فوق کروی هستند که ویژه مقدار عملگر L به

صورت زیر

$$L^2(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi) Y_{[\gamma]l_\rho l_\lambda}(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi) = \gamma(\gamma + 4) Y_{[\gamma]l_\rho l_\lambda}(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi) \quad (10)$$

بیان می‌شود و γ عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای بزرگ و برابر با $\gamma = 2n + l_\rho + l_\lambda$ ، n یک عدد صحیح و مثبت است و l_ρ و l_λ عدد کوانتومی تکانه زاویه‌ای مربوط به مختصات ρ و λ هستند که در آن

$$\begin{cases} n_\rho = 0, 1, \dots, n \\ n_\lambda = 0, 1, \dots, n - n_\rho \\ l_\rho = n_\rho, n_\rho - 2, \dots, 1, 0 \\ l_\lambda = n_\lambda, n_\lambda - 2, \dots, 1, 0 \end{cases} \quad (11)$$

خواهد بود. در نهایت معادله شرودینگر به صورت زیر در خواهد آمد.

$$\frac{d^2 \psi_{n\gamma}(x)}{dx^2} + \frac{5}{x} \frac{d\psi_{n\gamma}(x)}{dx} + 2\mu[E_{n\gamma} + V(x) - \frac{\gamma(\gamma + 4)}{2\mu x^2}] \psi_{n\gamma}(x) = 0 \quad (12)$$

۲.۱ پتانسیل برهم‌کنش کوارک‌ها

نظریه‌ای که برهم‌کنش قوی را در مدل استاندارد توصیف می‌کند، کرمودینامیک کوانتومی یا به طور خلاصه QCD نامیده می‌شود. QCD با QED از این نظر که هر دو برهم‌کنش‌هایی را توصیف می‌کنند که از طریق جفت شدگی بوزون‌های اسپین ۱ به منظور حفظ بقای بار مبادله می‌شوند، یکسان هستند. نظریه‌هایی از این نوع نظریه‌های پیمانه‌ای نامیده می‌شوند، چرا که آن‌ها دارای یک ویژگی تقارنی هستند، که ناوردایی پیمانه‌ای نامیده می‌شود، بوزون‌های اسپین ۱، بوزون‌های پیمانه‌ای نام دارند، که در QED به آن‌ها فوتون و در QCD به آن‌ها گلوئون می‌گویند. خواص QCD به طور شاخصی با برهم‌کنش QED متفاوت است، این خواص عبارتند از، حبس رنگی و آزادی مجانبی.

حبس رنگی، ایجاب می‌کند که حالت‌های مشاهده شده دارای بار رنگی صفر باشند و بنابراین کوارک‌ها نمی‌توانند به صورت ذرات آزاد منزوی مشاهده شوند، آن‌ها به تنهایی دارای مقادیر بار رنگی غیر صفر می‌باشند، آزادی مجانبی به این معناست که برهم‌کنش، در فاصله‌های کوتاه ضعیف‌تر می‌شود بنابراین پتانسیل مناسب برای در نظر گرفتن برهم‌کنش بین کوارک‌های سازنده به منظور محاسبه طیف جرمی باریون‌ها و تابع موج وابسته باید در برگرفته‌ی هر دو ویژگی فوق باشد. در این رساله پتانسیل کورنل برای محاسبات منظور شده است. در مجموعه سه کوارکی هر کوارک با دو کوارک دیگر برهم‌کنش می‌کند و چون اثر بار کوارک در مقابل برهم‌کنش قوی ناچیز است از اثر آن صرف‌نظر می‌کنند. پتانسیل فوق کولنی بین کوارک‌ها که منشاء آن بار رنگ خواهد بود از نوع جاذبه است به علاوه پتانسیل محدود کننده kx مانع جدا شدن کوارک‌ها می‌شود زیرا در طبیعت اصلاً کوارک آزاد وجود نخواهد داشت به عبارتی هیچ ذره رنگی وجود نخواهد داشت اما برای توصیف جرم‌های باریونی در حالت پایه و حالت برانگیخته و ایجاد شکافت جرمی میان چندتایی‌های باریونی باید پتانسیل ناشی از برهم‌کنش اسپین-اسپین و اسپین-ایزواسپین و ایزو اسپین-ایزواسپین را نیز در برهم‌کنش بین کوارک‌ها در نظر بگیریم در واقع همانطور که می‌بینید تقارن جرم برای چندتایی‌های یک گروه وجود ندارد و علتش برهم‌کنش‌های ذکر شده خواهد بود. پتانسیل کرنل ترکیب پتانسیل شبه کولنی و یک پتانسیل خطی می‌باشد.

$$V(x) = ax - \frac{c}{x} \quad (۱۳)$$

که از یک عبارت خطی برای برد بلند و یک قسمت شبه کولنی برای برد کوتاه تشکیل شده است که بخش شبه کولنی مربوط به بار رنگ بوده و در اصل به صورت $V_{hyc}(x) = k\alpha_s / x = -c / x$ خواهد بود که k به عنوان عامل رنگ مطرح می‌باشد و اثر مبادله گلوئون‌ها بین کوارک‌ها در مسافت‌های کوچک را نشان می‌دهد دلیل اینکه چنین عامل رنگی چرا در مسافت‌های کوتاه مطرح می‌شود به شرح زیر خواهد بود: از لحاظ تجربی مشاهده شد که ثابت جفت‌دگی در نیروهای قوی در فاصله‌های کوتاه

افزایش می‌یابد و بیشتر از مقدار ۱ خواهد شد که در ابتدا برای فیزیکدانان ذرات نگران کننده بود زیرا آنان انتظار داشتند با افزایش پیچیدگی نمودارهای فاینمن ثابت تزویج کوچک و کوچکتر شود اما برعکس بزرگتر می‌شود به این دلیل که ثابت جفتیدگی به شمار نسبی طعم (f) و رنگ (n) بستگی دارد و پارامتر حساس چنین است:

$$a = 2f - 11n \quad (۱۴)$$

اگر این مقدار مثبت باشد همانند QED، جفتیدگی موثر در فاصله‌ی کوتاه افزایش می‌یابد و اگر منفی باشد، جفتیدگی کاهش می‌یابد. در مدل استاندارد، $f=6$ و $n=3$ بنابراین $a=-21$ و به همین دلیل وجود آزادی مجانبی که برهم‌کنش، در فاصله‌های کوتاه ضعیف‌تر است تایید می‌شود. در ابتدا معادله شرودینگر را حل کرده ویژه مقدار انرژی را بدست می‌آوریم و با توجه به رابطه‌ی طیف جرمی گئورسی رادیکاتی طیف جرمی را محاسبه می‌کنیم. سپس با توجه به تعاریف تغییرات دامنه هلیسیتی و وابستگی شدید آن به تابع موج نیازمند بدست آوردن ویژه تابع برای طیف جرمی باریون‌ها را خواهیم داشت.

حل تحلیلی رابطه ویژه مقداری با استفاده از روش NU

۳.۱ روش NU

روش NU براساس تقلیل یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم به یک معادله از نوع فوق هندسی پایه ریزی شده است. پس از انتخاب یک تغییر متغیر مناسب $s = s(r)$ (معادله تبدیل یافته را به صورت زیر خواهیم داشت :

$$\Psi_n''(s) + \frac{\bar{\tau}(s)}{\sigma(s)} \Psi_n'(s) + \frac{\bar{\sigma}(s)}{\sigma^2(s)} \Psi_n(s) = 0 \quad (۱۵)$$

که $\sigma, \bar{\sigma}$ چند جمله‌ای‌هایی حداکثر از درجه دوم و $\hat{\tau}(s)$ یک چند جمله‌ای حداکثر از درجه اول است که با در نظر گرفتن تابع موج به صورت :

$$\Psi_n(s) = \phi_n(s)y_n(s) \quad (16)$$

معادله موج به یک معادله فوق هندسی از نوع تقلیل داده می‌شود:

$$\sigma(s)y_n''(s) + \tau(s)y_n'(s) + \lambda y_n(s) = 0 \quad (17)$$

که در آن λ پارامتری است که به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$(18)$$

$$\tau(s) = \bar{\tau}(s) + 2\pi(s)$$

$$\lambda = \lambda_n = -n\tau'(s) - \frac{n(n-1)}{2}\sigma''(s)$$

عبارت $\pi(s)$ و پارامتر λ به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\pi(s) = \frac{\sigma'(s) - \bar{\tau}(s)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma'(s) - \bar{\tau}(s)}{2}\right)^2 - \bar{\sigma}(s) + k\sigma(s)} \quad (19)$$

از آنجایی که عبارت $\pi(s)$ حداکثر یک چند جمله‌ای درجه یک می‌باشد، جملات زیر رادیکال در معادله (۱۹) باید به صورت یک چند جمله‌ای درجه اول مرتب بشوند که این در صورتی ممکن است که مشخص کننده آن $\Delta^2 = b^2 - 4ac$ صفر باشد، در این حالت یک معادله برای k بدست می‌آید. با محاسبه‌ی k و استفاده از رابطه‌ی زیر

$$\lambda = k + \pi'(s) \quad (20)$$

روند حل مسئله مشخص می‌شود.

که از برابری رابطه‌ی فوق به منظور محاسبه ویژه مقدار انرژی طیف استفاده می شود. جمله $y_n(s)$ تابع موج معادله می‌باشد که خود تابعی از نوع فوق هندسی است که از رابطه دیگر بدست می آید

$$y_n(s) = \frac{B_n}{\rho_n} \frac{d^n}{ds^n} (\sigma^n(s) \rho(s)) \quad (21)$$

که در آن B_n ثابت نرمالیزاسیون و $\rho(s)$ تابع وزنی است که باید شرایط زیر را برآورده کند :

$$\omega(s) = \sigma(s) \rho(s) \quad (22)$$

$$\frac{d\omega(s)}{ds} = \frac{\tau(s)}{\sigma(s)} \omega(s)$$

و تابع $\phi(s)$ از حل معادله مشتقی مرتبه یک زیر بدست می آید:

$$\sigma(s) = \pi(s) \frac{\phi(s)}{\phi'(s)} \quad (23)$$

در ادامه ما برای پتانسیل کرنل و عبارت ویژه مقداری انرژی و ویژه تابع را بدست می آوریم.

در ابتدا لازم است تغییر متغیر $x = 1/s$ زیر را اعمال کنیم و معادله شرودینگر را به فرم زیر تبدیل کنیم

$$s^4 \frac{d^2 \psi_{n\gamma}(s)}{ds^2} - 3s^3 \frac{d\psi_{n\gamma}(s)}{ds} + 2\mu[E_{n\gamma} - V(s) - \frac{\gamma(\gamma+4)}{2\mu} s^2] \psi_{n\gamma}(s) = 0 \quad (24)$$

سپس تغییر $s = y + \zeta$ را اعمال می‌کنیم و با یک بسط سری توانی خواهیم داشت:

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{(y+\zeta)} = \frac{1}{\zeta^3} (3\zeta^2 - 3\zeta s + s^2) \quad (25)$$

و همچنین

$$\frac{1}{s^2} = \frac{1}{(y+\zeta)^2} = \frac{1}{\zeta^4} (6\zeta^2 - 8\zeta s + 3s^2) \quad (26)$$

و معادله شرودینگر تبدیل به رابطه‌ی زیر خواهد شد.

$$\frac{d^2\psi_{n\gamma}(s)}{ds^2} - \frac{3s}{s^2} \frac{d\psi_{n\gamma}(s)}{ds} + \frac{1}{s^4} [-As^2 + Bs - D] \psi_{n\gamma}(s) = 0 \quad (27)$$

که در معادله فوق پارامترهای A, B و D برای پتانسیل به صورت جداگانه محاسبه شده است.

برای پتانسیل کورنل:

$$D = 2\mu(-E_{n\gamma} + \frac{3b'}{\zeta}), A = 2\mu(\frac{b'}{\zeta^3} + \frac{\gamma(\gamma+4)}{2\mu}) \quad (28)$$

$$B = 2\mu(\frac{3b'}{\zeta^2} + c')$$

نهایتاً معادله با روش NU قابل حل خواهد بود. از مقایسه خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \tilde{\tau} &= -3s \\ \sigma &= s^2 \\ \tilde{\sigma} &= -As^2 + Bs - D \end{aligned} \quad (29)$$

برای π و τ به رابطه‌های زیر می‌رسیم

$$\pi(s) = (\frac{5}{2} - \frac{B}{2\sqrt{A}})s + \sqrt{D} \quad (30)$$

و

$$\tau(s) = (2 - \frac{B}{\sqrt{D}})s + 2\sqrt{D} \quad (31)$$

و ویژه مقدار انرژی برای پتانسیل کورنل

$$E_{n\gamma} = \frac{3b}{\zeta} - \frac{\mu}{2} \left(\frac{3 \frac{b}{\zeta^2} + c}{n + \tilde{\gamma} + \frac{5}{2}} \right)^2 \quad (32)$$

است که در آن

$$\tilde{\gamma} = ((\gamma + 2)^2 + 2 \mu b / \zeta^3)^{1/2} - 2 \quad (33)$$

بدست می‌آید. برای محاسبه‌ی قسمت شعاعی تابع موج با استفاده از معادله (33) داریم

$$\begin{aligned} \rho(s) &= e^{\frac{-2\sqrt{D}}{s}} s^{\frac{B}{\sqrt{D}}} \\ \varphi(s) &= e^{\frac{-\sqrt{D}}{s}} s^{\left(\frac{5}{2} - \frac{B}{2\sqrt{D}}\right)} \end{aligned} \quad (34)$$

و در نهایت تابع موج برابر است با

$$\psi_{n\gamma}(x) = N_{n\gamma} e^{-\sqrt{D}x} x^{\tilde{\gamma}} L_n^{2\tilde{\gamma}+4}(2\sqrt{D}x) \quad (35)$$

$N_{n\gamma}$ ثابت نرمالیزاسیون است. برای یافتن مقادیر پارامترها، با فرض اینکه جرم کوارک $1/3$ جرم نوکلئون باشد با یک میانگن‌گیری روی حالت‌های مختلف طیف جرمی با عداد کوانتومی n, γ یکسان و اسپین و ایزواسپین متفاوت و انجام یک فیت بر روی این میانگین‌گیری بدست می‌آیند.

۱.۳.۱ تابع موج

برای محاسبه تابع موج باریون‌ها باید به این نکته توجه داشت که تابع موج کل برابر با

$$|qqq\rangle_A = |color\rangle_A \times |space, spin, flavor\rangle_s$$

تابع موج کل باریون‌ها باید نامتقارن باشند. که برای بخش اسپین – طعم تابع موج از فرمت زیر استفاده می‌کنیم

$$|^{2S+1} \dim(SU(3))_J, [\dim(SU(6)), L^p], X \rangle$$

S بیان کننده‌ی اسپین کل و $(2S + 1)$ نشان دهنده‌ی اسپین خالص برای کوارک‌های سازنده ذرات در گروه $SU(3)$ می‌باشد $\dim(SU(n))$ بعد گروه $SU(n)$ را نشان می‌دهد J, L و P تکانه‌ی زاویه‌ای، اسپین کل و پاریته را مشخص می‌کنند که به منظور محاسبه‌ی قسمت فضایی تابع موج باریون‌ها باید باریون‌ها را به عنوان یک سیستم مقید سه کوارکی بررسی کرد و با در نظر گرفتن پتانسیل بر هم‌کنش بین اجزای سازنده آن‌ها قسمت فضایی تابع موج را محاسبه کنیم. روش بسط هماهنگ‌های کروی یکی از روش‌های مطالعه‌ی معادله موج سیستم‌های سه جسمی به شمار می‌رود که این روش، برای دستیابی به معادله شرودینگر چند جسمی هنگامی که تابع موج کل بر حسب مجموعه‌ی کاملی از پایه‌های فوق کروی بسط داده شده است کاربرد خواهد داشت. بخش $\varphi_{SU(6)}$ می‌تواند یکی از حالت‌های زیر را برای حالت اسپینی سه کوارک

$$\begin{aligned}\chi_{MS} &= |((1/2, 1/2)1, 1/2)1/2\rangle \\ \chi_{MA} &= |((1/2, 1/2)0, 1/2)1/2\rangle \\ \chi_S &= |((1/2, 1/2)1, 1/2)3/2\rangle\end{aligned}$$

و برای حالت‌های ایزواسپینی وابسته به طعم کوارک‌ها به صورت زیر

$$\begin{aligned}\phi_{MS} &= |((1/2, 1/2)1, 1/2)1/2\rangle \\ \phi_{MA} &= |((1/2, 1/2)0, 1/2)1/2\rangle \\ \phi_S &= |((1/2, 1/2)1, 1/2)3/2\rangle\end{aligned}$$

انتخاب کند. ترکیب حالت‌های اسپینی و ایزواسپینی با تقارن S_3 به صورت زیر خواهد بود

$$\begin{aligned}\Omega_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\chi_{MA}\phi_{MA} + \chi_{MS}\phi_{MS}] \quad , \quad \Omega_A = \frac{1}{\sqrt{2}}[\chi_{MA}\phi_{MS} - \chi_{MS}\phi_{MA}] \\ \Omega_{MS} &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\chi_{MA}\phi_{MA} - \chi_{MS}\phi_{MS}] \quad , \quad \Omega_{MA} = \frac{1}{\sqrt{2}}[\chi_{MA}\phi_{MS} + \chi_{MS}\phi_{MA}]\end{aligned}$$

و تابع موج فضایی به صورت زیر

$$\psi = \psi_{space}(\rho, \lambda) = \psi_{n\gamma}(x) Y_{[\gamma]l_\rho l_\lambda}(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi)$$

و توابع فوق کروی به صورت زیر تعریف می شود

$$Y_{[\gamma]l_\rho l_\lambda}(\Omega_\rho, \Omega_\lambda, \xi) = Y_{l_\rho m_\rho}(\Omega_\rho) Y_{l_\lambda m_\lambda}(\Omega_\lambda) \left(\sqrt{\frac{2(2\gamma+2)\Gamma(\gamma+2-n)\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+l_\rho+3/2)\Gamma(n+l_\lambda+3/2)}} \right. \\ \left. (\sin \xi)^{l_\rho} (\cos \xi)^{l_\lambda} P_n^{l_\rho+1/2, l_\lambda+1/2}(\cos 2\xi) \right)$$

تابع ابر زاویه برحسب تابع مثلثاتی و چند جمله ای ژاکوبی داده می شود.

از آنجایی که ابر شعاع کاملاً متقارن است ویژگی های تقارنی تابع موج تنها با قسمت فوق کروی تعریف می شود که در دو جدول زیر ترکیبات مختلف $SU(6)$ بر اساس پارितه اندازه حرکت زاویه ای کل و ایزواسپین مشخص شده است.

جدول ۷-۱: ترکیبات مختلف باریون‌ها بر اساس پیکربندی گروه $SU(6)$

Resonance	$L_{S_3}^P$	S	T	$SU(6)$ configurations
$P11$	0_S^+	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{00} Y_{[0]00} \Omega_S$
	0_S^+	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{10} Y_{[0]00} \Omega_S$
	0_S^+	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{20} Y_{[0]00} \Omega_S$
	0_M^+	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[2]00} \Omega_{MS} + Y_{[2]11} \Omega_{MA}]$
	2_M^+	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [\frac{1}{\sqrt{2}} (Y_{[2]20} - Y_{[2]02}) \phi_{MS} + Y_{[2]11} \phi_{MA}] \chi_S$
$P13$	2_M^+	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [\frac{1}{\sqrt{2}} (Y_{[2]20} - Y_{[2]02}) \Omega_{MS} + Y_{[2]11} \Omega_{MA}]$
	2_M^+	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [\frac{1}{\sqrt{2}} (Y_{[2]20} - Y_{[2]02}) \phi_{MS} + Y_{[2]11} \phi_{MA}] \chi_S$
	0_M^+	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[2]00} \phi_{MS} + Y_{[2]11} \phi_{MA}] \chi_S$
	2_S^+	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[2]20} + Y_{[2]02}] \Omega_S$
	2_M^+	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [\frac{1}{\sqrt{2}} (Y_{[2]20} - Y_{[2]02}) \Omega_{MS} + Y_{[2]11} \Omega_{MA}]$
$F15$	2_M^+	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [\frac{1}{\sqrt{2}} (Y_{[2]20} - Y_{[2]02}) \phi_{MS} + Y_{[2]11} \phi_{MA}] \chi_S$
	2_S^+	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[2]20} + Y_{[2]02}] \Omega_S$
$F17$	2_M^+	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [\frac{1}{\sqrt{2}} (Y_{[2]20} - Y_{[2]02}) \phi_{MS} + Y_{[2]11} \phi_{MA}] \chi_S$
$P31$	2_S^+	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [(Y_{[2]20} + Y_{[2]02}) \chi_S \phi_S]$
	0_M^+	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[2]00} \chi_{MS} + Y_{[2]11} \chi_{MA}] \phi_S$
$P33$	0_S^+	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\psi_{00} Y_{[0]00} \chi_S \phi_S$
	0_S^+	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\psi_{10} Y_{[0]00} \chi_S \phi_S$
	0_S^+	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\psi_{20} Y_{[0]00} \chi_S \phi_S$
	2_S^+	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[2]20} + Y_{[2]02}] \chi_S \phi_S$
$F35$	2_M^+	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [\frac{1}{\sqrt{2}} (Y_{[2]20} - Y_{[2]02}) \chi_{MS} + Y_{[2]11} \chi_{MA}] \phi_S$
	2_S^+	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [\frac{1}{\sqrt{2}} (Y_{[2]20} - Y_{[2]02}) \chi_{MS} + Y_{[2]11} \chi_{MA}] \phi_S$
$F37$	2_S^+	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[2]20} + Y_{[2]02}] \chi_S \phi_S$
	2_S^+	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\psi_{22} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[2]20} + Y_{[2]02}] \chi_S \phi_S$

جدول ۷-۲: ترکیبات مختلف باریون‌ها حالت‌هایی با پارитеی منفی بر اساس پیکربندی گروه $SU(6)$

Resonances	$L_{S_3}^P$	S	T	States
S11	1_M^-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{11} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[1]10} \Omega_{MA} + Y_{[1]01} \Omega_{MS}]$
	1_M^-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{21} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[1]10} \Omega_{MA} + Y_{[1]01} \Omega_{MS}]$
	1_M^-	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{11} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[1]10} \phi_{MA} + Y_{[1]01} \phi_{MS}] \chi_S$
	1_M^-	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{21} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[1]10} \phi_{MA} + Y_{[1]01} \phi_{MS}] \chi_S$
D13	1_M^-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{11} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[1]10} \Omega_{MA} + Y_{[1]01} \Omega_{MS}]$
	1_M^-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{21} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[1]10} \Omega_{MA} + Y_{[1]01} \Omega_{MS}]$
	1_M^-	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{11} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[1]10} \phi_{MA} + Y_{[1]01} \phi_{MS}] \chi_S$
	1_M^-	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{21} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[1]10} \phi_{MA} + Y_{[1]01} \phi_{MS}] \chi_S$
D15	1_M^-	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{11} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[1]10} \phi_{MA} + Y_{[1]01} \phi_{MS}] \chi_S$
	1_M^-	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\psi_{21} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[1]10} \phi_{MA} + Y_{[1]01} \phi_{MS}] \chi_S$
	1_M^-	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\psi_{11} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[1]10} \chi_{MA} + Y_{[1]01} \chi_{MS}] \phi_S$
	1_M^-	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\psi_{21} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[1]10} \chi_{MA} + Y_{[1]01} \chi_{MS}] \phi_S$
S33	1_M^-	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\psi_{11} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[1]10} \chi_{MA} + Y_{[1]01} \chi_{MS}] \phi_S$
	1_M^-	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\psi_{21} \frac{1}{\sqrt{2}} [Y_{[1]10} \chi_{MA} + Y_{[1]01} \chi_{MS}] \phi_S$

منابع

- [1]. Krane K. (1987), "*Introductory Nuclear Physics*", Vol. 2, New York, JOHN WILEY & SONS, pp. 226.
- [2]. Martin B.R and Shaw G. (2008), "*Particle Physics*", Vol. 3, New York, WILEY, pp. 57.
- [3]. Halzen F and Martin A. D. (1984), "*quarks and leptons*", New York, JOHN WILEY & SONS.
- [4]. Griffiths D. (1987), "*Introduction to Elementary Particles*", New York, JOHN WILEY & SONS.
- [5]. Close F. E. (1978), "*An Introduction to Quarks and Partons*", New York, Academic Press.
- [6]. Gasiorowicz S. (1996), "*Quantum Physics*", New York, JOHN WILEY & SONS.
- [7]. Greiner W. (2000), "*Relativistic Quantum Mechanics*", Vol. 3, New York, Springer-Verlag.
- [8]. Sakurai J. J. (1967), "*Modern Quantum Mechanics*", Addison-Wesley Publishing Company.
- [9]. Jacob M and Wick G.C. (1959) "*On the General Theory of Collisions for Particles with Spin*" *Ann. Phys.*, 7, pp 404
- [10]. Gartner S. A., (2005), *PhD. Thesis, " Neutrino Helicity Measurement", Phys. University of Saskatchewan.*
- [11]. Capstick S and Karl G., (1990) " $\frac{E_{1+}}{M_{1+}}$ and their Q^2 dependence in $\gamma_v N \rightarrow \Delta$ with relativized quark-model wave functions " *Phys. Rev. D.*, 41, pp 2768.
- [12]. Bijker R, Iachello F and Leviatan A., (1994) "*Algebraic models of hadron structure: I. Nonstrange baryons*" *Ann. Phys. (N.Y.)* 236, pp 69
- [13]. Zidell V. S., (1975), *PhD. Thesis, " Electromagnetic form factors of hadrons" Phys. Iowa State University.*

- [14]. Gao H, Peng C and Zhao Z.W., (2016)" *Experimental progress and status on nucleon electromagnetic form factors* ",21st International Conference on Few-Body Problems in Physics,P1.
- [15]. Faiman D and Hendry A. W., (1969)" Electromagnetic Decays of Baryon Resonances in the Harmonic-Oscillator Model "Phys. Rev. B., 180, pp1572
- [16] Feynman R P, Kisslinger M and Ravndal F.(1971)" *Current matrix elements from a relativistic quark model*" Phys. Rev. D., 3, pp 2706
- [17] Isgur N and Karl G.,(1978)" *P-wave baryons in the quark model*" Phys. Rev. D. 18,pp 4187. Isgur N and Karl G (1979) Phys. Rev. D 19 2653,Isgur N and Karl G (1979) Phys. Rev. D 20, pp1191.
- [18]. Capstick S and Isgur N., (1986) " *Baryons in a relativized quark model with chromodynamics*"Phys. Rev. D., 34, pp 2809.
- [19]. Giannini M. M (1991)" *Electromagnetic excitations in the constituent quark model*" Rep. Prog. Phys., 54, pp 453.
- [20]. Ferraris M, Giannini M M, Pizzo M, Santopinto E and Tiator L., (1995)" *A three-body force model for the baryon spectrum* " Phys. Lett. B.,364,pp 231
- [21]. Valcarce A, Gonzalez P, Fernandez P and Vento V. (1996)" *A consistent study of the low energy baryon spectrum and the nucleon-nucleon interaction within the chiral quark model*" Phys. Lett. B.,367,pp 35.
- [22]. Dziembowski Z, Fabre de la Ripelle M and Miller G A.,(1996)" *Nonperturbative treatment of gluons and pseudoscalar mesons in baryon spectroscopy*"Phys. Rev. C., 53, pp2038.
- [23]. Glozman L Ya, Papp Z and Plessas W., (1996)" *Light baryons in a constituent quark model with chiral dynamics*" Phys. Lett. B .,381, pp311.
- [24]. Aiello M, Giannini M.M and Santopinto E.,(1998)" *Electromagnetic transition form factors of negative parity nucleon resonances* " J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., 24, pp 753.
- [25] Aiello M, Ferraris M, Giannini M. M, Pizzo M and Santopinto E.,(1996)" *A three-body force model for the electromagnetic excitation of the nucleon*" Phys. Lett. B., 387,pp 215
- [26] Cates G. D, et al., (2011) " *Flavor decomposition of the elastic nucleon electromagnetic form factors*"Phys. Rev. Lett., 106, pp 252003.
- [27] Carlson CE., (2015)." *The proton radius puzzle*"Prog. Part. Nucl. Phys., 82, pp 59.

- [28] Perdrisat C. F, Punjabi V and Vanderhaeghen M.,(2007)" *Nucleon electromagnetic form factors*" *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 59, pp 694.
- [29]. M M Giannini (1998)" *An Interoduction to Nucleon Resonances*" *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 24, pp 253.
- [30]. Burkert V. D., (1996)"*Electroexcitation of Nucleon Resonances*" *Czech. J. Phys.*, 46,pp 627.
- [31]. Santopinto E, Iachello F and Giannini M.M., (1998)"*Nucleon form factor in a simple three-body quark model*" *Eur. Phys. J. A.*, 1, pp 307.
- [32]. Sanctis M. De , Santopinto E and Giannini M.M., (1998)" *A relativistic study of the nucleon form factors*" *Eur.Phys.J. A.*,1, pp187
- [33]. Brizzolara R and Giannini M. M., (1998)"*Nucleon Photoabsorption and Quark Structure*" *Few-Body System.*, 5, pp1.
- [34]. M. De Sanctis, Giannini M.M and Santopinto E., (1998)" *A relativistic study of the nucleon helicity amplitudes*" *Eur. Phys. J. A.*, 2, pp 403.
- [35]. M. De Sanctis, Giannini M.M, Repetto L and Santopinto E., (2000)"*Proton form factor in the hypercentral constituent quark model*" *Phys. Rev. C.*, 62, pp 025208.
- [36]. M.K. Jones, et al., (2000)" G_E^p / G_M^p ratio by polarization transfer in $ep \rightarrow ep$ " *Phys. Rev. Lett.*, 84, pp1398.
- [37]. Anisovich A.V, et al.,(2013)," *Helicity amplitudes for photoexcitation of nucleon resonances off neutrons*" *Eur.Phys. J. A.*, 49, pp 67.
- [38]. Bijker R, Leviatan A., (1997)" *Electromagnetic Form Factor of the Nucleon*" *AIP. CP.*, 412, PP 519.
- [39]. Giannini M.M. (1990)"*Electromagnetic excitation in the constitunet quark model*" *Rep. Prog. Phys.*,54, pp 453.
- [40]. Perdrisat C. F. , Punjabi V. and Vanderhaeghen M., (2007)"*Nucleon Electromagnetic Form Factors*" *Prog. Part. Nucl. Phys.*,59, pp 694.
- [41]. Kohl M., (2008)," *Elastic Form Factors of Proton, Neutron and Duteron*" *Nucl.Phys A.*, 805, pp 361.
- [42]. Arrington J., (2009)" *Overview of proton, neutron and pion form factor measurments*"*QCD Bound States Workshop Argonne National Lab.*
- [43]. Beringer J, et al., (2012)"*REVIEW OF PARTICLE PHYSICS*" *Phys. Rev. D.*, 86, pp 1.

- [44]. Becchi C and Morpurgo G., (1965)" *Vanishing of the E_2 part of the $N_{33} \rightarrow N + \gamma$ Amplitude in the non- relativistic Quark Model of elementary particles*" *Phys. Lett.*, 17,pp 352.
- [45]. Haidenbauer. J, Kang X.W. and Meibner U.G (2014)" *The electromagnetic form factors of the proton in the timelike region*" *Nucl. Phys. A.*, 929,pp102.
- [46]. Mass F.E and Peschke K.D., (2017)" *Strange nucleon form factor*", *Prog.Part.Nucl.Phys.*, 95, pp 209.
- [47]. Frolov V.V,et al., (1999)"*Electroproduction of the $\Delta(1232)$ Resonance at High Momentum Transfer*" *Phys.Rev. Lett.*, 82,pp 45.
- [48]. YU-Bing D and Jian L,(2004)" *A Study of Electromagnetic Transition of $\Delta(1232)$ Resonance*"*Commun. Theor. Phys.*, 42,pp 87.
- [49]. I. G. Aznauryan, V. D. Burkert.,(2012)" *Nucleon electromagnetic form factors and electroexcitation of low lying nucleon resonances in a light-front relativistic quark model*" *Phys. Rev. C.*,85,pp 055202
- [50]. I.G. Aznauryan, et al.,(2008), " *Electroexcitation of the Roper resonance for $1.7 \leq Q^2 \leq 4.5 \text{ GeV}^2$ in $ep \rightarrow en\pi^+$* "*Phys.Rev.C.*, 78, pp 045209 .
- [51]. Garc'ia -Tecocoatzi H and Bijker R., (2015)" *The unquenched quark model*" *J. Phys.: Conf. Ser.* 639, pp 012013
- [52]. I.G. Aznauryan., (2007) " *Electroexcitation of the Roper resonance in relativistic quark models*" *Phys.Rev.C*,75, pp 025212. And references quoted therein.
- [53]. S. Capstick and B. D. Keister.,(1995)" *Baryon current matrix elements in a light-front framework*" *Phys. Rev. D.*, 51,pp 3598.
- [54]. F. Cardarelli, E. Pace, G. Salm, S. Simula., (1997)" *Electroproduction of the Roper resonance and the constituent quark model*" *Phys. Lett. B.*, 397, pp13 . And references quoted there in
- [55]. S. Simula,*Proceedings of the Workshop on the Physics of Excited Nucleons, NSTAR2001, Mainz (Germany), March 7-10*(World Scientific, Singapore, 2001) p. 135.
- [56]. Julia-Diaz B, Riska D. O and Coester F.,(2004)" *Baryon form factors of relativistic constituent-quark models*" *Phys. Rev. C.*,69,pp 035212.

- [57]. E. Santopinto, M.M. Giannini., (2012)" Systematic study of longitudinal and transverse helicity amplitudes in the hypercentral constituent quark model" *Phys. Rev. C*, 86, pp 065202. And references quoted therein
- [58]. Burkert V. D and Lee TSH., (2004) " *Electromagnetic meson production in the nucleon resonance region*" *Int. J. Mod. Phys .E.*, 13, pp108.
- [59]. Zhenping Li, Yubing Dong and Weihsing Ma.,(1997)" *Longitudinal Transitions of BaryonResonances in Constituent Quark Model*" *J. Phys.G.*, 23, pp151.
- [60]. Ishida S. Konno K and Shimodaira H.,(1996)" *Electromagnetic Properties of Baryons and the Quark Model*" *Prog. Thor. Phys.*,. 36.pp 1243.
- [61]. Goltzman. L. Ya, and Riska. D. O.,(1996)" The Spectrum of the nucleons and the strange hyperons and chiral dynamics" *Phys. Rep. C.*, 268,pp263.
- [62]. L. Ya. Glozman, Z. Papp, and W. Plessas., (1996)" *Light baryons in a constituent quark model with chiral dynamics*" *Phys. Lett. B.*, 381,pp 311.
- [63]. LY Glozman, et al., (1998)" *Effective Q - Q interactions in constituent quark models*" *Phys. Rev.C.*,57,pp3406.
- [64]. LY Glozman, W Plessas, K Varga, RF Wagenbrunn., (1998) "*Unified description of light-and strange-baryon spectra*" *Phys.Rev. D.*, 58,pp 094030.
- [65]. F. Cardarelli, E. Pace, G. Salme and S. Simula.,(1994)" Hard constituent quarks and electroweak properties of pseudoscalar mesons" *Phys. Lett.B.*, 332, pp1; *Phys. Rev. D* 53, 6682 (1996); *Phys. Lett.B*349, 393 (1995); *Phys. Lett. B*359, 1 (1995).
- [66]. A. Valcarce, P. Gonzalez, P. Fernandez and V. Vento.,(1996)" *A consistent study of the the low energy baryon spectrum and the nucleon-nucleon interaction within the chiral quark model*" *Phys. Lett. B.*, 367, pp35.
- [67]. Z. Dziembowski, M. Fabre de la Ripelle and Gerald A. Miller.,(1996)" *Nonperturbative treatment of gluons and pseudoscalar mesons in baryon spectroscopy*" *Phys. Rev. C.*, 53, pp2038.
- [68]. M. Benmerrouche, N. C. Mukhopadhyay and JF. Zhang, (1996)" *Model-Independent Extraction of the Electrostrong Form Factor from Eta Electroproduction*" *Phys. Rev. Lett.* 77, pp4716.
- [69]. MM Giannini, E Santopinto, A Vassallo.,(2001)." *Hypercentral constituent quark model and isospin dependence*" *Eur. Phys. J. A.*,12, pp 447.
- [70]. M.Ferraris, M.M.Giannini, M.Pizzo, E.Santopinto and L.Tiator.,(1995) "*A three-body force model for the baryon spectrum*," *Physics Letters B.*,364,pp231.

- [71] E. Santopinto, F. Iachello and M.M. Giannini, (1998) "Nucleon form factors in a simple three-body quark model," *Eur. Phys. J. A.*, 1, pp307.
- [72] Gursey F and Radicati L. A., (1964) "Spin and Unitary Spin Independence of Strong Interactions," *Phys. Rev.Lett.*, 13, pp173.
- [73] M.M. Giannini, E. Santopinto and A. Vassallo., (2005) "A new application of the Gürsey and Radicati mass formula," *Eur.Phys.J. A.*, 25, pp 241.
- [74]. Nakano T and Nishijima K. , (1953) "Charge Independence for V-particles," *Prog Theor,Phys.*, 10, pp581.
- [75]. M. Gell-Mann., (1953) "Isotopic Spin and New Unstable Particles," *Phys. Rev.*, 92, pp833.
- [76]. E.B.Hughes et al., (1965) " Neutron form factors from inelastic electron-deuteron Scattering" *Phys. Rev.* 139, ppB458
- [77]. Stoler P., (1993) "Baryon form factors at high Q^2 and the transition to perturbative QCD," *Phys. Rep.* 226, pp103.
- [78]. M Aiello, M M Giannini and E Santopinto., (1998) "Electromagnetic transition form factors of negative parity nucleon resonances," *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys*, 24, pp.
- [79]. F. E. Close., (1990) "Photo and electroproduction of N^* in a quark model," *Phys. Rev D.*, 42, pp2194.
- [80]. E. Santopinto, M.M. Giannini., (2012) "Systematic study of longitudinal and transverse helicity amplitudes in the hypercentral constituent quark model," *Phys. Rev. C.* 86, pp065202.
- [81]. L. A. Copley, G. Karl and E. Obryk, *Phys. Lett.* **29**, 117 (1969)
- [82]. R. Koniuk and N. Isgur, (1980) " Baryon decays in a quark model with chromodynamics" *Phys. Rev. D*, 21, pp 1868.
- [83]. Yu. A. Simonov, *Sov. J. (1966) " THE THREE-BODY PROBLEM. COMPLETE SYSTEM OF ANGULAR FUNCTION" Nucl. Phys.* 3, pp461; 7, 722 (1968)
- [84]. S. Capstick and N. Isgur., (1986) " Baryons in a relativized quark model with chromodynamics" *Phys. Rev. D* 34, pp2809.

- [85]. M. Warns, H. Schroder, W. Pfeil, H. Rollnik, Z.,(1990)" Calculations of electromagnetic nucleon form factors and electroexcitation amplitudes of isobars"Phys. C. Particles and Fields45, pp627 .
- [86]. M. De Sanctis, M. M. Giannini, E. Santopinto, and A. Vassallo,(2007)"Electromagnetic form factors and the hypercentral constituent quark model"
Phys. Rev. C, 76,pp 062201.
- [87]. M. De Sanctis, M. M. Giannini, L. Repetto, E. Santopinto,(2000)" Proton form factors in the hypercentral constituent quark model" *Phys. Rev. C* 62,pp 025208 .
- [88]. W. Bartel et al.,(1973)" Measurement of proton and neutron electromagnetic form factors at squared four-momentum transfers up to 3 (GeV/c)^2 " *Nucl. Phys. B* 58,pp 429.
- [89]. T. Janssens et al.,(1966)" *Proton form factors from elastic electron-proton scattering*"
Phys. Rev. 142,pp 922.
- [90]. Ch. Berger et al. ,(1971)" *Electromagnetic form factors of the proton at squared four-momentum transfers between 10 and 50 fm⁻²*" *Phys. Lett. B*, 35, pp87 .
- [91]. R.C. Walker et al. , (1994)" *Measurements of the proton elastic form factors for $1 \leq Q^2 \leq 3 \text{ (GeV/c)}^2$ at SLAC*" *Phys. Rev.D* 49,pp5671
- [92]. A. F. Sill et al.,(1993)" Measurements of elastic electron-proton scattering at large momentum transfer"Phys. Rev. D 48, pp29
- [93]. J. Litt et al.,(1970)" Measurement of the ratio of the proton form factors, G_E/G_M , at high momentum transfers and the question of scaling"Phys. Lett. B 31,pp 40.
- [94]. G. Kubon et al.,(2002)" *Precise neutron magnetic form factors*"Phys. Lett. B 524, pp26.
- [95]. P. Markowitz et al., *Phys. Rev. C* 48, 5 (1993).
- [96]. A. Lung et al., (1993)" Measurements of the electric and magnetic form factors of the neutron from $Q^2=1.75$ to 4.00 (GeV/c)^2 "Phys. Rev. Lett. 70, pp718 .
- [97]. H. Anklin et al.,(1994)" *Precision measurement of the neutron magnetic form factor*" *Phys. Lett. B* 336, pp313.
- [98]. W. Xu et al.,(2003)" Plane-wave impulse approximation extraction of the neutron magnetic form factor from quasielastic $3\text{He} \rightarrow (\rightarrow e, e')$ at $Q^2=0.3$ to 0.6 (GeV/c)^2 " *Phys. Rev. C* 67, 012201.

- [99]. I. G. Aznauryan et al.,(2013)" *Studies of nucleon resonance structure in exclusive meson electroproduction*" Int. J. Mod. Phys. E, Vol. 22,pp 1330015.
- [100]. O. Gayou et al.,(2001)" Measurements of the elastic electromagnetic form factor ratio $\mu\text{G}_{\text{Ep}}/\text{G}_{\text{Mp}}$ via polarization transf"Phys. Rev. C 64,pp 038202 .
- [101]. O. Gayou et al. [Jefferson Lab Hall A Collaboration],(2002)" Measurement of $\text{G}_{\text{Ep}}/\text{G}_{\text{Mp}}$ in $\rightarrow\text{ep}\rightarrow\text{e}\rightarrow\text{p}$ to $Q^2=5.6\text{GeV}^2$ "Phys. Rev. Lett. 88,pp 092301.
- [102]. M. K. Jones et al. [Jefferson Lab Hall A Collaboration], (2000)" $\text{G}_{\text{Ep}}/\text{G}_{\text{Mp}}$ Ratio by Polarization Transfer in $\rightarrow\text{ep}\rightarrow\text{e}\rightarrow\text{p}$ " Phys. Rev. Lett. 84,pp 1398.
- [103]. T. Pospischil et al. [A1 Collaboration],(2001)" Measurement of $\text{G}_{\text{Ep}}/\text{G}_{\text{Mp}}$ via polarization transfer at $Q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2/\text{c}^2$ "Eur. Phys. J. A 12, pp125.
- [104]. C. F. Perdrisat, V. Punjabi, M. Vanderhaeghen.,(2007)" *Nucleon electromagnetic form factors*" Prog.Part.Nucl.Phys.59,pp 694.
- [105]. Y.B. Dong, M. M. Giannini, E. Santopinto, and A. Vassallo.,(2014)" Electromagnetic $N - \Delta(1232)$ Transitions within the Point-Form of Relativistic Quantum Mechanics" Few Body Syst.55, pp 873.
- [106]. M. Ronniger, B. Ch. Metsch.,(2013)" *Effects of a spin-flavour-dependent interaction on light-flavoured baryon helicity amplitudes*" Eur. Phys. J. A 49, pp8.
- [107]. D. Drechsel, S. S. Kamalov, and L. Tiator,(2007)" *Unitary isobar model--MAID2007*"Eur. Phys. J. A 34, pp69 .
- [108]. L. Tiator, D. Drechsel, S. S. Kamalov, M. Vanderhaeghen,(2009)" *Baryon resonance analysis from MAID*"Chinese Phys. C 33, pp1069 .
- [109].B. Julia-Diaz, D. O. Riska, F. Coester,(2004)" *Baryon form factors of relativistic constituent-quark models*"Phys. Rev. C69,pp 035212 .
- [110]. Z. P. Li, V. Burkert, and Zh. Li, Phys. Rev. D 46, 70 (1992).
- [111]. F. Cardarelli, E. Pace, G. Salm, S. Simula.,(1997)" *Electroproduction of the Roper resonance and the constituent quark model*" Phys. Lett. B397, pp13. And references quoted therein
- [112]. C. Alexandrou, P. de Forcrand, O. Jahn, (2003)" *The ground state of three quarks*
" Nucl. Phys. Proc. Suppl. 119, pp667
- [113]. V.M. Braun, et al.,(2009)" Electroproduction of the $N^*(1535)$ Resonance at Large Momentum Transfer" Phys.Rev. Lett. 103,pp 072001.
- [114]. R. Gothe, V. Mokeev *et al.* approved by PAC34

[115]. H. Denizli et al. [CLAS Collaboration].(2007)" Q2 dependence of the S11(1535) photocoupling and evidence for a P-wave resonance in η electroproduction

" *Phys. Rev. C* 76,pp015204 .

[116] P. Stoler. Phys. Rept. 226, 103 (1993).

[117]. L. Tiator, D. Drechsel, S. Kamalov, M. M. Giannini.,(2004)" Electroproduction of nucleon resonances"Eur. Phys. J. A 19, pp55

Abstract

The study of nucleon structure always has been highly regarded. Useful information from the form factors, internal structure and the constituent particle of nucleons is obtained by studying the elastic, inelastic and deep inelastic scattering cross-section. In classical electrodynamics, we attribute the electrical repulsion of two electrons, say, to the electric field surrounding them; each electron contributes to the field, and each one responds to the field. But in quantum field theory, the electric field is quantized (in the form of photons), and we may picture the interaction as consisting of a stream of photons passing back and forth between the two charges, each electron continually emitting them and continually absorbing them. In the case of electrodynamics, the mediator is the photon. The quantum theory of electrodynamics was perfected by Tomonaga, Feynman, and Schwinger in the 1940s. Internal lines (those which begin and end within the diagram) represent particles that are not observed-indeed, that cannot be observed without entirely changing the process. We call them “virtual” particles. Only the external lines (those which enter or leave the diagram) represent “real” (observable) particles. The external lines, then, tell you what physical process is upcoming; the internal lines describe the mechanism involved. When you want to analyze a certain physical process. First, you draw all the diagrams that have the appropriate external lines (the one with two vertices, all the ones with four vertices, and so on), then you evaluate the contribution of each diagram, using the Feynman rules, and add it all up. The sum total of all Feynman diagrams with the given external lines represents the actual physical process. In this thesis, we have tried to study the nucleon and its resonances with a new approach. This means that in the electron-proton scattering, the interaction of photons with the current of the constituent quarks is studied. We study the electromagnetic interaction between the quark current and the electromagnetic field of photons and show that the Hamiltonian interaction consists of the spin transfer operators and a momentum transfer operator, and since the separate study of the effect of these two operators on the interaction of electromagnetic is a complex work, the quantum number of a helicity, which is highly dependent on the total momentum, has been introduced. The changes in this quantum number by the transition to different resonance modes are obtained. Therefore, the relationship between the helicity amplitudes and the electromagnetic form factors is calculated.

Keywords: nucleon structure; Feynman diagrams; the electron-proton scattering; helicity amplitudes



Shahrood University of Technology
Faculty of Physics and Nuclear Engineering
Ph.D. Thesis in Nuclear Physics

Calculation of the helicity amplitudes in baryon spectrum

Sara Parsaei

Supervisor:
Prof. A. A. Rajabi

September 2018