

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده فیزیک و مهندسی هسته‌ای

پایان‌نامه کارشناسی ارشد فیزیک ذرات بنیادی

بررسی انرژی آزاد کوارکونیوم در محیط دما دار با استفاده از تناظر AdS/CFT

نگارنده : محمد حسین امامی

استاد راهنما:

دکتر کاظم بی تقصیر فدافن

استاد مشاور:

دکتر محمد رضا سرکرده ای

تیر ۱۳۹۶

فرم شماره (۲) ارزشیابی نهایی پایان نامه کارشناسی ارشد

نام و نام خانوادگی دانشجو: محمد حسین امامی رشته و گرایش تحصیلی: فیزیک ذرات بنیادی

تاریخ دفاع: ۱۳۹۶/۴/۲۴ شماره دانشجویی: ۹۴۰۲۷۱۴

عنوان پایان نامه: بررسی انرژی آزاد و انرژی بستگی کوارکونیوم در محیط دما دار با استفاده از تناظر AdS/CFT

اسامی هیات داوران	نمره از ۲۰ (فرم ۱)	پایان نامه	نمره	امضاء
استاد راهنمای اول: دکتر کاظم بی تقصیر فدافن		با حضور استاد مشاور نمره از ۷		
استاد راهنمای دوم:		بدون حضور استاد مشاور نمره از ۸		
استاد مشاور: دکتر محمد رضا سرکرده ای		نمره از ۲		
استاد ممتحن اول: دکتر مصطفی عنایتی		با حضور مشاور نمره از ۴/۵ برای هر داور		
اساتید ممتحن دوم: دکتر سید علی حسینی منصوری		بدون حضور مشاور نمره از ۵ برای هر داور		
نماینده تحصیلات تکمیلی: دکتر حسن حسن آبادی		نحوه دفاع، گزارشات پیشرفت، حضور در دانشکده: ۱ نمره		
		نمره مقالات: ۱ نمره		
نمره کل: به عدد به حروف درجه				
عالی (۲۰ - ۱۹)، خیلی خوب (۱۸ - ۱۸/۹۹)، خوب (۱۷ - ۱۶/۹۹)، متوسط (۱۵ - ۱۴/۹۹)، نمره کمتر از ۱۴ مردود				

امضاء نماینده هیات داوران

اصلاحات انجام شده مورد تایید اینجانب می باشد. نام و نام خانوادگی

امضاء

نام و نام خانوادگی نماینده تحصیلات تکمیلی

تاریخ و امضاء و مهر دانشکده

نام و نام خانوادگی رئیس دانشکده

تقديم به همسرو

خانواده ام

سپاس و قدردانی

در اینجا لازم است که با توجه به مقام والای معلم و استاد، از آقای دکتر کاظم بی تقصیر فدافن استاد راهنمای گرانقدرم که در کمال سعه صدر با صبر و حوصله فراوان هر کمکی که در توانش بود به اینجانب نمود ند، کمال تشکر و قدردانی را داشته باشم. که در تدوین این پایان نامه کمک فراوانی را به اینجانب نمودند. و از استاد محترم جناب آقای دکتر محمد رضا سرکرده ای به عنوان استاد مشاور نیز کمال تشکر و قدردانی را دارم.

از دوستان عزیزم آقایان حسن توکلی و مهدی آتشی نیز که در تدوین پایان نامه به اینجانب کمک فراوانی نمودند کمال تشکر و قدردانی دارم.

تعهد نامه

اینجانب محمد حسین امامی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد، رشته فیزیک ذرات بنیادی دانشکده فیزیک ومهندسی هسته ای دانشگاه صنعتی شاهرود، نویسنده پایان نامه: بررسی انرژی آزاد کوارکونیوم در محیط دما دار با استفاده از هولوگرافی ونظریه ریسمان تحت راهنمایی دکتر کاظم بی تقصیر فدافن متعهد می شوم که:

- (۱) تحقیقات دراین پایان نامه توسط اینجانب انجام شده واز صحت واصلت برخوردار است.
- (۲) در استفاده از نتایج وپژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- (۳) مطالب مندرج درپایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی درهیچ جا ارائه نشده است.
- (۴) کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . ومقالات مستخرج با نام <<دانشگاه شاهرود>> ویا (Shahrood University of Technology) به چاپ خواهد رسید.
- (۵) حقوق معنوی تمام افرادی که در بد ست آوردن نتایج اصلی پایان نامه تأثیر گذار بوده اند، در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- (۶) درکلیه مراحل انجام این پایان نامه، درمواردی که ازموجود زنده (یا بافت های آنها) استفاده شده است ضوابط واصل اخلاقی رعایت شده است.
- (۷) درکلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوضه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته با استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط واصل اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضاء دانشجو

مالکیت نتایج وحق نشر

- (۱) کلیه حقوق معنوی این اثر ومحصولات آن(مقاله مستخرج، برنامه های رایانه ای، نرم افزارهاوتجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- (۲) استفاده از اطلاعات ونتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده:

پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک در حالت کلی و به روش هولوگرافی محاسبه شده است. با در نظر گرفتن مسیر حرکت یک کوارک و حلقه ویلسون مقدار چشمداشتی حلقه های ویلسون باید با تابع پارش جهان سطح ریسمان U شکل بر/بر باشد. بنابراین در نظریه ابر تقارن یانگ میلز در حد ثابت جفت شدگی قوی و N_c بزرگ تابع پارش ریسمان با کنش ریسمان کلاسیکی یکی است. در این پایان نامه بیان می کنیم که در محیط پلازما قسمت حقیقی این پتانسیل با انرژی آزاد کوارک-پادکوارک سنگین یکسان است. نشان داده می شود که در دما های پایین انرژی آزاد و انرژی بستگی یک کوارکونیوم به دما بستگی ندارند.

در ادامه طول کوارک و پادکوارک در دما های مختلف محاسبه شده است و انرژی بستگی کوارکونیوم به عنوان اختلاف انرژی دو کوارک برهمکنشی با دو کوارک مستقل محاسبه شده است. نمودار انرژی آزاد و انرژی بستگی در دما های مختلف بر حسب فاصله کوارک ها رسم شده اند.

همچنین آنتروپی و انرژی درونی کوارکونیوم و کوارک آزاد، بر حسب دما محاسبه شده است. این کمیت ها در نظریه ابر تقارن یا ننگ میلز ($N = 4$) و نظریه ناهمدیس مطالعه شده است. با اعمال تصحیحات R^4 ثابت جفت شدگی محدود را مطالعه کرده ایم و نشان داده شده است که با افزایش جفت شدگی λ فاصله کوارک و پادکوارک بیشتر می شود و انرژی آزاد کاهش می یابد.

کلمات کلیدی: پلاسمای کوارک گلوئون، تصحیحات R^4 ، انرژی آزاد، انرژی بستگی،

آنتروپی، انرژی درونی، تناظر AdS/CFT

لیست مقالات استخراج شده از پایان نامه:

(۱) محمد حسین امامی ودکتر کاظم بی تقصیر فدافن “بررسی رفتار انرژی آزاد و انرژی

بستگی یک کوارکونیوم با استفاده از AdS/CFT “ بیست و چهارمین کنفرانس بهاره

فیزیک(پژوهشگاه دانش های بنیادی ۳و۴ خرداد ماه ۱۳۹۶)

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه

۱-۱- نظریه ریسمان:	۲
۲-۱- انواع ریسمان:	۴
۳-۱- نظریه ابر ریسمان	۵
۴-۱- انواع نظریه ریسمان	۶
۵-۱- پلاسمای کوارک گلوئون:	۹
۶-۱- روش تشکیل پلاسمای کوارک گلوئون:	۱۲
۷-۱- کوارکونیوم ها	۱۳
۸-۱- بررسی ذوب شدن کوارکونیوم در پلاسمای کوارک گلوئون از دیدگاه هولوگرافی:	۱۵
(۹-۱) نگاهی به فصل های بعدی:	۱۹

فصل دوم: محاسبه انرژی آزاد ، انرژی بستگی ، آنتروپی و انرژی درونی کوارکونیوم

در پلاسمای کوارک گلوئون

۱-۲- مقدمه ای بر AdS/CFT	۲۲
۲-۲- محاسبه فاصله کوارک - پاد کوارک در پلاسما:	۲۷
۳-۲- محاسبه انرژی آزاد کوارکونیوم در پلاسما	۳۳
۴-۲- محاسبه انرژی بستگی کوارکونیوم در پلاسما:	۳۸
۵-۲- بررسی رفتار انرژی آزاد و انرژی بستگی در مدل های ناهمدیس:	۴۹

۶-۲- روش محاسبه آنتروپی وانرژی درونی جفت کوارک سنگین در پلاسمای کوارک-گلوئون ۵۸

۷-۲- رفتار آنتروپی وانرژی درونی در مدل ها ونظریه های غیرهمدیس: ۶۵

(۸-۲) انرژی آزاد وانرژی درونی و آنتروپی یک کوارک سنگین تنها: ۶۸

فصل سوم: تصحیحات R^4 بر ثابت جفت شدگی

۱-۳- متریک گرانشی در R^4 ۷۸

(۲-۳) طول مزون با اعمال تصحیحات R^4 ۸۰

۳-۳- روش محاسبه انرژی آزاد کوارکونیوم با اعمال تصحیحات R^4 ۸۱

فصل چهارم: خلاصه ونتیجه گیری

نتیجه گیری: ۸۴

پیوست ها ۸۷

مراجع ومنابع: ۹۲

فهرست اشکال

- شکل (۱-۱) نموداری از انواع ریسمان های M تئوری [8]..... ۹
- شکل (۲-۱) نمودار تغییر دمای پلاسما بعد از مه بانگ بر حسب زمان [9]..... ۱۱
- شکل (۳-۱) نمودار تغییرات ثابت جفت شدگی با فاصله کوآرک ها ۱۵
- شکل (۴-۱) تغییرات پتانسیل برای کوآرک _ پاد کوآرک محصور و آزاد [3]..... ۱۶
- شکل (۵-۱) حالت های مقید دو سیستم دو ذره ای پوزیترونیم و چارمونیم را نشان می دهد [1]..... ۱۷
- شکل (۶-۱) حالت های مقید سیستم دو ذره ای باتمونیم [1]..... ۱۸
- شکل (۱-۲) حلقه ویلسون مستطیل شکل که کوآرک روی آن زندگی می کند [6]..... ۲۵
- شکل (۲-۲) فاصله کوآرک و پاد کوآرک در یک کوآرکونیوم بر حسب GeV..... ۳۲
- شکل (۳-۲) نمودار انرژی آزاد کوآرکونیوم در سه دمای مختلف..... ۳۷
- شکل (۴-۲) نمودار انرژی بستگی یک کوآرکونیوم در سه دمای مختلف..... ۴۱
- شکل (۵-۲) نمودار انرژی آزاد و انرژی بستگی در دما های مختلف. خطوط توپر انرژی آزاد و خطوط خط چین انرژی بستگی [6]..... ۴۶
- شکل (۶-۲) نمودار تجربی انرژی آزاد کوآرکونیوم بر حسب فاصله دو کوآرک که باتوجه به آن می توان فهمید که در فاصله های ثابت انرژی آزاد به دما بستگی ندارد. [6]..... ۴۷
- شکل (۷-۲) نمودار انرژی آزاد و انرژی بستگی در مدل های مختلف. نمودار مشکی در $N = 4$ و نمودار توپر انرژی آزاد در مدل های غیر همدیس ، نمودار خط چین انرژی بستگی در مدل های غیر همدیس [6]..... ۵۵
- شکل (۸-۲) نمودار انرژی آزاد در مدل های مختلف [6]..... ۵۶
- شکل (۹-۲) نمودار انرژی آزاد و انرژی درونی و آنتروپی جفت کوآرک سنگین. نمودار مشکی آنتروپی، نمودار توپر انرژی آزاد، نمودار خط چین انرژی درونی [6]..... ۶۲
- شکل (۱۰-۲) نمودار انرژی آزاد و انرژی درونی بر حسب دما. خطوط توپر انرژی آزاد، خطوط خط چین انرژی درونی [6]..... ۶۳
- شکل (۱۱-۲) نمودار انرژی آزاد و انرژی درونی بر حسب فاصله کوآرک _ پاد کوآرک [6]..... ۶۵

- شکل (۱۲-۲) انرژی داخلی بر حسب دما در مدل های مختلف [6] ۶۶
- شکل (۱۳-۲) نمودار انرژی داخلی در مدل های مختلف و تفاوت آنها [6] ۶۸
- شکل (۱۴-۲) نمودار انرژی آزاد یک تک کوارک سنگین در مدل های مختلف [6] ۷۲
- شکل (۱۵-۲) نمودار انرژی درونی یک تک کوارک سنگین در مدل های مختلف [6] ۷۳
- شکل (۱۶-۲) نمودار آنتروپی تک کوارک در مدل های مختلف [6] ۷۴
- شکل (۱۷-۲) نمودار تجربی انرژی آزاد و انرژی درونی و آنتروپی یک تک کوارک بر حسب دما ۷۶
- شکل (۱-۳) نمودار فاصله کوارک و پاد کوارک رابر حسب تغییرات ثابت جفت شدگی نشان می دهد ۸۱
- شکل (۲-۳) نمودار انرژی آزاد کوارکونیوم بر حسب تغییرات ثابت جفت شدگی ۸۲

فصل اول

مقدمه

- (۱) نظریه ریسمان
- (۲) انواع ریسمان
- (۳) نظریه ابر ریسمان
- (۴) انواع نظریه های ریسمان
- (۵) پلاسمای کوارک گلوئون
- (۶) روش تشکیل پلاسمای کوارک گلوئون
- (۷) کوارکونیوم ها
- (۸) بررسی ذوب شدن کوارکونیوم ها در پلاسمای کوارک گلوئون از دید گاه هولوگرافی
- (۹) نگاهی به فصل های دوم و سوم

۱-۱- نظریه ریسمان:

نظریه ی ریسمان^۱ شاخه‌ای از فیزیک نظری و بیشتر مربوط به حوزه فیزیک انرژی های بالاست. این نظریه در ابتدا برای توجیه کامل نیروی هسته‌ای قوی به وجود آمد، ولی پس از مدتی با گسترش نظریه کوانتومی رنگ کنار گذاشته شد و در حدود سالهای ۱۹۸۰ دوباره برای اتحاد نیروی گرانشی و برطرف کردن ناهنجاری‌های نظریه ابرگرانش^۲ وارد صحنه شد.

بنا بر، این نظریه، ماده در بنیادی‌ترین صورت خود، نه ذره بلکه ریسمان مانند است. یعنی تمام ذرات بنیادی (مثل الکترون، پوزیترون و فوتون و غیره) اگر با بزرگنمایی خیلی خیلی زیاد نگریسته شوند، ریسمان هستند. ریسمان می‌تواند بسته (مثل حلقه) یا باز باشد.

مانند ارتعاش یک سیم دو تار که می‌توان با آن صداهای مختلف را تولید کرد، یک ریسمان نیز می‌تواند با ارتعاشات مختلف ذرات مختلف تولید کند.

با در نظر گرفتن ابر تقارن در نظریه ریسمان، می‌توان فرمیون‌ها را نیز مطالعه کرد. این نظریه را ابر ریسمان می‌نامند. خاصیت مهم ابرریسمان این است که این نظریه می‌تواند گرانش (نسبیت عام) و نظریه ی میدان کوانتومی که سه نیروی دیگر موجود در طبیعت (یعنی نیروی الکترومغناطیس، نیروی ضعیف و نیروی هسته‌ای قوی) را توصیف می‌کند به هم مرتبط می‌سازد.

¹ String Theory

² Super Gravity

نظریه ریسمان چنین بیان می‌کند که ریسمان‌های مرتعشی که در ده بعد وجود دارند، پایه و اساس دنیای قابل مشاهده را تشکیل می‌دهند و چگونگی ارتعاش آنها، ذرات یا نیروهای بین آنها را تفکیک می‌کند.

معلوم شده است که، ریسمان‌ها در فضا زمان، بیست و شش بعدی هستند. عدد بیست و شش از روی ضوابط ریاضی و نظریه ی گروه‌ها (برای حفظ تقارن لورنتس) به دست می‌آید. این امر ممکن است در ابتدا کمی غیر منطقی به نظر برسد. چرا که به هر حال ما در اطراف خود چهار بعد (سه بعد مکانی و یک بعد زمانی) بیشتر احساس نمی‌کنیم پس این بعدهای اضافه کجا هستند؟ پاسخی که معمولاً به این پرسش داده می‌شود این است که این بعدها برخلاف چهار بعد دیگر) کوچک و نیز فشرده¹ هستند. فشرده یعنی اینکه، اگر در جهت آنها به اندازه کافی پیشروی کنیم، به جای اول خود باز می‌گردیم. کوچک بودن هم به این معنی است که، برای آنکه به جای نخست بازگردیم، باید مسافت خیلی کمی را طی کنیم. برای نمونه یک لوله ی بینهایت دراز را در نظر می‌گیریم، سطح این لوله مسلماً دوبعدی است. یعنی مورچه‌ای که روی سطح این لوله قرار دارد می‌تواند در دو راستای مستقل از هم حرکت کند. فرض کنید که سر مورچه در راستای طول لوله‌است. مورچه می‌تواند یا عقب و یا جلو حرکت کند. اما اگر به فرض این که مورچه به اندازه ی کافی (یعنی به اندازه ی محیط لوله) در جهت چپ حرکت کند به جای اول خود باز می‌گردد. اما قضیه در مورد عقب و جلو رفتن صدق نمی‌کند. پس یکی از بعدهای این فضای دوبعدی (یعنی یکی از بعدهای سطح لوله) فشرده و یکی نافشرده است.

¹ Compact

اینک فرض کنید که این مورچه روی یک توپ قرار دارد. باز هم می‌تواند در دو راستای مستقل از هم در هر جهتی روی سطح کره، مستقیم حرکت کند، و پس از طی مسافتی (برابر با محیط دایره ی) به جای اول خود برگردد. به فضای دوبعدی سطح لوله بر می‌گردیم. این بار فرض کنید که محیط این لوله خیلی کم باشد. یا مثلاً به جای لوله یک کابل برق داشته باشیم. برای مورچه (اگر به اندازه ی کافی کوچک باشد) این کابل هنوز یک سطح دو بعدی است یعنی وقتی که روی سطح کابل قرار دارد می‌تواند در دو راستای مستقل از هم حرکت کند. اما برای ما انسان‌ها کابل برق یک شی یک بعدی محسوب می‌شود چون فقط درازای آن قابل درک است.

حالتی بسیار شبیه به این در مورد ابعاد اضافه در نظریه ریسمان رخ می‌دهد. به این معنی که ما به خاطر اندازه ی بزرگ خود از درک این ابعاد اضافی عاجز هستیم. اما این ابعاد برای بعضی از ذره ها با انرژی زیاد قابل دسترسی است.

۱-۲- انواع ریسمان :

۱- ریسمان‌های باز که دارای دو نقطه‌ی پایانی مشخص هستند. و این نقاط روی برین‌ها^۱ قرار دارند.

۲- ریسمان‌های بسته که در آن نقاط پایانی آنها به هم پیوسته و یک حلقه‌ی کامل را تشکیل می‌دهند. این‌ها دارای خواصی هستند که اندکی با هم متفاوت می‌باشند.

¹ Berin

از طرفی طول ریسمان معادل طول پلانک می باشد ، که با تکنولوژی های کنونی اصلا قابل تصور هم نیست.

۱-۳- نظریه ابر ریسمان^۱

نظریه ی ابر ریسمان، کوششی از سوی متخصصان نظریه ریسمان است ، تا تمام ذرات بنیادی در طبیعت در قالب نظریه ریسمان بگنجند. همانطور که می دانیم نظریه ی ریسمان برای بوزون ها یا حاملان نیرو مطرح شد . اما در آن فرمیون ها جایی نداشتند. در ابر ریسمان، فرمیون ها یا همان ماده ساز، وارد قلمرو ریسمان شدند و بخشی از ارتعاش ریسمان ها را برای ساخت آنها در نظر گرفتند.

در ابتدا تصور می شد که این نظریه از قدرتمند ترین نظریه ها برای گرانش کوانتومی است که همه چیز را در قالب یک نظریه ی واحد شرح می دهد . ممکن است این سؤال مطرح شود، که چرا دانشمندان برای داشتن یک نظریه ی واحد تلاش می کنند ؟ چرا می خواهند نسبیت و مکانیک کوانتوم را در هم ادغام کنند؟ در پاسخ باید گفت که این دو نظریه در نقاطی با یکدیگر تناقض دارند. پس باید متحد شوند تا دنیای ما به طرز درستی توصیف شود . در واقع با توسعه میدان های کوانتومی می توان موضوع را برای نیروهای الکترومغناطیسی و قوی و ضعیف هسته ای بسط داد، اما نه برای گرانش. از این رو مطالعه گرانش کوانتومی مهم است .

موفقیت اصلی نظریه ریسمان که موجب شد تا آن را نامزد نظریه ی گرانش کوانتومی قرار دهند، تبدیل نمودارهای فاینمن به صورت دو بعدی بود . که مشکل

¹ Super string theory

بی‌نهایت شدن انتگرال را برای آن حل می‌کرد. زیرا دیگر تکینگی در آن خود نمایی نمی‌کرد. پس نظریه ریسمان از یکی از بحران‌ها عبور کرد. نظریه های ابر ریسمان در نظریه ی M به هم می‌پیوندند که در بخش بعدی به شرح نظریه ی M می‌پردازیم.

۱-۴- انواع نظریه ریسمان

به طور کلی دو نوع نظریه ریسمان وجود دارد:

الف) ریسمان بوزونی

ب) آبر ریسمان^۱

ریسمان بوزونی:

این نظریه اصولاً برای شرح رفتار بوزون ها ارائه شد. از این جهت یکی از شاخه های این نظریه به بوزون ها اختصاص دارد. این شاخه بوزونیک نامیده می‌شود، که در آن تنها بوزون ها نقش ایفا می‌کنند. یعنی فقط بوزون ها را شامل می‌شود و در آن هر دو نوع ریسمان باز و بسته وجود دارد. در این نوع از نظریه تعداد ابعاد، بیست و شش بعد است.

ابر ریسمان:

نظریه ی ابر ریسمان که دارای ۱۰ بعد است، ماده و نیرو را در بر می‌گیرد. یعنی هم فرمیون ها و هم بوزون ها در آن نقش دارند.

¹ Super string

در این نظریه که نوع I نامیده می‌شود، هر دو نوع ریسمان باز و بسته نقش دارند، ولی در آن تاکیونی وجود ندارد. نوع دوم که یک گروه تقارنی است، یعنی $SO(32)$ ، در آن تاکیون وجود ندارد و فقط ریسمان های بسته نقش دارند.

نوع سوم نظریه ی ریسمان که IIA نامیده می‌شود، دارای ۱۰ بعد است که طبق معمول نه بعد فضایی و یک بعد زمان دارد. در این نوع، تنها ریسمان های بسته خود نمایی کرده و نقش ها را بر عهده می‌گیرند. در آن تاکیون^۱ وجود ندارد. در آن نیرو و ماده یعنی فرمیون ها و بوزون ها نقش دارند. ولی فرمیون ها بدون جرم و با اسپین دو جهت فرض می‌شوند. در آن ابر تقارن نقش مهمی دارد.

نوع چهارم نظریه ی ریسمان تفاوتی اندکی با نوع سوم دارد. این نوع نظریه که IIB نامیده می‌شود، در واقع ابر ریسمان است، زیرا در آن ماده و نیرو به وسیله ابر تقارن با یکدیگر پیوسته شده اند و در قالب یک نظریه ی ریسمان در آمده‌اند. تعداد ابعاد در این نوع، ده می‌باشد. در آن تاکیون بی نقش و اثر است. ریسمان های بسته نقش ها را بر عهده می‌گیرند. اما تفاوت آن در اسپین آن با نظریه ی قبلی است. یعنی دارای فرمیون های بدون جرم است که تنها در یک جهت اسپین دارند.

نوع پنجم را H_0^2 می‌نامند. این هم نوعی ابر ریسمان است که در آن ماده و نیرو به وسیله ی ابر تقارن به هم پیوند یافته اند. تعداد ابعاد در این نظریه معادل سه مدل قبلی یعنی ده می‌باشد. یعنی حرکت ریسمان در جهات مختلف مثلاً چپ و راست

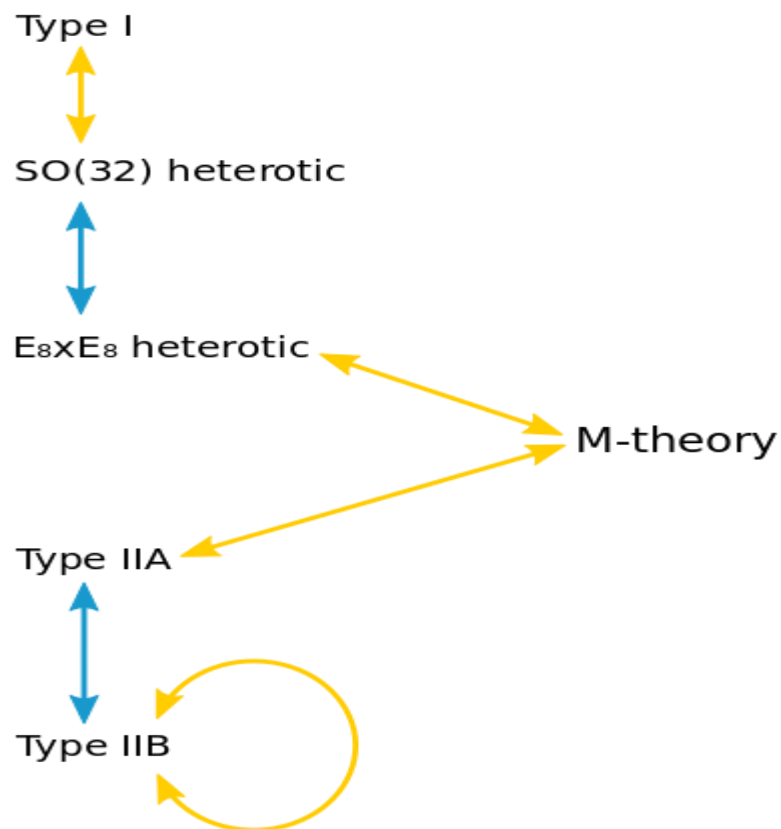
¹ Takeeon

² Hetrotic

با یکدیگر تفاوت دارد. گروه تقارن در آن مانند نوع دوم است، یعنی $SO(32)$ ، و در آن تاکیون وجود ندارد و فقط ریسمان های بسته نقش دارند.

نوع دیگر که ${}^1\text{HE}$ نامیده می شود دارای ۱۰ بعد می باشد و مانند چهار نوع قبلی ابر ریسمان است و شامل نیرو و ماده است که به وسیله ی ابر تقارن به هم پیوند یافته اند با این تفاوت که گروه تقارن آن از نوع $E_8 \times E_8$ است. در آن تاکیونی وجود ندارد. همچنین در آن فقط ریسمان های بسته وجود دارند. این نوع نیز مانند نوع پنجم، هتروتیک است.

¹ Hetrotic



شکل (۱-۱) نموداری از انواع ریسمان های M تئوری [8]

۱-۵- پلاسمای کوارک گلوئون^۱:

سوپِ کوارک-گلوئون [9] یک حالت جدید ماده است. جهان وقتی فقط یک میلیاردیم ثانیه عمر داشت، به مدت ده میلیونیم^۱ ثانیه به شکل همین سوپ بوده است. سوپِ کوارک-گلوئون در واقع نوعی پلاسماست که در آن کوارک ها و چسب های بین کوارک ها (یعنی ذراتی بنام گلوئون ها) به حالت آزاد وجود دارند. انتظار می رود که چنین سوپی در قلب ستاره های نوترونی هم وجود داشته باشد.

^۱ quark-gluon plasma

در برخورد دهنده هادرونی RHIC^۱ از برخورد دو باریکه ی طلا از رو به رو و به صورت سر به سر با هم این سوپ می تواند تشکیل شود. اینکار باعث می شود نزدیک به ۴۰۰ پروتون و نوترون در محل برخورد وجود داشته باشند. دمای آن منطقه حدود ۳۰۰ میلیون برابر دمای سطح خورشید می شود که در این دما (که البته تقریباً نزدیک به دمای ثانیه ی اول جهان است) پروتون ها و نوترون ها دیگر نمی توانند بصورت ذره ای باشند و گلوئون هایی که بین کوارک های پروتون ها و نوترون ها کشش ایجاد می کنند، آزاد می شوند و کوارک ها هم آزاد می شوند. پس معجونی از گلوئون و کوارک پدید می آورد که به سوپ QGP^۲ یا سوپ پلاسمایی کوارک-گلوئون معروف است. چون زمان بوجود آمدن سوپ بسیار کم است بنابراین خود سوپ را نمی توان دید بلکه اثرات آن قابل مشاهده است. بوجود آمدن سوپ علائمی چون جهش ذراتی از آن منطقه در جهت های مخالف دارد که به جت^۳ معروفند.

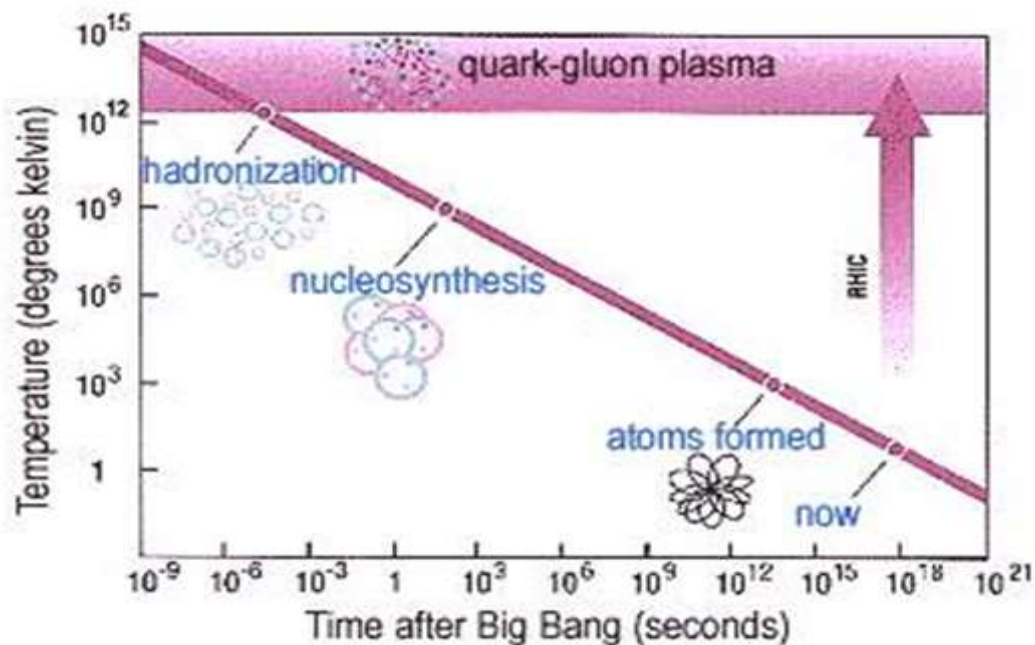
یکی از مشاهده های مهم در پلاسمای کوارک-گلوئون این است که انتظار می رود جت ها به صورت جفت در جهت های مخالف هم آشکارسازی شوند. یعنی که اگر جتی از یک طرف ظاهر شد، جفتش با همان تکانه در جهت مخالف مشاهده نمی شود. از همه مهم تر این است که تعداد جت هایی که بعد از برخورد سر به سر طلا مشاهده می شوند بسیار کمتر از تعدادی است که پیش بینی می شد.

^۱ Relativistic heavy ion collider

^۲ quark-gluon plasma

^۳ jet

اینکه جت ها در اینجا آنچنان زیاد نیستند و تقارن در پخش شدن هم ندارند، از نظر نظری توجیه ساده ای ندارند. و متوجه شدند که یک حوضه در محل برخورد دو باریکه ی طلا وجود دارد که مثل یک دیواره ی آتش عمل می کند، و اگر کوارکی از آن بیرون بیاید مشاهده پذیر می شود و قابل آشکارسازی است و اگر بیرون نیاید و آشکار نشود به این معنی است که کوارک در آن حوضه به دام افتاده و برهم کنش کرده. به این پدیده «جت خوری»^۱ می گویند. پس قانون بقای تکانه به نحوی



پایسته می ماند.

شکل (۱-۲) نمودار تغییر دمای پلازما بعد از مه بانگ برحسب زمان [9]

^۱ jet quenching

۱-۶- روش تشکیل پلاسمای کوارک گلوئون :

الف) افزایش دما:

چون پلاسمای کوارک گلوئون دردمای بالا تشکیل می شود بنابراین اگر دمای هادرون ها را افزایش دهیم و به دمای بحرانی T_c برسا نیم اکثر هادرون های با کوارک های سبک ذوب می شوند و سوپی از کوارک و گلوئون تشکیل می شود که این عمل دربر خورد دهنده یون های سنگین نسبیتی ($RIHC$) صورت می گیرد. بنابراین نتیجه می گیریم که در ابتدای مه با نگ نیز دما خیلی بالا بوده و بتدریج که پلاسما سرد شده ذرات ثانویه از آن خارج شده اند.

ب) افزایش فشار و چگالی هادرون:

اگر چگالی یک هادرون را نیز زیاد کنیم شعاع هادرون کوچک شده و انرژی آن بالا رفته و زمانی که چگالی آن به حدود ($\rho_c = 10^8 \frac{Kg}{m^3}$) برسد کم کم پلاسما بوجود می آید و مزون های سبک در آن ذوب می شوند. در عالم اولیه نیز در لحظه شروع در حدود 10^{-9} ثانیه چگالی بسیار بالایی داشته ولی بتدریج با سرد شدن پلاسما جهان یک انبساط را تجربه می کند بنابراین اگر در حال حاضر با انقباض جهان به عقب بر گردیم باید لحظه به لحظه شاهد افزایش دما و چگالی باشیم.

۱-۷- کوآرکونیوم ها

کوآرکونیوم ها [1] سیستم های دو ذره ای متشکل از کوآرک های سنگین c و t و b می باشند، که نیروی کوانتومی رنگ بین این ذرات در هر دو دستگاه چارمونیوم ($c\bar{c}$)^۲ و باتمونیوم ($b\bar{b}$)^۳ حاکم است. چون هر کوآرک دارای اعداد کوانتومی قمرمز و سبز و آبی می باشند، عدد کوانتومی کل مزون صفر است. یعنی این مزون ها در طبیعت بی رنگ می باشند بنا براین کوآرک آزاد نداریم.

پلاسمای کوآرک گلوئون فاز جدیدی از کرمودینامیک کوانتومی است، که در آن کوآرک ها و گلوئون ها از قید و بند یکدیگر آزاد هستند و در دمای حدود ($T_c \sim 10^{12}$) در شرایط آزمایشگاهی تشکیل می شود. در چنین محیطی، کوآرکونیوم ها بدلیل انرژی تفکیک بالایی که دارند می توانند تا حدود ($1.5T_c$) به حالت مقید باقی بمانند. در این محیط اکثر مزون های دارای کوآرک های سبک بدلیل بزرگ بودن شعاع حالت پایه ذوب می شوند. همچنین سیستم های دیگر نیز با انرژی های مقید کمتر از ($150 - 200 \text{ MeV}$) که انرژی وابسته به پلازما است، در این محیط ذوب می شوند. مثلاً با مقایسه انرژی تفکیک سه سیستم مقید پوزیترونیوم و چارمونیوم و باتمونیوم مطابق شکل (۱-۵) می توان فهمید که: [1]

چون انرژی تفکیک پوزیترونیوم در حدود 7 (ev) و انرژی تفکیک چارمونیوم در حدود 630 (MeV) می باشد بنابراین در محیط پلازما پوزیترونیوم ذوب می شود، اما چارمونیوم مقید است. زیرا نیروی حاکم در پوزیترونیوم از نوع الکترومغناطیسی است

¹ Quarkonium

² Charmonium

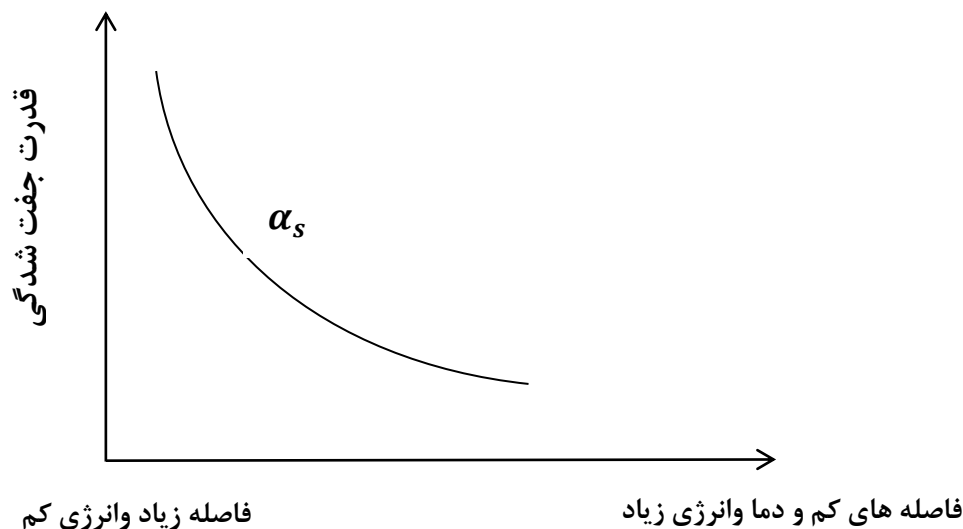
³ Batmonium

، اما نیروی حاکم در چارمونیم نیروی قوی رنگ است ، که پتانسیل وابسته به آن را می توان به صورت فرضی زیر در نظر گرفت [1] .

$$V(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + F_0 r \quad (1-1)$$

که در رابطه (1-1) α_s ثابت جفت شدگی قوی در کرومودینامیک است و F_0 نیرویی است ، که معادل 16 تن است . یعنی کوارک و پاد کوارک یکدیگر را با نیرویی معادل F_0 جذب می کنند. به همین دلیل نمی توان کوارک را از درون یک هادرون بیرون کشید.

درفاصله های خیلی کوتاه F_0 و α_s کم می شوند ، که به آزادی مجانبی منجر می شود. آزادی مجانبی باعث می شود ، که درانرژی های بالا بر طبق اصل حبس کوارکی بر هم کنش گلوئون ها به حداقل برسد و کوارک ها به حالت مقید قرار می گیرند . بنابراین درانرژی های پایین با کاهش دما ضریب بر همکنش α_s قوی می شود که باعث حبس کوارک داخل هادرون می شود و درفاصله های کم و انرژی های بالا α_s ضعیف می شود و منجر به آزادی مجانبی می شود. نمودار تغییرات α_s با فاصله به صورت زیر است.

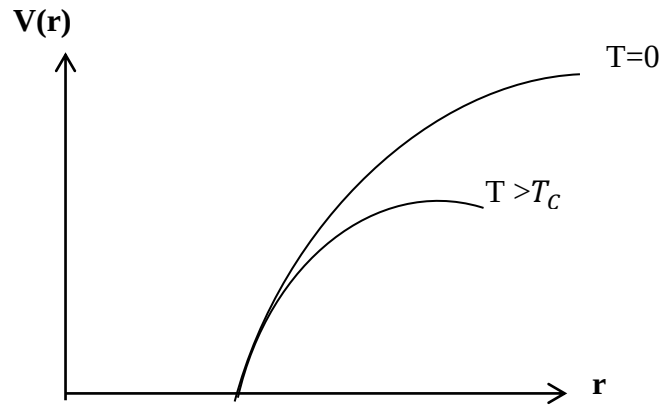


شکل (۳-۱) - نمودار تغییرات ثابت جفت شدگی با فاصله کوارک ها

۸-۱ - بررسی ذوب شدن کوارکونیوم در پلاسمای کوارک گلوئون از دیدگاه هولوگرافی:

با برخورد یون های سنگین نسبیتی در شرایط کنترل شده در دما و فشار بالا در برخورد دهنده های هادرونی RHIC و یا برخورد یون های سرب در LHC^۱ محیطی گازی شکل بنام پلاسما شکل می گیرد. در دمای پایین کوارک های تشکیل دهنده هادرون می توانند تحت پتانسیل $(V = -\frac{a}{r} + \sigma r)$ در پلاسما مقید بمانند. اما در دمای بالاتر از دمای پلاسما یعنی $(T > T_c)$ که دمای انتقال از فاز هادرون به فاز پلاسما است با توجه به نمودار زیر با افزایش فاصله پتانسیل زیاد شده و انرژی آزاد نیز افزایش می یابد.

^۱Large Hadron collider



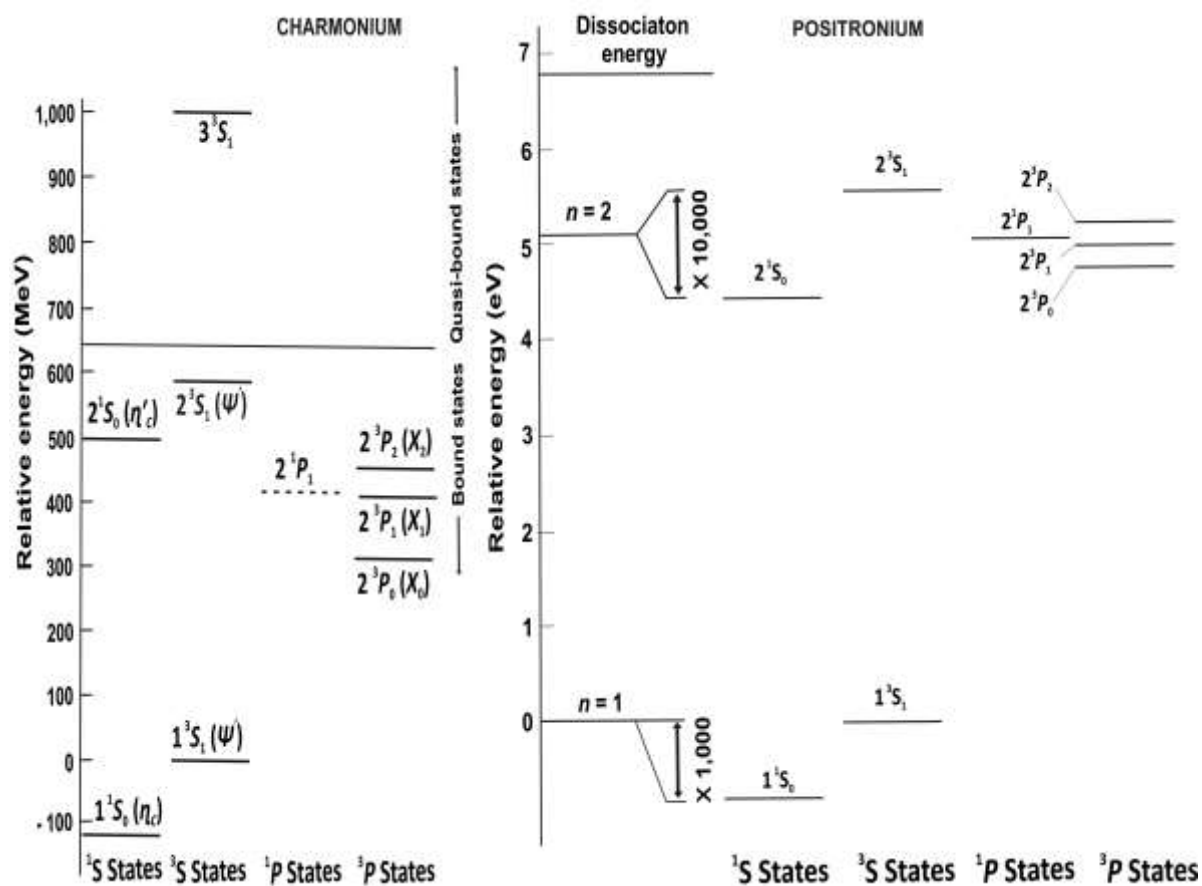
شکل (۴-۱) تغییرات پتانسیل برای کوارک _ پاد کوارک محصور و آزاد [3]

باید توجه کرد که در این نمودار، دمای ($T=0$) برای کوارک محصور می باشد . و دمای ($T > T_c$) برای کوارک

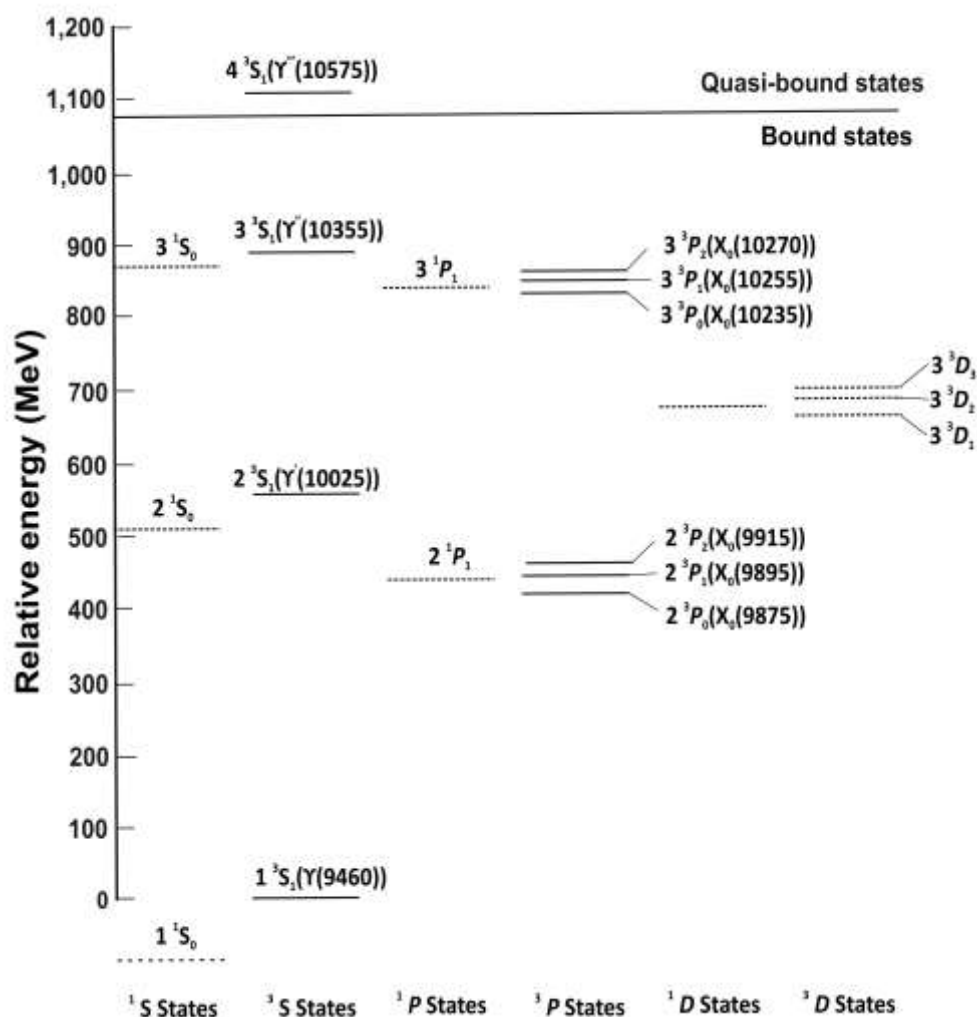
آزاد می باشد.

با در نظر گرفتن حداکثر فاصله بین کوارک و پادکوارک به عنوان پارامتر تأثیر ، که تا این فاصله کوارک و پاد کوارک جاذبه یکدیگر را درک می کنند . می توان گفت که در صورتی که پارامتر تأثیر بزرگتر از شعاع استتار کوارک ها باشد این هادرون ها در محیط پلاسما ذوب می شوند .

با افزایش دما ، ریسمان جذب سیاه چاله می شود . یعنی کوارکونیوم ذوب می شود . و رفته رفته ریسمان به مرز AdS نزدیک می شود. در این فضای خمیده ($\Lambda < 0$) است . بنابراین با وارد کردن این ثابت منفی در ده معادله تانسوری انشتین می توان مبانی اصلی بر هم کنش های گرانشی در نتیجه انحناء فضا زمان را توصیف کرد. که مبنای آن جاذبه نیوتنی است.



شکل (۵-۱) حالت های مقید دو سیستم دو ذره ای پوزیترونیم و چارمونیم را نشان می دهد [1]



شکل (۶-۱) حالت های مقید سیستم دو ذره ای باتمونیوم [1]

با مقایسه ترازهای انرژی سه سیستم دو ذره ای پوزیترونیم و چارمونیم و باتمونیوم ، در شکل های (۵-۱) و (۶-۱) ، مشاهده می کنیم که، تعداد حالت های مقید چارمونیم و باتمونیوم از پوزیترونیم بیشتر است . بنابراین پوزیترونیم در پلاسما ذوب می شود اما دو هادرون دیگر در پلاسما تا حدودی مقید می مانند.

در QCD^۱ بار رنگ ، نقش بار در الکترو دینامیک را دارد. و نیروی بین دو کوارک با مبادله گلوئون ردو بدل می شود . بنابراین نیروی غا لبی که در محیط پلازما بین کوارک ها حاکم است هسته ای قوی است چون این محیط تحت فشار بالایی قرار دارد باید چگالی زیادی نیز داشته باشد که در حدود $(\rho_c = 10^8 \frac{Kg}{m^3})$ می باشد و به نام چگالی آستانه ورود از فاز هادرونی به فاز پلازما شناخته می شود.

(۹-۱) نگاهی به فصل های بعدی:

در فصل دوم ابتدا با بیان مقدمه ای بر AdS/CFT متریک زمینه گرانش را در فضا زمان خمیده پنج بعدی AdS_5 معرفی می کنیم. سپس با در نظر گرفتن اصل هولو گرافی بعد هولوگرام را در جهت z در نظر می گیریم. و فرض می کنیم دو انتهای ریسمان روی مرز فضای AdS_5 به کوارک و پاد کوارک متصل است و با افزایش فاصله L انتهای ریسمان می تواند، از ∞ تا Z_h که مکان سیاه چاله در فضای AdS است تغییر کند. و علاوه بر محاسبه انرژی آزاد و انرژی بستگی در نظریه یانگ میلز و چند نظریه دیگر غیر همدیس ، انرژی داخلی و آنتروپی کوارکونیوم را نیز در این نظریه ها مورد بررسی قرار می دهیم و نشان می دهیم که این کمیت ها در محیط های دما دار با نتایج شبکه QCD سازگاری دارند. در فصل سوم تصحیحات گرانشی R^4 را بر ثابت جفت شدگی اعمال می کنیم. و تغییرات انرژی آزاد و انرژی بستگی و فاصله کوارک ها را تحت این تصحیحات بررسی می کنیم.

¹ Quantum Chromodynamic

فصل دوم

محاسبه انرژی آزاد^۱، انرژی بستگی^۲، آنتروپی^۳، انرژی درونی^۴ یک کوارکونیوم در پلاسمای کوارک گلوئون [6]

۲-۱) مقدمه ای بر AdS/CFT

۲-۲) محاسبه فاصله کوارک-پاد کوارک در پلاسما

۲-۳) محاسبه انرژی آزاد جفت کوارک و پاد کوارک

۲-۴) محاسبه انرژی بستگی کوارکونیوم در پلاسما

۲-۵) رفتار انرژی آزاد و انرژی بستگی در مدل های نا همدیس^۵

۲-۶) محاسبه آنتروپی و انرژی درونی جفت کوارک سنگین

۲-۷) آنتروپی و انرژی درونی در مدل های نا همدیس

۲-۸) انرژی آزاد و آنتروپی و انرژی درونی یک تک کوارک سنگین

¹ Free Energy

² Binding Energy

³ Entropy

⁴ Internal Energy

⁵ Non Conformal Models

۱-۲ - مقدمه ای بر AdS/CFT

دو گانی AdS/CFT^۱ یک هم ارزی حدس زده شده بین یک نظریه ریسمان با گرانش تعریف شده در یک فضای S و یک نظریه میدان کوانتومی بدون گرانش تعریف شده در مرز همدیس S، که بعد آن حد اقل یک واحد کم است. فضای AdS یک فضای خمیده است که در مرز بین نظریه میدان همدیس است و کوارک و پادکوارک روی آن قرار دارند و به کمک هولوگرافی می توان اطلاعاتی از داخل این فضا بدست آورد. بر اساس هولوگرافی^۲ می توان در این فضا سیاه چاله هایی با دمای T در نظر گرفت که ریسمانی U شکل در این حجم قرار دارد، و دو انتهای آن روی سطح احاطه کننده این فضا، که به فضای AdS مشهور است، به دو کوارک و پاد کوارک متصل است. و این کوارک ها روی مسیری بسته مشخص مستطیل شکل یا دایره ای شکل که جهان خط نام دارند، می چرخند.

فضای AdS را فضای پاد دوسیت^۳ نیز می گویند، که جواب معادلات انشتین با ثابت کیهان شناسی منفی ($\Lambda < 0$) در این فضا برقرارند. که در حالت کلی یک فضای ده بعدی به صورت $(AdS_5 \times S^5)$ می باشد. که پنج بعد آن روی ابر کره های پنج بعدی فشرده می باشند. اما پنج بعد غیر فشرده شامل بعد هولوگرام Z و سه بعد فضایی (x^1, x^2, x^3) و یک بعد زمانی در فضای AdS_5 قرار دارند، که ما با این پنج بعد سرو کار داریم.

¹ Doulity

² Perincipal Holographic

³ Anty Dositri

AdS/CFT یک روش با ارزش، برای مطالعه نظریه های میدان با جفت شدگی قوی است. در شکل اصلی این تناظر ادعا می شود، که نظریه ریسمان نوع II¹ در فضای $AdS_5 \times S_5$ معادل نظریه ابر تقارن یانگ میلز $(N = 4)$ ²، در چهار بعد فضا زمان است. این دوگانی در حد N_c های بزرگ و جفت شدگی توفت $(\lambda = Ng_{ym}^2)$ خیلی بزرگ بسیار مفید است. بنابراین مطابق این تناظر در قسمت گرانش جفت شدگی ضعیف می باشد. دمای T در نظریه پیمانه ای با دمای سیاه چاله در فضای AdS_5 داده می شود. بنابراین تناظر AdS/CFT در این چار چوب به ما اجازه می دهد که یک مطالعه از جفت شدگی قوی³ در نظریه پیمانه ای³ داشته باشیم [6].

یکی از کاربرد های AdS/CFT مطالعه پلاسمای کوارک گلوئون می باشد، که در برخورد یون های سنگین نسبیتی بوجود می آید. جفت شدگی قوی پلازما در دما های در محدوده دمای بحرانی و بالاتر از آن روی می دهد. کوارکونیوم های سنگین در مطالعه پلازما بسیار مهم می باشند. بسته به اندازه کوارکونیوم، حالت و دمای پلازما برای هر کوارک و پاد کوارک سنگین ممکن است، نمایشی از روش های تولید کوارکونیوم در برخورد یون های سنگین باشد. کوارکونیوم ها دستگاه های مقید متشکل از کوارک های سنگین C و b و t می باشند، که بسته به نوع و ترکیب کوارک ها می توانند $C\bar{C}$ (چارمونیوم) و یا $b\bar{b}$ (باتمونیوم) باشند. این مزونها به دلیل پتانسیل بالایی که دارند، در دما های بالا تر از دمای بحرانی پلازما، تا حدود 1.5 برابر دمای بحرانی می توانند به حالت مقید باقی بمانند. هر کوارکونیومی در یک

¹ Super Yang Mills theory

² Coupling Strang

³ Gauge Theory

دمای خاص ذوب می شود. چون شعاع آنها با هم فرق می کند. بنابراین برای هر کوآرکونیومی یک شعاع حالت پایه (r_Q) و یک شعاع استتار (r_D) در نظر می گیریم. شعاع استتار حداکثر فاصله ای است که کوآرک و پاد کوآرک جاذبه یکدیگر را احساس می کنند. حال اگر ($r_Q \ll r_D$) باشد مزون می تواند در پلاسما فعال باشد، و ذوب نمی شود. اما اگر ($r_D \ll r_Q$) کوآرک و پاد کوآرک جاذبه یکدیگر را درک نمی کنند و مزون در پلاسما ذوب می شود [2].

برای بررسی کوآرکونیوم ها در محیط دما دار، از مقادیر چشم داشتی حلقه ویلسون¹ در نظریه پیمانه ای در AdS/CFT استفاده می کنیم و کوآرک و پاد کوآرک تشکیل دهنده یک کوآرکونیوم را روی یک حلقه ویلسون مستطیل شکل به فاصله L از یکدیگر روی مرز AdS در نظر می گیریم، و با کمک اصل هولوگرافی فرض می کنیم، بعد هولوگرام در راستای محور z باشد، و کوآرک و پاد کوآرک در راستای محور x^1 روی محور تقارن حلقه ویلسون مطابق شکل (۱-۲) قرار گرفته باشند. و محور زمان موازی طول حلقه ویلسون باشد. در این شکل مسیر بسته C_L جهان خط^۲ ریسمان است. وسط محصور شده توسط آن جهان سطح^۳ نام دارد [7].

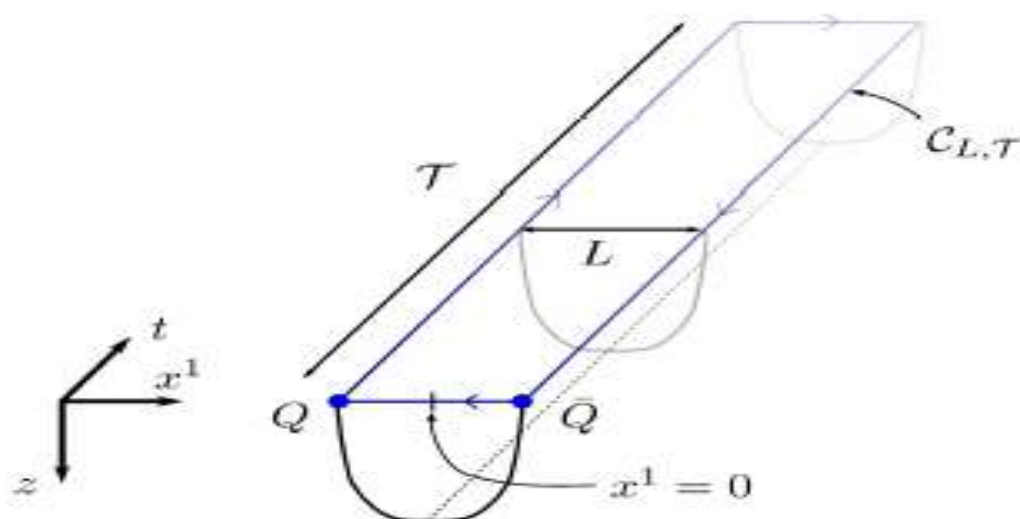
اکنون در این پایان نامه می خواهیم، با محاسبه مقدار چشم داشتی حلقه ویلسون که تابعی از زمان τ

و فاصله دو کوآرک سنگین یعنی L است، انرژی آزاد کوآرکونیوم را بدست آوریم.

¹ Loops Wilson

² World line

³ World sheet



شکل (۱-۲) حلقه ویلسون مستطیل شکل که کوآرک روی آن زندگی می کند [6]

مقدار چشم داشتی حلقه ویلسون درهر نظریه پیمانه ای به طور کلی با رابطه زیر بیان می شود، که دراین رابطه W^r رد ماتریس $SU(N)$ است . که انتگرال روی مسیر $C_{L,T}$ که همان حلقه ویلسون است ،ومعرف جهان خط ریسمان است محاسبه می شود . این مقدار انتظاری اطلاعاتی را در رابطه با فیزیک غیر اختلالی به ما می دهد . در محدوده زمانی $(\tau \rightarrow \infty)$ مقدار انتظاری حلقه ویلسون از رابطه زیر بدست

$$\langle W^r(c) \rangle = P \text{Tre}^{i \oint dx^\mu A_\mu(x)}$$

که در رابطه بالا c مسیر بسته ای در فضا زمان است که کوآرک و پاد کوآرک روی آن حرکت می کند. و $A_\mu(x)$ پتانسیل برداری در نظریه پیمانه ای غیر آبلی^۱ است. در این جا چشم داشتی حلقه ویلسون تابعی از زمان τ و طول مسیر است. کوآرک

¹ Non Abelian

و پادکوارک را با توجه به شکل روی محور x^1 در نظر می گیریم که به فاصله L از هم قرار دارند. بعد هولوگرام را در جهت z می گیریم، و زمان را موازی ابعاد حلقه می گیریم.

در نظریه همدیس ($N = 4$)^۱ با وجود اینکه کوارک نداریم، می توان تصویر دوگان گرانشی را مانند ریسمان بازی در نظر گرفت، که روی مرز AdS به شامه وصل است، و نقاط انتهائی آن به دو کوارک متصل است. و ریسمان در جهت شعاعی قرار گرفته است. بنا براین مرز $\partial\Sigma$ جهان سطح ریسمان است که بر مسیر پیموده شده توسط کوارک ها منطبق است.

چون مسیر حرکت کوارک ها روی مرز AdS قرار دارد، مقدار چشم داشتی حلقه های ویلسون، باید با تابع پارش جهان سطح ریسمان برابر باشد. بنا براین در نظریه جفت شدگی قوی با λ و N_c بزرگ تابع پارش ریسمان با کنش کلاسیکی ریسمان یکی است. پس می توان نوشت

$$\langle W(c) \rangle \approx e^{iS(c)} \quad (۲-۲)$$

در حد $\tau \rightarrow \infty$ مقدار انتظاری حلقه ویلسون، با پتانسیل بین کوارک و پاد کوارک برابر است. و این پتانسیل نیز با انرژی آزاد جفت کوارک سنگین یکی است. پس می توان نوشت: [6]

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \langle W(c) \rangle \approx e^{-i\tau V_{Q\bar{Q}}} \approx e^{-\tau F_{Q\bar{Q}}} \quad (۳-۲)$$

¹ Conformal Theory

۲-۲- محاسبه فاصله کوارک-پاد کوارک در پلازما:

بنابراین یک متریک عمومی پنج بعدی در فضای AdS که در گروه تقارنی SO_3 قرار دارد، رابه صورت زیر در نظر می گیریم.

$$ds^2 = e^{2\phi} \quad (۴-۲)$$

$$h(z)dt^2 + dx^2 + \frac{e^{2B(z)}}{h(z)} dz^2$$

که بر حسب متریک زمینه g_{MN} عبارتند از:

$$ds^2 = g_{MN} dx^M dx^N \quad (۵-۲)$$

مرز AdS، در $z \rightarrow \infty$ واقع است. تأثیرات دمایی ایجاد می کند، که باید در گرانش یک سیاه چاله داشته باشیم، که مکان آن در نقطه $(z = z_h)$ قرار دارد.

$$-h(z)e^{2A(z)} = 0 \rightarrow -\left(1 - \frac{z^4}{z_h^4}\right)e^{2A(z)} = 0 \rightarrow -1 + \frac{z^4}{z_h^4} = 0 \rightarrow z_h = z \quad (۶-۲)$$

توابع A و B و h توابعی از z می باشند. و z بعد هولوگرام است

$$A(z) \cong \log \frac{L_{AdS}}{z}, \quad B(z) \cong \log \frac{L_{AdS}}{z} \quad \text{و} \quad h(z) = 1 - \frac{z^4}{z_h^4} \quad (۷-۲)$$

که L_{AdS} میزان انحناء فضای AdS را مشخص می کند. وصفی که در تابع h دیده می شود، وجود یک سیاه چاله را در مکان z_h که تابع h را صفر می کند، نشان می دهد. که دمای آن از رابطه زیر بدست می آید

$$T = \frac{e^{A(z_h) - B(z_h)}}{4\pi} h'(z_h) \quad (۸-۲)$$

$$\langle W(C_L, \tau) \rangle = e^{-iF_{Q\bar{Q}}(L, \tau)} \quad (۹-۲)$$

بنابراین کنش ریسمان متصل به جفت کوارک را از کنش نامبو گوتو حساب می کنیم . وبا در نظر گرفتن مقدار چشم داشتی حلقه ویلسون روی جهان سطح ریسمان از رابطه زیر داریم:

$$\langle W(C) \rangle \approx e^{iS_{NG}(C)} \quad (۱۰-۲)$$

باقرار دادن کنش نامبو گوتو^۱ در رابطه (۱۰-۲) و مقایسه آن با رابطه (۹-۲) می توان انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ را بدست آورد.[6]

چون مرز AdS همان مسیری است که کوارک روی آن حرکت می کنند، مقدار چشم داشتی حلقه ویلسون تقریباً با تابع پارش ریسمان یکی است. و بنا براین در حد λ های بزرگ و N_C های بزرگ کنش ریسمان همان کنش ریسمان کلاسیکی (۲-۲) می باشد. تابع مولد ریسمان روی فضا زمان ده بعدی $(AdS_5 \times S^5)$ تعریف می شود ، و انتگرال روی جهان سطح که در مرز AdS_5 قرار دارد، گرفته می شود . بنابراین در تقریب گرانشی $(\lambda = g^2 N_C \gg 1)$ و $(N_C \rightarrow \infty)$ تابع مولد ریسمان برابر است ، با نمایی کنش نامبو گوتو، پس داریم:

$$S_{NC} = -\frac{1}{2\pi\alpha'} \int d^2\sigma \sqrt{-det g_{ab}} \quad (۱۱-۲)$$

که g_{ab} متریک القائی^۲ روی جهان سطح ریسمان است و به صورت زیر تعریف می

شود:
(۱۲-۲)

$$g_{ab} = \begin{pmatrix} g_{\tau\tau} & g_{\tau\sigma} \\ g_{\sigma\tau} & g_{\sigma\sigma} \end{pmatrix}$$

¹ Nambo Goto
² Induced Metric

باید مولفه های متریک ا لقائی را جداگانه بدست آوریم. و دترمینان آن را محاسبه کرده در رابطه (۲-۱۱)

قرار دهیم . پس از مشتق گیری از بردار فضا زمان داریم:

$$x^M = (t, x, 0, 0, z(x)) \quad (۲-۱۳)$$

$$g_{\tau\tau} = g_{MN} \frac{\partial x^M}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial x^N}{\partial \tau} = g_{tt} \frac{\partial x^t}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial x^t}{\partial \tau} + g_{xx} \frac{\partial x^x}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial x^x}{\partial \tau} + g_{zz} \frac{\partial x^z}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial x^z}{\partial \tau} \quad (۲-۱۴)$$

در رابطه بالا جملات دوم و سوم سمت راست، صفر می باشند. چون به زمان بستگی

ندارند. بنابراین نتیجه می شود که:

$$g_{\tau\tau} = g_{tt}$$

$$g_{\tau\sigma} = g_{\sigma\tau} = g_{MN} \frac{\partial x^M}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial x^N}{\partial \sigma} = g_{tt} \frac{\partial x^t}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial x^t}{\partial \sigma} + g_{xx} \frac{\partial x^x}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial x^x}{\partial \sigma} + g_{zz} \frac{\partial x^z}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial x^z}{\partial \sigma} = 0 \quad (۲-۱۵)$$

چون مولفه ها مستقل از τ و σ هستند، داریم:

$$g_{66} = g_{MN} \frac{\partial x^M}{\partial \sigma} \cdot \frac{\partial x^N}{\partial \sigma} = g_{tt} \frac{\partial x^t}{\partial \sigma} \cdot \frac{\partial x^t}{\partial \sigma} + g_{xx} \frac{\partial x^x}{\partial \sigma} \cdot \frac{\partial x^x}{\partial \sigma} + g_{zz} \frac{\partial x^z}{\partial \sigma} \cdot \frac{\partial x^z}{\partial \sigma} = g_{xx} + z'^2(x) g_{zz} \quad (۲-۱۶)$$

با قراردادن مولفه های متریک ا لقایی در ما تریس داریم:

$$g_{ab} = \begin{pmatrix} g_{tt} & 0 \\ 0 & g_{xx} + z'^2(x) g_{zz} \end{pmatrix} \rightarrow -\det g_{ab} = -g_{tt}(g_{xx} + z'^2 g_{zz}) \quad (۲-۱۷)$$

متریک زمینه به شکل زیر می باشد.

$$ds^2 = e^{2A(z)}(-h(z)dt^2 + dx^2) + \frac{e^{2B(z)}}{h(z)} dz^2 \quad (۲-۱۸)$$

از رابطه های (۱۷-۲) و (۱۸-۲) نتیجه می شود که:

$$-\det g_{ab} = h e^{2A} (e^{2A} + z'^2(x) \frac{e^{2B}}{h}) \quad (۱۹-۲)$$

با قراردادن $\det g_{ab}$ در رابطه (۱۱-۲) داریم:

$$S_{NG} = -\frac{\tau}{2\pi\alpha'} \int d^2x e^{2A} \sqrt{h(1 + \frac{e^{2B-2A}}{h} z'^2)} \quad (۲۰-۲)$$

$$S_{NG} = \frac{-\tau}{2\pi\alpha'} \int d\tau. dx e^{2A} \sqrt{h(1 + e^{2B})} \Rightarrow \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} d\tau. dx e^{2A} \sqrt{h(1 + \frac{e^{2B-2A}}{h} z'^2)}$$

$$\Rightarrow S_{NG} = \frac{-\tau}{2\pi\alpha'} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dx e^{2A} \sqrt{h(1 + \frac{e^{2B-2A}}{h} z'^2)} \quad (۲۱-۲)$$

در رابطه (۲۱-۲) عبارت $\left[L = \frac{-\tau}{2\pi\alpha'} e^{2A} \sqrt{h(1 + \frac{e^{2B-2A}}{h} z'^2)} \right]$ معادل

لاگرانژی است.

برای بدست آوردن طول ریسمان می توان نوشت: [6]

$$\Rightarrow L = -\frac{\tau}{2\pi\alpha'} \sqrt{e^{4A} h(1 + \frac{e^{2B-2A}}{h} z'^2)} \Rightarrow L = -\frac{\tau}{2\pi\alpha'} \sqrt{h e^{4A} + e^{2B+2A} z'^2} \quad (۲۲-۲)$$

$$= -\frac{\tau}{2\pi\alpha'} \sqrt{V(z) + w(z) z'^2} \quad , \quad \begin{cases} V(z) = h e^{4A} \\ w(z) = e^{2B+2A} \end{cases} \quad (۲۳-۲)$$

$$H = z' \frac{\partial L}{\partial z'} - L = \frac{\tau}{2\pi\alpha'} \left[\sqrt{V(z) + w(z) z'^2} - \frac{w(z) z'^2}{\sqrt{w(z) z'^2 + V(z)}} \right]$$

$$= \frac{\tau}{2\pi\alpha'} \frac{V(z)}{\sqrt{w(z) z'^2 + V(z)}} \quad (۲۴-۲)$$

¹ Induced Determinant Metric

در نقطه برگشت ریسمان، یعنی $z=z_t$ باید $z'=0$ باشد. بنابراین $H(z=z_t)$ برابر است با:

$$H = \frac{\tau}{2\pi\alpha'} \frac{V(z_t)}{\sqrt{V(z_t)}} \quad (25-2)$$

چون هامیلتونی H ثابت است، از معادله (24-2) داریم:

$$\frac{\tau}{2\pi\alpha'} \frac{V(z)}{\sqrt{w(z)z'^2 + V(z)}} = \frac{-\tau}{2\pi\alpha'} \frac{V(z_t)}{\sqrt{V(z_t)}} \quad (26-2)$$

چون $z' = \frac{dz}{dx}$ و z' تابع x می باشد پس :

$$z' = \sqrt{\frac{V(z)}{w(z)} \left[\frac{V(z)}{V(z_t)} - 1 \right]} = \sqrt{\frac{h e^{4A}}{2B+2A} \left[\frac{h e^{4A}}{h(z_t) e^{4A(z_t)}} - 1 \right]} \quad (27-2)$$

$$\Rightarrow z' = \sqrt{h e^{4A-(2B+2A)} \times e^{\left[\frac{h(z) e^{4A}}{h(z_t) e^{4A(z_t)}} - 1 \right]}} \Rightarrow z' = -e^{A(Z)-B(Z)} \sqrt{h(z) \left(\frac{e^{4A} h(z)}{e^{4A(z_t)} h_{zt}} - 1 \right)} \quad (28-2)$$

با توجه به اینکه $z' = \frac{dz}{dx}$ است و انتگرال گیری از z_t تا مرز که در بی نهایت قرار دارد، می باشد، می توان فاصله بین جفت کوارک و پارانکوارک را حساب کرد. و از رابطه (28-2) داریم: [6]

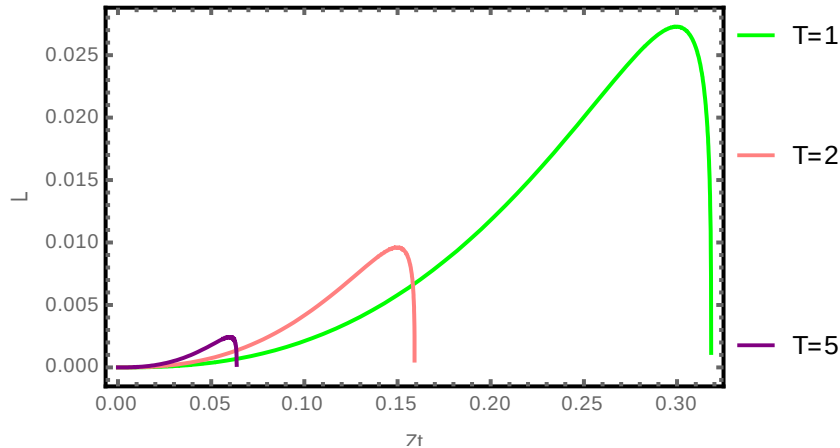
$$z' = \frac{dz}{dx} \Rightarrow \frac{dz}{dx} = \sqrt{\frac{V(z)}{w(z)} \left[\frac{V(z)}{V(z_t)} - 1 \right]} = \left\{ \frac{V(z)}{w(z)} \left[\frac{V(z)}{V(z_t)} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (29-2)$$

(29)

$$\Rightarrow \frac{L}{2} = \int_{z_t}^{\infty} \sqrt{w(z)} \left[v(z) \left(\frac{V(z)}{V(z_t)} - 1 \right) \right]^{-\frac{1}{2}} dz \quad (30-2)$$

¹ Homiltonian

در شکل (۲-۲) نمودار معادله (۳۰-۲) بر حسب مختصه انتهایی ریسمان (zt) رسم شده است. مشاهده می شود که با افزایش دما انتهایی ریسمان به مرز نزدیک شده، و کوآرک و پاد کوآرک از هم فاصله می گیرند.



شکل (۲-۲) فاصله کوآرک و پاد کوآرک در یک کوآرکونیوم بر حسب GeV

با توجه به شکل (۲-۲) می توان فهمید که:

(۱) با افزایش دمای پلازما فاصله کوآرک و پاد کوآرک بیشتر می شود چون مختصه انتهایی ریسمان به مرز AdS نزدیک می شود و کوآرک و پاد کوآرک از هم دور می شوند.

(۲) بیشینه هر منحنی در هر دما نشان دهنده مختصه انتهایی ریسمان است.

(۳) در نقاطی که نمودارها بیشینه دارند کنش ریسمان کمینه می شود و Z' صفر می شود.

(۴) از نظر فیزیکی چون انتهایی ریسمان می تواند از صفر تا مرز AdS تغییر کند بنا براین کوآرک و پاد کوآرک می توانند بی نهایت از هم دور شوند.

۲-۳- محاسبه انرژی آزاد کوارکونیوم در پلاسما

در محدوده زمانی خیلی زیاد یعنی $(\tau \rightarrow \infty)$ ، مقدار انتظاری حلقه ویلسون که کوارک روی آن حرکت می کند معادل است با :

$$\langle w(G_L, \tau) \rangle \approx e^{-iF_{Q\bar{Q}}} \quad (۲-)$$

(۳۱)

در رابطه بالا $F_{Q\bar{Q}}$ انرژی آزاد کوارکونیوم است ، که به دمای محیط اطراف کوارک ها بستگی دارد. از طرفی مقدار انتظاری حلقه ویلسون روی جهان سطح ریسمان با رابطه زیر بیان می شود:

$$\langle W(C) \rangle \approx e^{iS_{NG}} \quad (۲-)$$

(۳۲)

که C مسیری روی جهان سطح ریسمان است ، که کوارک روی آن حرکت می کند. باید روابط (۲-۳۱) و (۲-۳۲) در بازه $(\tau \rightarrow \infty)$ نتیجه یکسانی بدهند:

$$F_{Q\bar{Q}}(L) \approx \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{S_{NG}}{\tau} \quad (۲-۳۳)$$

در $(\tau \rightarrow \infty)$ پتانسیل کوارک که قسمت حقیقی آن معادل انرژی $F_{Q\bar{Q}}$ افزایش می یابد. از معادله های (۲-۲۱) و (۲-۲۲) نتیجه می شود که:

$$S_{NC} = \frac{-\tau}{\pi\alpha'} \int_{Z_t}^{\infty} dz \int_0^{Z_t} dz \sqrt{W(z)} \quad \sqrt{\frac{V(z)}{V(Z_t)}} \left(\frac{V(z)}{V(Z_t)} - 1 \right)$$

(۲-۳۴)

$$\Rightarrow S_{NC} = \frac{-\tau}{\pi\alpha'} \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{dx}{dz} \int_0^{Z_t} dz \sqrt{e^{4Ah} \left(1 - \frac{e^{2B-2A(e^3(A-B))}}{h} \left[h \frac{e^{4Ah}}{e^{4Ah_t}} - 1\right]\right)} \quad)$$

اگر نسبت به x انتگرال بگیریم:

$$S_{NC} = \frac{-\tau}{\pi\alpha'} \int_0^{Z_t} dz \left[\sqrt{\frac{V(z)}{V(z_t)}} \sqrt{w(z)} \left(\frac{V(z)}{V(z_t)} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}} - \sqrt{w_0(z)} \quad (۳۵-۲)$$

که چون Z_t نقطه برگشت ریسمان است پس :

$$w_0(z) = \lim_{z \rightarrow \infty} w(z) \quad (۳۶-۲)$$

$$\Rightarrow S_{NC} = \frac{-\tau}{\pi\alpha'} \int_0^{Z_t} dz \left[\sqrt{\frac{e^{4Ah(z)} e^{2B+2A}}{e^{4A(z_t)} h(z_t)} \left(\frac{e^{4Ah(z)}}{e^{4Ah(z_t)}} - 1 \right)} \right] - \sqrt{w_0(z)} \quad (۳۷-۲)$$

$$\Rightarrow S_{NC} = \frac{-\tau}{\pi\alpha'} \int_0^{Z_t} dz e^{A+B} \sqrt{\left(\frac{e^{4Ah(z)}}{e^{4Ah(z_t)} - e^{4Ah(z_t)}} \right)} \quad (۳۸-۲)$$

در رابطه (۳۸-۲) در حد $\tau \rightarrow 0$ عبارت e^{A+B} بی نهایت می شود. و عبارت زیر

رادیکال معادل ۱ می شود چون

$$A(Z) \simeq \log \frac{L_{Ads}}{Z} \quad (۳۹-۲)$$

$$B(Z) \simeq \log \frac{L_{Ads}}{Z} \Rightarrow e^{A+B} = e^{\log \frac{L}{Z} + \log \frac{L}{Z}} = \frac{L}{Z} \times \frac{L}{Z} = \frac{L^2}{Z^2} = \infty \quad (۴۰-۲)$$

بنابراین یک واگرایی در حد پایین انتگرال (۳۸-۲) داریم :

$$\lim_{z \rightarrow \infty} h(z) = 1$$

که می توان برای رفع این واگرایی ، حد پایین انتگرال را بجای اینکه از 0 شروع کنیم، یک مقداری بالاتر یعنی از ϵ شروع کنیم . بنابراین کنش اصلاح شده نامبوگوتو به صورت زیر در می آید:

$$S^{(rag)} = \frac{-\tau}{\pi\alpha'} \int_{\epsilon}^{z_t} dz e^{A+B} \sqrt{\frac{e^{4A}}{e^{4A_h} - e^{4A_t}}} \approx \frac{-\tau L^2}{\pi\alpha'} \left(\frac{1}{\epsilon} + \dots \right) \quad (41-2)$$

(42-2)

$$\Rightarrow \int_{\epsilon}^{z_t} \frac{L^2}{z^2} dz = -\frac{L^2 A_{ds}}{\epsilon}$$

که در رابطه بالا L_{AdS}^2 میزان انحناء فضای AdS است. و $\frac{1}{\epsilon}$ یک قطب واگرایی¹ است. به نظر می رسد، که چون نقاط پایانی ریسمان در مرز AdS قرار دارند، برای درک هولوگرافی آن باید جرم کوارک بی نهایت باشد. برای جلوگیری از بی نهایت شدن باید مقدار مناسب کنش ΔS را به اندازه $\frac{1}{\epsilon}$ در رابطه انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ وارد کنیم، تا مشکل بی نهایت شدن جرم رفع شود پس:

$$F_{Q\bar{Q}}^{(ren)} = L - \frac{[S_{NG} - \Delta S]}{T} \quad T \rightarrow \infty \quad (43-2)$$

به طور غیرمستقیم در این رابطه فاصله ϵ به صفر نزدیک شده است. و از اینجا به بعد از مشخصات انرژی آزاد (ren) بجای مقدار اصلاح شده (reg) استفاده می کنیم.

رابطه (41-2) به این معنی است ، که: اولاً کنش یک ریسمان را که از مرز AdS تا افق سیاه چاله کشیده شده دوبار در نظر گرفته ایم. دوما در قسمت اصلی کنش نامبوگوتو فاصله باید خیلی بیشتر از فاصله بین $Q\bar{Q}$ باشد یعنی $L > L_s$ که دردمای

¹ Diverjans Pole

غیر صفر این دو روش با یکدیگر متفاوتند و در دمای $(T \rightarrow 0)$ از این دو روش به ندرت برای محاسبه انرژی کوارک سنگین^۱ استفاده می شود. در دمای متناهی هیچ کدام از این روش ها برای محاسبه انرژی آزاد مناسب نیست.

برای L های کوچک دمای T ممکن است، به برهم کنش $Q\bar{Q}$ اثر بگذارد. دلیل فیزیکی متفاوت بودن مقیاس های آنها است. دمای متوسط طول موجی از مرتبه $\left(\frac{1}{T}\right)$ را ایجاد می کند. و در فاصله های خیلی کمتر از $\left(L \ll \frac{1}{T}\right)$ برهم کنش جفت کوارک-پادکوارک امکان پذیر نیست. به عبارت دیگر در دمای T فیزیک در ناحیه UV نمی تواند در فاصله کوچک مورد استفاده قرار گیرد. پس برای L های کوچک انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ نمی تواند وابسته به دما باشد. بنابراین مقدار ΔS در رابطه (۴۳-۲) نباید به T و L بستگی داشته باشد. بنابراین ما رابطه (۴۳-۲)، ΔS را کمینه می کنیم که قطب $\frac{1}{\epsilon}$ در کنش نامبو درستی این کار را تأیید می کند.

$$\Delta S_{\min} = \frac{-\tau}{\pi\alpha'} L_{\text{Ads}}^2 \int_{\epsilon}^{\infty} \frac{dz}{z^2} = -\frac{\tau L_{\text{Ads}}^2}{\pi\alpha} \frac{1}{\epsilon} \quad (44-2)$$

مقدار $\Delta S_{\min}$ یک ثابت افزایشی است، که می تواند مستقل از T باشد. بنابراین انرژی آزاد کوارکونیوم در $\tau \rightarrow \infty$ و در فاصله کوچک $Q\bar{Q}$ می تواند طبق رابطه زیر به دمای T بستگی نداشته باشد.

$$F_{Q\bar{Q}} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{(S_{\text{NC}}) - \Delta S}{\tau} \quad (45-2)$$

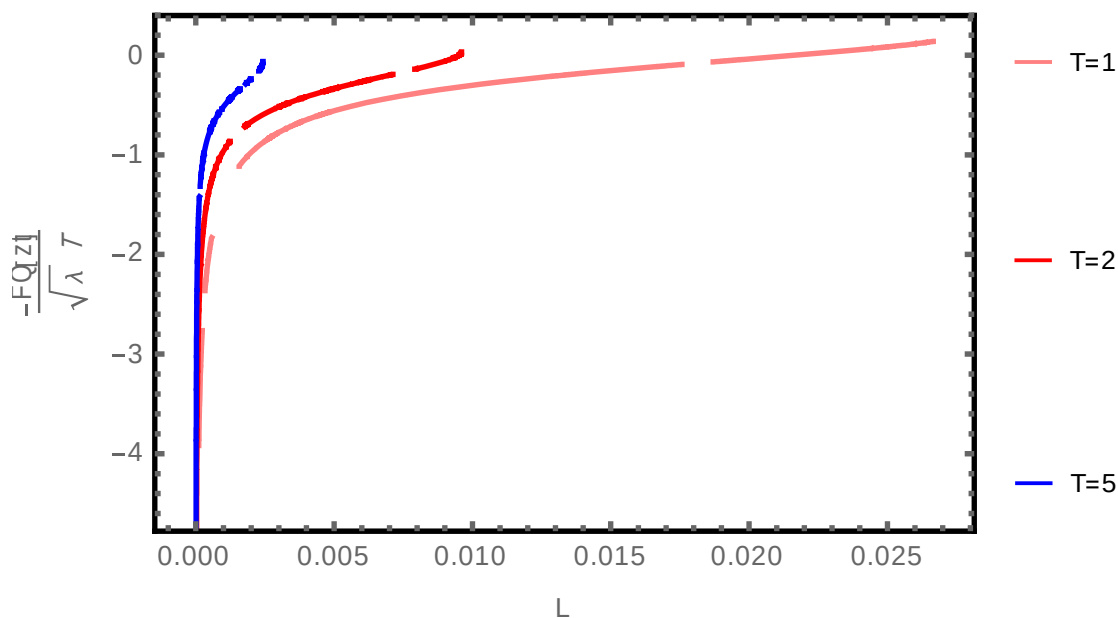
¹ Heavy Quark

با جاگذاری رابطه $\Delta S_{\min}$ در رابطه انرژی آزاد، می توان یک متریک در فضای AdS که ریسمان در آن قرار دارد بدست آورد. [6]

$$F_{Q\bar{Q}} = - \left[\frac{-\tau}{\pi\alpha'} \int_{\epsilon}^{z_t} dz e^{A+B} \sqrt{\frac{e^{4Ah}}{e^{4Ah} - e^{4Ah_t}}} - \int_{\epsilon}^{\infty} - \frac{Z L_{AdS}^2 dz}{\pi\alpha' z^2} \right]$$

$$\Rightarrow F_{Q\bar{Q}} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi} \int_0^{z_t} \left[\frac{e^{A+B}}{L_{AdS}^2} \sqrt{\frac{e^{4Ah}}{e^{4Ah} - e^{4Ah_t}}} - \frac{1}{z^2} \right] - \frac{1}{z_t} \quad (۴۶-۲)$$

که نمودار این معادله با استفاده از نرم افزار ممتیکا برای سه دمای مختلف رسم شده و به صورت زیر است.



شکل (۳-۲) نمودار انرژی آزاد کوآرکونیوم در سه دمای مختلف

در شکل (۳-۲) انرژی آزاد جفت کوآرک سنگین در دماهای مختلف بالاتر از دمای بحرانی T_C نشان داده شده است. مشاهده می شود ، که با افزایش فاصله نتایج زیر بدست می آید:

نتیجه ۱: از حدود $L=0/005(\text{fm})$ انرژی تقریباً ثابت می ماند یعنی در فاصله های زیاد انرژی آزاد به فاصله وابسته نیست.

نتیجه ۲: با افزایش دمای پلاسما انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ افزایش می یابد.

نتیجه ۳: در دمای $T \rightarrow 0$ نزدیک صفر در یک فاصله ثابت انرژی مستقل از دماست.

در نظریه QCD می توان انرژی آزاد کوارک سنگین را از حلقه های پولیاکف^۱ بدست آورد.

در شکل (۲-۳) تمام دما های داده شده بالاتر از دمای بحرانی می باشند. بنا براین انرژی آزاد دو ویژگی مهم دارد، که عبارتند از: ۱- اینکه برای فاصله های کوچک L بین دو کوارک انرژی آزاد مستقل از دماست. ۲- انرژی $F_{Q\bar{Q}}$ با افزایش دمای T افزایش می یابد. که هر دو این ویژگی ها در نظریه $(N=4)$ یانگ مورد بحث قرار گرفته اند.

۲-۴- محاسبه انرژی بستگی کوارکونیوم در پلاسما:

انرژی بستگی برابر است با، اختلاف انرژی آزاد ریسمانی U شکل که به دو کوارک وصل است، با انرژی ریسمان های جدائی که از یک کوارک تا افق سیاه چاله^۲ کشیده شده است بنا براین می توان نوشت:

$$E_{Q\bar{Q}} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{[-2S_{NG} - 2S_{NG}(\text{کش ریسمان کشیده شده})]}{\tau} \quad (۲-۴۷)$$

^۱ Loops Poliacof

^۲ Horizon Black Hole

اگر رابطه بالا را با رابطه (۴۳-۲) مقایسه کنیم می بینیم که ΔS_{min} در واقع معادل کنش دوریسمان جداگانه است که از مرز AdS تا افق سیاه چاله کشیده شده است.

اگر به صورت رابطه (۴۷-۲) مقدار ΔS_{min} را اضافه کنیم، رابطه زیر بدست می آید که در این رابطه $E_{Q\bar{Q}}$ معادل اختلاف انرژی آزاد در بی نهایت است پس:

$$E_{Q\bar{Q}} = \frac{[-S_{NC} - \Delta S_{min} - (2S_{NC} - \Delta S_{min})]}{\tau \rightarrow \infty} = F_{Q\bar{Q}} - F'_{Q;\bar{Q}} \quad (۴۸-۲)$$

در رابطه بالا F' انرژی آزاد دو کوارک غیربرهم کنشی است که معادل است با:

$$F'_{Q\bar{Q}} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{(-2S_{NC}[\text{کنش دو ریسمان کشیده}] - \Delta S_{min})}{\tau} \quad (۴۹-۲)$$

به عبارت دیگر $F'_{Q;\bar{Q}}$ انرژی آزاد دو کوارک سنگین است که هر کدام به دو ریسمان وصل شده اند. اما $F_{Q\bar{Q}}$ انرژی آزاد یک جفت کوارک سنگین است که مقدار آن از رابطه (۴۶-۲) بدست می آید. اگر انرژی دو کوارک غیر برهم کنشی $F'_{Q\bar{Q}}$ با انرژی آزاد جفت کوارک سنگین برابر باشد $E_{Q\bar{Q}}$ معادل صفر است [6].

در متریک عمومی (۴-۲) کنش نا مبوگوتو برای یک ریسمان کشیده شده از مرز AdS که تا افق سیاه چاله کشیده شده است، با رابطه زیر داده می شود:

$$S_{NG} = \frac{-\tau}{2\pi\alpha'} \int_0^{z_h} dz e^{A+B} \quad (۵۰-۲)$$

z_h مکان سیاه چاله است، که می توان برای جلوگیری از مبهم شدن انتگرال حدود انتگرال را کمی بالاتر از 0 یعنی ϵ تا مکان سیاه چاله z_h در نظر گرفت و با کوچک

کردن ϵ کنش ریسمان مستقیم که از یک کوارک تا افق سیاه چاله کشیده شده است با رابطه زیر اصلاح می شود:

$$S_{Nc}^{(reg)} = \frac{-T}{2\pi\alpha'} \int_0^{z_h} dz e^{A+B} \approx \frac{TL_{AdS}^2}{2\pi\alpha'} \left(\frac{1}{\epsilon} + \dots \right) \Rightarrow \frac{\Delta S_{min}}{2} \simeq \frac{zL_{AdS}^2}{2\pi\alpha'} \frac{1}{\epsilon} \quad (51-2)$$

حال برای محاسبه انرژی آزاد یک کوارک که به آن ریسمان متصل شده و تا افق سیاه چاله ادامه دارد می توان نوشت:

$$F_Q \simeq \frac{S_{Nc}[\text{ریسمان کشیده شده}]}{\tau} \Rightarrow F_Q = \frac{\frac{-\tau}{2\pi\alpha'} \int_0^{z_h} e^{A+B}}{\tau} \quad (52-2)$$

$\tau \rightarrow 0 \qquad \qquad \qquad \tau \rightarrow 0$

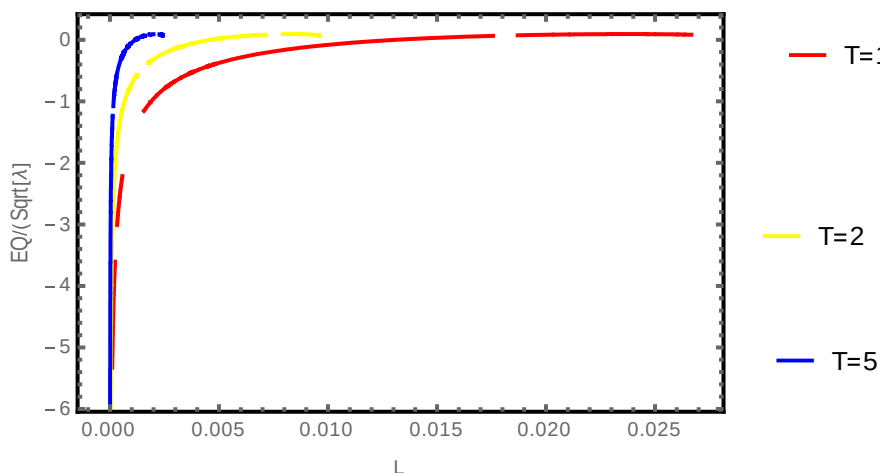
با به کار بردن $\alpha' = \frac{L_{AdS}^2}{\sqrt{\lambda}}$ در رابطه (50-2) می توان نوشت:

$$F_Q = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \left[\int_0^{z_h} dz \left(\frac{e^{A+B}}{L_{AdS}^2} - \frac{1}{z^2} \right) - \frac{1}{z_h} \right] \quad (53-2)$$

اگر انرژی آزاد دو کوارک بر هم کنشی معادل انرژی آزاد دو کوارک غیربر هم کنشی باشد، اختلاف انرژی $E_{Q\bar{Q}}$ که آن را انرژی پیوندی می گوییم، صفر می شود. بنابراین باید ریسمان متصل به کوارک ها یک جرم داشته باشد. در نتیجه انرژی بستگی دو کوارک معادل اختلاف انرژی کوارک های آزاد با کوارک های متصل به ریسمان U شکل است پس [6]:

$$E_{Q\bar{Q}} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi} \int_0^{z_t} dz \frac{e^{A+B}}{L_{AdS}^2} \left[\sqrt{\frac{e^{4A_h}}{e^{4A_h} - e^{4A_{th_t}}} - 1} \right] - \int_{z_t}^{z_h} dz \frac{e^{A+B}}{L_{AdS}^2} \quad (54-2)$$

نمودار این معادله بر حسب طول مزون در دماهای مختلف در شکل (۴-۲) رسم شده است. مشاهده می شود که با افزایش دما فاصله کوآرک و پاد کوآرک زیاد می شود.



شکل (۴-۲) نمودار انرژی بستگی یک کوآرکونیوم در سه دمای مختلف

با توجه به نمودار (۴-۲) می توان فهمید که:

(۱) در فاصله های کوچک بین کوآرک و پاد کوآرک انرژی بستگی به دما بستگی ندارد.

(۲) با افزایش دما فاصله کوآرک و پاد کوآرک بیشتر می شود، و انرژی بستگی نیز بیشتر می شود.

(۳) در یک فاصله ثابت با افزایش دما انرژی بستگی بیشتر می شود.

که Z_H مکان سیاه چاله است، و Z_t مکان انتهای ریسمان U شکل متصل به جفت کوآرک است. که این انرژی با دو گانی پیمانه و گرانش بررسی می شود [6].

اکنون به مطالعه خصوصیاتی از دو انرژی آزاد و انرژی بستگی، در نظریه ابر تقارن ($N=4$) که با دوگان گرانشی در فضای AdS با یک سیاه چاله داده می شود، می پردازیم. بنا براین باید رفتار انرژی آزاد را که مشابه با رفتار آن در شبکه QCD است پیدا کنیم.

در حد ($\lambda \rightarrow \infty$) و ($N_c \rightarrow \infty$) نظریه ابر تقارن یانگ میلی براحتی در دمای غیر صفر، می تواند بوسیله یک نظریه گرانش کلاسیکی در فضای AdS با متریک شوارتز شیلد به صورت زیر توصیف شود.

$$ds^2 = \frac{L_{\text{AdS}}^2}{z^2} (-h(z)dt^2 + d\vec{x}^2 + \frac{1}{h(z)}dz^2) \quad (55-2)$$

$$h(z) = 1 - \frac{z^4}{z_h^4} \quad (56-2)$$

و در نظریه ($N=4$) یانگ میلیز توابع $A(Z) = B(Z) = \log \frac{L_{\text{AdS}}}{Z}$ می باشند. و در ($z = z_h$) سیاه چاله ای وجود دارد که دمای افق آن با رابطه زیر بیان می شود:

$$T = \frac{1}{\pi z_h} \quad (57-2)$$

که در این رابطه T دمای هاوکینگ سیاه چاله است.

در نظریه ($N = 4$) یانگ میلیز ما می توانیم مقدار انتگرال در رابطه (54-2) و (46-2) را برای $E_{Q\bar{Q}}$ و $F_{Q\bar{Q}}$ و L را با استفاده از (55-2) به صورت زیر بدست آورد.

$$E_{Q\bar{Q}}(z_t) = -\frac{\sqrt{\lambda}}{\pi} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{3}{4})}{\Gamma(\frac{1}{4})} {}_2F_1\left(\frac{-1}{2}, \frac{-1}{4}, \frac{1}{4}; \frac{z_t^4}{z_h^4}\right) \frac{1}{z_t} + \frac{1}{z_h} \right\}$$

$$F_{Q\bar{Q}}(z_t) = -\frac{\sqrt{\lambda}}{\pi} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{3}{4})}{\Gamma(\frac{1}{4})} {}_2F_1\left(\frac{-1}{2}, \frac{-1}{4}, \frac{1}{4}; \frac{z_t^4}{z_h^4}\right) \frac{1}{z_t} \right\} \quad (59-2)$$

$$L(z_t) = \frac{2\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{7}{4})}{3\Gamma(\frac{5}{4})} \sqrt{1 - \frac{z_t^4}{z_h^4}} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}; \frac{z_t^4}{z_h^4}\right) z_t \quad (60-2)$$

که در رابطه بالا F_1 تابع گاوسی فوق هندسی است. توجه کنید که $\sqrt{\lambda}$ را ما در $(N=4)$ به صورت $(\sqrt{\lambda} = \frac{L_{AdS}^2}{\alpha'})$ تعریف می کنیم. که در حقیقت برابر ثابت جفت شدگی توفت است. و با $(\sqrt{\lambda} = N_c g_{ym}^2)$ بیان می شود [6].

عبارت $\frac{1}{z_h}$ در رابطه بالا وابسته به دما است. با توجه به دو برابر بودن کنش نامبو گوتودر یک ریسمان کشیده شده از مرز AdS تا افق سیاه چاله $E_{Q\bar{Q}} = 2S_{NG}$ برای فاصله های کوچک دو کوارک به دما بستگی دارد.

با مقایسه انرژی آزاد و انرژی بستگی می فهمیم که، در یک فاصله ثابت $(F_{Q\bar{Q}} < E_{Q\bar{Q}})$ است. و $E_{Q\bar{Q}}$ برای $\frac{1}{z_h}$ مثبت است.

برای $T=0$ ممکن است، به صراحت حل رابطه بالا برای z_t و برای محاسبه $V_{Q\bar{Q}} = E_{Q\bar{Q}}$ برای جفت کوارک سنگین به صورت تحلیلی زیر باشد:

$$V_{Q\bar{Q}} = -\frac{4\pi^2\sqrt{\lambda}}{4\Gamma(\frac{1}{4})L} \quad (61-2)$$

که اولین نتیجه ای که به دست می آید این است که پتانسیل $V_{Q\bar{Q}}$ به فاصله دو کوارک بستگی دارد . و نشان دهنده هر گونه وابستگی $V_{Q\bar{Q}}$ به دما در دمای $T=0$ است.

یک نتیجه جالب دیگر این است که ، در نظریه $N=4$ در محدوده دمای $T=0$ ، کنش یک ریسمان کشیده شده با رابطه زیر بیان می کند.

$$S_{Na} \left[\text{ریسمان کشیده شده} \right] = - \frac{\tau L_{AdS}^2}{2\pi\alpha'} \int_{\epsilon}^{\alpha} \frac{dz}{z^2} \quad (۶۲-۲)$$

متناسب بودن $V_{Q\bar{Q}} \propto \frac{1}{L}$ نشان می دهد که ابعاد دیگر در $T=0$ وجود ندارند.

بنابراین ما می خواهیم، در اینجا نشان دهیم که ، در محدوده دمای $(T=0)$ در نظریه $(N=4)$ برای یک ریسمان مستقیم^۱ که از مرز AdS تا افق سیاه چاله کشیده شده است رابطه $(۵۷-۲)$ نتیجه می شود.

در افق سیاه چاله حد بالای انتگرال ∞ می شود.

$$\begin{aligned} S_{Nc} &= - \frac{\tau}{2\pi\alpha'} \int_{\epsilon}^{z_h} dz e^{A+B} = \frac{-\tau}{2\pi\alpha'} \int_{\epsilon}^{\infty} dz e^{\log \frac{L_{AdS}}{z}} e^{\log \frac{L_{AdS}}{z}} = \\ &= \frac{-\tau}{2\pi\alpha'} \int_{\epsilon}^{\infty} dz e^{2 \log \frac{L_{AdS}}{z}} = \frac{-\tau}{2\pi\alpha'} \int_{\epsilon}^{\infty} dz e^{\log \left(\frac{L_{AdS}}{z} \right)^2} = \frac{-\tau L_{AdS}^2}{2\pi\alpha'} \int_{\epsilon}^{\infty} \frac{dz}{z^2} \end{aligned} \quad (۶۳-۲)$$

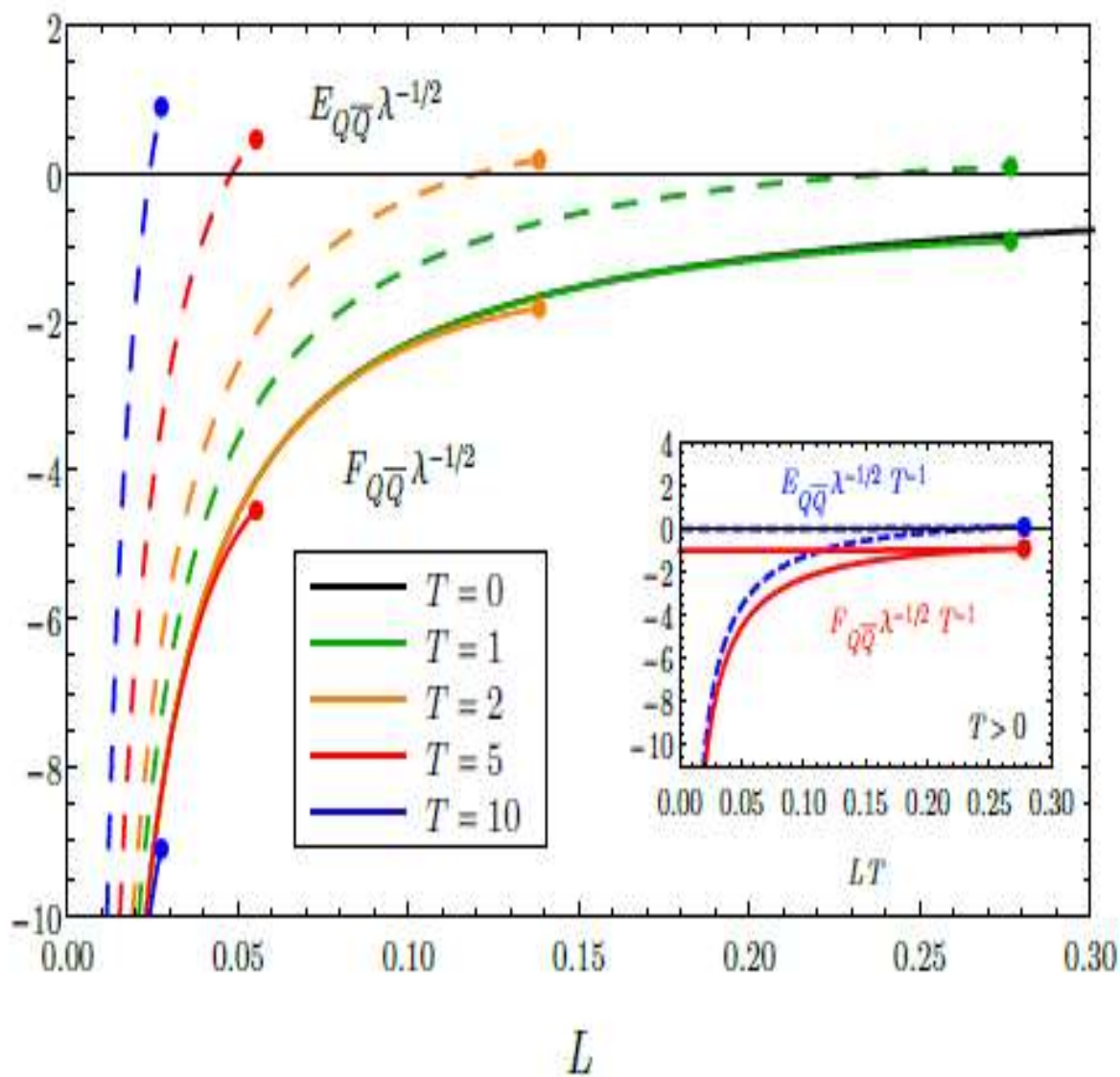
در رابطه بالا با در نظر گرفتن سهم پایین انتگرال حاصل آن نصف ΔS_{min} برای انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ در تمام مدل ها و در تمام دما ها است.

¹ Straight String

بنابراین به نظر می رسد که $F_{Q\bar{Q}}$ حاصل تفاضل انرژی دو ریسمان مستقیم در دمای $T=0$ و نظریه $(N=4)$ است که از مرز AdS تا افق امتداد دارند.

در شکل (۲-۵) ، [6] انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ و انرژی بستگی $E_{Q\bar{Q}}$ در $(N=4)$ برای دماهای مختلف بر حسب فاصله Q و $\bar{Q}$ رسم شده است. در فاصله های خیلی کوچکتر از طول پوششی^۱ $(Q\bar{Q})$ یعنی $L < L_s$ در دمای نزدیک به $(T=0)$ اختلاف $F_{Q\bar{Q}}$ و $E_{Q\bar{Q}}$ خیلی زیاد است و این نشان دهنده جاذبه خیلی زیاد $Q\bar{Q}$ در $(T=0)$ است.

¹ Covering Lenth

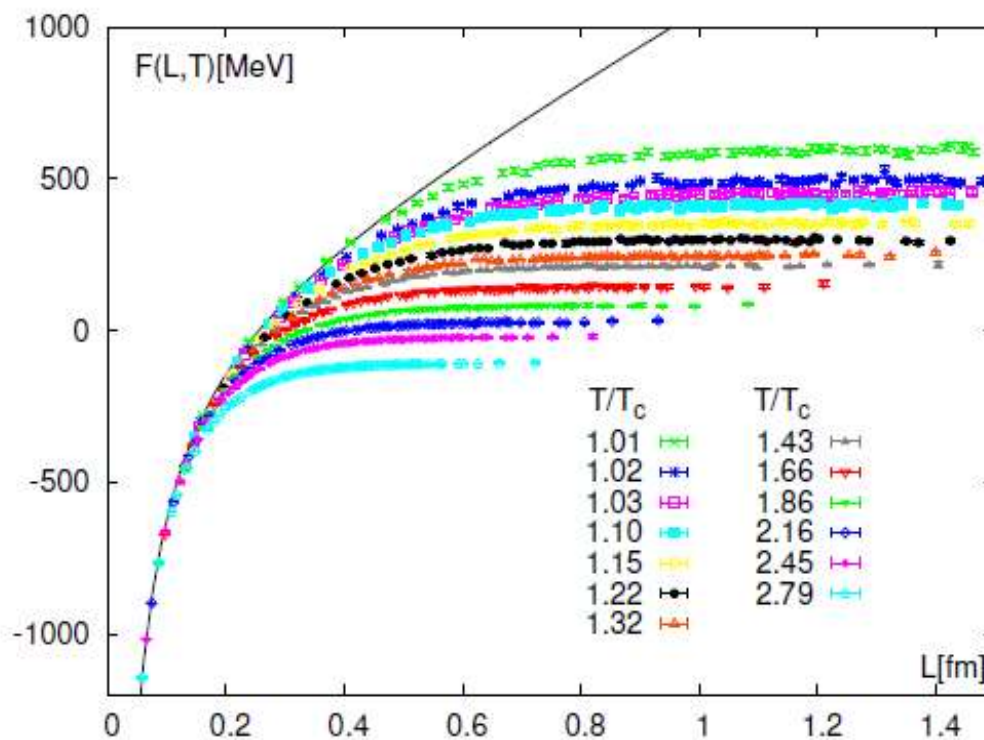


شکل (۲-۵) نمودار انرژی آزاد و انرژی بستگی در دماهای مختلف. خطوط توپر انرژی آزاد و خطوط خط چین انرژی بستگی [6]

شاخه های پایین نمودار وضعیت ریسمان را نزدیک مرز AdS نشان می دهد چون انرژی آزاد کوچکتر از خود انرژی ریسمان است. بنابراین در دماهای نزدیک صفر مشاهده می شود که نمودار مربوط به انرژی آزاد و انرژی بستگی با هم اختلاف

زیادی دارند اما در $T > 0$ انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ و $E_{Q\bar{Q}}$ به یکدیگر نزدیک ترند. و مشاهده می شود که دو نمودار در دماهای بالا مقادیر ثابتی دارند یعنی در دمای بالاتر از صفر ($T > 0$) انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ و $E_{Q\bar{Q}}$ بستگی به L ندارند.

و در $T = 0$ باید پتانسیل بین Q و $\bar{Q}$ به همان پتانسیل کولنی تبدیل شود. که طبق رابطه $V_{Q\bar{Q}} = \frac{-4\pi^2\sqrt{\lambda}}{\Gamma^4(\frac{1}{4})L}$ این پتانسیل فقط به L بستگی دارد، و تا اندازه ای مستقل از



T است.

شکل (۲-۶) نمودار تجربی انرژی آزاد کوارکونیوم بر حسب فاصله دو کوارک که باتوجه به آن می توان فهمید که در فاصله های ثابت انرژی آزاد به دما بستگی ندارد. [6]

نمودار تجربی انرژی آزاد در شکل (۲-۶) نشان می دهد که در فاصله های کوچک بین کوارک و پاد کوارک انرژی آزاد به دما بستگی ندارد. اما وقتی فاصله کوارک و پاد کوارک از (0.2 fm) بیشتر می شود، با افزایش نسبت $\frac{T}{T_c}$ انرژی آزاد کم می شود. یا با افزایش دما فاصله کوارک ها بیشتر شده ، و انرژی آزاد نیز افزایش می یابد. که این با نتیجه شکل (۲-۵) مطابقت دارد.

از مشاهده نمودار انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ و $E_{Q\bar{Q}}$ بر حسب فاصله L می توان فهمید که: اولاً انرژی آزاد و انرژی بستگی برای هر مقداری از T بر حسب فاصله کوچک به شکل کولنی است ، که نشان دهنده یک تنظیم بندی در UV است. دوماً مشاهده می شود که انرژی آزاد برای فاصله کوچک بین Q و $\bar{Q}$ مستقل از T است. و هر دو انرژی $E_{Q\bar{Q}}$ و $F_{Q\bar{Q}}$ برای فاصله های کوچک به L وابسته اند و شکل پتانسیل کولنی دارند. [6]

با افزایش دما انرژی آزاد و انرژی بستگی در فاصله L ثابت می ماند، و مستقل از L است. با توجه به نمودار (۲-۵) [6] در فاصله ثابت L با افزایش دما تغییرات انرژی بستگی $E_{Q\bar{Q}}$ خیلی زیاد بوده ، و انرژی کم می شود . و به عبارت دیگر با افزایش دما اتصال کوارک ها ضعیف تر می شود. و انرژی آزاد به انرژی بستگی نزدیک می شود.

در حالت طبیعی در یک دمای متوسط به علت قوی بودن بر هم کنش ها فاصله بین آنها نیز کوچک تر می شود.

برای هر دمای بحرانی T_c که به ازای آن در فاصله $L_s < L_c$ دو کوارک از هم جدا باشند ، باید داشته باشیم $E_{Q\bar{Q}}(L_c) = 0$ که در این نقاط انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ معادل انرژی

آزاد کوارک های جدا از هم می باشند. بنابراین می توان گفت در وضعیتی که $E_{\bar{Q}Q}(L_C) = 0$ ریسمان در نقطه L_C شکسته شده است. بنابراین به این نتیجه رسیدیم، که انرژی آزاد برای L های کوچک مستقل از T است و برای فاصله های کوچک باید انرژی آزاد $F_{\bar{Q}Q}$ مقید باید برابر انرژی کوارک های مجزا باشند. اما برای فاصله های زیاد انرژی آزاد هادرون مقید بزرگتر از انرژی کوارک های مجزا است. اگر رفتار کیفی انرژی آزاد در نظریه های $(N=4)$ و QCD را با هم مقایسه کنیم. نشان می دهد که، این دو نظریه در مورد $F_{\bar{Q}Q}$ توافق خوبی با هم دارند. با این حال اثر دمای متوسط روی کوارک و پادکوارک سنگین تا حد زیادی مستقل از درجه آزادی میکروسکوپیکی^۱ است.

در مقابل انرژی آزاد $F_{\bar{Q}Q}$ با دو ویژگی ذکر شده در بالا انرژی بستگی رفتار متفاوتی دارد و $E_{\bar{Q}Q}$ با افزایش دما سریعتر و با شیب نسبتاً تند افزایش می یابد اما $F_{\bar{Q}Q}$ با شیب ملایم زیاد می شود.

۲-۵- بررسی رفتار انرژی آزاد و انرژی بستگی در مدل های ناهمدیس:

اکنون انرژی آزاد و بستگی یک جفت کوارک سنگین را در نظریه های ناهمدیس بررسی می کنیم. در این نظریه تنها دما عامل شکست همدیسی نیست. می توان این نظریه ها را با دوگانی از تغییر شکل مناسب متریک شوارتز شیلد در AdS بدست آورد. در این جا ما با یک رویکرد مختلف خواص کلی رده بزرگی از مدل های ناهمدیس را بررسی می کنیم.

¹ Free Deegry Microscopic

ابتدا خانواده ای از مدل های نا همدیس (SW_T) را معرفی می کنیم و دوماً مجموعه ای از مدل هایی که دائماً تغییر شکل دارند را با در نظر گرفتن میدان های اسکالر حجم بررسی می کنیم. در مدل دوم حل معادلات حرکت را در کنش انشتین هیلبرت بررسی می کنیم.

الف) بررسی مدل دیواره نرم (SW_T)

این مدل موفقیت قابل توجهی در توصیف جنبه های مختلف فیزیکی هادرون کم انرژی در دمای صفر داشته است. این مدل به مدل دیواره نرم معروف است. متریک تناظر AdS مربوط به ($N=4$) در دمای صفر بوسیله یک عامل به شکل کلی $e^{c^2 z^2}$ با بعضی از پارامترهای c تغییر شکل یافته معین می شود. با استفاده از همان روش متریک AdS شوارتز شیلد^۱ متناظر با ($N=4$) یک خانواده از مدل های یک پارامتری در دمای متناهی را بدست می آوریم.

بنابراین متریک مناسب برای این مدل ها به صورت زیر است:

$$ds^2 = \frac{L_{AdS}^2 e^{c^2 z^2}}{z^2} \left(-h(z) dt^2 + dx^2 + \frac{1}{h(z)} dz^2 \right), \quad h(z) = 1 - \frac{z^4}{z_h^4} \quad (۶۴-۲)$$

بنابراین مدل SW_T یک مدل در دمای محدود است. که در رابطه بالا تابع h همان متریک شوارتز شیلد در AdS می باشد. که در حد $C \rightarrow 0$ به متریک (۵۵-۲) تبدیل می شود. بنابراین دما در نظریه میدان در $N=4$ در این مدل ها به صورت زیر تعریف می شود:

¹ Schwarzschild Metric AdS

$$T = \frac{1}{\pi Z_h} \quad (۶۵-۲)$$

که z_h مکان سیاه چاله است. در مدل SW_T مشاهدات مختلف مربوط به کوارک سنگین مورد مطالعه قرار گرفته است. انتخاب یک مقدار مناسب برای پارامتر c در رابطه (۶۴-۲) می تواند ارزش پدیدشناسی را در پلاسما مشخص کند. در محدوده $0 \leq \frac{c}{T} \leq 2/5$ استفاده از مدل SW_T محاسبات را ساده می کند. با این حال متریک (۶۴-۲) را که با کنش گرانش ناسازگار است حل می کند. بنابراین می توان نتیجه گرفت که در مرز ترمودینامیکی این نظریه رضایت بخش نیست. این مشکل در مدل های بعدی و محاسبات بالاتر تا حدی حل شده است.

با وجود محدودیت های مدل SW_T این مدل می تواند به عنوان یک روش ساده برای بدست آوردن رفتار بسیاری از مشاهدات تحت تغییر غیر هم دیس تایید شود.

ب) مدل های یک پارمتری دائما متغیر:

به طور کلی باید متریک هایی را مطالعه کنیم، که در آن جواب معادلات انشتین از یک کنش گرانشی به عنوان نظریه های دوگانی با مشاهدات ترمودینامیکی سازگاری داشته باشد. یکی از متریک های غیرهم دیس را که می توان از این نوع ساخت در نظر گرفتن یک میدان اسکالر در فضای AdS است. این فضا بوسیله کنش اسکالر انشتین- هیلبرت^۱ به صورت زیر توصیف می شود:

$$S = \frac{1}{16\pi G_N(5)} \int d^5x \sqrt{-g} (R - \frac{1}{2} \partial_M \varphi \partial^M \varphi - V(\varphi)) \quad (۶۶-۲)$$

¹ Scaler Action Hilbert Einstein

که G ثابت پنج بعدی نیوتن است. و g متریک القائی روی فضا زمان پنج بعدی است، و R اسکالر ریچی است. و φ پارامتر تغییر شکل همدیسی است. و فرض می کنیم که پتانسیل $V(\varphi)$ ثابت است و معادل است با :

$$V(\varphi = 0) = -\frac{12}{L_{\text{Ads}}^2} \quad (۶۷-۲)$$

این پتانسیل دو برابر ثابت کیهانی از فضای AdS با شعاع انحناء L_{Ads} است.

با بدست آوردن اسکالر φ از رابطه (۶۶-۲) و حذف آن یک فضای AdS مربوط به $(N=4)$ یانگ میلز بدست می آید، که پارامترهای باقی مانده متریک فقط به دمای T بستگی دارند. اگر از متریک کلی (۴-۲) شروع کنیم می توان نیم یک مجموعه از جفت معادلات دیفرانسیل برای توابع V, H, B, A از معادلات حرکت بدست آوریم [6]

جفت معادلات همچنین فرصت دیگری به ما می دهند، تا مشخصات عددی V, Z را محاسبه کنیم. در ادامه می خواهیم ویژگی های اصلی با این مدل یک پارامتری که مربوط به متریک عمومی (۴-۲) است را بدست آوریم. بنابراین می توان نوشت که :

$$\varphi(Z) = \sqrt{\frac{3}{2}} K Z^2 \quad (۶۸-۲)$$

$$A(Z) = \log\left(\frac{L_{\text{Ads}}}{Z}\right) \quad (۶۹-۲)$$

با تغییر شکل ابعاد کامل پارامتر $k \geq 0$ از معادلات حرکت (۶۸-۲) می توان نوشت:

$$B(Z) = \log\left(\frac{L_{\text{Ads}}}{z}\right) - \frac{1}{4}k^2 z^4 \quad B(Z) = \log\left(\frac{L_{\text{Ads}}}{z}\right) - \frac{1}{6}\varphi^2(z) \quad (۷۰-۲)$$

همچنین می توان v, h را در یک شکل بسته بدست آورد.

از توابع بدست آمده از (۶۵-۲) دمای T در مکان افقی سیاه چاله z_h در مدل ۱ پارامتری به صورت زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} T &= \frac{e^{[A-B]h'(z_h)}}{4\pi} \Rightarrow h'(z) = + \frac{4z_h^3 z^4}{z_h^5} \\ \Rightarrow T &= \frac{e\left[\log\left(\frac{L_{\text{Ads}}}{z_h}\right) - \log\left(\frac{L_{\text{Ads}}}{z_h} + \frac{1}{4}K^2 z_h^4\right)\right] \frac{4z_h^4}{z_h^5}}{4\pi} \\ \Rightarrow T &= \frac{1}{\pi z_h} \frac{k^2 z_h^4}{4} \frac{e^{\frac{k^2 z_h^4}{4}}}{e^{\frac{k^2 z_h^4}{4} - 1}} \end{aligned} \quad (۷۱-۲)$$

با در نظر گرفتن یک محدوده برای پارامتر تغییر شکل ، مشابه مدل SW_T به صورت $\left(0 \leq \frac{\sqrt{K}}{T} \leq 2.5\right)$ ، در حد $K \rightarrow 0$ مدل یک پارامتری به متریک خالص در فضای AdS ($N=4$) تبدیل می شود. و در نهایت نیازی به اسکالر φ در مدل یک پارامتری نیست .

در متریک (۴-۲) توابع A و B و h فقط با متریک $g^{(E)}$ انشتین توصیف می شوند. پیکر بندی ریسمان با کاربرد متریک $g^{(S)}$ محاسبه می شود . که بوسیله چارچوب متریک انشتین^۱ با یک عامل دیلاتون به صورت زیر بیان می شود [6]

$$(۷۲-۲)$$

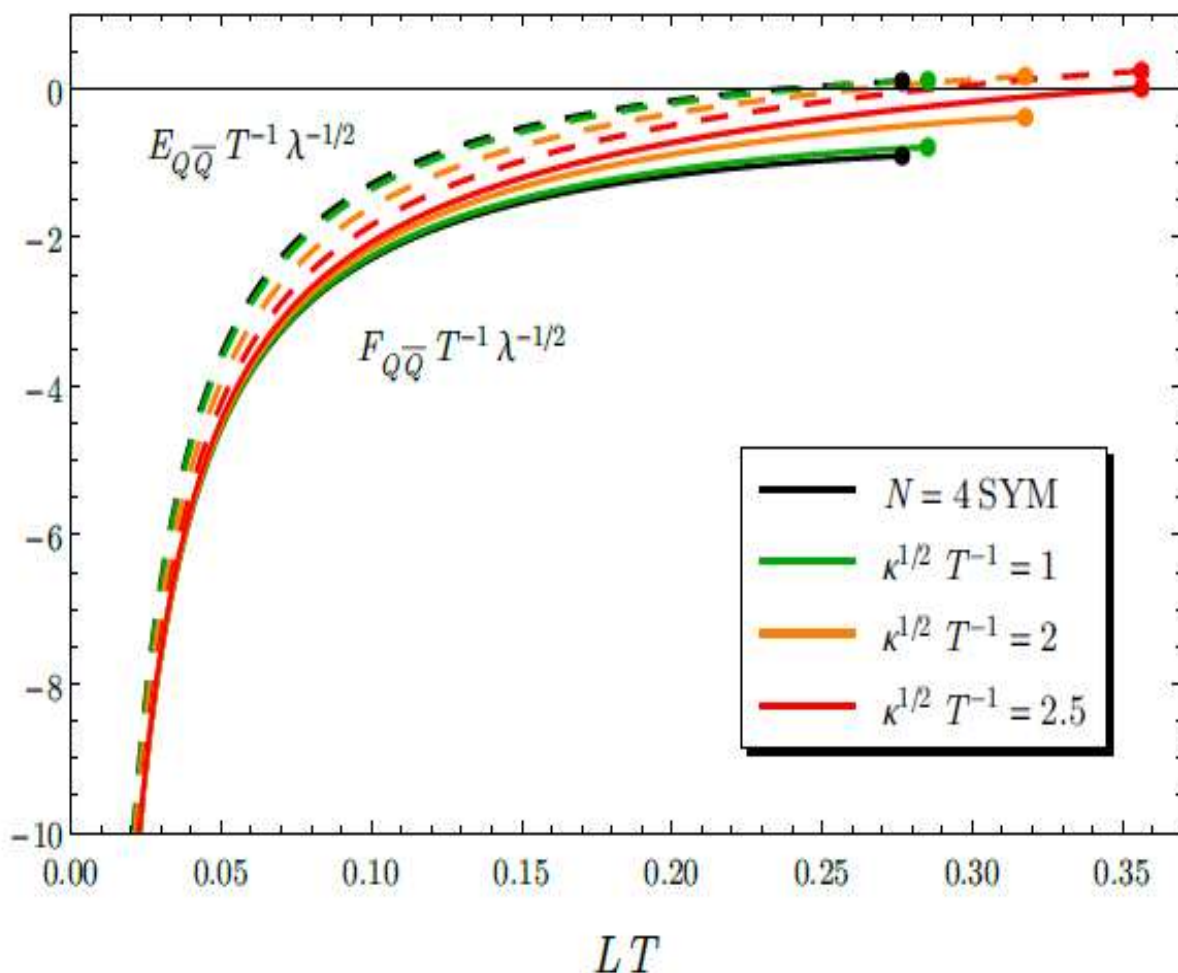
¹ Metric String

$$g^{(s)} = e^{\sqrt{\frac{2}{3}}\phi g(E)}$$

بنا براین با توجه به ϕ های مختلف متریک ریسمان^۱ می تواند بر حسب متریک ا نشتین شکل های مختلف داشته باشد.

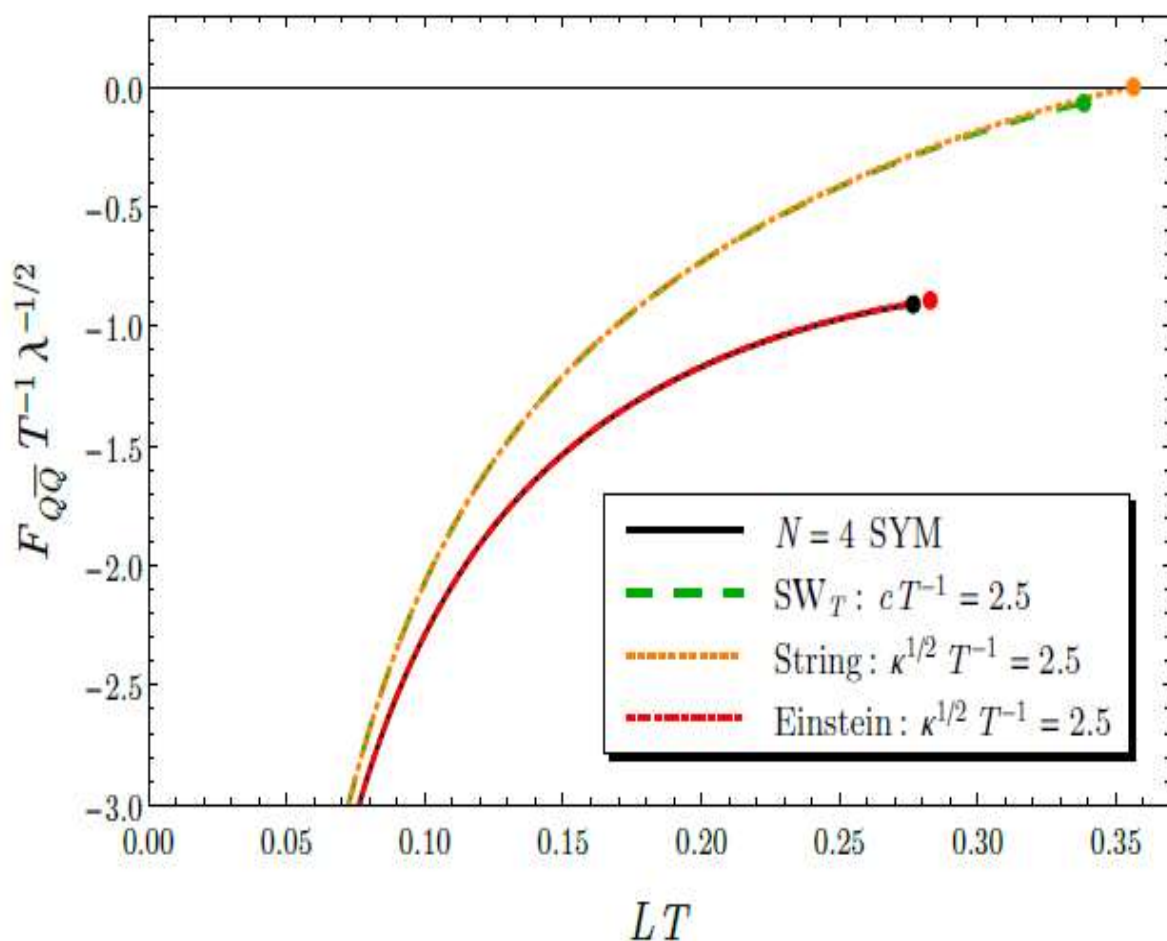
بنا براین در چارچوب ریسمان مدل یک پارامتری ϕ وجود دارد اما در چارچوب ا نشتین ϕ دیلاتون وجود ندارند.

¹Metric Einstein



شکل (۷-۲) نمودار انرژی آزاد وانرژی بستگی در مدل های مختلف. نمودار مشکی در ($N = 4$) و نمودار توپیر انرژی آزاد در مدل های غیر هممدیس ، نمودار خط چین انرژی بستگی در مدل های غیر هممدیس [6]

اکنون به بررسی انرژی آزاد کوارک- پادکوارک در مدل های غیر هممدیس می پردازیم. در شکل (۸-۲) انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ در یک دمای معین و یک مقدار بزرگی از پارامتر ناهمدیس c نسبت به دما ، به صورت $\frac{c}{T} = 2.5$ و $\frac{\sqrt{k}}{T} = 2.5$ برای مدل SW_T و مدل های یک پارامتری نمایش داده شده است. نموداری $F_{Q\bar{Q}}$ به صورت منحنی سیاه رنگ برای مقایسه در $N=4$ رسم شده است. در این نمودار و در بعضی نمودارهای دیگر همه کمیت ها بر حسب دما هستند که ما از نسبت های بدون قید $\frac{F_{Q\bar{Q}}}{T}$ و LT استفاده می کنیم.



شکل (۸-۲) نمودار انرژی آزاد در مدل های مختلف [6]

از شکل (۸-۲) می توان نتیجه گرفت که :

(۱) در یک دمای ثابت ، نسبت انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ در مدل $N=4$ و مدل انشتین یکسان

است. اما در مدل SW_T و مدل ریسمان با آنها متفاوت است.

(۲) نسبت $\frac{F_{Q\bar{Q}}}{T}$ در مدل SW_T و مدل ریسمان بیشتر از مقداری این نسبت در مدل

انشتین و مدل $N=4$ است.

(۳) در $LT < 0/01$ این مدل ها یک همگرایی را در انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ پیش بینی می

کنند.

با مقایسه انرژی آزاد در مدل های مختلف غیرهمدیس با مدل $N=4$ می توان نتیجه گرفت که:

(۱) چارچوب مدل یک پارامتری انشتین در برابر تغییر شکل مدل های غیر همدیس بسیار قوی است.

(۲) انرژی آزاد شده در این مدل ها مقدار کمی از اندازه آن در $N=4$ بالاتر است.

(۳) در هر دو مدل SW_T و یک پارامتری ریسمان انرژی آزاد بیشتر از $N=4$ است.

(۴) در تمام مدل های غیرهمدیس انرژی آزاد بیشتر از مدل $N=4$ است. بنا براین انرژی آزاد در مدل ($N=4$) باید یک کران پایین برای انرژی جفت کوارک سنگین داشته باشد.

با مقایسه انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ و انرژی بستگی $E_{Q\bar{Q}}$ در شکل (۲-۹) برای مدل یک پارامتر ریسمان به این نتیجه می رسیم که:

(۱) انرژی آزاد با افزایش پارامتر تغییر شکل افزایش می یابد. و به همین دلیل همیشه بالاتر از مقدار خود در $N=4$ است.

(۲) انرژی بستگی جفت کوارک در فاصله معین L قوی تر از انرژی آزاد آن است.

(۳) با مطالعه انرژی بستگی $E_{Q\bar{Q}}$ در مدل های مختلف می فهمیم که انرژی بستگی خیلی بیشتر از انرژی آزاد است.

(۴) انرژی بستگی $E_{Q\bar{Q}}$ در مدل SW_T و مدل پارامتری ریسمان رفتار مشابهی دارد.

۵) انرژی $E_{Q\bar{Q}}$ در مدل پارامتری مدل انشتین بسیار قوی تر از مقدار مشا به آن در $N=4$ است.

۶) ویژگی که $F_{Q\bar{Q}}$ و $E_{Q\bar{Q}}$ را از هم متمایز می کنند این است که در حالی که $F_{Q\bar{Q}}$ با زیاد شدن مدل های غیرهمدیس افزایش می یابد. اما $E_{Q\bar{Q}}$ در L ثابت با زیاد شدن مدل های غیرهمدیس کاهش می یابد. و $E_{Q\bar{Q}}$ در $N=4$ یک کران باید برای انرژی داشته باشد.

۲-۶- روش محاسبه آنتروپی و انرژی درونی جفت کوارک سنگین در پلاسمای کوارک-گلوئون
آنتروپی و انرژی درونی کمیت هایی هستند که از انرژی آزاد گرفته می شوند. و ارتباط با آن دارند. آنتروپی و انرژی داخلی کوارک و پاد کوارک سنگین را می توان با محاسبه انرژی آزاد با استفاده از روابط ترمودینامیکی بدست می آورد.

در یک مدل هولوگرافی داده شده انرژی آزاد بستگی به فاصله دو کوارک و دمای متوسط T دارد. آنتروپی $S_{Q\bar{Q}}$ جفت کوارک سنگین را در شبکه QCD می توان از مشتق گیری انرژی آزاد نسبت به دما بدست آورد. بنابراین داریم:

$$S_{Q\bar{Q}} = -\frac{\partial F_{Q\bar{Q}}}{\partial T} \quad (۷۳-۲)$$

بنابراین با محاسبه آنتروپی از رابطه بالا می توان انرژی درونی را از رابطه زیر بدست آورد.

$$U_{Q\bar{Q}} = F_{Q\bar{Q}}(L, T) + TS_{Q\bar{Q}} \quad (۷۴-۲)$$

این محاسبات در مدل های هولو گرافی ، برای بدست آوردن فاصله L در مقایسه با Z_t و Z_h چندان ساده نیست. جزییات محاسبات و فرمولی برای مشتق $\frac{\partial F}{\partial T}$ در پیوست الف بیان شده است.

دو انرژی درونی و انرژی آزاد نمونه های خوبی برای پتانسیل کوارک های سنگین در یک دمای متوسط می باشند. مدل های پتانسیلی که برای توجیه خواص کوارکونیوم سنگین استفاده می شوند از معادله شرودینگر^۱ مشا به معادلات غیر نسبیتی^۲ پتانسیل در QCD می باشند.

برای بیشتر موارد مانند اثرات محدود دما ، در دمای صفر یک چار چوب منظم برای تقسیم پتانسیل موثر $Q\bar{Q}$ وجود دارد. در دمای غیر صفر انتخاب یک مدل پتانسیلی برای برهم کنش کوارک سنگین تا حدودی مبهم است. انرژی آزاد و انرژی درونی با توجه به سهم آنروپی با یکدیگر متفاوت می باشند و در نتیجه رفتار آنها متفاوت است.

اکنون با استفاده از رابطه های (۷۳-۲) و (۷۴-۲) و فرمول های (۴۶-۲) و (۳۰-۲) برای انرژی آزاد و فاصله $L(Z_t)$ ریسمان می توانیم آنروپی و انرژی درونی را بدست آوریم بنابراین داریم [6]

$$\frac{\pi F_{Q\bar{Q}}(Z_t)}{\sqrt{\lambda}} = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(\frac{3}{4})}{\Gamma(\frac{1}{4})} 2F_1\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{4} \frac{Z_t^4}{Z_h^4}\right) \frac{1}{Z_t} \quad (75-2)$$

از رابطه (۷۳-۲) داریم که:

¹ Equations Schrödinger

² Non Relativly

$$S_{Q\bar{Q}} = \frac{\partial F_{Q\bar{Q}}}{\partial T} = \frac{\partial F_{Q\bar{Q}}}{\partial Z_t} \frac{\partial Z_h}{\partial T} + \frac{\partial F_{Q\bar{Q}}}{\partial Z_t} \frac{\partial Z_t}{\partial T} \quad (۷۶-۲)$$

که در رابطه بالا $\frac{\partial Z_h}{\partial T}$ از مختصات $F_{Q\bar{Q}}$ است. و ثابت در نظر گرفته می شود. زیرا Z_t تابعی از T می باشد. و بنابراین می توان $\frac{\partial Z_t}{\partial T}$ را در L ثابت بدست آورد. و با بکار بردن مشتق $\frac{\partial L}{\partial Z}$ در نقطه Z_t که صفر است داریم:

$$dL = \frac{\partial L}{\partial Z_t} dz_t + \frac{\partial L}{\partial Z_h} dz_h = \frac{\partial L}{\partial Z_t} dz_t + \frac{\partial L}{\partial Z_h} \frac{\partial Z_h}{\partial T} dT = 0 \Rightarrow \frac{\partial Z_t}{\partial T} = - \left(\frac{\partial L}{\partial Z_t} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial L}{\partial Z_h} \frac{\partial Z_h}{\partial T} \quad (۷۷-۲)$$

با کاربرد رابطه های بالا در رابطه (۷۶-۲) و استفاده از رابطه (۷۳-۲) داریم:

$$S_{Q\bar{Q}} = - \frac{\partial F_{Q\bar{Q}}(Z_t, Z_h)}{\partial T} = - \left(\frac{\partial F_{Q\bar{Q}}}{\partial Z_h} - \frac{\partial F_{Q\bar{Q}}}{\partial Z_t} \cdot \frac{\partial L}{\partial Z_h} \cdot \frac{\partial Z_t}{\partial L} \right) \frac{\partial Z_h}{\partial T} \quad (۷۸-۲)$$

که می توان رابطه بالا را به روش تحلیلی یا عددی برای $F_{Q\bar{Q}}$ و L حل کرد. برای محاسبه انرژی درونی جفت کوارک سنگین می توان نوشت:

$$U_{Q\bar{Q}}(L, T) = F_{Q\bar{Q}}(L, T) + TS_{Q\bar{Q}}(L, T) \Rightarrow \quad (۷۹-۲)$$

$$\frac{S_{Q\bar{Q}}(Z_t)}{\lambda} = \frac{2\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)} \frac{Z_h}{Z_t} \frac{5\left(1 - \frac{Z_t^4}{Z_h^4}\right)f_a^2 + \left[3\left(1 - \frac{Z_t^4}{Z_h^4}\right)f_b - 5f_a\right]f_c}{5\left(\frac{Z_h^4}{Z_t^4} - 3\right)f_a + 6\left(1 - \frac{Z_t^4}{Z_h^4}\right)f_b}$$

با قرار دادن (۶۰-۲) در رابطه (۷۹-۲) انرژی درونی به صورت زیر بدست می آید. [6]

$$\frac{U_{Q\bar{Q}}(Z_t)}{\sqrt{\lambda}} = - \frac{5\Gamma\left(\frac{3}{4}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)} \frac{1}{Z_t} \frac{\left(1 - \frac{Z_t^4}{Z_h^4}\right)f_c f_d}{5\left(1 - 3\frac{Z_t^4}{Z_h^4}\right)f_a + 6\frac{Z_t^4}{Z_h^4}\left(1 - \frac{Z_t^4}{Z_h^4}\right)f_b} \quad (۸۰-۲)$$

که توابع f_b و f_d و f_c و f_a وابسته به $\frac{Z_t^4}{Z_h^4}$ می باشند و به صورت زیر تعریف می شوند.

$$f_a\left(\frac{Z_t^4}{Z_h^4}\right) = 2F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}; \frac{Z_t^4}{Z_h^4}\right) \quad (۸۱-۲)$$

$$f_b\left(\frac{Z_t^4}{Z_h^4}\right)=2F_1\left(\frac{3}{2},\frac{7}{4},\frac{9}{4};\frac{Z_t^4}{Z_h^4}\right)$$

$$f_c\left(\frac{Z_t^4}{Z_h^4}\right)=2F_1\left(\frac{-1}{2},\frac{-1}{4},\frac{1}{4};\frac{Z_t^4}{Z_h^4}\right) \quad (۸۳-۲)$$

$$f_d\left(\frac{Z_t^4}{Z_h^4}\right)=2F_1\left(\frac{-1}{2},\frac{3}{4},\frac{1}{4};\frac{Z_t^4}{Z_h^4}\right) \quad (۸۴-۲)$$

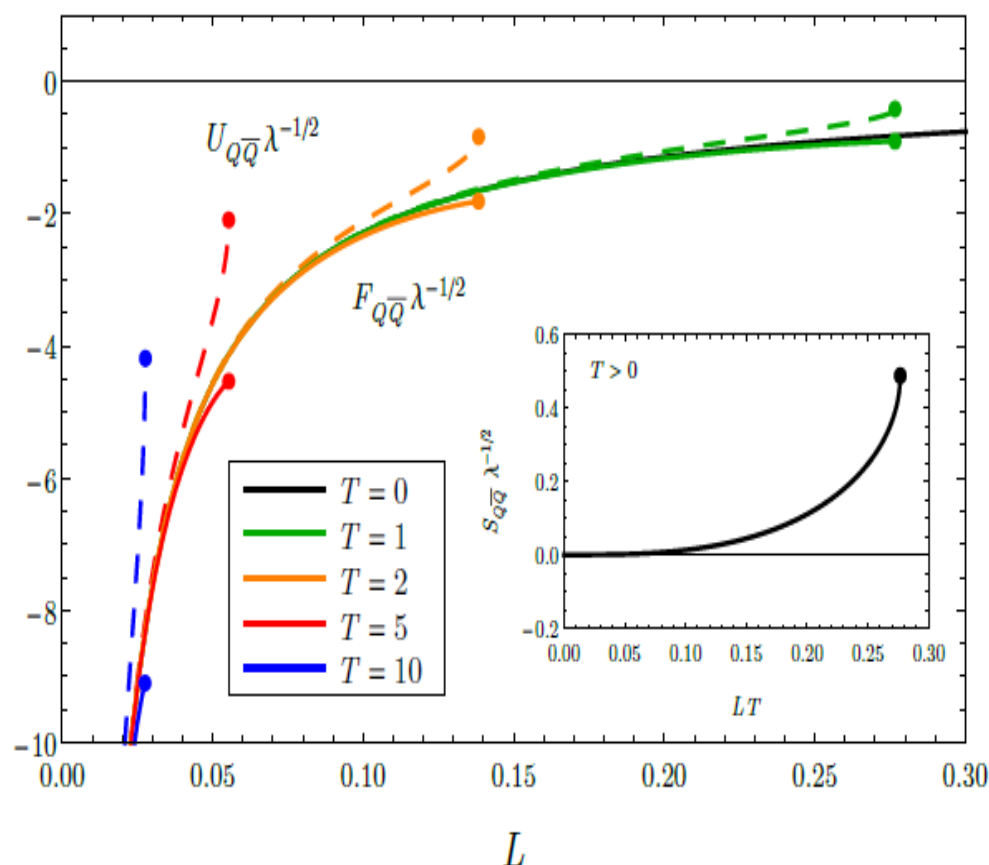
با رسم نمودار آنترופی جفت کوارک سنگین مطابق شکل (۹-۲) مشاهده می شود که :

۱) در دماهای نزدیک صفر آنترופی در حدود صفر است . و انرژی آزاد و انرژی داخلی برابر است.

۲) برای دمای بزرگتر از صفر ($T > 0$) آنترופی جفت کوارک با افزایش LT زیاد می شود.

۳) در نظریه ($N = 4$) یانگ میلز آنترופی به علت وجود ابعاد اضافی فقط به LT بستگی دارد.

۴) با افزایش LT آنترופی به طور یکنواخت افزایش می یابد.



شکل (۲-۹) نمودار انرژی آزاد و انرژی درونی و آنتروپی جفت کوارک سنگین. نمودار مشکی آنتروپی، نمودار توپر انرژی آزاد، نمودار خط چین انرژی درونی [6]

اکنون اگر نمودار انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ و انرژی درونی $U_{Q\bar{Q}}$ (شکل (۲-۱۰)) را نیز بر حسب دما رسم کنیم در می یابیم که:

(۱) در دمای صفر انرژی آزاد و انرژی درونی با $V_{Q\bar{Q}}$ برابر است. اما در $(T > 0)$

این دو انرژی با هم متفاوت می باشند.

(۲) در مقیاس $(L \sim \frac{1}{T})$ ممکن است، اندازه $Q\bar{Q}$ در دمای متوسط محیط رشد قابل

ملاحظه ای داشته باشد. بنا براین با تغییر حالت $Q\bar{Q}$ یک افزایش در فاز ایجاد

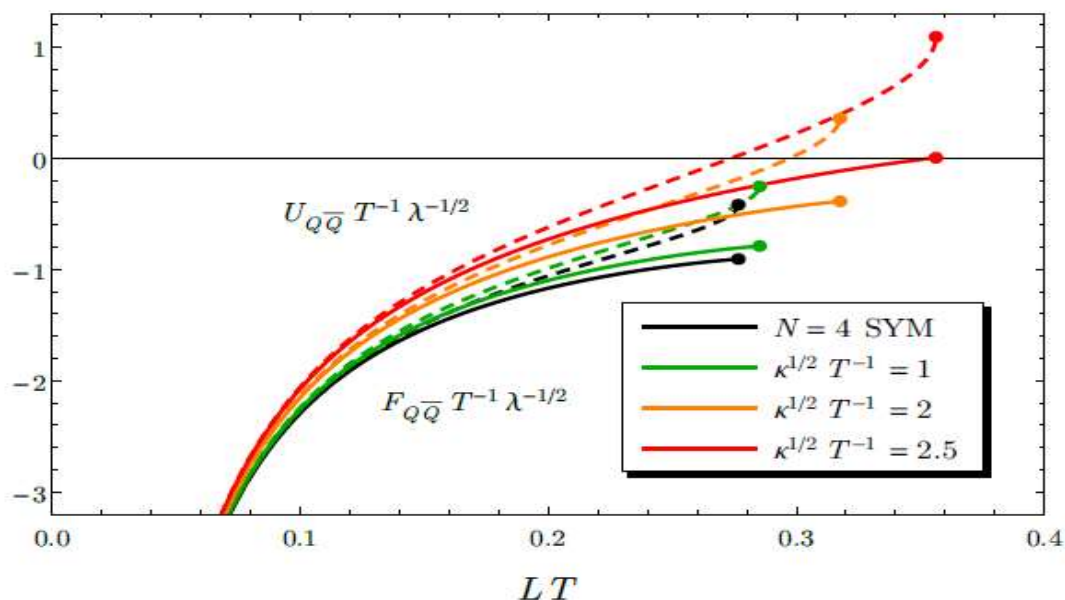
می شود که باعث افزایش آنتروپی می شود.

(۳) فقط با ریسمان متصل به کوآرک و پاد کوآرک ما نمی توانیم آنتروپی جفت $Q\bar{Q}$ را برای فاصله های بزرگتر از L_S محاسبه کنیم.

(۴) در L ثابت انرژی داخلی در مقایسه با انرژی آزاد در دما های بزرگتر از صفر همیشه بیشتر است. زیرا نسبت $(TS_{Q\bar{Q}})$ همیشه بزرگتر از صفر است.

(۵) در فاصله های کوچک چون آنتروپی نزدیک به صفر است بنابراین انرژی داخلی و انرژی آزاد به یکدیگر نزدیک می باشند.

(۶) به ازای $(L > L_S)$ باید انتظار یک افزایش در آنتروپی داشته باشیم. تا سر انجام در یک حد اشباع آنتروپی دو کوآرک سنگین دوبرابر آنتروپی تک کوآرک شود.



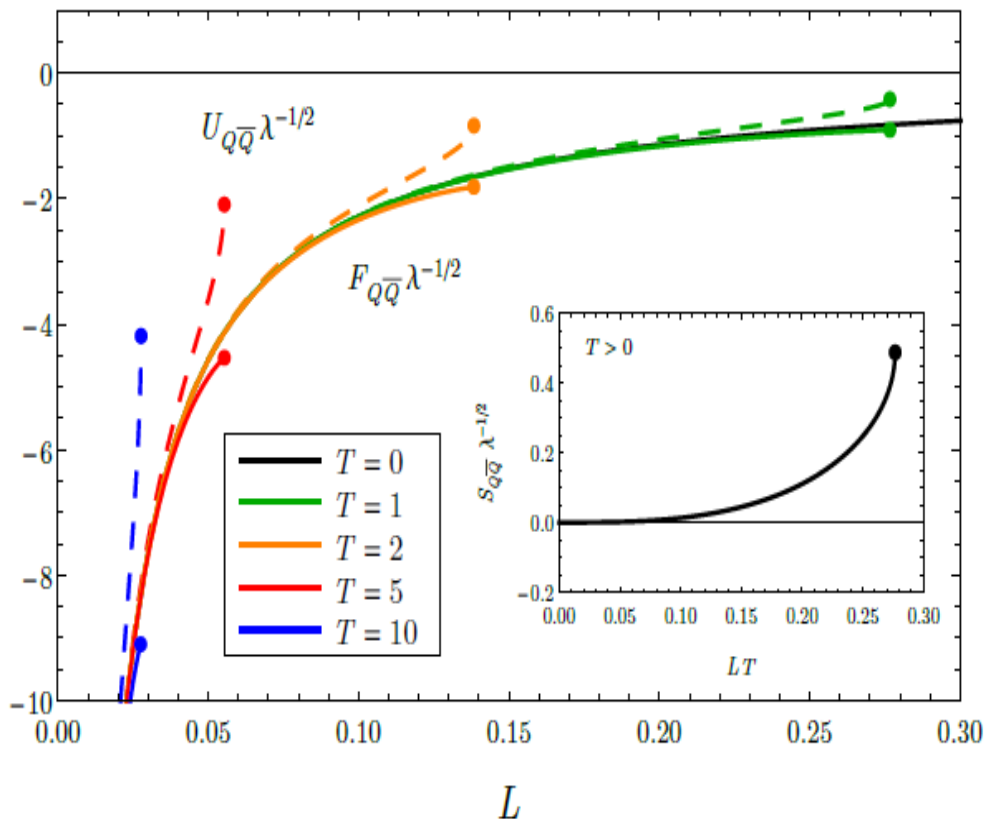
شکل (۲-۱۰) نمودار انرژی آزاد و انرژی درونی بر حسب دما. خطوط توپر انرژی آزاد، خطوط خط چین انرژی درونی [6]

نمودار انرژی آزاد و انرژی درونی کوآرکونیوم بر حسب فاصله کوآرک و پاد کوآرک برای چندین دما در شکل (۲-۱۱) رسم شده است که با توجه به آن می توان فهمید:

(۱) در فاصله های کوچک انرژی آزاد و انرژی درونی به هم نزدیک می باشند. اما با افزایش فاصله انرژی درونی با افزایش دما با روند بیشتری زیاد می شود.

(۲) هرچه دما زیاد می شود مقدار انرژی آزاد کم می شود و انرژی درونی نیز کاهش می یابد.

(۳) تقعر نمودارها برای انرژی آزاد همواره پایین است اما تقعر نمودارها برای انرژی درونی و آنتروپی برای فاصله های بزرگ بالاست و بنابراین انرژی آزاد منفی است.



شکل (۲-۱۱) نمودار انرژی آزاد و انرژی درونی بر حسب فاصله کوآرک-پاد کوآرک [6]

۲-۷- رفتار آنتروپی و انرژی درونی در مدل ها و نظریه های غیرهمدیس:

در این نظریه ها آنتروپی و انرژی درونی از انرژی آزاد بدست می آیند. و مانند نظریه ($N = 4$) وابسته به

دما می باشند. بنا بر این اگر مطابق شکل (۲-۱۲) انرژی داخلی را به صورت تابعی از فاصله کوآرک ها

رسم کنیم، مشاهده می شود که :

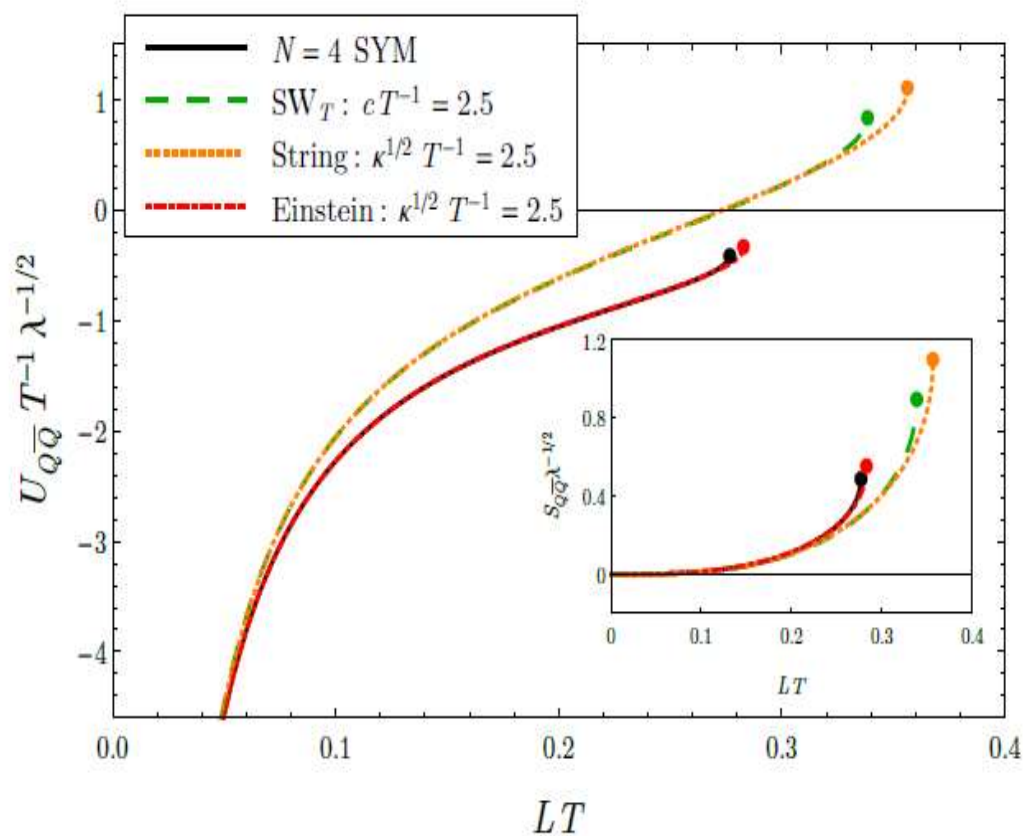
(۱) شیب نمودار آنتروپی در مدل های غیر منسجم مانند نظریه ($N = 4$) با افزایش فاصله L ، زیاد شده و به

بالا تقعر دارد.

(۲) در فاصله های کوچک در آنتروپی صفر، انرژی داخلی و انرژی آزاد رفتار یکسانی دارند.

۳) با افزایش فاصله جفت کوآرک آنتروپی و انرژی داخلی در مدل های غیر همدیس نسبت به مدل $(N = 4)$ افزایش بیشتری را نشان می دهد.

۴) در مدل یک پارامتری انشتین و مدل $(N = 4)$ در دمای ثابت انرژی درونی ثابت می ماند.



شکل (۲-۱۲) انرژی داخلی بر حسب دما در مدل های مختلف [6]

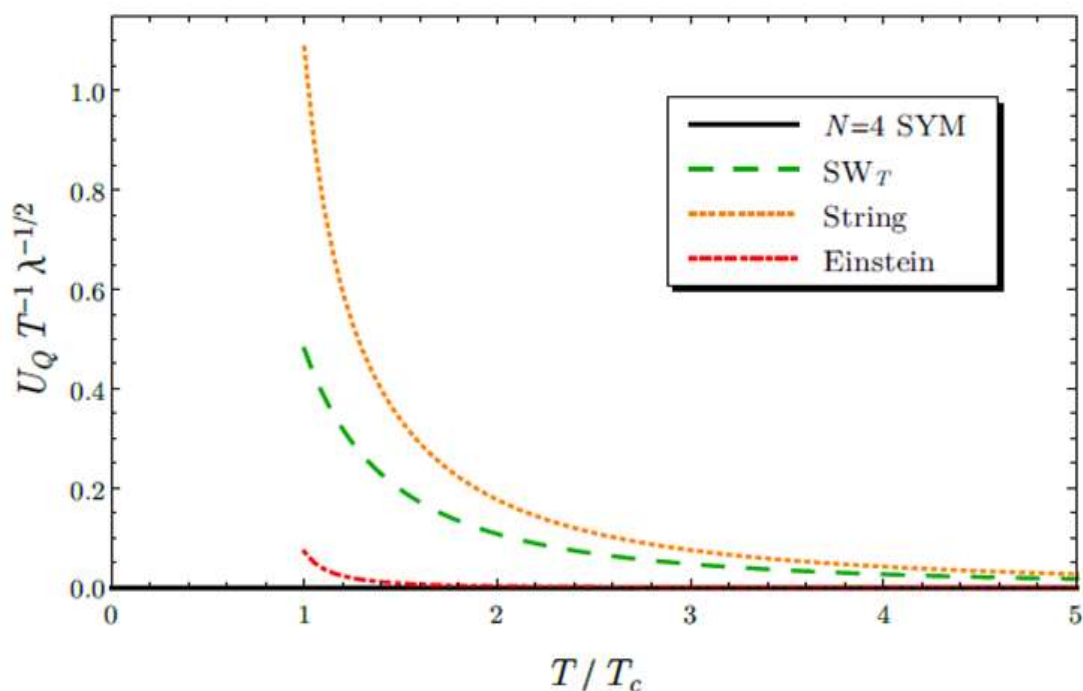
در تمام مدل های غیر منسجم در فاصله های ثابت و در دمای معین شاهد یک کاهش نسبی در انرژی درونی نسبت به مدل $(N = 4)$ هستیم. بنا براین انرژی داخلی در $(N = 4)$ یک کران نسبت به مدل های غیر منسجم دارد.

با بررسی مدل های غیر منسجم می توان فهمید که ، مدل انشتین بسیار مقاومتر از مدل های دیگر است. و $S_{Q\bar{Q}}$ و $U_{Q\bar{Q}}$ هر دویسیار نزدیک به مقدار آنها در $(N = 4)$ می باشند. بنا براین با مشاهده نمودار (۲-۱۳) که انرژی درونی را برای مدل های غیر منسجم و مدل $(N = 4)$ دردمای ثابت نشان می دهد می فهمیم که:

(۱) با افزایش فاصله انرژی داخلی در مدل های غیر همدیس خیلی بیشتر از مقدار مشا به آن در $(N = 4)$ است.

(۲) انرژی آزاد نیز در مدل های غیر همدیس با افزایش فاصله نسبت به $(N = 4)$ افزایش قابل ملاحظه ای دارد.

(۳) در فاصله های کوچک به دلیل صفر بودن آنتروپی، انرژی آزاد و انرژی درونی در مدل های غیر همدیس و مدل $(N = 4)$ یکسان است.



شکل (۲-۱۳) نمودار انرژی داخلی در مدل های مختلف و تفاوت آنها [6]

(۲-۸) انرژی آزاد و انرژی درونی و آنترופی یک کوارک سنگین تنها:

آنترופی و انرژی درونی یک کوارک سنگین با رابطه های ترمودینامیکی زیر تعریف می شود [6]

$$S_Q = -\frac{\partial F_Q}{\partial T} \quad (۲-۸۵)$$

$$U_Q = F_Q + TS_Q \quad (۲-۸۶)$$

ابتدا می توان مقادیر این کمیت ها را در نظریه $(N = 4)$ بدست آورد. وبا استفاده از متریک شوارتز شیلد انرژی آزاد و آنترופی و انرژی درونی تک کوارک را از روابط زیر بدست آورد.

$$F_Q = -\frac{\sqrt{\lambda}}{2}T, \quad S_Q = \frac{\sqrt{\lambda}}{2} \text{ و } U_Q = 0 \quad (۲-۸۷)$$

چون نظریه $(N = 4)$ یک نظریه ی هم دیس می باشد. در دما های $(T > 0)$ خودش یک مقداری مشکل ساز می شود . و بنا براین رابطه $(F_Q \propto T)$ به صورت زیر تجزیه و تحلیل می شود.

به دلیل وابستگی ریشه دوم ثابت جفت شدگی توفت به دمای T یک نتیجه جالبی که بدست می آید این است که چون انرژی داخلی صفر است انرژی آزاد بوسیله آنتروپی مشخص می شود. بنابراین داریم:

$$U_Q = 0 \Rightarrow -\frac{\sqrt{\lambda}}{2}T + T\frac{\sqrt{\lambda}}{2} = 0 \Rightarrow T = 1 \quad (۸۸-۲)$$

ما می توانیم به روش تحلیلی مقادیر بالا را در مدل SW_T و مدل یک پارامتری انشتین محاسبه کنیم. با مدل SW_T شروع می کنیم .

با توجه به رابطه ساده بین دما و افق سیاه چاله $(z_h = \frac{1}{\pi T})$ می توان فهمید که F_Q تابعی از دمای T است. و می توان آنتروپی و انرژی داخلی را محاسبه کرد و به صورت زیر بدست می آوریم:

$$F_Q = -\frac{\sqrt{\lambda}}{2}T \text{ و } T = \frac{1}{\pi} e^{\frac{c^2}{\pi^2 T^2}} \quad (۸۹-۲)$$

$$F_Q = -\frac{\sqrt{\lambda}}{2} \frac{1}{\pi} e^{\frac{c^2}{\pi^2 T^2}} [\pi T - 2CF(\frac{c}{\pi T})] \quad (۹۰-۲)$$

$$\Rightarrow S_Q = \frac{\sqrt{\lambda}}{2} e^{\frac{c^2}{\pi^2 T^2}} \text{ و } U_Q = \frac{\sqrt{\lambda}}{2} \frac{1}{\pi} 2CF\left(\frac{c}{\pi T}\right) \quad (۹۱-۲)$$

در چارچوب مدل انشتین فقط می توانیم شکل بسته ای برای F_Q و S_Q و U_Q به صورت تابعی از z_h بدست آورد . بنا براین بدست می آوریم:

$$F_Q(z_h) = -\frac{\sqrt{\lambda}}{8\sqrt{2\pi}}\sqrt{k}\left[4\Gamma\left(\frac{3}{4}\right) + \gamma\left(\frac{-1}{4}, \frac{k^2 z_h^4}{4}\right)\right] \quad (92-2)$$

$$S_Q(Z_h) = \frac{2\sqrt{\lambda}}{3} \frac{1}{k^2 z_h^4} \frac{e^{-1/2 k^2 z_h^4} \times [e^{1/4 k^2 z_h^4} - 1]^2}{1 - e^{1/4 k^2 z_h^4} + \frac{1}{3} k^2 z_h^4} \Rightarrow$$

$$U_Q(z_h) = \frac{\sqrt{\lambda}}{6\pi} \left[\frac{1}{z_h} \frac{1 - e^{1/4 k^2 z_h^4}}{1 - e^{1/4 k^2 z_h^4} + \frac{1}{3} k^2 z_h^4} - \frac{3\sqrt{2}}{8} \sqrt{K} \left(4\Gamma\left(\frac{3}{4}\right) + \gamma\left(\frac{-1}{4}, \frac{k^2 z_h^4}{4}\right) \right) \right] \quad (93-2)$$

که در روابط بالا γ تابع ناکامل Γ می باشد. این کمیت ها را نمی توان بر حسب دمای T بیان کرد. تجزیه و تحلیل این کمیت ها و رفتار آنها به روش عددی امکان پذیر است.

هنگامی که یک کوارک سنگین تنها را در نظر می گیریم یک مقیاس طول معین نداریم بنابراین ما نمی توانیم نتایج خودمان را با کمیت بدون بعد (LT) مشابه جفت کوارک بکار ببریم. چون نتایج در هر مدل بستگی به دما دارد. به عبارت دیگر برای مقایسه اثر دمایی در نظریه های مختلف ما از میان روش های مختلف روش زیر در مدل هولوگرافی را انتخاب می کنیم.

تانسور تکانه - انرژی را به صورت $\left(\frac{\epsilon - 3P}{T^4}\right)$ که در منبع [6] برای مدل های غیر همدیس محاسبه شده است را در نظر می گیریم در دمای زیاد رفتار $\left(\frac{\epsilon - 3P}{T^4}\right)$ مشابه T_C در مطالعات (QCD) است.

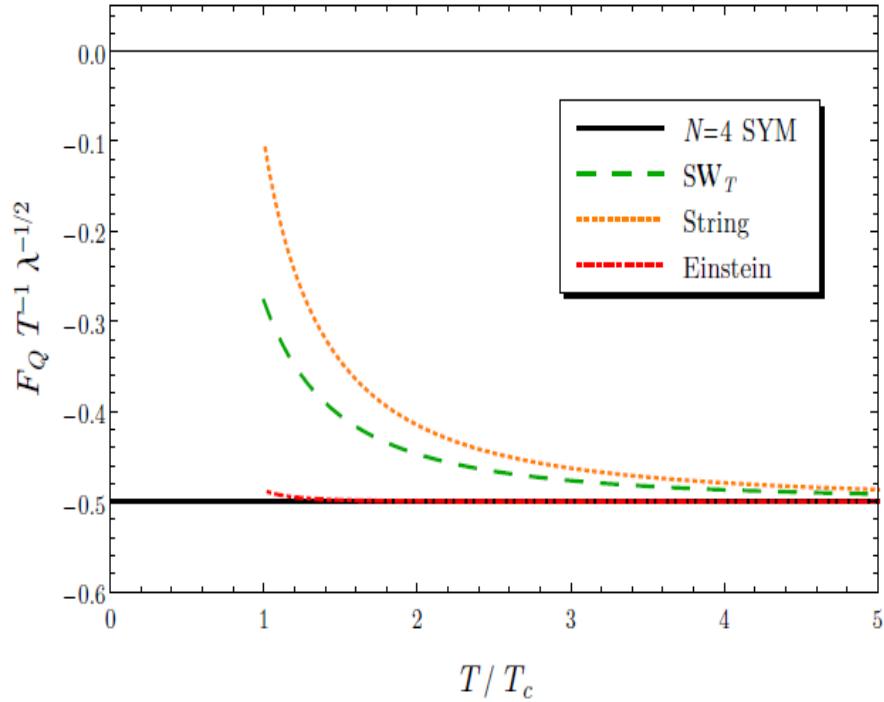
با توجه به نمودار (۲-۱۴) که برای یک تک کوارک سنگین در مدل انشتین و مدل (sw_T) و مدل ($N = 4$) و مدل یک پارامتری ریسمن رسم شده است می توان فهمید که:

(۱) در مدل ($N = 4$) و مدل انشتین انرژی آزاد F_Q نسبت به دما ثابت است.

(۲) با داشتن $\frac{T_C}{\sqrt{K}} \cong 0.4$ و $\frac{T_C}{C} \cong 0.49$ در مدل SW_T و مدل یک پارامتری ریسمن با افزایش دما انرژی آزاد کم می شود.

(۳) در مدل های غیر هم دیس تغییر فازی دیده نمی شود. بنابراین دمای بحرانی T_C نداریم. و انتظار داریم این مدل ها در دمای بالا مشابه فاز (QCD) عمل کنند

(۴) بنابراین با توجه به این نتایج باید مدل ها را در محدوده دمایی ($T > T_C$) در (QCD) با هم مقایسه کرد. و در تمام دماها در مدل ($N = 4$) اثری از تانسور تکانه - انرژی دیده نمی شود.



شکل (۲-۱۴) نمودار انرژی آزاد یک تک کوارک سنگین در مدل های مختلف [6]

با مقایسه انرژی درونی یک تک کوارک سنگین در مدل های مختلف با توجه به نمودار (۲-۱۵) می توان فهمید که:

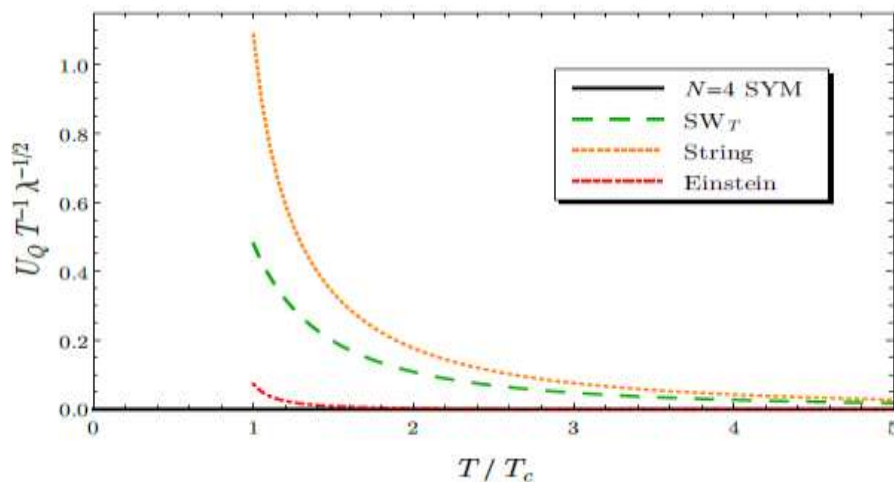
(۱) در مدل ($N = 4$) انرژی درونی تک کوارک در تمام دما ها صفر بوده و به دما بستگی ندارد.

(۲) در مدل انشتین نیز انرژی درونی در دما های بالا صفر است اما در دما های پایین نزدیک صفر مقداری زیاد می شود.

(۳) با افزایش دما در مدل ریسمان و مدل SW_T انرژی درونی به شدت افزایش می یابد و در مدل یک پارامتری نسبت به مدل SW_T بیشتر زیاد می شود.

(۴) در تمام مدل های غیر همدیس مقدار F_Q و S_Q و U_Q از مدل ($N = 4$) بیشتر است.

۵) انرژی درونی در $(N = 4)$ نسبت به آنتروپی و انرژی آزاد در $(N = 4)$ بسیار کم است.

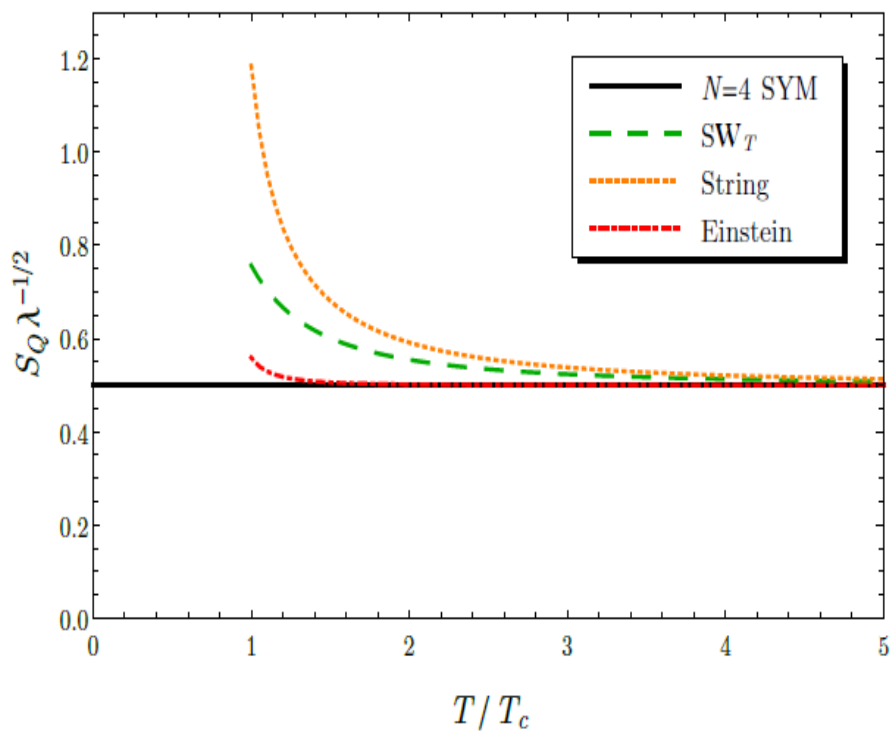


شکل (۲-۱۵) نمودار انرژی درونی یک تک کوارک سنگین در مدل های مختلف [6]

با توجه به نمودار (۲-۱۶) اگر آنتروپی یک کوارک را در مدل های مختلف با یکدیگر مقایسه کنیم می بینیم که:

۱) آنتروپی کوارک سنگین در مدل $(N = 4)$ و مدل انشتین در دماهای پایین ثابت است.

۲) در مدل ریسمان و مدل SW_T با کاهش نسبت $\frac{T}{T_c}$ آنتروپی افزایش می یابد.



شکل (۲-۱۶) نمودار آنتروپی تک کوارک در مدل های مختلف [6]

با توجه به نمودار (۲-۱۷) که نمودار تجربی انرژی درونی و انرژی آزاد و آنتروپی یک تک کوارک سنگین را در دما های مختلف نشان می دهد می توان فهمید که:

(۱) انرژی آزاد F_Q در تمام مدل های (QCD) نسبت به آنتروپی و انرژی درونی پایین است. و نسبت به $\frac{T}{T_c}$ ثابت می باشد.

(۲) با کاهش نسبت $\frac{T}{T_c}$ یا افزایش دما آنتروپی و انرژی درونی زیاد می شود.

۳) انرژی آزاد یک تک کوآرک در فاصله های زیاد رفتاری شبیه به یک حلقه پولیاکف دارد.

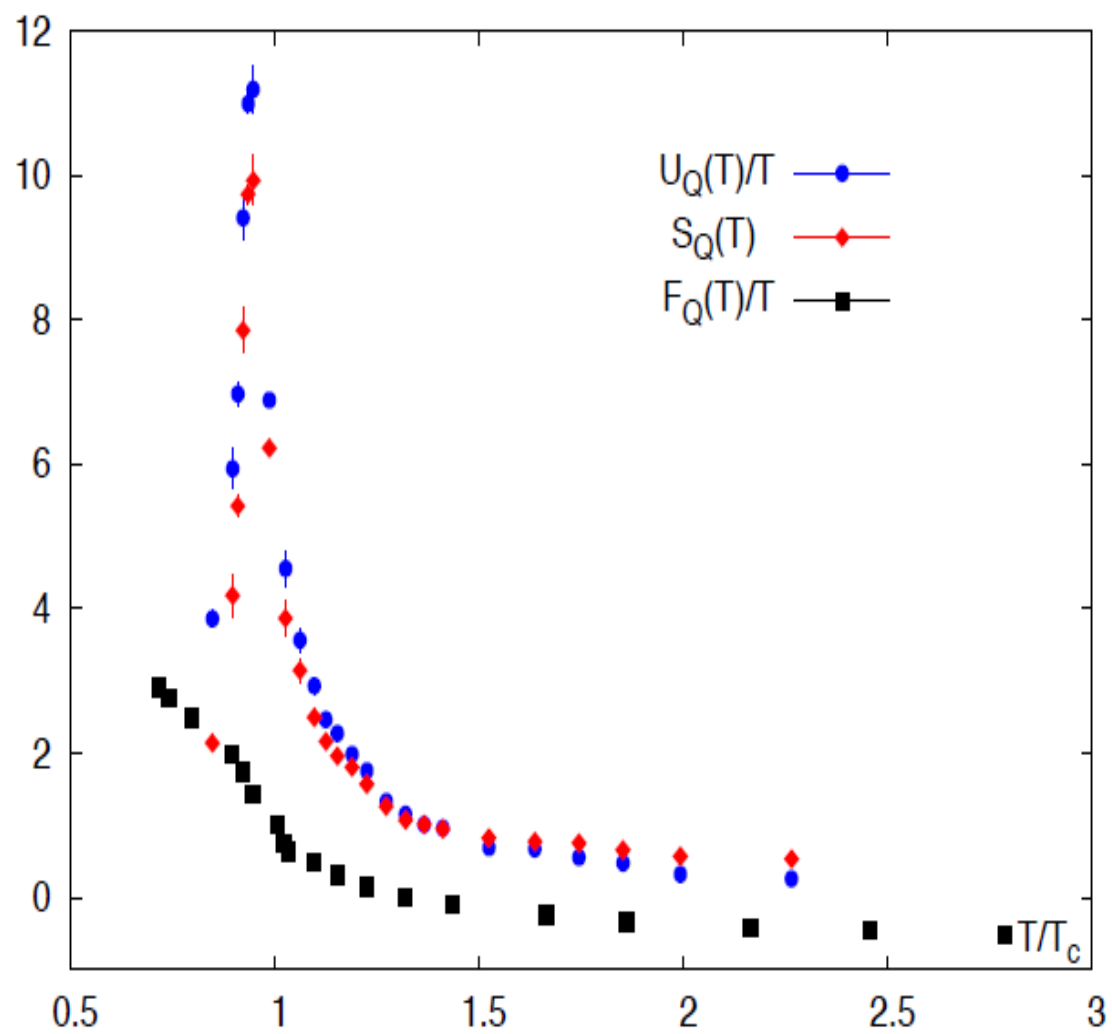
۴) انرژی آزاد یک جفت کوآرک در فاصله های زیاد به مقدار ثابت F_{∞} نزدیک می شود.

۵) در فاصله های دور انرژی آزاد $F_Q = 2F_Q$ که برای S_Q و U_Q نیز همین روش بکار می رود.

۶) اندازه F_Q و S_Q و U_Q در مدل های غیر منسجم به نوع مدل بستگی دارد، و نسبت به مدل همدیس ($N = 4$) با کاهش $\frac{T}{T_C}$ ، افزایش می یابد.

۷) در $(T = T_C)$ آنتروپی افزایش می یابد اما در $(N = 4)$ ثابت است.

۸) در دمای بالاتر از T_C آنتروپی ممکن است کم شود. زیرا با افزایش درجه حرارت فاصله L زیاد شده بنابراین فضای فاز و در نتیجه آنتروپی کم می شود.



شکل (۲-۱۷) نمودار تجربی انرژی آزاد و انرژی درونی و آنتروپی یک تک کوارک بر حسب دما

فصل سوم

تصحیحات R^4 بر ثابت جفت شدگی

(۱) متریک گرانشی در R^4

(۲) طول مزون با اعمال تصحیحات R^4

(۳) روش محاسبه انرژی آزاد کوارکونیوم با اعمال تصحیحات R^4

محاسبه انرژی آزاد و انرژی بستگی و طول مزون کوارکونیوم با
در نظر گرفتن تصحیحات R^4 :

تصحیحات گرانشی R^4 مربوط به اعمال تصحیحات بر ثابت جفت شدگی توفت (λ) یا
در نظر گرفتن جملات با مشتق بالای گرانش است.

۳-۱- متریک گرانشی در R^4

اکنون کار جدیدی را که می خواهیم در اینجا انجام می دهیم این است که با وارد
کردن مولفه های جدید یک متریک گرانشی ، در حضور تصحیحات R^4 ، وساختن
متریک جدید در زمینه گرانش ، به صورت زیر انرژی آزاد و انرژی بستگی و فاصله دو
کوارک را در مزون سنگین بدست آوریم.

$$G_{tt} = -u^2(1 - \omega^{-4})T(\omega) \quad (۱-۳)$$

$$G_{xx} = u^2X(\omega)$$

$$G_{uu} = u^{-2}(1 - \omega^{-4})^{-1}U(\omega)$$

متریک عمومی در زمینه گرانش با اعمال تصحیحات گرانشی R^4 به صورت زیر
است [5]

$$ds^2 = -G_{tt}(Z)dt^2 + G_{xx}(Z)dx^2 + G_{uu}(Z)dz^2 \Rightarrow ds^2 = -\frac{u^2}{l^2}(1 - \omega^{-4})T(\omega)dt^2 + \quad (۲-۳)$$

$$\frac{u^2}{l^2}X(\omega)d\vec{x}^2 + u^{-2}l^2(1 - \omega^{-4})^{-1}U(\omega)dz^2$$

که در رابطه بالا 1 شعاع فضای AdS می باشد. و u بعد هولوگرام است که چون بعد هولوگرام در اینجا z است بنابراین داریم:

$$ds^2 = -\frac{z^2}{l^2}(1 - \omega^{-4})T(\omega)dt^2 + \frac{z^2}{l^2}X(\omega)d\vec{x}^2 + z^{-2}l^2(1 - \omega^{-4})^{-1}U(\omega)dz^2 \quad (3-3)$$

وتوابع $T(\omega)$ و $X(\omega)$ و $U(\omega)$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$T(\omega) = 1 - K \left(75\omega^{-4} + \frac{1225}{16}\omega^{-8} - \frac{695}{16}\omega^{-12} \right) + \dots \quad (4-3)$$

$$X(\omega) = 1 - \frac{25}{16}K\omega^{-8}(1 + \omega^{-4}) + \dots$$

$$U(\omega) = 1 + K \left(75\omega^{-4} + \frac{1175}{16}\omega^{-8} - \frac{4585}{16}\omega^{-12} \right) + \dots$$

در رابطه بالا متغیر جدید $\omega = \frac{z}{z_h}$ و z_h مکان سیاه چاله در AdS است و K بر حسب

ثابت جفت شدگی به صورت زیر تعریف می شود: [5]

$$K \cong 0.15\lambda^{\frac{-3}{2}} \quad (5-3)$$

کنشی که دینامیک ریسمان را در R^4 توصیف می کند به صورت زیر است

$$S = \frac{1}{16\pi G_N} \int d^4x \sqrt{-g} (R + L_S^2 R^2 + \gamma R^4) \quad (6-3)$$

که در رابطه بالا جملات داخل پرانتز مشتقات بالا تر گرانش می باشند. و G_N ثابت پنج بعدی نیوتن است و g متریک القایی و R اسکالر ریچی می باشند. و γ یک ضریب ثابت است.

و دمای سیاه چاله با رابطه زیر داده می شود:

$$T = \frac{Z_h}{\pi l^2(1-K)} \Leftrightarrow Z_h = \pi l^2(1-K) \quad (7-3)$$

اگر در رابطه (3-3) مولفه G_{tt} را برابر صفر قرار دهیم Z_h از رابطه زیر بدست می

$$(8-3)$$

$$\frac{Z_h}{l^2} (1 - \omega^{-4}) T(\omega) = 0|_{\omega=Z_h}$$

با در نظر گرفتن متریک (۳-۳) متغیرهای W_λ و V_λ به صورت زیر تبدیل می شوند:

$$W_\lambda(\omega) = G_{tt}(\omega)G_{uu}(\omega), V_\lambda(\omega) = G_{tt}(\omega)G_{xx}(\omega) \quad (۹-۳)$$

$$\Rightarrow W_\lambda(Z) = \left(1 + k \left(\frac{75Z_h^4}{Z^4} + \frac{1175Z_h^8}{16Z^8} - \frac{4585Z_h^{12}}{16Z^{12}}\right)\right) \left(1 - K \left(\frac{75Z_h^4}{Z^4} + \frac{1225Z_h^8}{16Z^8} + \frac{695Z_h^{12}}{16Z^{12}}\right)\right) \quad (۱۰-۳)$$

$$V_\lambda(Z) = \left(\frac{Z^4}{l^4} - \frac{Z_h^4}{l^4}\right) \left(1 - \frac{25KZ_h^8 \left(1 + \frac{Z_h^4}{Z^4}\right)}{16Z^8}\right) \left(\left(1 - K \left(\frac{75Z_h^4}{Z^4} + \frac{1225Z_h^8}{16Z^8} - \frac{695Z_h^{12}}{16Z^{12}}\right)\right)\right) \quad (۱۱-۳)$$

(۲-۳) طول مزون با اعمال تصحیحات R^4

بنابراین با وارد کردن این متغیرهای (۹-۳) و (۱۰-۳) در رابطه (۲-۳) فاصله کوآرک

و پاد کوآرک به صورت زیر تصحیح می شود.

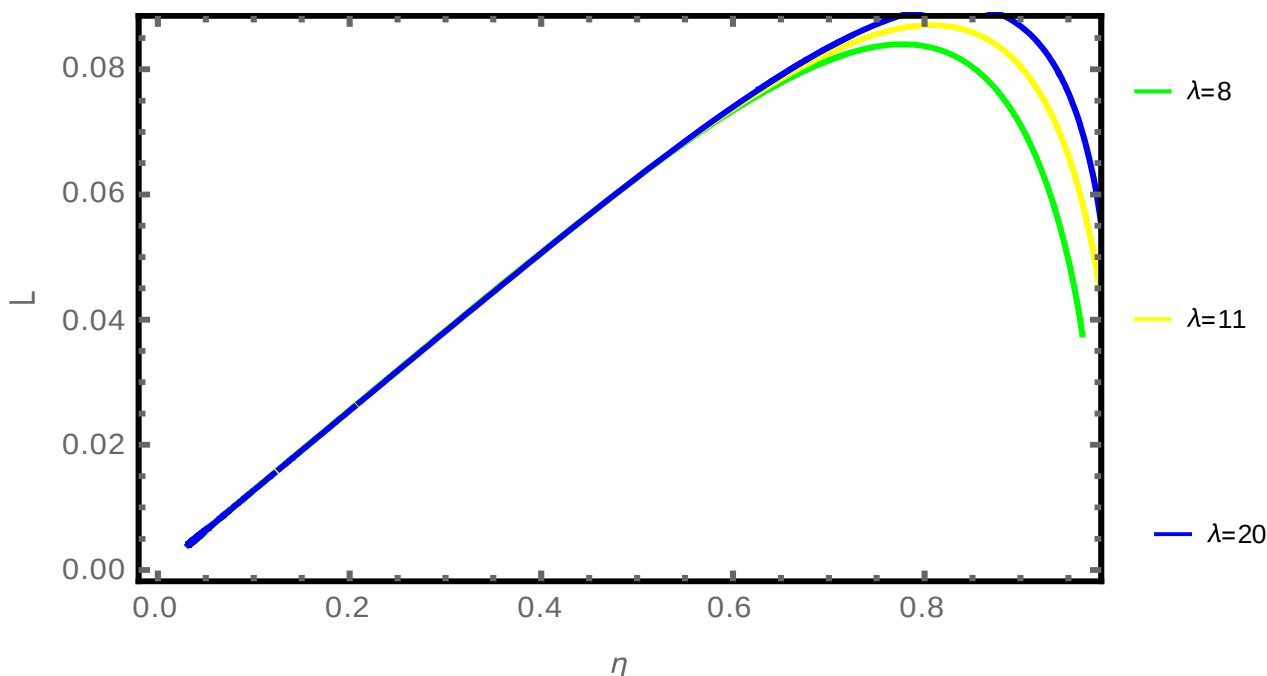
$$\frac{L}{2} = \int_{z_t}^{\infty} \sqrt{W_\lambda(z)} \left[V_\lambda(z) \left(\frac{V_\lambda(z)}{V_\lambda(z_t)} - 1 \right) \right]^{-\frac{1}{2}} dz \quad (۱۲-۳)$$

با حل انتگرال بالا به روش عددی و به ازای $l=1$ و $T=0.2$ و $\eta = \frac{Z_h}{Z_t}$ مقادیر $V_\lambda(z)$ و

$V_\lambda(z_t)$ و $W_\lambda(z)$ را از معادلات (۹-۳) و (۱۰-۳) بدست می آید. و با قرار دادن آنها در

معادله بالا نمودار آن را نیز می توان با استفاده از نرم افزار ممتیکا رسم کرد

و فاصله کوآرک و پاد کوآرک را بر حسب η برای λ های مختلف بدست آورد.



شکل (۱-۳) نمودار فاصله کوآرک و پاد کوآرک رابر حسب تغییرات ثابت جفت شدگی نشان می دهد

با توجه به شکل (۱-۳) می توان فهمید که :

(۱) در η های کوچک فاصله کوآرک و پاد کوآرک نسبت به ثابت جفت شدگی به

صورت خطی تغییر می کند.

(۲) با افزایش ثابت جفت شدگی λ فاصله کوآرک - پاد کوآرک بیشتر می شود.

(۳) بیشینه هر نمودار مختصه انتهایی ریسمان را نشان می دهد.

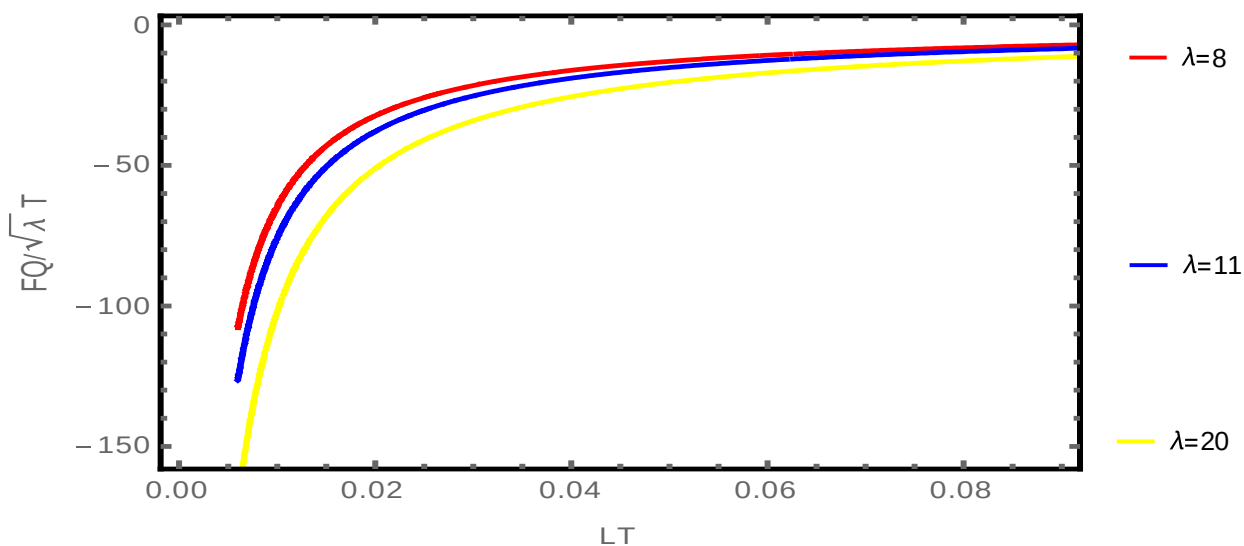
۳-۳- روش محاسبه انرژی آزاد کوآرکونیوم با اعمال تصحیحات R^4

با کاربرد متغیرهای (۹-۳) و (۱۰-۳) در رابطه انرژی آزاد (۴۶-۲) انرژی آزاد مـزون

سنگین با اعمال تصحیحات گرانشی R^4 به صورت زیر در می آید:

$$F_{Q\bar{Q}}(z) = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi l^2} \left(\int_{z_t}^{\infty} dz \left[\sqrt{W_{\lambda}(z)} \left(1 - \frac{v_{\lambda}(z_t)}{v_{\lambda}(z)} \right)^{-\frac{1}{2}} - \sqrt{W_0(z)} \right] - \int_0^{z_t} dz \sqrt{W_0(z)} \right) \quad (۱۳-۳)$$

که می توان رابطه بالا را به روش عددی حل کرد و با قرار دادن $\lambda=9$ و $l=1$ و $T=0.2$ نمودار آن را بر حسب L رسم کرد.



شکل (۲-۳) نمودار انرژی آزاد کوارکونیوم بر حسب تغییرات ثابت جفت شدگی λ

با توجه به نمودار (۲-۳) می توان فهمید که:

(۱) در یک فاصله ثابت بین کوارک و پادکوارک انرژی آزاد با افزایش λ کم می شود.

(۲) با افزایش ثابت جفت شدگی λ فاصله کوارک-پادکوارک بیشتر می شود و انرژی آزاد کم می شود.

فصل چهارم

خلاصه و نتیجه گیری

و پیشنهادها

نتیجه گیری:

در این پایان نامه به مطالعه انرژی آزاد و انرژی بستگی کوارکونیوم و همچنین آنتروپی و انرژی درونی جفت کوارک سنگین در محیط دما دار پلاسمای کوارک گلوئون پرداخته شده و نمودارهای هر کدام از آنها در دماهای مختلف با استفاده از نرم افزار متمتیکا بدست آمده است. و تصحیحات گرانشی R^4 را با مشتق مراتب بالاتر در ثابت جفت شدگی λ اعمال کردیم، و مشاهده کردیم که این نتایج با QCD مطابقت دارد.

بنا بر این در محدوده دمای $(T > T_c)$ در مدل هولوگرافی ما می بینیم که F_Q و S_Q و U_Q در مدل های غیر منسجم با افزایش دما کم می شوند. در فضای AdS که دو گان گرانشی $(N = 4)$ است نظریه های غیر منسجم را در مقایسه با نظریه همدیس $(N = 4)$ برای بررسی خواص پلاسمای کوارک گلوئون مطالعه کردیم. و از این مطالعات نتایج زیر بدست آمده است.

(۱) در دماهای پایین انرژی آزاد و انرژی بستگی در یک فاصله ثابت بین جفت کوارک سنگین به دما بستگی ندارد. اما با افزایش دما پلازما این دو انرژی زیاد می شوند.

(۲) در یک فاصله ثابت بین جفت کوارک سنگین انرژی آزاد از انرژی بستگی بیشتر است.

(۳) از مشاهده نمودارهای انرژی آزاد $F_{Q\bar{Q}}$ و انرژی بستگی $E_{Q\bar{Q}}$ می توان فهمید که برای یک فاصله کوچک بین کوارک و پاد کوارک این دو انرژی شکل کولونی دارند.

(۴) برای دمای $(T = 0)$ دو نمودار $F_{Q\bar{Q}}$ و $E_{Q\bar{Q}}$ بر هم منطبق می باشند .

(۵) شکل (۲-۲) نشان می دهد که با افزایش دما فاصله کوارک و پاد کوارک در

کوارکونیوم زیاد شده و ته ریسمان به مرز AdS نزدیک می شود.

(۶) انرژی آزاد و انرژی بستگی در مدل های غیر منسجم بیشتر از مدل

$(N = 4)$ می باشد. زیرا با افزایش پارامتر تغییر شکل در مدل های غیر

منسجم انرژی آزاد زیاد می شود .

(۷) در دما های $(T \rightarrow 0)$ آنتروپی و انرژی داخلی یکسان می باشند.

(۸) در دمای بزرگتر از صفر $(T > 0)$ آنتروپی جفت کوارک سنگین با افزایش

LT زیاد می شود.

(۹) در نظریه $(N = 4)$ آنتروپی به دلیل وجود ابعاد اضافی فقط به LT بستگی

دارد.

(۱۰) در فاصله های ثابت بین کوارک و پاد کوارک انرژی داخلی در مقایسه با

انرژی آزاد در دماهای بزرگتر از صفر همیشه بیشتر است. زیرا نسبت

$(TS_{Q\bar{Q}})$ همیشه بزرگتر از صفر است.

(۱۱) در فاصله های بزرگ و دما های بالا انرژی درونی و آنتروپی زیاد می شوند

بنا بر این انرژی آزاد منفی می شود.

(۱۲) در فاصله های کوچک بین جفت کوارک سنگین آنتروپی صفر می باشد و

بنا بر این انرژی آزاد و انرژی داخلی رفتار یکسانی دارند .

(۱۳) با افزایش فاصله دو کوارک سنگین در مدل های غیر منسجم آنتروپی و

انرژی درونی نسبت به مدل $(N = 4)$ افزایش می یابد.

(۱۴) در مدل ($N = 4$) و مدل انشتین انرژی آزاد F_Q نسبت به دما ثابت است

(۱۵) با اعمال تصحیحات گرانشی R^4 بر ثابت جفت شدگی λ دریا فتمیم که با افزایش λ میزان انرژی آزاد و انرژی بستگی کاهش می یابد.

پیشنهاد هایی که دراین زمینه داده می شود به شرح زیر است:

(۱) با اعمال تصحیحات مرتبه دو گوس بونت بر ثابت جفت شدگی پلاسما می

توان نتایج دیگری را برای انرژی آزاد و انرژی بستگی بدست آورد.

(۲) می توان تاثیر پتانسیل شیمیایی را بر انرژی آزاد کوارکونیوم در پلاسما بررسی کرد.

(۳) اثرات فضای داخلی پلاسما، مانند سرعت پلاسما و نحوه قرار گرفتن کوارک و پادکوارک نسبت به باد پلاسما را بر انرژی آزاد و انرژی بستگی می توان بررسی کرد.

(۴) به عنوان یک کار جدید می توان تحقیق کرد که چون انرژی حالت مقید مزون باتمونیوم بیشتر از چارمونیوم می باشد، اگر انرژی آزاد و بستگی آن را در پلاسما بررسی کنیم، می توان تغییرات آن را نسبت به چارمونیوم بدست آورد.

پیوست ها

الف (جزئیات محاسبات تغییرات انرژی آزاد و آنتروپی

ب (محاسبات برنامه *mathematica*

پیوست الف

دراین قسمت جزئیاتی از محاسبه تغییرات انرژی آزاد و آنتروپی کوآرک-پاد کوآرک نسبت به دما را بیان می کنیم.

از روابط وملاحظات قبلی در مورد آنتروپی و انرژی آزاد داریم:

$$\frac{\partial F_{Q\bar{Q}}(z_t, z_h)}{\partial T} \Big|_L = \frac{\partial F_{Q\bar{Q}}}{\partial z_h} \Big|_{z_t} \frac{\partial z_h}{\partial T} + \frac{\partial F_{Q\bar{Q}}}{\partial z_t} \Big|_{z_h} \frac{\partial z_t}{\partial T} \quad A$$

در رابطه A عبارت $\frac{\partial z_h}{\partial T}$ را ثابت در نظر می گیریم. زیرا z_h در واقع تابعی از دمای T است. پس با ثابت نگه داشتن آن می توانیم بنویسیم:

$$dL = \frac{\partial L}{\partial z_t} \Big|_{z_h} dz_t + \frac{\partial L}{\partial z_h} \Big|_{z_t} dz_h = \frac{\partial L}{\partial z_t} \Big|_{z_h} dz_t + \frac{\partial L}{\partial z_h} \Big|_{z_t} \frac{\partial z_h}{\partial T} \quad B$$

مشتق $\frac{\partial z_t}{\partial T}$ به صورت زیر است:

$$\frac{\partial z_t}{\partial T} \Big|_L = - \left(\frac{\partial L}{\partial z_t} \Big|_{z_h} \right)^{-1} \frac{\partial L}{\partial z_h} \Big|_{z_t} \frac{\partial z_h}{\partial T} \quad C$$

در نهایت با بکارگیری روابط C و A برای آنتروپی می توان نوشت:

$$S_{Q\bar{Q}} = - \frac{\partial F_{Q\bar{Q}}(z_t, z_h)}{\partial T} \Big|_L = - \left(\frac{\partial F_{Q\bar{Q}}}{\partial z_h} \Big|_{z_t} - \frac{\partial F_{Q\bar{Q}}}{\partial z_t} \Big|_{z_h} \frac{\frac{\partial F_{Q\bar{Q}}}{\partial z_h} \Big|_{z_t}}{\frac{\partial L}{\partial z_t} \Big|_{z_h}} \right) \frac{\partial z_h}{\partial T} \quad D$$

پیوست ب) محاسبات برنامه Mathematica

در این قسمت با استفاده از **plot** متمتیکا نمودار معادله (۲-۳) را رسم می کنیم

Quit[]

Clear[z, T, zh, LA, A, B, h, z, a, λ, FQ, EQ, L]

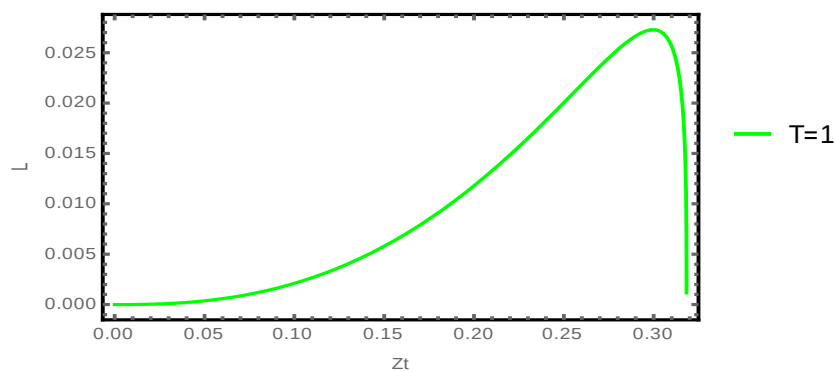
```
T=2;
zh=1./(Pi*T);
LA=1; (* LA=R *)
A[z_]:=Log[LA/z]
B[z_]:=Log[LA/z]
h[z_]:=1-z^4/zh^4
a=1/3;
λ=9;
```

$$FQ[zt_]=\frac{\sqrt{\lambda}}{\text{Pi}}\left(\text{NIntegrate}\left[\left(\frac{e^{A[z]+B[z]}}{LA^2}\sqrt{\frac{e^{4A[z]}h[z]}{e^{4A[z]}h[z]-e^{4A[zt]}h[zt]}}-\frac{1}{z^2}\right)-\frac{1}{zt},\{z,0,zt\}\right]\right)$$

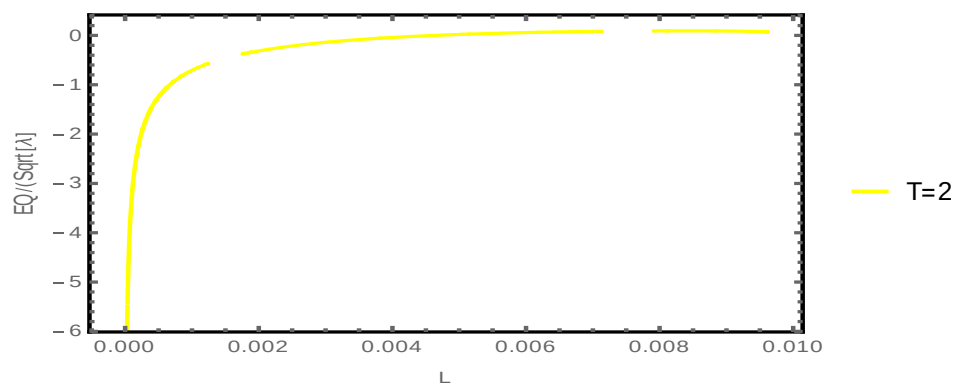
$$EQ[zt_]=\frac{\sqrt{\lambda}}{\text{Pi}}\left(\text{NIntegrate}\left[\frac{e^{A[z]+B[z]}}{LA^2}\left(\sqrt{\frac{e^{4A[z]}h[z]}{e^{4A[z]}h[z]-e^{4A[zt]}h[zt]}}-1\right),\{z,0,zt\}\right]-\text{NIntegrate}\left[\frac{e^{A[z]+B[z]}}{LA^2},\{z,zt,zh\}\right]\right)$$

$$L[zt_]=2\left(\text{NIntegrate}\left[e^{B[z]-A[z]}(h[z]*\left(\frac{e^{4A[z]}*h[z]}{e^{4A[zt]}*h[zt]}\right)-h[z])^{\frac{-1}{2}},\{z,0,zt\}\right]\right),$$

```
s1 = Plot[T * L[zt], {zt, zh + .00001, 0.}, AspectRatio -> 1/GoldenRatio, Frame -> True, FrameStyle
-> {{Thick, Thick}, {Thick, Thick}},
```

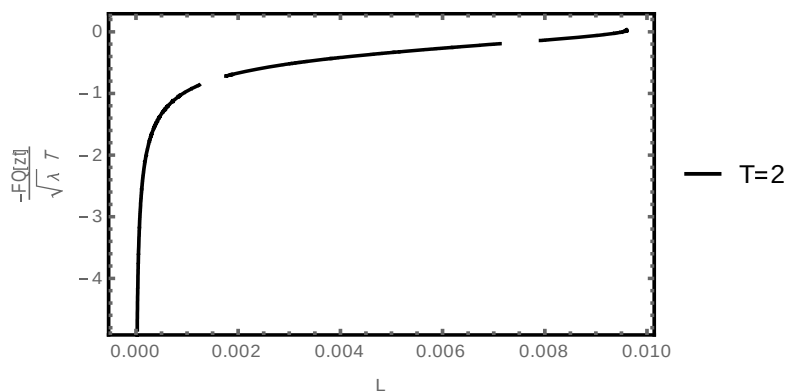


در این قسمت با دستور **ParametricPlot** متمتیکا نمودار معادلات (۲-۴) و (۲-۵) را بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک رسم می کنیم.



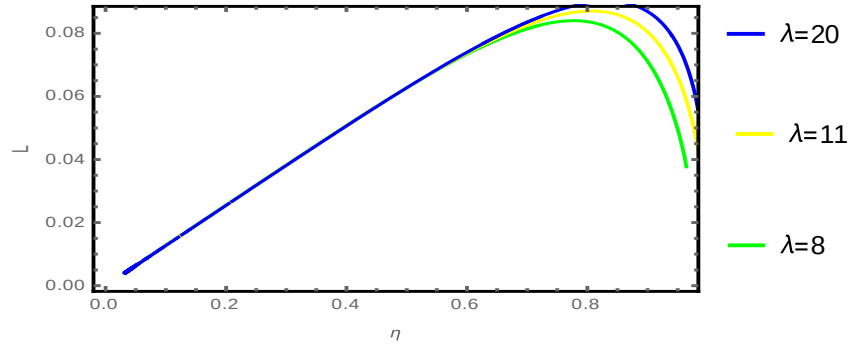
```
E2 = ParametricPlot[{T * L[zt], EQ[zt]/(Sqrt[λ] * T)}, {zt, 0.0001, 0.15}, AspectRatio → 1/GoldenRatio, Frame
→ True, FrameStyle → {{Thick, Thick}, {Thick, Thick}}, FrameLabel → {"L", "EQ/(Sqrt[λ]"), AxesOrigin
→ {0,0}, PlotStyle → {Thick, Yellow},
```

```
F2 = ParametricPlot[{T * L[zt],  $\frac{-FQ[zt]}{\sqrt{\lambda} * T}$ }, {zt, 0.0001, 0.15}, AspectRatio →  $\frac{1}{\text{GoldenRatio}}$ , Frame → True, FrameStyle →
{{Thick, Thick}, {Thick, Thick}}, FrameLabel → {"L",  $\frac{-FQ[zt]}{\sqrt{\lambda} * T}$ }, AxesOrigin → {0,0}, PlotStyle → {Thick, Black}, PlotLegends →
Placed[{"T = 2"}, Right]]
```

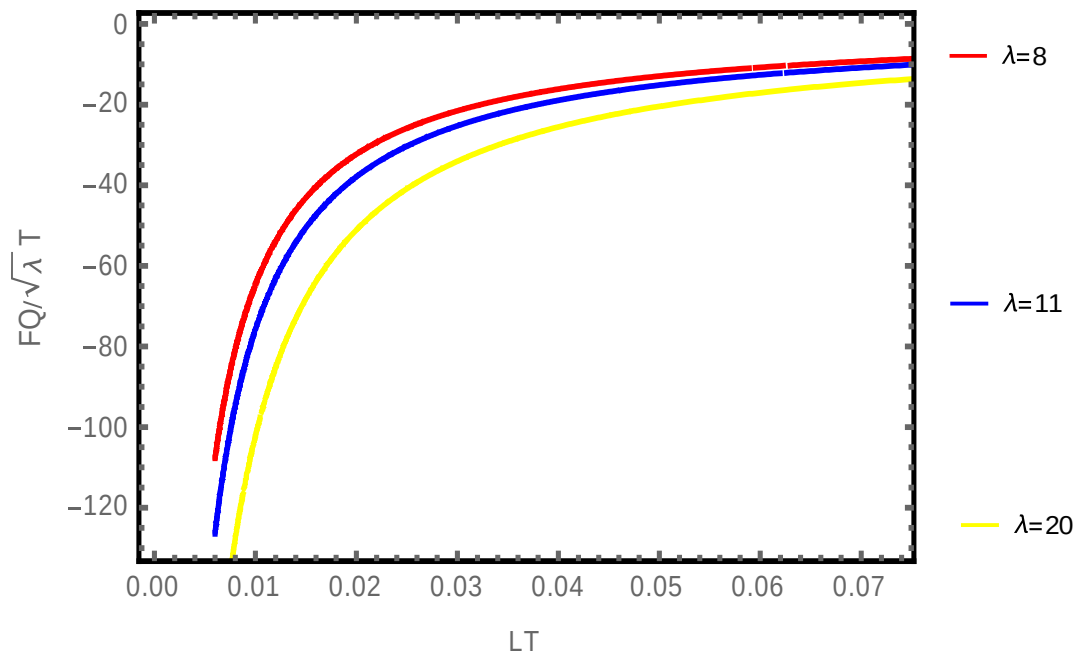


در این قسمت با اعمال تصحیحات بر ثابت جفت شدگی توخت λ به ازای مقادیر مختلف ثابت جفت شدگی، با وارد کردن معادلات (۳-۳) و (۹) و (۱۰-۳) در معادلات (۲-۳۰) و (۲-۵۴) اثر محدود کردن ثابت جفت شدگی را بررسی کرده و با روش انتگرال گیری عددی نمودار آنها را رسم می کنیم.

```
P2 = ListLinePlot[Join[T2, T4], AxesLabel → {"η", "L"}, AspectRatio → 1/GoldenRatio, Frame → True, FrameStyle →
{{Thick, Thick}, {Thick, Thick}}, FrameLabel → {"η", "L"}, AxesOrigin → {0,0}, PlotStyle → {Thick, Yellow}, PlotLegends →
Placed[{"λ = 11"}, Right]]
```



```
S3 = ListLinePlot[T21, AxesLabel → {"LT", "FQ/√λ T"}, AspectRatio → 1/GoldenRatio, Frame → True, FrameStyle →
{{Thick, Thick}, {Thick, Thick}}, FrameLabel → {"LT", "FQ/√λ T"}, AxesOrigin → {0,0}, PlotStyle →
{Thick, Yellow}, PlotLegends → Placed[{"λ = 20"}, Right]]
```



مراجع و منابع:

- [۱] گریفیث، دیوید (۱۹۴۲)، "مقدمه ای بر ذرات بنیادی" جلد اول، ترجمه حمید رضا مشفق، سلیمه کیمیاگر، چاپ اول (۱۳۸۵)، مرکز نشر دانشگاهی
- [۲] طباطبائی، س. ک. (۱۳۹۲)، پایان نامه ارشد: "مطالعه پتانسیل مختلط کوارکونیوم با استفاده از نظریه ریسمان"، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [۳] ابی تقصیر فدافن، ک. (۱۳۸۷)، "مطالعه ذوب شدن کوارکونیوم در پلاسمای کوارک گلوئون با استفاده از نظریه ریسمان"، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [۴] حیدری سورشجانی، م. (۱۳۹۲)، پایان نامه ارشد، "مطالعه طول پوششی کوارک—پاد کوارک در پلاسمای کوارک گلوئون"، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [5] Fadafan, K. B. (2013). "Strange metals at finite't Hooft coupling". *The European Physical Journal C*, 73(1), 2281.pp10.
- [6] Ewerz, C. Kaczmarek, O. and Samberg, A. (2016). "Free Energy of a Heavy Quark-Antiquark Pair in a Thermal Medium from AdS/CFT". *arXiv preprint arXiv:1605.07181*, pp39.
- [7] Grignani, G., Harnack, T., Marini, A., Obers, N. A., & Orselli, M. (2012). "Thermal string probes in AdS and finite temperature Wilson loops". *Journal of High Energy Physics*, 2012(6), 1-19.
- [8] Jones, A. Z. (2009). "String theory for dummies". Andrew Zimmerman Jones, Daniel Robbins, (2010)
- [9] Bohr, Henrik; Nielsen, H. B. (1977). "Hadron production from a boiling quark soup: A thermodynamical quark model predicting particle ratios in hadronic collisions". *Nuclear Physics B* 128 (2):
- [10] Zwiebach, B. (2004). *A first course in string theory*. Cambridge university press.

Abstract

The potential of a quark and anti-quark has been computed using holography, recently. Considering the path of a quark in space time and Wilson loop, one finds that it equals to the expectation value of the Wilson loop. Therefore, in strongly-coupled supersymmetric Yang Mills theory with large N_C the partition function of string equals to the classical action of the string.

In this thesis, we state that in plasma, the real part of the potential corresponds to the free energy of heavy quark and antiquark .

It is shown that at low energy, the free energy and bound energy do not depend on the temperature. We have also computed the quark and anti-quark distance. The bound energy of quarkonium is calculated with subtraction of energy of two interacting quarks from two independent quarks. We have plotted the free energy and the bound energy as a function of quark anti-quark distance.

Also, entropy and internal energy of quarkonium and free energy of quark in terms of the temperature has been calculated. These quantities have been studied in $N=4$ SYM and in non conformal theories.

Considering R^4 corrections, we have studied finite coupling correction. It is shown that with increasing the coupling, the free energy decreases.

Key Word: Plasma Quark Gluon, Free Energy, Corrections R^4 , Binding Energy, Entropy, Internal Energy, AdS/CFT Corresponding



Faculty of Physics and Nuclear Engineering

M.Sc. Thesis in Particle Physics

Investigation of the free energy of a quarkonium
in a Thermal medium using AdS/CFT

By : Mohammad hosein emami

Supervisor:

Dr. kazem Bitaghsir fadafan

July 2017