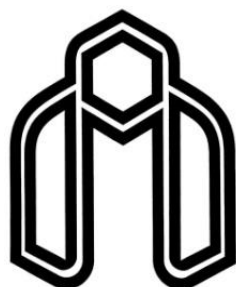


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده: فیزیک

گروه: ذرات بنیادی

پایان نامه کارشناسی ارشد

محاسبه رسانندگی الکتریکی DC بر روی شامه‌ها با استفاده از نظریه‌ی ریسمان

نگارنده: سید محمدرضا میرعباسی

استاد راهنما:

دکتر کاظم بی‌تقصیر فدافن

شهریورماه ۱۳۹۵

دانشکده: فیزیک

گروه: ذرات بنیادی

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای سیدمحمد رضا میرعباسی به شماره دانشجویی: ۹۳۱۷۱۴۴
تحت عنوان: محاسبه رسانندگی الکتریکی DC بر روی شامه‌ها با استفاده از نظریه‌ی ریسمان

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد
مورد ارزیابی و با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی: دکتر کاظم بی تقصیر فدافن
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی:

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی: دکتر مرتضی رفیعی		نام و نام خانوادگی: دکتر مصطفی عنابستانی
			نام و نام خانوادگی: دکتر علی واحدی
			نام و نام خانوادگی:
			نام و نام خانوادگی:

മുസ്ലിം

سپاس و قدردانی

با تقدیر و تشکر شایسته از دوست و استاد فرهیخته و فرزانه‌ام جناب آقای دکتر بی‌تقصیر که با نکته‌های دلاویز و گفته‌های بلند، صحیفه‌های سخن را علم پرور نمود و همواره راهنما و راه‌گشای اینجانب در اتمام و اکمال پایان نامه بوده است.

با سپاس بی‌دریغ خدمت جناب آقایان دکتر موحدیان، دکتر عنابستانی، دکتر سوهانی که همواره مشوق بنده بوده‌اند و همچنین از جناب آقای دکتر نوید عباسی در مرکز تحقیقات فیزیک نظری (IPM) که همیشه با روی گشاده پاسخگوی سوالات بنده بودند کمال تشکر را دارم. در پایان لازم می‌دانم از دوستان بسیار خوبم که در این مدت بسیار از آنها آموختم، تشکر و قدردانی کنم.

سید محمد رضا میرعباسی

شهریور ۹۵

تعهدنامه

اینجانب سیدمحمدرضامیرعباسی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک ذرات بنیادی دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه محاسبه رسانندگی الکتریکی DC بر روی شامه‌ها با استفاده از نظریه‌ی ریسمان تحت راهنمایی دکتر کاظم بی تقصیر فدا فن متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تاثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجودات زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

در این پایان نامه به کاربردهای اخیر نظریه ریسمان و تناظر AdS/CFT در فیزیک ماده چگال پرداخته شده است. به عنوان مثال مطالعه رسانندگی اهمی و هال در مدل درود بررسی می شود. با استفاده از نظریه ریسمان و در نظر گرفتن ساختاری گرانشی از D شامه ها مدلی برای محاسبه رسانندگی معرفی شده و نشان داده می شود که وقتی حامل های بار خیلی سنگین باشند رابطه رسانندگی بسیار ساده می شود و در حالت پایدار همان نتیجه رسانندگی در مدل درود به دست می آید. همچنین در مورد بررسی و مطالعه رفتار فلزات شگفت با استفاده از پس زمینه لیف شیتز بحث می شود.

واژه های کلیدی: نظریه ریسمان، تناظر AdS/CFT ، فلزات شگفت، رسانندگی.

لیست مقاله‌ها^۱ گرفته شده از پایان‌نامه

۱- کاظم بی‌تقصیر فدافن، سید محمدرضا میرعباسی، ”مطالعه رسانندگی در مدل درود و فلزات

شگفت با استفاده از نظریه ریسمان“ ارسال به مجله پژوهش فیزیک ایران، تابستان ۱۳۹۵

۲- کاظم بی‌تقصیر فدافن، سید محمدرضا میرعباسی، ”مطالعه رسانندگی اهمی و هال با استفاده از

نظریه ریسمان“ بیست و سومین کنفرانس بهار فیزیک، اردیبهشت ۹۵، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

فهرست مطالب

فصل اول: مفاهیم مقدماتی

- ۱-۱- آشنایی با نظریه ریسمان ۲
- ۱-۲- ایده‌های اساسی در نظریه ریسمان ۳
- ۱-۳- کشف فیزیک غیر اختلالی نظریه ریسمان ۴
- ۱-۴- دوگانی گرانش - پیمانه و تناظر AdS/CFT ۶
- ۱-۵- استفاده از دوگانی AdS/CFT برای مطالعه رسانندگی ۱۱
- ۱-۶- بررسی ساختار $D_7 - D_9$ ۱۴

فصل دوم: محاسبه رسانندگی DC با استفاده از نظریه ریسمان

- ۲-۱- رابطه رسانندگی DC، اهمی و هال در مدل درود ۱۸
- ۲-۲- محاسبه کنش شامه آزمون در نظریه ریسمان ۲۰
- ۲-۳- محاسبه رسانندگی DC با استفاده از نظریه ریسمان ۲۵
- ۲-۴- تعمیم روابط و محاسبه رسانندگی در حضور میدان مغناطیسی ۲۸
- ۲-۴-۱- حالت خاص؛ $B = 0$ و جرم سنگین حامل‌های بار ۲۹
- ۲-۵- بررسی ارتباط با نیروی کششی وارد بر ذره ۳۰
- ۲-۶- نتیجه محاسبات ۳۱

فصل سوم: کاربرد محاسبات در متریک لیف شیتز و بررسی رسانندگی فلزات شگفت و

نتیجه‌گیری

- ۳-۱- رسانندگی فلزات شگفت ۳۴
- ۳-۲- چرا برای مطالعه فلزات شگفت از AdS/CFT استفاده می‌کنیم؟ ۳۴
- ۳-۳- محاسبه رسانندگی متریک‌های ناهمسانگرد ۳۵
- ۳-۳-۱- در حضور میدان‌های الکتریکی چند گانه ۳۹
- ۳-۳-۲- در حضور میدان الکتریکی و مغناطیسی ثابت ۴۰
- ۳-۴- رسانندگی در متریک لیف شیتز ۴۱
- ۳-۵- ارتباط با رسانندگی فلزات شگفت ۴۸
- ۳-۶- جمع بندی ۵۲
- پیوست الف ۵۴
- مرجع‌ها ۵۷

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۱ تصویر جهان صفحه و جهان حجم شامه‌ها در فضای هدف ۵
- شکل ۱-۲ تصویری از ریسمان‌های باز و بسته و ساختار شامه‌ها ۶
- شکل ۱-۳ تصویری از برهم‌کنش ضعیف بین شامه‌ها ۸
- شکل ۱-۴ تصویری از برهم‌کنش قوی بین شامه‌ها و ایجاد فضای پاد دو سیت ۸
- شکل ۱-۵ نمایی از تناظر بین فضای پاد دو سیت و نظریه میدان همدیس ۱۰
- شکل ۱-۶ معرفی درجات آزادی فرمیونی در نمایش پایه و الحاقی با استفاده از شامه‌ها ۱۲
- شکل ۱-۷ تصویر دوگان میدان پیمانه‌ای روی مرز ۱۳

فصل ۱

مقدمه

۱.۱ آشنایی با نظریه ریسمان

کشف نظریه ریسمان به مطالعه‌های مربوط به نیروی قوی هسته‌ای بر می‌گردد. در طی سال‌های ۱۹۶۸ تا ۱۹۷۳ میلادی فیزیکدانان متوجه شدند که برای توصیف این نیرو بایستی به جای ذرات نقطه‌ای از ریسمان‌ها استفاده کرد. به این ترتیب مشخص می‌شود که نظریه‌ای که با آن روبرو هستیم با آنچه که از نظریه میدان‌های کوانتومی انتظار داریم هم‌خوانی ندارد یعنی انتظار بر این است که ذرات نقطه‌ای باشند نه دارای بُعد. از طرف دیگر در سال ۱۹۷۱ معلوم شد که نظریه ریسمان برای توصیف فرمیون‌ها بایستی ابرتقارنی^۱ را هم شامل شود به همین دلیل نظریه به نام نظریه «ابرریسمان»^۲ مشهور شد. [۱]

دو مشکل اساسی برای توصیف نیروی هسته‌ای قوی و نظریه ریسمان وجود داشتند که باعث می‌شد اقبال به این ایده ضعیف باشد:

الف) نظریه شامل ذره‌ای بدون جرم با اسپین ۲ بود، در حالی که در ذرات بنیادی نیروی هسته‌ای چنین ذره‌ای نداریم.

ب) نظریه برای اینکه خوش تعریف باشد بایستی در فضا - زمان ۱۰ بعدی تعریف شود، در حالی که می‌دانیم فضا - زمان ۴ بعد بیشتر نیستند پس نقش این ۶ بعد اضافه چیست؟

اما در سال ۱۹۷۴ این تعبیر از نظریه ریسمان تغییر کرد و دیدگاه تازه‌ای ارائه شد. بر این اساس نظریه ریسمان در واقع نظریه وحدت نیروهای بنیادی است و یک نظریه کوانتومی گرانش می‌باشد و ذره با اسپین ۲ همان گراویتون است که کوانتوم‌های گرانش می‌باشند.

اما اگر نظریه ریسمان درست است چرا نظریه‌های میدان تا این حد در توصیف آزمایش‌های موجود در شتاب‌دهنده‌ها موفق عمل کرده‌اند؟ پاسخ در اینجا است که طول ریسمان‌های بنیادی از مرتبه طول پلانک 10^{-33} سانتی‌متر است ولی مسافت‌هایی که در آزمایشگاه قابل دسترسی است بسیار بزرگ‌تر می‌باشند.

^۱ Supersymmetry

^۲ Superstring

پس بدیهی است که نتوان آثار بُعددار بودن را مشاهده کرد. البته آثار مربوط به بعد اضافه را هم می‌توان به این ترتیب توجیه کرد که چون اندازه این ابعاد کوچک است پس در آزمایش‌ها دیده نمی‌شوند. [۲]

در نظریه ریسمان دو نوع ریسمان باز و بسته فرض شده است. با توجه به این دسته‌بندی دو نظریه نیز وجود دارد:

(۱) نظریه‌ای که تنها با ریسمان‌های بسته توصیف می‌شود.

(۲) نظریه‌ای که شامل هر دو نوع ریسمان باز و بسته است.

نظریه دوم خود دو نوع نظریه را شامل می‌شود: نظریه ریسمان‌های بوزونی و نظریه ابرریسمان.

ریسمان‌های بوزونی در ۲۶ بعد زندگی می‌کنند و همه ارتعاش‌های این ریسمان‌ها نشان‌دهنده بوزون‌ها می‌باشد. بوزون‌ها ذرات واسطه میدانی با اسپین صحیح هستند. بنابراین نظریه ریسمان بوزونی تنها ذراتی مثل گراویتون و فوتون را توصیف می‌کند.

تعداد ابعاد فضا - زمان در نظریه ابرریسمان‌ها، ۱۰ بعد و طیف حالت‌هایشان، بوزون‌ها و فرمیون‌ها را در بر می‌گیرد. در واقع بر طبق خاصیت ابرتقارنی به هر درجه آزادی بوزونی یک درجه آزادی فرمیونی نسبت داده می‌شود.

با وجود ساده‌تر بودن نظریه ریسمان بوزونی، به دلیل اینکه این نظریه فرمیون‌ها را شامل نمی‌شود خیلی واقع بینانه نمی‌باشد. در نیمه سال ۱۹۸۵ میلادی، ۵ نظریه ابرریسمان ۱۰ بعدی شناخته شده که یکی از آنها نظریه ریسمان نوع IIB است. [۱]

۲.۱ ایده‌های اساسی در نظریه ریسمان

ریسمان یک بعدی مسیری را در فضا - زمان جارو می‌کند که دو بعدی است و جهان سطح نامیده می‌شود. مختصات این رویه دو بعدی با (τ, σ) تقسیم‌بندی می‌شود و توسط $X^\mu(\tau, \sigma)$ به فضا - زمان نگاشت داده می‌شود. تقارن‌های پیمانه‌ای یا ابرتقارنی هم روی جهان سطح تعریف می‌شوند. بنابراین نظریه

ریسمان کلاسیکی بوسیله یک نظریه میدان دو بعدی کوانتومی همدیس توصیف می شود. همدیس بودن نظریه به معنی معرفی تقارن تازه‌ای است که به تقارن همدیس مشهور است. ویژگی بارزی که وجود دارد بازبهنجار پذیری این نظریه دو بعدی است که در ابعاد بالاتر برقرار نیست.

نظریه‌های ریسمان را می‌توان به صورت اختلالی بررسی کرد که بر حسب تمام سطوح ریمانی که توسط ریسمان ایجاد می‌شوند بسط داده می‌شوند.

نکته مهم در اینجا است که هیچ بی‌نهایت فرابنفشی در مرتبه‌های مختلف پیدا نمی‌شوند. در چارچوب نظریه اختلالی نظریه ریسمان می‌توان به توصیف مدل استاندارد در حد انرژی‌های کم توسط نظریه‌های هتراتیک اشاره کرد. در هر صورت برای درک پدیده‌های غیر اختلالی بایستی روش‌های مناسبی یافت.

۳.۱ کشف فیزیک غیر اختلالی نظریه ریسمان

در سال ۱۹۹۴ میلادی فیزیک غیر اختلالی نظریه ریسمان کشف شد. کلید اصلی این کشف هم مربوط به دوگانی‌های موجود در نظریه ریسمان می‌شود که بیان می‌کند که ۵ نظریه ریسمان در واقع پنج نوع بسط اختلالی متفاوت از یک نظریه کامل‌تر می‌باشند. سه نوع از این دوگانی‌ها عبارتند از:

(۱) دوگانی S مربوط به شدت بر هم‌کنش‌ها می‌شود.

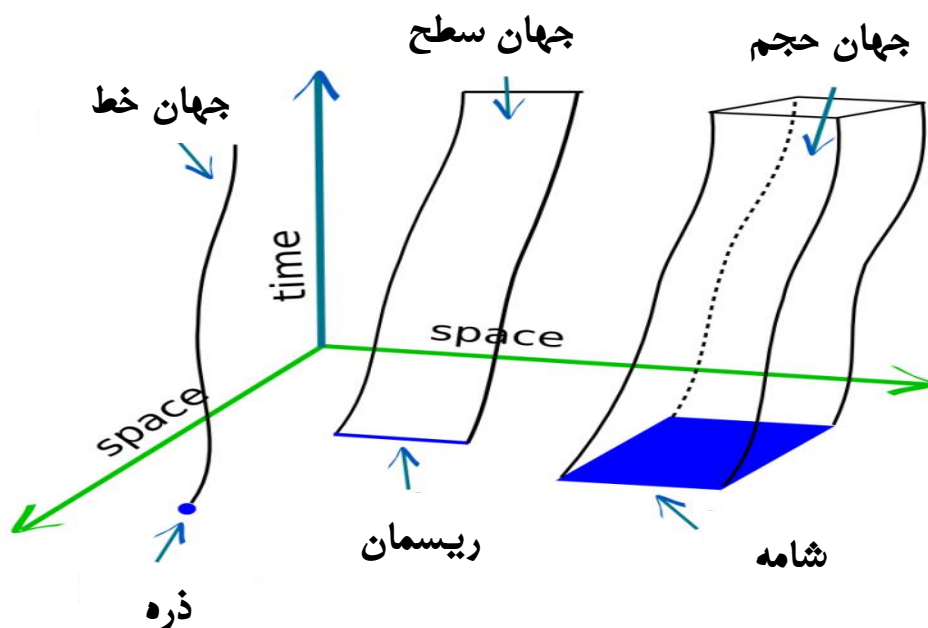
(۲) دوگانی T در مورد اندازه‌ها است.

(۳) دوگانی U ترکیبی از دوگانی‌های بالا است.

یکی از جواب‌های غیر اختلالی در نظریه ریسمان شامه‌های دریکله هستند که انتهای ریسمان‌های باز می‌توانند بر روی آن‌ها ختم شود. اهمیت این شامه‌ها در این است که مطالعه برانگیختگی‌های آن‌ها با استفاده از نظریه میدان کوانتومی دو بعدی ریسمان باز به بررسی جهان حجم غیر بازبهنجارش پذیر این شامه‌ها کمک می‌کند. از کاربردهای مهم شامه‌ها مطالعه اثرات غیر اختلالی نظریه ریسمان در حضور آن‌ها

است. به این ترتیب محاسبه پدیده‌های غیر اختلالی از روش‌های اختلالی امکان پذیر خواهد بود. [۲]

شکل (۱-۱) جهان سطح برای ریسمان‌ها و جهان حجم برای شامه‌ها را نشان می‌دهد.



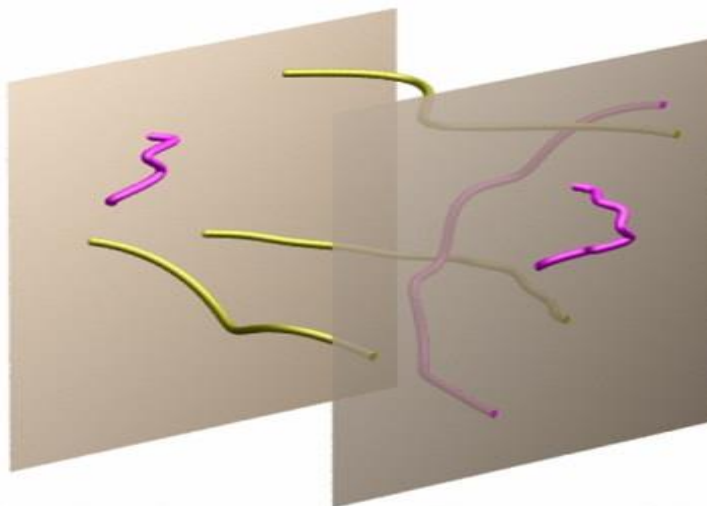
شکل (۱-۱) تصویر جهان صفحه و جهان حجم شامه‌ها در فضای هدف

شامه موجودی است دارای جرم و بار که یک میدان نیز روی آن زندگی می‌کند. شامه‌ها را بر اساس تعداد ابعاد فضایی شان که با p نشان داده می‌شود، طبقه بندی می‌کنند (D_p - شامه^۳). D معرف شرط مرزی دریکله است.

در واقع شامه‌ها رویه‌هایی در یک فضای p بعدی هستند. این رویه‌ها می‌توانند صفر بعدی D_0 که به صورت یک ذره نقطه‌ای است، یک بعدی D_1 معادل با یک ریسمان، دو بعدی D_2 مانند یک صفحه و به همین ترتیب تا p بعد D_p می‌باشند. [۱]

در شکل (۱-۲) تصویری از ریسمان‌های باز و بسته و ساختار شامه‌ها نشان داده شده‌اند.

^۳ D_p - brane



شکل (۱-۲) تصویری از ریسمان های باز و بسته و ساختار شامه ها

در نظریه ابر ریسمان IIB فقط ریسمان بسته وجود دارد اما در حضور D_p - شامه ها ریسمان های باز نیز در این نظریه ها وجود دارد که با ریسمان های بسته بر هم کنش می کنند.

یک خاصیت مهم D_p - شامه ها این است که وقتی N تا از آن ها روی هم قرار گیرند، یک نظریه پیمانه ای $U(N)$ روی جهان حجم آن ها بوجود می آید. از دیگر اهمیت های شامه ها این است که با پیکربندی هایی از آن ها می توان به نظریه میدان و دوگانی آن دست یافت.

۴.۱ دوگانگی گرانش - پیمانه^۴ و تناظر AdS/CFT

با استفاده از هولوگرافی می توانیم آنتروپی سیاهچاله را به صورت زیر توصیف کنیم به این ترتیب که تعداد درجات آزادی برای توصیف گرانش کوانتومی درون یک حجم متناسب با سطح آن است. بنابر اصل هولوگرافی یک نظریه گرانش کوانتومی در ناحیه ای از فضا توسط یک نظریه غیر گرانشی که در مرز آن ناحیه زندگی می کند توصیف می شود.

^۴ Gauge/gravity

در این دوگانی هم ارزی میان یک نظریه کوانتومی میدان در فضا - زمان D بعدی و یک نظریه کوانتومی گرانش در فضا - زمانی با یک بعد مکانی بیشتر است. نظریه کوانتومی میدان در فضا - زمان D بعدی، هولوگرام نظریه $D + 1$ بعدی است.

می‌بایستی دقت داشت که منظور تصویر کردن نظریه‌ها نیست بلکه تعداد درجات آزادی در دو نظریه برابر است به عبارت دیگر تقارن‌های دو نظریه با هم برابر است. [۳][۴]

بر اساس این دوگانی می‌توان نظریه‌ای در D بعد را که در آن جفتیدگی قوی است و به روش‌های اختلالی قابل حل نیست و مطالعه آن مشکل است به یک نظریه در $D + 1$ بعدی نگاشت که جفت‌شدگی آن ضعیف است. در اولین مثال از این دوگانی نظریه پیمانه‌ای یانگ - میلز با ابر تقارنی $N = 4$ و گروه تقارنی $SU(N)$ در چهار بعد ($D = 4$) به یک نظریه ریسمان در پنج بعد ($D = 5$) با ثابت انحنای منفی نگاشت داده می‌شود. این فضا - زمان به اختصار AdS_5 نامیده می‌شود. [۵][۶]

در توصیف فضا - زمان AdS به نکات زیر می‌پردازیم:

جواب‌های متقارن معادله میدان اینشتین با ثابت کیهان‌شناسی λ به صورت زیر می‌باشد:

(۱) اگر $\lambda < 0$ منفی باشد آنگاه فضا - زمان پاد دو سیته (AdS) می‌باشد.

(۲) اگر $\lambda > 0$ مثبت باشد فضا - زمان دو سیته^۵ (dS) را خواهیم داشت.

(۳) اگر $\lambda = 0$ صفر باشد فضا - زمان مینکوفسکی^۶ است.

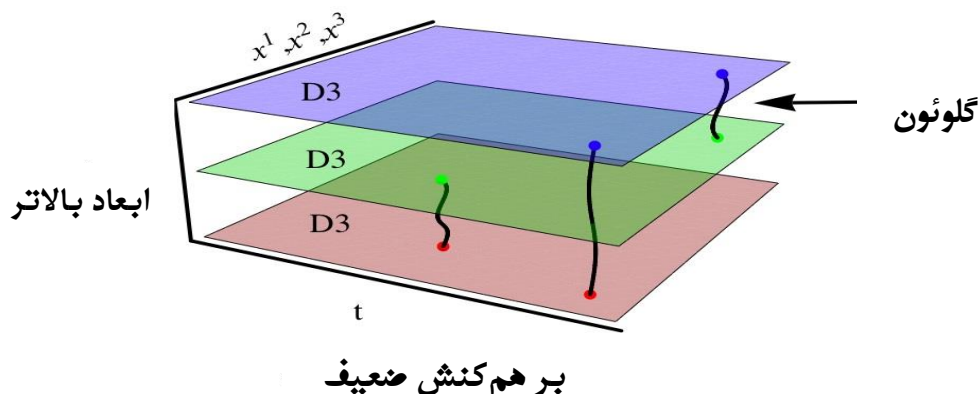
در نظریه ریسمان فضا - زمان AdS به روش زیر به دست می‌آید:

ابتدا یک مجموعه از N تا شامه‌های سه بعدی موازی را در فضا - زمان ده بعدی در نظر می‌گیریم. نظریه ریسمان روی این زمینه، شامل مدهای ریسمان باز و ریسمان‌های بسته است. ریسمان‌های بسته برانگیختگی‌های فضای تهی هستند و ریسمان‌های باز روی انتهای شامه‌ها، مدهای برانگیخته شامه‌ها را

^۵ De-sitter

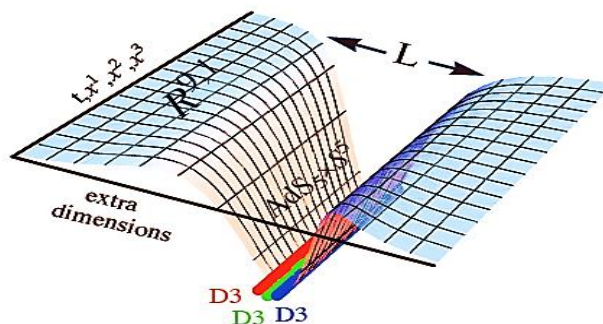
^۶ Minkowski

توصیف می‌کنند. ریسمان‌های باز می‌توانند بین دو شامه متصل باشند که در شکل (۱-۳) نشان داده شده است که چگونه یک ریسمان باز می‌تواند به دو یا سه شامه موازی متصل شود. در این حالت بر هم‌کنش بین شامه‌ها ضعیف می‌باشد و فضای اطراف آن فضای ده بعدی مینکوفسکی است.



شکل (۱-۳) تصویری از بر هم‌کنش ضعیف بین شامه‌ها

چنان‌چه طول ریسمان به سمت صفر میل کند آن‌گاه شامه‌ها روی هم واقع می‌شوند و جرم آن بسیار سنگین می‌شود و بر هم‌کنش بین آنها زیاد می‌شود و باعث خمیدگی فضا می‌شوند و در اطراف خود فضای AdS را بوجود می‌آورند و ریسمان‌های بسته^۷ در فضا منتشر می‌شوند و این فضا را فضای پاد دوسیه می‌نامند. در شکل (۱-۴) چگونگی تشکیل فضای AdS را نشان می‌دهد.



بر هم‌کنش قوی

شکل (۱-۴) تصویری از بر هم‌کنش قوی بین شامه‌ها و ایجاد فضای پاد دوسیه

^۷ Closed string

اکنون به توصیف فضا - زمان $AdS_5 \times S^5$ می‌پردازیم: این فضا - زمان ده بعدی است که S^5 ابر کره‌های پنج بعدی فشرده هستند و پنج بعد دیگر آن در فضای غیر فشرده پاد دو سیته AdS_5 قرار دارد. فضای پنج بعدی دارای سه بعد مکانی، یک بعد زمانی و یک بعد هولوگرام یا بعد شعاعی می‌باشد و ما برای سادگی کار در برخی از مسأله‌ها فقط متریک AdS_5 را می‌نویسیم زیرا در جهت فشرده‌گی حرکتی نداریم. در انرژی پایین نظریه ریسمان به نظریه ابرتقارنی گرانش تقلیل داده می‌شود. به این ترتیب این ساده‌ترین مثالی است که می‌توان برای دوگانی یک نظریه میدان همدیس CFT^A در D بعد و نظریه گرانشی AdS در $D+1$ بعد داشت. [۵][۶]

تناظر AdS/CFT یا دوگانی پیمانه - گرانش نگاهی نو به نظریه‌های پیمانه‌ای با N_c بزرگ (تعداد رنگ زیاد) و ثابت جفت‌شدگی قوی دارد یعنی یک فرمول‌بندی جدید را بر حسب گسترش درجه‌های آزادی در یک فضا - زمان خمیده با ابعاد بالا ایجاد می‌کند. اگر N_c به بی‌نهایت میل کند نظریه‌ای که در حجم داریم گرانش کلاسیکی خواهد بود.

فضا - زمان AdS قبلاً توضیح داده شده است. حال منظور از CFT در این تناظر را شرح می‌دهیم: تقارن همدیس به این معنا است که فیزیک مسأله در انرژی‌های کم و زیاد بدون تغییر باقی می‌ماند به بیان دیگر مقیاس انرژی نداریم. [۷]

همان‌طور که گفتیم این دوگانی، هم‌ارزی میان نظریه میدان همدیس ۴ بعدی CFT و نظریه‌ای گرانشی در فضا - زمان ۵ بعدی AdS_5 است. بعد اضافه این نظریه گرانشی که نظریه میدان همدیس با یک بعد کمتر در مرز آن زندگی می‌کند بعد هولوگرام و یا به عبارتی بعد پنجم نظریه ریسمان می‌باشد.

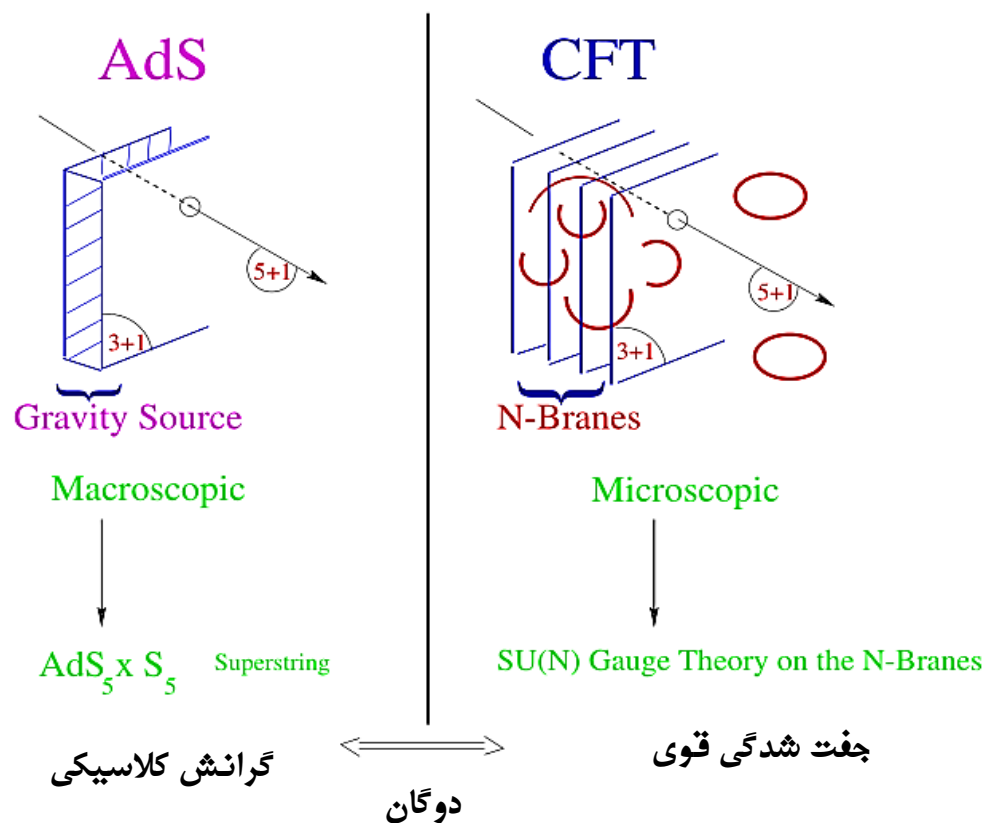
برای نظریه‌های خوش تعریف در حد N_c بزرگ، توفت متوجه شد که نمودارهای فاینمن نظریه، وقتی که با مدل دوخطی کشیده می‌شوند به‌طور طبیعی بر اساس توان‌های N_c مرتب می‌شوند. به بیان دیگر،

^A Conformal Field Theory

بسط N_c بزرگ به صورت جالبی شبیه بسط توپولوژیکی تئوری اختلالی ریسمان است اگر $1/N_c$ را g_s در نظر بگیریم. تناظر AdS/CFT مثالی از استدلال توفت می‌باشد.

توفت بسط N_c بزرگ را بیش از سی سال پیش کشف کرد، نکته مهمی که از آن زمان مورد بحث می‌باشد این است که نظریه‌های پیمانه خوش تعریف در حد N_c بزرگ ممکن است دارای یک دوگان گرانش کوانتومی باشند. [۸]

نظریه ابر تقارن یانگ - میلز $N = 4$ با گروه $SU(N_c) \equiv$ نظریه ریسمان نوع IIB در $AdS_5 \times S^5$



شکل (۵-۱) نمایی از تناظر بین فضای پاد دو سितه و نظریه میدان همدیس

۵.۱ استفاده از دوگانه AdS/CFT برای مطالعه رسانندگی

مثالی دقیق از هولوگرافی در نظریه ریسمان داده شده است. نظریه مؤثر ریسمان در زمینه $AdS_5 \times S^5$ با نظریه ابر تقارن $N = 4$ یانگ - میلز با تقارن پیمانه‌ای $SU(N_c)$ در حد N_c های بزرگ و ثابت جفت شدگی قوی توفت $\lambda = g_{YM}^2 N_c$ معادل است. منشأ تناظر AdS/CFT بر اساس معرفی D_2 شامه ها در نظریه ریسمان می‌باشد. [۹][۱۰] دمای متناهی در نظریه میدان یا همان دمای T نظریه SYM^9 متناظر با دمای تابش هاوکینگ سیاهچاله AdS است.

نظریه ابر تقارن $N = 4$ یانگ - میلز با تقارن پیمانه‌ای $SU(N_c)$ فقط شامل میدان‌هایی در نمایش الحاقی 10 می‌باشد. با معرفی ابر چندتایی‌ها $N = 2$ میدان‌ها در نمایش بنیادی 11 محسوب می‌شوند. برای معرفی فرمیون‌ها در نمایش بنیادی، تعداد N_f ، D_7 شامه در نظر می‌گیریم که تعداد آنها بسیار کمتر از تعداد N_c ، D_2 شامه می‌باشد.

این D_7 شامه‌ها در حد آزمون معرفی می‌شوند، بدین معنی که N_c رنگ، بسیار بیشتر از N_f طعم می‌باشد. بنابراین زمینه AdS بدون تغییر باقی می‌ماند، به بیان دیگر از اثر D_7 شامه‌ها در هندسه زمینه چشم‌پوشی می‌کنیم. میدان‌های ابر چندتایی یک تقارن $U(N_f)_V$ دارند که می‌توان زیر گروه $U(1)_B$ را برای این تعداد باریون در نظر گرفت.

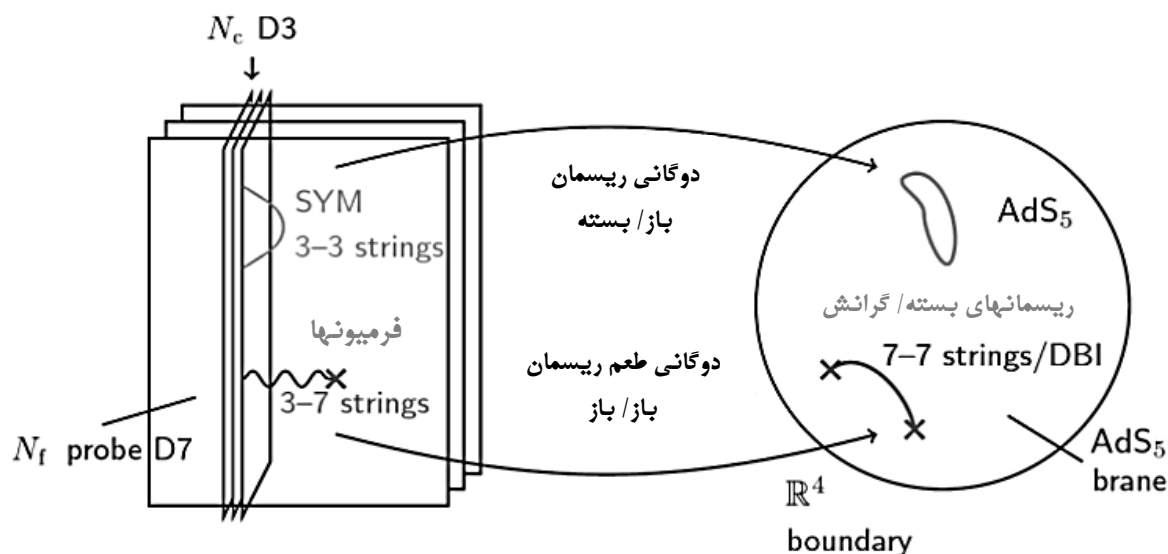
در هولوگرافی، یک نظریه میدان با تقارن جهانی با نوردایی پیمانه‌ای در نظریه گرانش دوگان خواهد بود. به بیان دیگر در یک چگالی متناهی باریونی ρ برای $U(1)_B$ ، جریان J^3 ، دوگان یک ساختار غیر بدیهی در سمت گرانش برای میدان پیمانه‌ای $U(1)_B$ ، روی جهان حجم D_7 شامه می‌باشد.

این نکات در شکل (۱-۶) بیان شده است.

^۹ Supersymmetry Yang - Mills

^{۱۰} Adjoint

^{۱۱} Fundamental



شکل (۱-۶) معرفی درجات آزادی فرمیونی در نمایش پایه و الحاقی با استفاده از شامه‌ها

می‌توان مدلی از فلز پیشنهاد داد که این چگالی متناهی میدان‌های ابر چندتایی (باریونی) رفتاری شبیه به چگالی متناهی الکترون (حامل‌های بار) در فلز دارند. بنابراین چگالی بار ثابت ρ $U(1)_B$ داریم که به طور یکنواخت در تمام فضا توزیع شده است.

با معرفی میدان خارجی غیر دینامیکی جفت شده با باریون‌ها، انتظار داریم حامل‌های بار در جهت میدان اعمال شده حرکت کنند. با توجه به مقاومت محیط، در نظریه ابرتقارن $N = 4$ یانگ - میلز، حامل‌های بار شتاب نخواهند گرفت و به حالت پایدار می‌رسند.

اگر میدان E در جهت x باشد انتظار می‌رود یک جریان غیر صفر ثابت J_x داشته باشیم که می‌توان رسانندگی را به وسیله $J_x = \sigma E$ تعریف کرد. [۱۱][۱۲][۱۳] می‌توان نشان داد که رسانندگی در حد جرم‌های سنگین مطابق با رابطه رسانندگی مدل درود^{۱۲} است.

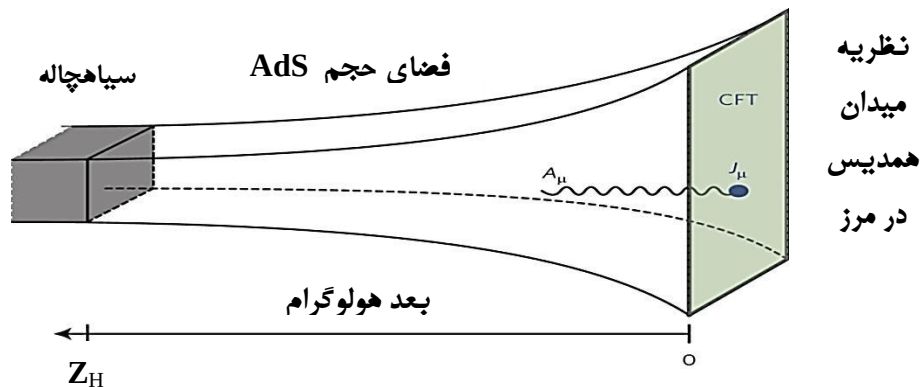
با اضافه کردن میدان B می‌توان به روابط رسانندگی اهمی و هال رسید. در حد جرم‌های بزرگ جایی که

^{۱۲} Drude model

انتظار می‌رود توصیف خوبی از شبه ذرات داشته باشیم، نیروی کششی^{۱۳} بر حامل‌های بار را می‌توان محاسبه کرد.

در نظریه میدان، چگالی ρ ، میدانهای خارجی E و B و در نتیجه جریان‌های القایی J_x و J_y را داریم. مؤلفه‌های میدان پیمانه‌ای جهان حجم القایی، علاوه بر $A_t(z)$ و $A_z = 0$ به صورت $A_x(z,t) = -Et + f_x(z)$ و $A_y(z,x) = Bx + f_y(z)$ خواهد بود.

بر همین اساس A_μ دوگان می‌باشد که در شکل (۷-۱) نشان داده شده است.



شکل (۷-۱) تصویر دوگان میدان پیمانه‌ای روی مرز

در این شکل میدان پیمانه‌ای A_μ در فضای حجم اعمال شده و باعث می‌شود در نظریه میدان همدیس که در مرز قرار دارد J_μ را به عنوان منبع در نظر بگیریم. فضای حجم در امتداد بعد هولوگرام می‌باشد. تابش هاوکنینگ سیاهچاله در انتهای فضای حجم، دما را در نظریه مرز مشخص می‌کند. مرز در $Z = 0$ و سیاهچاله در $Z = Z_H$ قرار دارد.

^{۱۳} Drag force

۱.۶ بررسی ساختار $D_7 - D_3$

همان‌طور که گفتیم سیستمی شامل شامه‌های D_3 و D_7 داریم که در یک فضا - زمان ده بعدی $X_0, X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9$ قرار دارند و شامه‌های D_7 تمام ابعاد شامه D_3 را می‌پوشاند. CFT روی ابعاد X_0, X_1, X_2, X_3 یعنی شامه D_3 زندگی می‌کند و شامه‌های D_7 در فضای AdS قرار دارند. این ترکیب خاص از شامه‌ها D_7/D_3 که از گروه‌های تقارن پیمانه‌ای نتیجه می‌شود ضامن حفظ تقارن‌های مسأله است. به صورت نمادین این ساختار را چنین نمایش می‌دهیم: [۱۱]

	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9
D_3	×	×	×	×						
D_7	×	×	×	×	×	×	×	×	×	

در این ساختار شامه‌های D_7 نقش آزمون را دارند. برای مطالعه فیزیک رسانندگی بایستی از کنش آن‌ها استفاده کرد. برای بررسی شامه D_7 از کنش $DBI^{۱۴}$ استفاده می‌شود که از لحاظ تاریخی این کنش اولین بار برای توصیف میدان الکتریکی کولنی ارائه شده است.

میدان الکتریکی‌ای که قانون کولن بیان می‌کند در فاصله نزدیک به تک بار نقطه‌ای به صورت $1/r^2$ و اگر می‌شود. و اگرایی میدان الکتریکی از دید فیزیکی قابل قبول نیست و باید به گونه‌ای نظریه الکترومغناطیسی کولنی تصحیح شود.

در سال ۱۹۳۲ و ۱۹۳۴ میلادی بورن - اینفلد یک مدل غیر خطی برای الکترودینامیک ارائه دادند که

چگالی لاگرانژی آن عبارت است از: [۱۴]

$$\mathcal{L}_{BI} = \beta^2 \sqrt{\det(\delta_\nu^\mu + \beta^{-2} F_\nu^\mu)} \quad (۱-۱)$$

^{۱۴} Dirac- Born-Infeld

که β پارامتری ثابت است و نقش میدان حدی را بازی می‌کند و F_v^μ نیز تانسور شدت میدان الکترومغناطیسی می‌باشد.

در نظریه بورن - اینفلد خود انرژی یک بار نقطه‌ای متناهی است و تصحیحی بر نظریه ماکسول با چگالی لاگرانژی زیر می‌باشد:

$$\mathcal{L} = F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

چگالی لاگرانژی $\mathcal{L}_{BI}$ را در چهار بعد می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\mathcal{L}_{BI} = \beta^2 \left(1 - \sqrt{1 + \frac{1}{2\beta^2} (B^2 - E^2)} - \frac{1}{16\beta^4} (E \cdot B)^2 \right) \quad (۲ - ۱)$$

که در آن E و B میدانهای الکتریکی و مغناطیسی هستند.

کنش بورن - اینفلد هم‌چنین دارای خصوصیت‌های زیبای دیگر از جمله خاصیت‌های زیر است:

(۱) در این کنش موج - ضربه وجود ندارد و از هر حالت اولیه ناتکینی که برای میدان‌ها شروع کنیم

هیچ‌گاه به حالتی نمی‌رسیم که کمیتی فیزیکی تکین شود. [۱۵]

(۲) پدیده دو شکستی در این نظریه روی نمی‌دهد. قطبش‌های مختلف نور با سرعت یکسان حرکت

می‌کنند. [۱۶]

(۳) یگانه کنشی است که برای میدان‌های ضعیف هم‌چون کنش معمولی الکترودینامیک، می‌شود به کار

برد و دو خاصیت پیش را دارا است. [۱۷]

در نظریه ریسمان در ده بعد کنش شامه‌های D_v با کنش زیر داده می‌شود: [۱۲]

$$S_{D7} = -N_f T_{D7} \int d^8 \xi \sqrt{-\det (\tilde{g}_{ab} + (2\pi\alpha') F_{ab})} \quad (۳ - ۱)$$

که T_{D_V} تنش شامه D_V ، ξ مختصات جهان حجم آن، N_f تعداد شامه D_V که در زمینه AdS_5 قرار دارند، $\tilde{g}_{ab}$ متریک القایی روی جهان حجم شامه D_V ، F_{ab} تانسور شدت میدان $U(1)$ جهان حجم، $\lambda = \alpha'^{-2}$ و a و b اندیس‌های جهان حجم هستند.

۲ فصل

DC كوكب

كوكب كوكب كوكب

۲. ۱ رابطه رسانندگی DC، اهمی و هال در مدل درود

پاسخ محیط رسانا به میدان‌های خارجی اعمال شده با تانسور رسانندگی σ_{ij} داده می‌شود:

$$J_i = \sigma_{ij} E_j$$

که i, j اندیس‌های مربوط به مؤلفه‌های x, y و E_j میدان‌های الکتریکی خارجی اعمال شده و J_i جریان‌های القایی در محیط هستند. عناصر غیرقطری σ_{ij} توسط میدان مغناطیسی B ایجاد می‌شود. هنگامی که جریان القایی بر هر دو میدان E و B عمود باشد، به عنوان اثر هال شناخته می‌شود. اگر میدان الکتریکی را در جهت x و B را در جهت z عمود بر صفحه xy انتخاب کنیم مؤلفه‌های تانسور رسانندگی عبارتند از رسانندگی اهمی σ_{xx} و رسانندگی هال σ_{xy} ، که دارای خواص زیر هستند [۹][۱۰][۱۱]:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} \quad \sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$$

قانون دوم نیوتن برای حامل‌های بار در حضور میدان‌های E و B به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} - \mu\vec{p} \quad (۲-۱)$$

که بار ذره برابر $+1$ و μ ضریب اصطکاک است. $\vec{p} = M\vec{v}$ اندازه حرکت ذره به جرم M می‌باشد. همچنین برای سرعت آن رابطه $\vec{v} = \frac{\vec{J}}{\rho}$ را در نظر می‌گیریم. در حالت پایدار $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0$ برقرار می‌باشد، در نتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \vec{E} + \frac{\vec{J}}{\rho} \times \vec{B} &= \mu M \frac{\vec{J}}{\rho} \quad \Rightarrow \quad E_x \hat{i} + \frac{1}{\rho} (J_y B \hat{i} - J_x B \hat{j}) \\ &= \frac{\mu M}{\rho} (J_x \hat{i} + J_y \hat{j}) \end{aligned}$$

که منجر به :

$$E_x + \frac{J_y}{\rho} B = \mu M \frac{J_x}{\rho} \quad -\frac{J_x}{\rho} B = \mu M \frac{J_y}{\rho}$$

می‌شود. با توجه به $J_x = \sigma_{xx} E_x$ و $J_y = \sigma_{yx} E_x$ ، رسانندگی اهمی و هال به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\sigma_{xx} = \frac{\sigma_0}{\left(\frac{B}{\mu M}\right)^2 + 1} \quad \sigma_{xy} = \frac{\sigma_0 \left(\frac{B}{\mu M}\right)}{\left(\frac{B}{\mu M}\right)^2 + 1} \quad (2-2)$$

σ رسانندگی DC در حالت $B = 0$ می‌باشد و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\mu p = E \quad \rightarrow \quad \mu M \frac{J}{\rho} = E \quad \rightarrow \quad \sigma_0 = \frac{\rho}{\mu M} \quad (2-3)$$

که همان شکل رسانندگی DC مدل درود در فلزات، برای الکترون‌ها است.

در مدل درود رسانای الکتریکی به عنوان کریستال یونی مورد توجه قرار می‌گیرد که در آن الکترون‌ها آزادانه می‌توانند حرکت کنند. بدین ترتیب علت رسانایی نیز، الکترون‌هایی هستند که گاز الکترونی را می‌سازند.

بر اثر اعمال میدان الکتریکی، الکترون‌ها دارای سرعت v می‌شوند در نتیجه چگالی جریان J را خواهیم داشت:

$$v = -\frac{eE\tau}{m} \quad \rightarrow \quad J = -nev = \frac{ne^2\tau E}{m}$$

$$\sigma_{DC} = \frac{ne^2\tau}{m} \quad \rightarrow \quad \sigma_{DC} = \frac{\rho}{\mu m}$$

ρ چگالی بار، m جرم و τ زمان متوسط بین برخوردهای الکترونی است. [۱۸]

۲.۲ محاسبه کنش شامه آزمون در نظریه ریسمان

متریک شوارتزشیلد در مختصات پوانکاره با فرض اینکه شعاع فضای AdS یک باشد، به صورت: [۱۹]

$$ds^2 = g_{tt}dt^2 + g_{uu}du^2 + g_{xx}d\vec{x}^2 + d\Omega_5^2 \quad (۲-۴)$$

که t مختصه زمان، u بعد هولوگرام و x مختصات فضایی هستند. مؤلفه‌های متریک عبارتند از:

$$g_{tt} = -u^2 \left(1 - \frac{u_0^4}{u^4}\right), \quad g_{xx} = u^2, \quad g_{uu} = u^{-2} \left(1 - \frac{u_0^4}{u^4}\right)^{-1}$$

افق سیاهچاله شوارتزشیلد در $u = u_0$ بوده و دمای هاوکینگ با رابطه زیر داده می‌شود:

$$T_H = \frac{u_0}{\pi}$$

برای این که متریک $AdS_5 \times S^1$ به همان صورتی باشد که در مرجع [۱۱][۱۲] آمده از تبدیل:

$$u = \frac{1}{z} \left(1 + \frac{z^4}{z_H^4}\right)^{\frac{1}{2}}$$

استفاده کرده و در نهایت متریک به صورت زیر به دست می‌آید:

$$ds^2 = \frac{dz^2}{z^2} - \frac{1}{z^2} \frac{\left(1 - \frac{z^4}{z_H^4}\right)^2}{1 + \frac{z^4}{z_H^4}} dt^2 + \frac{1}{z^2} \left(1 + \frac{z^4}{z_H^4}\right) d\vec{x}^2 + d\Omega_5^2 \quad (۲-۵)$$

که اینجا z بُعد هولوگرام می‌باشد. مرز در $z = 0$ و افق سیاهچاله در $z = z_H$ قرار دارد و $T_H = \frac{\pi}{\sqrt{2} z_H}$

است. متریک S^1 نیز به صورت:

$$d\Omega_5^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\psi^2 + \cos^2\theta d\Omega_3^2 \quad (۲-۶)$$

$d\Omega_3^2$ متریک استاندارد برای S^3 بوده و θ از صفر تا $\frac{\pi}{2}$ تغییر می‌کند و $S^3 \subset S^4$.

شامه D_V با کنش DBI که با رابطه (۱ - ۳) داده شده است شناخته می‌شود. متریک القایی بر روی

جهان حجم شامه D_V نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{g}_{ab} = \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu G_{\mu\nu}$$

$G_{\mu\nu}$ متریک فضا - زمان هدف می‌باشد که قطری است، و μ, ν اندیس‌های مختصات فضا - زمانی هستند.

مختصات فضا - زمان هدف به صورت:

$$X^\mu = (t, x_i, z, S^5) \quad \mu, \nu = t, x_i, z, S^5$$

می‌باشد. همان‌طور که در بخش (۱ - ۲) بیان شد مختصات جهان حجم توسط X^μ به فضا - زمان هدف نگاشت داده می‌شود.

هم‌چنین با توجه به پیمانه انتخابی، a و b اندیس‌های مختصات جهان حجم شامه D_V ، نیز به صورت:

$$a, b = t, x_i, z, S^3$$

میدان‌های پیمانه‌ای در نبود میدان مغناطیسی دارای مؤلفه‌های $A_t(z)$ و $A_x(z, t)$ می‌باشند با توجه به

تعریف تانسور شدت میدان F^{ab} :

$$F^{ab} = \partial^a A^b - \partial^b A^a$$

مؤلفه‌های زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} F^{tx} &= \dot{A}_x & F^{tz} &= -\dot{A}_t & F^{xt} &= -\dot{A}_x \\ F^{xz} &= -\dot{A}_x & F^{zt} &= \dot{A}_t & F^{zx} &= \dot{A}_x \end{aligned}$$

بقیه جملات نیز صفر می‌شوند.

اکنون با توجه به رابطه کنش شامه D_V (۱ - ۳)، ماتریس $\tilde{g}_{ab} + F_{ab}$ را به دست می‌آوریم که یک

ماتریس 8×8 می‌باشد چرا که تعداد مؤلفه‌های مختصات جهان حجم شامه D_V ، هشت می‌باشد:

$$\tilde{g}_{ab} + F_{ab} = \begin{bmatrix} |g_{tt}| & \dot{A}_x & 0 & 0 & -\dot{A}_t & 0 & 0 & 0 \\ -\dot{A}_x & g_{xx} & 0 & 0 & -\dot{A}'_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{xx} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_{xx} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dot{A}_t & \dot{A}_x & 0 & 0 & g_{zz} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{ss} \end{bmatrix}$$

همچنین از رابطه (۲ - ۶) داریم:

$$g_{ss} = \cos^2 \theta$$

با توجه به کنش DBI بایستی دترمینان ماتریس فوق را محاسبه کرد. اگر هر عضو ماتریس فوق را با a_{ij}

نشان دهیم، دترمینان ماتریس فوق از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$D_n = \sum_{ij...} \varepsilon_{ij...} a_{1i} a_{2j} ... = a_{11} a_{22} a_{33} a_{44} a_{55} a_{66} a_{77} a_{88} - a_{12} a_{21} a_{33} a_{44} a_{55} a_{66} a_{77} a_{88} \\ - a_{15} a_{22} a_{33} a_{44} a_{51} a_{66} a_{77} a_{88} - a_{11} a_{25} a_{33} a_{44} a_{52} a_{66} a_{77} a_{88}$$

بنابراین:

$$\det(\tilde{g}_{ab} + F_{ab}) = |g_{tt}| g_{xx}^3 g_{zz} \cos^6 \theta + \dot{A}_x^2 g_{xx}^2 g_{zz} \cos^6 \theta + \dot{A}_t^2 g_{xx}^3 \cos^6 \theta \\ + |g_{tt}| \dot{A}_x^2 g_{xx}^2 \cos^6 \theta$$

در نتیجه کنش شامه D_v به صورت:

$$S_{D7} = -\mathcal{N} \int dz dt \cos^3 \theta g_{xx} \sqrt{|g_{tt}| g_{xx} g_{zz} - (2\pi\alpha')^2 (g_{xx} \dot{A}_t^2 + g_{zz} \dot{A}_x^2 - |g_{tt}| \dot{A}_x^2)} \quad (۷ - ۲)$$

می‌شود که $\mathcal{N}$ حاصلضرب تعداد N_f شامه D_v در تنش آن‌ها است [۱۲]:

$$\mathcal{N} = N_f T_{D7} (2\pi^2) = \frac{\lambda}{(2\pi)^4} N_f N_c$$

حال میدان پیمانه‌ای در جهت x را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم:

$$A_x(z, t) = -Et + h(z)$$

با توجه به تعریف کنش:

$$S = \int \mathcal{L} dz dt$$

رابطه چگالی لاگرانژی به صورت زیر خواهد بود:

$$\mathcal{L} = -\mathcal{N} \cos^3 \theta g_{xx} \sqrt{|g_{tt}| g_{xx} g_{zz} - (2\pi\alpha')^2 (g_{xx} \dot{A}_t^2 + g_{zz} \dot{A}_x^2 - |g_{tt}| \dot{A}_x^2)} \quad (۸ - ۲)$$

معادلات حرکت میدان از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{A}_t} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_t} = 0 \quad \frac{d}{dz} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{A}_x} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_x} = 0$$

با توجه به این که چگالی لاگرانژی وابسته به میدان‌های A_x و A_t نمی‌باشد، کمیت‌های $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{A}_x}$ و $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{A}_t}$

ثابت‌های حرکت می‌باشند که آن‌ها را به ترتیب D و B می‌نامیم :

$$-\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{A}_t} = \cos^3 \theta g_{xx} \frac{-\mathcal{N} (2\pi\alpha')^2 g_{xx} \dot{A}_t(z)}{\sqrt{|g_{tt}| g_{xx} g_{zz} - (2\pi\alpha')^2 (g_{xx} \dot{A}_t^2 + g_{zz} \dot{A}_x^2 - |g_{tt}| \dot{A}_x^2)}} \equiv D \quad (۹ - ۲)$$

$$-\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{A}_x} = \cos^3 \theta g_{xx} \frac{\mathcal{N} (2\pi\alpha')^2 |g_{tt}| \dot{h}(z)}{\sqrt{|g_{tt}| g_{xx} g_{zz} - (2\pi\alpha')^2 (g_{xx} \dot{A}_t^2 + g_{zz} \dot{A}_x^2 - |g_{tt}| \dot{A}_x^2)}} \equiv B \quad (۱۰ - ۲)$$

مشاهده می‌شود:

$$D |g_{tt}| \dot{h}(z) = -B g_{xx} \dot{A}_t(z) \quad (۱۱ - ۲)$$

بر اساس محاسبات جبری زیر پارامترهای میدان‌های پیمانه‌ای جهان حجم القایی حذف می‌شوند:

$$D^2 = \cos^6 \theta g_{xx}^2 \frac{\mathcal{N}^2 (2\pi\acute{\alpha})^4 g_{xx}^2 \acute{A}_t^2}{|g_{tt}|g_{xx}g_{zz} - (2\pi\acute{\alpha})^2 (g_{xx}\acute{A}_t^2 + g_{zz}\acute{A}_x^2 - |g_{tt}|\acute{A}_x^2)}$$

$$g_{xx}\acute{A}_t^2 = D^2 \left[\frac{|g_{tt}|g_{xx}g_{zz} - (2\pi\acute{\alpha})^2 (g_{xx}\acute{A}_t^2 + g_{zz}\acute{A}_x^2 - |g_{tt}|\acute{A}_x^2)}{\mathcal{N}^2 (2\pi\acute{\alpha})^4 \cos^6 \theta g_{xx}^3} \right] \Rightarrow$$

$$[D^2 + \mathcal{N}^2 (2\pi\acute{\alpha})^2 \cos^6 \theta g_{xx}^3] g_{xx} \acute{A}_t^2 =$$

$$= \frac{1}{(2\pi\acute{\alpha})^2} |g_{tt}| D^2 \left[g_{zz} g_{xx} - \frac{g_{zz} E^2 (2\pi\acute{\alpha})^2}{|g_{tt}|} + \acute{h}^2 (2\pi\acute{\alpha})^2 \right]$$

و با توجه به رابطه (۲ - ۱۱):

$$\acute{h}^2 = \frac{B^2}{D^2} \frac{g_{xx}^2}{g_{tt}^2} \acute{A}_t^2$$

که در نتیجه:

$$[D^2 |g_{tt}| + \mathcal{N}^2 (2\pi\acute{\alpha})^2 \cos^6 \theta g_{xx}^3 |g_{tt}| - B^2 g_{xx}] g_{xx} \acute{A}_t^2 =$$

$$= \frac{1}{(2\pi\acute{\alpha})^2} |g_{tt}| D^2 (g_{zz} g_{xx} |g_{tt}| - g_{zz} E^2 (2\pi\acute{\alpha})^2)$$

و در نهایت به رابطه زیر می‌رسیم:

$$g_{xx} \acute{A}_t^2 = \frac{1}{(2\pi\acute{\alpha})^2} |g_{tt}| D^2 \frac{g_{zz} (g_{xx} |g_{tt}| - E^2 (2\pi\acute{\alpha})^2)}{\mathcal{N}^2 (2\pi\acute{\alpha})^2 \cos^6 \theta g_{xx}^3 |g_{tt}| + D^2 |g_{tt}| - B^2 g_{xx}} \quad (۲ - ۱۲)$$

به همین ترتیب:

$$|g_{tt}| \acute{h}^2 = \frac{1}{(2\pi\acute{\alpha})^2} g_{xx} B^2 \frac{g_{zz} (g_{xx} |g_{tt}| - E^2 (2\pi\acute{\alpha})^2)}{\mathcal{N}^2 (2\pi\acute{\alpha})^2 \cos^6 \theta g_{xx}^3 |g_{tt}| + D^2 |g_{tt}| - B^2 g_{xx}} \quad (۲ - ۱۳)$$

با جایگذاری روابط (۲ - ۱۲) و (۲ - ۱۳) در (۲ - ۷): (عبارت زیر رادیکال)

$$g_{zz}g_{xx}|g_{tt}|\left[1 + \frac{-D^2|g_{tt}| - E^2\mathcal{N}^2(2\pi\acute{\alpha})^4\cos^6\theta g_{xx}^2|g_{tt}| + B^2g_{xx}}{\mathcal{N}^2(2\pi\acute{\alpha})^2\cos^6\theta g_{xx}^3|g_{tt}| + D^2|g_{tt}| - B^2g_{xx}}\right] \Rightarrow$$

$$g_{zz}g_{xx}|g_{tt}| = \text{عبارت زیر رادیکال} \frac{E^2\cos^6\theta(-(2\pi\acute{\alpha})^2 + g_{xx}|g_{tt}|)}{\left[g_{xx}^3|g_{tt}|\cos^6\theta + \frac{D^2|g_{tt}| - B^2g_{xx}}{\mathcal{N}^2(2\pi\acute{\alpha})^2}\right]}$$

در نهایت کنش شامه D_V بر حسب D , B و E که کمیت‌های ثابت می‌باشند، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S_{D7} = -\mathcal{N} \int dz dt \cos^6\theta g_{xx}^{5/2} |g_{tt}|^{1/2} \sqrt{\frac{g_{zz}(g_{xx}|g_{tt}| - (2\pi\acute{\alpha})^2 E^2)}{g_{xx}^3|g_{tt}|\cos^6\theta(z) + \frac{D^2|g_{tt}| - B^2g_{xx}}{\mathcal{N}^2(2\pi\acute{\alpha})^2}}} \quad (۲-۱۴)$$

این نتیجه بسیار مهم است و کنش را بر حسب ثابت‌های حرکت D , B , E و مؤلفه‌های متریک زمینه می‌دهد. تبدیل لژاندر کنش فوق در پیوست الف محاسبه شده است.

۳.۲ محاسبه رسانندگی DC با استفاده از نظریه ریمان

ابتدا به تحلیل کنش شامه D_V در رابطه (۲-۱۴) می‌پردازیم. در این رابطه محدوده انتگرال‌گیری نسبت به Z از $Z = 0$ (مرز) تا $Z = Z_H$ (افق) می‌باشد. در نزدیک افق $0 \rightarrow |g_{tt}|$ (ضریب dt^2 در رابطه (۲-۵))، بنابراین صورت و مخرج زیر رادیکال در رابطه (۲-۱۴) منفی هستند.

در مرز، صورت و مخرج هر دو مثبت هستند. تنها راهی که S_{D_V} در محدوده Z حقیقی باقی بماند این است که در یک مقدار $Z = Z^*$ صورت و مخرج تغییر علامت دهند. پس می‌توان نتیجه گرفت که صورت و مخرج می‌بایستی در یک نقطه صفر شوند. ریشه عبارت صورت را Z^* می‌نامیم که با حل معادله زیر به دست می‌آید:

$$g_{xx}|g_{tt}| - (2\pi\acute{\alpha})^2 E^2 = 0 \quad (۲-۱۵)$$

عبارت مخرج هم باید در همین نقطه صفر شود:

$$g_{xx}^3 |g_{tt}| \cos^6 \theta(z_*) + \frac{D^2 |g_{tt}| - B^2 g_{xx}}{\mathcal{N}^2 (2\pi\alpha')^2} = 0 \quad (۱۶ - ۲)$$

رابطه‌های فوق کاملاً کلی هستند و در مورد متریک‌های زمینه مختلف می‌توان آن‌ها را تحلیل کرد. با در نظر گرفتن متریک فضا - زمان AdS (رابطه (۲ - ۵)) و با حل معادله اول و جایگذاری مقادیر مؤلفه‌های متریک برحسب z_* در آن داریم:

$$\frac{1}{z_*^4} \left(1 - \frac{z_*^4}{z_H^4}\right)^2 - (2\pi\alpha')^2 E^2 = 0$$

که به معادلات زیر می‌رسیم:

$$\frac{1}{z_*^2} \left(1 - \frac{z_*^4}{z_H^4}\right) + (2\pi\alpha') E = 0 \quad \text{غ ق ق}$$

$$\frac{1}{z_*^2} \left(1 - \frac{z_*^4}{z_H^4}\right) + (2\pi\alpha') E = 0$$

با جایگذاری پارامترهای زیر از تناظر AdS/CFT :

$$z_H^{-1} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} T \quad \alpha'^{-2} = \lambda$$

و از حل معادله فوق، z_* قابل قبول به صورت زیر به دست می‌آید:

$$z_*^2 = -\frac{\pi E}{\sqrt{\lambda}} \left(\frac{\sqrt{2}}{\pi T}\right)^4 + \left(\frac{\sqrt{2}}{\pi T}\right)^2 \sqrt{\frac{\pi^2 E^2}{\lambda} \left(\frac{\sqrt{2}}{\pi T}\right)^4 + 1} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\pi T}\right)^2 \left[\sqrt{\frac{E^2}{\frac{\pi^2}{4} \lambda T^4} + 1} - \frac{E}{\frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2} \right]$$

بعد از ساده سازی داریم:

$$z_*^2 = z_H^2 \left(\sqrt{e^2 + 1} - e \right) \quad (۱۷ - ۲)$$

که:

$$e = \frac{E}{\frac{\pi}{2}\sqrt{\lambda}T^2}$$

بایستی $g_{xx}(z_*)$ را بر حسب کمیت‌های نظریه میدان به دست آورد:

$$g_{xx}(z_*) = \frac{1}{z_*^2} \left(1 + \frac{z_*^4}{z_H^4} \right) = \frac{1}{z_H^2} \left(\frac{1}{\sqrt{e^2 + 1} - e} + \frac{\sqrt{e^2 + 1} - e}{1} \right)$$

با ساده کردن رابطه فوق به رابطه زیر می‌رسیم:

$$g_{xx}(z_*) = \pi^2 T^2 \sqrt{e^2 + 1} \quad (۲ - ۱۸)$$

با استفاده از معادلات (۲ - ۱۵) و (۲ - ۱۶)، B بر حسب D و E به دست می‌آید:

$$B^2 = \mathcal{N}^2 (2\pi\alpha')^2 g_{xx}^2 |g_{tt}| \cos^6 \theta + \frac{|g_{tt}|}{g_{xx}} D^2$$

از طرفی:

$$\mathcal{N} (2\pi\alpha')^2 = \frac{N_f N_c}{(2\pi)^2} \quad \frac{|g_{tt}|}{g_{xx}} = \frac{(2\pi\alpha')^2 E^2}{\pi^4 T^4 (e + 1)}$$

که به رابطه زیر می‌رسیم:

$$B^2 = \frac{N_f^2 N_c^2 T^2}{16\pi^2} E^2 \sqrt{e^2 + 1} \cos^6 \theta + \frac{4}{\pi^2 \lambda T^4} \frac{E^2 D^2}{e^2 + 1} \quad (۲ - ۱۹)$$

برای محاسبه رسانندگی، حالت نبود میدان مغناطیسی را در نظر گرفته‌ایم. در نظریه میدان، چگالی بار الکتریکی ρ ، میدان خارجی E و در نتیجه چگالی جریان القایی J_x را داریم. با توجه به فرهنگ لغت AdS/CFT [۱۲] و آنچه که قبلاً بیان کردیم، داریم:

$$\rho = D \quad J_x = B \quad J_x = \sigma E \quad (۲ - ۲۰)$$

در نتیجه σ همان رسانندگی اهمی مورد نظر ما می باشد:

$$\sigma = \frac{J_x}{E} = \frac{B}{E}$$

با جایگذاری B از رابطه (۲ - ۱۹) داریم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{N_f^2 N_c^2 T^2}{16\pi^2} \sqrt{e^2 + 1} \cos^6 \theta(z_*) + \frac{d^2}{e^2 + 1}} \quad (2 - 21)$$

که:

$$d = \frac{\rho}{\frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2}$$

به این ترتیب رابطه رسانندگی σ به دست می آید. رابطه رسانندگی (۲ - ۲۱) دارای دو جمله اصلی است:

جمله اول) رسانندگی ناشی از جفت حامل های بار است که توسط نوسان های دمایی پدید می آیند.

جمله دوم) رسانندگی ناشی از سهم حامل های بارهای الکتریکی است.

۲. ۴. تعمیم روابط و محاسبه رسانندگی در حضور میدان مغناطیسی

در حالتی که میدان مغناطیسی داشته باشیم، در نظریه میدان چگالی بار الکتریکی ρ ، میدان های خارجی E و B و در نتیجه جریان های القایی J_x و J_y را داریم. بنابراین مؤلفه های میدان پیمانه ای جهان حجم القایی، علاوه بر $A_t(z)$ و $A_z = 0$ به صورت زیر خواهد بود:

$$A_x(z, t) = -Et + f_x(z) \quad A_y(z, x) = Bx + f_y(z) \quad (2 - 22)$$

بر همین اساس:

$$F^{xy} = B \quad F^{tx} = E$$

با بررسی کنش DBI و جایگذاری‌های (۲ - ۲۲) برای محاسبه آن می‌توان روابط رسانندگی اهمی σ_{xx} و σ_{xy} را به طریق مشابه به دست آورد. در این جا از ذکر جزئیات خودداری شده و فقط نتیجه نهایی محاسبه [۱۱][۱۹] را می‌آوریم:

$$\sigma_{xx} = \sqrt{\frac{N_f^2 N_c^2 T^2}{16\pi^2} \frac{\mathcal{F}^{3/2}}{b^2 + \mathcal{F}} \cos^6 \theta(z_*) + \frac{d^2 \mathcal{F}}{(b^2 + \mathcal{F})^2}} \quad \sigma_{xy} = \frac{db}{b^2 + \mathcal{F}} \quad (23-2)$$

که:

$$d = \frac{\rho}{\frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2} \quad b = \frac{B}{\frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2} \quad e = \frac{E}{\frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2} \quad (24-2)$$

$$\mathcal{F}(e, b) = \frac{1}{2} \left(1 + e^2 - b^2 + \sqrt{(e^2 - b^2)^2 + 2(e^2 + b^2) + 1} \right) \quad (25-2)$$

جرم حامل‌های بار ارتباط مستقیم با $\cos \theta$ دارد [۱۱][۱۲]. اگر حامل‌های بار خیلی سنگین باشند

$\cos \theta \approx 0$ است. در حضور میدان ضعیف و با قرار دادن $e = 0$ ، داریم:

$$\sigma_{xx} = \frac{d}{b^2 + 1} \quad \sigma_{xy} = \frac{db}{b^2 + 1} \quad (26-2)$$

۱.۴.۲ حالت خاص؛ $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ و جرم سنگین حامل‌ها

در حالتی که میدان مغناطیسی صفر باشد همچنین در حد جرم‌های سنگین رابطه رسانندگی ساده‌تر

می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{d^2}{e^2 + 1}} \quad (27-2)$$

و در حد e کوچک (میدان ضعیف) به نتیجه زیر می‌رسیم :

$$\sigma = d = \frac{\rho}{\frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2} \quad (2-28)$$

۵.۲ بررسی ارتباط با نیروی کششی وارد بر ذره

وضعیت ساده‌ای را در نظر می‌گیریم که میدان مغناطیسی صفر باشد. ذره سنگینی به جرم M را در نظر می‌گیریم که در محیط با سرعت ثابت v حرکت می‌کند، با توجه به رابطه $(2-1)$ قانون دوم نیوتن به صورت $\mu p = E$ (نیروی کششی) باید برقرار باشد. با استفاده از رابطه‌ای نسبیتی بین جرم و اندازه حرکت:

$$\mu M \frac{v}{\sqrt{1-v^2}} = E \quad (2-29)$$

که M جرم جنبشی و μ ضریب اصطکاک می‌باشد، برای محاسبه μM لازم است، v را از معادله فوق به دست آوریم.

درحد جرم‌های سنگین تولید زوج نداریم، پس می‌توان چگالی جریان را به صورت $J_x = \rho v$ به چگالی حامل‌های بار و سرعت آن‌ها نسبت داد، از طرفی $J_x = \sigma E$ بنابراین:

$$v = \frac{\sigma E}{\rho} \quad (2-30)$$

از رابطه‌های فوق و $(2-27)$ داریم :

$$v = \frac{d}{\sqrt{e^2 + 1}} \frac{E}{\rho} = \frac{e}{\sqrt{e^2 + 1}} \rightarrow \frac{v}{\sqrt{1-v^2}} = e \quad (2-31)$$

که به سادگی از $(2-24)$ و $(2-29)$ می‌توان دریافت که :

$$\mu M = \frac{E}{e} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2 \quad (۳۲ - ۲)$$

هم‌چنین نیروی کششی در وضعیت $B \neq 0$ با توجه به محاسبات [۱۱] نیز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mu |\vec{p}| = \frac{1}{2\pi\alpha} g_{xx} v \quad (۳۳ - ۲)$$

که با استفاده از رابطه نسبیتی بین جرم و اندازه حرکت می‌توان رابطه زیر را نتیجه گرفت:

$$\mu M = \frac{1}{2\pi\alpha} \sqrt{g_{xx}^2 - |g_{tt}| g_{xx}} = \frac{1}{\pi\alpha} z_H^{-2} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2 \quad (۳۴ - ۲)$$

۶.۲ نتیجه محاسبات

با قرار دادن $\mu M = \frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2$ در روابط (۲۶ - ۲) و (۲۸ - ۲) که از نظریه ریسمان به دست آمده‌اند

دقیقاً به روابط (۲ - ۲) و (۳ - ۲) در مدل درود، می‌رسیم.

بنابراین دریافتیم این مدل، در یک میدان ضعیف و در حد جرم‌های سنگین رفتاری بسیار شبیه به مدل

درود در فلزات دارد. این تشابه نشان می‌دهد که اثرات غیر خطی در e را در شکل‌های رفتار شبه نسبیتی

شبه ذرات ذکر شده در معادله (۲۹ - ۲) می‌توان بیان کرد.

فصل ۳

کاربرد مباحث هندسه در فیزیک
۱. مباحث هندسه در فیزیک
۲. مباحث هندسه در فیزیک

۳. ۱ رسانندگی فلزات شگفت

یکی از جدی‌ترین مشکلات در تحقیق‌های فیزیک ماده چگال این سیستم‌ها این است که نمی‌توان برای توصیف و مطالعه آن‌ها از پارامترهای نظم و شبه ذرات به روش معمول استفاده کرد. چرا که چنین به نظر می‌رسد که به دلیل همبستگی قوی سیستم، چنین شبه ذراتی اصلاً به وجود نمی‌آیند. وقتی که با یک تقارن شکسته سروکار داریم پارامتر نظم نیز به همان ویژگی‌های تقارن شکسته شده می‌پردازد و بر اساس معادله‌های مؤثر کلاسیکی داده می‌شود. در این صورت برای حالت‌های با برانگیختگی‌های شبه ذره‌ای با طول عمر زیاد معادله‌های تراپردی کوانتومی با معادلات "کلدیش" داده می‌شود. اما تعدادی از سیستم‌های الکترونی همبسته قوی از این دستورالعمل پیروی نمی‌کنند. چنین سیستم‌هایی شامل فلزات شگفت می‌شوند که در سال‌های اخیر مطالعه شده‌اند. [۲۰][۲۱]

به عنوان مثالی از نتایج متفاوت تجربی می‌توان به رفتار متفاوتی از ماده $Y_{1-x}U_xPd_3$ اشاره کرد که بر خلاف پیشگویی‌هاست. این رفتار شامل دو ویژگی اصلی است :

ویژگی اول) مقاومت الکتریکی اهمی در دماهای پایین نسبت به تغییرات دما خطی است.

ویژگی دوم) معکوس زاویه هال متناسب با مربع دما تغییر می‌کند.

این رفتارهای متفاوت با فلزات معمول موجب شده است این دسته از مواد فلزات شگفت نامیده شوند.

از $Tl_2Ba_2CuO_{6+\delta}$ و $Yb_{a_2}Cu_{2-x}Zn_xO_{7-\delta}$ نیز می‌توان به عنوان نمونه‌هایی از فلزات شگفت نام برد. برای

این موارد باید از روش مطالعه کوانتومی بحرانی استفاده کرد. [۱۳][۲۰]

۳. ۲ چرا برای مطالعه فلزات شگفت از AdS/CFT استفاده می‌کنیم؟

سؤال بسیار مهمی در مورد ضرورت استفاده از این دوگانی در ماده چگال وجود دارد. چرا که فیزیک

ماده چگال از مرتبه انرژی الکترون ولت است در حالی که کاربرد این دوگانی در انرژی‌های بالا مثلاً در

فیزیک پلاسمای کوارک گلوئون مطالعه شده است. دلایل مختلفی برای کاربرد در ماده چگال را می‌توان برشمرد:

- (۱) دوگانی AdS/CFT روش بسیار مؤثری برای مطالعه نظریه میدان در ثابت جفت شدگی قوی است به همین دلیل می‌توان نتایج را به طور تحلیلی دنبال نمود. از طرفی چنین سیستم‌هایی در ماده چگال را می‌توان در آزمایشگاه‌ها مطالعه کرد و نتایج نظری را به دقت آزمود. در مورد سیستم‌های الکترونی همبسته قوی نمی‌توان از روش‌های معمول مثل شکست تقارن یا برهم‌کنش ضعیف شبه ذرات بهره برد.
- (۲) ماده چگال را می‌توان آزمایشگاهی دانست که می‌توان در آن نظریه‌هایی را که در فیزیک انرژی بالا پیدا می‌شوند، آزمود. معلوم نیست که آیا ابر تقارنی هست یا خیر و بایستی منتظر نتایج LHC باقی ماند و یا حتی ابعاد اضافه و سایر نکاتی که در نظریه ریسمان مطرح می‌شوند. ولی نکته جالب در ماده چگال این است که لاگرانژی‌ها و هامیلتونی‌های مؤثر فراوانی در این حوزه از فیزیک وجود دارد که با کمک آن‌ها می‌توان دوگانی ریسمان - پیمانه را آزمود.
- (۳) نکته بسیار جالب توجه دیگر در مورد AdS/CFT این است که این دوگانی تقسیم بندی فیزیک بر اساس مقیاس انرژی را تغییر می‌دهد. چرا که با این دوگانی نمی‌توان پرسید که آیا گرانش کوانتومی بنیادی است یا نظریه میدان؟ اصلاً بنیادی بودن مطرح هست یا خیر؟

۳.۳ محاسبه رسانندگی متریک‌هاک ناهمسانگرد

فرض می‌کنیم که در راستای x و y و z تقارن نداریم، بنابراین مؤلفه‌های متریک پس‌زمینه در جهت x با g_{xx} و در جهت y با g_{yy} داده می‌شود:

$$ds_{d+2}^2 = -g_{tt}(r)dt^2 + g_{rr}(r)dr^2 + g_{xx}(r)dx^2 + \sum_{a=1}^{d-1} g_{ab}(r)dy^a dy^b \quad (۱-۳)$$

۲ + d تعداد ابعاد مربوط به یک بعد زمانی، بعد هولوگرام و سه بعد فضایی x و y و z می‌باشد. مثلاً برای d = ۳ داریم:

$$ds_5^2 = -g_{tt}(r)dt^2 + g_{rr}(r)dr^2 + g_{xx}(r)dx^2 + g_{yy}(r)dy^2 + g_{zz}(r)dz^2$$

بنابراین a و b اندیس‌های مختصات فضا - زمان هدف بوده و فرض بر قطری بودن $\sum_1^{d-1} g_{ab}(r)dy^a dy^b$ می‌باشد:

$$\sum_1^{d-1} g_{ab}(r)dy^a dy^b = g_{yy}(r)dy^2 + g_{zz}(r)dz^2 + \dots$$

که در اینجا بعد x را جدا کرده و سایر جهت‌ها را به این صورت مشخص کرده‌ایم. برای محاسبه رسانندگی، به همان روش بخش (۲ - ۲) عمل می‌کنیم.

یعنی برای پیدا کردن رابطه رسانندگی، همان محاسبه کنش شامه D_V لازم است و بایستی میدان پیمانه‌ای را به شکل مناسب اختیار کرد. میدان پیمانه‌ای با رابطه:

$$A_x = -(E_x t + H(r))$$

داده می‌شود. انتخاب E_x به این دلیل می‌باشد که ممکن است میدان‌های انتخاب شده در جهت‌های x و y و z با هم یکی نباشند. ما در اینجا فقط مؤلفه E_x را در نظر گرفته‌ایم. با استفاده از کنش DBI، کنش شامه D_V به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S = -\mathcal{N} \int dt dr dx d^{d-1}y \sqrt{\prod_1^{d-1} g_{yaya}} \sqrt{g_{tt}g_{rr}g_{xx} + \dot{H}^2 g_{tt} - E^2 g_{rr}} \quad (۲ - ۳)$$

مثلاً در مورد d = ۳ داریم:

$$S = -\mathcal{N} \int dt dr dx dy dz \sqrt{g_{yy} g_{zz}} \sqrt{g_{tt} g_{rr} g_{xx} + \dot{H}^2 g_{tt} - E^2 g_{rr}}$$

$\mathcal{N}$ حاصل ضرب تنش شامه در تعداد شامه‌های آزمون می‌باشد. چگالی لاگرانژی به صورت:

$$\mathcal{L} = -\mathcal{N} \sqrt{\prod_1^{d-1} g_{yaya}} \sqrt{g_{tt} g_{rr} g_{xx} + \dot{H}^2 g_{tt} - E^2 g_{rr}}$$

می‌باشد که به تابع $H(r)$ وابسته نیست، با توجه به معادله حرکت میدان:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{H}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial H} = 0$$

که می‌توان به نتیجه زیر رسید: $\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{H}} \equiv c$

$$\dot{H} = \pm c \frac{\sqrt{g_{rr} g_{tt} g_{xx} - E^2 g_{rr}}}{\sqrt{\mathcal{N}^2 (\prod_a g_{yaya}) g_{tt}^2 - c^2 g_{tt}}} \quad (3-3)$$

با جایگذاری رابطه (3-3) در رابطه (3-2) داریم:

$$S = -\mathcal{N}^2 \int dt dr dx d^{d-1} y \left(\prod_1^{d-1} g_{yaya} \right) g_{tt}^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{g_{tt} g_{rr} g_{xx} - E^2 g_{rr}}{\mathcal{N}^2 (\prod_a g_{yaya}) g_{tt} - c^2}} \quad (3-4)$$

برای حقیقی ماندن کنش فوق در محدوده r و همچنین برای مشخص شدن c که با توجه به فرهنگ

لغت AdS/CFT همان چگالی جریان، J_x می‌باشد، معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$E^2 = g_{tt}(r_*) g_{xx}(r_*) \quad (3-5)$$

$$J_x^2 = \mathcal{N}^2 \left(\prod_a g_{yaya}(r_*) \right) g_{tt}(r_*) \quad (3-6)$$

از طرفی در $r = r_*$ صورت و مخرج $\dot{H}$ تغییر علامت می‌دهند، یعنی صورت و مخرج در r_* صفر می‌شوند،
 $\dot{H} = \frac{0}{0}$ ، که ساختاری نامعین دارد.

برای به دست آوردن r_* می‌توان از تبدیل لژاندر کنش رابطه (۳ - ۲) استفاده کرد:

$$S_L = S - \int \frac{\delta S}{\delta \dot{H}} \dot{H} = - \int \sqrt{[g_{rr}g_{tt}g_{xx} - E^2g_{rr}]} \left[\mathcal{N}^2 \prod_a (g_{yaya}) - \frac{c^2}{g_{tt}} \right] \quad (۷ - ۳)$$

در حالت تعادل، انرژی سیستم به صورت $H_L = -S_L$ می‌باشد، که:

$$H_L = \int \sqrt{[g_{rr}(g_{tt}g_{xx} - E^2)]} \left[\mathcal{N}^2 \prod_a (g_{yaya}) - \frac{c^2}{g_{tt}} \right] = \int \sqrt{[A][B]} \quad (۸ - ۳)$$

که عبارت A نزدیک افق تغییر علامت داده و عبارت B مثبت می‌شود.

برای این که تبدیل لژاندر کنش و یا انرژی حقیقی باقی بماند، فرض می‌کنیم در $r = r_*$ هر دو عبارت
 تغییر علامت دهند.

از آنچه گفته شد و با توجه به معادلات (۳ - ۵) و (۳ - ۶) چگالی جریان را می‌توان به دست آورد:

$$J^x = \pm \mathcal{N} \frac{\sqrt{(\prod_a g_{yaya}(r_*))}}{\sqrt{g_{xx}(r_*)}} E \quad (۹ - ۳)$$

با انتخاب علامت مثبت، رسانندگی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma = \mathcal{N} \frac{\sqrt{(\prod_a g_{yaya}(r_*))}}{\sqrt{g_{xx}(r_*)}} \quad (۱۰ - ۳)$$

مثلاً در مورد $d = ۳$ داریم:

$$\sigma = \mathcal{N} \sqrt{\frac{g_{yy}(r_*)g_{zz}(r_*)}{g_{xx}(r_*)}}$$

با حل معادله $(3 - \Delta)$ ، Γ_* مورد نظر به دست می‌آید.

اگر تمام مؤلفه‌های فضایی متریک یکسان باشند، رابطه رسانندگی به صورت زیر خواهد شد:

$$\sigma = \mathcal{N} \sqrt{\left(\prod_1^{d-2} g_{yaya}(r_*) \right)} \quad (3 - 11)$$

یعنی در مورد $d = 3$ داریم:

$$g_{xx} = g_{yy} = g_{zz} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \mathcal{N} \sqrt{g_{xx}}$$

۱.۳.۳ در حضور میدان‌های الکتریکی چند گانه

اگر میدان الکتریکی دارای دو مؤلفه ثابت E_x و E_y باشد، پتانسیل پیمانه‌ای به صورت زیر خواهیم داشت:

$$A = -(E_x t + H(r))dx - E_y t dy$$

در نتیجه تانسور شدت میدان از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F_2 = -E_x dt \wedge dx - E_y dt \wedge dy - \dot{H}(r) dr \wedge dx \quad (3 - 12)$$

با توجه به میدان پیمانه‌ای جدید و مؤلفه‌های میدان الکتریکی، در دو راستای x و y تقارن نداریم، بنابراین ابعاد x و y را در متریک جدا می‌کنیم. در نتیجه متریک پس زمینه را می‌توان به صورت:

$$ds_{d+2}^2 = -g_{tt}(r)dt^2 + g_{rr}(r)dr^2 + g_{xx}(r)dx^2 + g_{yy}(r)dy^2 + \sum_1^{d-2} g_{ab}(r)dz^a dz^b \quad (۳-۱۳)$$

نوشت. به طریق مشابه بخش قبل، چگالی جریان به صورت:

$$J^x = \pm \mathcal{N} E_x \sqrt{\prod_1^{d-2} g_{z_a z_a}(r_*)} \sqrt{\frac{g_{yy}(r_*)}{g_{xx}(r_*)}} \quad (۳-۱۴)$$

و r_* از حل معادله زیر به دست می‌آید:

$$g_{tt}(r_*)g_{xx}(r_*) = E_x^2 + E_y^2 \frac{g_{xx}(r_*)}{g_{yy}(r_*)} \quad (۳-۱۵)$$

برای حالت $g_{xx}(r_*) = g_{yy}(r_*)$ ، با تبدیل $E^{\check{}} \rightarrow E_x^{\check{}} + E_y^{\check{}}$ ، شرایط شبیه حالتی باقی می‌ماند که در یک راستا میدان الکتریکی داشته باشیم.

۳.۳.۲ در حضور میدان الکتریکی و مغناطیسی ثابت

در این حالت متریک همانند حالت قبل است و تانسور شدت میدان به صورت زیر خواهد بود:

$$F_2 = -Edt \wedge dx + Bdx \wedge dy - \dot{H}(r)dr \wedge dx \quad (۳-۱۶)$$

با توجه به انتخاب میدان الکتریکی و مغناطیسی ثابت، چگالی جریان از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$J^x = \pm \mathcal{N} E \sqrt{\frac{(\prod_{a=1}^{d-2} g_{z_a z_a}(r_*)g_{yy}(r_*))}{g_{xx}(r_*)}} \sqrt{1 - \frac{B^2}{E^2} \frac{g_{tt}(r_*)}{g_{yy}(r_*)}} \quad (۳-۱۷)$$

عامل $\sqrt{1 - \frac{B^2 g_{tt}(r^*)}{E^2 g_{yy}(r^*)}}$ برای هر مقدار E و B وقتی که r^* نزدیک به افق باشد، حقیقی است. چرا که نزدیک به افق $\frac{g_{tt}}{g_{yy}}$ خیلی کوچک بوده و نزدیک مرز تقریباً یک می‌باشد. همچنین برای $B > E$ ، جمله دوم زیر رادیکال از یک بزرگتر خواهد بود.

۴.۳ رسانندگی در متریک لیف شیتز

تقارنی که در ناحیه‌های بحرانی سیستمهای ماده چگال پدید می‌آید نسبیتی نیست. بنابراین مقیاس فضا - زمانی یکسان رفتار نمی‌کنند. در این ناحیه‌ها تنها مقیاس، همان دمای سیستم است و تقارنهای سیستم عبارتند از:

$$\vec{x} \rightarrow \lambda \vec{x} \quad t \rightarrow \lambda^z t$$

و بعضی از کمیت‌های فیزیکی با توجه به رابطه $(z - 2)$ تحت تبدیل‌های زیر قرار می‌گیرند:

$$v \rightarrow \lambda^{1-z} v \quad E \rightarrow \lambda^{1-z} E$$

که Z توان دینامیکی نظریه است. چنین تقارنی در متریک پس زمینه $(2 - 5)$ دیده نمی‌شود. یعنی در این متریک $z = 1$ است. بررسی خواص ماده چگال با متریک لیف شیتز انجام می‌شود که در حد غیر نسبیتی $z = 2$ مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در این متریک در حالت $z \neq 1$ مرتبه تغییرات مکان و زمان مشابه نخواهند بود و به مفهوم غیر نسبیتی بودن فضا زمان منجر می‌شود. برای $z = 2$ نظریه میدان $2+1$ بعدی است که به آن نظریه میدان لیف شیتز گفته می‌شود.

برای معرفی چنین گرانشی از متریک لیف شیتز استفاده می‌شود [۲۲][۲۳]:

$$ds^2 = L^2 \left(-r^{2z} f(r) dt^2 + \frac{1}{r^2 f(r)} dr^2 + r^2 d\vec{x}_i^2 \right), \quad f(r) = 1 - \left(\frac{r_+}{r} \right)^{z+d} \quad (۱۸ - ۳)$$

به دلیل برقراری شرایط فیزیکی بایستی حتماً شرط‌های زیر برقرار باشند [۲۴]:

$$(z-1)(d+z) \geq 0 \quad d(dz-d) \geq 0$$

L شعاع فضای AdS، r بعد هولوگرام، در فصل قبل بعد هولوگرام با z نشان داده شد که $z = 1/r$

می‌باشد، d تعداد ابعاد فضایی و $r = r_+$ مربوط به افق سیاهچاله بوده و مرز در $r = \infty$ است و:

$$T_+ = \frac{(z+d)r_+^z}{4\pi} \quad (۱۹ - ۳)$$

مثلاً در مورد فیزیک با تقارن نسبیتی $z = 1$ و $d = 3$ داریم:

$$T_+ = \frac{r_+}{4\pi}$$

یا در مورد فیزیک غیر نسبیتی $z = 2$ و $d = 3$ داریم:

$$T_+ = \frac{5r_+^2}{4\pi}$$

برای به دست آوردن رابطه σ ، با استفاده از متریک لیف شیتز (رابطه $(۱۸ - ۳)$) و جایگذاری مؤلفه‌های

آن در معادله $(۳ - ۵)$ ، در حالتی که فقط دارای میدان الکتریکی با یک مؤلفه ثابت باشیم، داریم:

$$E^2 = r_*^{2(1+z)} \left[1 - \left(\frac{r_+}{r_*} \right)^{d+z} \right] \quad (۲۰ - ۳)$$

این معادله غیر خطی است و به دست آوردن جواب تحلیلی آن بسیار مشکل می‌باشد.

برای وضعیت‌های مختلف معادله را حل کرده و با جایگذاری مقدار r_+ از رابطه $(۱۹ - ۳)$ ، r_* را به دست

می‌آوریم:

حالت اول) $d = ۱$ برای هر مقدار z

$$E^2 = r_*^{2(1+z)} \left[1 - \left(\frac{\left(\frac{4\pi}{1+z} T_+ \right)^{\frac{1}{z}}}{r_*} \right)^{1+z} \right]$$

$$r_* = \left[\frac{\left(\frac{4\pi}{1+z} \right)^{\frac{(1+z)}{z}} T_+^{\frac{(1+z)}{z}} \pm \sqrt{4E^2 + \left(\frac{4\pi}{1+z} \right)^{\frac{2(1+z)}{z}} T_+^{\frac{2(1+z)}{z}}}}{2} \right]^{\frac{1}{2(1+z)}}$$

به ازاء $z = ۱$:

$$E^2 = r_*^4 \left[1 - \left(\frac{2\pi T_+}{r_*} \right)^2 \right] \quad r_* = \left[2\pi^2 T_+^2 \pm \sqrt{E^2 + 4\pi^4 T_+^4} \right]^{\frac{1}{4}}$$

و برای $z = ۲$:

$$E^2 = r_*^6 \left[1 - \left(\frac{\left(\frac{4\pi}{3} T_+ \right)^{\frac{1}{2}}}{r_*} \right)^3 \right] \quad r_* = \left[\frac{\left(\frac{4\pi}{3} \right)^{\frac{3}{2}} T_+^{\frac{3}{2}} \pm \sqrt{4E^2 + \left(\frac{4\pi}{3} \right)^3 T_+^3}}{2} \right]^{\frac{1}{6}}$$

حالت دوم) $d = z + ۲$

$$E^2 = r_*^{2(1+z)} \left[1 - \left(\frac{\left(\frac{2\pi}{1+z} T_+ \right)^{\frac{1}{z}}}{r_*} \right)^{2(1+z)} \right]$$

$$r_* = \left[E^2 + \left(\frac{2\pi}{1+z} \right)^{\frac{2(1+z)}{z}} T_+^{\frac{2(1+z)}{z}} \right]^{\frac{1}{2(1+z)}}$$

به ازاء $z = 1$:

$$E^2 = r_*^4 \left[1 - \left(\frac{\pi T_+}{r_*} \right)^4 \right] \quad r_* = \left[E^2 + \pi^4 T_+^4 \right]^{\frac{1}{4}}$$

و برای $z = 2$:

$$E^2 = r_*^6 \left[1 - \left(\frac{\left(\frac{2\pi}{3} T_+ \right)^{\frac{1}{2}}}{r_*} \right)^6 \right] \quad r_* = \left[E^2 + \left(\frac{2\pi}{3} \right)^3 T_+^3 \right]^{\frac{1}{6}}$$

حالت سوم) $d = 3z + 2$

$$E^2 = r_*^{2(1+z)} \left[1 - \left(\frac{\left(\frac{4\pi}{3(1+z)} T_+ \right)^{\frac{1}{z}}}{r_*} \right)^{3(1+z)} \right]$$

$$r_* = \left[\frac{2.3^{\frac{1}{3}} E^2 + 2^{\frac{1}{3}} \left[9 \left(\frac{4\pi}{3(1+z)} \right)^{\frac{3(1+z)}{z}} T_+^{\frac{3(1+z)}{z}} + \sqrt{81 \left(\frac{4\pi}{3(1+z)} \right)^{\frac{6(1+z)}{z}} T_+^{\frac{6(1+z)}{z}} - 12E^6} \right]^{\frac{1}{3}}}{6^{\frac{2}{3}} \left[9 \left(\frac{4\pi}{3(1+z)} \right)^{\frac{3(1+z)}{z}} T_+^{\frac{3(1+z)}{z}} + \sqrt{81 \left(\frac{4\pi}{3(1+z)} \right)^{\frac{6(1+z)}{z}} T_+^{\frac{6(1+z)}{z}} - 12E^6} \right]^{\frac{1}{3}}} \right]^{\frac{2}{3} - \frac{1}{2(1+z)}}$$

به ازاء $z = ۱$:

$$E^2 = r_*^4 \left[1 - \left(\frac{2\pi T_+}{3r_*} \right)^6 \right]$$

$$r_* = \left[\frac{2.3^{\frac{1}{3}} E^2 + 2^{\frac{1}{3}} \left[9 \left(\frac{2\pi}{3} \right)^6 T_+^6 + \sqrt{81 \left(\frac{2\pi}{3} \right)^{12} T_+^{12} - 12E^6} \right]^{\frac{2}{3}}}{6^{\frac{2}{3}} \left[9 \left(\frac{2\pi}{3} \right)^6 T_+^6 + \sqrt{81 \left(\frac{2\pi}{3} \right)^{12} T_+^{12} - 12E^6} \right]^{\frac{1}{3}}} \right]^{\frac{1}{4}}$$

و برای $z = ۲$:

$$E^2 = r_*^6 \left[1 - \left(\frac{2(\pi T_+)^{\frac{1}{2}}}{3r_*} \right)^9 \right]$$

$$r_* = \left[\frac{2.3^{\frac{1}{3}} E^2 + 2^{\frac{1}{3}} \left[9 \left(\frac{4\pi}{9} \right)^{\frac{9}{2}} T_+^{\frac{9}{2}} + \sqrt{81 \left(\frac{4\pi}{9} \right)^9 T_+^9 - 12E^6} \right]^{\frac{2}{3}}}{6^{\frac{2}{3}} \left[9 \left(\frac{4\pi}{9} \right)^{\frac{9}{2}} T_+^{\frac{9}{2}} + \sqrt{81 \left(\frac{4\pi}{9} \right)^9 T_+^9 - 12E^6} \right]^{\frac{1}{3}}} \right]^{\frac{1}{6}}$$

حالت چهارم) $d = ۳z + ۴$

$$E^2 = r_*^{2(1+z)} \left[1 - \left(\frac{\left(\frac{\pi}{(1+z)} T_+ \right)^{\frac{1}{z}}}{r_*} \right)^{4(1+z)} \right]$$

$$r_* = \left[\frac{E^2 \pm \sqrt{E^4 + 4 \left(\frac{\pi}{(1+z)} \right)^{\frac{4(1+z)}{z}} T_+^{\frac{4(1+z)}{z}}}}{2} \right]^{\frac{1}{2(1+z)}}$$

به ازاء $z = 1$:

$$E^2 = r_*^4 \left[1 - \left(\frac{\pi T_+}{2r_*} \right)^8 \right]$$

$$r_* = \left[\frac{E^2 \pm \sqrt{E^4 + 4 \left(\frac{\pi}{2} \right)^8 T_+^8}}{2} \right]^{\frac{1}{4}}$$

و برای $z = 2$:

$$E^2 = r_*^6 \left[1 - \left(\frac{\left(\frac{\pi}{3} T_+ \right)^{\frac{1}{2}}}{r_*} \right)^{12} \right]$$

$$r_* = \left[\frac{E^2 \pm \sqrt{E^4 + 4 \left(\frac{\pi}{3} \right)^6 T_+^6}}{2} \right]^{\frac{1}{6}}$$

حال با استفاده از مؤلفه‌های فضایی متریک، رابطه (۳ - ۱۸)، و جایگذاری مقادیر آن‌ها و r_* در رابطه

(۳ - ۶) می‌توان چگالی جریان را به صورت:

$$J \equiv E^{\frac{d-1+z}{1+z}} Y_1$$

نوشت، که:

$$Y_1 = \mathcal{N} \left[1 + \left(\frac{2\pi}{1+z} \right)^{\frac{2(1+z)}{z}} \left(\frac{T_+^{1+\frac{1}{z}}}{E} \right)^2 \right]^{\frac{d-2}{2(1+z)}}$$

$$Y_1 = \mathcal{N} \left[\frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \left(\frac{\pi}{(1+z)} \right)^{\frac{4(1+z)}{z}} \left(\frac{T_+^{1+\frac{1}{z}}}{E} \right)^4}}{2} \right]^{\frac{d-2}{2(1+z)}}$$

در نتیجه برای این دو مقدار و با توجه به:

$$J = \sigma E \quad \Rightarrow \quad \sigma E = E^{\frac{d-1+z}{1+z}} Y_1$$

$$\sigma = E^{\frac{d-2}{1+z}} Y_1$$

رسانندگی‌ها به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\sigma = \mathcal{N} T_+^{\frac{d-2}{z}} \left[\left(\frac{2\pi}{1+z} \right)^{\frac{2(1+z)}{z}} + \left(\frac{E}{T_+^{1+\frac{1}{z}}} \right)^2 \right]^{\frac{d-2}{2(1+z)}}$$

$$\sigma = \frac{\mathcal{N}}{2^{\frac{d-2}{2(1+z)}}} \left[E^2 \pm \sqrt{E^4 + 4 \left(\frac{\pi}{1+z} \right)^{\frac{4(1+z)}{z}} T_+^{\frac{4(1+z)}{z}}} \right]^{\frac{1}{2(1+z)}} \quad (۳-۲۱)$$

که در حد دماهای زیاد، جرم کم و میدان ضعیف، $E \ll T_+^{1+\frac{1}{z}}$ ، رسانندگی با $T_+^{\frac{d-2}{z}}$ متناسب خواهد بود.

در این حالت رسانندگی ناشی از تولید زوج می‌باشد.

۳. ۵ ارتباط با رسانندگی فلزات شگفت

در روابطی که به وسیله محاسبه کنش شامه D_V دنبال کردیم در می‌یابیم که شکل کلی رسانندگی به صورت زیر می‌باشد:

$$\sigma(E, T) = \sqrt{\sigma_0^2 + \sigma^2} \quad (۲۲ - ۳)$$

که σ_0 یک مقدار ثابت است و مربوط به رسانندگی ناشی از تولید زوج می‌باشد، مقدار آن در جرم‌های زیاد حامل‌ها، کوچک در نظر گرفته می‌شود [۲۱].

با توجه به [۲۳]، رسانندگی بر اساس محاسبات کنش در متریک لیف شیتز و در حالت $B = 0$ ، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2 = \left(\frac{2\pi\alpha}{L^2} \right)^2 r_*^{-4} \rho^2 \quad (۲۳ - ۳)$$

که Γ_* ریشه معادله زیر است:

$$r^{2z+2} f(r_*) - (2\pi\alpha)^2 E^2 = 0 \quad (۲۴ - ۳)$$

و نهایتاً با استفاده از همان شیوه بخش قبل که در مورد متریک لیف شیتز به کار رفت از (۳ - ۲۴) رسانندگی DC آشکار می‌شود:

$$\frac{1}{\sigma} \sim \frac{T^{2/z}}{\rho}$$

حال محاسبات را بر اساس معادله حرکت و با جایگذاری رابطه (۲ - ۳۳) در حد غیر نسبیتی در رابطه (۲ - ۳) و همچنین با توجه به متریک لیف شیتز (رابطه (۳ - ۱۸)):

$$g_{xx}(r_*) = L^2 r_*^2$$

انجام داده و رسانندگی را به دست می‌آوریم:

$$\sigma = \frac{2\pi\alpha}{L^2} r_*^{-2} \rho$$

یکی از نتایج حضور میدان‌های ضعیف، $\Gamma_* \sim \Gamma_+$ می‌باشد [۲۱][۲۳]، با توجه به رابطه (۳ - ۱۹) نهایتاً

می‌توان به رابطه زیر رسید:

$$\sigma \sim \frac{\rho}{T^{2/z}}$$

که با محاسبه رسانندگی بر اساس نظریه ریسمان مطابقت دارد و در حد نسبیتی $z=1$ ، با رابطه (۲ - ۲۸) کاملاً هم‌خوانی دارد. به همین شیوه رسانندگی اهمی و هال در حضور میدان مغناطیسی و الکتریکی ضعیف، در نظریه ریسمان با استفاده از این متریک به دست می‌آید [۲۱]، که در نهایت به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$\cot \theta_H = \sigma_{xx} / \sigma_{xy} \sim T^{2/z} \quad (۳ - ۲۵)$$

θ_H را زاویه هال می‌نامند. همچنین با استفاده از روابط رسانندگی هال و اهمی مدل درود (۲ - ۲) و جایگذاری رابطه (۲ - ۳۳) در حد غیر نسبیتی در آن‌ها به همان طریق قبل، رابطه (۳ - ۲۵) را نیز می‌توان به دست آورد. باید توجه داشت نتایج فوق در حضور میدان‌های ضعیف، که منجر به، $\Gamma_* \sim \Gamma_+$ می‌شود، به دست آمده است.

در مورد رفتار فلزات شگفت (مثل سیستم‌های اکسید مس) نتایج به دست آمده از مدل درود و نظریه ریسمان در حد $z=2$ برای ویژگی اول درست می‌باشد، اما شواهد آزمایشگاهی در مورد ویژگی دوم با نتایج نظریه ریسمان و مدل درود تطابق ندارد به طوری که کتانژانت زاویه هال با توان دوم دما رابطه

مستقیم دارد در صورتی که با توجه به رابطه (۳ - ۲۵) در حد $z = ۲$ با توان اول دما متناسب است که درست نیست. اما چطور می‌توان با نظریه ریسمان این مشکل را حل کرد؟

نتایج تجربی خواص سیستم‌های اکسید مس در دمای پایین را می‌توان به طور خلاصه بیان کرد:

$$\sigma^{xx} \sim \frac{1}{T} \quad \cot \theta_H = \frac{\sigma^{xx}}{\sigma^{xy}} \sim T^2 \quad \Rightarrow \quad \sigma^{xy} \sim T^{-3} \quad (۳ - ۲۶)$$

دلیل اصلی به دست نیامدن رفتار فوق از متریک لیف شیتز، تقارن در صفحه xy می‌باشد، یعنی این‌که مقیاس x و y همسانگردند. هرچند که این تقارن به وضوح در حضور E و B ثابت، شکسته می‌شود. با استفاده از روش AdS/CFT و در نظر گرفتن متریک‌های پس زمینه مختلف می‌توان نشان داد که نتایج (۳ - ۲۶) فقط در موارد زیر به دست خواهند آمد:

(۱) پس زمینه‌ای که تقارن x و y ، یکسان نباشند.

(۲) پس زمینه گرانشی لیف شیتز با تقارن دورانی شکسته نشده در جهت‌های x و y ، ولی مقیاس بندی زمان با آن‌ها فرق می‌کند.

داشتن متریک‌هایی که از نوع لیف شیتز هستند مستلزم در نظر گرفتن میدان‌های اسکالری مانند دیلاتون و آکسیون در پس زمینه می‌باشند.

در نقاط بحرانی سیستم‌های ماده چگال تقارن‌های ویژه‌ای وجود دارند که به عنوان مثال می‌توان به مقیاس بندی متفاوت میان زمان و مکان اشاره کرد. با توجه به مرجع [۲۲] داریم:

$$\sigma^{xx} \sim \frac{c\phi e^{-2\Phi(r_*)}}{g_{xx}(r_*)} \quad \sigma^{xy} \simeq \frac{Bc\phi e^{-4\Phi(r_*)}}{g_{xx}(r_*)g_{yy}(r_*)} \quad (۳ - ۲۷)$$

که $c\phi$ چگالی بار، B میدان مغناطیسی و Φ دیلاتون است. این نتیجه وقتی حاصل می‌شود که کنش شامه آزمون فقط با کنش DBI داده شود.

اگر قسمت چرن - سایمون کنش را برای شامه آزمون به حساب بیاوریم، نتیجه رسانندگی کمی اصلاح می‌شود:

$$\sigma^{xx} \sim \frac{c\phi e^{-2\Phi(r_*)}}{g_{xx}(r_*)} \quad \sigma^{xy} \simeq \frac{Bc\phi e^{-4\Phi(r_*)}}{g_{xx}(r_*)g_{yy}(r_*)} - \mu C_0(r_*) \quad (28-3)$$

که μ جفت شدگی کنش چرن - سایمون و C_0 میدان آکسیون می‌باشد.

اگر فقط منحصر به پس زمینه‌ای باشیم که دارای تقارن دورانی باشد:

$$\sigma^{xy} \sim (\sigma^{xx})^2$$

که با نتایج تجربی تطابق ندارد. برای به دست آوردن روابط (۳ - ۲۶) باید مؤلفه‌های متریک را به گونه‌ای در نظر بگیریم که $g_{xx} \neq g_{yy}$ برقرار باشد.

برای به دست آوردن نتایج حاصل از رسانندگی و زاویه هال رابطه (۳ - ۲۶)، فرض می‌کنیم که متریک پس زمینه از تقارن مقیاس زیر تبعیت کند:

$$t \rightarrow \lambda^z t, \quad x \rightarrow \lambda^\omega x, \quad y \rightarrow \lambda y, \quad r \rightarrow \frac{r}{\lambda} \quad (29-3)$$

همچنین فرض می‌کنیم هیچ‌گونه میدان اسکالر غیر بدیهی همانند دیلاتون و آکسیون وجود ندارد.

برای اینکه راه حل گرانشی، بدون هرگونه میدان اسکالر غیر صفر شوند، نتیجه مطلوب را به ما دهد، در رسانندگی و زاویه هال باید $z = 1$ و $\omega = 0$ باشد.

برای این که بتوان چنین انتخابی داشته باشیم، حد دمای صفر، که دارای یک تقارن خیز در امتداد صفحه y, t می‌باشد را در نظر گرفته که منجر می‌شود متریک به شکل زیر به دست آید:

$$ds^2 = L^2 \left[-r^2 dt^2 + r dx^2 + r^2 dy^2 + \frac{dr^2}{r^2} \right] \quad (30-3)$$

در حد میدان مغناطیسی ضعیف:

$$c_\phi^2 \ll \mathcal{N}^2 e^{2\Phi} g_{xx} g_{yy} \quad c_\phi \gg B\mu C_0$$

در نتیجه رسانندگی‌ها به صورت زیر به دست خواهند آمد:

$$\sigma^{xx} \sim \mathcal{N} e^{-\Phi(r_*)} \sqrt{\frac{g_{yy}(r_*)}{g_{xx}(r_*)}} \quad , \quad \sigma^{xy} \sim \frac{B c_\phi e^{-4\Phi(r_*)}}{g_{xx}(r_*) g_{yy}(r_*)} - \mu C_0(r_*) \quad (3-31)$$

که $\mathcal{N}$ تنش مؤثر شامه است. پس از مقایسه با رابطه (3-26) می‌توانیم رفتار تجربی مورد نظر را برای پس زمینه گرانشی لیف شیتز با تقارن دورانی شکسته نشده در جهت‌های x و y ، ایجاد کنیم.

در نهایت با توجه به $g_{xx}(r_*) = g_{yy}(r_*)$ ، به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$\sigma^{xy} \sim \frac{B c_\phi e^{-4\Phi}}{g_{xx}^2} - \mu C_0 \sim T^{-3} \quad (3-32)$$

۶.۳ جمع‌بندی

در این پایان‌نامه به کاربردهای اخیر نظریه ریسمان در فیزیک ماده چگال پرداخته شده است. به عنوان مثال مطالعه رسانندگی اهمی و هال را در مدل درود بررسی نموده‌ایم.

با استفاده از نظریه ریسمان و در نظر گرفتن ساختاری گرانشی از D شامه‌ها، مدلی برای محاسبه رسانندگی معرفی شد. نشان داده شد که در حد جرم‌های سنگین رابطه رسانندگی ساده می‌شود و در حالت پایدار همان نتیجه رسانندگی DC در مدل درود به دست می‌آید.

هم‌چنین رفتار رسانندگی فلزات شگفت و عدم تطابق محاسبات و نتایج آزمایشگاهی برای آن‌ها مورد بررسی قرار گرفت، که با توجه به محاسبات [۲۲] راه حلی برای این مشکل ارائه شد.

در مرجع [۲۵] نیز بررسی ماده چگال با استفاده از هولوگرافی با دقت انجام شده است و بر استفاده از نظریه ریسمان در حل مسائل این حیطة که هنوز با تکنیک‌های سنتی حل نشده تأکید داشته و سعی در انطباق مفاهیم تناظر AdS/CFT به عنوان یک رویکرد جایگزین، با مباحث ماده چگال دارد. هم‌چنین رویکرد هولوگرافی را ابزار قدرتمند جدیدی برای مطالعه سیستم‌های همبسته قوی و حل مشکلات سری‌های اختلالی معرفی می‌کند.

வாழ்வு

تبدیل لژاندر کنش شامه‌های D_V به صورت زیر تعریف می‌شود: [۱۲]

$$\bar{S}_{D7} = S_{D7} - \int dzdt \left(F_{zt} \frac{\delta S_{D7}}{\delta F_{zt}} + F_{zx} \frac{\delta S_{D7}}{\delta F_{zx}} \right) \quad (\text{الف} - ۱)$$

که:

$$\delta S_{D7} = \frac{\partial S_{D7}}{\partial F_{zt}} \delta F_{zt} \quad \delta S_{D7} = \frac{\partial S_{D7}}{\partial F_{zx}} \delta F_{zx}$$

در میدان ضعیف:

$$S_{D7} \sim \mathcal{L}$$

برای اینکه بتوان حاصل رابطه (الف - ۱) را بدست آورد، از تقریب فوق استفاده نموده و با استفاده از

روابط (۲ - ۹) و (۲ - ۱۲) و (۲ - ۱۴) داریم:

$$\dot{A}_t \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{A}_t} = \frac{\mathcal{N} \cos^3 \theta g_{xx} |g_{tt}| D^2 \frac{g_{zz}(g_{xx}|g_{tt}| - E^2 (2\pi\alpha')^2)}{\mathcal{N}^2 (2\pi\alpha')^2 \cos^6 \theta g_{xx}^3 |g_{tt}| + D^2 |g_{tt}| - B^2 g_{xx}}}{\cos^3 \theta g_{xx}^{3/2} |g_{tt}|^{1/2} \sqrt{\frac{g_{zz}(g_{xx}|g_{tt}| - (2\pi\alpha')^2 E^2)}{g_{xx}^3 |g_{tt}| \cos^6 \theta + \frac{D^2 |g_{tt}| - B^2 g_{xx}}{\mathcal{N}^2 (2\pi\alpha')^2}}}}$$

که به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\dot{A}_t \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{A}_t} = \sqrt{\frac{|g_{tt}|}{g_{xx}}} \frac{D^2}{\mathcal{N} (2\pi\alpha')^2} \sqrt{\frac{g_{zz}(g_{xx}|g_{tt}| - (2\pi\alpha')^2 E^2)}{g_{xx}^3 |g_{tt}| \cos^6 \theta(z) + \frac{D^2 |g_{tt}| - B^2 g_{xx}}{\mathcal{N}^2 (2\pi\alpha')^2}}}$$

به همین ترتیب از روابط (۲ - ۱۰) و (۲ - ۱۳) و (۲ - ۱۴):

$$\dot{A}_x \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{A}_x} = \sqrt{\frac{g_{xx}}{|g_{tt}|}} \frac{-B^2}{\mathcal{N} (2\pi\alpha')^2} \sqrt{\frac{g_{zz}(g_{xx}|g_{tt}| - (2\pi\alpha')^2 E^2)}{g_{xx}^3 |g_{tt}| \cos^6 \theta(z) + \frac{D^2 |g_{tt}| - B^2 g_{xx}}{\mathcal{N}^2 (2\pi\alpha')^2}}}$$

را به دست می‌آوریم، در نتیجه:

$$\begin{aligned} \bar{S}_{D7} = -\mathcal{N} \int dzdt \sqrt{\frac{1}{|g_{tt}|g_{xx}}} & \left[\left(\frac{D^2|g_{tt}| - B^2g_{xx}}{\mathcal{N}^2(2\pi\acute{\alpha})^2} \right) \right. \\ & \left. + g_{xx}^3|g_{tt}|\cos^6\theta \right] \sqrt{\frac{g_{zz}(g_{xx}|g_{tt}| - (2\pi\acute{\alpha})^2E^2)}{g_{xx}^3|g_{tt}|\cos^6\theta(z) + \frac{D^2|g_{tt}| - B^2g_{xx}}{\mathcal{N}^2(2\pi\acute{\alpha})^2}}} \end{aligned}$$

و در نهایت رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{S}_{D7} = -\mathcal{N} \int dzdt \sqrt{\frac{g_{zz}}{|g_{tt}|g_{xx}}} \sqrt{|g_{tt}|g_{xx} - (2\pi\acute{\alpha})^2E^2 \left(g_{xx}^3|g_{tt}|\cos^6\theta(z) + \frac{D^2|g_{tt}| - B^2g_{xx}}{\mathcal{N}^2(2\pi\acute{\alpha})^2} \right)}$$

مشاهده می‌شود تبدیل لژاندر کنش شامه‌های D_V مستقل از کمیت‌های میدان‌های پیمانه‌ای جهان

حجم القایی و فقط بر حسب کمیت‌های ثابت می‌باشد.



- [1] B.Zwiebach, “*A First Course in String Theory*” Cambridge U. Press, New York (2009)
- [2] J.Polchinski, “*String Theory*” Cambridge U. Press, New York (1998)
- [3] J.M.Maldacena, “The large N limit of superconformal field theories and supergravity”
*Adv.Theor. Math.Phys.*2 (1998) 231 [*Int.J.Theor.Phys.*38 (1999) 1113]
[arXiv:hep-th/9711200]
- [4] S.S.Gubser,I.R.Klebanov and A.M.Polyakov, “Gauge theory correlators from non-critical string theory” *Phys.Lett.B* 428 (1998) 105 [arXiv:hep-th/9802109]
- [5] E.Witten, “Anti-de Sitter space and holography” *Adv.Theor.Math.Phys.*2 (1998) 253
[arXiv:hep-th/9802150]
- [6] E.Witten, “Anti-de Sitter space,thermal phase transition and confinement in gauge theories” *Adv.Theor.Math.Phys.*2 (1998) 505 [arXiv:hep-th/9803131]
- [7] M.Natsuume, “*AdS/CFT Duality User Guide*”[arXiv:1409.3575v2 hep-th16 Jan 2015]
- [8] G.’t Hooft, “A Planar Diagram Theory for Strong Interactions”, *Nucl. Phys. B*72 (1974) 461

- [9] Sean A. Hartnoll, “Lectures on holographic methods for condensed matter physics”
*Class.Quant.Grav.*26:224002,2009 [arXiv:0903.3246v3 [hep-th] 17 Jan 2010]
- [10] John McGreevy, “Holographic duality with a view toward many-body physics”
*Adv.High Energy Phys.*2010:723105,2010 [arXiv:0909.0518v3 [hep-th] 8 May 2010]
- [11] Andy O’Bannon, “Hall Conductivity of Flavor Fields from AdS/CFT”
*Phys.Rev.D*76:086007,2007 [arXiv:0708.1994v1 [hep-th] 15 Aug 2007]
- [12] Andreas Karch and Andy O’Bannon,”Metallic AdS/CFT” *JHEP* 0709:024,2007
[arXiv:0705.3870v2 [hep-th] 10 Sep 2007]
- [13] Kazem Bitaghsir Fadafan, “Strange metals at finite ’t Hooft coupling”
*Eur.Phys.J. C*73 (2013) no.1, 2281 [arXiv:1208.1855v1 [hep-th] 9 Aug 2012]
- [14] G. Mie, “Grundlagen einer Theorie der Materie” *Annalen der Physics*, 27, 511 (1912)
- [15] Boillat, *J. Math. Phys.* 11 (1970)941
- [16] Bailynick-Birula, “Quantum Theory of Particles and Fields”, *P. 31-42, World Scientific, Singapor*,1983
- [17] R. Kerner, A. L. Barbosa and D. V. Gal’tsov, “*Topics in Born-Infeld electrodynamics*”
[arXiv:hep-th/0108026]
- [18] David Tong, “ *The Quantum Hall Effect* ”, Cambridge, CB3 OBA, UK, January 2016
[arXiv:1606.06687v1 [hep-th] 21 Jun 2016]
- [19] M. Ali-Akbari and K.Bitaghsir Fadafan, “Conductivity at finite ’t Hooft coupling from AdS/CFT ” , *Nucl. Phys. B*844 (2011) 397- 408 [arXiv:1008.2430v1 [hep-th] 14 Aug 2010]

- [20] Subir Sachdev, “Strange metals and the AdS/CFT correspondence”
*J.Stat.Mech.*1011:P11022,2010 , [arXiv:1010.0682v3 [cond-mat.str-el] 5 Nov 2010]
- [21] Sean A. Hartnoll, Joseph Polchinski, Eva Silverstein and David Tong
 “ Towards strange metallic holography ” *JHEP* 1004:120,2010
 [arXiv:0912.1061v2 [hep-th] 16 Feb 2010]
- [22] Shesansu Sekhar Pal, “Model building in AdS/CMT:DC conductivity and Hall angle”,
*Phys.Rev. D*84 (2011) 126009 [arXiv:1011.3117v4 [hep-th] 29Dec 2011]
- [23] K. Bitaghsir Fadafan, “*Drag force in asymptotically Lifshitz spacetimes*”
 [arXiv:0912.4873 v3 [hep-th] 13 Sep 2010]
- [24] Shamit Kachru, Xiao Liu, and Michael Mulligan, “Gravity Duals of Lifshitz-like Fixed Points”, *Phys.Rev.D*78:106005,2008 , [arXiv:0808.1725v2 [hep-th] 25 Aug 2008]
- [25] D. V. Khveshchenko, “*Demystifying the Holographic Mystique*”
 [arXiv:1603.09741v1 [cond-mat.str-el] 31 Mar 2016]

Abstract

In this thesis recent applications of string theory and AdS/CFT correspondence in condensed matter physics is discussed. As an example, Ohmic DC conductivity and Hall conductivity is investigated in Drude model. Using string theory and D-brane configurations, we introduce a model for calculating conductivity. It is shown that in the limit of massive carriers conductivity equation will be simplified and in the stable conditions one finds Drude model results. Also strange metal behavior with using Lifshitz background is discussed.

Keywords: String theory, Ads/CFT correspondence, Strange metals, conductivity.



Shahrood University of Technology
Faculty of Physics

Master of Science Thesis in Physics

Computing electric DC conductivity on the branes using string theory

By: Seyed Mohammad Reza Mirabbasi

Supervisor:
Dr. K. Bitaghsir Fadafan

September 2016