

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده: فنیک و مهندسی هسته‌ای

گروه: هسته‌ای

طراحی و محاسبه‌ی خواص تله‌های پائول برای لپتون‌ها و یون‌ها

علی ملا ابراهیمی

استاد راهنما:

دکتر مسلم سوهانی

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

مرداد ۱۳۹۴

دانشگاه شاهرود

دانشکده: **فنیک و مهندسی هسته‌ای**

گروه: **هسته‌ای**

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای **علی ملا ابراهیمی** به شماره دانشجویی: **۹۲۱۳۴۳۴**

تحت عنوان: **طراحی و محاسبه‌ی خواص تله‌های پائول برای لپتون‌ها و یون‌ها**

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد
مورد ارزیابی و با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :

پروردگارا:

نه ميتوانم موباشان را كه در راه عزت من سفيد شد، سياه كنم و نه براي دستهاي پينه بسته شان كه ثمره
تلاش براي افتخار من است، مرهمي دارم. پس توفيقم ده كه هر خطه شكر گزارشان باشم و
ثانيه هاي عمرم را در عصاي دست بودنشان بگذرانم.

تقديم به پدر و مادر عزيزم

از استاد عزیزم جناب آقای دکتر مسلم سوهانی به پاس یاریها و راهنماییهای بی دریغ ایشان تشکر
می‌کنم چرا که تمام این سال‌ها نه تنها در زمینه علمی بلکه در اخلاق و انسانیت سرلوحه کار من بودند.

امید است که شاگرد قابل‌بوده باشم

تعهد نامه

اینجانب **علی ملا ابراهیمی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **فیزیک هسته‌ای** دانشکده **فیزیک و مهندسی هسته‌ای** دانشگاه شاهرود نویسنده پایان نامه **طراحی و محاسبه‌ی خواص ترمه‌های پائول برای لپتون‌ها و یون‌ها** تحت راهنمایی **جناب آقای دکتر مسلم سولانی** متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه شاهرود » و یا « **Shahrood University** » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آن‌ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.

چکیده

تله‌های پتانسیلی یکی از رایج‌ترین سیستم‌ها برای گیراندازی ذرات باردار به منظور تحقیقات بنیادی و دقیق بر روی آن‌ها می‌باشد. این تله‌ها به دو دسته پائول و پنینگ تقسیم‌بندی می‌شوند. تله‌های پائول با استفاده از پتانسیل چهارقطبی الکتریکی متناوب و تله‌های پنینگ با استفاده از برهم‌نهی پتانسیل الکتریکی پایا و میدان مغناطیسی همراه با آن، گیراندازی ذرات باردار را در سه بعد فراهم می‌سازند. از جمله کاربردهای گسترده این تله‌ها می‌توان در زمینه‌هایی همچون مطالعه و اندازه‌گیری ثابت‌های بنیادی ذرات، طیف‌سنجی جرمی، بررسی ترازهای انرژی یونی و هسته‌ای، اندازه‌گیری نیمه‌عمر ترازهای برانگیخته‌ی هسته‌ها، مطالعه واپاشی‌های عناصر کمیاب، مطالعه‌ی اندرکنش میان ذرات، اطلاعات کوانتومی و درهم‌تنیدگی ذرات اشاره نمود.

در این کار، معادلات حرکت ذرات باردار محصور در تله به صورت تحلیلی و عددی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت و پس از آن به شبیه‌سازی حرکت یون و الکترون درون این تله‌ها و همچنین بررسی شرایط محصورسازی آن‌ها پرداخته شد. اثرات مختلف میدان مغناطیسی پایا و هارمونیک بر روی تله‌ی پائول نیز، به عنوان یک کار جدید، مورد بررسی قرار گرفت که منجر به نتایج جالبی در این زمینه گردید. نشان داده شد که پایداری یون درون تله‌ی پائول تحت تاثیر میدان مغناطیسی اعمالی قرار گرفته و محدوده پایداری تله تحت کنترل قرار می‌گیرد.

درنهایت به شبیه‌سازی تله‌های پنینگ صفحه‌ای و بررسی چاه پتانسیل الکتریکی آن‌ها پرداخته شد و عوامل موثر بر عمق، عرض و شکل چاه پتانسیل آن‌ها مورد بررسی قرار گرفت.

کلمات کلیدی: تله‌ی یونی پائول، معادله متئو، نواحی پایداری، تله پنینگ صفحه‌ای.

لیست مقالات استخراج شده از پایان نامه

1. M. Sohani, A. M. Ebrahimi; A Paul trap in a magnetic field,
European Physical Journal plus, 2015 (Submitted).

۲. مسلم سوهانی، علی ملا ابراهیمی، بررسی اثرات مختلف میدان مغناطیسی بر رفتار یون در تله پائول، بیست و یکمین

کنفرانس هسته‌ای ایران، دانشگاه اصفهان، اسفندماه ۱۳۹۳.

۳. مسلم سوهانی، علی ملا ابراهیمی، شبیه‌سازی و بررسی چاه پتانسیل الکتروستاتیکی در تله پنینگ صفحه‌ای، بیست و

دومین کنفرانس بهار فیزیک، پژوهشگاه دانشهای بنیادی (IPM)، اردیبهشت ماه ۱۳۹۴.

فهرست مطالب

۱	فصل اول	۱
۱-۱	تاریخچه	۳
۲-۱	گیراندازی توسط پتانسیل الکتروستاتیک	۵
۳-۱	فیلتر جرمی چهارقطبی	۶
۴-۱	تله‌ی یونی پائول	۹
۵-۱	تله‌ی یونی پنینگ	۱۱
۶-۱	تله‌های پنینگ صفحه‌ای	۱۲
۲	فصل دوم	۱۵
۱-۲	پتانسیل چهارقطبی الکتریکی	۱۷
۲-۲	معادله‌ی متئو	۲۴
۳-۲	ناحیه پایدار حرکت یون برگرفته از معادله‌ی متئو	۲۵
۴-۲	فرکانس پایه	۳۱
۵-۲	یک نمونه محاسباتی	۳۳
۶-۲	القای میدان مغناطیسی توسط میدان الکتریکی متناوب	۳۵
۳	فصل سوم	۳۷
۱-۳	جواب‌های معادله‌ی متئو	۳۹
۲-۳	فرکانس پایه و سری پایداری	۴۲

۳-۳	شبیه‌سازی حرکت یون برگرفته از حل تحلیلی معادله‌ی متئو	۴۳
۴-۳	شبیه‌سازی حرکت یون برگرفته از حل عددی معادله‌ی متئو	۴۷
۵-۳	طیف‌سنجی جرمی	۴۸
۴	فصل چهارم	۵۳
۱-۴	فشار و گاز پس‌زمینه	۵۵
۲-۴	تولید یون	۵۷
۳-۴	یونش گاز در درون تله	۵۷
۴-۴	چشمه‌ی یونی	۶۱
۵-۴	ورود و خروج یون از تله	۶۳
۶-۴	آشکارسازی یون درون تله	۶۵
۷-۴	چشمه الکترونی	۶۷
۸-۴	چشمه پوزیترونی و تولید اتم پادهیدروژن درون تله‌ی یونی پائول	۷۰
۵	فصل پنجم	۷۵
۱-۵	طراحی تله‌ی یونی پائول	۷۷
۲-۵	شکل پتانسیل	۸۰
۳-۵	گیراندازی یون سدیم $^{23}\text{Na}^+$	۸۲
۴-۵	بیشینه انرژی گیراندازی یون و الکترون	۸۳
۵-۵	سردسازی یون و الکترون	۸۸
۶	فصل ششم	۹۳

۹۵	۱-۶ میدان مغناطیسی خارجی
۹۵	۲-۶ اعمال میدان مغناطیسی ثابت
۹۸	۳-۶ نواحی پایدار
۱۰۱	۴-۶ جداسازی ایزوتوپی
۱۰۳	۵-۶ خطا در عملکرد سیستم برای جداسازی ایزوتوپی
۱۰۶	۶-۶ افزایش دامنه حرکت یون در ناحیه ناپایدار تله
۱۰۷	۷-۶ شبیه‌سازی حرکت ایزوتوپ‌های بورون با استفاده از COMSOL
۱۱۰	۸-۶ اعمال میدان مغناطیسی متناوب
۱۱۳	۷ فصل هفتم
۱۱۵	۱-۷ تله‌های پنینگ کلاسیک
۱۱۶	۲-۷ تله‌های پنینگ صفحه‌ای
۱۱۷	۳-۷ شبیه‌سازی و بررسی چاه پتانسیل الکتروستاتیک
۱۲۰	۴-۷ بررسی عمق چاه پتانسیل
۱۲۱	۵-۷ شبیه‌سازی حرکت الکترون
۱۲۲	۶-۷ تله‌های پوشیده و آینه‌ای
۱۲۴	۷-۷ عملکرد تله و آشکارسازی تک الکترون به دام افتاده
۱۲۶	۸-۷ درهم‌تنیدگی سیستم‌های چند ذره‌ای و اطلاعات کوانتومی
۱۲۷	۹-۷ اندرکنش کولنی
۱۲۹	۱۰-۷ آرایه‌ای از تله‌ها

فهرست شکل‌ها

شکل ۱-۱-۱	۳
شکل ۲-۱-۱	۴
شکل ۳-۱-۱	۵
شکل ۱-۲-۱	۵
شکل ۲-۲-۱	۶
شکل ۱-۳-۱	۷
شکل ۲-۳-۱	۷
شکل ۳-۳-۱	۸
شکل ۱-۴-۱	۹
شکل ۲-۴-۱	۱۰
شکل ۳-۴-۱	۱۰
شکل ۱-۵-۱	۱۲
شکل ۱-۶-۱	۱۳
شکل ۱-۱-۲	۱۷
شکل ۲-۱-۲	۲۰
شکل ۳-۱-۲	۲۲
شکل ۴-۱-۲	۲۲
شکل ۱-۳-۲	۲۶
شکل ۲-۳-۲	۲۷
شکل ۳-۳-۲	۲۸
شکل ۴-۳-۲	۲۹
شکل ۵-۳-۲	۳۰
شکل ۱-۴-۲	۳۲

۳۳	شکل ۲-۴-۲
۴۶	شکل ۱-۳-۳
۴۶	شکل ۲-۳-۳
۴۷	شکل ۱-۴-۳
۴۸	شکل ۲-۴-۳
۵۰	شکل ۱-۵-۳
۵۱	شکل ۲-۵-۳
۵۲	شکل ۳-۵-۳
۵۲	شکل ۴-۵-۳
۵۶	شکل ۱-۱-۴
۶۰	شکل ۱-۳-۴
۶۱	شکل ۱-۴-۴
۶۲	شکل ۲-۴-۴
۶۳	شکل ۱-۵-۴
۶۴	شکل ۲-۵-۴
۶۵	شکل ۱-۶-۴
۶۶	شکل ۲-۶-۴
۶۶	شکل ۳-۶-۴
۶۷	شکل ۴-۶-۴
۶۸	شکل ۱-۷-۴
۶۹	شکل ۲-۷-۴
۷۰	شکل ۱-۸-۴
۷۱	شکل ۲-۸-۴
۷۱	شکل ۳-۸-۴
۷۲	شکل ۴-۸-۴

٧٨	شکل ١-١-٥
٨٠	شکل ١-٢-٥
٨١	شکل ٢-٢-٥
٨٢	شکل ١-٣-٥
٨٤	شکل ١-٤-٥
٨٥	شکل ٢-٤-٥
٨٧	شکل ٣-٤-٥
٨٨	شکل ١-٥-٥
٨٩	شکل ٢-٥-٥
٩٠	شکل ٣-٥-٥
٩١	شکل ٤-٥-٥
٩٥	شکل ١-٢-٦
٩٩	شکل ١-٣-٦
١٠٠	شکل ٢-٣-٦
١٠٢	شکل ١-٤-٦
١٠٣	شکل ٢-٤-٦
١٠٨	شکل ١-٥-٦
١٠٩	شکل ١-٦-٦
١٠٧	شکل ٢-٦-٦
١٠٨	شکل ١-٧-٦
١٠٩	شکل ٢-٧-٦
١١١	شکل ١-٨-٦
١١٥	شکل ١-١-٧
١١٦	شکل ٢-١-٧
١١٧	شکل ١-٢-٧

۱۱۸	شکل ۱-۳-۷
۱۱۹	شکل ۲-۳-۷
۱۲۰	شکل ۳-۳-۷
۱۲۱	شکل ۱-۴-۷
۱۲۲	شکل ۱-۵-۷
۱۲۳	شکل ۱-۶-۷
۱۲۴	شکل ۲-۶-۷
۱۲۵	شکل ۱-۷-۷
۱۲۷	شکل ۱-۹-۷
۱۲۸	شکل ۲-۹-۷
۱۲۹	شکل ۱-۱۰-۷
۱۳۱	شکل ۲-۱۰-۷

فهرست جداول

۶۹	جدول ۱-۷-۴
۷۷	جدول ۱-۱-۵
۷۷	جدول ۲-۱-۵
۷۹	جدول ۳-۱-۵
۷۹	جدول ۴-۱-۵
۸۳	جدول ۱-۴-۵
۸۶	جدول ۲-۴-۵

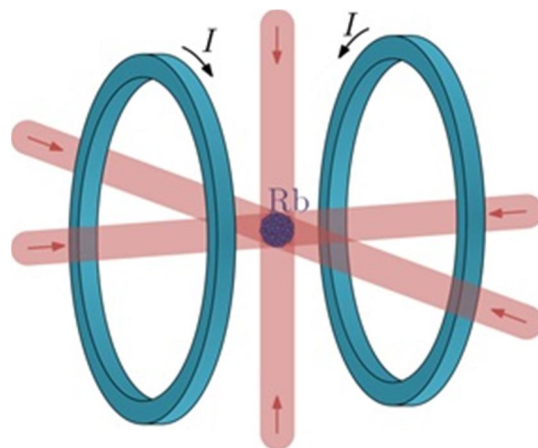
۱ فصل اول

مقدمه

۱-۱ تاریخچه

گیراندازی و سردسازی ذرات به عنوان یکی از کارآمدترین روش‌ها به منظور تحقیقات بنیادی و اندازه‌گیری‌های فوق دقیق اتمی و هسته‌ای محسوب می‌شود [1-2]. از جمله مزیت‌های این سیستم‌ها می‌توان به استفاده موثر از عناصر کمیاب، مدیریت آسان ذرات گیرافتاده، گیراندازی و مطالعه دقیق پادذرات تولید شده و جداسازی دقیق ذرات براساس اختلاف جرم آن‌ها نام برد [3-6].

تله‌های اتمی سیستم‌هایی متشکل از شش باریکه لیزر پلاریزه (Dye Lasers) و میدان مغناطیسی اعمالی روی اتم‌ها، گیراندازی و سردسازی اتم‌ها را فراهم می‌سازند [7-9]. این سیستم‌ها به نام ¹Magneto Optical Traps شناخته می‌شوند که بر پایه پدیده دوپلر و جذب فوتون توسط اتم‌های در حال حرکت در یک راستا و باز نشر یکنواخت آن در فضا است. در نهایت انتقال تکانه فوتون به اتم در راستای مخالف حرکت آن منجر به محصورسازی آن می‌گردد. گیراندازی و سردسازی اتم‌ها اولین بار توسط "استیون چو"²، "کوهن تانوجی"³ و "ویلیام فیلیپس"⁴ در سال ۱۹۷۵ به عنوان پیشگامان این عرصه معرفی گردید [10]. شکل ۱-۱-۱ نمایی کلی از عملکرد این سیستم‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۱-۱: نمایی کلی از سیستم MOT متشکل از شش باریکه لیزر و پیچیه آنتی‌هلمهولتز به منظور گیراندازی و سردسازی اتم‌ها است.

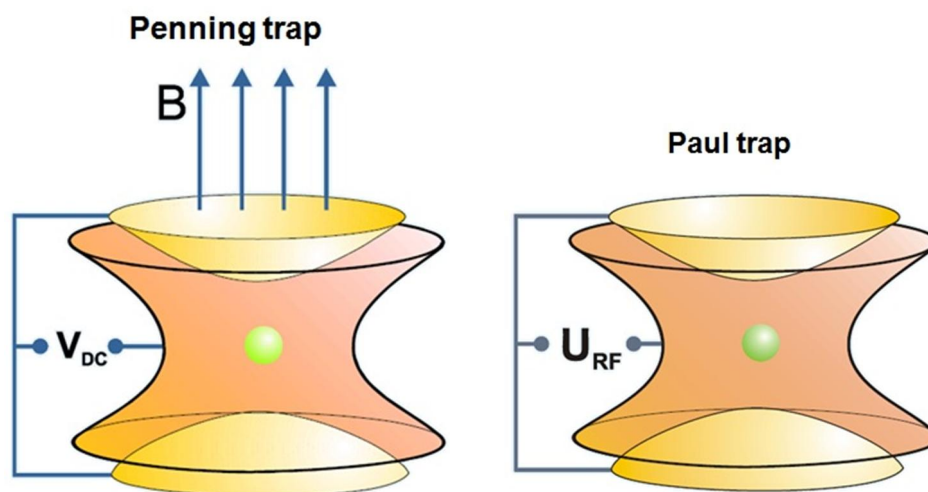
¹ MOT

² Steven Chu

³ C. Cohen Tannoudji

⁴ William D. Phillips

استفاده از پتانسیل چهارقطبی الکتریکی یکی از روش‌های گیراندازی یون‌ها و هر ذره‌ی باردار دیگری است که در این زمینه به کار گرفته می‌شود [1]. با توجه به عدم توانایی پتانسیل الکتروستاتیکی در گیراندازی ذرات در سه بعد، این سیستم‌ها به صورت ترکیبی از پتانسیل الکتروستاتیکی و میدان مغناطیسی یکنواخت در یک راس-تا به عنوان تله‌های یونی پنینگ^۵ [11] و مدلی بر اساس پتانسیل الکتریکی متناوب به عنوان تله‌های یونی پائول^۶ شناخته می‌شوند [12] که در فصل‌های بعدی به تفصیل آن‌ها پرداخته می‌شود. شکل ۱-۱-۲ نمایی از این تله‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۱-۱-۲: نمایی کلی از شکل کلاسیک تله‌های یونی پائول و پنینگ در استفاده از پتانسیل الکتروستاتیکی و مغناطیسی در تله پنینگ و همچنین پتانسیل الکتریکی متناوب در تله‌های پائول.

اولین نظریه تله‌های یونی چهارقطبی و فیلتر جرمی چهارقطبی در حدود ۱۰۰ سال پیش توسط "ولفگانگ پاول"^۷ و "هانس استین ودل"^۸ بیان شد و بعد از آن دانشمندان متعددی سال‌های زیادی در این زمینه کار کردند که سرانجام با ظهور اولین مدل تجاری تله‌های یونی چهارقطبی در سال ۱۹۸۹ کاربردهای زیادی در زمینه طیف‌نگاری جرمی ذرات باز گردید و منجر به بردن جایزه نوبل فیزیک در این سال به طور هم‌زمان توسط دو دانشمند به نام‌های "ولفگانگ پاول" و

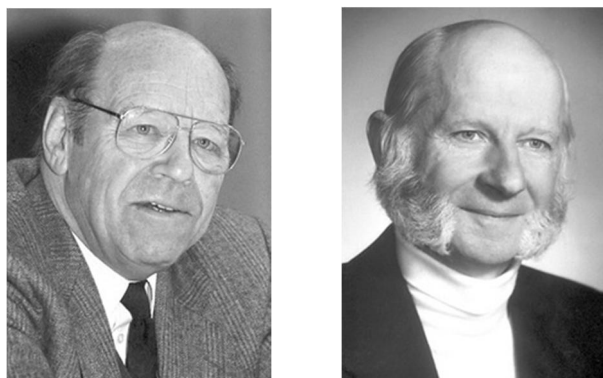
^۵ Penning Ion Trap

^۶ Paul Ion Trap

^۷ Wolfgang Paul

^۸ Hans Steinwedel

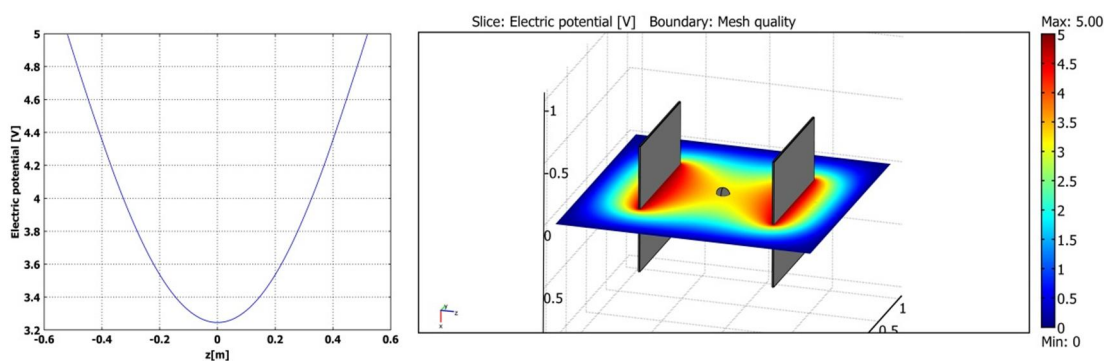
همچنین "هانس دهملت"^۹ گردید [13]. شکل ۱-۱-۳.



شکل ۱-۱-۳: برندگان جایزه نوبل فیزیک در سال ۱۹۸۹ به منظور طراحی مدل تجاری تله‌های یونی پائول. سمت راست: آقای هانس دهملت و سمت چپ: آقای ولفگانگ پائول [13].

۲-۱ گیراندازی توسط پتانسیل الکتروستاتیک

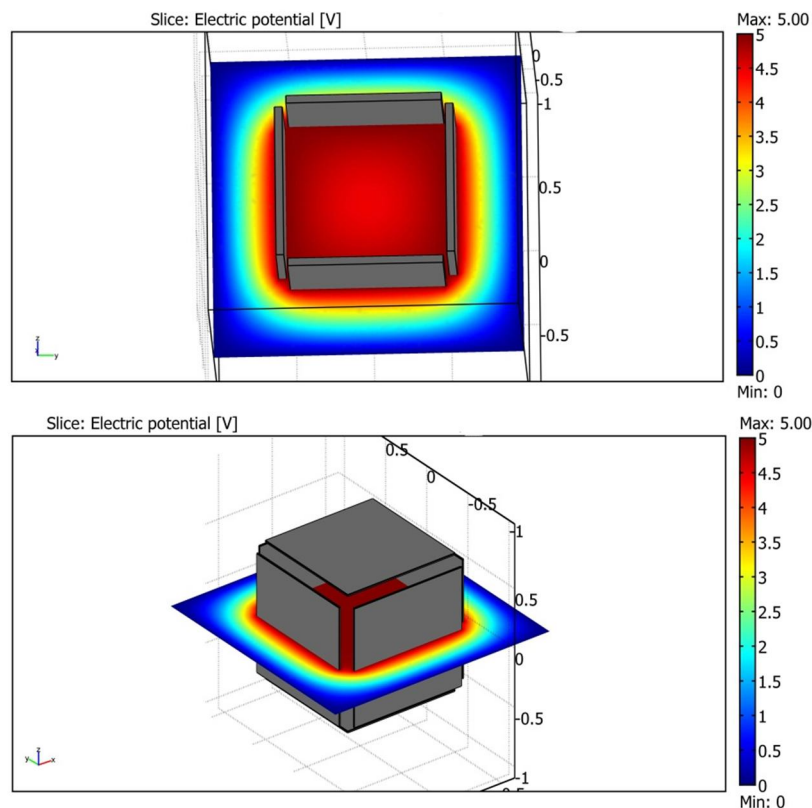
پتانسیل الکتروستاتیکی تنها قادر به محصورسازی یون در دو بعد است و نمی‌تواند یون را در سه بعد به تله بیندازد. شکل ۱-۲-۱ در مثالی ساده چاه پتانسیل ایجاد شده بین دو صفحه باردار را نشان می‌دهد که با استفاده از نرم‌افزار COMSOL طراحی گردیده است. ذره‌ی باردار (مثبت) قرار گرفته بین این دو صفحه (مثبت) ناچار به نوسان در مینیمم چاه پتانسیل بین صفحات یعنی در وسط آنها است.



شکل ۱-۲-۱: چاه پتانسیل بین دو صفحه باردار به منظور گیراندازی یون در یک بعد.

^۹ Hans Dehmelt

شکل ۱-۲-۲ چاه پتانسیل با عمق کمتر میان چهار صفحه باردار متعامد و همچنین عدم توانایی پتانسیل الکتروستاتیکی در شکل‌دهی چاه پتانسیل میان شش صفحه متعامد را نشان می‌دهد.



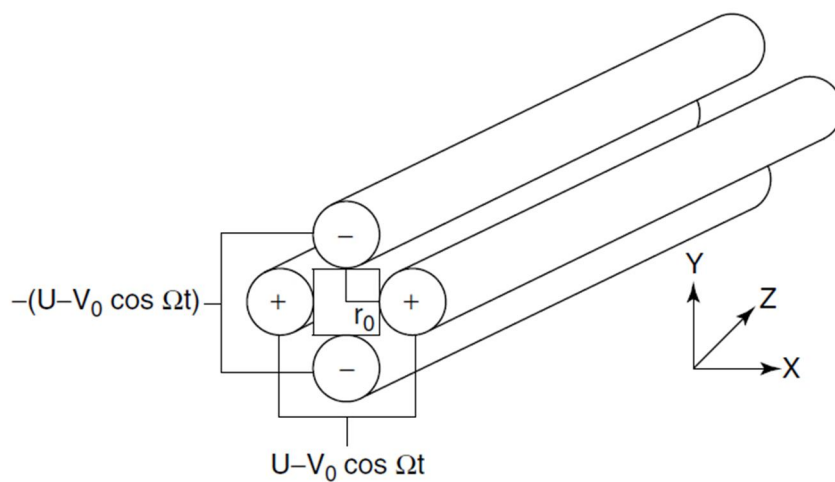
شکل ۱-۲-۲: پتانسیل الکتریکی بین چهار و شش صفحه باردار متعامد.

۱-۳ فیلتر جرمی چهارقطبی^{۱۰}

فیلترهای جرمی چهارقطبی پائول متشکل از چهار الکتروود موازی به شکل هذلولی و یا استوانه‌ای هستند. الکتروودهای مجاور یکدیگر به پتانسیل مختلف‌العلامت ترکیبی $U(DC)$ و $V(AC)$ با فرکانس Ω متصل می‌شوند. شکل ۱-۳-۱. این سیستم‌ها توانایی خوبی در جداسازی و اندازه‌گیری جرم یون‌ها با دقت بالا دارند. نمونه‌های ساخته شده تجاری با الکتروودهای هذلولی و استوانه‌ای در

¹⁰ Quadrupole Mass Filter

شکل ۱-۳-۲ نشان داده شده است [14-16].



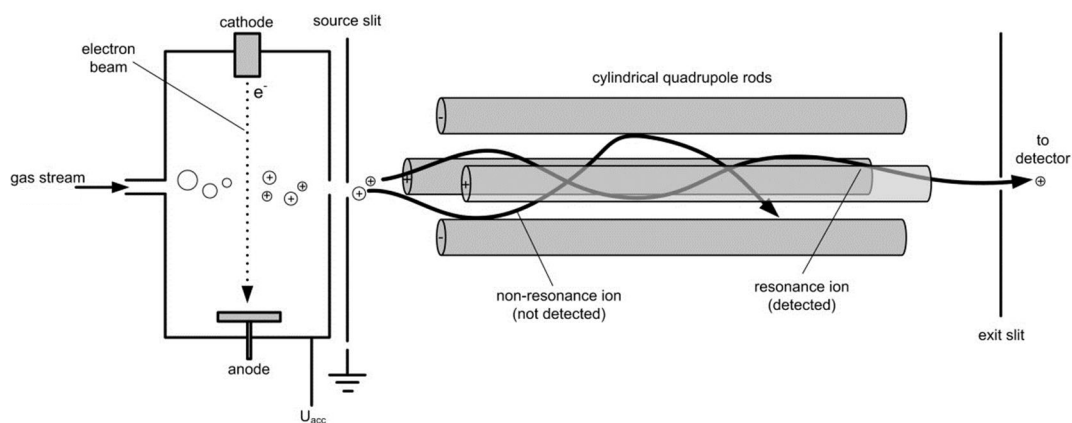
شکل ۱-۳-۱: فیلتر جرمی چهارقطبی پائول متشکل از چهار الکتروستوانه‌ای موازی هم که یک در میان به پتانسیل متناوب مختلف‌العلامت متصل می‌گردند.



شکل ۱-۳-۲: مدل تجاری فیلترهای جرمی چهارقطبی با الکترودهایی به شکل استوانه‌ای و هذلولی.

در این سیستم یون‌های مورد نظر پس از خروج از چشمه‌ی یونی در راستای z (موازی الکترودها) به درون طیف‌سنج جرمی وارد شده و در طول مسیر خود در این راستا تحت تاثیر میدان چهارقطبی الکتریکی شروع به نوسان در صفحه $x-y$ می‌کنند. در واقع یون‌ها در دو راستای x و y محدود شده‌اند و این سیستم یک تله دو بعدی است [17-18].

همانطور که در شکل ۳-۳-۱ نشان داده شده است با توجه به جرم یون‌های مورد نظر (با فرض ثابت بودن بار) تعدادی از آن‌ها مسیرهای حرکتی غیرپایدار داشته و تمایل دارند از مرکز تله فاصله بگیرند و در نتیجه به دیواره‌ها برخورد کرده و یا از سیستم خارج می‌شوند اما نوسان تعدادی از آن‌ها با فرکانس پتانسیل متصل به الکترودها به حالت تشدید رسیده و می‌توانند از طیف‌سنج عبور کنند و در انتهای سیستم توسط آشکارساز شناسایی شوند که این موضوع وابسته به نسبت بار به جرم یون ($\frac{q}{m}$) و پتانسیل U (DC) و پتانسیل متناوب V (AC) با فرکانس Ω و همچنین ابعاد طیف‌سنج است.

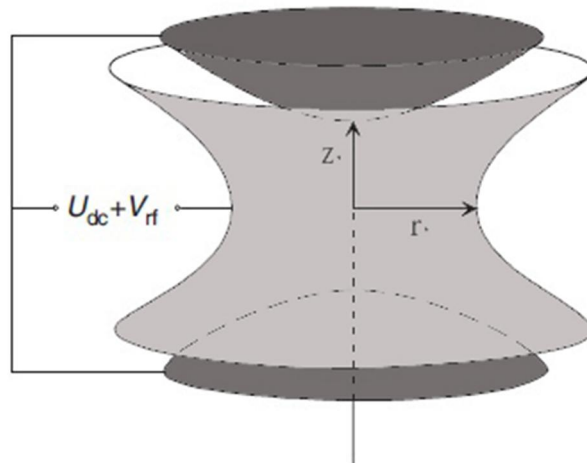


شکل ۳-۳-۱: مسیرهای پایدار و ناپایدار یون‌هایی با جرم‌های مختلف در فیلتر جرمی چهارقطبی پائول.

۴-۱ تله‌ی یونی پائول^{۱۱}

تله‌ی یونی چهارقطبی پائول سیستمی با قابلیت گیراندازی سه بعدی ذرات باردار در یک بازه‌ی زمانی مشخص است. تله‌ی پائول متشکل از سه الکتروود فلزی شامل حلقه میانی که دارای سطح داخلی هذلولی و دو الکتروود فلزی دیگر به نام کلاهک‌ها است که در بالا و پایین حلقه قرار می‌گیرند. این سیستم‌ها با استفاده از پتانسیل متناوب متصل به الکتروودها گیراندازی سه‌بعدی ذره باردار را فراهم می‌نمایند [1,19].

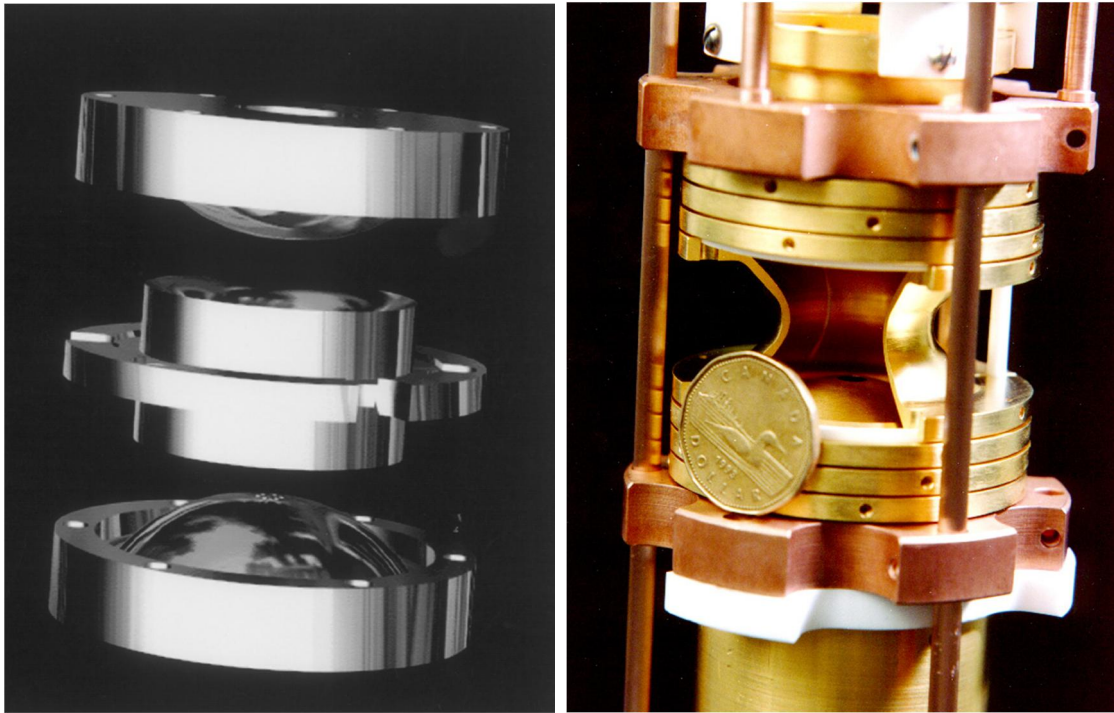
انتخاب سطوح داخلی الکتروودها به شکل هذلولی با توجه به سطوح هم پتانسیل هذلولی شکل پتانسیل چهارقطبی الکتریکی به منظور دستیابی به پتانسیل چهارقطبی کامل است. همانطور که در شکل ۱-۴-۱ نشان داده شده است ابعاد تله‌ی یونی با شعاع حلقه r_0 و فاصله بین دو کلاهک $2z_0$ در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱-۴-۱: نمایی از یک تله‌ی یونی پائول با شعاع حلقه r_0 و فاصله بین دو کلاهک $2z_0$.

¹¹ Paul Ion Trap

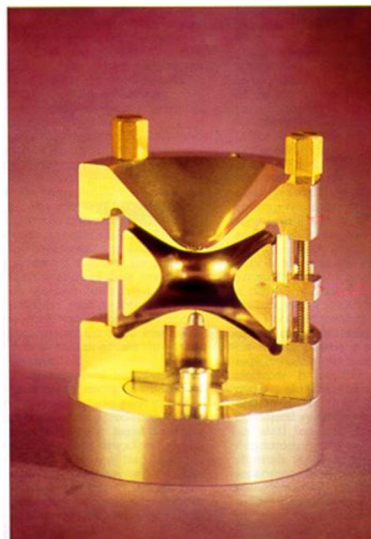
شکل ۱-۴-۲ دو نمونه ساخته شده از این سیستم‌ها را نشان می‌دهد:



شکل ۱-۴-۲: تله‌ی یونی پائول متشکل از سه الکترود شامل یک حلقه‌ی میانی و دو کلاهک در بالا و پایین آن با سطوح داخلی هذلولی شکل. سمت چپ: نمونه باز شده الکترودها به منظور نشان دادن سطوح هذلولی داخلی است [1].

شکل ۱-۴-۳ نمونه برش داده شده در راستای z الکترودها را به منظور درک بهتر نشان

می‌دهد:



شکل ۱-۴-۳: نمونه برش داده شده تله‌ی یونی پائول [20].

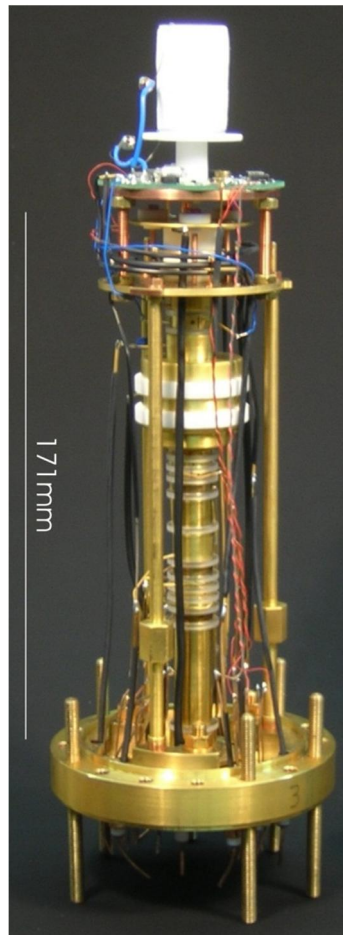
۱-۵ تله‌ی یونی پنینگ^{۱۲}

تله‌های یونی پنینگ با استفاده از پتانسیل چهارقطبی الکتروستاتیکی و حضور میدان مغناطیسی یکنواخت بر روی سیستم، گیراندازی سه بعدی یون را فراهم می‌سازد. شکل کلاسیک این تله‌ها نیز همانند تله‌های پائول متشکل از سه الکتروود حلقه و کلاهدک‌ها است. اختلاف پتانسیل الکتریکی بین حلقه و کلاهدک‌ها گیراندازی یون در راستای محوری z و همچنین میدان مغناطیسی اعمالی در راستای z دستگاه توانایی محصورسازی یون را در راستای شعاعی فراهم می‌سازد که نهایتاً منجر به محصورسازی سه بعدی یون در درون تله می‌شود [21, 22].

یکی از مزیت‌های تله‌ی یونی پنینگ استفاده از میدان مغناطیسی است که در بسیاری از اندازه‌گیری‌ها و مطالعات یون‌ها از جمله اثر زمین و اندازه‌گیری ضریب ژیرومغناطیسی ذرات باردار مورد استفاده قرار می‌گیرد. این قابلیت متمایز کننده تله‌های پنینگ از تله‌های پائول است که تنها با پتانسیل الکتریکی متناوب کار می‌کنند و بیشتر در زمینه طیف‌سنجی جرمی ذرات باردار با دقت بالا مورد استفاده قرار می‌گیرند. شکل ۱-۵-۱ نمایی از تله‌ی پنینگ ساخته شده در مرکز مک‌ث‌پلانک^{۱۳} آلمان را نشان می‌دهد که به منظور اندازه‌گیری ضریب ژیرومغناطیسی پروتون و یون‌ها طراحی و مورد استفاده قرار گرفته است.

¹² Penning Ion Trap

¹³ Max Plank Institute



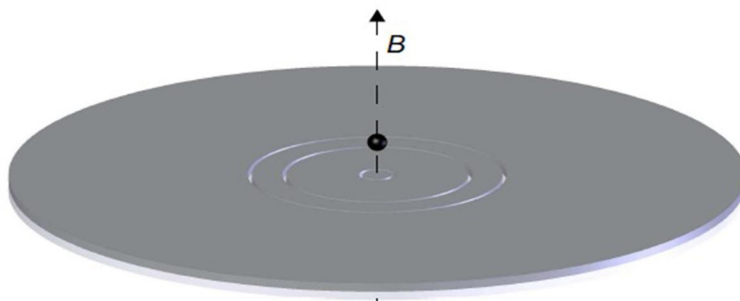
شکل ۱-۵-۱: تله‌ی یونی پنینگ ساخته شده در مرکز مکت پلانک آلمان [23].

۱-۶ تله‌های پنینگ صفحه‌ای^{۱۴}

تله‌های چهارقطبی پنینگ صفحه‌ای به عنوان یکی از رایج‌ترین سیستم‌ها در زمینه گیراندازی الکترون‌ها و ذرات باردار سبک به منظور تحقیقات بنیادی روی آن‌ها و همچنین اطلاعات کوانتومی و نیز درهم‌تنیدگی کوانتومی به شمار می‌آیند. تله‌های پنینگ صفحه‌ای، متشکل از حلقه‌هایی هم‌مرکز قرار گرفته در یک صفحه هستند که جایگزین الکترودهای هذلولی شکل نسل قبل

¹⁴ Planar Penning Traps

شده‌اند. مزیت این طراحی، الکترودهایی دو بعدی است که به عنوان تله‌های بدنه باز^{۱۵} شناخته می‌شوند. این حلقه‌های هم‌مرکز قادر به فراهم‌سازی یک چاه پتانسیل الکتروستاتیکی هستند که الکترون را در راستای عمود بر صفحه به دام انداخته و حضور میدان مغناطیسی عمود بر حلقه‌ها نیز می‌تواند شرایط محصورسازی الکترون را در تله فراهم نماید [24, 26]. شکل ۱-۶-۱.



شکل ۱-۶-۱: تله‌های پنینگ صفحه‌ای متشکل از چند حلقه هم‌مرکز و میدان مغناطیسی عمود بر صفحات [24].

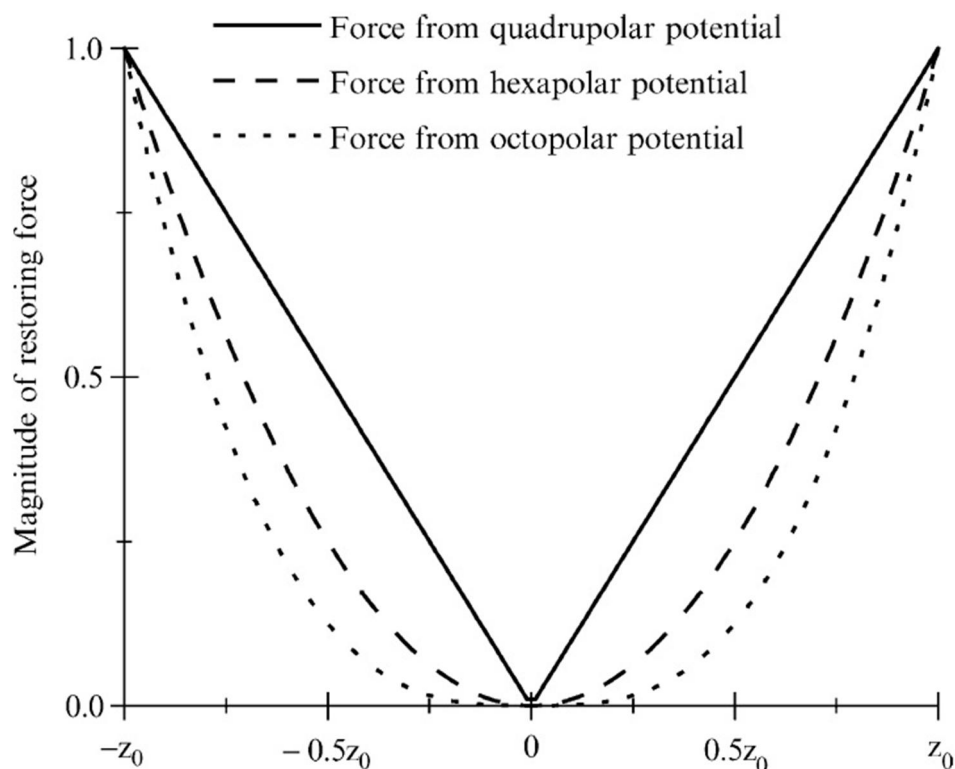
¹⁵ Open Geometry

۲ فصل دوم

پتانسیل چهار قطبی و معادلات حرکت

۱-۲ پتانسیل چهارقطبی الکتریکی

اصطلاح چهارقطبی در سیستم‌های تله‌یونی برگرفته از این مفهوم است که پتانسیل در هر نقطه درون آن‌ها وابسته به مجذور فاصله از مرجع مورد نظر است. دلیل انتخاب این پتانسیل چهارقطبی در سیستم‌های گیراندازی یون به منظور دستیابی به نیروی بازگرداننده خطی وارد بر یون محصور شده در تله است که از این پتانسیل چهارقطبی نشات می‌گیرد. این نیروی خطی وارد بر یون از قدرت بازگرداندگی بیشتری در مرکز تله برخوردار است و همچنین معادلات حرکتی آن بسیار ساده‌تر خواهد بود. در واقع پتانسیل‌های مرتبه بالاتر دارای نیروی بازگرداندگی ضعیف‌تری نسبت به پتانسیل چهارقطبی دارند و همچنین معادلات حرکتی بدست آمده از آن‌ها دارای پیچیدگی بیشتری خواهد بود. شکل ۱-۲-۱ بزرگی نیروی بازگرداننده را در پتانسیل‌های چهارقطبی، شش‌قطبی و هشت‌قطبی (پتانسیل شش و هشت قطبی یک اصطلاح مهندسی بوده و برگرفته از سیستمی با شش و یا هشت الکترون است) را بر حسب فاصله از مرکز تله نشان می‌دهد [27, 28]:



شکل ۱-۲-۱: بزرگی نیروی بازگرداننده پتانسیل چهارقطبی و مراتب بالاتر بر حسب فاصله از مرکز تله [27].

در حالت کلی، پتانسیل در هر نقطه داخل دستگاه‌های تله‌یونی چهارقطبی در مختصات دکارتی به شکل زیر است [1]:

$$(۱-۱-۲)$$

$$\phi_{x,y,z} = A(\lambda x^2 + \sigma y^2 + \gamma z^2) + C$$

که A ثابت مستقل از x, y, z بوده و وابسته به اختلاف پتانسیل الکتریکی بین الکترودها است؛ C یک جمله پتانسیل ثابت و ثابت‌های λ, σ, γ به ترتیب ضرایب وزنی مرتبط با x, y, z هستند. با توجه به صفر بودن چگالی بار در محیط ($\rho=0$) از معادله لاپلاس خواهیم داشت:

$$(۲-۱-۲)$$

$$\nabla^2 \phi_{x,y,z} = 0$$

$$\nabla^2 \phi_{x,y,z} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

مشتق پاره‌ای در راستای x برابر است با:

$$(۳-۱-۲)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (A\lambda x^2) = 2A\lambda x$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 2A\lambda$$

و به همین صورت برای دو راستای دیگر خواهیم داشت:

$$(۴-۱-۲)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 2A\sigma$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 2A\gamma$$

که در نهایت معادله ۲-۱-۲ به صورت زیر خواهد شد:

$$(۵-۱-۲)$$

$$\nabla^2 \phi_{x,y,z} = A(2\lambda + 2\sigma + 2\gamma) = 0$$

در معادله ۵-۱-۲ واضح است که به ازای A مخالف صفر خواهیم داشت: $(\lambda + \sigma + \gamma) = 0$

که در ساده‌ترین و کلی‌ترین انتخاب برای تله‌ی یونی چهارقطبی، این سه ضریب به شکل $(\lambda = \sigma = 1)$ و $(\gamma = -2)$ هستند.

بنابراین شکل پتانسیل معادله ۱-۱-۲ به شکل زیر می‌شود:

$$(۶-۱-۲)$$

$$\phi_{x,y,z} = A(x^2 + y^2 - 2z^2) + C$$

با توجه به تقارن زاویه‌ای موجود حول ϕ در مختصات استوانه‌ای و همچنین روابط

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi, \quad z = z$$

شکل زیر خواهد شد (r به معنی ρ در مختصات استوانه‌ای است):

$$(۷-۱-۲)$$

$$\phi_{r,z} = A(r^2 - 2z^2) + C$$

که ثابت‌های A , C با توجه به شرایط مرزی مسئله تعیین می‌شوند.

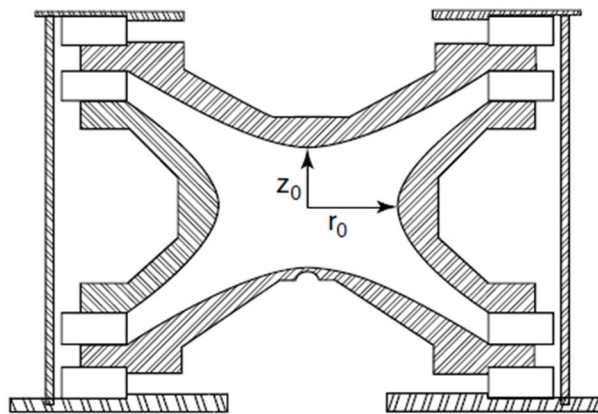
باید به این نکته توجه شود که پتانسیل وارد بر یون ϕ_0 برابر با اختلاف پتانسیل بین حلقه و

کلاهک معرفی شده در فصل قبل است که به صورت زیر است:

$$(۸-۱-۲)$$

$$\phi_0 = \phi_{\text{ring}} - \phi_{\text{endcap}}$$

با توجه به ابعاد در نظر گرفته شده برای تله‌ی یونی در شکل ۲-۱-۲، واضح است که $r = r_0$ خواهد بود وقتی که $z = 0$ و $z = \pm z_0$ زمانی که $r = 0$ است.



شکل ۲-۱-۲: ابعاد تله‌ی یونی به شعاع حلقه r_0 و فاصله بین دو کلاهک $2z_0$ [1].

با جایگذاری این روابط در معادله ۷-۱-۲ خواهیم داشت:

$$(9-1-2)$$

$$\phi_{ring} = A(r_0^2) + C$$

$$\phi_{endcap} = A(-2z_0^2) + C$$

بنابراین از تفاضل این دو خواهیم داشت:

$$(10-1-2)$$

$$\phi_0 = A(r_0^2 + 2z_0^2)$$

و از اینجا ثابت A برابر می‌شود با:

$$(11-1-2)$$

$$A = \frac{\phi_0}{(r_0^2 + 2z_0^2)}$$

بنابراین شکل پتانسیل به صورت زیر می‌شود:

(۱۲-۱-۲)

$$\phi_{r,z} = \frac{\phi_0(r^2 - 2z^2)}{(r_0^2 + 2z_0^2)} + C$$

در تله‌های یونی کلاهک‌ها اغلب در پتانسیل صفر نگه داشته می‌شوند در حالی که حلقه به پتانسیل ترکیبی DC و AC متصل می‌شود. با توجه به معادله ۱۲-۱-۲ و اعمال این شرط مرزی (پتانسیل صفر در محل کلاهک‌ها) خواهیم داشت [1]:

(۱۳-۱-۲)

$$\phi_{0,z_0} = \phi_{endcap} = \frac{\phi_0(0 - 2z_0^2)}{(r_0^2 + 2z_0^2)} + C = 0$$

که ثابت دیگر معادله به شکل زیر خواهد شد:

(۱۴-۱-۲)

$$C = \frac{(2z_0^2\phi_0)}{(r_0^2 + 2z_0^2)}$$

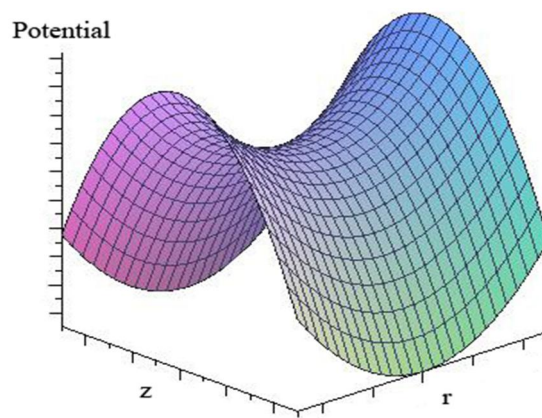
و در نهایت با جایگذاری هر دو ثابت A, C در معادله ۱۲-۱-۲ صورت کلی پتانسیل در مختصات استوانه‌ای به شکل زیر درخواهد آمد:

(۱۵-۱-۲)

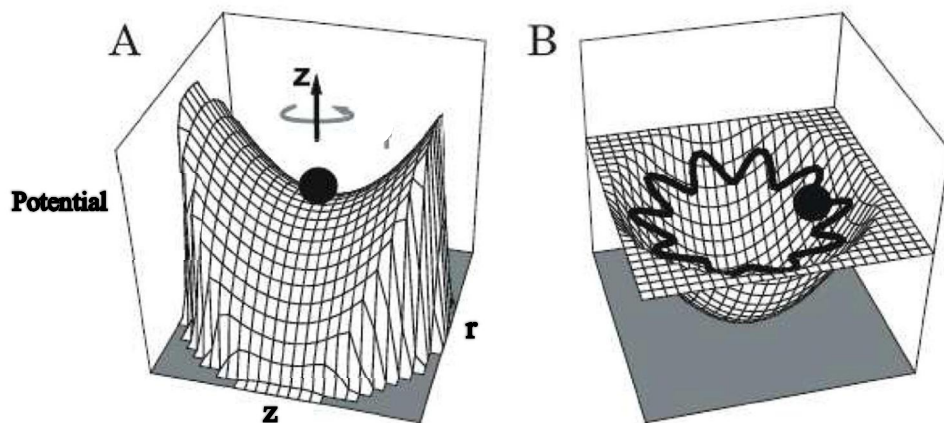
$$\phi_{r,z} = \frac{\phi_0(r^2 - 2z^2)}{(r_0^2 + 2z_0^2)} + \frac{(2z_0^2\phi_0)}{(r_0^2 + 2z_0^2)}$$

باید به این موضوع اشاره شود که با توجه به ابعاد ماکروسکوپیکی این تله‌ها تمام محاسبات در حد کلاسیکی بیان شده و حتی با وجود کوانتومی بودن ذره محصور شده گیراندازی آنها در فیزیک کلاسیک بیان می‌شود. شکل ۳-۱-۲ نمایی از پتانسیل داخل تله‌ی یونی پائول را نشان می‌دهد که با توجه به معادله ۱۵-۱-۲ و با استفاده از نرم‌افزار Maple رسم گردیده است. یون مثبت قرار گرفته درون تله‌ی یونی در راستای r خود را در ته چاه پتانسیلی می‌بینید که دستگاه به وجود آورده و مقید

می‌شود در این راستا در کمینه انرژی پتانسیل بماند ولی در همان لحظه در راستای z خود را روی قله پتانسیل می‌بیند و به راحتی می‌تواند از راستای z فرار کند. اما قبل از این که بخواهد از این راستا خارج شود پتانسیل AC دستگاه با فرکانس Ω تغییر کرده و دوباره یون را از طرفی دیگر متوقف می‌سازد. درواقع شکل چاه و قله پتانسیل را در راستاهای r, z تغییر می‌دهد و این عمل دوباره تکرار می‌شود که منجر به محصورسازی یون در سه بعد می‌شود. شکل ۲-۱-۴.



شکل ۲-۱-۳: نمایی از شکل پتانسیل چهارقطبی درون تله‌ی یونی پائول.



شکل ۲-۱-۴: شکل A تغییر متناوب چاه و قله را در درون تله پائول نشان می‌دهد که منجر به محصورسازی یون در سه بعد می‌شود (شکل B) [13].

حالتی را در نظر بگیرید که در تله‌ی یونی پائول کلاهی‌ها به پتانسیل زمین و حلقه به پتانسیل ترکیبی $\phi_0 = (U + V \cos \Omega t)$ متصل شده که در آن U پتانسیل (DC) و V پتانسیل (AC) با فرکانس Ω است. با جایگذاری آن در معادله ۱۵-۱-۲ خواهیم داشت:

(۱۶-۱-۲)

$$\phi_{r,z} = \frac{(U + V \cos \Omega t)(r^2 - 2z^2)}{(r_0^2 + 2z_0^2)} + \frac{2(U + V \cos \Omega t)z_0^2}{(r_0^2 + 2z_0^2)}$$

با در نظر گرفتن عدم وابستگی حرکت یون در راستای شعاعی و محوری به راحتی می‌توان نیروی وارد بر یون به تله افتاده را بدست آورد که در راستای z به شکل زیر خواهد بود:

(۱۷-۱-۲)

$$F_z = -e \left(\frac{d\phi}{dz} \right)_r = \frac{4e(U + V \cos \Omega t)z}{(r_0^2 + 2z_0^2)} = m \left(\frac{d^2z}{dt^2} \right)$$

با کمی مرتب‌سازی این معادله و با استفاده از قانون دوم نیوتون، معادله حرکت در راستای z یون درون تله به صورت زیر خواهد شد:

(۱۸-۱-۲)

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \left(\frac{4eU}{m(r_0^2 + 2z_0^2)} + \frac{4eV \cos \Omega t}{m(r_0^2 + 2z_0^2)} \right) z$$

و در راستای دیگر یعنی راستای r این معادله حرکت تنها در یک ثابت $\left(\frac{-1}{2}\right)$ متفاوت می‌شود:

(۱۹-۱-۲)

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \left(\frac{-2eU}{m(r_0^2 + 2z_0^2)} - \frac{2eV \cos \Omega t}{m(r_0^2 + 2z_0^2)} \right) r$$

۲-۲ معادله‌ی متئو^{۱۶}

فرم کلی معادله دیفرانسیل مرتبه دوم متئو به شکل زیر است [1, 29]:

(۱-۲-۲)

$$\frac{d^2 u}{d\xi^2} + (a_u - 2q_u \cos 2\xi)u = 0$$

که u کمیت جابجایی و ξ متغیر بدون بعد برابر با $\frac{\Omega t}{2}$ (فرکانس و t زمان) است. دو ضریب a_u و q_u کمیت‌های بدون بعد هستند که به پارامترهای پایداری معروف بوده و تعیین‌کننده‌ی جواب‌های پایدار معادله‌ی متئو هستند. با استفاده از رابطه $\xi = \frac{\Omega t}{2}$ و اپراتورهای مشتق‌گیری زیر داریم:

(۲-۲-۲)

$$\frac{d}{dt} = \frac{d\xi}{dt} * \frac{d}{d\xi} = \frac{\Omega}{2} \frac{d}{d\xi}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} = \frac{d\xi}{dt} * \frac{d}{d\xi} * \frac{d}{dt} = \frac{\Omega^2}{4} \frac{d^2}{d\xi^2}$$

که در نهایت می‌توان مشتق بر حسب ξ را بر حسب زمان نوشت که داریم:

(۳-۲-۲)

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = \frac{\Omega^2}{4} \frac{d^2 u}{d\xi^2}$$

با جایگذاری معادله ۳-۲-۲ در معادله‌ی متئو (معادله ۱-۲-۲) خواهیم داشت:

(۴-۲-۲)

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = -\frac{\Omega^2}{4} (a_u - 2q_u \cos \Omega t)u$$

¹⁶ Mathieu Equation

حال با مقایسه شکل جدید معادله‌ی متئو یعنی معادله ۲-۲-۴ با معادله حرکت یون در تله‌ی یونی پائول (معادله ۲-۱-۱۸) می‌توان ضرایب پایداری را تعیین کرد:

(۲-۲-۵)

$$\left(\frac{4eU}{m(r_0^2 + 2z_0^2)} + \frac{4eV \cos \Omega t}{m(r_0^2 + 2z_0^2)} \right) z = -\frac{\Omega^2}{4} (a_z - 2q_z \cos \Omega t) z$$

در نتیجه ضرایب پایداری برابر است با:

(۲-۲-۶)

$$a_z = \frac{-16eU}{m(r_0^2 + 2z_0^2)\Omega^2} \quad q_z = \frac{8eV}{m(r_0^2 + 2z_0^2)\Omega^2}$$

به طور مشابه اگر این محاسبات را برای مولفه شعاعی معادله حرکت انجام دهیم ضرایب پایداری برای مولفه شعاعی به شکل زیر درمی‌آیند که تنها همان ضریب $(\frac{-1}{2})$ ظاهر می‌گردد:

(۲-۲-۷)

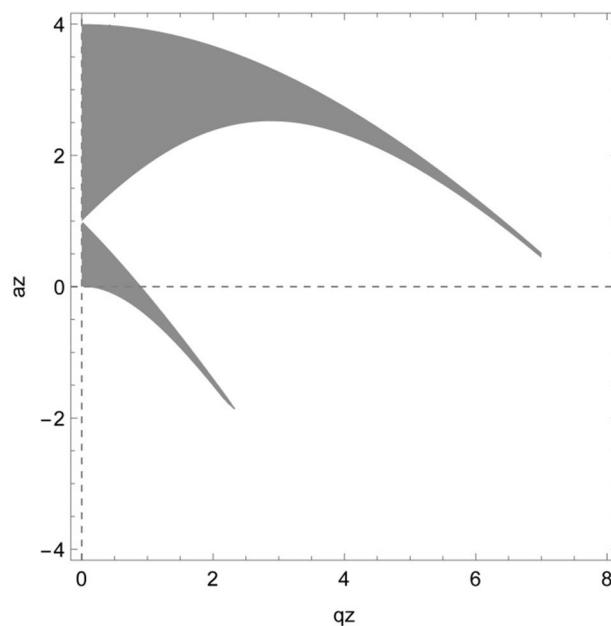
$$a_r = \frac{-a_z}{2} \quad q_r = \frac{-q_z}{2}$$

۲-۳ ناحیه پایدار حرکت یون برگرفته از معادله‌ی متئو

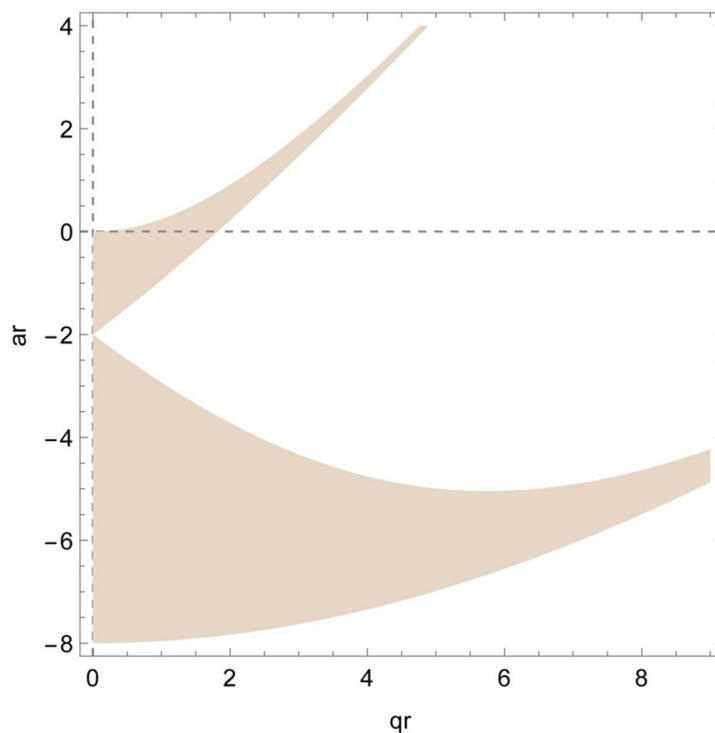
به این نتیجه رسیدیم که معادله متئو تعیین‌کننده‌ی معادله حرکت یون درون تله‌ی یونی پائول است. درواقع هر مسیر حرکت یون در تله با جواب‌های معادله مرتبه دوم متئو شرح داده می‌شود که وابسته به a_u ، q_u است که u کمیت جابجایی در دستگاه مختصات استوانه‌ای یعنی r و z است و ضرایب پایداری a_u و q_u وابسته به کمیت‌های آزمایشگاهی پتانسیل‌های U و V و فرکانس Ω و نسبت جرم به بار $\frac{m}{e}$ و ابعاد تله‌ی یونی هستند.

جواب‌های معادله‌ی متئو به شکل متناوب پایدار و یا ناپایدار هستند (در فصل بعد خواهیم دید) که در جواب‌های پایدار معادله متئو، جابجایی یون درون تله به صورت متناوب از مرکز تله گذشته ولی در جواب‌های ناپایدار آن دامنه حرکتی یون به طور نامحدود افزایش یافته و یون می‌تواند از تله‌ی یونی فرار کند.

ناحیه پایدار مربوط به جواب‌های پایدار معادله‌ی متئو که به نمودارهای پایداری معروف هستند با توجه به معادله متئو ۴-۲-۲ و با استفاده از نرم‌افزار Mathematica رسم گردید. شکل ۱-۳-۲ ناحیه پایدار را در راستای z نشان می‌دهد که در آن محور افقی پارامتر پایداری q_z و محور عمودی پارامتر دیگر پایداری یعنی a_z است. همان‌طور که قبلاً بیان شد تعیین‌کننده این محدوده پایدار در جواب‌های معادله‌ی متئو ضرایب q_z , a_z هستند و مرز بین ناحیه پایدار و ناپایدار با کمیت جدیدی به نام "پارامتر تله" β_z معرفی می‌شود [1, 29]، درواقع این پارامتر تابع ترکیبی از q_z , a_z بوده که در قسمت‌های بعدی به تفسیر آن می‌پردازیم. شکل ۲-۳-۲ نیز بیان‌کننده ناحیه پایدار شعاعی وابسته به q_r , a_r است:

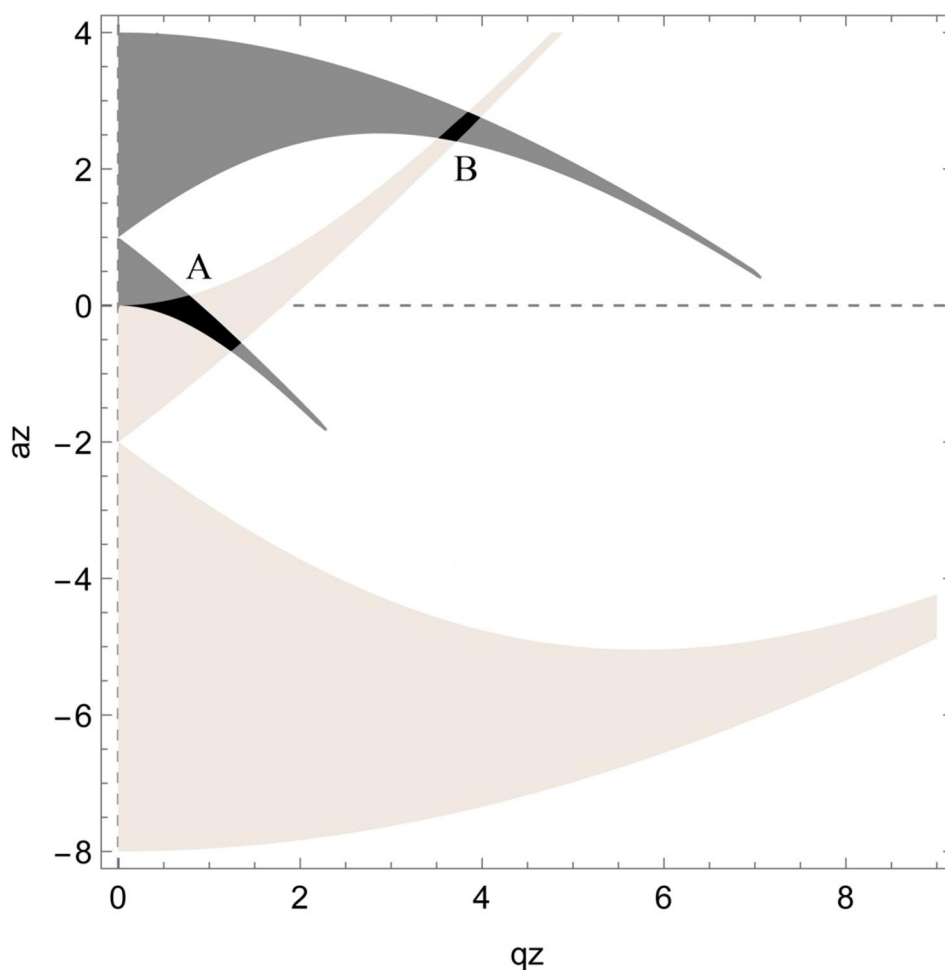


شکل ۱-۳-۲: قسمت سایه خورده ناحیه پایدار محوری را با توجه به جواب‌های پایدار معادله‌ی متئو ۴-۲-۲ نشان می‌دهد که محورهای آن پارامترهای پایداری محوری هستند.



شکل ۲-۳-۲: قسمت سایه خورده ناحیه پایدار شعاعی را با توجه به جواب‌های پایدار معادله‌ی متئو ۴-۲-۲ نشان می‌دهد که محورهای آن پارامترهای پایداری شعاعی هستند.

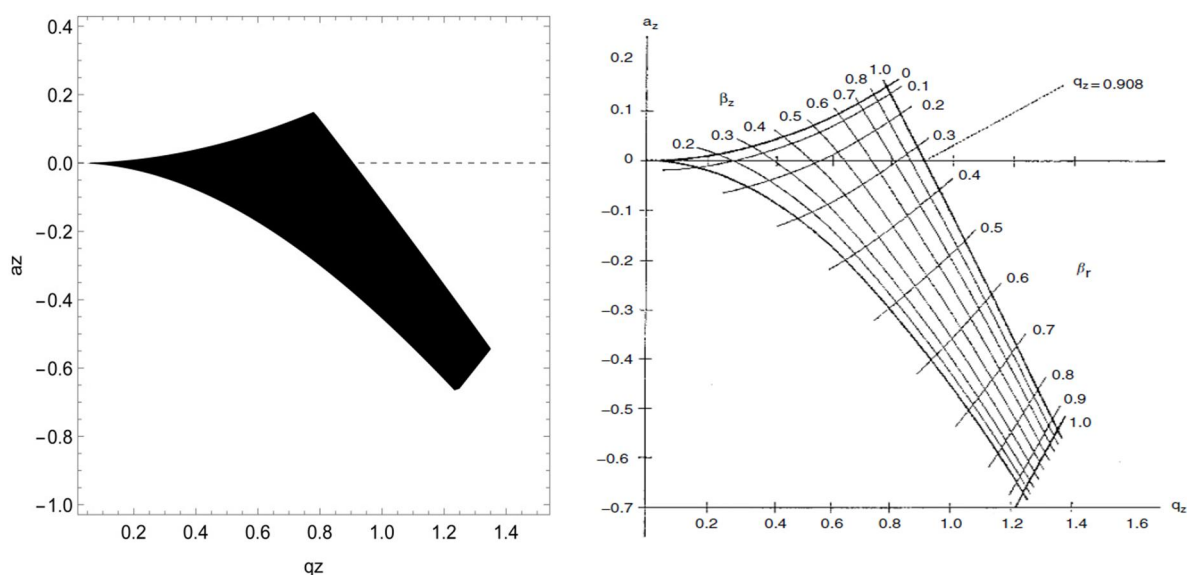
اما اگر یون بخواهد در مسیر پایداری در تله‌ی یونی حرکت کند و در واقع یون در تله‌ی یونی پائول محصور شود باید به طور هم‌زمان در ناحیه پایدار شعاعی و محوری قرار داشته باشد. بنابراین ناحیه مورد اهمیت برای ما از هم‌پوشانی هر دو نمودار پایداری حاصل می‌شود (در هم‌پوشانی دو شکل باید توجه شود که $q_z = -2q_r$ و $a_z = -2a_r$ و تاثیر ضریب ۲- لحاظ گردد). در شکل ۳-۳-۲ فصل مشترک دو ناحیه پایدار به صورت دو قسمت A , B نشان داده شده است. البته تاکنون ناحیه A به دلیل گستردگی بیشتر و مقدار q_u , a_u های کوچکتر از اهمیت بیشتری برخوردار است و اکثر دستگاه‌ها در این ناحیه ساخته شده‌اند.



شکل ۳-۳-۲: هم‌پوشانی دو ناحیه پایدار شعاعی و محوری.

شکل ۳-۳-۲ جزئیات بیشتر ناحیه A را نشان می‌دهد که با توجه به توضیحاتی که در قسمت هم‌پوشانی دو ناحیه پایدار شعاعی و محوری داده شد و اثر دادن ضریب (۲-) در شکل‌ها، از این پس محورهای شکل را برای راحتی با q_z ، a_z نشان می‌دهیم.

همان‌طور که در شکل ۳-۳-۲ نشان داده شده مرز پایداری $\beta_z = 1$ محور q_z را در $q_z = 0.908$ یعنی در $a_z = 0$ (حالتی که پتانسیل $U = 0$ است) قطع می‌کند. این نقطه‌ی قرار گرفته بر روی مرز پایداری از اهمیت فراوانی در زمینه طیف‌سنجی جرمی یون‌های درون تله برخوردار است که در بخش‌های بعدی به کاربرد آن پرداخته می‌شود [1].



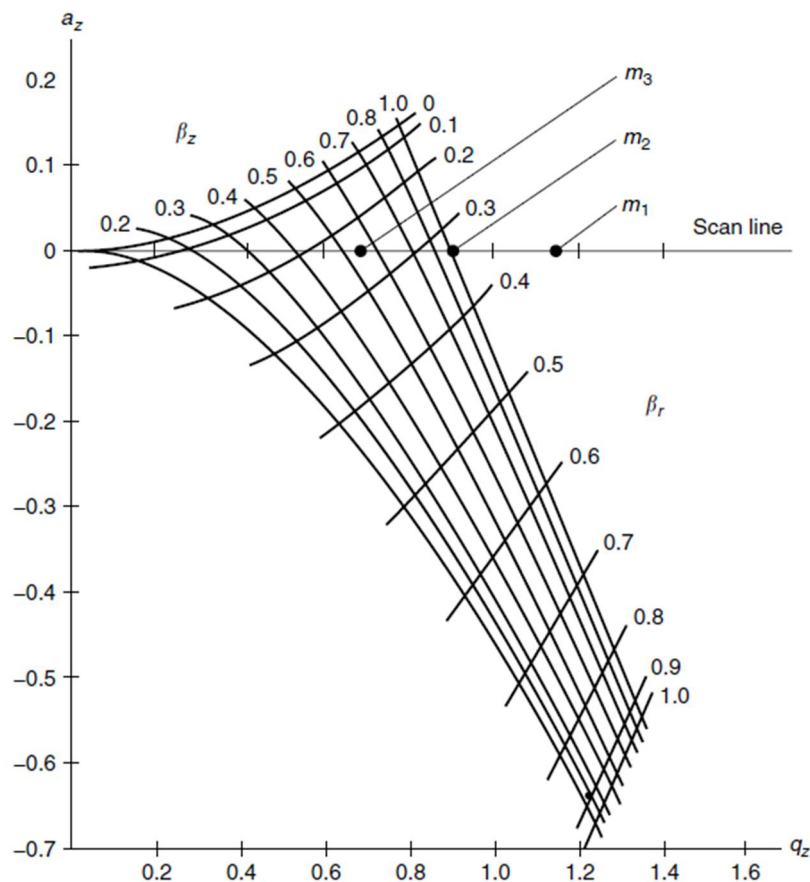
شکل ۳-۴: ناحیه پایدار A حاصل از هم‌پوشانی نواحی پایدار شعاعی و محوری. شکل سمت راست مقادیر متفاوت β_u را در این ناحیه نشان می‌دهد [20, 30].

به عنوان مثال سه یون با جرم‌های مختلف را در تله‌ی یونی در نظر بگیرید که این تله تنها به پتانسیل متناوب V متصل گردیده و $U=0$ است پس با توجه به معادلات پارامترهای پایداری خواهیم داشت [1, 20]:

$$(1-3-2)$$

$$a_z = \frac{-16eU}{m(r_0^2 + 2z_0^2)\Omega^2} = 0 \quad q_z = \frac{8eV}{m(r_0^2 + 2z_0^2)\Omega^2}$$

بنابراین $a_z = 0$ می‌شود و موقعیت یون در نمودار پایداری همانطور که در شکل ۳-۵ نشان داده شده روی محور q_z قرار می‌گیرد و تنها به دلیل اختلاف جرم یون‌ها موقعیت متفاوتی را روی محور افقی می‌پذیرند.



شکل ۲-۳-۵: موقعیت سه یون مختلف $m_1 < m_2 < m_3$ در ناحیه پایداری A را نشان می‌دهد [1].

با توجه به شکل ۲-۳-۵ اگر $m_1 < m_2 < m_3$ باشد، یون با جرم m_1 خارج ناحیه پایدار قرار گرفته و بنابراین نمی‌تواند در تله به دام بیفتد و سریعاً از تله خارج می‌شود. یون دیگر با جرم m_2 دقیقاً روی مرز پایداری قرار گرفته است یعنی این همان کمترین جرمی است که می‌تواند در تله مورد نظر به دام بیفتد (LMCO^{۱۷}). اما یون m_3 به دلیل دارا بودن جرم بیشتر مقدار q_z کوچک‌تری دارد که کاملاً در ناحیه پایدار تله قرار گرفته و می‌تواند توسط دستگاه در سه بعد محصور شود. در واقع با

¹⁷ Low Mass Cut Off

این روش است که می‌توان با استفاده از متغیرهای مختلف دستگاه، یون را کنترل کرد که از کدام مرز پایداری خارج شود. اگر یونی را در ناحیه پایدار تله داشته باشیم می‌توانیم با توجه به معادله ۱-۳-۲ با کاهش فرکانس Ω و یا افزایش دامنه ولتاژ AC مقدار q_z را افزایش داده و آن را به مرز پایداری رسانده و حتی از دیواره مورد نظر پایداری خارج کرد. پس از آن می‌توان با توجه به مشخصات دستگاه V, Ω, z_0, r_0 که به سیستم اعمال می‌شود، به راحتی نسبت جرم به بار $\frac{m}{e}$ یون مورد نظر را اندازه‌گیری کرد که یکی از روش‌های متداول در طیف‌سنجی جرمی با استفاده از این دستگاه است. در ادامه مثال‌هایی در این مورد ذکر خواهیم کرد.

۲-۴ فرکانس پایه

نمایی کلی از مسیر سه بعدی حرکت یون در تله‌ی یونی پائول در شکل ۱-۴-۲ نشان داده شده که مشابه منحنی‌های لیسازور چرخان یا شماره ۸ انگلیسی را دارد. این مسیر حرکت از ترکیب دو مولفه‌ی فرکانس اصلی به نام‌های $\omega_{r,0}$ و $\omega_{z,0}$ شکل گرفته است. واژه‌ی فرکانس اصلی دلالت بر این دارد که در اینجا فرکانس‌های مرتبه بالاتر n هم حضور دارند که در حالت کلی به صورت زیر نشان داده می‌شوند که در واقع فرکانس حرکت یون در درون تله‌ی پائول هستند [1]:

$$(1-4-2)$$

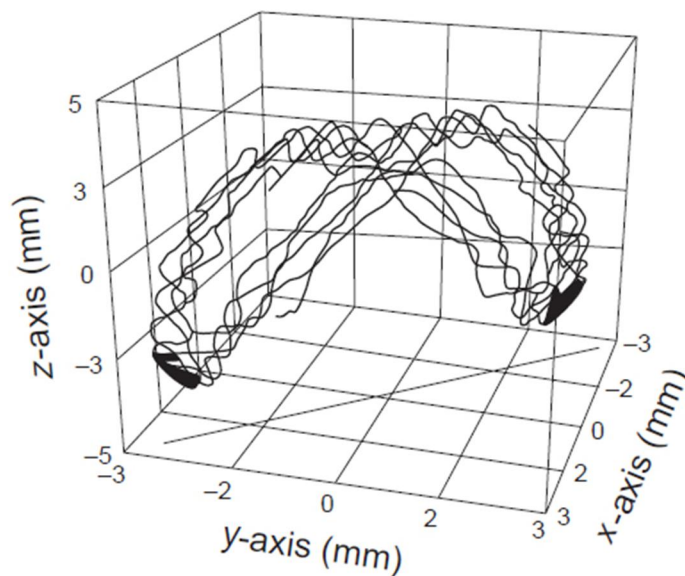
$$\omega_{u,n} = (n + \frac{1}{2}\beta_u)\Omega \quad 0 \leq n < \infty$$

$$\omega_{u,n} = -(n + \frac{1}{2}\beta_u)\Omega \quad -\infty < n < 0$$

$$\beta_u \approx \sqrt{(a_u + \frac{1}{2}q_u^2)}$$

که β_u به ازای $q_u < 0.4$ برابر است با:

این نکته باید توجه شود که قبل از اینکه پارامتر تله β_u را به طور کامل معرفی کنیم این رابطه تنها تقریبی از آن است که در اینجا مورد استفاده قرار گرفته و شکل کلی آن را که به صورت یک سری دنباله‌دار بر حسب a_u ، q_u است را در فصل سوم در حل کامل معادله‌ی متئو معرفی خواهیم کرد.



شکل ۲-۴-۱: نمای کلی حرکت یون در تله‌ی یونی پائول [1].

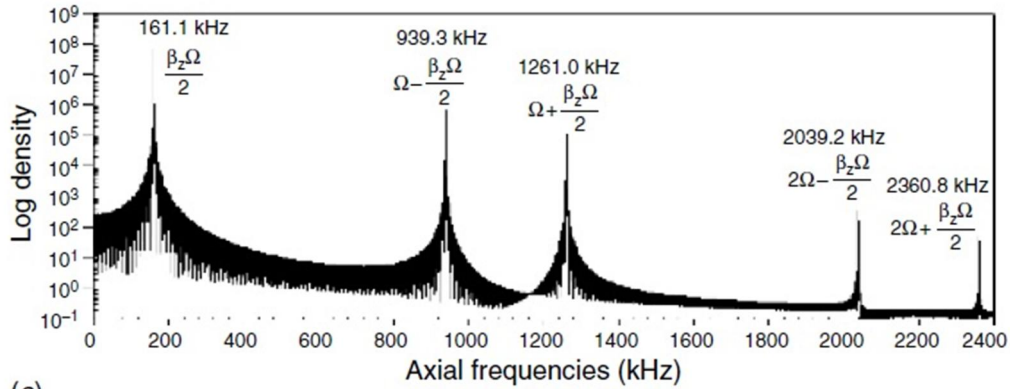
شکل ۲-۴-۲ توان طیفی حاصل از آنالیز فوریه فرکانس‌های اصلی یک یون با نسبت جرم به بار

$\frac{m}{e} = 100$ در تله‌ی پائول با پارامترهای $r_0 = 10mm$ و $z_0 = 7.071mm$ و $\Omega/2\pi = 1.1MHz$

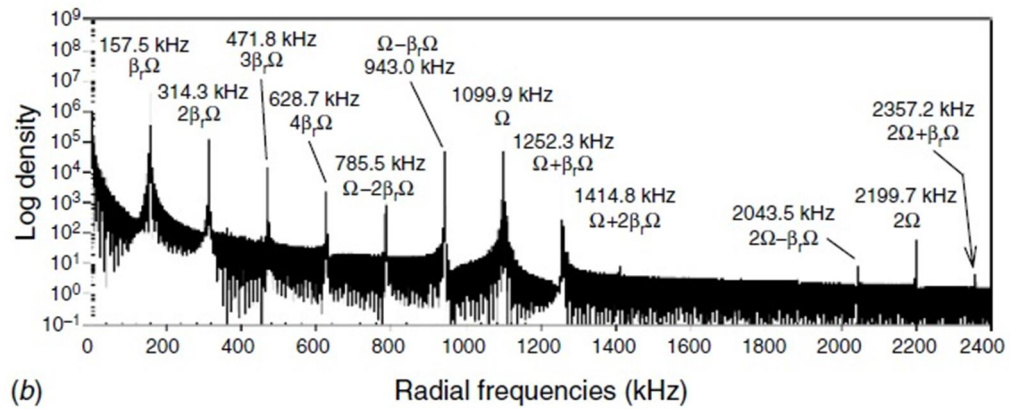
و $q_z = 0.4$ و $a_z = 0$ شبیه‌سازی گردیده است. جالب است که فرکانس پایه محوری $\omega_{z,0}$ نشان

داده شده در شکل (اولین قله از سمت چپ شکل اول) یعنی مقدار $\frac{\Omega\beta_z}{2}$ تطابق زیادی با مقدار تجربی

یعنی $160.91142 KHz$ دارد [1].



(a)



(b)

شکل ۲-۴: توان طیفی حاصل از آنالیز فوریه از مسیر یون با نسبت $\frac{m}{e} = 100$ در تله یونی شبیه سازی شده با پارامترهای $r_0 = 10mm$ و $z_0 = 7.071mm$ و $\Omega/2\pi = 1.1MHz$ و $a_z = 0$ و $q_z = 0.4$ و شعاعی نشان داده شده است [1].

۵-۲ یک نمونه محاسباتی

در خیلی از موارد در حالی که با تله یونی چهار قطبی پائول کار می شود نیاز به محاسبه چند پارامتر تله یونی از قبیل q_z و $LMCO$ و β_z و فرکانس پایه $\omega_{z,0}$ می باشد که البته در خیلی از تله های یونی مدرن این کار توسط نرم افزار انجام می شود.

به عنوان مثال یون بوتیل بنزن با نسبت جرم به بار $\frac{m}{e} = 134$ را در تله‌ی یونی به ابعاد

$$r_0 = 1.00 \text{ cm} \text{ و } z_0 = 0.783 \text{ cm} \text{ و تحت شرایط زیر در نظر بگیرید [1]:}$$

$$U = 0$$

$$V = 757 \text{ v at } 1.05 \text{ MHz}$$

$$\Omega = 2\pi f = 2\pi * 1.05 * 10^6 \text{ rad/s}$$

$$m = 134 * 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

$$\bar{A}_{\text{وگادرو}} = 6.022 * 10^{23} \text{ 1/mol}$$

$$q_z = \frac{8\text{eV}}{m(r_0^2 + 2z_0^2)\Omega^2} = \frac{8(1.602 * 10^{-19} \text{ c})(757 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ c}^{-1})(6.022 * 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{(134 * 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1})[(1 + 1.226) * 10^{-4} \text{ m}^2](2\pi * 1.05 * 10^6 \text{ s}^{-1})^2} = 0.450$$

و اما کمترین جرمی که می‌تواند با استفاده از این دستگاه در نظر گرفته شده به دام بیفتد

(LMCO) در q_z کمی کمتر از 0.908 چقدر می‌شود؟ با توجه به معادله ۲-۳-۱ به دلیل اینکه در

V ثابت مقدار $m * q_z = \text{constant}$ می‌شود پس به راحتی می‌توان به روش زیر (LMCO) را

محاسبه کرد که برابر است با:

$$(LMCO)(0.908) = \left(\frac{m}{e} 134\right) (0.450)$$

$$LMCO = \frac{\left(\frac{m}{e} 134\right) (0.450)}{0.908} = \frac{m}{z} 66.4$$

این به این معنی است که در این پتانسیل V وارد بر دستگاه مورد نظر تنها یون‌هایی می‌توانند

در تله بیفتند که $\frac{m}{e} > 66.4$ داشته باشند.

حالا با توجه به معادلات ۲-۴-۱ می‌توان مرز دیواره ناحیه پایدار و همچنین فرکانس پایه حرکت یون در راستای z را برآورد نمود:

$$\beta_z = \sqrt{a_z + \frac{1}{2}q_z^2} = \sqrt{\frac{q_z^2}{2}} = 0.318$$

و فرکانس پایه محوری $\omega_{z,0}$ برابر است با:

$$\omega_{z,0} = \frac{\beta_z \Omega}{2} = 1.049 * 10^6 \frac{rad}{s} = 167 KHz$$

۲-۶ القای میدان مغناطیسی توسط میدان الکتریکی متناوب

با توجه به معادلات ماکسول، میدان الکتریکی متناوب به کارگرفته شده در تله‌های پائول می‌تواند یک میدان مغناطیسی متناوب را به وجود بیاورد که حرکت یون درون تله را تحت تاثیر قرار دهد. معادله آمپر در معادلات ماکسول این میدان مغناطیسی القا شده را به شکل زیر توصیف می‌کند:

(۲-۶-۱)

$$\oint B \cdot ds = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

عدم حضور جریان الکتریکی I در درون تله‌ی پائول منجر به صفر شدن جمله اول در معادله ۲-۶-۱ خواهد شد و کوچک بودن فرکانس پتانسیل متناوب ($\Omega \approx 10^6 Hz$) در مقایسه با ضرایب قرار گرفته در کنار آن ($\mu_0 = 1.26 * 10^{-6} \frac{H}{m}$, $\epsilon_0 = 8.85 * 10^{-12} \frac{F}{m}$) نیز منجر به ناچیز شدن جمله دوم می‌گردد که در نهایت این میدان مغناطیسی القایی تاثیری بر حرکت یون درون تله نخواهد داشت.

۳ فصل سوم

حل معادله می شود و طیف سنجی جرمی

۱-۳ جواب‌های معادله‌ی متئو

معادله‌ی متئو ۱-۲-۲ به عنوان یک معادله‌ی مرتبه دوم شناخته شده در ریاضیات دارای جواب‌های تحلیلی تعریف شده‌ای است. این جواب‌ها در حالت کلی از دو قسمت خطی غیر وابسته به یکدیگر $u_1(\xi)$, $u_2(\xi)$ تشکیل شده است [1, 29]:

$$(1-1-3)$$

$$u = \Gamma u_1(\xi) + \Gamma' u_2(\xi)$$

که Γ, Γ' ثابت‌هایی وابسته به موقعیت اولیه و سرعت اولیه یون و فاز ξ هستند. طبق نظریه "فلوکت" ^{۱۸} [1] حالت‌هایی که همیشه در معادله ۱-۱-۳ وجود دارند به شکل زیر خواهند بود:

$$(2-1-3)$$

$$u(\xi) = e^{\mu n} \varphi(\xi)$$

که μ یک ثابت و φ جمله‌ای با دوره تناوب π و n مرتبه‌ی جملات است. توابع u_1 و u_2 به ترتیب زوج و فرد انتخاب می‌شوند:

$$u_1(\xi) = u_1(-\xi) , \quad u_2(\xi) = -u_2(-\xi)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$(3-1-3)$$

$$u(\xi) = \Gamma e^{\mu n} \varphi(\xi) + \Gamma' e^{-\mu n} \varphi(-\xi)$$

¹⁸ Floquet

طبق نظریه فوریه تابع متناوب $\varphi(\xi)$ به صورت جمع نامحدودی از بخش‌های نمایی تعریف می‌شود بنابراین خواهیم داشت:

(۴-۱-۳)

$$\varphi(\xi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_{2n} \exp(2ni\xi) \quad , \quad \varphi(-\xi) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_{2n} \exp(-2ni\xi)$$

با جایگزاری در معادله ۳-۱-۳ خواهیم داشت:

(۵-۱-۳)

$$u(\xi) = \Gamma e^{\mu\xi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2n,u} \exp(2ni\xi) + \Gamma' e^{-\mu\xi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2n,u} \exp(-2ni\xi)$$

ضرایب $C_{2n,u}$ عواملی هستند که دامنه حرکت یون را مشخص می‌کنند و تنها وابسته به q_u , a_u هستند. ضریب μ ممکن است حقیقی یا موهومی و یا مختلط باشد که این موضوع تعیین‌کننده نوع جواب‌های معادله‌ی متئو است. در حالت کلی اگر μ به شکل $\mu = \alpha + i\beta$ تعریف شود در این صورت جواب‌ها به دو شکل پایدار و ناپایدار تقسیم‌بندی می‌شوند:

۱ - پایدار : که در آن u با افزایش ξ محدود و متناهی باقی می‌ماند.

۲ - ناپایدار : که در آن u با افزایش ξ به طور نامحدودی افزایش می‌یابد.

تحت این شرایط تنها جواب‌هایی که $\alpha = 0$ است امکان پایداری دارند، اگر $\alpha \neq 0$ باشد

آنگاه یکی از ترم‌های $e^{\mu\xi}$ یا $e^{-\mu\xi}$ با افزایش ξ به سمت نامحدود بودن میل می‌کند و جواب‌ها ناپایدار می‌شود.

اما چهار حالت امکان پذیر و نتیجه های آنها که توسط " داسون " ^{۱۹} بیان شده را بررسی می کنیم که به شرح زیر است:

۱ - μ حقیقی و غیر صفر باشد: یکی از ترم های $e^{\mu\xi}$ یا $e^{-\mu\xi}$ با افزایش ξ بدون محدودیت افزایش می یابد و جواب ها ناپایدار می شوند.

۲ - μ مختلط باشد: در این شرایط هم جواب ها ناپایدار می شوند.

۳ - $\mu = im$ که m عدد صحیح باشد: این جواب ها متناوب ولی ناپایدار هستند در واقع به این جواب ها تابع متئو مرتبه درست گفته می شود که مرزهای میان ناحیه پایدار و ناپایدار را در نمودار پایداری شکل می دهد (دیواره های پایداری).

۴ - $\mu = i\beta$ است و β عدد صحیح نیست: این جواب ها متناوب و پایدارند.

حالا با توجه به قیدی که ذکر گردید ($\alpha = 0$) جواب های معادله ی متئو به شکل زیر خواهند شد:

(۳-۱-۶)

$$u(\xi) = \Gamma \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2n} \exp(2n + \beta)i\xi + \Gamma' \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2n} \exp-(2n + \beta)i\xi$$

و با جانشینی رابطه مثلثاتی $\exp(i\theta) = \cos \theta + i \sin \theta$ جواب های پایدار معادله ی متئو به شکل زیر می شود:

¹⁹ dawson

(۷-۱-۳)

$$u(\xi) = A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_{2n} \cos(2n + \beta) \xi + B \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_{2n} \sin(2n + \beta) \xi$$

که در آن ثابت‌ها به شکل زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$B = i(\Gamma - \Gamma') \quad \text{و} \quad A = \Gamma + \Gamma'$$

دیفرانسیل‌گیری از معادله ۷-۱-۳ منجر به معادله سرعت یون در میدان چهارقطبی الکتریکی

می‌شود:

(۸-۱-۳)

$$\frac{du}{dt} = -A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\Omega}{2} C_{2n} (2n + \beta) \sin(2n + \beta) \xi + B \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\Omega}{2} C_{2n} (2n + \beta) \cos(2n + \beta) \xi$$

که معادله‌ی بسیار کاربردی و مفیدی در قسمت شبیه‌سازی حرکت یون درون تله می‌باشد.

۲-۳ فرکانس پایه و سری پایداری

در واقع سری فرکانس‌های $\omega_{z,n}$ و $\omega_{r,n}$ که در فصل قبل ذکر گردید برگرفته از معادله ۸-۱-۳

است که توصیف کننده حرکت یون درون تله‌ی پائول هستند. با در نظر گرفتن $\xi = \frac{\Omega t}{2}$ و $u = r, z$

مقدار بزرگی $C_{2n,u}$ به سرعت با افزایش n کاهش می‌یابد و فرکانس‌های مرتبه بالاتر از اهمیت

کاربردی کمتری برخوردار می‌شوند.

در فصل قبل شکل کمیت پایداری β_u که معرف دیواره‌های ناحیه پایدار است را به صورت تقریبی ذکر کردیم اما در حالت کلی این تابع به صورت یک چند جمله‌ای ادامه‌دار وابسته به a_u و q_u تعریف می‌شود که به صورت زیر است [1]:

(۱-۲-۳)

$$\beta_u^2 = a_u + \frac{q_u^2}{(\beta_u + 2)^2 - a_u - \frac{q_u^2}{(\beta_u + 4)^2 - a_u - \frac{q_u^2}{(\beta_u + 6)^2 - a_u - \dots}}} + \frac{q_u^2}{(\beta_u - 2)^2 - a_u - \frac{q_u^2}{(\beta_u - 4)^2 - a_u - \frac{q_u^2}{(\beta_u - 6)^2 - a_u - \dots}}}$$

۳-۳ شبیه‌سازی حرکت یون برگرفته از حل تحلیلی معادله‌ی متئو

اینک می‌توان به شبیه‌سازی حرکت یون درون تله‌ی یونی پائول پرداخت و اثرات واقعی تغییر ولتاژ و فرکانس و سایر متغیرهای سیستم را روی حرکت یون تحلیل کرد. برای این موضوع می‌خواهیم به دو مدل شبیه‌سازی با استفاده از جواب‌های تحلیلی معادله‌ی متئو ذکر شده در بخش قبل و همچنین شبیه‌سازی دقیق‌تر با استفاده از حل عددی آن بپردازیم.

با توجه به معادلات ۷-۱-۳ و ۸-۱-۳ بدست آمده در بخش قبل که به ترتیب معادلات مکان و سرعت یون محبوس شده در تله‌ی پائول هستند می‌توان مسیر حرکت یون را درون تله شبیه‌سازی کرد. همانطور که قبلاً ذکر شد این معادلات متشکل از یک سری بی‌نهایت جمله‌ای هستند که البته تاثیر جملات متعدد این معادلات با افزایش n به سرعت کاهش قابل ملاحظه‌ای پیدا می‌کنند. با توجه به این موضوع، با تقریب بسیار خوبی، می‌توانیم تنها جمله اول آن‌ها را به منظور شبیه‌سازی

خود در نظر بگیریم که تنها رفتاری کلی از حرکت یون درون تله را نشان می‌دهد. بنابراین معادلات مورد نظر به شکل زیر خواهند شد:

(۱-۳-۳)

$$r = A_r C_{0r} \cos(\beta_r \frac{\Omega t}{2}) + B_r C_{0r} \sin(\beta_r \frac{\Omega t}{2})$$

$$z = A_z C_{0z} \cos(\beta_z \frac{\Omega t}{2}) + B_z C_{0z} \sin(\beta_z \frac{\Omega t}{2})$$

$$v_r = -A_r C_{0r} \beta_r \frac{\Omega}{2} \sin(\beta_r \frac{\Omega t}{2}) + B_r C_{0r} \beta_r \frac{\Omega}{2} \cos(\beta_r \frac{\Omega t}{2})$$

$$v_z = -A_z C_{0z} \beta_z \frac{\Omega}{2} \sin(\beta_z \frac{\Omega t}{2}) + B_z C_{0z} \beta_z \frac{\Omega}{2} \cos(\beta_z \frac{\Omega t}{2})$$

اکنون معادلات حرکت به صورت چهار معادله است که شامل چهار مجهول $A_z C_{0z}$ و $B_z C_{0z}$ و $A_r C_{0r}$ و $B_r C_{0r}$ هستند. به راحتی می‌توان با در نظر گرفتن شرایط اولیه مکان و سرعت برای یون مورد نظر در زمان اولیه $t = 0$ این ضرایب ثابت را مشخص نمود:

مکان و سرعت اولیه در $t = 0$:

$$z = 7 * 10^{-4} m \quad v_z = 100 \frac{m}{s}$$

$$r = 5 * 10^{-3} m \quad v_r = 12 \frac{m}{s}$$

تحت این شرایط چهار مجهول بالا به شکل زیر می‌شوند:

$$r = A_r C_{0r} \quad \longrightarrow \quad A_r C_{0r} = 5 * 10^{-3}$$

$$z = A_z C_{0z} \quad \longrightarrow \quad A_z C_{0z} = 7 * 10^{-4}$$

$$v_r = B_r C_{0r} \beta_r \frac{\Omega}{2} \quad \longrightarrow \quad B_r C_{0r} = \frac{2(12)}{\Omega \beta_r}$$

$$v_z = B_z C_{0z} \beta_z \frac{\Omega}{2} \quad \longrightarrow \quad B_z C_{0z} = \frac{2(100)}{\Omega \beta_z}$$

حال با داشتن این ضرایب می‌توانیم کار شبیه‌سازی مسیر حرکت یون را انجام دهیم. به عنوان

مثال شبیه‌سازی حرکت یون سدیم ($^{23}\text{Na}^+$) در دستگاهی با مشخصات زیر را در نظر بگیرید:

$$U = 20 \text{ v}$$

$$V = 200 \text{ v} \quad \text{at} \quad f = 1.05 \text{ MHz}$$

$$r_0 = 1.00 \text{ cm}$$

$$\Omega = 2\pi f = 2\pi * 1.05 * 10^6 \text{ rad/s}$$

$$z_0 = 0.783 \text{ cm}$$

$$m = 23 * 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

$$q_z = \frac{8\text{eV}}{m(r_0^2 + 2z_0^2)\Omega^2}$$

$$= \frac{8(1.602 * 10^{-19} \text{ C})(200 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ C}^{-1})(6.022 * 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{(23 * 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1})[(1 + 1.226) * 10^{-4} \text{ m}^2](2\pi * 1.05 * 10^6 \text{ s}^{-1})^2} = 0.693$$

$$a_z = \frac{-16\text{eU}}{m(r_0^2 + 2z_0^2)\Omega^2}$$

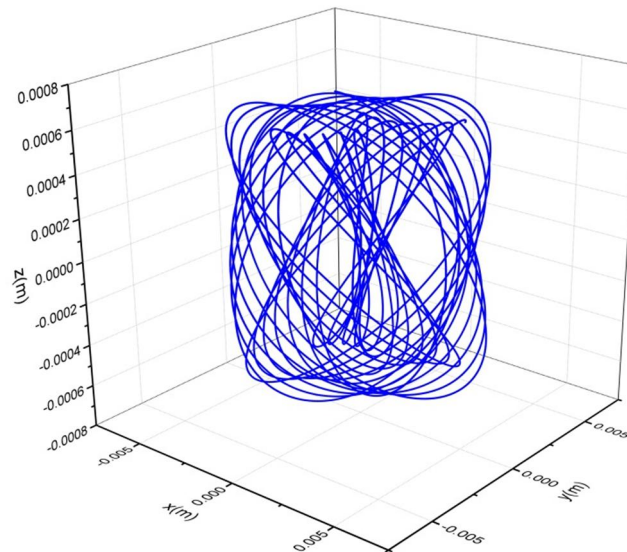
$$= \frac{-16(1.602 * 10^{-19} \text{ C})(20 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ C}^{-1})(6.022 * 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{(23 * 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1})[(1 + 1.226) * 10^{-4} \text{ m}^2](2\pi * 1.05 * 10^6 \text{ s}^{-1})^2} = -0.138$$

$$a_r = \frac{-a_z}{2} = \frac{0.138}{2} = 0.069 \quad q_r = \frac{-q_z}{2} = \frac{-0.693}{2} = -0.346$$

$$\beta_r = \sqrt{a_r + \frac{1}{2}q_r^2} = \sqrt{0.069 + \frac{(-0.3465)^2}{2}} = 0.359$$

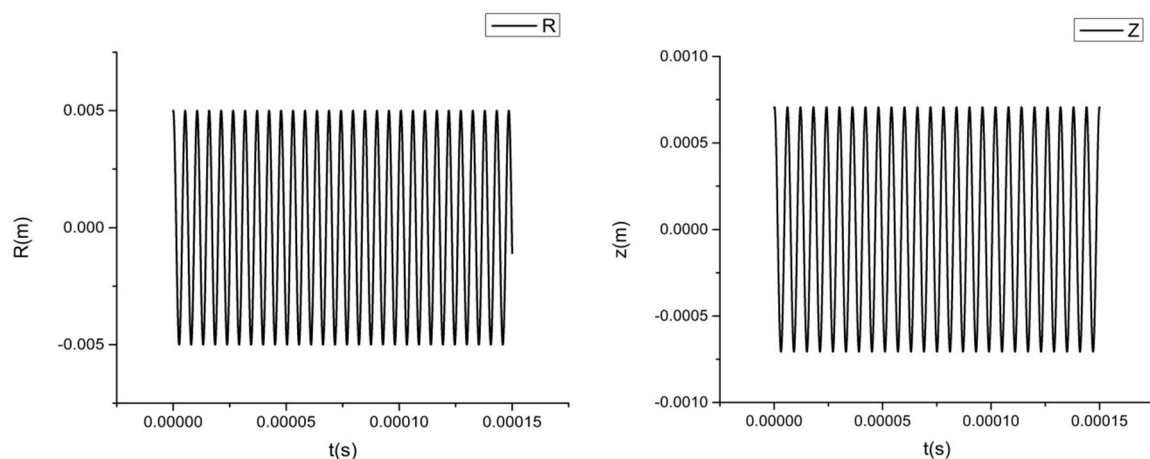
$$\beta_z = \sqrt{a_z + \frac{1}{2}q_z^2} = \sqrt{-0.138 + \frac{0.693^2}{2}} = 0.318$$

شکل ۳-۳-۱ مسیر سه بعدی حرکت یون را درون تله‌ی یونی پائول نشان می‌دهد که با توجه به جواب‌های تحلیلی معادله‌ی متئو و تنها با در نظر گرفتن جمله اول معادلات حرکت رسم گردیده است.



شکل ۳-۳-۱: مسیر حرکت یون سدیم یک بار مثبت در تله‌ی یونی پائول با استفاده از جواب‌های تحلیلی معادله‌ی متئو (داده‌ها با گام زمانی ۱۰ نانو ثانیه به مدت ۱۵۰ میکرو ثانیه رسم گردیده است).

شکل ۳-۳-۲ محدوده حرکتی یون را در راستای Z و r نشان می‌دهد که با توجه به تقریب در نظر گرفته شده در جواب‌های تحلیلی معادله‌ی متئو (تنها جمله اول سری در نظر گرفته شد)، خطایی از مرتبه جمله دوم این سری داشته و تنها رفتار کلی یون درون تله را نشان می‌دهد که دامنه تغییرات آن در تمام مسیر ثابت می‌ماند.

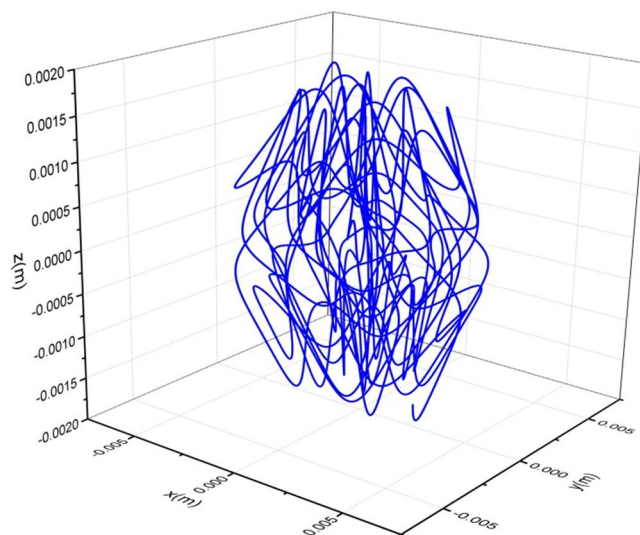


شکل ۳-۳-۲: دامنه حرکتی یون در راستای r و Z برگرفته از جواب‌های تحلیلی معادله‌ی متئو.

۳-۴ شبیه‌سازی حرکت یون برگرفته از حل عددی معادله‌ی متئو

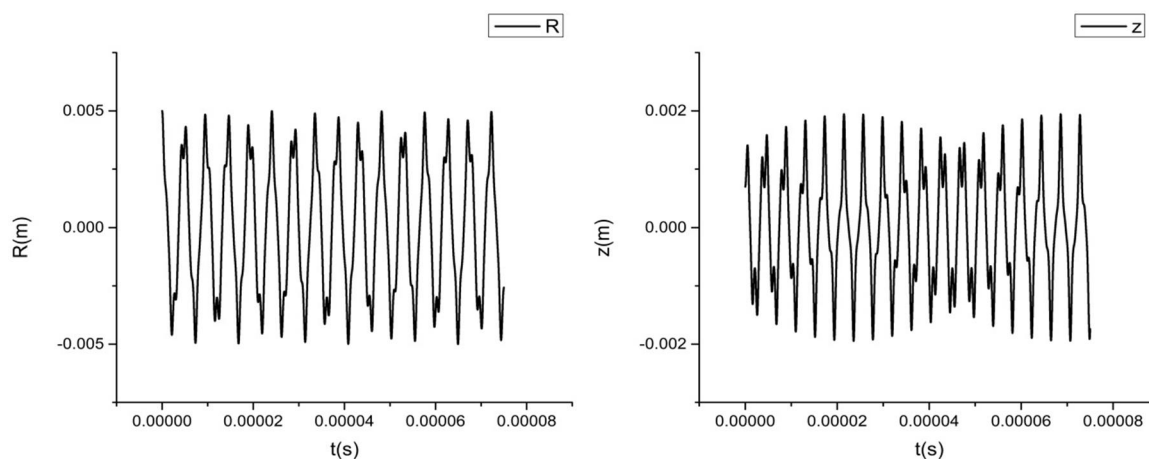
اکنون به حل عددی معادله‌ی متئو و شبیه‌سازی حرکت یون درون تله‌ی پائول می‌پردازیم. در این روش با شکستن معادله‌ی مرتبه دوم متئو به دو معادله‌ی مرتبه یک و حل عددی آن‌ها به روش اولر شبیه‌سازی صورت گرفته است.

در این روش با توجه به داده‌های بدست آمده در شکل ۳-۴-۱ رفتار دقیق‌تری از حرکت یون داخل دستگاه را مشاهده می‌کنیم که به صورت زیر است:



شکل ۳-۴-۱: مسیر حرکت یون سدیم یک بار مثبت در تله‌ی یونی پائول با استفاده از حل عددی معادله‌ی متئو (داده‌ها با گام زمانی ۱ نانو ثانیه به مدت ۷۵ میکرو ثانیه رسم گردیده است).

همانطور که در شکل ۳-۴-۱ نشان داده شده است با استفاده از حل عددی معادله‌ی متئو داده‌ها دارای دقت بیشتری است و حرکات ریز یون در حال حرکت نیز ظاهر می‌گردد این موضوع را می‌توان به طور واضح‌تر در شکل ۳-۴-۲ که تغییرات r و z را بر حسب t نشان می‌دهد مشاهده کرد:



شکل ۳-۴-۲: دامنه حرکتی یون در راستای Z و I حاصل از حل عددی معادله‌ی متئو.

۳-۵ طیف‌سنجی جرمی^{۲۰}

از جمله کاربردهای بسیار گسترده تله‌های یونی پائول در زمینه طیف‌سنجی جرمی اتم‌ها و آنالیزهای زیست-مولکولی^{۲۱} بوده که در شناخت عناصر تشکیل‌دهنده مواد و گازها کاربرد دارد. در حالت کلی طیف‌سنجی جرمی با استفاده از این سیستم‌ها، به دو بخش عمده، سیستم‌های گیراندازی یون^{۲۲} (QIT-MS) و سیستم‌های شار یونی^{۲۳} (QMF)، تقسیم‌بندی می‌شود.

در این سیستم‌ها با گیراندازی گاز یونیزه شده اتم‌های مختلف، هرکدام از یون‌ها با توجه به اختلاف جرمی که نسبت به یکدیگر دارند، موقعیت متفاوتی را در ناحیه پایدار داشته و پس از گیراندازی به کمک افزایش ولتاژ و یا کاهش فرکانس سعی بر خارج کردن یون از دیواره پایداری و اندازه‌گیری جرم آن‌ها دارند.

²⁰ Mass Spectrometry

²¹ Analysis of biomolecules

²² Quadrupole Ion Trap-Mass Spectrometry

²³ Quadrupole Mass Filter

در اندازه‌گیری جرم یون‌های به دام افتاده در تله‌ی پائول از سیستم‌های اسکن‌کننده ولتاژ استفاده می‌گردد که پس از وارد کردن یون به درون تله و محصورسازی آن، سیستم اسکن‌کننده ولتاژ شروع به افزایش ولتاژ اعمالی بر الکترودها می‌نماید. با توجه به معادله ۳-۵-۱ در اثر این افزایش ولتاژ مقدار پارامتر پایداری q_z افزایش پیدا کرده و موقعیت یون در ناحیه پایدار به مرز دیواره سمت راست پایداری یعنی $\beta_z = 1$ نزدیک می‌گردد و درست در جایی که مقدار $q_z = 0.908$ می‌شود یون از ناحیه پایدار در راستای z خارج گردیده و دیگر مسیر متناوب و پایداری در راستای z نخواهد داشت و از یکی از کلاهک‌ها خارج می‌شود. یون خارج شده توسط آشکارسازی در پشت کلاهک ثبت می‌شود. سیستم اسکن‌کننده ولتاژ که با آشکارساز پشت کلاهک در ارتباط است، مقدار ولتاژی را که به ازای آن، یون از درون تله خارج گردیده را ثبت و بر اساس آن مقدار جرم یون مورد نظر را محاسبه می‌کند.

(۳-۵-۱)

$$q_z = \frac{8\text{eV}}{m(r_0^2 + 2z_0^2)\Omega^2}$$

در این کار، باتوجه به محدودیت‌های اندازه‌گیری تجربی، فرآیندی برعکس شبیه‌سازی شده است که در آن فرض می‌شود یک یون با جرم معلوم وارد سیستم شده و مقدار ولتاژی را که به ازای آن یون از سیستم خارج می‌شود محاسبه می‌گردد. یون $^{23}\text{Na}^+$ را در دستگاهی با مشخصات زیر در نظر بگیرید که در تله‌ی پائول گیراندازی شده است:

$$U = 0 \text{ volt}$$

$$r_0 = 1.27 \text{ cm}$$

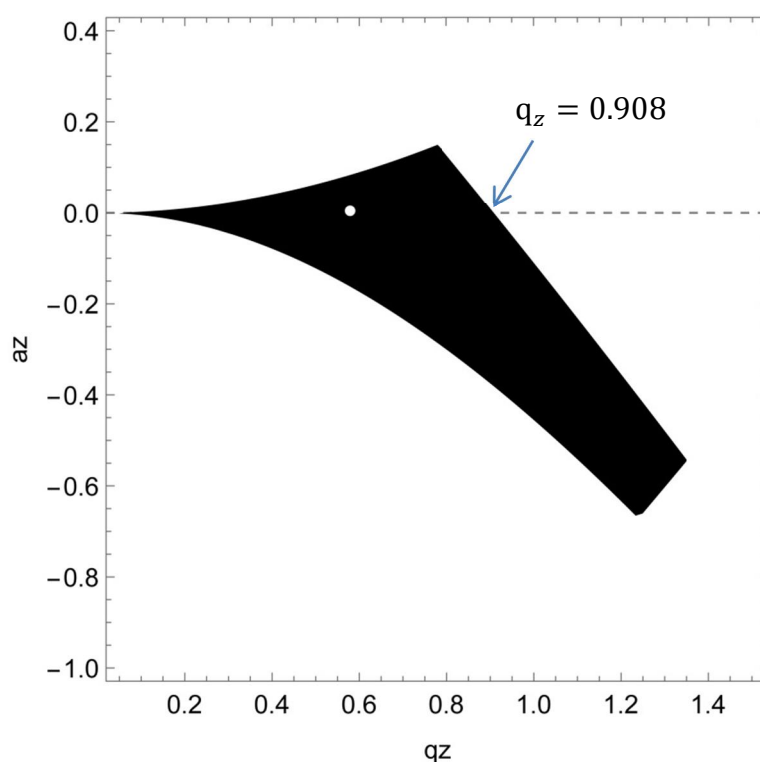
$$V = 250 \text{ volt}$$

$$z_0 = 0.9 \text{ cm}$$

$$\Omega = 2\pi * 1.05 \text{ MHz}$$

شکل ۳-۵-۱ موقعیت یون را در ناحیه پایدار تله نشان می‌دهد که با استفاده از نرم‌افزار

Mathematica رسم گردیده است:



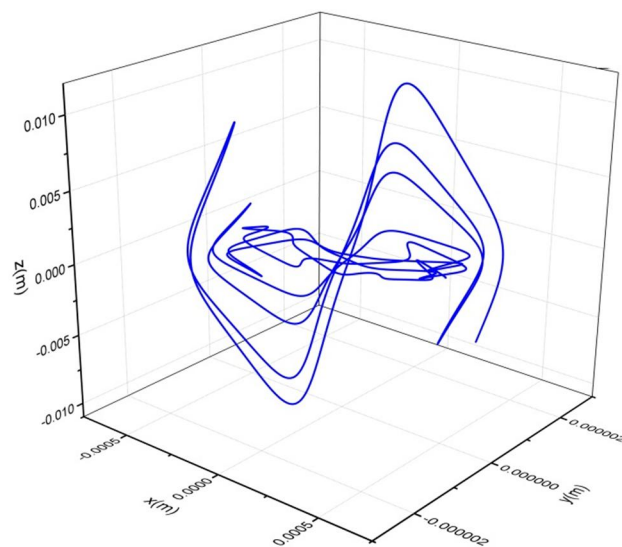
شکل ۳-۵-۱: نقطه سفید رنگ: موقعیت یون $^{23}\text{Na}^+$ در ناحیه پایدار دستگاهی با مشخصات ذکر شده در بخش ۳-۵ را نشان می‌دهد.

با توجه به صفر بودن پتانسیل DC وارد بر دستگاه، پارامتر پایداری $a_z = 0$ است و موقعیت

یون در ناحیه پایدار روی محور افقی قرار می‌گیرد که کار را در محاسبات اندازه‌گیری جرم راحت

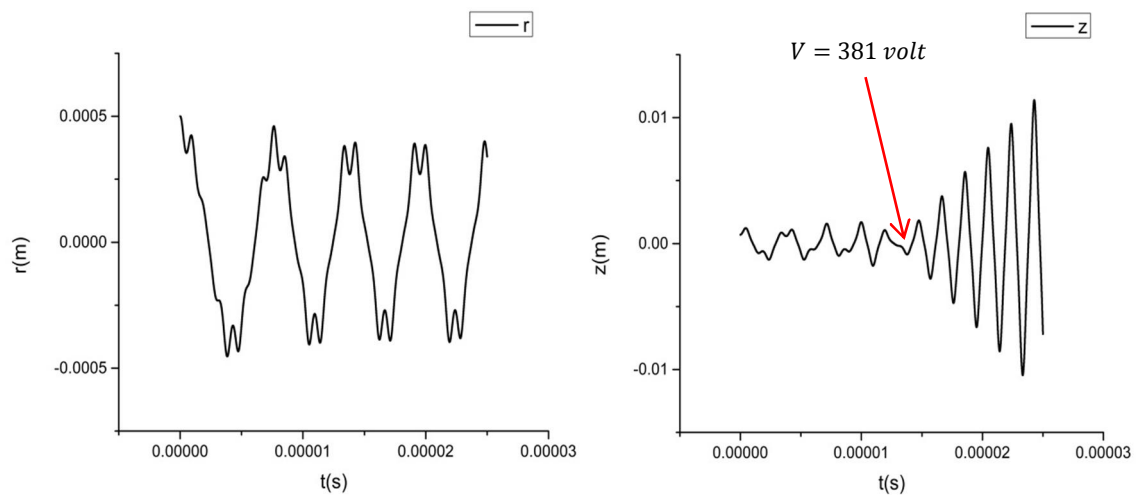
می‌کند.

با استفاده از کدنویسی C++ و نرم افزار Origin به حل عددی معادله‌ی متئو و شبیه‌سازی حرکت یون درون تله‌ی پائول و رفتار آن نسبت به افزایش ولتاژ پرداخته شد که شکل ۳-۵-۲ نمایی از حرکت سه بعدی یون را درون تله‌ای نشان می‌دهد که سیستم اسکنر ولتاژ در حال افزایش ولتاژ است:



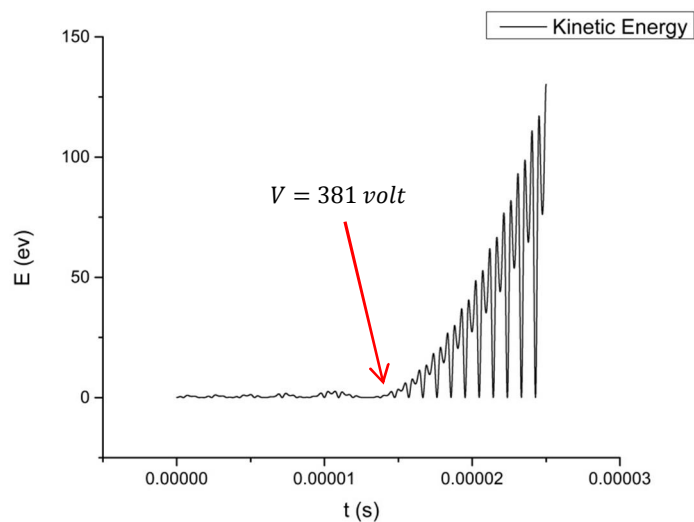
شکل ۳-۵-۲: رفتار یون $^{23}\text{Na}^+$ در اثر افزایش ولتاژ و رسیدن به دیواره پایداری سمت راست.

شکل ۳-۵-۳ محدوده حرکتی یون را در راستاهای r و z نشان می‌دهد که در اثر افزایش ولتاژ تغییر کرده است. در ولتاژی برابر با $V = 381 \text{ volt}$ یون سدیم از دیواره سمت راست ناحیه پایدار تله خارج شده و در راستای z از تله خارج گردیده است. اما یون مورد نظر تحت این شرایط هنوز در ناحیه پایدار محوری قرار دارد و محدوده حرکتی آن در راستای r تغییر نخواهد کرد که این موضوع کمک شایانی در خارج شدن یون از حفره مرکزی کلاهک دارد.



شکل ۳-۵: محدوده حرکتی یون در راستای r و z در حالتی که ولتاژ AC با گذشت زمان در حال افزایش بوده نشان داده شده است. یون در ولتاژ $V = 381 \text{ volt}$ در راستای z از سیستم خارج گردیده می‌شود.

شکل ۳-۵-۴ انرژی جنبشی یون را درون تله نشان می‌دهد که در اثر خارج شدن یون از ناحیه پایدار سریعاً افزایش پیدا کرده و از تله خارج می‌شود.



شکل ۳-۵-۴: تغییرات انرژی جنبشی یون درون تله در اثر افزایش ولتاژ و خارج شدن از ناحیه پایدار تله (انرژی جنبشی اولیه یون به تله افتاده در محدوده meV در نظر گرفته شده است).

۴ فصل چهارم

عملکرد کاربردی سیستم

۴-۱ فشار و گاز پس‌زمینه

عملکرد دقیق سیستم‌های گیراندازی یون و همچنین مدت زمان گیراندازی آن‌ها مستلزم خلاء مناسب فراهم شده در درون سیستم است. به منظور کاهش برخوردهای یون/ یون و یون/ اتم میان یون‌های گیراندازی شده و اتم‌های خنثی گاز پس‌زمینه موجود در درون تله، فشار مناسب از مرتبه 10^{-6} mbar و کمتر (محدوده خلاء بالا^{۲۴} و خلاء فوق بالا^{۲۵}) فراهم می‌شود [34]. به عنوان مثال چگالی گاز پس‌زمینه موجود درون تله‌ی یونی و همچنین طول آزاد میانگین برخوردها در فشار 10^{-6} mbar به شکل زیر برآورد می‌شود:

$$P = 10^{-6} \text{ mbar} = 0.76 * 10^{-6} \text{ torr}$$

$$KT = 3.1 * 10^{-20} \text{ torr.litter } (T = 300^\circ \text{K})$$

$$PV = NKT \rightarrow N \approx 10^{10} \frac{\text{particle}}{\text{cm}^3}$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi N d^2} = \frac{3 * 10^{-3}}{P_{\text{torr}}} = 70 \text{ m}$$

که d ثابتی از مرتبه ابعاد مولکولی است.

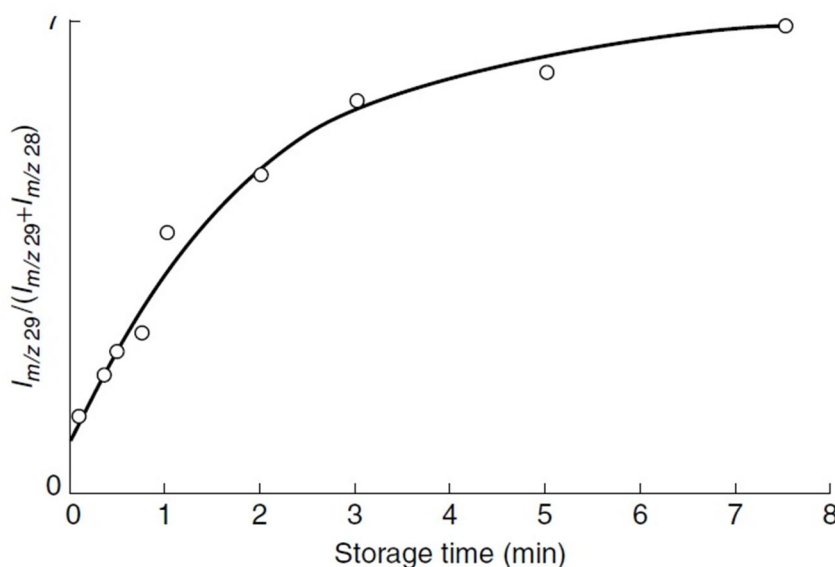
یونش و طیف‌سنجی جرمی گاز پس‌زمینه انجام گرفته توسط رتینگ‌هاوس^{۲۶} نشان دهنده حضور مولکول یونی با نسبت جرم به بار $\frac{m}{e} = 29$ در گاز پس‌زمینه تله‌ی یونی است که معرف مولکول COH^+ شکل گرفته در اثر برخوردهای یون/ مولکول میان CO^+ و مولکول‌های هیدروکربنی موجود در گاز پس‌زمینه است. شواهد بیان‌کننده‌ی نحوه شکل‌گیری مولکول COH^+ در اثر برخوردهای یون/ مولکولی به عنوان اولین بررسی این برخوردها در درون تله‌های یونی بیان گردید که با اندازه‌گیری

²⁴ High Vacuum

²⁵ Ultra High Vacuum

²⁶ Rettinghaus

نسبت $\frac{m}{e} = 29$ به مجموع مقادیر $\frac{m}{e} = 29$ و $\frac{m}{e} = 28$ بر حسب زمان محصورسازی یون درون تله انجام گرفت. شکل ۱-۱-۴ افزایش شش برابری این نسبت را بر حسب زمان محصورسازی ۷ دقیقه نشان می‌دهد که دلالت بر شکل‌گیری مولکول COH^+ در اثر برخوردهای ذکر شده دارد [1].



شکل ۱-۱-۴: نسبت مولکولی با $\frac{m}{e} = 29$ به مجموع مقادیر $\frac{m}{e} = 29$ و $\frac{m}{e} = 28$ بر حسب زمان محصورسازی یون درون تله‌ی یونی [1].

حضور مولکول‌های هیدروکربنی در گاز پس‌زمینه درون تله به علت گاز پس‌دهی دیواره‌ی داخلی محفظه خلاء است. تمیزکاری سطوح داخلی محفظه خلاء با استفاده از الکل‌هایی همچون اتانول و استون انجام می‌شود. پس از تمیزکاری تعدادی از مولکول‌های الکل بر روی سطح می‌چسبند که در خلاء بالا از آن جدا شده و وارد محیط می‌شوند. به منظور کاهش این مولکول‌های هیدروکربنی سطوح مورد نظر در حین خلاءسازی داغ می‌شوند تا مولکول‌های چسبیده به سطح جدا شده و به بیرون پمپ شوند و پس از آن سطوح دوباره سرد می‌شوند.

۲-۴ تولید یون

یونش اتم‌های خنثی به منظور گیراندازی آن‌ها درون تله‌ی یونی به دو روش رایج زیر صورت می‌گیرد:

الف) یونش یون در درون تله‌ی یونی با استفاده از برخورد شار الکترونی

در این روش با تزریق گاز خنثی به درون تله‌ی یونی و سپس وارد کردن یک شار الکترونی مناسب از حفره کلاهی تله به درون آن انجام می‌گیرد که برخورد میان آن‌ها منجر به یونش اتم‌ها می‌شود [2, 31].

ب) استفاده از چشمه‌های یونی و وارد کردن یون به درون تله

در این روش فرآیند یون‌سازی درون چشمه‌ی یونی انجام می‌گیرد و پس از آن با استفاده از میدان‌های الکترومغناطیسی، یون از حفره موجود در یکی از کلاهی‌های تله وارد آن می‌شود [32-33].

در بخش‌های بعدی به تفصیل این روش‌ها و عملکرد آن‌ها پرداخته می‌شود.

۳-۴ یونش گاز در درون تله

در اکثر سیستم‌های طیف‌سنجی جرمی و آنالیز مولکولی تله‌های یونی، یون در درون تله تولید می‌شود و مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این روش با تزریق شار الکترون با انرژی مناسب به درون تله و اندرکنش آن با اتم‌ها و مولکول‌های خنثی موجود در تله‌ی یونی منجر به تولید گاز یونیزه می‌شود. یک مولکول خنثی در اثر اندرکنش الکترون فرودی با ابر الکترونی آن انرژی جذب می‌کند. معادله ۱-۳-۴

اندرکنش یک الکترون با انرژی 70 eV را با مولکول M نشان می‌دهد. مولکول مورد نظر در طی این اندرکنش حدود 14 eV انرژی جذب می‌کند که سریعاً منجر به کنده شدن یکی از الکترون‌های مداری آن با انرژی جنبشی زیر 1 eV می‌شود. پس از آن نیز، دوباره الکترون پراکنده شده با انرژی 56 eV همچنان می‌تواند با اتم‌های دیگر برخورد کرده و باعث یونیزه شدن آن‌ها شود [34].

(۱-۳-۴)



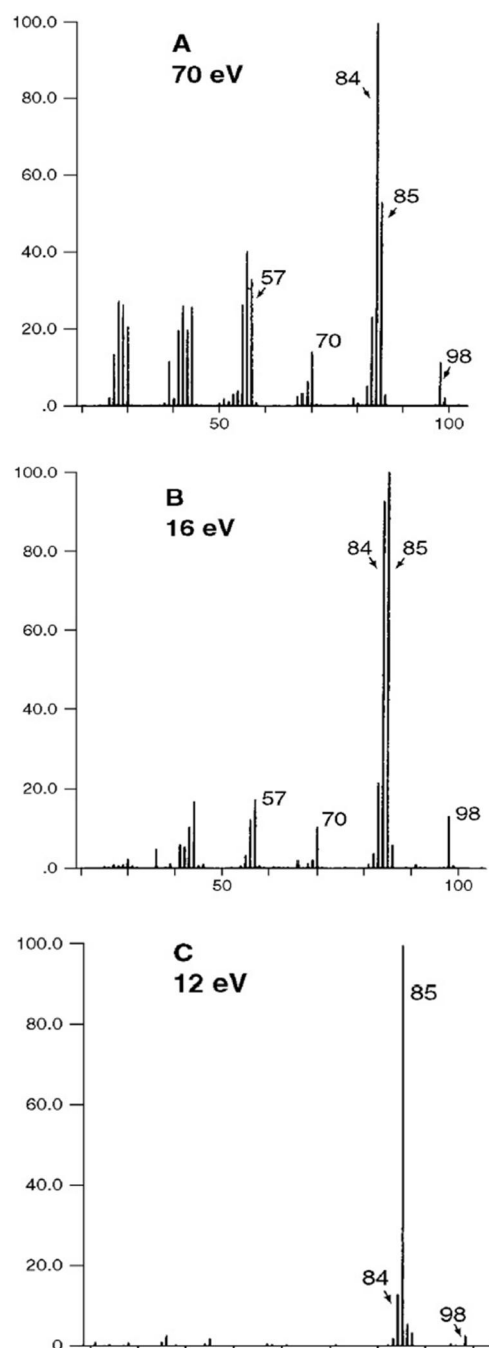
اما با توجه به انرژی متفاوت الکترون‌های مداری اتم‌ها و همچنین متفاوت بودن انرژی بستگی آن‌ها در اتم‌ها و مولکول‌های مختلف، این انرژی تبدلی 14 eV در نظر گرفته شده می‌تواند متفاوت باشد و محدوده وسیعی را شامل شود. به طوری که وابسته به گاز مورد نظر ممکن است یک مولکول مقدار 30 eV انرژی جذب کند و یا حتی تنها 9 eV جذب شود.

هر چه انرژی انتقال یافته از طرف الکترون فرودی به مولکول بیشتر باشد و مولکول در حالت برانگیخته بالاتری قرار گیرد این مولکول تمایل بیشتری به تکه تکه شدن و تجزیه مولکول به قسمت‌های کوچکتر دارد که کاربرد گسترده‌ای در زمینه آنالیز مولکولی و انرژی بستگی آن‌ها دارد. طیف‌جرمی گاز ناشناخته‌ای را که به روش یونش توسط شار الکترونی فرودی با انرژی 70 eV و با استفاده از سیستم‌های اسکن‌کننده طیف‌سنجی جرمی تله‌های یونی بدست آمده (شکل ۴-۳-۱A) در نظر بگیرید. به عنوان یک برآورد اولیه، قله بدست آمده در $\frac{m}{e} = 98$ می‌تواند مشخصه گاز درون تله و همچنین قله‌هایی با نسبت $\frac{m}{e}$ کوچک‌تر نمایانگر تکه تکه شدن مولکول در اثر اندرکنش با شار الکترون فرودی باشند. به عنوان مثال قله‌های $\frac{m}{e} = 84$ و $\frac{m}{e} = 85$ می‌توانند از جدا شدن قسمتی با جرم 14u و 15u از مولکول اصلی حاصل گردند.

اما به منظور تایید این فرضیه و تحلیل دقیق تر آن این گاز توسط شار الکترونی با انرژی های پایین تر نیز یونیزه می گردد تا اثر تکه تکه شدن مولکول را در حین یونیزه شدن به حداقل برساند. شکل ۴-۳-۱ B و شکل ۴-۳-۱ C به ترتیب طیف جرمی این گاز را با استفاده از شار الکترون فرودی 16 eV و 12 eV نشان می دهد که منجر به تغییرات با اهمیتی در شدت قله های ثبت شده گردیده است.

قله ی $\frac{m}{e} = 84$ که در شکل A شدت بیشتری نسبت به $\frac{m}{e} = 85$ داشت اکنون در شکل B $\frac{m}{e} = 85$ شدت بیشتری دارد و همچنین در شکل B شدت قله ی $\frac{m}{e} = 98$ در مقایسه با قله های مشاهده شده ماقبل $\frac{m}{e} = 84$ است.

در شکل C با کاهش انرژی شار الکترون فرودی و درواقع کاهش احتمال تکه تکه شدن مولکول های درون تله، تمام قله های زیر $\frac{m}{e} = 84$ که معرف تکه تکه شدن مولکول ها هستند محو گردیده است. در این شکل $\frac{m}{e} = 85$ تنها قله اصلی طیف است که نشان می دهد بیشترین فراوانی گاز درون تله با این جرم است. حضور قله $\frac{m}{e} = 98$ نشان دهنده مولکول هایی با این جرم و در واقع بیانگر عدم خلوص گاز درون تله است. قله ی دیگر $\frac{m}{e} = 84$ و اثر تغییرات شدت آن در شکل A و B نیز نشان دهنده جدا شدن یک رادیکال هیدروژنی از گاز عمده درون تله یعنی $\frac{m}{e} = 85$ است.

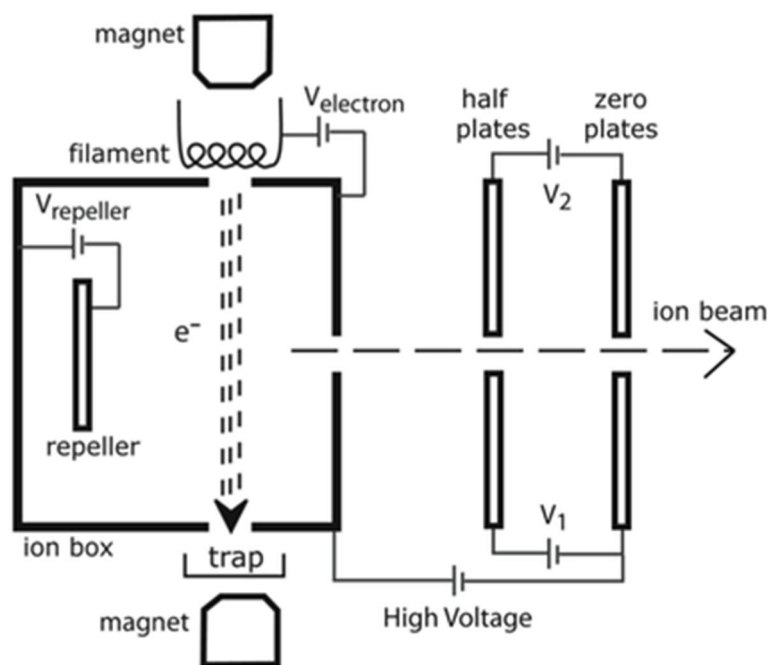


شکل ۴-۳-۱: طیف جرمی ثبت شده گاز ناشناخته‌ای که با استفاده از یونش شار الکترونی با انرژی‌های 70 , 16 , 12 eV اندرکنش کرده‌اند [34].

۴-۴ چشمه‌ی یونی

چشمه‌ی یونی به عنوان یکی دیگر از روش‌های تولید یون به منظور گیراندازی آن درون تله‌ی یونی است. در این روش نیز با استفاده از تابش شار الکترون به گاز خنثی اما اینک خارج از تله‌ی یونی منجر به یونش اتم شده و پس از آن با استفاده از لنزهای الکتریکی یون مورد نظر از یکی از حفره‌های کلاهک تله‌ی یونی وارد آن می‌گردد. این روش با توجه به کنترل فشار گاز چشمه‌ی یونی و تله‌ی یونی و همچنین کنترل لنزهای الکتریکی به منظور هدایت مناسب یون‌ها به درون تله، امکان گیراندازی تعداد کمی از یون‌ها حتی یک تک یون را در درون تله فراهم می‌سازد.

ساختار کلی چشمه‌های یونی که در شکل ۴-۴-۱ نشان داده شده است متشکل از فیلامان کاتد داغ، آند، دفع‌کننده الکتریکی، آهنربا و لنزهای الکتریکی است.

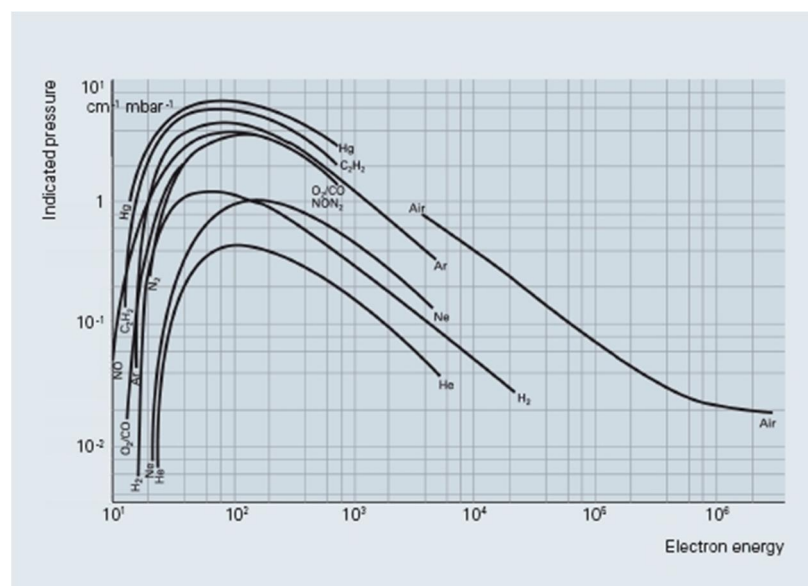


شکل ۴-۴-۱: ساختار کلی چشمه‌ی یونی متشکل از فیلامان کاتد داغ، آند، دفع‌کننده الکتریکی، آهنربا و لنزهای الکتریکی.

عملکرد این سیستم بدین شکل است که با عبور جریانی در حد ۳ تا ۴ آمپر از فیلامان که از

جنس تنگستن (دمای ذوب 3407°C و تابع کار 4.55 eV) می‌باشد این فیلامان داغ شده و شروع به تابش الکترون می‌کند و سپس با توجه به اختلاف پتانسیل بین فیلامان و محفظه چشمه، الکترون‌ها شتاب می‌گیرند. در اثر اندرکنش شار الکترونی با گاز خنثی موجود در محفظه چشمه، این اتم‌ها یونیزه شده و توسط دفع‌کننده پشت آن‌ها به سمت حفره خروج از چشمه هدایت می‌شوند که پس از آن با استفاده از لنزهای الکتریکی به بیرون هدایت می‌شوند. در این سیستم‌ها محفظه چشمه نیز داغ می‌گردد تا گاز موجود درون آن روی دیواره سرد داخلی نچسبد. حضور آن‌ها برای جمع کردن الکترون‌ها و به منظور جلوگیری از کاهش شار الکترون تابشی از کاتد به کار گرفته می‌شود.

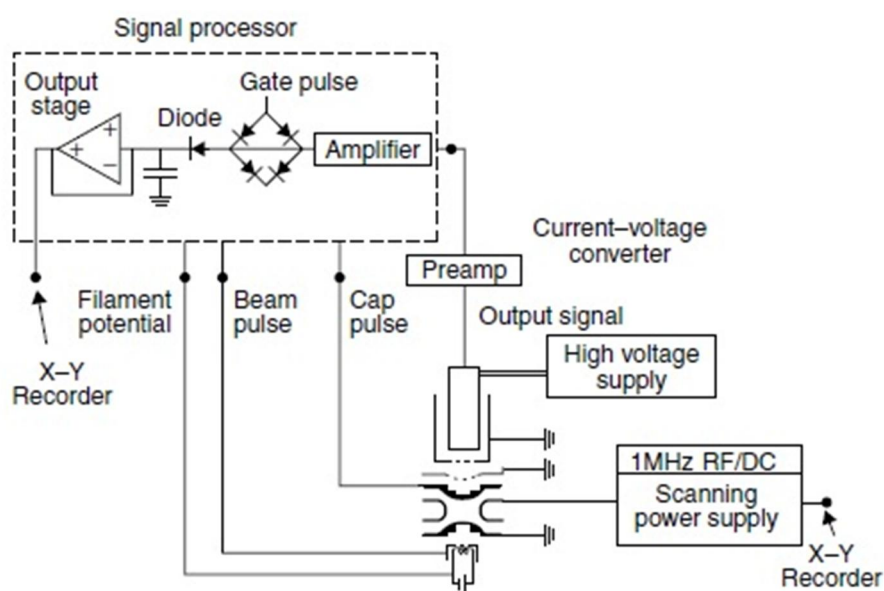
از آنجا که سطح مقطع اندرکنش الکترون با اتم‌های خنثی کم است و تنها از طریق اندرکنش با ابر الکترونی اتم‌ها تنها می‌تواند در حدود ۱ درصد از اتم‌ها را یونیزه کند حضور میدان مغناطیسی می‌تواند با افزایش طول مسیر حرکت الکترون در مسیری مارپیچی احتمال این اندرکنش را افزایش دهد. اختلاف پتانسیل بین فیلامان و محفظه چشمه‌ی یونی به منظور شتابدهی شار الکترونی در حدود 70 V است. شکل ۴-۲-۴ شدت یونش گازهای مختلف را بر حسب انرژی الکترون فرودی نشان می‌دهد که در اکثر گازها بیشترین شدت در انرژی الکترون فرودی 70 eV است [34].



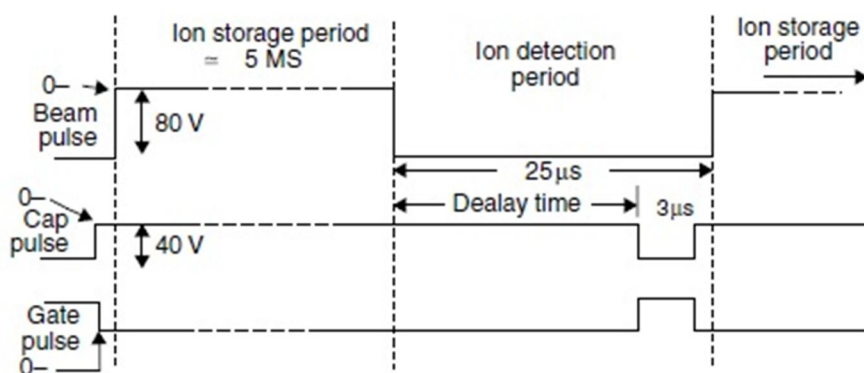
شکل ۴-۲-۴: شدت یونش گازهای مختلف بر حسب انرژی الکترون فرودی [34].

۵-۴ ورود و خروج یون از تله

یونیزه کردن اتم‌ها و خروج یون‌ها از تله‌ی یونی با استفاده از سیستم‌های الکترونیکی دقیقی انجام می‌گیرد که با اعمال پالس ولتاژی در بازه زمانی از مرتبه میلی‌ثانیه و میکروثانیه به کلاهک‌ها، ورود شار الکترونی به منظور یونیزه کردن اتم‌های درون تله و همچنین خروج یون‌ها از حفره کلاهک‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد [1, 35]. شکل ۴-۵-۱ نمونه‌ای از الکترونیک متصل به تله‌ی یونی را نشان می‌دهد که به منظور طیف سنجی جرمی ذرات مورد استفاده قرار گرفته است.



(a)



(b)

شکل ۴-۵-۱: (a) الکترونیک متصل به تله‌ی یونی به منظور طیف‌سنجی جرمی. (b) بازه‌های زمانی اعمال ولتاژ به قسمت‌های مختلف سیستم برای ورود شار الکترونی به منظور یونیزه کردن اتم‌های درون تله و پس از آن خروج یون را از تله نشان می‌دهد [34].

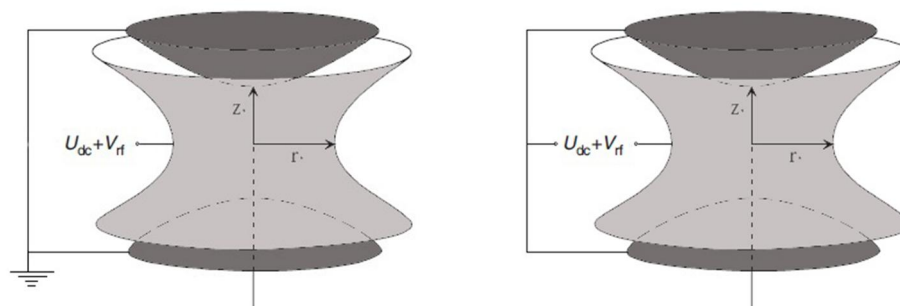
خروج یون از تله‌ی یونی پائول به منظور طیف‌سنجی جرمی دقیق آن به دو شیوه عمده صورت می‌گیرد که به شکل زیر هستند:

الف) ناپایداری انتخابی جرمی:

در این روش کلاهک‌ها متصل به زمین بوده و تنها الکتروود حلقه به پتانسیل ترکیبی AC و DC متصل می‌گردد (شکل ۴-۵-۲). طیف‌سنجی جرمی یون‌های به دام افتاده در تله‌ی پائول با استفاده از افزایش بزرگی پتانسیل و خروج یون از ناحیه پایدار بیان شده در فصل قبل (بخش ۳-۵) صورت می‌گیرد. اما یکی از محدودیت‌های این روش در مورد یون‌های سنگین‌تر از $\frac{m}{e} = 650$ است. این روش برای طیف‌سنجی جرمی یون‌هایی با نسبت $\frac{m}{e}$ بیش از 650 نیازمند اختلاف پتانسیل بالایی بین حلقه و کلاهک‌ها بوده که منجر به جرقه زدن و تخلیه الکتریکی بین الکتروودها می‌شود [36, 37].

ب) خروج یون تشدیدي:

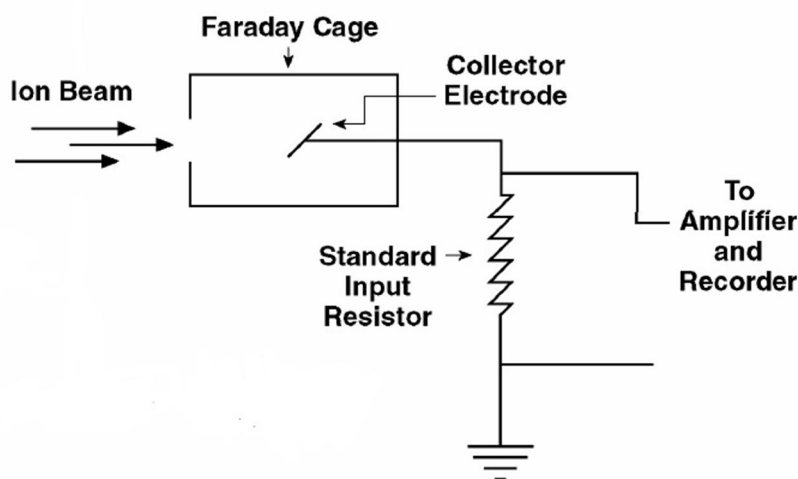
در این روش کلاهک‌ها نیز به پتانسیل متناوب با فرکانسی برابر با فرکانس پایه حرکت یون در راستای Z معرفی شده در فصل دوم (ω_{0z}) متصل می‌گردند (شکل ۴-۵-۲) که منجر به رخ دادن تشدید در حرکت یون می‌شود. در حالت تشدید، یون قبل از رسیدن به دیواره‌های پایداری نیز می‌تواند انرژی لازم برای خروج از تله را داشته باشد که در زمینه طیف‌سنجی جرمی یون‌های سنگین‌تر از $\frac{m}{e} = 650$ نیز کاربردی خواهد بود [1, 36, 38].



شکل ۴-۵-۲: چپ) تله پائول در حالتی که کلاهک‌ها متصل به زمین و حلقه به پتانسیل ترکیبی AC و DC متصل است. راست) کلاهک‌ها و حلقه همگی متصل به پتانسیل متناوب متصل شده‌اند.

۴-۶ آشکارسازی یون درون تله

آشکارسازی یون در نمونه‌های اولیه تله‌های یونی توسط جمع‌کننده فارادی^{۲۷} انجام می‌گرفت. در این نمونه‌ها یون خارج شده از حفره کلاهک توسط جمع‌کننده فارادی جمع می‌شود و خنثی می‌گردد و پس از آن در اثر این بار القا شده در جمع‌کننده فارادی تعداد یون‌های رسیده به جمع‌کننده فارادی برآورد می‌شود. شکل ۴-۶-۱ نمایی از جمع‌کننده فارادی مورد استفاده در آشکارسازی یون در تله‌های یونی را نشان می‌دهد [34].

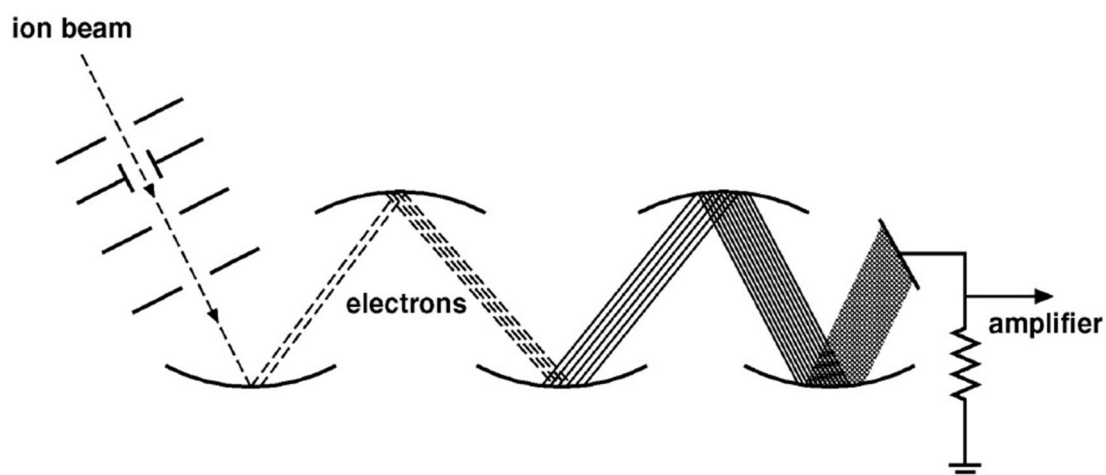


شکل ۴-۶-۱: نمایی از جمع‌کننده فارادی به منظور آشکارسازی یون خروجی از تله‌ی یونی [34].

تکثیرکننده‌های الکترونی^{۲۸} به عنوان نسل بعدی آشکارسازهای یونی بودند که دقت بالاتری نسبت به جمع‌کننده‌های فارادی داشتند. عملکرد این روش آشکارسازی نیز مستلزم بیرون کشیدن یون از درون تله‌ی یونی توسط میدان‌های الکتریکی است. شکل ۴-۶-۲ نیز آشکارسازی یون توسط تکثیرکننده‌ی الکترونی را نشان می‌دهد [34].

²⁷ Faraday Cup Collector

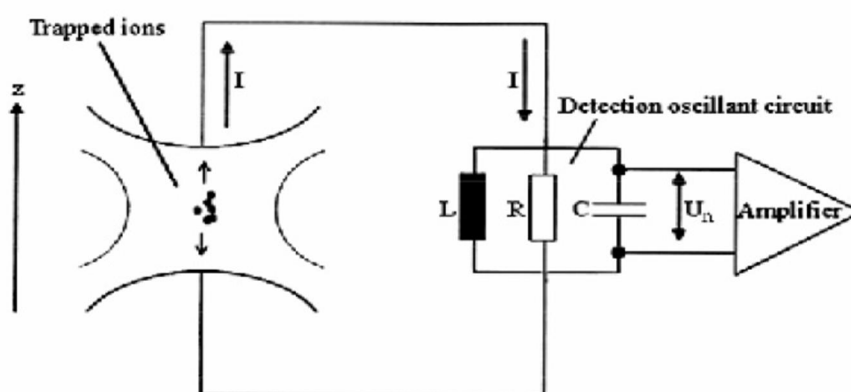
²⁸ Electron Multiplier



شکل ۴-۶-۲: تکثیر کننده الکترونی مورد استفاده در آشکارسازی یون بیرون کشیده شده از تله‌ی یونی [34].

مدارهای تشدید RCL به عنوان یکی از دقیق‌ترین روش‌های آشکارسازی یون به دام افتاده درون تله‌ی یونی شناخته می‌شوند که بدون نیاز به بیرون کشیدن یون از درون تله‌ی یونی و تنها با استفاده از آشکارسازی بار تصویری القا شده روی کلاهک‌ها در اثر نوسان یون محصور شده کار می‌کند. این سیستم‌ها قابلیت فوق‌العاده بالایی در آشکارسازی حتی یک تک یون محبوس شده درون تله را در دمای پایین دارند. شکل ۴-۶-۳ نمونه‌ای از مدارهای RCL متصل به کلاهک را نشان

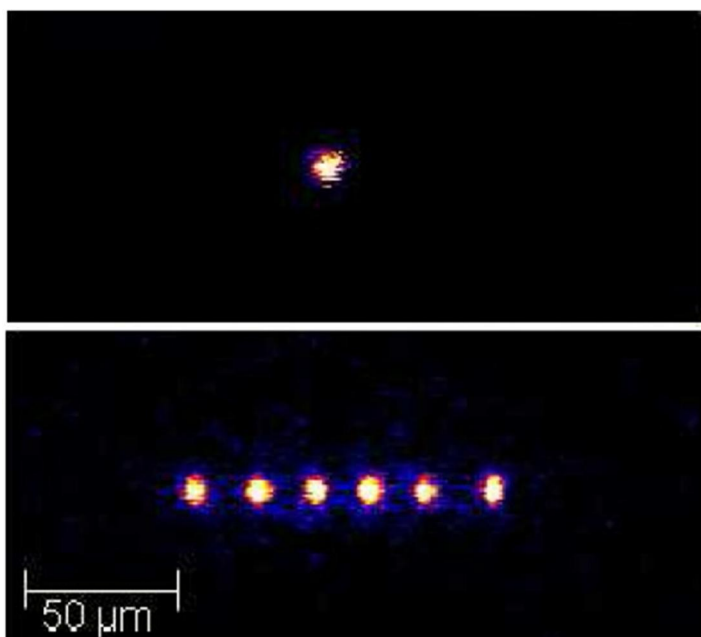
می‌دهد.



شکل ۴-۶-۳: آشکارسازهای مدار تشدید RCL متصل به کلاهک [34].

روش دیگر آشکارسازی یون درون تله‌ی یونی و حتی اندازه‌گیری انرژی و تکانه یون محبوس در تله‌ی یونی استفاده از باریکه لیزرهای تکفام است که با تابش لیزر به یون محبوس در تله‌ی یونی و

برانگیختگی آن و پس از آن آشکارسازی فوتون باز نشر شده از آن انجام می‌گیرد. شکل ۴-۶-۴ نمونه‌ای از آشکارسازی یون‌های محبوس در تله‌ی یونی را نشان می‌دهد.



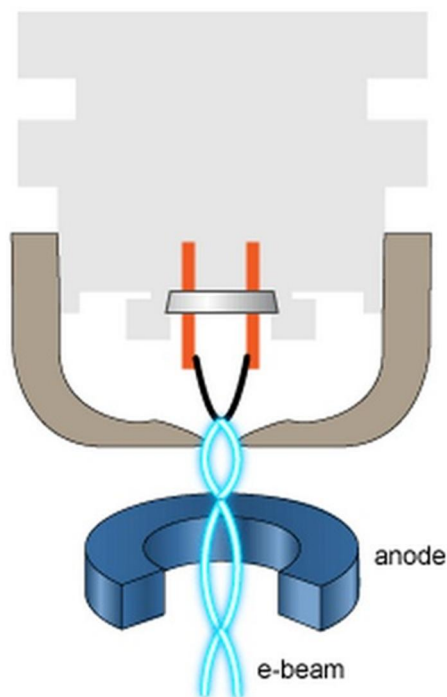
شکل ۴-۶-۴: آشکارسازی یون محبوس در تله‌ی یونی توسط باریکه لیزری [39].

۷-۴ چشمه الکترونی

چشمه‌های الکترونی فیلامان داغ^{۲۹} و کاتد سرد^{۳۰} دو نمونه از متداول‌ترین چشمه‌های الکترونی منظور گیراندازی الکترون در تله‌های چهارقطبی هستند. چشمه فیلامان داغ به عنوان یکی از ارزان‌ترین و ساده‌ترین چشمه‌های الکترونی کاربرد زیادی را هم در زمینه گیراندازی الکترون و همچنین به منظور یونیزه کردن اتم‌ها دارا است. شکل ۴-۷-۱ نمونه‌ای از این چشمه‌ها را نشان می‌دهد. عملکرد این چشمه به این شکل است که با عبور جریان از رشته نازک تنگستنی این رشته داغ شده و شروع به تابش الکترون می‌کند. الکترون‌ها توسط آند قرار گرفته مجاور آن شتاب گرفته و از حفره آند خارج می‌گردد.

²⁹ Hot Filament (Thermionic Source)

³⁰ Cold Cathode (Field Emission Source)

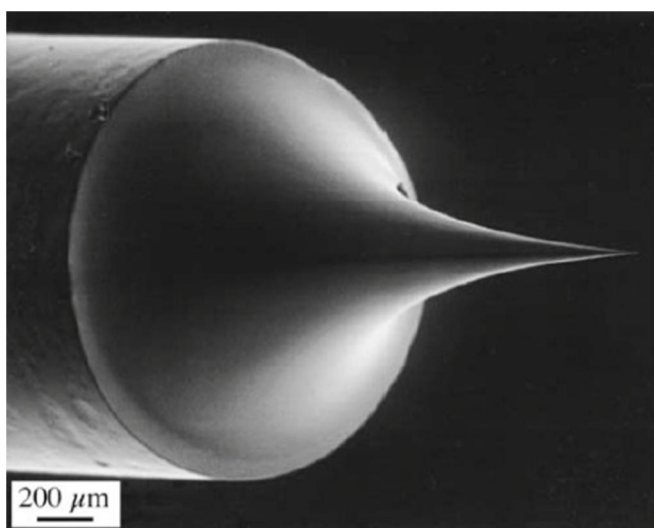


شکل ۴-۷-۱: چشمه الکترونی فیلامان داغ.

چشمه کاتد سرد نمونه‌ای دیگر از چشمه‌های الکترونی می‌باشد که مزیت‌هایی همچون طول عمر بیشتر، پراکندگی انرژی کمتر شار الکترونی، درخشندگی بیشتر و همچنین کارکردن در دمای محیط را نسبت به چشمه فیلامان داغ دارد. عملکرد این چشمه با استفاده از اعمال اختلاف پتانسیل بالا بین کاتدی سوزنی شکل و آند مجاور آن است که منجر به تابش الکترون در دمای معمول محیط می‌شود. شکل ۴-۷-۲ نمایی از کاتد سوزنی شکل مورد استفاده در این چشمه‌ها را نشان می‌دهد که نوک تیز آن در حدود ابعاد نانومتر طراحی می‌گردد. این طراحی نازک نوک کاتد به منظور دستیابی به شار الکترون بیشتر و با پراکندگی انرژی کمتر است.



FEG



شکل ۴-۷-۲: کاتد سوزنی شکل مورد استفاده در چشمه الکترونی کاتد سرد.

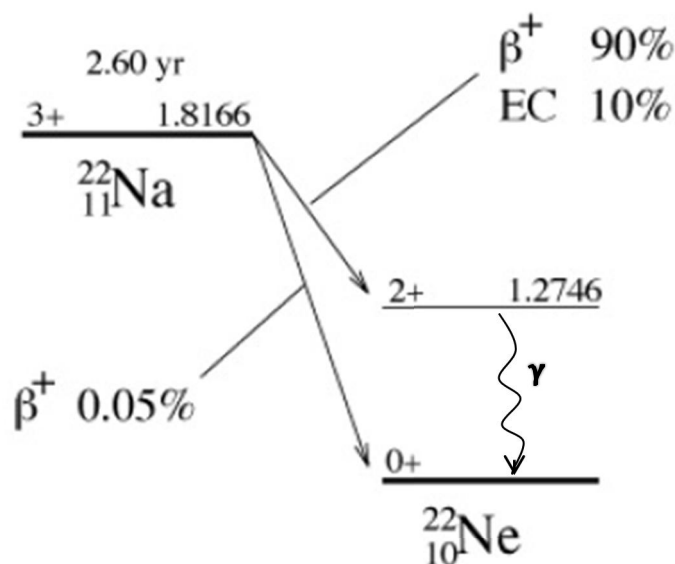
جدول ۴-۷-۱ مشخصات این دو چشمه الکترونی را نشان می‌دهد که بیان کننده مزیت‌ها و معایب هر چشمه نسبت به دیگری است.

جدول ۴-۷-۱: مشخصات دو چشمه الکترونی فیلامان داغ و کاتد سرد.

ویژگی	چشمه فیلامان داغ	چشمه کاتد سرد
جنس کاتد	تنگستن	تنگستن
دمای کاتد	2600 °C	دمای محیط
تابع کار کاتد	4.4 eV	4.1 eV
قطر تیغه	میکرومتر	نانومتر
پراکندگی انرژی	2 eV	0.2 eV
فشار کار	10^{-6} torr	10^{-10} torr
عمر متوسط	50 hour	1 year

۴-۸ چشمه پوزیترونی و تولید اتم پادهیدروژن درون تله‌ی یونی پائول

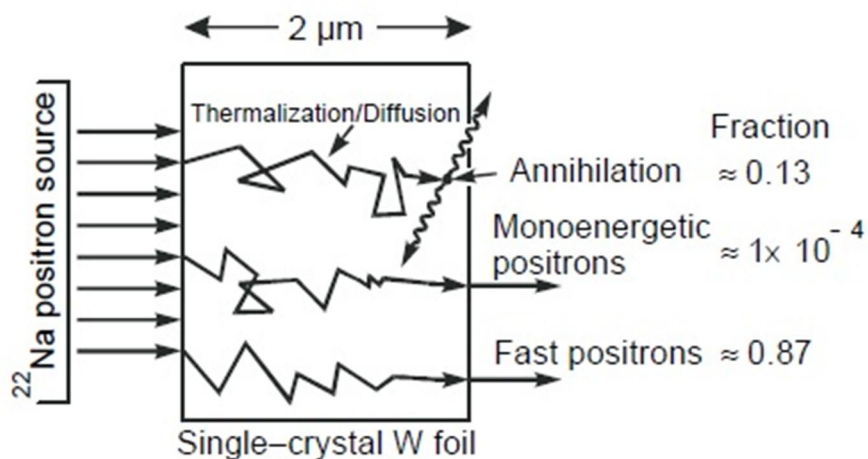
چشمه‌های پوزیترونی کم انرژی دارای کاربردهای متنوعی در زمینه‌هایی همچون فیزیک اتمی [40]، علم مواد و فیزیک سطح، فیزیک پلاسما [41]، طیف‌سنجی جرمی [42]، اخترفیزیک و همچنین تولید پاد ذرات است. چشمه رادیواکتیو ^{22}Na به عنوان یک چشمه بتای مثبت منبع خوبی برای پوزیترون به شمار می‌آید. شکل ۴-۸-۱ کانال‌های واپاشی چشمه ^{22}Na را نشان می‌دهد که با احتمال 90% تحت یک واپاشی بتایی به اولین تراز برانگیخته ^{22}Ne واپاشی می‌کند که منجر به تولید طیف بتایی با انرژی بیشینه 543 KeV می‌گردد [43].



شکل ۴-۸-۱: کانال‌های واپاشی بتایی ایزوتوپ ^{22}Na به عنوان یک چشمه پوزیترونی [43].

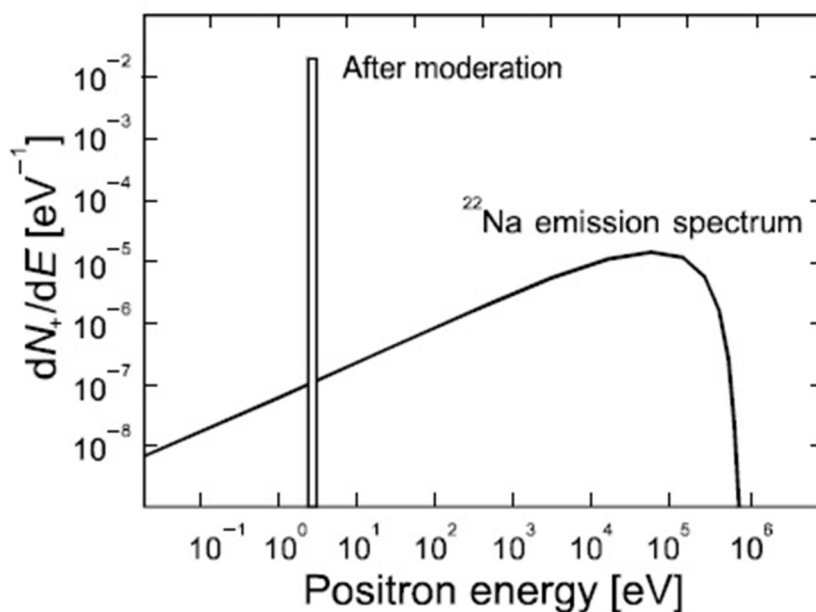
به منظور کندسازی طیف پرانرژی و پهن پوزیترون تولید شده توسط چشمه ^{22}Na این شار پوزیترونی را از یک ورقه تنگستنی به ضخامت $2\text{ }\mu\text{m}$ عبور می‌دهند تا انرژی آن کاهش یابد. این ورقه تنگستنی با کارایی کندسازی از مرتبه 10^{-4} تنها قادر به کندسازی تعداد کمی از پوزیترون‌ها است (شکل ۴-۸-۲) که پس از آن این پوزیترون‌ها توسط هدایتگرهای الکترومغناطیسی از مابقی طیف جدا

شده و به درون تله‌ی پائول هدایت می‌شوند [44, 45].



شکل ۴-۸-۲: عبور شار پوزیترونی از ورقه تنگستنی به منظور کندسازی آن [44].

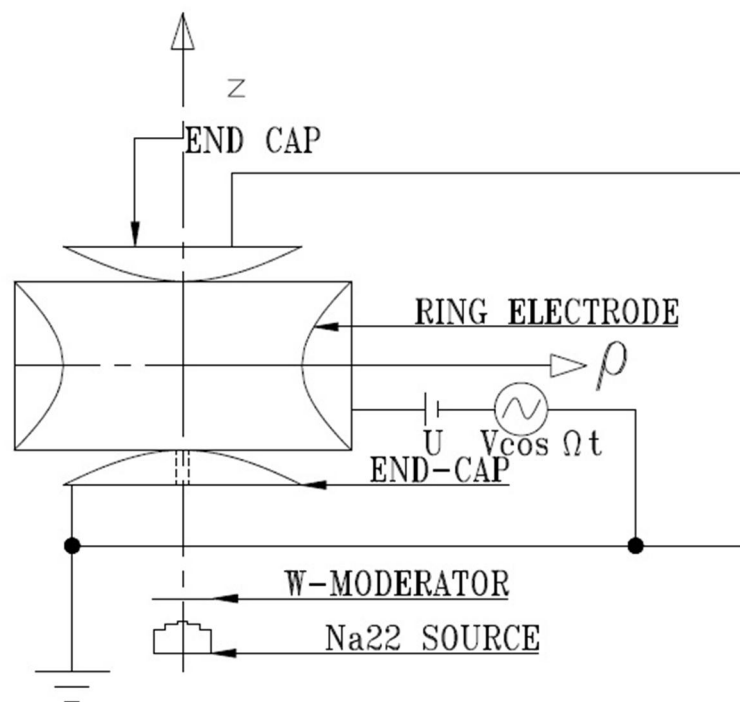
انرژی پوزیترون‌های عبور داده شده از ورقه تنگستنی و جداسازی شده توسط میدان‌های الکترومغناطیسی پس از آن در حدود $3\ \text{eV}$ است که در شکل ۴-۸-۳ برآورد شده است.



شکل ۴-۸-۳: طیف خروجی و کندسازی شده پوزیترون‌های چشمه ^{22}Na

شکل ۴-۸-۴ نیز نمایی کلی از قرارگیری چشمه پوزیترونی و همچنین کندکننده پس از آن را

به منظور گیراندازی در تله‌ی پائول نشان می‌دهد [46].



شکل ۴-۸-۴: چشمه ^{22}Na و کندکننده تنگستنی در راستای ورود پوزیترون به تله‌ی پائول [45].

مرحله بعدی کندسازی کامل پوزیترون به منظور گیراندازی آن در تله‌ی پائول با استفاده از تزریق گاز پس‌زمینه ^{31}P درون تله انجام می‌گیرد. گاز ایده‌آل مورد استفاده درون تله و به عنوان کندکننده پوزیترون باید دارای سطح مقطع نابودی پوزیترون کم و همچنین سطح مقطع پراکندگی غیرکشسان بالایی باشد. گاز ازت N_2 و دی‌اکسیدکربن CO_2 دو نمونه از این گازها هستند که معیارهای مناسبی برای کندسازی پوزیترون دارند. اما پوزیترون به تله افتاده در حضور گاز پس‌زمینه N_2 با فشار 10^{-6} torr تنها عمر متوسطی در حدود 30 s را دارد و سریعاً از بین می‌رود. به منظور افزایش عمر محبوس‌سازی پوزیترون درون تله، گاز N_2 درون تله بعد از مرحله کندسازی سریعاً به بیرون پمپ می‌شود تا فشار گاز داخل تله به مقدار $5 \times 10^{-10} \text{ torr}$ کاهش یابد. این کاهش فشار گاز پس‌زمینه می‌تواند عمر محبوس‌سازی پوزیترون را تا مدت زمان یک ساعت افزایش دهد [47, 48].

³¹ Buffer Gas

تله‌های یونی پائول به عنوان یکی از گزینه‌های مناسب به منظور تولید پاداتم‌ها به شمار می‌آیند. تولید پاداتم‌ها به منظور تحقیقات بنیادی روی آن‌ها در علم فیزیک ذرات و هسته‌ای از اهمیت فراوانی برخوردار است. تحقیقاتی همچون:

- طیف‌سنجی ترازهای انرژی آن‌ها به منظور بررسی مشابهت ترازهای انرژی پاداتم‌ها و اتم‌ها
- بررسی‌های میدان گرانشی روی پاداتم‌ها
- تحقیقات بنیادی روی تقارن‌های موجود در پاداتم‌ها و بررسی نظریه تقارن CPT

به علت اختلاف جرم زیاد میان پوزیترون و پادپروتون، محصورسازی این دو به طور همزمان کمی پیچیده‌تر خواهد بود. در این روش پس از محصورسازی یک توده پوزیترونی در تله‌ی پائول و پس از آن تزریق شار پادپروتون به درون تله و و دراقع کمک‌گیری از نیروی کولنی جاذب مابین این ابر پوزیترونی با بار مثبت و پادپروتون‌های منفی سعی بر محصورسازی همزمان هردو پادذره در درون تله پائول می‌شود که منجر به تولید پاداتم پادهیدروژن می‌گردد. پس از آن پاداتم‌های هیدروژن به علت خنثی بودن بار الکتریکی نیازمند روش‌های دیگر محصورسازی پاداتم‌های خنثی همچون Magneto Optical Trap هستند [7-9, 49].

۵ فصل پنجم

طراحی و شییه سازی تله ی پائول

۱-۵ طراحی تله‌ی یونی پائول

شبیه‌سازی تله‌ی یونی پائول با استفاده از نرم‌افزار COMSOL Multiphysics به منظور طراحی سیستم بهینه برای گیراندازی یون‌های یک بار مثبت در محدوده جرمی مابین ^{20}Ne تا ^{40}Ca انجام گردید. جدول ۱-۵ مشخصات فیزیکی تله‌ی یونی پائول طراحی شده و شکل ۱-۵ نیز بدنه دستگاه را از نماهای متفاوت نشان می‌دهد.

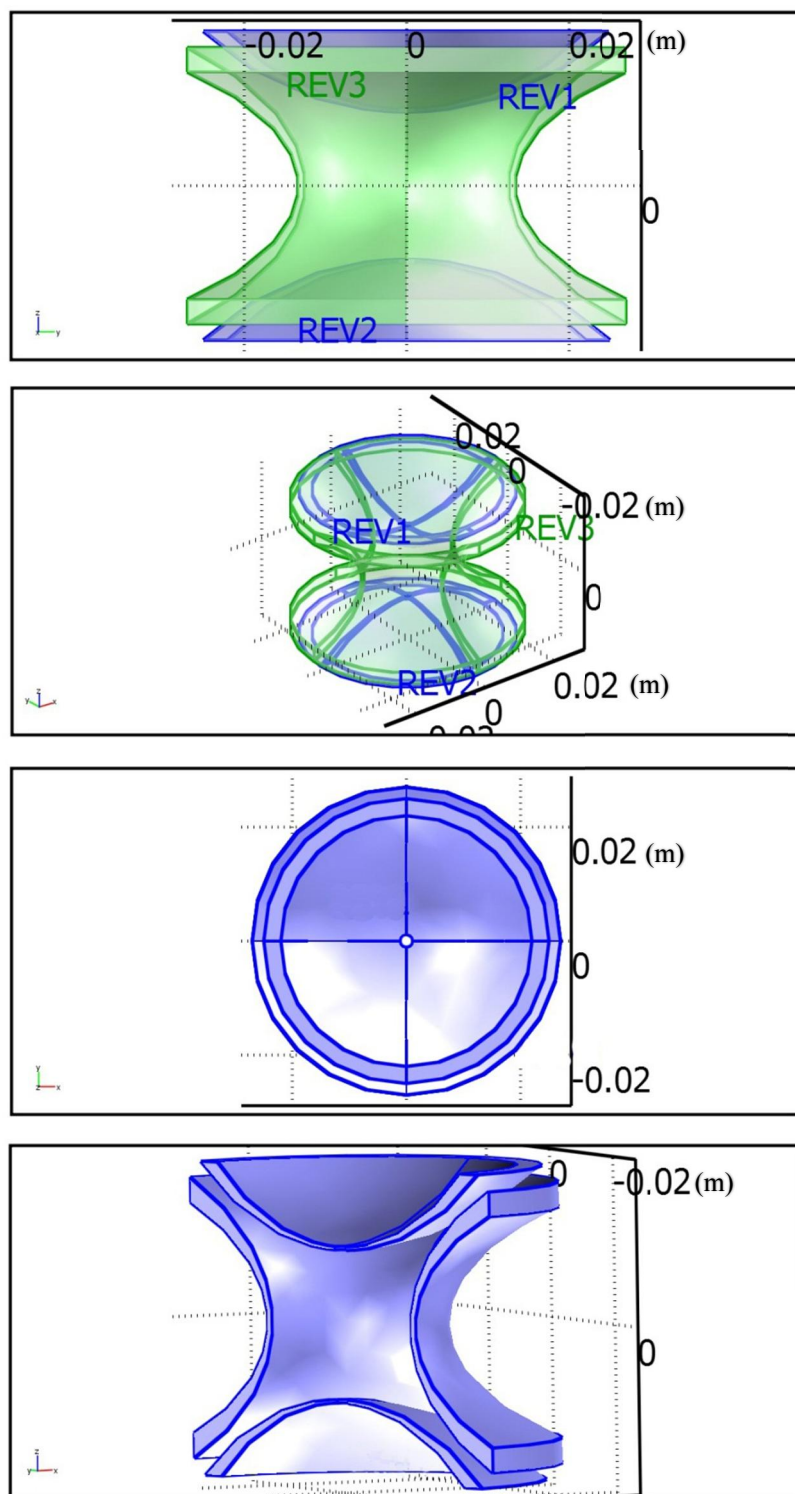
جدول ۱-۵: مشخصات فیزیکی تله‌ی یونی پائول طراحی شده توسط نرم‌افزار COMSOL Multiphysics به منظور گیراندازی یون‌هایی در محدوده جرمی مابین ^{20}Ne تا ^{40}Ca .

پتانسیل متناوب (V)	250 v
پتانسیل مستقیم (U)	0 v
فرکانس پتانسیل متناوب (Ω)	$2\pi * 1.05 \text{ MHz}$
نصف فاصله میان دو کلاهک (z_0)	0.9 cm
شعاع الکتروود حلقه (r_0)	1.27 cm

تحت این شرایط فیزیکی تله‌ی یونی پائول می‌تواند یون‌ها و مولکول‌های یک بار مثبت با گستره عدد جرمی وسیعی را محصورسازی نماید. مقدار پارامترهای پایداری q_z و a_z تحت این شرایط برای دو یون ^{20}Ne تا ^{40}Ca برابر خواهد بود با (جدول ۲-۵):

جدول ۲-۵: مقدار پارامترهای پایداری مربوط به دو یون ^{20}Ne تا ^{40}Ca در تله‌ی یونی طراحی شده.

^{20}Ne	$q_z = 0.685$	$q_r = -0.342$
	$a_z = 0$	$a_r = 0$
^{40}Ca	$q_z = 0.342$	$q_r = -0.171$
	$a_z = 0$	$a_r = 0$



شکل ۵-۱-۱: نماهایی مختلف از تله‌ی یونی پائول طراحی شده با استفاده از نرم‌افزار COMSOL Multiphysics (در شکل سوم حفره موجود در کلاهک‌ها به منظور ورود و خروج یون به دورن تله است) (شکل آخر نمایی برش داده شده است).

با توجه به اختلاف جرم زیاد میان یون و الکترون، به منظور گیراندازی الکترون با استفاده از این سیستم نیازمند تغییراتی در مشخصات فیزیکی آن از جمله پتانسیل متصل به الکترودها و همچنین فرکانس پتانسیل متناوب است که پارامترهای پایداری مورد نظر در ناحیه پایدار تله قرار گیرند. جدول ۳-۱-۵ و جدول ۴-۱-۵ به ترتیب مشخصات فیزیکی تله‌ی پائول را به منظور گیراندازی الکترون درون آن و همچنین مقادیر پارامترهای پایداری تله را تحت این شرایط نشان می‌دهند.

جدول ۳-۱-۵ مشخصات فیزیکی تله‌ی پائول به منظور گیراندازی الکترون.

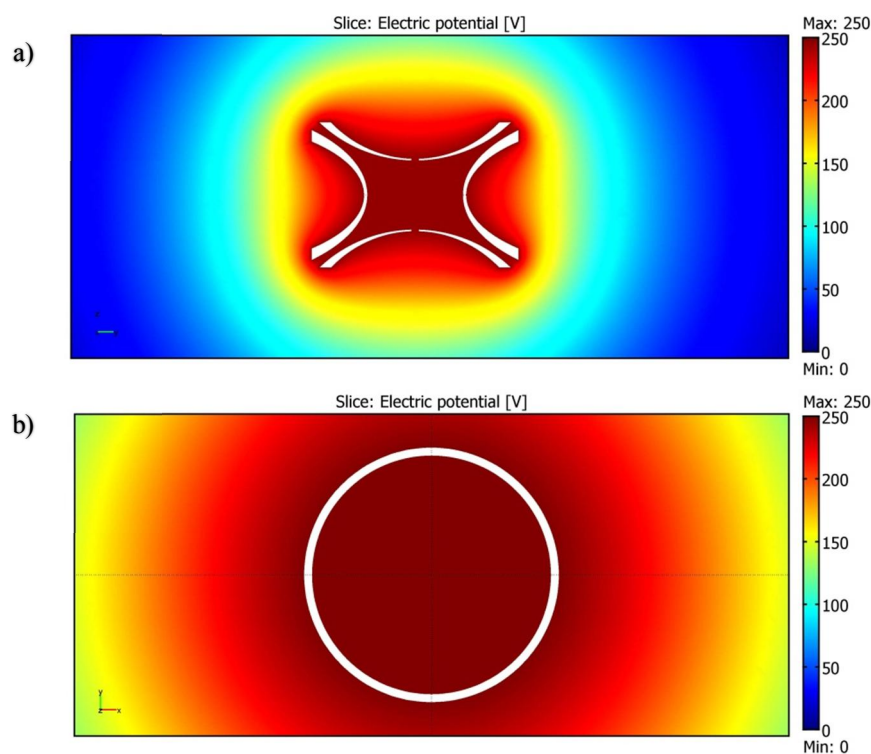
پتانسیل متناوب (V)	0.04 v
پتانسیل مستقیم (U)	0 v
فرکانس پتانسیل متناوب (Ω)	$2\pi * 3 \text{ MHz}$
نصف فاصله میان دو کلاهی (z_0)	0.9 cm
شعاع الکترودهای حلقه (r_0)	1.27 cm

جدول ۴-۱-۵: مقدار پارامترهای پایداری تله‌ی پائول مربوط به گیراندازی الکترون.

الکترون	$q_z = 0.489$	$q_r = -0.244$
	$a_z = 0$	$a_r = 0$

۵-۲ شکل پتانسیل

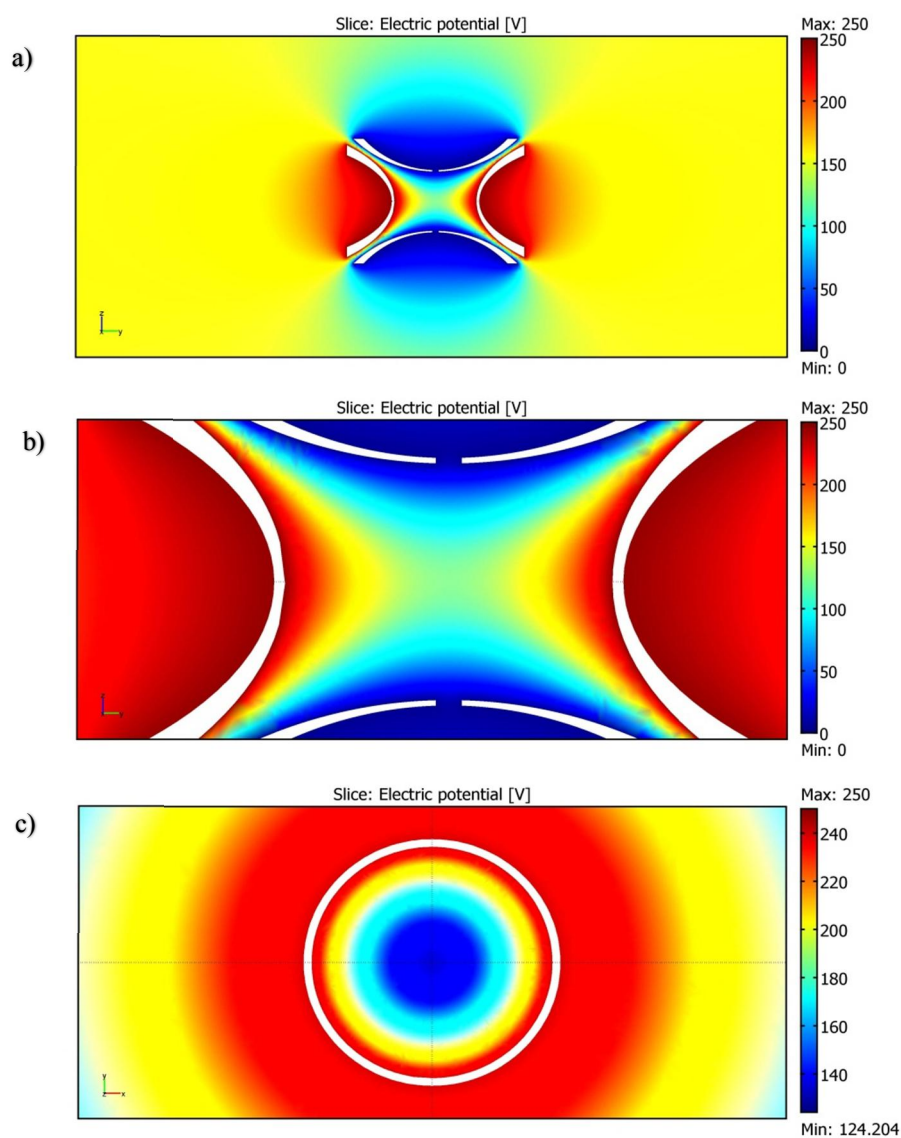
همانطور که در فصل اول در مورد عدم توانایی پتانسیل الکتروستاتیکی در محصورسازی سه‌بعدی یون بحث گردید شکل ۵-۲-۱ نیز نمایی برش داده شده از شکل پتانسیل تله‌ی یونی طراحی شده با استفاده از نرم‌افزار COMSOL Multiphysics را نشان می‌دهد که الکترودهای حلقه و کلاهک‌ها هر سه الکترودهای باردار مثبت هستند که در نتیجه شکل پتانسیل درون تله ثابت و یکنواخت گردیده و توانایی محصورسازی یون را دارا نیست.



شکل ۵-۲-۱: شکل پتانسیل الکتروستاتیکی درون تله‌ی یونی در یک صفحه برش داده شده [a] نمای بقل و (b) نمایی از بالای تله است [درون تله. الکترودها مثبت هستند.

شکل ۵-۲-۲ نمایی برش داده شده (در دو صفحه متفاوت) از شکل پتانسیل چهارقطبی درون تله‌ی یونی پائول را نشان می‌دهد که در این حالت کلاهک‌ها متصل به زمین و الکترودهای حلقه نیز به پتانسیل متناوب با فرکانس Ω متصل گردیده است. تحت این شرایط محصورسازی یون درون تله‌ی یونی

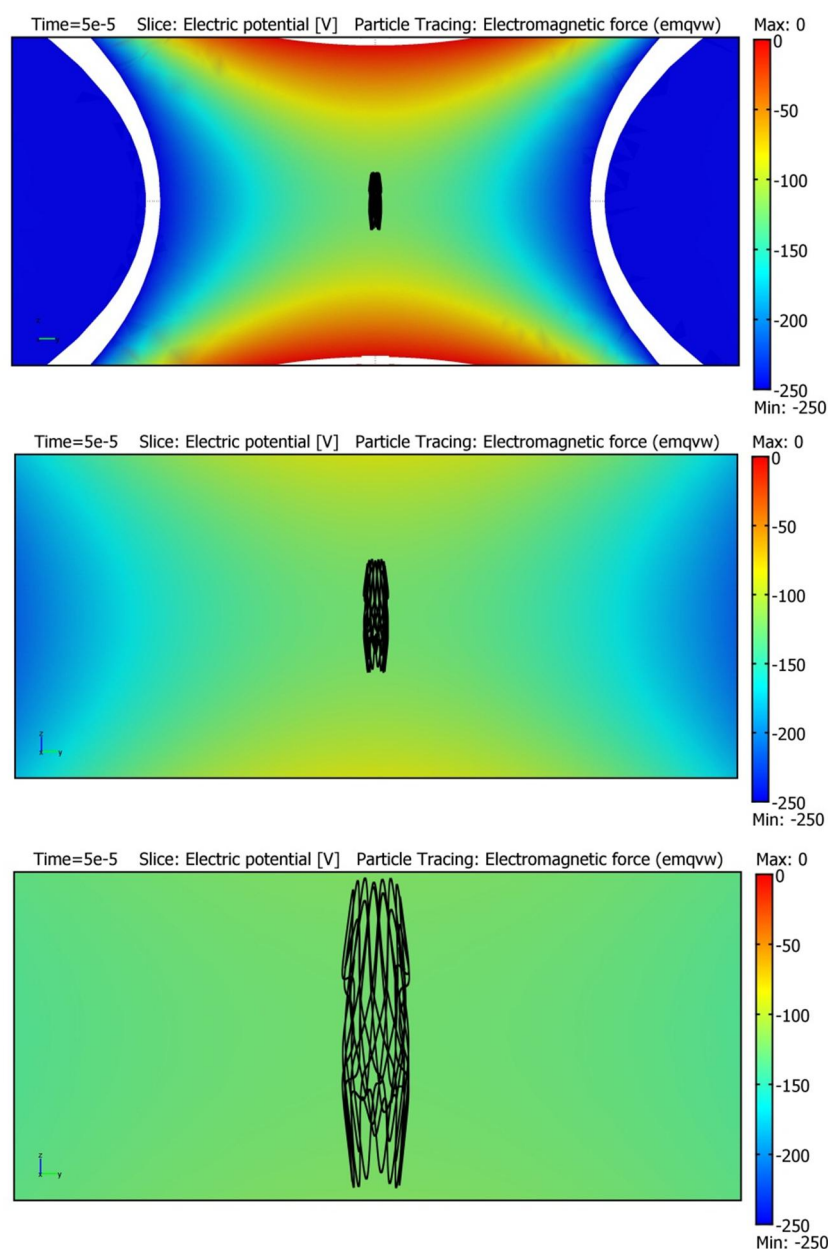
پائول فراهم می گردد.



شکل ۵-۲-۲: شکل پتانسیل چهارقطبی درون تله‌ی یونی پائول در دو صفحه برش داده شده درون تله [(a,b) نمای بقل تله و (c) نمایی از بالا است].

۳-۵ گیراندازی یون سدیم $^{23}\text{Na}^+$

شکل ۳-۵-۱ مسیر حرکت یون $^{23}\text{Na}^+$ با انرژی 10meV را درون تله‌ی یونی پائول طراحی شده در بخش قبل نشان می‌دهد که با توجه به مشخصات فیزیکی سیستم و همچنین پارامترهای پایداری مورد نظر، شرایط گیراندازی یون $^{23}\text{Na}^+$ در درون تله‌ی یونی پائول فراهم گردیده است.



شکل ۳-۵-۱: مسیر حرکت یون $^{23}\text{Na}^+$ با انرژی 10meV درون تله‌ی یونی پائول در مدت زمان ۵۰ میکروثانیه که در بزرگ‌نمایی‌های متفاوت رسم گردیده است.

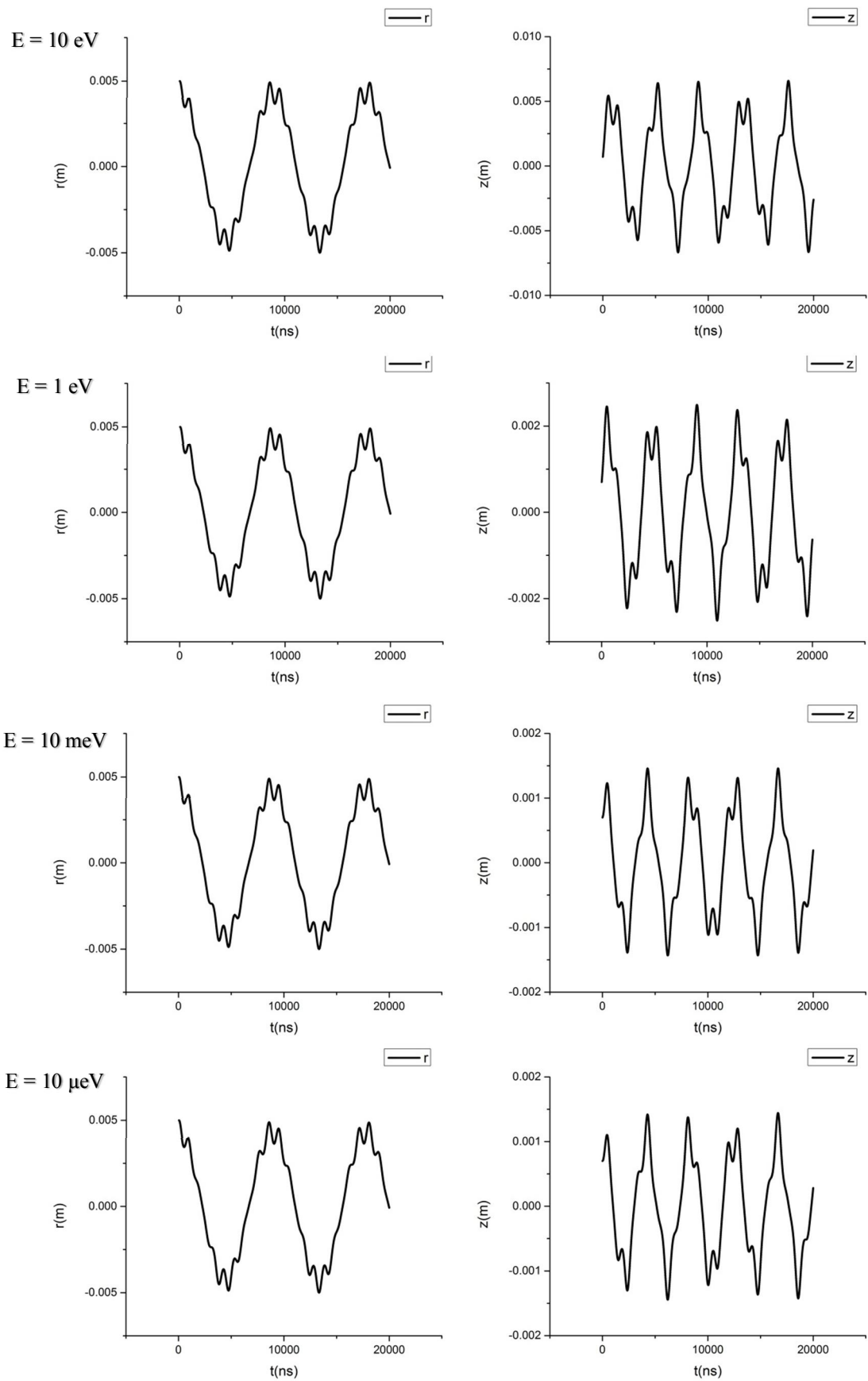
۴-۵ بیشینه انرژی گیراندازی یون و الکترون

به منظور گیراندازی یون در درون تله‌ی یونی پائول، باید انرژی جنبشی آن را به روش‌های مختلفی که به عنوان سردسازی یون شناخته می‌شوند کاهش داد. جدول ۱-۴-۵ و شکل ۱-۴-۵ محدودده حرکتی یون $^{23}\text{Na}^+$ در تله‌ی پائولی با مشخصات فیزیکی ذکر شده در بخش ۱-۵ را نشان می‌دهد که با استفاده از کد C^{++} حاصل از حل عددی معادله‌ی متئو بدست آمده است. این برآورد محدودده حرکتی در شرایط خلاء ایده‌آل و بدون سردسازی یون در نظر گرفته شده است. برآورد حاصله نشان می‌دهد که تله‌ی پائول ذکر شده قابلیت محصورسازی یون‌هایی با انرژی جنبشی کمتر از 5 eV را دارا است. یون‌هایی با انرژی بیشتر از 5 eV محدودده حرکتی آزادتری دارند که در عمل با دیواره‌های تله برخورد کرده و از بین می‌روند.

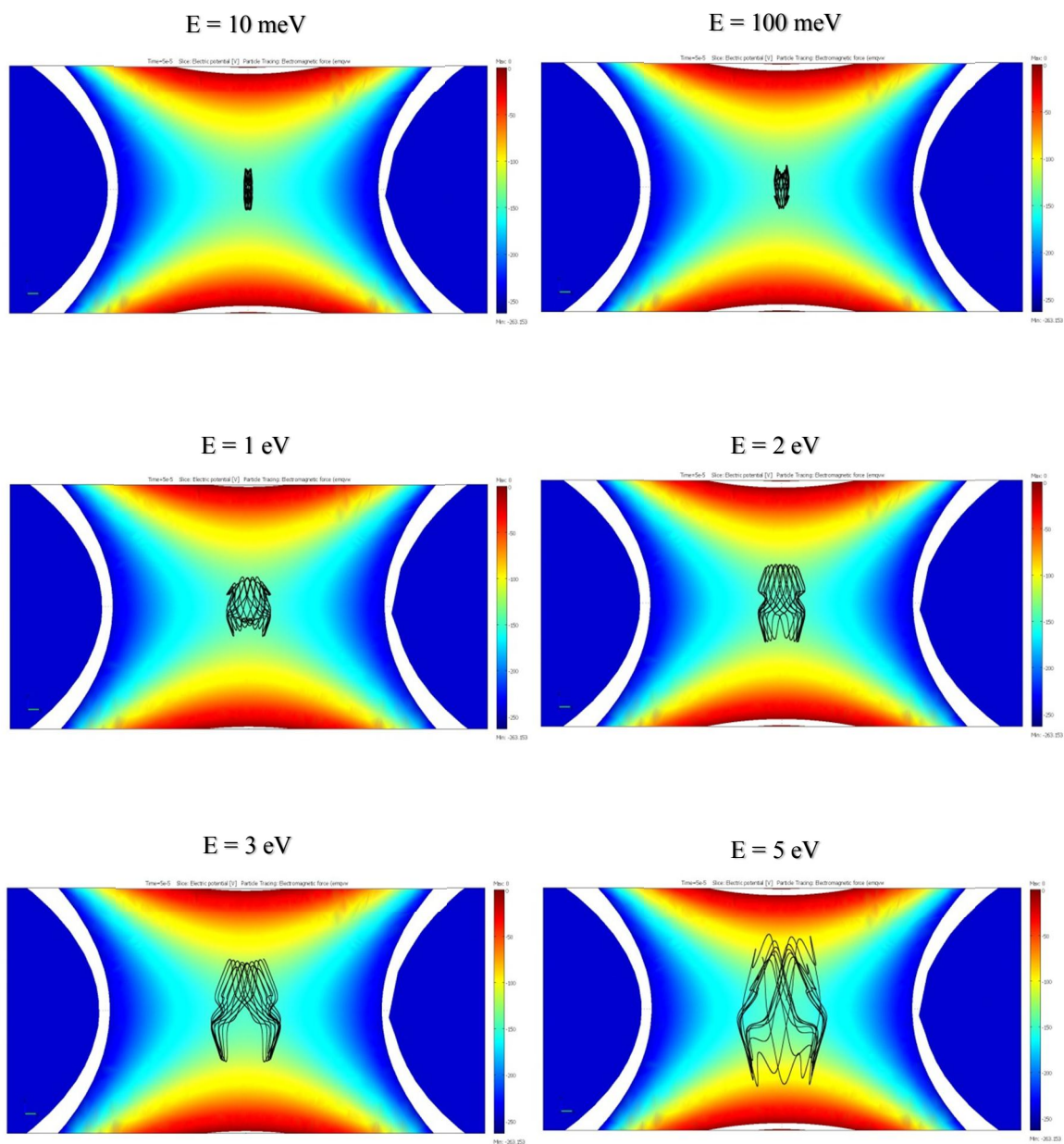
جدول ۱-۴-۵: محدودده حرکتی یون $^{23}\text{Na}^+$ درون تله‌ی یونی پائول در انرژی‌های متفاوت

انرژی جنبشی یون $^{23}\text{Na}^+$	سرعت تقریبی یون $[\frac{m}{s}]$	دامنه حرکت Z بیشینه [mm]	دامنه حرکت r بیشینه [mm]
10 eV	≈ 9100	7	5
1 eV	≈ 2890	2.6	5
10 meV	≈ 289	1.6	5
10 μeV	≈ 9	1.4	5

با توجه به ورود یون‌ها در راستای Z از درون حفره موجود در کلاهک‌ها، در محاسبات ذکر شده بیشتر سرعت یون در راستای Z در نظر گرفته شده است که منجر به تغییر دامنه حرکتی آن در این راستا شده است. در آخر نیز با استفاده از نرم‌افزار COMSOL Multiphysics مسیر حرکت یون $^{23}\text{Na}^+$ درون تله‌ی یونی پائول در انرژی جنبشی‌های متفاوت شبیه‌سازی گردید که در شکل ۲-۴-۵ نمایش داده شده است.



شکل ۵-۴-۱: دامنه حرکتی یون $^{23}\text{Na}^+$ درون تله یونی پائول در انرژی های مختلف یون ورودی به تله.



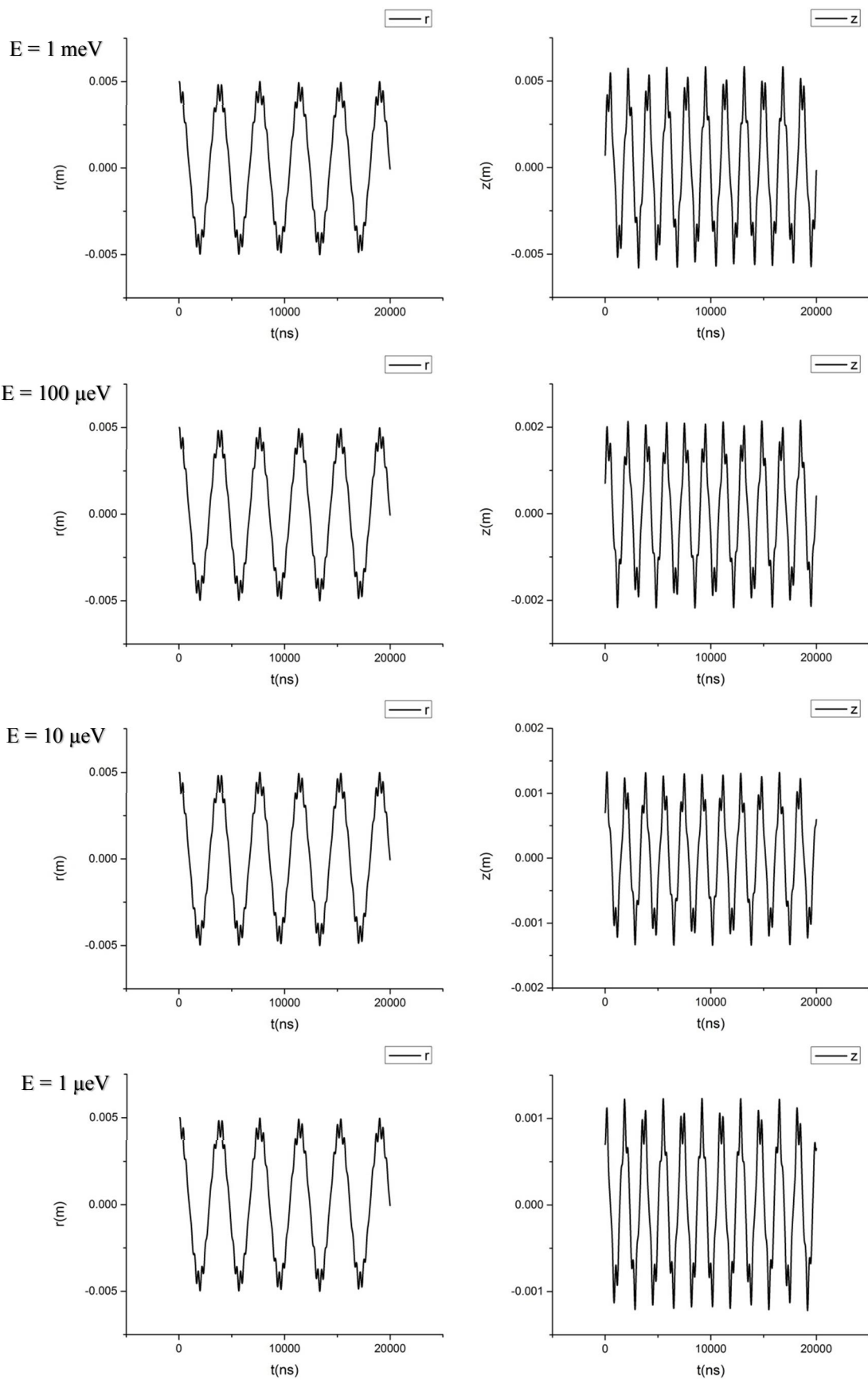
شکل ۵-۴-۲: شبیه‌سازی حرکت یون Na^+ درون تله‌ی یونی پائول در انرژی جنبشی‌های متفاوت با استفاده از نرم‌افزار COMSOL Multiphysics

جدول ۲-۴-۵ و شکل ۳-۴-۵ نیز محدوده حرکتی الکترون را درون تله‌ی پائول با مشخصات فیزیکی طراحی شده در بخش ۱-۵ نشان می‌دهند که با استفاده از حل عددی معادله‌ی متئو بررسی شده است. در این محاسبات نیز با توجه به ورود الکترون در راستای Z دستگاه، سرعت ورود الکترون در راستای Z چندین برابر راستاهای دیگر در نظر گرفته شده است که منجر به افزایش دامنه حرکت الکترون در این راستا شده است.

جدول ۲-۴-۵: محدوده حرکتی الکترون درون تله‌ی پائول در انرژی‌های جنبشی متفاوت.

انرژی جنبشی الکترون	سرعت تقریبی الکترون $[\frac{m}{s}]$	دامنه حرکت Z بیشینه [mm]	دامنه حرکت r بیشینه [mm]
1 meV	≈ 18700	6	5
100 μ eV	≈ 5930	2.1	5
10 μ eV	≈ 1870	1.4	5
1 μ eV	≈ 594	1.2	5

برآورد حاصله نشان می‌دهد که دستگاه طراحی شده قابلیت گیراندازی الکترون‌هایی با انرژی جنبشی کمتر از 500 μ eV را دارا است و در انرژی‌های بیشتر، محدوده حرکتی الکترون افزایش یافته و در اثر برخورد با دیواره‌های تله از بین می‌رود. باید دوباره تاکید شود که تمام این برآوردها در شرایط خلاء ایده‌آل و بدون سردسازی یون و الکترون در ورود به تله بررسی شده است. در بخش بعدی به تفصیل در مورد سردسازی یون و الکترون و روش‌های مورد استفاده به منظور گیراندازی آن‌ها در تله بحث می‌گردد که کمک شایانی در گیراندازی ذرات باردار با انرژی‌های بالاتر می‌نماید.



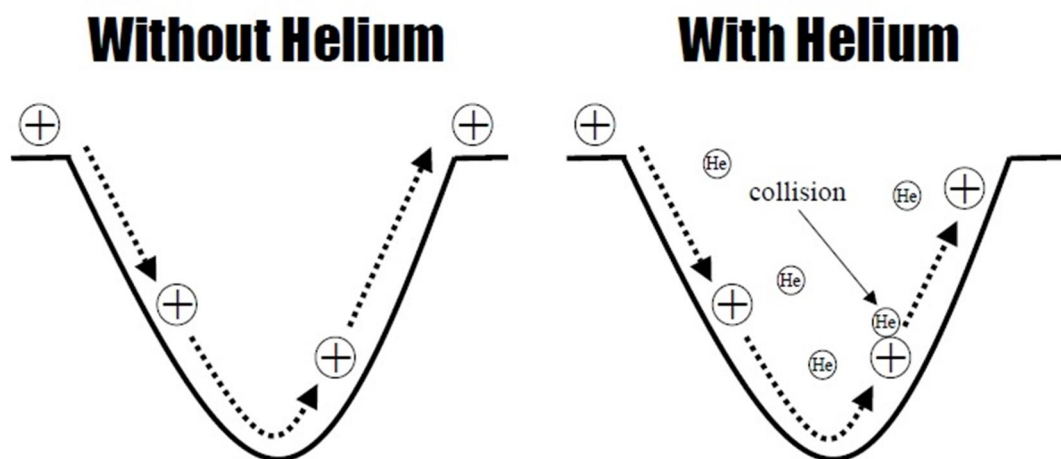
شکل ۵-۴-۳: دامنه حرکتی الکترون درون تله‌ی پائول در انرژی‌های متفاوت الکترون ورودی به درون تله.

۵-۵ سردسازی یون و الکترون

کاهش انرژی جنبشی یون و الکترون ورودی به تله‌ی یونی به منظور کاستن دامنه حرکتی آن و محصورسازی آن انجام می‌گیرد که به اصطلاح به نام سردسازی یون و الکترون شناخته می‌شود. دو روش عمده سردسازی به شکل زیر است:

الف) استفاده از گاز پس‌زمینه^{۳۲}

در این روش با استفاده از گاز پس‌زمینه‌ی خنثی موجود در تله‌ی یونی سعی بر خنک‌سازی یون و یا الکترون وارد شده به درون تله می‌شود. مبنای این روش بر اساس برخورد ها و پراکندگی‌های موجود میان ذرات وارد شده به تله و گاز پس‌زمینه با فشار مناسب است که منجر به کاهش انرژی جنبشی ذرات ورودی و گیراندازی آن‌ها می‌گردد. در این روش اغلب از گاز پس‌زمینه He در درون تله‌ی یونی که گازی سبک و خنثی است استفاده می‌شود (شکل ۵-۵-۱).



شکل ۵-۵-۱: استفاده از گاز پس‌زمینه هلیوم به منظور کاهش انرژی جنبشی ذرات برای گیراندازی در تله.

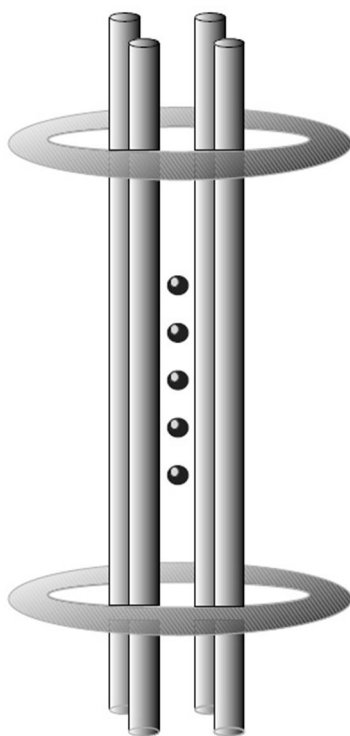
³² Buffer Gas Cooling

ب) سردسازی لیزری^{۳۳}

این روش که به نام سردسازی لیزری دوپلری^{۳۴} نیز شناخته می‌شود تنها قابلیت سردسازی یون‌ها و اتم‌ها را دارا است (در مورد سردسازی الکترون استفاده نمی‌شود) این روش بر اساس پراکندگی ناکشسان فوتون از یون طراحی گردیده است. این روش با استفاده از تابش لیزرهای تکفام به یون در شش راستا و جذب فوتون توسط یون‌های در حال حرکت و باز نشر یکنواخت آن در فضا و در نهایت انتقال تکانه فوتون به یون در راستای مخالف حرکت آن است که منجر به کاهش انرژی جنبشی یون می‌شود. این روش به دلیل محدودیت تابش لیزر به یون‌های درون تله اغلب در تله‌های یونی با طراحی بدنه باز مورد استفاده قرار می‌گیرد [50-53].

شکل ۵-۵-۲ نمایی از یک تله‌ی یونی پائول با طراحی بدنه باز [50-53] به منظور دسترسی

لیزری به یون‌های محصور شده در تله را نشان می‌دهد.

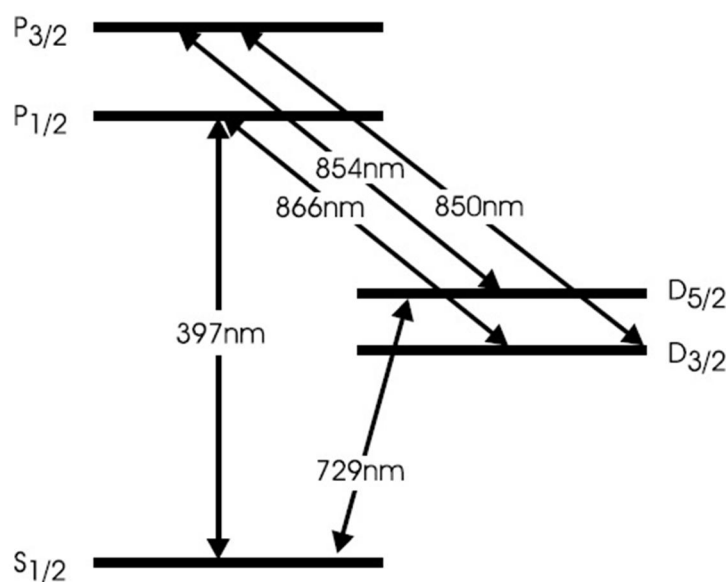


شکل ۵-۵-۲: تله یونی پائول با طراحی بدنه باز به منظور دسترسی لیزری به یون‌های محبوس در تله [39].

³³ Laser Cooling

³⁴ Doppler Laser Cooling

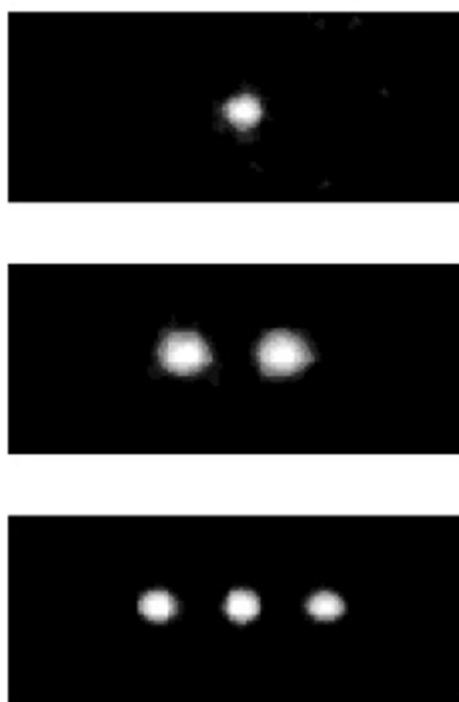
به عنوان مثال سردسازی یون $^{40}\text{Ca}^+$ با استفاده از لیزر حالت جامد با طول موج 397 nm و گذار کوانتومی $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ و همچنین لیزرهای کمکی دیودی به عنوان پمپ کننده یون ها از ترازهای $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$ و $D_{3/2} \rightarrow P_{3/2}$ و $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ انجام می گیرد (شکل ۵-۵-۳). الکترون مداری برانگیخته شده در تراز $P_{1/2}$ می تواند به هر یک از ترازهای $D_{5/2}$ و $D_{3/2}$ و $S_{1/2}$ گذار انجام دهد. اما اگر الکترون به ترازهای $D_{5/2}$ و $D_{3/2}$ برود دیگر از فرآیند سردسازی خارج می شود بنابراین لیزرهای دیودی به عنوان پمپ کننده ی اتم ها از این ترازها و رساندن یون ها دوباره به فرآیند سردسازی مورد استفاده قرار می گیرند که این روش قابلیت سردسازی یون را تا دمای 0.5 mk خواهد داشت [39].



شکل ۵-۵-۳: ترازهای انرژی یون $^{40}\text{Ca}^+$ [39].

در این روش، که همزمان قابلیت آشکارسازی و تصویربرداری یون را نیز دارا است با استفاده از دوربین های خاص در محدوده فرکانسی فروسرخ نیز مورد استفاده قرار می گیرد تا بتوان از یون

محصور در تله عکس برداری نمود. شکل ۴-۵-۵ نمونه‌ای از تصاویر گرفته شده از یک تک یون $^{40}\text{Ca}^+$ و همچنین دو و سه یون گیراندازی شده در تله را نشان می‌دهد [39].



شکل ۴-۵-۵: تصاویر گرفته شده از یک، دو و سه یون $^{40}\text{Ca}^+$ محصور در تله‌ی یونی پائول است. [39].

ع فصل ششم

تندی یونی پائول در حضور میدان مغناطیسی

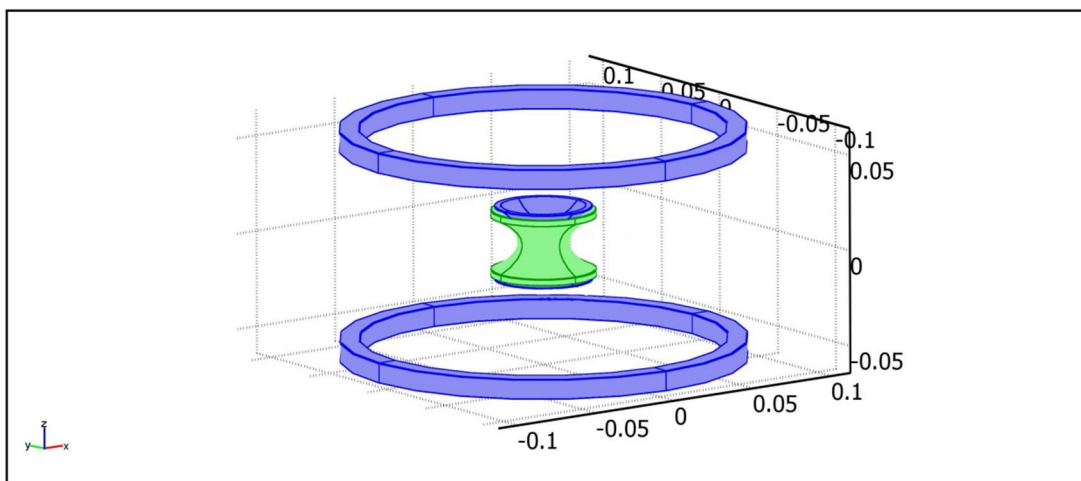
خارجی

۱-۶ میدان مغناطیسی خارجی

استفاده از میدان مغناطیسی در تله‌های یونی پنینگ قابلیت گسترده‌ای را نیز در بکارگیری پدیده زیمن و شکافتن زیرلایه‌های سطوح انرژی فراهم می‌سازد که به منظور اندازه‌گیری‌های فوق‌دقیق و همچنین سردسازی یون و بررسی زیر لایه‌های فوق‌ریز مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این کار به عنوان اولین بررسی‌ها، حضور میدان مغناطیسی خارجی بر تله‌های یونی پائول که تنها با استفاده از پتانسیل الکتریکی متناوب قادر به گیراندازی سه بعدی یون هستند بررسی شد که منجر به نتایج قابل توجهی در زمینه گیراندازی یون و طیف‌سنجی جرمی آن‌ها گردید.

۲-۶ اعمال میدان مغناطیسی ثابت

در نظر گرفتن یک میدان مغناطیسی ثابت و یکنواخت در راستای z بر روی تله‌ی یونی پائول منجر به اعمال نیروی لورنتس در راستاهای شعاعی r و سمتی φ به یون محصور شده در تله می‌گردد. شکل ۱-۲-۶ استفاده از یک پیچه هلمهولتز در صفحه xy را به منظور اعمال میدان مغناطیسی نشان می‌دهد که تله‌ی یونی پائول در مرکز آن طراحی شده است.



شکل ۱-۲-۶: تله یونی پائول قرار گرفته شده در مرکز یک پیچه هلمهولتز طراحی شده توسط نرم‌افزار COMSOL

معادله ۱-۲-۶ نیروی لورنتس اعمالی به یون محصور در تله را نشان می‌دهد که

برهم‌نهی این نیروی لورنتس و نیروی حاصل از پتانسیل الکتریکی ϕ تله‌ی پائول (۱-۲-۱۶)

معادلات حرکت یون درون تله را تعیین می‌کنند.

(۱-۲-۶)

$$\vec{f} = q\vec{v} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{r} & \hat{\phi} & \hat{k} \\ v_r & v_\phi & v_z \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = qv_\phi B \hat{r} - qv_r B \hat{\phi}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

(۲-۲-۶)

$$f_r = -e \frac{\partial \phi}{\partial r} + ev_\phi B = \frac{-2e(U + V\cos\Omega t)r}{(r_0^2 + 2z_0^2)} + ev_\phi B = m \frac{d^2 r}{dt^2}$$

$$f_\phi = -ev_r B = m \frac{d^2 \phi}{dt^2}$$

$$f_z = -e \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{4e(U + V\cos\Omega t)z}{(r_0^2 + 2z_0^2)} = m \frac{d^2 z}{dt^2}$$

با کمی مرتب‌سازی معادلات ۲-۲-۶ معادلات حرکت یون درون تله‌ی یونی پائول در حضور

میدان مغناطیسی در دستگاه مختصات استوانه‌ای به شکل زیر خواهد شد:

(۳-۲-۶)

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{-2e(U + V\cos\Omega t)r}{m(r_0^2 + 2z_0^2)} + \frac{ev_\phi B}{m}$$

$$\frac{d^2 \phi}{dt^2} = \frac{-ev_r B}{m}$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{+4e(U + V\cos\Omega t)z}{m(r_0^2 + 2z_0^2)}$$

با انتگرال گیری از دو معادله اول ۳-۲-۶ برای بدست آوردن و جایگذاری v_r و v_ϕ در معادلات حرکت در نهایت خواهیم داشت:

(۴-۲-۶)

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{-2e(U + V \cos \Omega t)r}{m(r_0^2 + 2z_0^2)} - \frac{e^2 B^2 r}{m^2}$$

$$\frac{d^2 \phi}{dt^2} = - \frac{eB}{m} \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{+4e(U + V \cos \Omega t)z}{m(r_0^2 + 2z_0^2)}$$

حضور میدان مغناطیسی باعث شده معادلات حرکت در راستای r, ϕ شکل متفاوتی پیدا کنند اما معادله دیفرانسیل در راستای z به همان شکل آشنا متو ظاهر شده است. در تحلیل معادلات ۴-۲-۶ می توان نشان داد که با در نظر گرفتن جمله $\dot{U} = U + \frac{eB^2(r_0^2 + 2z_0^2)}{2m}$ به عنوان پتانسل DC معادله r نیز به فرم معادله ی متو در می آید (که در آن جمله $\frac{eB^2(r_0^2 + 2z_0^2)}{2m}$ نیز دارای بعد پتانسیلی یعنی ولت است):

(۵-۲-۶)

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{-2e(\dot{U} + V \cos \Omega t)r}{m(r_0^2 + 2z_0^2)}$$

معادله حرکت در راستای ϕ نیز به شکلی ساده است که همواره دارای جواب های متناوب است و در پایداری یون در این راستا اختلالی ایجاد نمی کند.

۳-۶ نواحی پایدار

این جابجایی پتانسیلی در پتانسیل DC موجب آن می‌شود که شکل پارامتر پایداری a_r معادل ۷-۲-۲

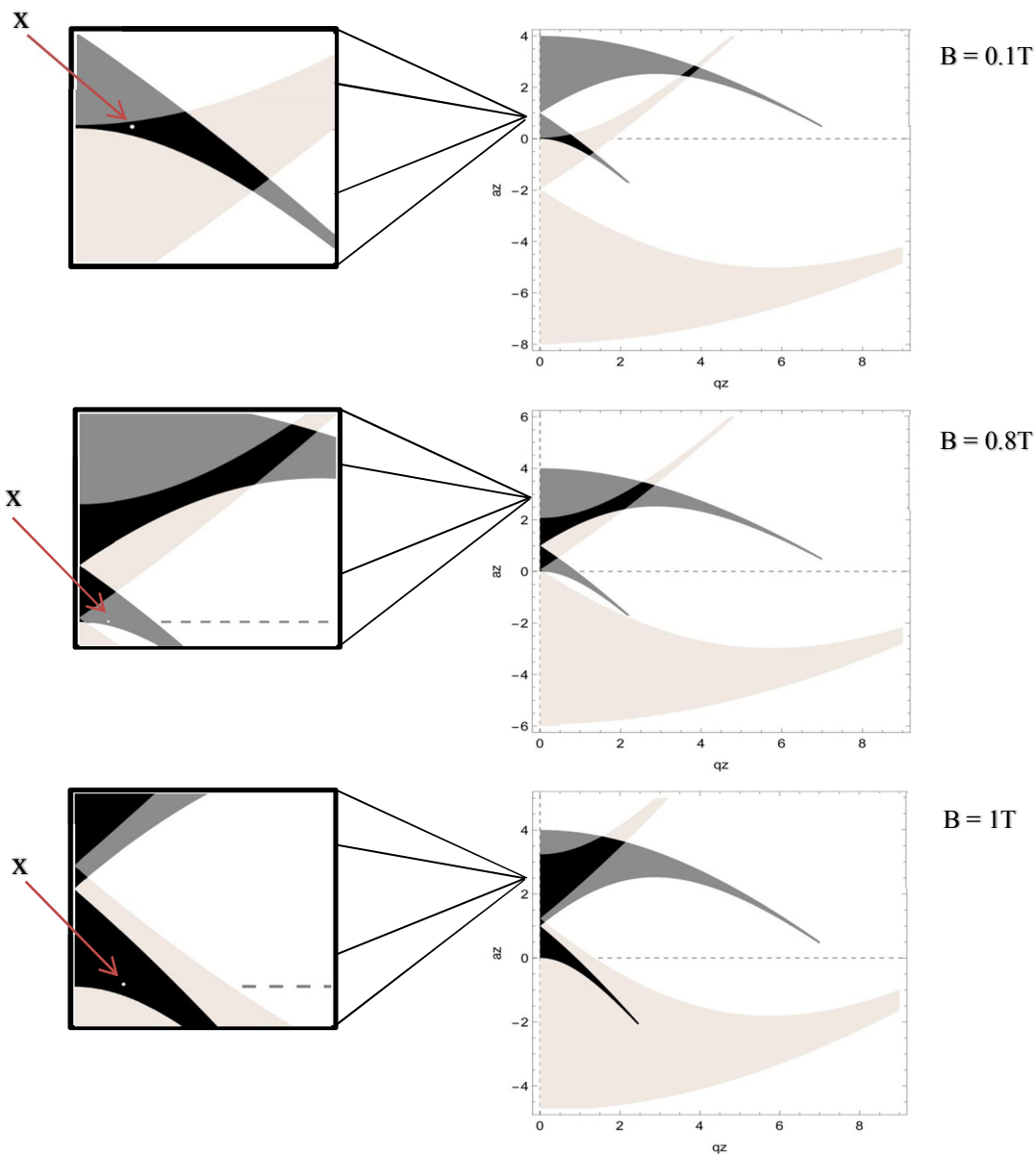
به شکلی متفاوت با گذشته درآید:

(۱-۳-۶)

$$a_z = \frac{-16eU}{m(r_0^2 + 2z_0^2)\Omega^2} \quad q_z = \frac{8eV}{m(r_0^2 + 2z_0^2)\Omega^2}$$

$$\dot{a}_r = \frac{-a_z}{2} + \frac{4e^2 B^2}{m^2 \Omega^2} \quad q_r = \frac{-q_z}{2}$$

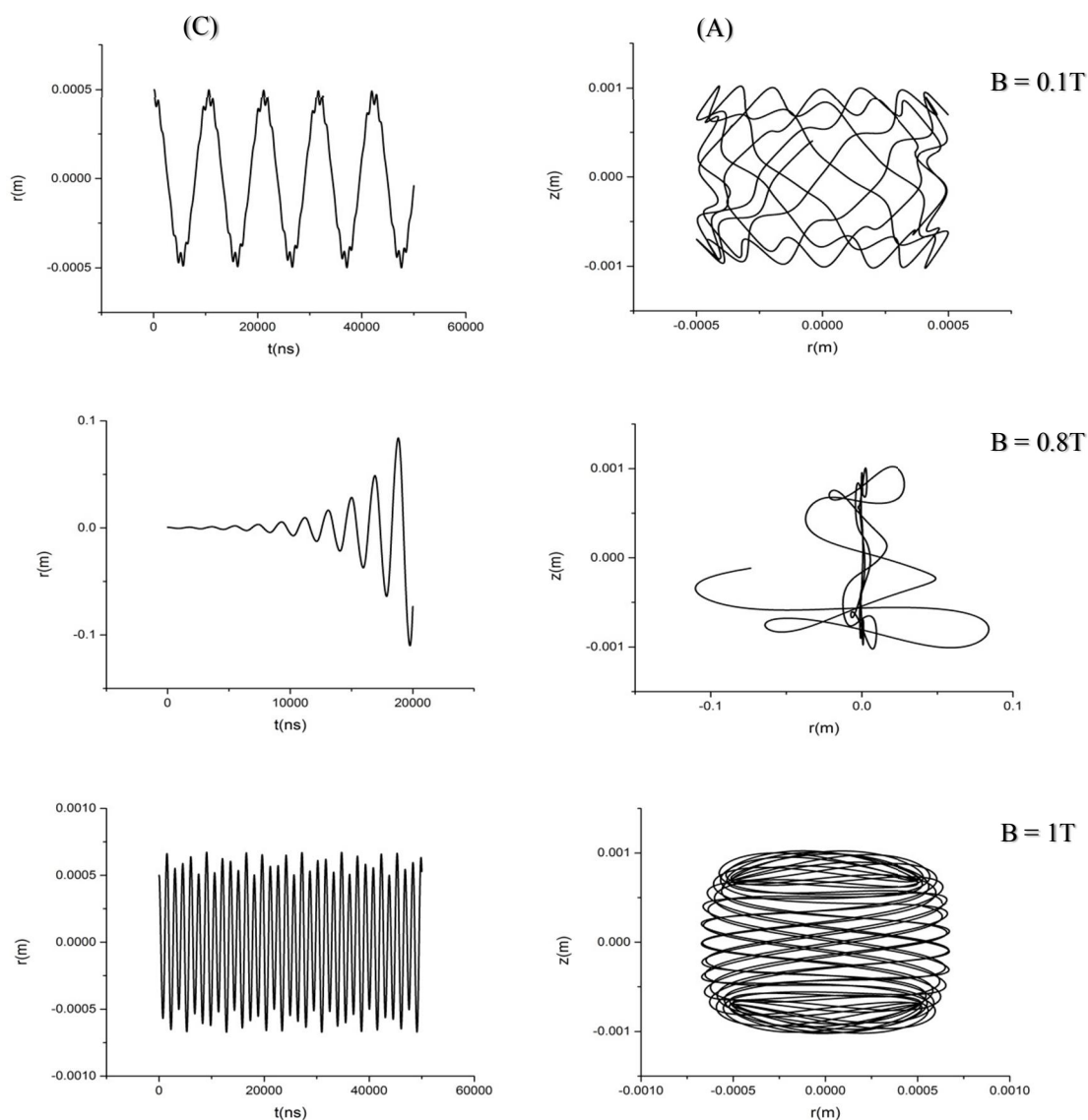
درواقع تاثیر این میدان مغناطیسی در پارامتر پایداری $\dot{a}_r$ نمایان گردیده است که اضافه شدن یک جمله بدون بعد $\frac{4e^2 B^2}{m^2 \Omega^2}$ نسبت به حالات گذشته موجب اتفاق جالبی گردیده که گستردگی ناحیه همپوشانی نمودارهای پایداری را مستقیماً وابسته به نسبت بار به جرم یون ($\frac{e}{m}$) و همچنین شدت میدان مغناطیسی اعمالی (B) و فرکانس پتانسیل متناوب (Ω) نموده است. در واقع به ازای هر میدان مغناطیسی اعمالی به تله‌ی یونی، ناحیه پایدار شعاعی با توجه به معادله ۱-۳-۶ به سمت بالا جابجا شده و همپوشانی نواحی پایدار شعاعی و محوری تغییر می‌کند. در شکل ۱-۳-۶ با استفاده از نرم‌افزار Mathematica به بررسی این نواحی پایدار به ازای میدان مغناطیسی‌های متفاوت پرداخته شده است. و همچنین مکان یون $^{23}\text{Na}^+$ در ناحیه پایدار دستگاه، در سمت چپ شکل‌ها نشان داده شده است:



شکل ۱-۳-۶: ستون راست: نمودارهای پایداری هستند که محورهای آن پارامترهای پایداری است و ستون چپ: موقعیت یون $^{23}\text{Na}^+$ در تله‌ای با مشخصات $U=0$ V, $V=150$ V, $\Omega=6.59$ MHz, $r_0=1.27$ cm, $z_0=0.9$ cm در نمودارهای پایداری است که با دایره‌ای سفید رنگ (X) مشخص گردیده. ردیف اول: میدان مغناطیسی ۰.۱ تسلا (یون داخل ناحیه پایداری). ردیف دوم: میدان مغناطیسی ۰.۸ تسلا (یون خارج ناحیه پایداری). ردیف سوم: میدان مغناطیسی ۱ تسلا (یون داخل ناحیه پایداری).

در شکل ۲-۳-۶ به شبیه‌سازی حرکت یون $^{23}\text{Na}^+$ تحت این شرایط با استفاده از کد C++ پرداخته شده است. همانطور که در شکل ۱-۳-۶ نشان داده شد در حالتی که تحت میدان مغناطیسی 0.8T یون خارج از محدوده پایدار شعاعی سیستم قرار گرفت، یون نمی‌تواند در تله‌ی پائول گیراندازی شود که نمودارهای حرکتی یون در شکل ۲-۳-۶ نیز حاکی از همین موضوع است. در این

شرایط محدوده حرکتی شعاعی یون با گذر زمان سریعاً افزایش یافته و یون از تله خارج می‌شود. اما در بقیه حالات یون در ناحیه پایدار جای گرفته و در تله به دام افتاده است:



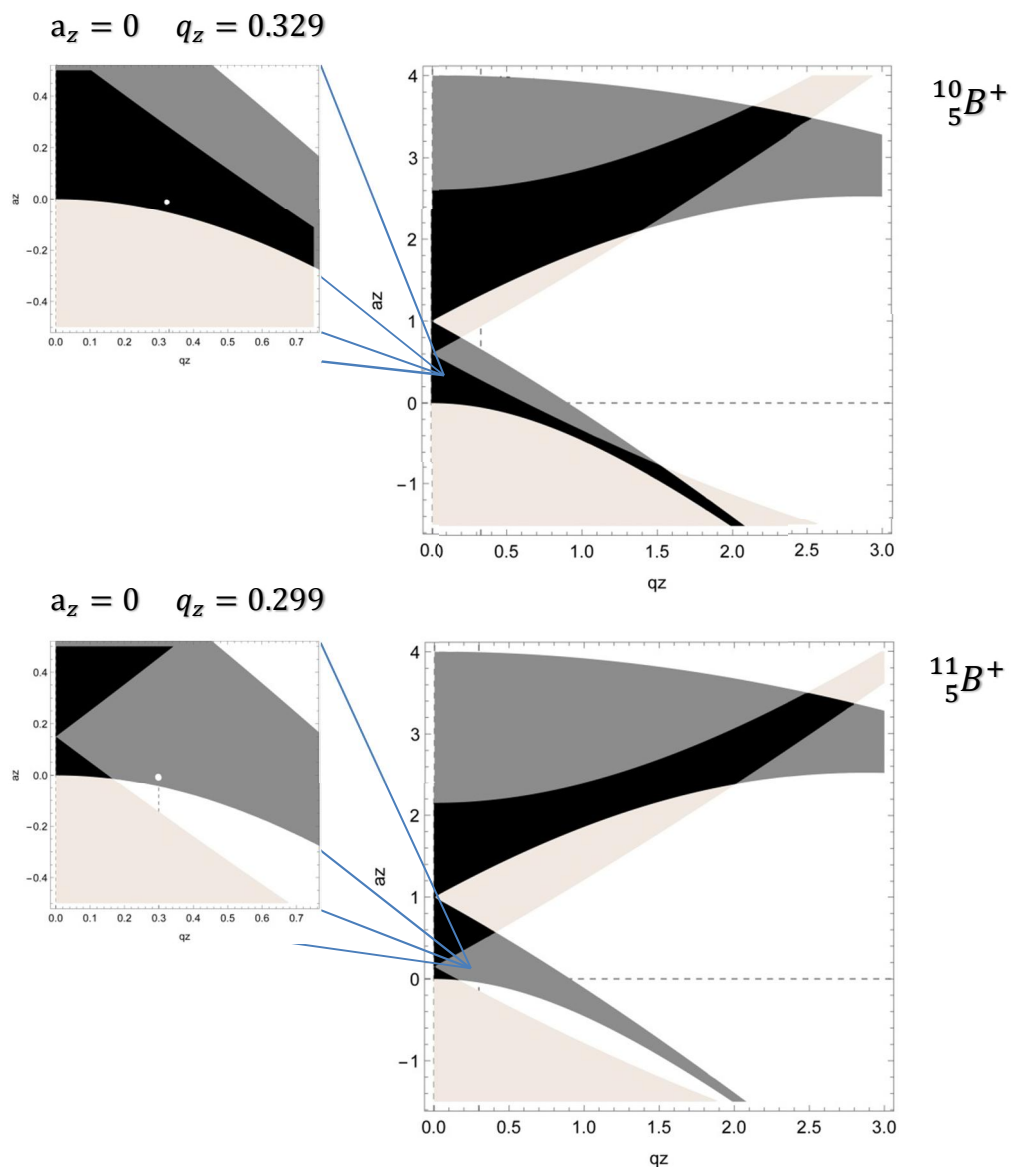
شکل ۶-۳-۲: شبیه‌سازی حرکت یون $^{23}\text{Na}^+$ به ازای میدان مغناطیسی‌های متفاوت. ستون (A) حرکت یون در صفحه Z - r و ستون (C) محدوده حرکتی r بر حسب زمان t است. ردیف اول: میدان مغناطیسی ۰.۱ تسلا. ردیف دوم: میدان مغناطیسی ۰.۸ تسلا. ردیف سوم: میدان مغناطیسی ۱ تسلا.

۴-۶ جداسازی ایزوتوپی

حضور میدان مغناطیسی خارجی بر تله‌ی یونی پائول منجر به استفاده کاربردی دیگری در طیف‌سنجی جرمی یون‌ها و جداسازی آن‌ها تحت شرایط جدید و دقیق‌تری شده است. تحت این شرایط، که همپوشانی نواحی پایدار شعاعی و محوری تله به طور مستقیم تحت کنترل میدان مغناطیسی B^2 و همچنین جرم m^2 قرار می‌گیرد، می‌توان طیف‌سنج جرمی ساده‌تر، کاربردی‌تر و دقیق‌تری را نسبت به روش‌های پیشین ذکر شده در فصل سوم که بر مبنای اسکن پتانسیل الکتریکی و خروج یون از دیواره پایداری بود را طراحی کرد.

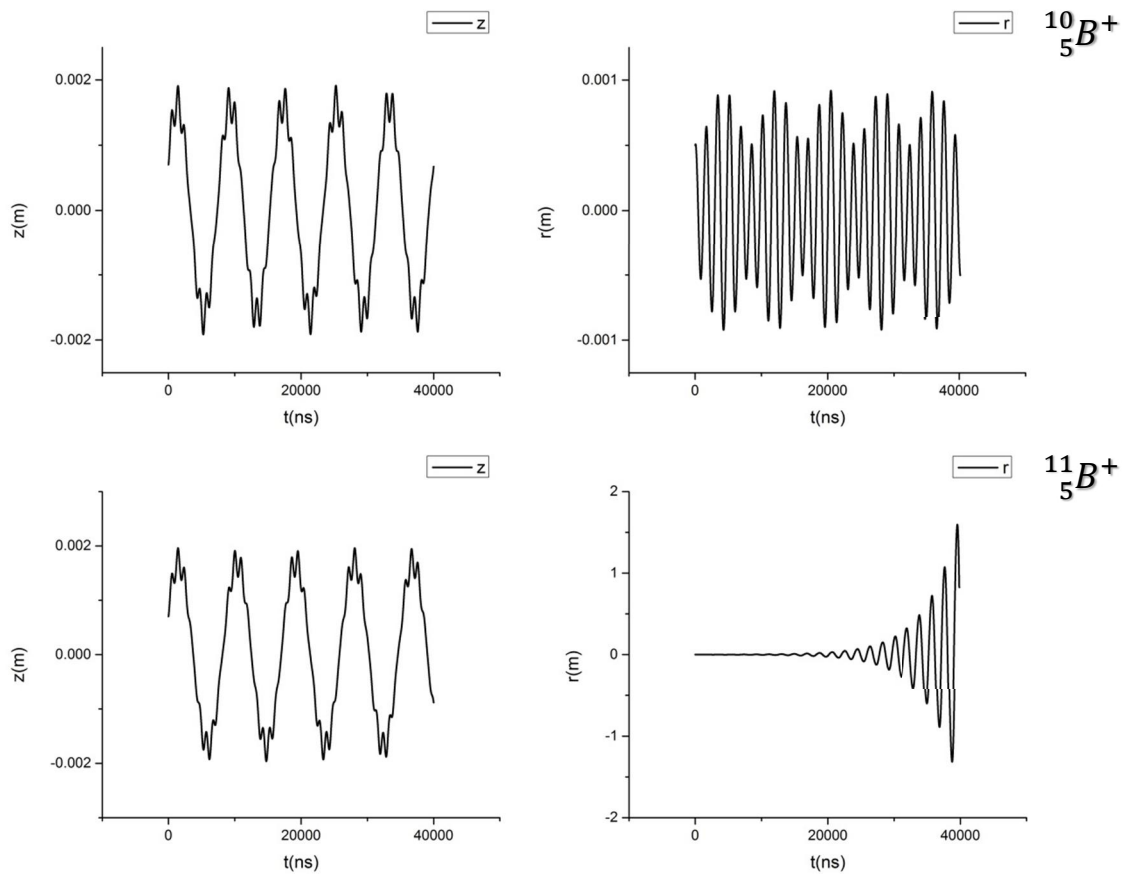
به منظور جداسازی جرمی یون‌های مختلف، تله‌ی یونی پائول را می‌توان به نحوی به کار گرفت که یک یون به واسطه جرم خود در درون ناحیه پایدار تله و یون دیگر که جرم متفاوتی دارد خارج ناحیه پایدار قرار گیرد. عنصر Boron را در نظر بگیرید که دارای دو ایزوتوپ $^{10}_5B$ و $^{11}_5B$ است. با تزریق ترکیب گازی این عنصر به صورت یک جریان یونی به درون تله‌ی پائول، یون $^{10}_5B^+$ در درون ناحیه پایدار تله قرار می‌گیرد اما یون $^{11}_5B^+$ به دلیل جرم بیشتری که دارد جابجایی به سمت بالای ناحیه پایدار شعاعی (با توجه به معادله ۶-۳-۱) کمتر بوده و این یون خارج ناحیه پایدار شعاعی قرار می‌گیرد.

شکل ۴-۶-۱ همپوشانی نواحی پایدار شعاعی و محوری را برای دو ایزوتوپ $^{10}_5B^+$ و $^{11}_5B^+$ در یک تله‌ی یونی پائول مشابه نشان می‌دهد که یون $^{11}_5B^+$ به واسطه جرم بیشتری که دارد خارج ناحیه پایدار شعاعی قرار گرفته است.



شکل ۶-۴-۱: همپوشانی دو ناحیه پایدار شعاعی و محوری برای دو ایزوتوپ $^{10}_5B^+$ و $^{11}_5B^+$ در تله‌ی یونی پائول با مشخصات $U = 0 \text{ V}, V = 60 \text{ V}, \Omega = 6.59 \text{ MHz}, r_0 = 1.27 \text{ cm}, z_0 = 0.9 \text{ cm}$ که در میدان مغناطیسی $B = 0.39 \text{ T}$ قرار گرفته است. در ستون چپ: موقعیت هر یون در ناحیه پایدار با نقطه سفید رنگ نشان داده شده است.

هر دو یون در ناحیه پایدار محوری (z) جای گرفته‌اند ولی، به واسطه اختلاف جرم، $^{11}_5B^+$ از ناحیه پایدار شعاعی خارج شده است بنابراین با تزریق این ایزوتوپ‌ها به درون تله‌ی پائول، دامنه حرکت یون $^{11}_5B^+$ در راستای شعاعی سریعاً افزایش پیدا کرده و با برخورد به دیواره‌های حلقه خنثی می‌شود ولی همچنان یون $^{10}_5B^+$ در درون تله محصور می‌ماند. شکل ۶-۴-۲ شبیه‌سازی حرکت این دو ایزوتوپ را نشان می‌دهد که با حل عددی معادلات حرکت در کد $C++$ حل شده است.



شکل ۶-۴-۲: دامنه حرکت دو ایزوتوپ $^{10}_5B^+$ و $^{11}_5B^+$ در راستای r, z در تله‌ی یونی پائول با مشخصات $U = 0 \text{ V}, V = 60 \text{ V}, \Omega = 6.59 \text{ MHz}, r_0 = 1.27 \text{ cm}, z_0 = 0.9 \text{ cm}$ در میدان مغناطیسی $B = 0.39 \text{ T}$ قرار گرفته است.

۵-۶ خطا در عملکرد سیستم برای جداسازی ایزوتوپی

مقدار خطای برآورد شده در عملکرد سیستم برگرفته از افت‌وخیز میدان الکتریکی و مغناطیسی به عنوان عوامل خطا در جداسازی ایزوتوپی بدست می‌آید که در پارامتر پایداری $\dot{a}_r$ نمایان می‌گردند:

(۱-۵-۶)

$$\dot{a}_r = \frac{-a_z}{2} + \frac{4e^2 B^2}{m^2 \Omega^2} = \frac{8eU}{m(r_0^2 + 2z_0^2)\Omega^2} + \frac{4e^2 B^2}{m^2 \Omega^2}$$

$$\sigma_{\dot{a}_r} = \sqrt{\left(\frac{\partial \dot{a}_r}{\partial U} \Delta U\right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{a}_r}{\partial B} \Delta B\right)^2}$$

اگر دامنه افت‌وخیز میدان الکتریکی و مغناطیسی را به ترتیب برابر با $\Delta U = 10^{-4}V$ و $\Delta B = 10^{-4}T$ در نظر بگیریم مقدار خطا در پارامتر پایداری α_r به منظور جداسازی ایزوتوپ بور ذکر شده در بخش قبل به شکل زیر خواهد بود:

(۲-۵-۶)

$$\sigma_{\alpha_r} = \sqrt{\left(\frac{8e}{m(r_0^2 + 2z_0^2)\Omega^2} \Delta U\right)^2 + \left(\frac{8e^2B}{m^2\Omega^2} \Delta B\right)^2} = 6.67 * 10^{-4}$$

که این مقدار خطا در مقابل تغییرات پارامتر پایداری α_r برای دو ایزوتوپ $^{10}_5B^+$ و $^{11}_5B^+$ نشان داده شده در شکل ۱-۴-۶ که به واسطه اختلاف جرم آنها پدید آمده بسیار کوچک است $\Delta(\alpha_r[^{10}_5B^+] - \alpha_r[^{11}_5B^+]) \gg \sigma_{\alpha_r}$ و شرایط مناسبی را برای جداسازی این دو ایزوتوپ سبک که ۱۰ درصد اختلاف جرم دارند فراهم می‌نماید.

محاسبه خطا به منظور جداسازی ایزوتوپ‌های سنگین‌تری همانند $^{235}_{92}U^+$ و $^{238}_{92}U^+$ که تنها در حدود ۱.۲ درصد اختلاف جرم دارند از اهمیت فراوانی برخوردار است. معادله ۳-۵-۶ مقدار خطای برآورد شده حاصل از افت‌وخیز میدان الکتریکی و مغناطیسی را برای جداسازی اورانیوم نشان می‌دهد:

(۳-۵-۶)

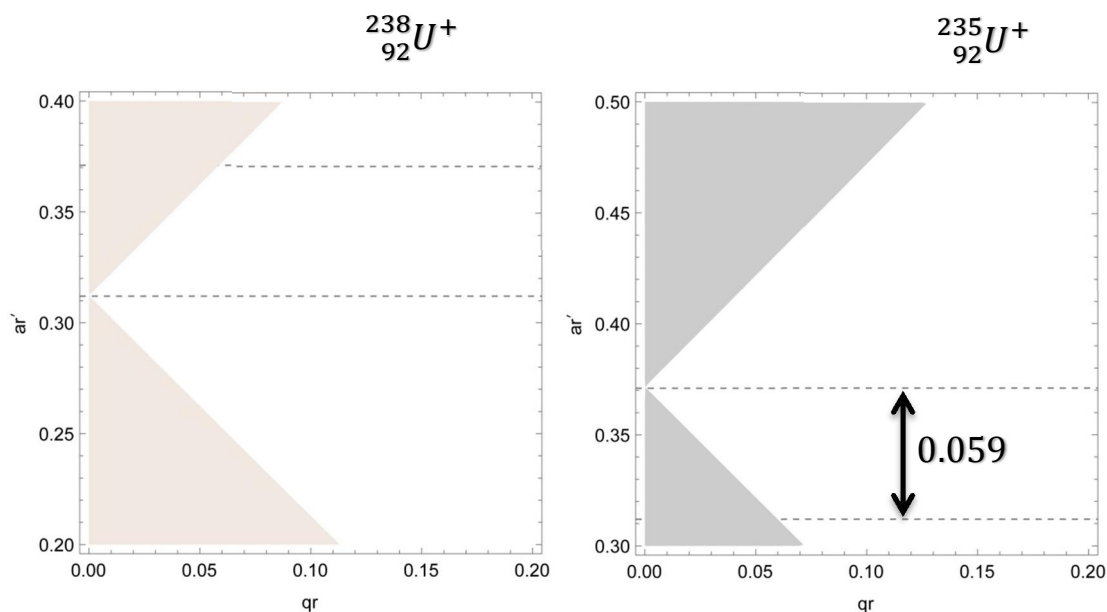
$$\sigma_{\alpha_r} = \sqrt{\left(\frac{8e}{m(r_0^2 + 2z_0^2)\Omega^2} \Delta U\right)^2 + \left(\frac{8e^2B}{m^2\Omega^2} \Delta B\right)^2} = 1.84 * 10^{-4}$$

که در تله‌ی پائول با مشخصات ($U = 0V, V = 30V, \Omega = 0.94MHz, r_0 = 1.27cm, z_0 = 0.9cm$)

گیراندازی شده که تحت میدان مغناطیسی $1.25T$ قرار گرفته است.

شکل ۶-۵-۱ نمایی از ناحیه پایدار شعاعی را برای دو ایزوتوپ $^{238}_{92}\text{U}^+$ و $^{235}_{92}\text{U}^+$ نشان می‌دهد

که به واسطه اختلاف جرم آنها و با توجه به پارامتر پایداری α_r به سمت بالا جابجا شده‌اند.



شکل ۶-۵-۱: جابجایی ناحیه پایدار شعاعی برای دو ایزوتوپ $^{238}_{92}\text{U}^+$ و $^{235}_{92}\text{U}^+$ که توسط خطوط نقطه‌چین نشان داده شده است و برابر با ۰.۰۵۹ است.

این جابجایی ناحیه پایدار شعاعی برای دو ایزوتوپ $^{238}_{92}\text{U}^+$ و $^{235}_{92}\text{U}^+$ برابر با ۰.۰۵۹ است که با

توجه به اختلاف جرم آنها به وجود آمده و شرایط جداسازی این دو ایزوتوپ را فراهم می‌کند. با

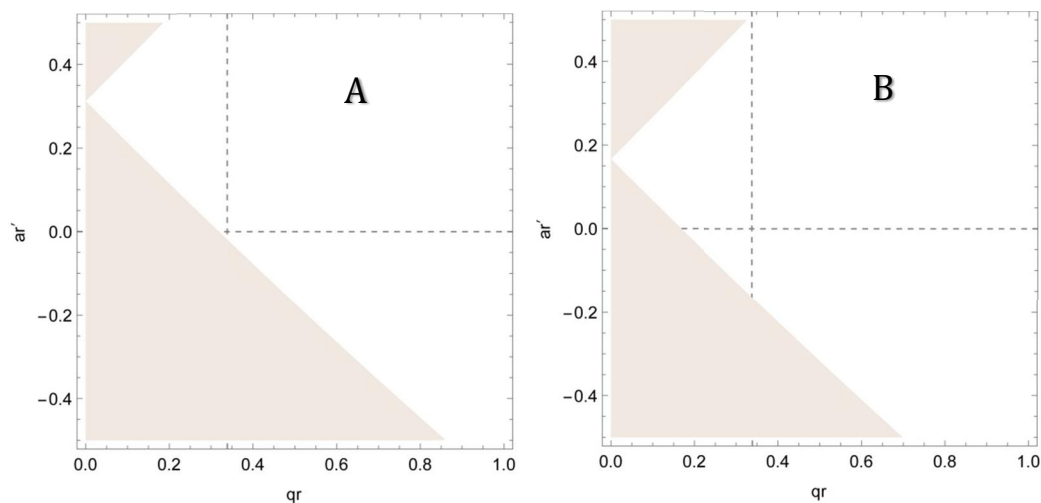
مقایسه این مقدار جابجایی ناحیه پایدار شعاعی (۰.۰۵۹) با خطای حاصل از افت‌وخیز میدان الکتریکی

و مغناطیسی (1.84×10^{-4}) نتیجه می‌شود که $\Delta(\alpha_r[^{10}_5\text{B}^+] - \alpha_r[^{11}_5\text{B}^+]) \gg \sigma_{\alpha_r}$ است و این

سیستم قابلیت خوبی در جداسازی ایزوتوپ‌هایی با اختلاف جرم ناچیز را نیز دارا است.

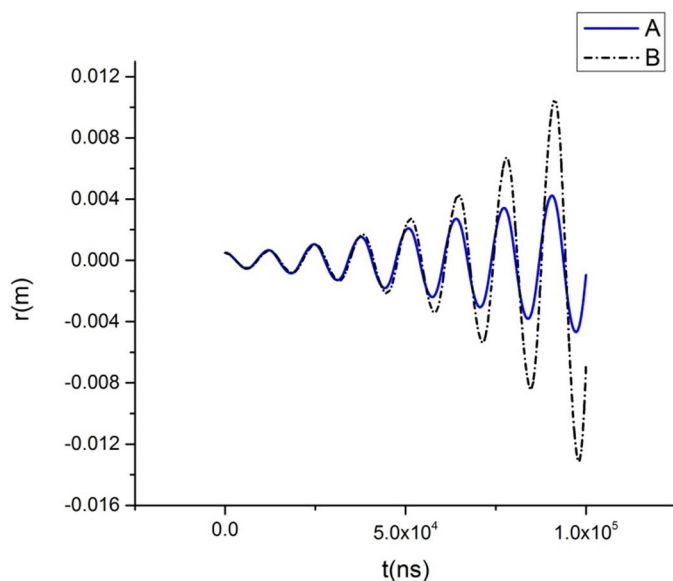
۶-۶ افزایش دامنه حرکت یون در ناحیه ناپایدار تله

افزایش دامنه حرکت یون در ناحیه ناپایدار تله وابسته به موقعیت یون در ناحیه ناپایدار است که در زمان مورد نیاز برای جداسازی ایزوتوپی و خروج یون ناپایدار از درون تله تاثیر فراوانی دارد. شکل ۶-۶-۱ موقعیت یون $^{238}_{92}\text{U}^+$ را در ناحیه ناپایدار تله نشان می‌دهد که با توجه به تغییر کمیت‌های فیزیکی تله به نحوی طراحی شده است که در حالت A یون در نزدیکی مرز ناپایداری و در حالت B با فاصله بیشتری نسبت به مرز ناپایداری قرار گرفته است.



شکل ۶-۶-۱: موقعیت یون $^{238}_{92}\text{U}^+$ در ناحیه ناپایدار تله (محل تقاطع خطوط بریده). در حالت A یون در نزدیکی مرز ناپایداری و در حالت B با فاصله بیشتری نسبت به مرز ناپایداری قرار گرفته است.

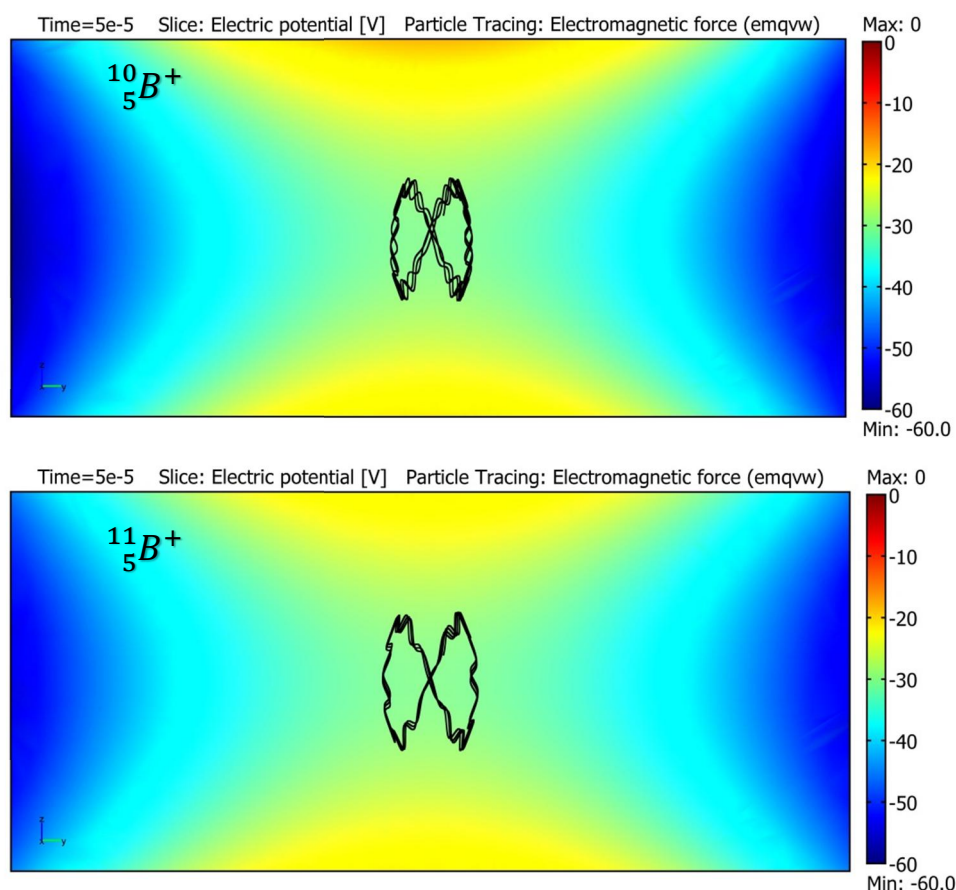
تحت این شرایط یون $^{238}_{92}\text{U}^+$ در حالت B افزایش دامنه سریع‌تری را نسبت به زمان دارد و سریع‌تر از حالت A از تله خارج می‌شود (شکل ۶-۶-۲).



شکل ۶-۶-۲: افزایش دامنه حرکت یون در دو موقعیت متفاوت از ناحیه ناپایداری.

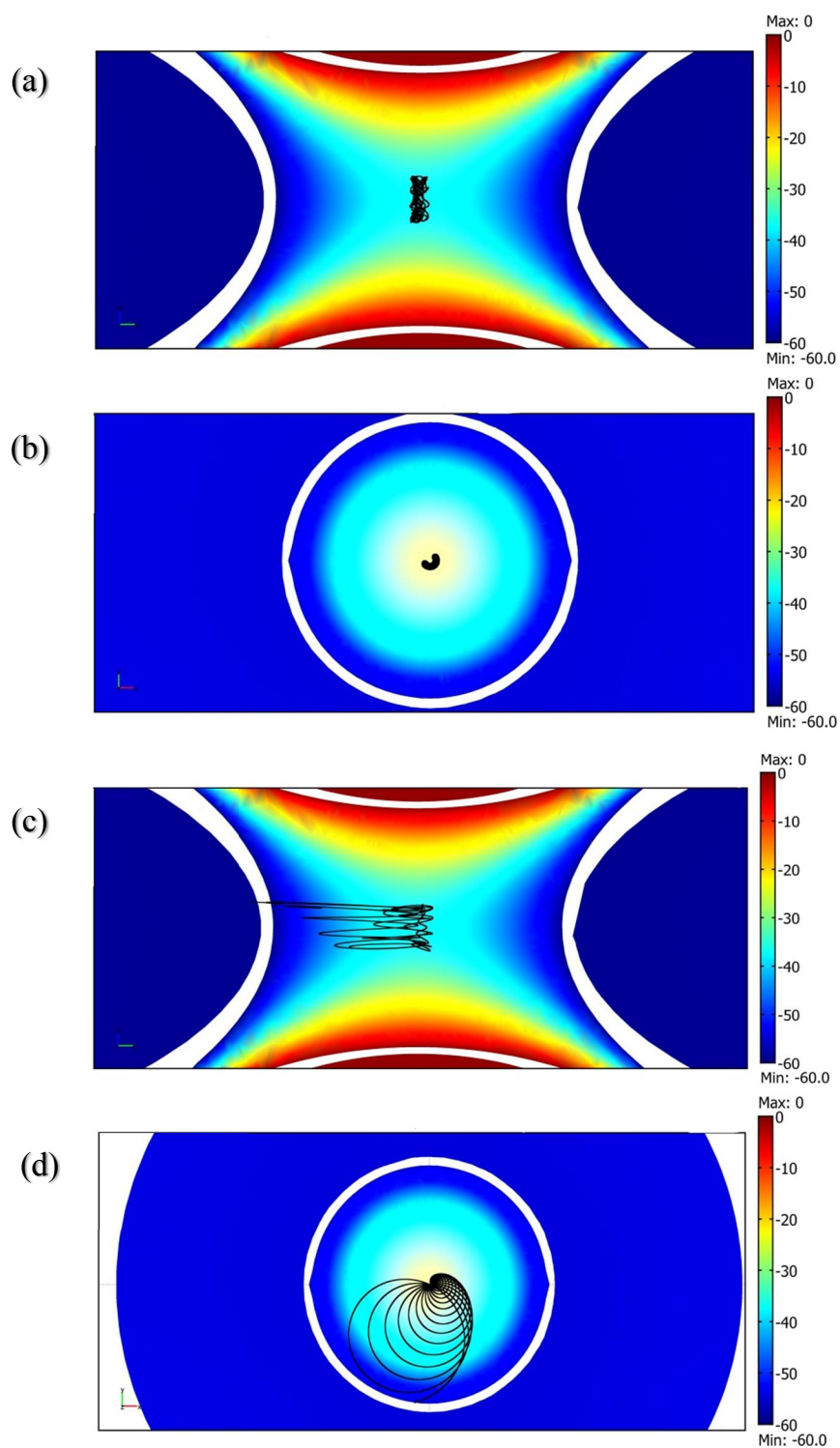
۶-۷ شبیه‌سازی حرکت ایزوتوپ‌های بورون با استفاده از COMSOL

شبیه‌سازی حرکت دو ایزوتوپ $^{10}_5B^+$ و $^{11}_5B^+$ در دو حالت حضور میدان مغناطیسی و عدم حضور میدان مغناطیسی توسط نرم‌افزار COMSOL انجام گرفت که تایید کننده نتایج حاصل از حل تحلیلی و عددی معادلات حرکت یون درون تله‌ی یونی پائول است. شکل ۶-۷-۱ محصورسازی دو ایزوتوپ $^{10}_5B^+$ و $^{11}_5B^+$ را در تله‌ی یونی پائول در غیاب میدان مغناطیسی نشان می‌دهد که هر دو یون در ناحیه پایدار تله بوده و در تله گیراندازی شده‌اند.



شکل ۶-۷-۱: شبیه‌سازی محصورسازی دو ایزوتوپ $^{10}_5B^+$ و $^{11}_5B^+$ در تله یونی پائول در عدم حضور میدان مغناطیسی خارجی.

شکل ۶-۷-۲ ناپایداری یون $^{11}_5B^+$ در شرایط اعمال میدان مغناطیسی بر روی تله‌ی پائول را نشان می‌دهد که منجر به افزایش دامنه حرکتی یون در راستای شعاعی گردیده است. برای جداسازی ایزوتوپ $^{10}_5B^+$ از ایزوتوپ $^{11}_5B^+$ با تزریق یون‌ها از حفره موجود در کلاهک‌ها به درون تله پائول، ایزوتوپ سنگین‌تر به سرعت از راستای شعاعی خارج می‌گردد (به منظور جلوگیری از انباشت یون بر روی دیواره‌ی حلقه می‌توان این الکتروود را به شکل توری طراحی کرد) و تنها ایزوتوپ سبک‌تر در تله گیراندازی می‌شود که می‌توان پس از آن با استفاده از افزایش پتانسیل الکتریکی متصل به حلقه، یون سبک‌تر را در راستای محوری یعنی از حفره موجود در کلاهک خارج کرد که این کار توسط الکترونیک اتوماتیک انجام می‌گیرد.



شکل ۶-۷-۲: شکل (a) و (b) حرکت ایزوتوپ $^{10}\text{B}^+$ را از دو نمای متفاوت در حضور میدان مغناطیسی $B=0.39\text{T}$ نشان می‌دهد که در تله گیراندازی شده است. شکل (c) و (d) حرکت ایزوتوپ $^{11}\text{B}^+$ را در حضور میدان مغناطیسی $B=0.39\text{T}$ نشان می‌دهد که در راستای شعاعی ناپایدار است.

۸-۶ اعمال میدان مغناطیسی متناوب

با در نظر گرفتن یک میدان مغناطیسی متناوب $\vec{B} = B \cos(\Omega t) \hat{k}$ با فرکانسی برابر با فرکانس پتانسیل الکتریکی متناوب Ω معادلات حرکت به صورت زیر خواهد شد:

(۱-۸-۶)

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{-2e(U + V \cos \Omega t)r}{m(r_0^2 + 2z_0^2)} - \frac{e^2 B^2 r \sin \Omega t \cos \Omega t}{m^2 \Omega}$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = - \frac{eB \cos \Omega t}{m} \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{+4e(U + V \cos \Omega t)z}{m(r_0^2 + 2z_0^2)}$$

تحت این شرایط با در نظر گرفتن $\dot{V} = V + \frac{eB^2 \sin \Omega t (r_0^2 + 2z_0^2)}{2m\Omega}$ به عنوان پتانسیل الکتریکی

متناوب، دوباره معادله شعاعی حرکت به صورت معادله‌ی متناوب تبدیل می‌گردد:

(۲-۸-۶)

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{-2e(U + \dot{V} \cos \Omega t)r}{m(r_0^2 + 2z_0^2)}$$

اعمال این میدان مغناطیسی متناوب در پارامتر پایداری q_r نمایان می‌گردد که اضافه شدن

یک جمله نوسانی با بعد زمانی را حاصل می‌گردد:

(۳-۸-۶)

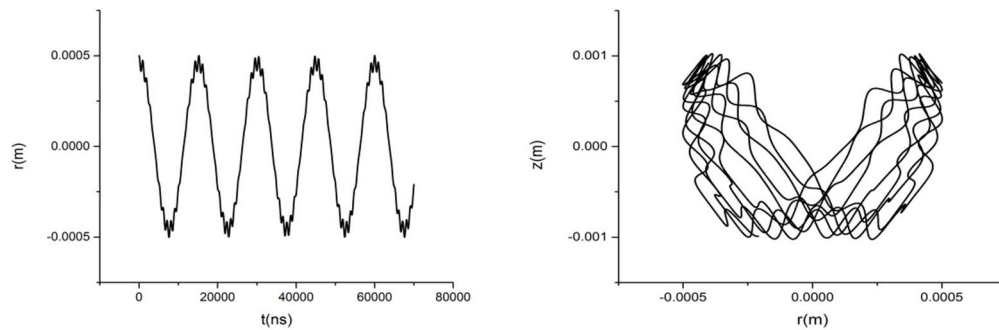
$$q_r = \frac{-q_z}{2} - \frac{2e^2 B^2 \sin \Omega t}{m^2 \Omega^3}$$

تحت این میدان مغناطیسی متناوب ناحیه پایدار شعاعی به جای جابجایی به سمت بالا در

حالت میدان مغناطیسی ثابت، اینک با فرکانس Ω به سمت چپ و راست نوسان می‌کند. اما به دلیل

حضور توان سوم فرکانس Ω در جمله اضافه شده به پارامتر پایداری معادله ۸-۶-۳، این جمله ناچیز

بوده و تاثیر بسزایی در همپوشانی ناحیه پایداری ندارد بنابراین تحت میدان مغناطیسی متناوب می‌توان به گیراندازی یون پرداخت. شکل ۶-۸-۱ گیراندازی یون $^{23}\text{Na}^+$ را در حضور میدان مغناطیسی متناوب $B=0.8\text{T}$ نشان می‌دهد که در حالت میدان مغناطیسی ثابت پایدار نیست.



شکل ۶-۸-۱: محصورسازی یون $^{23}\text{Na}^+$ در حضور میدان مغناطیسی متناوب $B=0.8\text{T}$ در تله‌ی یونی پائول.

۷ فصل، هفتم

تله های پشیمک صفحه ای

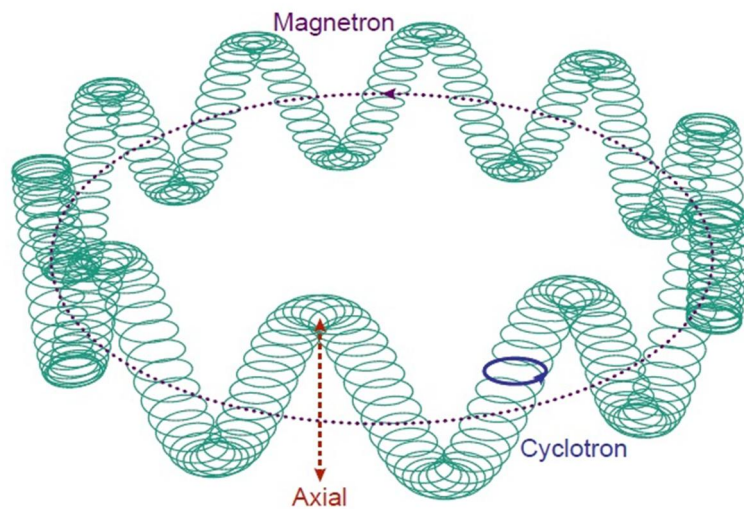
۱-۷ تله‌های پنینگ کلاسیک

تله‌های یونی پنینگ کلاسیک متشکل از سه الکتروود شامل یک حلقه و دو کلاهک در بالا و پایین آن است که با استفاده از اختلاف پتانسیل الکتروستاتیکی بین آن‌ها و میدان مغناطیسی وارد بر آن، محصورسازی سه بعدی یون را فراهم می‌سازند (شکل ۱-۷-۱). حرکت ذره‌ی باردار به دام افتاده درون تله‌ی یونی پنینگ متشکل از سه حرکت نوسانی محوری، سیکلوترونی و مگنترونی است که در شکل ۱-۷-۲ نشان داده شده است.

با توجه به بکارگیری میدان مغناطیسی در تله‌های یونی پنینگ و توانایی بکارگیری اثر زیمن در آن‌ها، کاربردهای متنوعی را، در زمینه‌هایی همچون تعیین ثابت‌های بنیادی، طیف‌سنجی ترازهای زیمن، محاسبات کوانتومی و برهمکنش اسپینی سیستم‌های چند ذره‌ای شامل می‌شود [21-23].



شکل ۱-۷-۱: تله یونی پنینگ کلاسیک متشکل از یک حلقه و دو کلاهک در بالا و پایین آن.



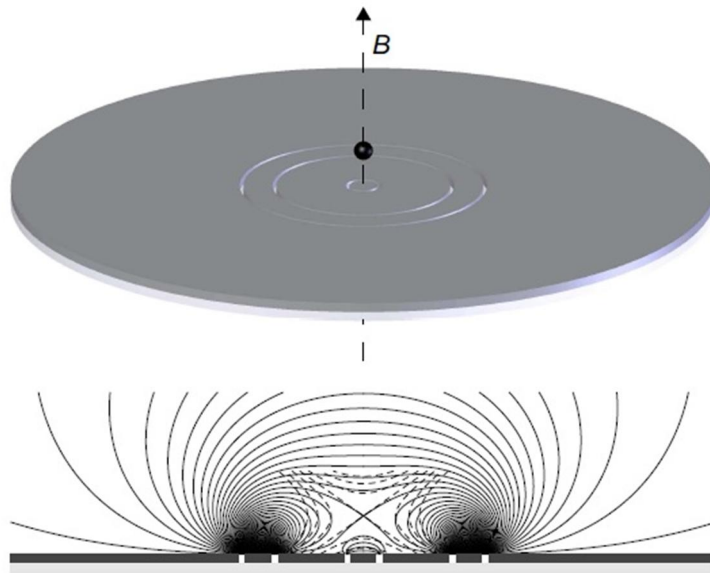
شکل ۲-۱-۷: حرکت ذره‌ی باردار درون تله‌ی یونی پنینگ.

۲-۷ تله‌های پنینگ صفحه‌ای

نسل جدید تله‌های پنینگ به عنوان تله‌های صفحه‌ای است که در آن حلقه‌هایی هم‌مرکز قرار گرفته در یک صفحه جایگزین الکترودهای هذلولی شکل نسل قبل شده‌اند. این حلقه‌های هم‌مرکز قادر به فراهم‌سازی یک چاه پتانسیل الکتروستاتیکی هستند که الکترون را در راستای عمود بر صفحه به دام انداخته و حضور میدان مغناطیسی عمود بر حلقه‌ها می‌تواند شرایط محصورسازی ذره‌ی باردار را در سه بعد فراهم نماید [54,55] (شکل ۲-۷-۱).

از جمله مهم‌ترین مزیت‌های این تله‌ها نسبت به شکل کلاسیک نسل قبل، طراحی دوبعدی الکترودها به عنوان تله‌های بدنه باز^{۳۵} و سادگی در طراحی این تله‌ها است و از جمله معایب آن‌ها گیراندازی ذرات باردار سبک (الکترون، پوزیترون و میون ...) و عدم توانایی در گیراندازی یون است. گیراندازی یون به دلیل جرم زیاد آن نسبت به الکترون نیازمند اختلاف پتانسیل بالایی است که منجر به تخلیه الکتریکی، بین حلقه‌هایی که با فاصله‌ی در حدود چند میکرومتر است می‌شود [56,57].

³⁵ Open Geometry Design



شکل ۷-۲-۱: تله‌های پنینگ صفحه‌ای متشکل از چند حلقه هم‌مرکز و شکل پتانسیل بالای آنها برای گیراندازی ذره‌ی باردار [24].

۷-۳ شبیه‌سازی و بررسی چاه پتانسیل الکتروستاتیک

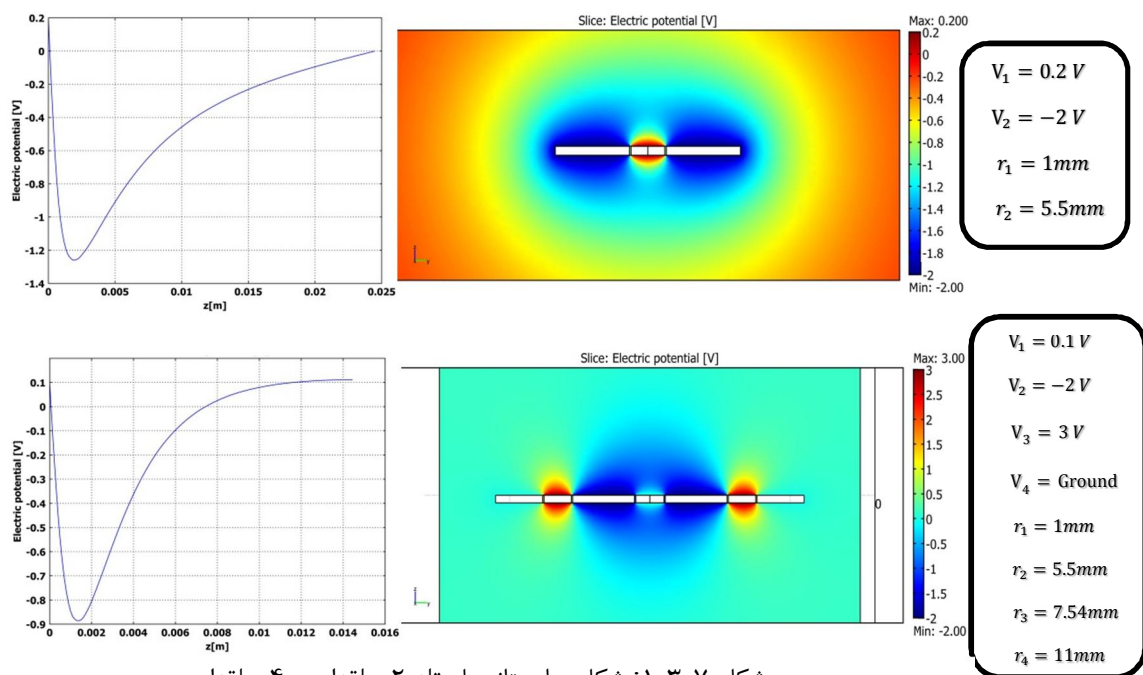
با اتصال پتانسیل الکتریکی مناسب به حلقه‌های هم‌مرکز قرار گرفته در یک صفحه می‌توان شرایط گیراندازی ذره‌ی باردار را در راستای عمود بر صفحات محیا نمود. این پتانسیل در مختصات استوانه‌ای بر حسب سری‌های بسل و نیومن بسط داده می‌شود که در حالتی خاص، روی محور z ($r = 0$)، این چاه پتانسیل به صورت معادله‌ی ۷-۳-۱ خواهد شد [24]:

(۷-۳-۱)

$$V(r=0, z) = \sum_{i=1}^N V_i \left(\frac{z}{\sqrt{r_{i-1}^2 + z^2}} - \frac{z}{\sqrt{r_i^2 + z^2}} \right)$$

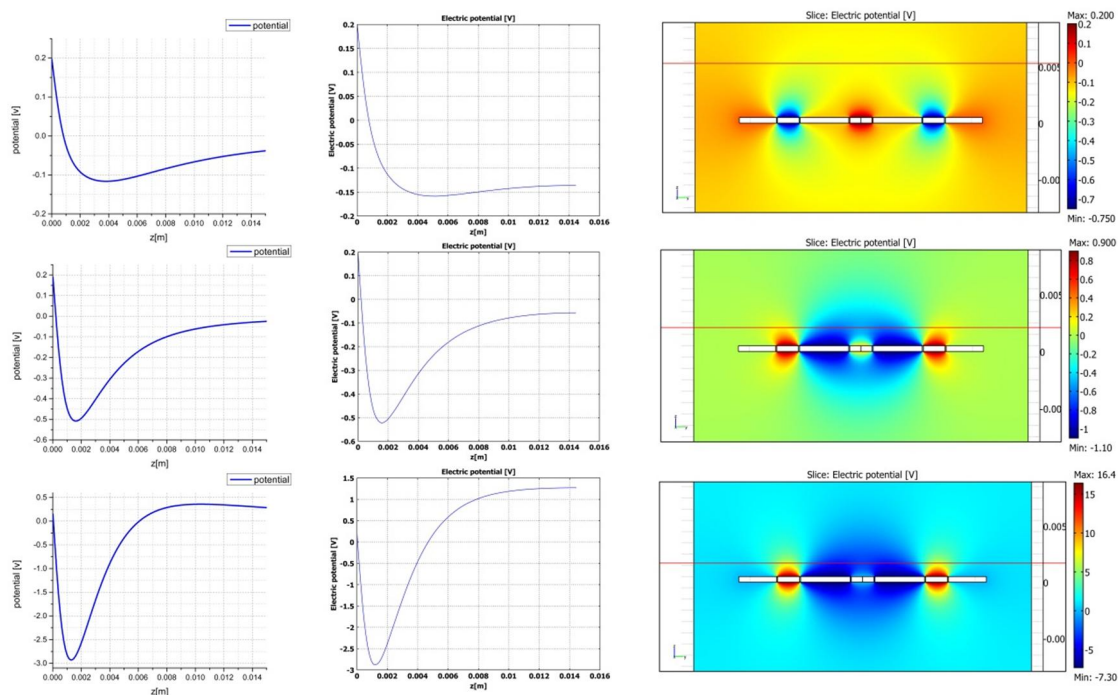
که N تعداد کل حلقه‌ها (V_1 دیسک داخلی)، V_i پتانسیل هر حلقه و r_i شعاع حلقه‌ها است.

تله‌های پنینگ صفحه‌ای عمدتاً به شکل ۲ حلقه‌ای و یا ۴ حلقه‌ای طراحی می‌گردد که از نظر عمق و یا عرض چاه با یکدیگر متفاوت هستند. شکل ۷-۳-۱ دو تله‌ی پنینگ صفحه‌ای ۲ حلقه‌ای و ۴ حلقه‌ای را نشان می‌دهد (نمای برش داده شده از بقل) که با استفاده از نرم‌افزار COMSOL طراحی گردیده است. همانطور که در این شکل نشان داده شده است تله متشکل از ۴ حلقه دارای عرض پتانسیل کمتر و لبه پتانسیل تیزتری است که در گیراندازی ذره‌ی باردار اهمیت فراوانی دارد ولی دارای عمق کمتری نسبت به تله‌ی ۲ حلقه‌ای است.



شکل ۷-۳-۱: شکل چاه پتانسیل تله ۲ حلقه‌ای و ۴ حلقه‌ای.

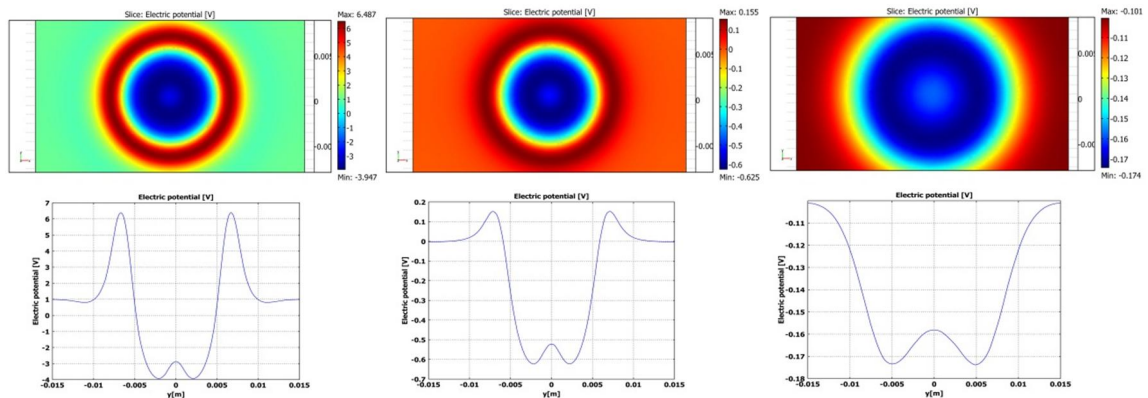
عمق، عرض و مکان کمینه چاه پتانسیل نیز می‌توان در یک تله با استفاده از اختلاف پتانسیل بین حلقه‌ها تحت کنترل قرار گیرد. شکل ۷-۳-۲ (ستون راست) نمای برش داده شده صفحه zy حلقه‌ها (چهار حلقه‌ی هم‌مرکز) را نشان می‌دهد و همچنین در ستون‌های دیگر چاه پتانسیل در راستای z محاسبه شده است و پتانسیل حاصل از شبیه‌سازی با نتایج تحلیلی برگرفته از معادله‌ی ۷-۳-۱ مقایسه گردیده است. در شکل ۷-۳-۲ چاه پتانسیل به ازای سه پتانسیل متفاوت بررسی شده که منجر به تغییر عمق، عرض و شکل چاه پتانسیل شده است.



شکل ۷-۳-۲: پتانسیل الکتریکی حاصل از یک تله‌ی پنینگ صفحه‌ای با چهار حلقه. سطر اول: $v_1=0.2$, $v_2=-0.1$, $v_3=-0.75$ ولت است که پتانسیل متصل به حلقه i ام (v_1 دیسک داخلی) است و حلقه آخر متصل به زمین است. سطر دوم: $v_1=0.2$, $v_2=-1.1$, $v_3=0.9$. سطر سوم: $v_1=0.2$, $v_2=-7.3$, $v_3=16.4$. ستون راست، نمای برش داده شده حلقه‌ها و توزیع پتانسیل را نشان می‌دهد که خط قرمز نمایش داده شده در بالای حلقه‌ها مکان کمینه پتانسیل در راستای Z (ته چاه در راستای Z) را مشخص می‌نماید. ستون وسط، چاه پتانسیل روی محور Z بدست آمده از شبیه‌سازی و ستون چپ، چاه پتانسیل تحلیلی بدست آمده از معادله ۱ را نشان می‌دهد که در $(x=y=0)$ رسم گردیده است. چاه‌های پتانسیل به منظور درک بهتر برای گیراندازی ذره با بار مثبت (پوزیترون) محاسبه شده‌اند.

در سطر اول شکل ۷-۳-۳ پتانسیل الکتریکی در صفحه xy بالای حلقه‌ها در کمینه پتانسیل (ته چاه پتانسیل در راستای Z) را نشان می‌دهد که حاکی از عدم پایداری ذره‌ی باردار (مثبت) در راستای شعاعی است. پتانسیل الکتروستاتیکی تنها قادر به محصورسازی یک بعدی ذرات باردار است که در این تله‌ها در راستای Z بکار گرفته می‌شود. میدان مغناطیسی اعمالی در راستای عمود بر حلقه‌ها منجر به محصورسازی ذره‌ی باردار در راستای شعاعی گردیده که برهم‌نهی آن‌ها ذره‌ی باردار را در سه بعد به دام می‌اندازد. در سطر دوم شکل ۷-۳-۳ نیز قله مرکزی پتانسیل در راستای y نشان داده شده

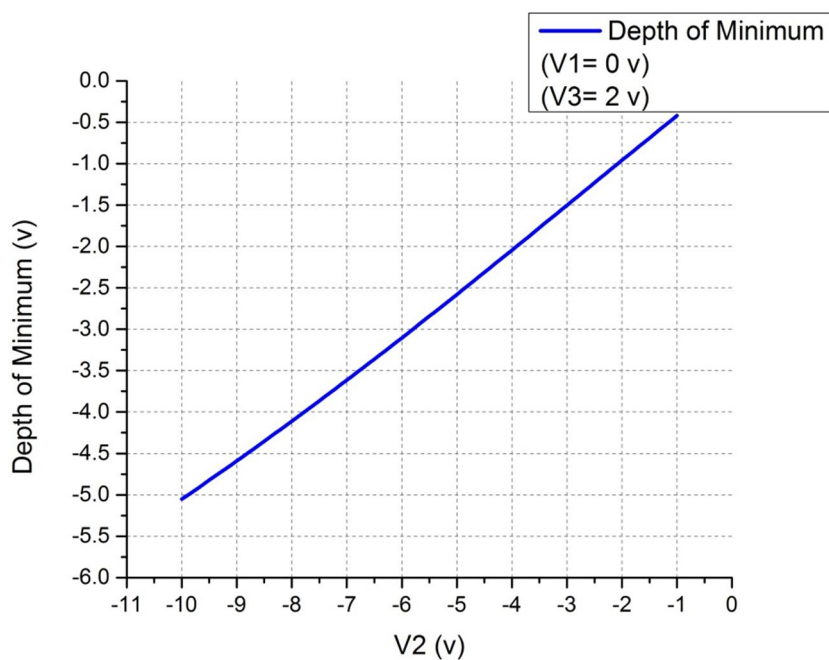
است که در کمینه پتانسیل در راستای z و $x=0$ رسم گردیده است.



شکل ۷-۳-۳: سطر اول: پتانسیل الکتریکی در صفحه XY بالای حلقه‌ها در کمینه پتانسیل در راستای Z به ازای سه حالت بررسی شده در شکل قبل (به ترتیب از راست به چپ). سطر دوم: پتانسیل الکتریکی در راستای Y در کمینه پتانسیل راستای Z ها. به منظور درک بهتر پتانسیل برای ذره‌ای با بار مثبت (پوزیترون) نشان داده شده است.

۷-۴ بررسی عمق چاه پتانسیل

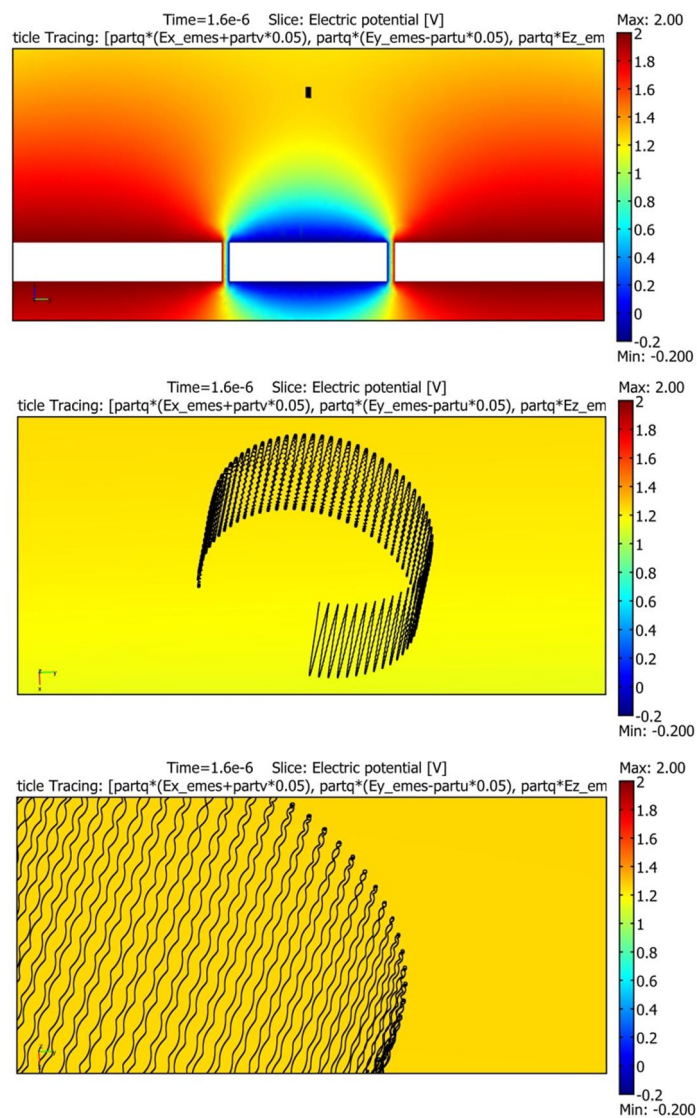
عمق چاه پتانسیل الکتریکی کمیته کاربردی در تعیین بیشترین انرژی گیراندازی ذرات در این تله‌ها است. عمق پتانسیل الکتریکی برای گیراندازی ذرات می‌تواند توسط اختلاف پتانسیل مابین الکترودها تحت کنترل قرار گیرد. شکل ۷-۴-۱ وابستگی عمق پتانسیل را بر حسب پتانسیل حلقه دوم در تله‌ای متشکل از چهار حلقه نشان می‌دهد (در حالتی که دیسک میانی به پتانسیل صفر و حلقه سوم به پتانسیل ۲ ولت متصل گردیده است) که رفتاری تقریباً خطی را نشان داده است.



شکل ۷-۱: عمق چاه پتانسیل بر حسب تابعی از ولتاژ حلقه دوم را در تله پنینگ صفحه‌ای متشکل از چهار حلقه نشان می‌دهد. حالتی که $V_1=0V$, $V_3=2V$ و حلقه بیرونی به پتانسیل زمین متصل گردیده است.

۷-۵ شبیه‌سازی حرکت الکترون

حرکت الکترون با انرژی $10\mu eV$ محصور در تله ۲ حلقه‌ای $B=0.05T$ و تحت میدان مغناطیسی $V_1 = 0.2V, V_2 = -2V, r_1 = 1mm, r_2 = 5.5mm$, شبیه‌سازی شده است. تحت این شرایط عمق چاه پتانسیل در راستای z تله برابر با $1.25eV$ و ته چاه در $z=1.95mm$ قرار می‌گیرد و الکترون حول این z کمینه نوسان می‌کند. نماهای مختلفی از حرکت نوسانی محوری، سیکلوترونی و مگنترونی آن به وضوح در شکل ۷-۵-۱ نشان داده است.

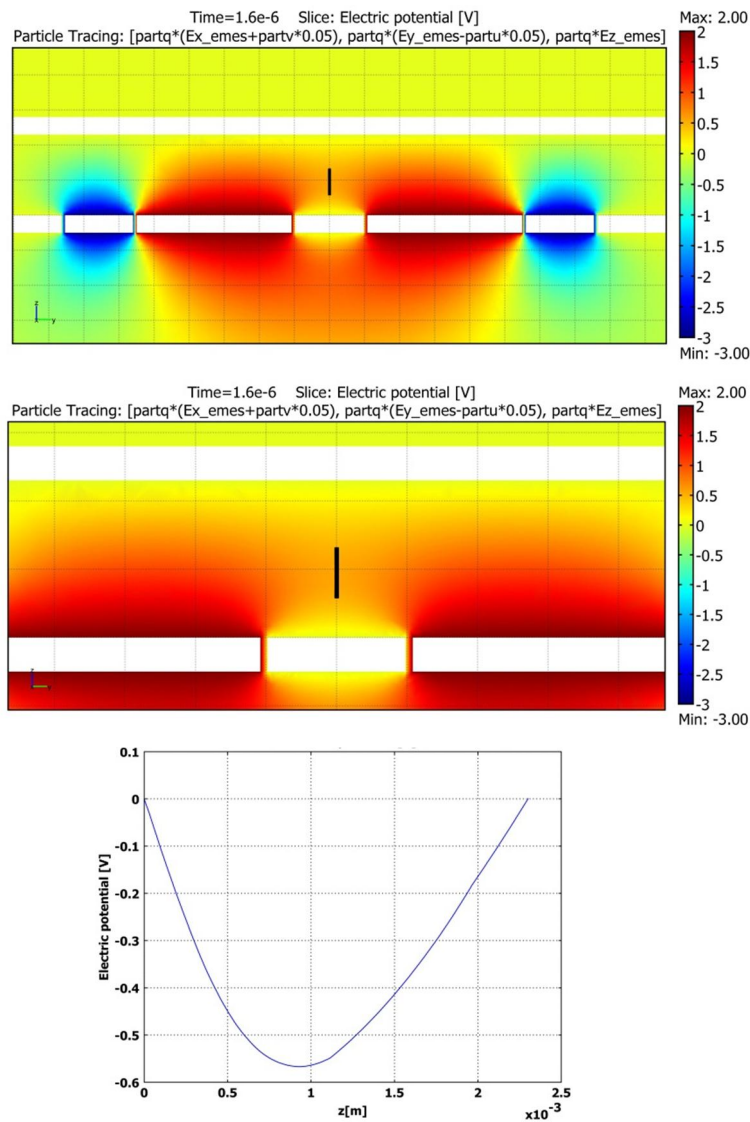


شکل ۷-۵-۱: حرکت الکترون به دام افتاده در تله پنینگ صفحه‌ای ۲ حلقه‌ای تحت میدان مغناطیسی $B=0.05T$ شبیه‌سازی شده توسط نرم‌افزار COMSOL.

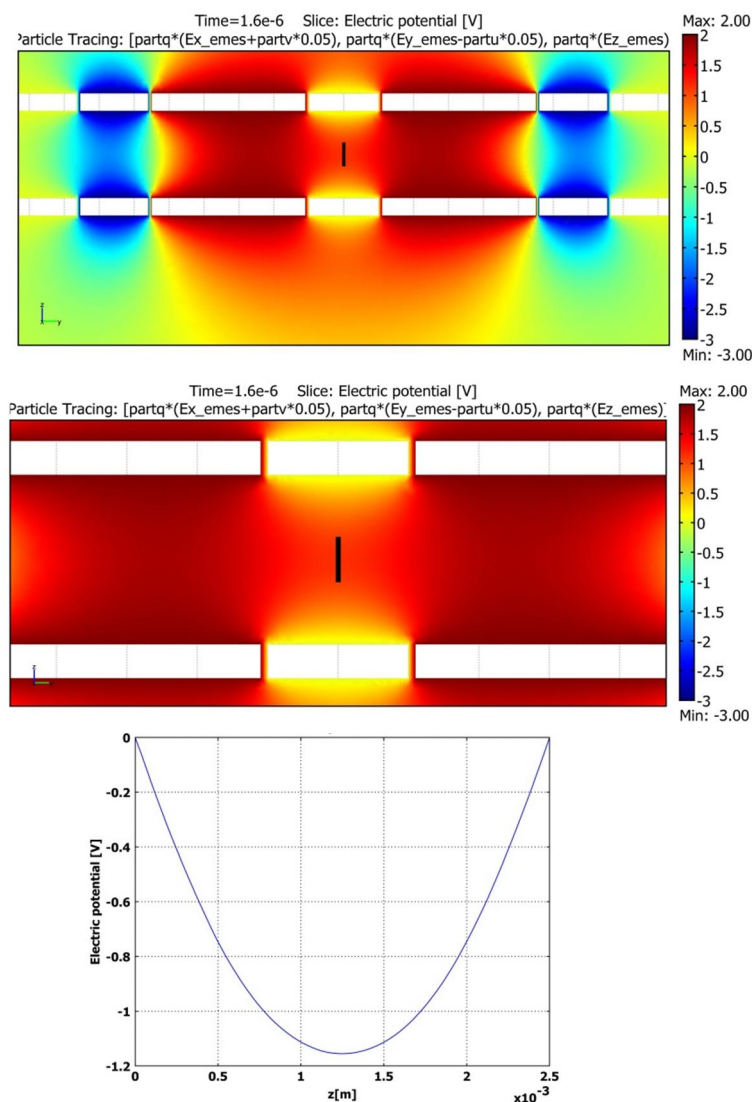
۷-۶ تله‌های پوشیده و آینه‌ای

آشکارسازی یک تک الکترون به دام افتاده در تله‌های پنینگ صفحه‌ای، نیازمند پتانسیل چهارقطبی هارمونیک است [54] که این شکل پتانسیل با استفاده از تله‌های پوشیده شده با یک صفحه

متصل به زمین (شکل ۷-۶-۱) و یا در حالتی ایده‌آل‌تر، حالت پوشیده شده با حلقه‌های مشابه زیرین (شکل ۷-۶-۲) و ساخت تله‌ای همانند یک تراشه الکتریکی قابل حصول است.



شکل ۷-۶-۱: شکل چاه پتانسیل و حرکت الکترون با انرژی 100meV در تله پنینگ صفحه‌ای پوشیده شده با صفحه متصل به زمین.



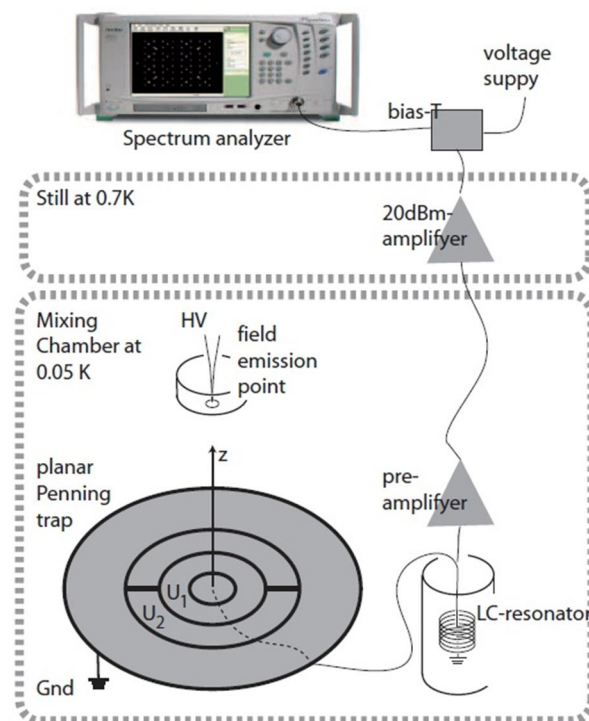
شکل ۷-۶-۲: شکل چاه پتانسیل و حرکت الکترون با انرژی 100meV در تله پنینگ صفحه‌ای پوشیده شده با حلقه‌های مشابه.

۷-۷ عملکرد تله و آشکارسازی تک الکترون به دام افتاده

زمان محصورسازی الکترون در خلاء فوق‌بالا UHV و دمای فوق سرد در حدود $T \approx \text{mk}$ تقریباً بدون محدودیت برآورد گردیده است [54]. این شرایط کاری خاص نیازمند تجهیزات پیشرفته‌ی خلاء و سردسازی توسط یخچال‌های هلیوم مایع و همچنین الکترونیک پیشرفته و حساسی است. همچنین

مواد و آلیاژهای مورد استفاده در این تله‌ها باید قابلیت کار در دمای فوق سرد، قرارگیری در محیط مغناطیسی قوی و همچنین حساس به روش‌های آشکارسازی فرکانس بالا را دارا باشند.

حلقه‌های تشکیل دهنده این تله‌ها عموماً از جنس فویل‌های طلا است (به علت رسانندگی بالا در فرایند آشکارسازی) که قرار گرفته بر روی صفحات سرامیکی هستند که با فاصله‌ی در حدود $100\mu\text{m}$ نسبت به هم در یک صفحه قرار می‌گیرند. همانطور که پیش‌تر ذکر شد این فاصله گپ $100\mu\text{m}$ میان حلقه‌ها تنها می‌تواند اختلاف پتانسیل‌های کم را تحمل کند و در اختلاف پتانسیل‌های بالاتر منجر به جرقه زدن بین آن‌ها و حتی قبل از آن به دلیل تابش شار الکترونی بین سطح رسانای آند و کاتد می‌تواند فرایند محصورسازی و آشکارسازی الکترون را مختل نماید.



شکل ۷-۷-۱: سیستم آشکارسازی متصل به تله پنینگ صفحه‌ای [54].

در فرایند آشکارسازی الکترون به دام افتاده در تله‌ی پنینگ صفحه‌ای دیسک داخلی تله به یک

تشدیدکننده LC^{۳۶} متصل است که با توجه به نوسان محوری الکترون درون تله، بار تصویری القا شده روی دیسک می‌تواند ظرفیت خازن تشدیدکننده LC را تغییر داده و با استفاده از این سیگنال به وجود آمده و تقویت آن توسط تقویت‌کننده‌ی متصل به آن، آشکارسازی الکترون محصورشده شکل می‌گیرد. شکل ۷-۷-۱ نمایی از سیستم آشکارسازی متصل به تله‌ی پنینگ صفحه‌ای را نشان می‌دهد.

با توجه به روش آشکارسازی ذره‌ی باردار درون تله بر مبنای تعیین دقیق فرکانس نوسانی محوری ذره‌ی باردار، طراحی یک چاه پتانسیل کاملاً هارمونیک در راستای z به منظور آشکارسازی یک تک الکترون به دام افتاده از اهمیت فراوانی برخوردار است که در تله‌های پوشیده شده آینه‌ای ذکر شده در بخش قبل شکل می‌گیرد.

۷-۸ درهم‌تنیدگی سیستم‌های چند ذره‌ای و اطلاعات کوانتومی

از جمله کاربردهای وسیع تله‌های پنینگ صفحه‌ای در زمینه اطلاعات کوانتومی و بررسی درهم‌تنیدگی ذرات به دام افتاده است. هر ذره به دام افتاده در این تله‌ها می‌تواند به عنوان دو کیوبیت در نظر گرفته شود [54]:

(۱) حالت درونی: اسپین ذاتی ذره (بالا و پایین)

(۲) حالت خارجی: مد حرکت نوسانی محوری و/یا سیکلوترونی ذره (حالت پایه و حالت برانگیخته)

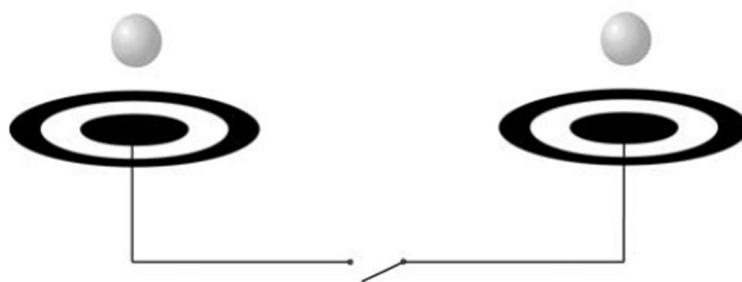
تابش ترمزی در حرکت سیکلوترونی ذره‌ی باردار در میدان مغناطیسی قوی منجر به کندسازی آن می‌گردد و به طور تجربی نشان داده شده است [54] که مد حرکت سیکلوترونی در دمای پایین‌تر از 100mk می‌تواند به حالت پایه خود برود. تحت این دما انرژی ذره برابر با مقدار زیر است:

$$E_{av} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \left(1.38 * 10^{-23} \frac{J}{K} \right) * 0.1K = 2.07 * 10^{-24} J * \frac{1eV}{1.6 * 10^{-19} J} = 12.93 \mu eV$$

³⁶ LC-Resonator

۷-۹ اندرکنش کولنی

شکل ۷-۹-۱ را در نظر بگیرید که دو تله‌ی پنینگ صفحه‌ای توسط یک سیم انتقال‌دهنده نوسانات الکتریکی به یکدیگر متصل شده‌اند. به منظور انتقال اطلاعات بین دو کیوبیت متفاوت (دو ذره به دام افتاده در دو تله‌ی پنینگ صفحه‌ای) یک مسیر انتقال الکتریکی می‌تواند سیگنال‌های الکتریکی را بین دو تله انتقال دهد [25].



شکل ۷-۹-۱: دو تله متصل به یکدیگر به منظور بررسی درهم‌تنیدگی کوانتومی ذرات به دام افتاده [25].

همیلتونی این سیستم کوانتومی به شکل زیر توصیف می‌گردد که شامل همیلتونی الکترون اول در تله خود و همیلتونی الکترون دوم و همچنین همیلتونی اندرکنشی میان آنها:

(۷-۹-۱)

$$H = H_1 + H_2 + H_{int}$$

این همیلتونی بر حسب عملگرهای بالابرنده و پایین‌برنده در حرکت نوسانی محوری به صورت زیر بیان می‌شود [25]:

(۷-۹-۲)

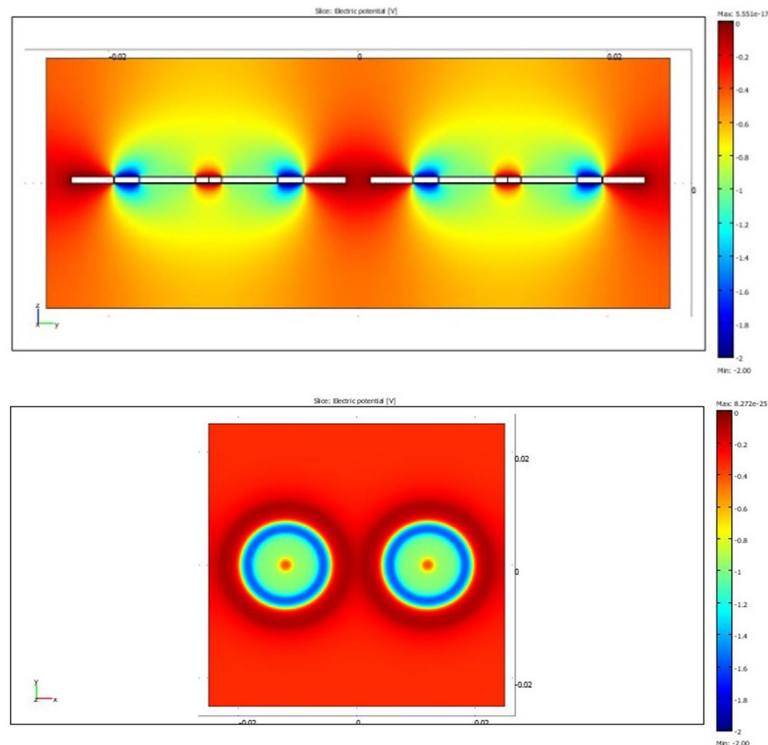
$$\hat{H} = \hbar\omega_1(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \frac{1}{2}) + \hbar\omega_2(\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 + \frac{1}{2}) + \hbar\omega_{int}(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 + \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger)$$

که عملگرهای بالا برنده و پایین برنده به شکل زیر تعریف می شوند:

(۳-۹-۷)

$$a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \hat{z} + i \frac{\hat{p}_z}{\sqrt{2m\omega\hbar}} \quad a^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \hat{z} - i \frac{\hat{p}_z}{\sqrt{2m\omega\hbar}}$$

شکل ۲-۹-۷ نیز پتانسیل الکتریکی روی این دو تله را نشان می دهد که هر کدام به طور مستقل قادر به محصورسازی ذره ی باردار است. درواقع نوسان محوری هر ذره در تله خود منجر به ایجاد بار تصویری در دیسک داخلی تله شده که این سیگنال توسط سیم متصل به دیسک داخلی تله دیگر انتقال یافته و منجر به تغییر چاه پتانسیل آن و تغییر مد حرکت ذره دیگر و انتقال آن به حالت کوانتومی دیگر خود می شود و برعکس. این برهمکنش و درهم تنیدگی را برهمکنش باری می نامند که به عنوان کیوبیت باری^{۳۷} شناخته می شود.

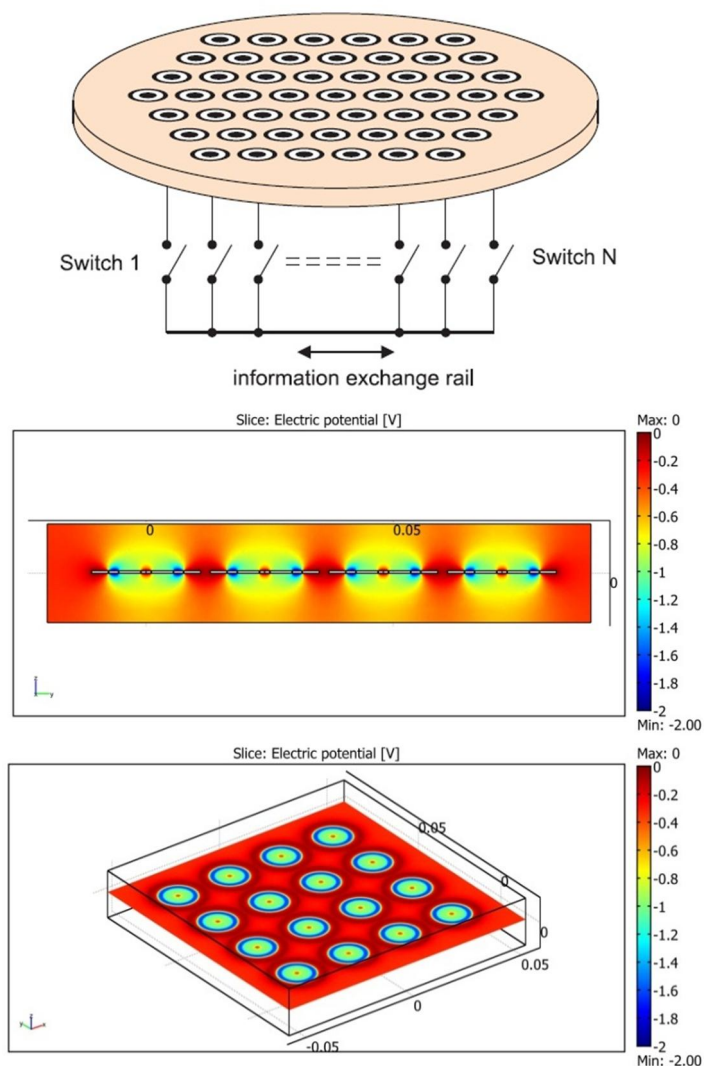


شکل ۲-۹-۷: شکل پتانسیل دو تله پنینگ صفحه ای متصل به یکدیگر.

³⁷ Charge q-bit

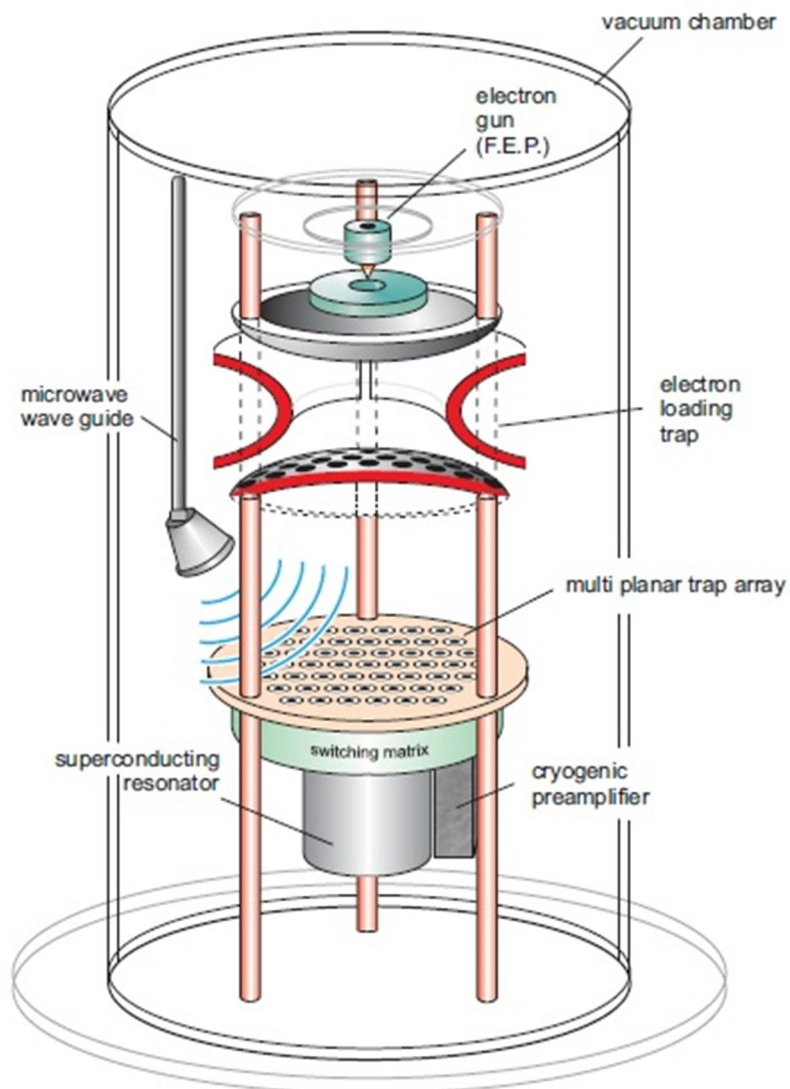
۷-۱۰ آرایه‌ای از تله‌ها

یکی از ویژگی‌های منحصر به فرد این تله‌ها طراحی دوبعدی آن‌ها است که می‌تواند در آرایه‌های دوبعدی برای بررسی سیستم‌های چند ذره‌ای مورد استفاده قرار گیرد. این آرایه‌های دوبعدی شرایط اندازه‌گیری هم‌زمان بر روی تعداد زیادی ذره یکسان مستقل از هم را نیز فراهم می‌سازد که منجر به افزایش آمار اندازه‌گیری و افزایش دقت آن می‌گردد. شکل ۷-۱۰-۱ یک نمونه از آرایه‌های دوبعدی تله‌های پنینگ صفحه‌ای و پتانسیل روی آن را نشان می‌دهد که توسط اتصال انتقال‌دهنده اطلاعات به یکدیگر متصل شده و قابل کنترل می‌باشد.



شکل ۷-۱۰-۱: آرایه دوبعدی تله‌های پنینگ صفحه‌ای و شکل پتانسیل طراحی شده توسط COMSOL را نشان می‌دهد.

شکل ۷-۱۰-۲ نیز طراحی سیستم آرایه‌های دوبعدی مورد استفاده در بررسی‌های اندرکنش تله-تله را نشان می‌دهد. در قسمت بالا، چشمه الکترون قرار گرفته که شار زیادی از الکترون‌ها را وارد تله‌ی پنینگ کلاسیک اولیه به منظور سردسازی آن‌ها می‌کند و پس از آن با طراحی آرایش حفره‌هایی که در کلاhek پایینی تله‌ی پنینگ کلاسیک ایجاد شده می‌توان با کنترل ولتاژ متصل به حلقه یک آبشار از الکترون‌ها (از مرتبه 10^9) را بر روی سطح تله‌ی پنینگ صفحه‌ای که توسط خنک‌کننده‌های ابررسانا خنک‌سازی می‌شود فرستاد و در آنجا گیراندازی کرد. حتی با احتمال گیراندازی کمتر از 10^{-4} باز هم احتمال گیراندازی تعداد زیادی الکترون در هر تله وجود دارد و پس از آن می‌توان تعداد الکترون‌های محصور شده را با استفاده از پالس‌های الکتریکی متناوب، به تک الکترون گیراندازی شده در تله کاهش داد. چشمه مایکروویو قرار گرفته در بالای صفحه به منظور تابش نور مایکروویو و کنترل اسپین الکترون به دام افتاده است [25].



شکل ۷-۱۰-۲: سیستم کامل گیراندازی الکترون در آرایه‌های دوبعدی [25].

نتیجه‌گیری

در این کار به مطالعه و شبیه‌سازی یون‌ها و لپتون‌های محصورسازی شده توسط تله‌های پتانسیلی پائول و پنینگ پرداخته شده است. شرایط گیراندازی آن‌ها و همچنین بیشینه انرژی محصورسازی ذرات با استفاده از حل تحلیلی و عددی معادلات حرکت و همچنین شبیه‌سازی با استفاده از نرم‌افزارهای C++, COMSOL Multiphysics, و نرم‌افزارهای تحلیل گر Origin, Mathematica انجام گرفته است.

همچنین به عنوان یک کار جدید، اثرات مختلف اعمال میدان مغناطیسی ثابت و هارمونیک بر روی تله‌ی یونی پائول مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت که نتایج جدیدی را در این زمینه به دنبال داشت. معادلات حرکت یون درون تله‌ی پائول در حضور میدان مغناطیسی و همچنین رفتار آن در شرایط گیراندازی یون مورد مطالعه قرار گرفت که منجر به کنترل پایداری یون درون تله‌ی پائول می‌شود.

در آخر، همچنین به مطالعه و بررسی تله‌های پنینگ صفحه‌ای و شبیه‌سازی چاه پتانسیل الکتریکی آن‌ها در شرایط مختلف پرداخته شد. عوامل موثر در عمق، عرض و شکل چاه پتانسیل الکتریکی آن‌ها مورد بررسی قرار گرفت و مسیر حرکتی الکترون گیراندازی شده درون تله‌ی پنینگ صفحه‌ای شبیه‌سازی شد.

- [1] R. March, J. Todd, 2005, *Quadrupole Ion Trap Mass Spectrometry*, 165, second edition, WILEY, New Jersey.
- [2] S. Bohm, A. Enulescu, T. Fritioff, I. Orban, S. Tashenov and R. Schuch, 2007, First results from the Stockholm Electron Beam Ion Trap, *Journal of Physics*, 58, 303–306.
- [3] X. Fléehard, E. Liénard, A. Méry, D. Rodríguez, G. Ban, D. Durand, F. Duval, M. Herbane, M. Labalme, F. Mauger, O. Naviliat-Cuncic, J.C. Thomas and Ph. Velten, 2008, Paul trapping of radioactive ${}^6\text{He}^+$ ions and direct observation of their β -decay, *Physical Review Letters*, 101, 212504.
- [4] M. Beck, S. Coeck, V.Yu. Kozlov, M. Breitenfeld, P. Delahaye, P. Friedag, M. Herbane, A. Herlert, I.S. Kraev, J. Mader, M. Tandeki, S. Van Gorp, F. Wauters, Ch. Weinheimer, F. Wenander, N. Severijns, 2011, First detection and energy measurement of recoil ions following beta decay in a Penning trap with the WITCH experiment, *Eur.Phys.J.A*, 47:45.
- [5] C. W. Chou, D. B. Hume, J. C. J. Koelemeij, D. J. Wineland, and T. Rosenband, 2010, Frequency Comparison of Two High-Accuracy Al^+ Optical Clocks, *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, 104, 070802.
- [6] B. B. Blinov, D. Leibfried, C. Monroe and D. J. Wineland, 2004, Quantum Computing with Trapped Ion Hyperfine Qubits, *Quantum Information Processing*, 3, 45-59.
- [7] Sohani M., 2008, PhD thesis, Setup for Precise Measurements of β -decay in Optically Trapped Radioactive Na, Physics Department, University of Groningen.
- [8] Muckley Eric S., 2009, PhD thesis, CONSTRUCTING A MAGNETO-OPTICAL TRAP FOR COLD ATOM TRAPPING, Physics Department, California Polytechnic State University.
- [9] Dylan Saliba S., 2011, PhD thesis, cold atom electron source for diffractive imaging, School of Physics, The University of Melbourne.
- [10] K. Kowalski, V. Cao Long, K. Dinh Xuan, M. Głodź, B. Nguyen Huy, J. Szonert, 2010, Magneto-optical Trap: Fundamentals and Realization, *COMPUTATIONAL METHODS IN SCIENCE AND TECHNOLOGY*, (2), 115-129.
- [11] Hall D. S., 1997, PhD thesis, Positrons, Antiprotons and interactions for cold Antihydrogen, Department of physics, Harvard University.

- [12] J. Mitchell Wells, Ethan R. Badman, and R. Graham Cooks, 1998, A Quadrupole Ion Trap with Cylindrical Geometry Operated in the Mass-Selective Instability Mode, *Anal. Chem.*, 3, 70, 438-444.
- [13] HANS G DEHMELT and WOLFGANG PAUL, 1989, THE NOBEL PRIZE IN PHYSICS for the development of the ion trap technique.
- [14] Jae C. Schwartz, Michael W. Senko, John E. P. Syka, 2002, A Two Dimensional Quadrupole Ion Trap Mass Spectrometer, *American Society for Mass Spectrometry*, 13, 659–669.
- [15] Ji-Feng Ying, D. J. Douglas, 1996, High Resolution Inductively Coupled Plasma Mass Spectra with a Quadrupole Mass Filter, *RAPID COMMUNICATIONS IN MASS SPECTROMETRY*, VOL 10, 4198, 649-652.
- [16] A.N. Hayhurst, F.R.G. Mitchell, N.R. Telford, 1971, A quadrupole mass filter designed for flame ionization studies, *International Journal of Mass spectrometry*, vol 7, 177-187.
- [17] J. J. Tunstall, A. C. C. Voo, S. Taylor, 1997, Computer Simulation of the Mass Filter for a Finite Length Quadrupole, *RAPID COMMUNICATIONS IN MASS SPECTROMETRY*, VOL. 11-4198, 184–188.
- [18] John Raymond Gibson; Stephen Taylor, 2000, Prediction of quadrupole mass filter performance for hyperbolic and circular cross section electrodes, *RAPID COMMUNICATIONS IN MASS SPECTROMETRY*, vol 14, 1669–1673.
- [19] Klaus Blaum, 2006, High-accuracy mass spectrometry with stored ions, *Physics Reports*, 425, 1 – 78.
- [20] Raymond E. March, 2000, Quadrupole ion trap mass spectrometry: a view at the turn of the century, *International Journal of Mass Spectrometry*, 200, 285–312.
- [21] R. Ringle, G. Bollen, P. Schury, S. Schwarz, T. Sun, 2006, Octupolar excitation of ion motion in a Penning trap—A study performed at LEBIT, *International Journal of Mass Spectrometry*, vol 262, 33–44.
- [22] V.Yu. Kozlov, N. Severijns, D. Beck, M. Beck, S. Coeck, B. Delaur'e , A. Lindroth, S. Kopecky, P. Delahaye, F. Wenander, V.V. Golovko, I.S. Kraev, T. Phalet, 2006, The WITCH experiment: Completion of a set-up to investigate the structure of weak interactions with a Penning trap, *International Journal of Mass Spectrometry*, vol 251, 159–172.
- [23] Sven Sturm, Florian Köhler and Günter Werth, 2015, The g-factor of highly charged ions, *Journal of Physics: Conference Series* 599.
- [24] Goldman J. D., 2011, PhD thesis, Planar Penning Traps with Anharmonicity Compensation for Single-Electron Qubits, The Department of Physics, Harvard University.

- [25] S. Stahl, F. Galve, J. Alonso, S. Djekic, W. Quint, T. Valenzuela, J. Verd'u, M. Vogel and G. Werth, 2005, A planar Penning trap, *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, vol 32, 139-146.
- [26] Fernando Galve & Guenter Werth, 2007, *Motional* frequencies in a planar Penning trap, *Hyperfine Interact*, vol 174, 41–46.
- [27] ANNE H. PAYNE and GARY L. GLISH, Tandem Mass Spectrometry in Quadrupole Ion Trap and Ion Cyclotron Resonance Mass Spectrometers, MS/MS in trapping instruments page 109.
- [28] Eliades J. A., 2012, PhD thesis, A Radio Frequency Quadrupole Instrument for use with Accelerator Mass Spectrometry: Application to Low Kinetic Energy Reactive Isobar Suppression and Gas–Phase Anion Reaction Studies, Department of Geology and Department of Physics (collaborative programme), University of Toronto.
- [29] T. Tarnir and H. C. Wang, 1965, Characteristic Relations for Nonperiodic Solutions of Mathieu's Equation, *JOURNAL OF RESEARCH of the National Bureau of Standards-B*, Vol. 69B, Nos. 1 and 2, 101-119.
- [30] Mustapha Said Herbane, 2011, Minimized computational time method for the dynamics of ions trapped in an ideal quadrupole ion trap, *International Journal of Mass Spectrometry*, vol 303, 73–80.
- [31] R. Schuch, S. Tashenov, I. Orban, M. Hobein, S. Mahmood, O. Kamalou, N. Akram, A. Safdar, P. Skog, A. Solders and H. Zhang, 2010, The new Stockholm Electron Beam Ion Trap (S-EBIT), *INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ELECTRON BEAM ION SOURCES AND TRAPS*, vol 5, Issue:12.
- [32] Bernd Schmidt, Klaus Wetzig, 2012, Ion Beams in Materials Processing and Analysis, Springer-Verlag Wien, New York Dordrecht London.
- [33] R. Ringle, G. Bollen, A. Prinke, J. Savory, P. Schury, S. Schwarz , T. Sun, 2007, A “Lorentz” steerer for ion injection into a Penning trap, *International Journal of Mass Spectrometry*, vol 263, 38–44.
- [34] J. THROCK WATSON, O. DAVID SPARKMAN, 2007, Introduction to Mass Spectrometry, Fourth Edition, John Wiley & Sons, England.
- [35] J.F.J. TODD and A.D. PENMAN, 1991, SOME ALTERNATIVE SCANNING METHODS FOR THE ION TRAP MASS SPECTROMETER, *International Journal of Mass Spectrometry*, vol 106, 117-135.
- [36] Y. Zerega, J. Andre, G. Brincourt, R. Catella, 1994, A new operating mode of a quadrupole ion trap in mass spectrometry, *International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes*, vol 132, 51-65.

- [37] R. F. Bonner, 1976, Derivations of the field equations and stability parameters for three operating modes of the three-dimensional quadrupole, *International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes*, vol 23, 249-257.
- [38] RAYMOND E. MARCH and ADAM W. McMAHON, 1989, RESONANCE EXCITATION OF IONS STORED IN A QUADRUPOLE ION TRAP. PART 1. A SIMULATION STUDY, *International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes*, vol 95, 119- 156.
- [39] H. C. Nagerl, Ch. Roos, H. Rohde, D. Leibfried, J. Eschner, F. Schmidt-Kaler, R. Blatt, 2000, Addressing and cooling of single ion in Paul traps, *Fortschr Phys*, vol 48, issue 5-7, 623-636.
- [40] W. E. Kauppila and T. S. Stein, 2000, *Adv. in Atomic, Molec. Opt. Phys.* Vol 26, 1.
- [41] P. J. Schultz and K. G. Lynn, 1988, *Rev. Mod. Phys.* 60, 70 1.
- [42] L. D. Hulet, Jr. et al., Chem. 1993, *Phys. Lett.* Vol 216, 236).
- [43] C.M. Surko, R.G. Greaves and M. Charlton, 1997, Stored positrons for antihydrogen production, *Hyperfine Interactions*, vol 109, 181–188.
- [44] CARAVITA R., 2011-2012, Master thesis, Laser apparatus for exciting Positronium in AEGIS Positronium spectroscopy experiment, Physics Department, Università degli studi di Milano.
- [45] V.P. Nikitin, V.V. Plokhov, P.P. Doronina, 2001, Modular design of multi-wire moderator for slow positron source on hard synchrotron radiation SPring-8, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, vol 470, 50–52.
- [46] M. Bajpai, L. T. Lachhvani, and Y. C. Saxena, 2009, Paul trap for pure positron plasma – A prelude to electron-positron plasma in a laboratory, *Phys. Status Solidi C* 6, No. 11, 2456–2458.
- [47] R. G. Greaves and C. M. Surko, 1995, An Electron-Positron Beam-Plasma Experiment, *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, VOLUME 75, NUMBER 21, 3846-3849.
- [48] S. J. Gilbert, C. Kurz, R. G. Greaves, and C. M. Surko, 1997, Creation of a monoenergetic pulsed positron beam, *American Institute of Physics*, vol 70, issue 15, 1944-1946.
- [49] Palittapongarnpim P., 2012, Master thesis, Characterization of Magneto-optical Trap For Experiments in Light-Atom Interfacing, DEPARTMENT OF PHYSICS AND ASTRONOMY, UNIVERSITY OF CALGARY.
- [50] D. Rodriguez, A. Mery, G. Ban, J. Bregeault, G. Darius, D. Durand, X. Flechard, M. Herbane, M. Labalme, E. Lienard, F. Mauger, Y. Merrer, O. Naviliat-Cuncic, 2006, The LPCTrap facility: A novel transparent Paul trap for high-precision experiments, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, vol 565, 876–889.

- [51] E. Liénard & G. Ban & J. Blieck & D. Durand & F. Duval & X. Flécharde & M. Herbane & M. Labalme & Y. Lemièrre & F. Mauger & A. Méry & O. Naviliat-Cuncic & D. Rodríguez & J. C. Thomas, 2006, The LPCTrap *experiment*: measurement of the β - ν angular correlation in ${}^6\text{He}$ using a transparent Paul trap, *Hyperfine Interact*, vol 172, 29–33.
- [52] X Flécharde, G Ban, J Blieck, D Durand, F Duval, M Herbane, M Labalme, Y Lemièrre, E Liénard, F Mauger, A Méry, O Naviliat-Cuncic, J C Thomas and D Rodríguez, 2007, The LPCTrap facility: A transparent Paul Trap for the search of exotic couplings in the beta decay of radioactive ${}^6\text{He}^+$ ions, *Journal of Physics: Conference Series*, vol 58, 431–434.
- [53] D. Rodríguez, G. Ban, D. Durand, F. Duval, X. Flécharde, M. Herbane, E. Liénard, F. Mauger, A. Méry, O. Naviliat-Cuncic, J.-C. Thomas, 2007, The LPCTrap facility for in-trap decay experiments, *Hyperfine Interact*, vol 174, 15–20.
- [54] P. Bushev, S. Stahl, R. Natali, G. Marx, E. Stachowska, G. Werth, M. Hellwig, and F. Schmidt-Kaler, 2008, Electrons in a cryogenic planar Penning trap and experimental challenges for quantum processing, *Phys. Rev. A*, vol 83, 52122.
- [55] I Marzoli, P Tombesi, G Ciaramicoli, G Werth, P Bushev, S Stahl, F Schmidt-Kaler, M Hellwig, C Henkel, G Marx, I Jex, E Stachowska, G Szawiola and A Walaszyk, 2009, Experimental and theoretical challenges for the trapped electron quantum computer, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* Vol 42, 154010.
- [56] F. Galvea, P. Fernandez, and G. Werth, 2006, Operation of a planar Penning trap, *Eur. Phys. J. D*, vol 40, 201–204.
- [57] Stephan A. Schulz, 2009, Scalable Microchip Ion Traps for Quantum Computation, Institut für Quanteninformationsverarbeitung, Universität Ulm.

Abstract

The potential traps for confinement of the charged particles are one of the most conventional systems used for fundamental research and precise measurements on trapped charged particles. The Paul and Penning traps are two categories of these traps. The Paul traps with a harmonic quadrupole electric potential and the Penning traps with a static electric potential and a superimposed magnetic field can confine the charged particles in three dimensions. These systems have broad applications such as measurement of the fundamental constant of the particles, mass spectrometry, ionic and nuclear excited states studies, measurement of the half life of the nuclear excited states, studying on decay of rare elements, charged particle interactions, Quantum Information and entanglement.

In this study, the motion of the charged particles is studied both analytic and numeric. Also, simulation of the ion and electron trajectory and study on confinement conditions are done. The static and harmonic magnetic field effects on the Paul trap are studied as a new work. It has shown that stability conditions of the Paul traps affected by magnetic field and stability regions can be controlled too.

Finally, Simulation of the Planar Penning Traps and their electric well potentials are done and the effective factors on depth, width and shape of the potential wells are studied.

Key Words: *Paul Trap, Mathieu Equation, Stability Regions, Planar Penning Traps.*



University of Shahrood

Faculty of Physics

Design and Calculation of the Paul Trap Properties for Ions and Leptons

Ali MollaEbrahimi

Supervisor: Dr. Moslem Sohani

July 2015