

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده فیزیک

گروه فیزیک هسته‌ای

پایان نامه کارشناسی ارشد

محاسبه گشتاور چارقطبی الکتریکی و گشتاور دو قطبی مغناطیسی ایزوتوب های فرد بریلیوم
($7 \leq A \leq 13$)

فهیمة محمد زاده

استاد راهنما:

پروفسور علی اکبر رجبی

بهمن ۱۳۹۳

پیوست شماره ۲

دانشگاه شاهرود

دانشکده : فیزیک

گروه : فیزیک هسته‌ای

پایان نامه کارشناسی ارشد خانم فهیمه محمدزاده

تحت عنوان:

محاسبه گشتاور چارقطبی الکتریکی و گشتاور دو قطبی مغناطیسی ایزوتوب های فرد بریلیوم

$(7 \leq A \leq 13)$

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی : علی اکبر رجبی

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
	مسلم سوهانی		محمدرضا شجاعی کنگ سفلی
			نام و نام خانوادگی : نسرين صالحی

به پدر و مادرم

که در راه عزت و افتخار من دستهایشان پینه بست و موهایشان سفید شد.

و

برادر و خواهرانم

که وجودم برایشان همه رنج بود و وجودشان برایم همه مهر.

سپاس بی کران خدای را که سخنوران در ستودن او بمانند.

تقدیر خالصانه از استاد گرانمایه دکتر علی اکبر رجبی که زحمت راهنمایی این رساله را به دوش کشیدند.

و دوست عزیز و مهربانم سرکار خانم لاله نیکخواه که در اتمام این کار کمکم بودند.

و از تمام بستگان و دوستانم که همیشه دعای خیرشان همراهم بود تشکر و قدردانی می‌کنم.

برای همه این بزرگواران از درگاه حضرت پرورگار سلامتی و عمر با عزت خواهانم.

تعهد نامه

اینجانب فهیمه محمدزاده دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک گرایش هسته‌ای دانشکده فیزیک دانشگاه شاهرود نویسنده پایان نامه محاسبه گشتاور چارقفبی الکتریکی و گشتاور دو قطبی مغناطیسی ایزوتوب های فرد برلیوم ($7 \leq A \leq 13$) تحت راهنمایی جناب آقای دکتر علی اکبر رجبی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

در این کار ما ابتدا با استفاده از معادله شرودینگر N ذره‌ای به حل دقیق معادله شرودینگر با روش NU تعمیم یافته در حضور پتانسیل یوکاوا، برای ایزوتوپ‌های فرد بریلیوم $7 \leq A \leq 13$ پرداختیم و بعد از به‌دست آوردن تابع موج و انرژی بستگی این ایزوتوپ‌ها با استفاده از معادلات گشتاورهای هسته‌ای، گشتاور چار قطبی الکتریکی و گشتاور دو قطبی مغناطیسی آنها را نیز محاسبه کرده و با مقادیر تجربی مقایسه می‌کنیم.

واژه‌های کلیدی: معادله شرودینگر، پتانسیل یوکاوا، روش NU ، تابع موج، انرژی بستگی، گشتاور چار قطبی الکتریکی، گشتاور دو قطبی مغناطیسی.

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

۱. Fahime Mohammadzade, Ali Akbar Rajabi, Lale Nickhah " **Calculating binding energy for odd isotopes of Beryllium ($7 \leq A \leq 13$)**" Journal of Physical Science and Application.

۲. محمدزاده , فهیمه ذرجبی, علی اکبر نیک خواه, لاله " محاسبه انرژی بستگی ایزوتوپ های فرد بریلیوم ($7 \leq A \leq 13$) " کنفرانس فیزیک ایران, شهریور ماه ۹۳, سیستان بلوچستان- زاهدان- ایران.

فهرست مطالب

فصل اول: مفاهیم

۱-۱- مقدمه.....	۲
۱-۲- خواص هسته‌ای.....	۳
۱-۳- ویژگی های استاتیکی هسته.....	۴
۱-۳-۱- شعاع هسته.....	۵
۱-۳-۲- انرژی بستگی هسته.....	۸
۱-۳-۳- تکانه زاویه‌ای و اسپین هسته.....	۱۰
۱-۳-۴- پاریته هسته.....	۱۱
۱-۳-۵- جرم هسته.....	۱۲
۱-۳-۶- ایزواسپین هسته.....	۱۲
۱-۳-۷- گشتاور دوقطبی مغناطیسی هسته.....	۱۳
۱-۳-۸- گشتاور چارقطبی الکتریکی هسته.....	۱۷
۱-۴- نیروهای چارگانه.....	۲۰
۱-۵- مدل‌های هسته ای.....	۲۱
۱-۵-۱- مدل لایه‌ای هسته‌ای.....	۲۲
۱-۵-۲- مدل قطره مایع.....	۲۵
۱-۵-۳- مدل اپتیکی.....	۲۶
۱-۵-۴- مدل جمعی.....	۲۷

فصل دوم: روش‌های حل معادله شرودینگر

۳۱.....	۱-۲- روش ابر تقارن.....
۳۵.....	۲-۲- کلیات روش NU.....
۳۷.....	۳-۲- روش های رایانه ای و عددی
۳۷.....	۱-۳-۲- پتانسیل های بین ذره ای و روش های رایانه ای.....
۳۹.....	۴-۲- حل معادلات دیفرانسیل به روش Runge- Kutta.....
۴۲.....	۱-۴-۲- مراحل حل R-K4.....
۴۲.....	۵-۲- دستگاه مختصات ژاکوبی.....

فصل سوم: معرفی بریلیوم

۴۶.....	۱-۳- مقدمه.....
	۲-۳-.....
۴۶.....	تاریخچه.....
۴۶.....	۳-۳- پیدایش.....
۴۷.....	۴-۳- خصوصیات بریلیوم.....
۴۷.....	۵-۳- طرز تهیه.....
۴۷.....	۶-۳- کاربردها.....
۴۸.....	۷-۳- ایزوتوپ ها.....
۴۹.....	۸-۳- هشدارها.....

فصل چهارم:

۵۳.....	۱-۴- مقدمه.....
۵۳.....	۲-۴- حل تحلیلی و دقیق معادله شرودینگر در حضور پتانسیل یوکاوا.....
۵۳.....	۳-۴- محاسبه را برای ${}^7\text{Be}$

۴-۴- محاسبه را برای ${}^9\text{Be}$ ۵۷

۴-۵- محاسبه را برای ${}^{11}\text{Be}$ ۵۷

۴-۶- محاسبه را برای ${}^{13}\text{Be}$ ۵۸

۴-۷- محاسبه گشتاور دوقطبی مغناطیسی ۵۹

۴-۸- محاسبه گشتاور چارقطبی الکتریکی ۶۰

نتیجه گیری ۶۲

منابع ۶۳

لیست تصاویر

۱- شکل (۱-۱) ریشه میانگین مربعی شعاع هسته‌ها..... ۷

۲- شکل (۲-۱) انرژی بستگی میانگین هر نوکلئون..... ۹

فصل اول

مفاهيم

۱-۱ مقدمه

آغاز مبحث فیزیک هسته‌ای را می‌توان از کشف رادیواکتیویته، پرتوزایی توسط بکرل^۱ سال ۱۸۹۸ دانست. هسته اتم برای اولین بار در سال ۱۹۱۱ در آزمایشی که رادفورد^۲ و دستیارانش با استفاده از پراکندگی ذرات آلفا توسط اتم انجام دادند کشف شد. رادفورد متوجه شد که پراکندگی حاصل در صورتی قابل توجیه است که اتم از یک هسته کوچک سنگین با بار مثبت تشکیل شده باشد به‌طوری که الکترون‌هایی در مدارهایی، در اطراف این هسته در حرکت باشند. بعد از آنکه نوترون توسط چادویک^۳ در سال ۱۹۳۲ کشف شد، جزئیات اجزای تشکیل دهنده هسته روشن‌تر شد. و منجر به کشف هایزنبرگ^۴ مبنی بر تشکیل هسته از N تا نوترون و Z تا پروتون شد. تا این زمان تصور می‌شد که پروتون و نوترون ذرات بنیادی‌اند اما امروزه همه می‌دانیم که اینگونه نیست بلکه آنها خود از اجزای کوچکتری تشکیل شده‌اند.

پس از آن، تحقیقات و فرضیه‌ها و اختراعات و ابداعات مهمی در فیزیک هسته‌ای به ظهور رسید، از آن جمله می‌توان به ظهور مکانیک کوانتومی، فرضیه نوترینو، کشف دوتریم، کشف شکافت هسته‌ای، کشف مزون π ، فرضیه شگفتی، فرضیه مدل جمعی بر ساختار هسته‌ای، مشاهده نقص CP در واپاشی k^0 فرضیه مدل کوارک برای هادرون‌ها، کشف ذره J/ψ و تایید کوارک افسونگر، کشف بوزون‌های ضعیف z^0 و $w^\pm$ را عنوان کرد. در هر حال به روشنی معلوم است که مطالعات تجربی و نظری فیزیک هسته‌ای نقش برجسته‌ای در توسعه فیزیک قرن بیست و یکم ایفا کرده است در نتیجه همین زحمات و تلاش‌هاست که ما امروزه درک نسبتاً خوبی از خواص هسته‌ها و ساختاری که منشا این خواص است به دست آورده‌ایم. اکتشافات دهه‌های ۱۹۴۰ و ۱۹۵۰ نشان دادند علاوه بر نوکلئون‌ها مرتبه دیگری از ساختار ماده وجود دارد که از هسته هم بنیادی‌تر و ابتدایی‌تر است.

^۱ Becquerel

^۲ Rutherford

^۳ Chadwick

^۴ Heisenberg

امروزه بررسی و مطالعه اینگونه ذرات را که عناصر اصلی ساختار هسته‌ای هستند را در شاخه خاصی به نام فیزیک ذرات بنیادی یا فیزیک انرژی بالا ادامه می‌دهند.

فیزیک هسته‌ای مانند فیزیک اتمی، از چنان صورتبندی نظری منسجمی برخوردار نیست که با استفاده از آن بتوان تمام پدیده‌ها را به روش بنیادی، تحلیل و تعبیر کرد. فیزیک هسته‌ای را می‌توان از سویی فرزند شیمی و فیزیک اتمی و از سویی پدر فیزیک ذرات بنیادی به شمار آورد. اگر چه فیزیک هسته‌ای اکنون نقش محوری‌اش را در جستجوی اجزای بنیادین ماده از دست داده، ولی هنوز هم برای درک بر همکنش‌های بنیادی از آزمایش‌های هسته‌ای استفاده می‌شود. تحقیق در خواص هسته‌ها و قوانین حاکم بر ساختار هسته‌ای زمینه مهمی را در پژوهش‌های فیزیک هسته‌ای بنیان نهاده است.

می‌توان برای فیزیک هسته‌ای سه نقش عمده را در نظر گرفت:

- کاوش در قلمرو ذرات ماده و برهمکنش بین آنها
- مطالعه و تفسیر خواص هسته‌ای
- طراحی و پیش بینی روش‌ها و ابزارهایی برای مسائل پیش رو جهت خدمت به جامعه بشری.

۲-۱ خواص هسته‌ای

هر نوع هسته‌ای را با مقدار کل بار مثبت و تعداد کل واحدهای جرمی موجود در هسته مشخص می‌کنند. بار کل هسته برابر $+Ze$ است. که در آن Z عدد اتمی و e بار الکترون است. بنابراین شامل Z پروتون است و بدین سان در ساختار هر اتم خنثی باید Z الکترون منفی هم وجود داشته باشد. عدد جرمی هر نوع هسته با A نمایش داده می‌شود. تقریباً در تمام هسته‌ها A بزرگتر از Z است. از این روی اجزای سنگین‌تری همچون نوترون‌ها باید در هسته وجود داشته باشد. نوترون از لحاظ الکتریکی خنثی است. و جرمی در حدود جرم پروتون دارد. جرم نوترون در واقع یک درصد بزرگتر از

جرم پروتون است. برای مشخص کردن یک نوع هسته خاص از نماد A_ZX_N استفاده کرد. که X نماد شیمیایی و N عدد نوترونی است. $N = A - Z$ نوترون‌ها و پروتون‌ها، اعضای دوگانه خانواده نوکلئیدها هستند. نوکلئیدها با عدد اتمی یکسان و عدد نوترونی متفاوت را ایزوتوپ^۵، نوکلئیدهایی با نوترون یکسان و پروتون متفاوت را ایزوتون^۶ و نوکلئیدهایی که عدد جرمی یکسان داشته باشند، ایزوبار^۷ می‌نامند. هسته‌ها دارای بعضی خواص مستقل از زمان مانند: بار الکتریکی، جرم، شعاع، انرژی بستگی، تکانه زاویه‌ای، پاریتته، گشتاور دو قطبی مغناطیسی، گشتاور چارقطبی الکتریکی و انرژی حالت‌های برانگیخته هستند که به آنها خواص استاتیکی^۸ گویند. و خواص دینامیکی^۹ هسته‌ها، از جمله، احتمال واپاشی و احتمال واکنش هسته‌ها است. که با کمک این خواص تا حد قابل توجهی می‌توان هسته‌ها را توصیف کرد که درک و تفسیر این خواص بر پایه برهم کنش بین تک تک نوکلئون‌های موجود در هسته موضوع بسیار مهمی است که هر متخصص فیزیک هسته‌ای باید با آن دست و پنجه نرم کند.

۱-۳ ویژگی‌های استاتیکی هسته

ویژگی‌های هسته را که با گذشت زمان مقدار آنها تغییر نمی‌کند و ثابت است، ویژگی‌های استاتیکی هسته می‌گویند [۱]. ویژگی‌های استاتیکی هسته شامل موارد زیر می‌باشد:

۱- شعاع هسته

۲- انرژی بستگی هسته

۳- تکانه زاویه‌ای و اسپین هسته

۴- پاریتته هسته

۵- جرم هسته

^۵ Isotope

^۶ Isotone

^۷ Isobar

^۸ Static Properties

^۹ Dinamical Properties

۶- ایزو اسپین هسته

۷- گشتاور دو قطبی مغناطیسی هسته

۸- گشتاور چهار قطبی الکتریکی هسته

از میان موارد بالا هدف ما در این پایان نامه به دست آوردن گشتاور دوقطبی مغناطیسی و گشتاور چار قطبی الکتریکی هسته ایزوتوپ های فرد برلیوم $7 \leq A \leq 13$ می باشد.

۱-۳-۱ شعاع هسته

اندازه گیری شعاع هسته اولین بار توسط رادرفورد در سال ۱۹۱۲ میلادی انجام شد. آزمایش او از طریق مطالعه انحرافات تولید شده در مسیر ذرات α در عبور آن از یک ورقه نازک طلا مورد بررسی قرار گرفت [۲]. برای به دست آوردن شعاع هسته راه های مختلفی وجود دارند که عبارتند از:

- اندازه گیری شعاع هسته توسط پراکندگی الکترون های سریع
- محاسبه شعاع هسته توسط پراکندگی نوترون های سریع
- بررسی هسته های زوج – زوج انرژی کولنی هسته ها
- انتقال ایزوتوپ پرتو ایکس K
- هسته های آینه ای
- عدم قطعیت
- واپاشی ذرات α
- پراکندگی α (پراکندگی رادر فورد)
- واپاشی پرتوهای گاما
- اندرکنش $n-p$ (دوترون)
- واپاشی مزون μ

با وجود اینکه اثرات کوانتومی درون هسته بسیار زیاد است ولی می‌توان نشان داد که حجم v هسته با تقریب خوبی با عدد جرمی A متناسب است و هر نوکلئونی حجمی در حدود $v_0 = 7.2 fm$ را اشغال می‌کند. در تقریب اول هسته پایدار کروی است و حجمی در حدود $v \cong Av_0$ را اشغال می‌کند. که در آن آن شعاع هسته از رابطه زیر به دست می‌آید [۳].

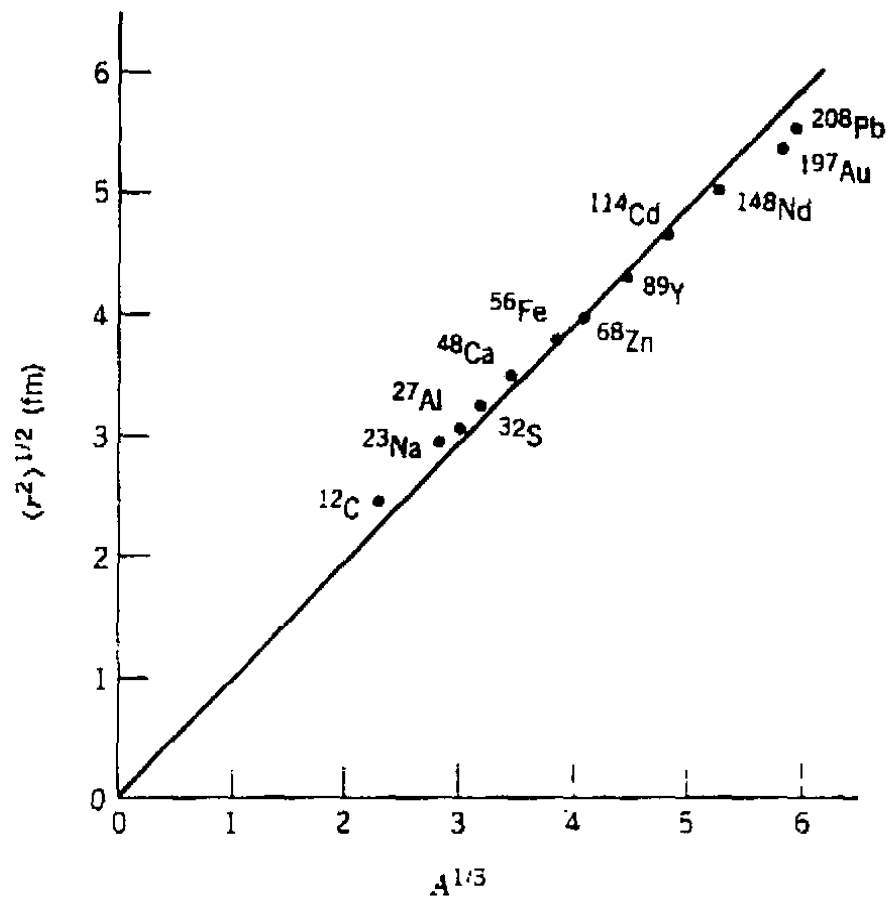
$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}} \qquad r = 1.2 fm \qquad (1-1)$$

می‌توان نشان داد که توزیع فضایی نوکلئون‌های درون هسته‌ها با پراکندگی الکترون‌ها مشخص می‌شود. الکترون‌ها به درون هسته نفوذ می‌کنند و مسیر حرکت آنها تعیین می‌شود.

ارتباط کمی بین شعاع هسته و عدد جرمی در شکل (۱-۱) که مبتنی بر نتایج پراکندگی

الکترون- پروتون است، در این شکل، ریشه میانگین مربعی شعاع $\langle r^2 \rangle^{\frac{1}{2}}$ مستقیماً از توزیع الکترون‌های پراکنده به دست آمده است. برای کره‌ای که به‌طور یکنواخت باردار باشد، داریم $\langle r^2 \rangle = \left(\frac{3}{5}\right) R^2$ که در آن R شعاع کره است. شکل (۱-۱) نشان می‌دهد که بستگی خطی بین

R و $A^{\frac{1}{3}}$ به طور تقریبی از سبکترین هسته تا سنگینترین هسته اعتبار دارد [۱].



شکل (۱-۱) ریشه میانگین مربعی شعاع هسته‌ها که از پراکندگی الکترون به دست آمده است [۱].

در جدول (۱-۱) شعاع برخی هسته‌ها که توسط پراکندگی الکترون-نوکلئون مشخص شده است، را آورده‌ایم.

جدول (۱-۱): شعاع برخی از هسته‌های سبک که از پراکندگی الکترون-نوکلئون به دست آمده است [۱].

هسته	$r_{ms} (fm)$	$R (fm)$	$\frac{R}{A^{\frac{1}{3}}} (fm)$
1H	۰/۷۷	۱/۰	۱/۰
2H	۲/۱۱	۲/۷۳	۲/۱۶
4He	۱/۶۱	۲/۰۸	۱/۳۱
6Li	۲/۲۰	۲/۸	۱/۵۶
7Li	۲/۲۰	۲/۸	۱/۴۹
9Be	۲/۲۰	۲/۸۴	۱/۳۷
^{12}C	۲/۳۷	۳/۰۴	۱/۳۱

۲-۳-۱ انرژی بستگی هسته

انرژی بستگی B یک هسته اختلاف بین جرم هسته‌ای و مجموع جرم اجزای تشکیل دهنده آن می‌باشد.

$$B(A, Z) = Nm_n c^2 + Zm_p c^2 - m(A, Z) c^2 \quad (۲-۱)$$

انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون با عبارت $\frac{B}{A}$ بیان می‌شود که خود تابعی از A می‌باشد. همانگونه

که در شکل (۲-۱) نشان داده شده است مقدار $\frac{B}{A}$ با افزایش A در هسته‌های سبک افزایش

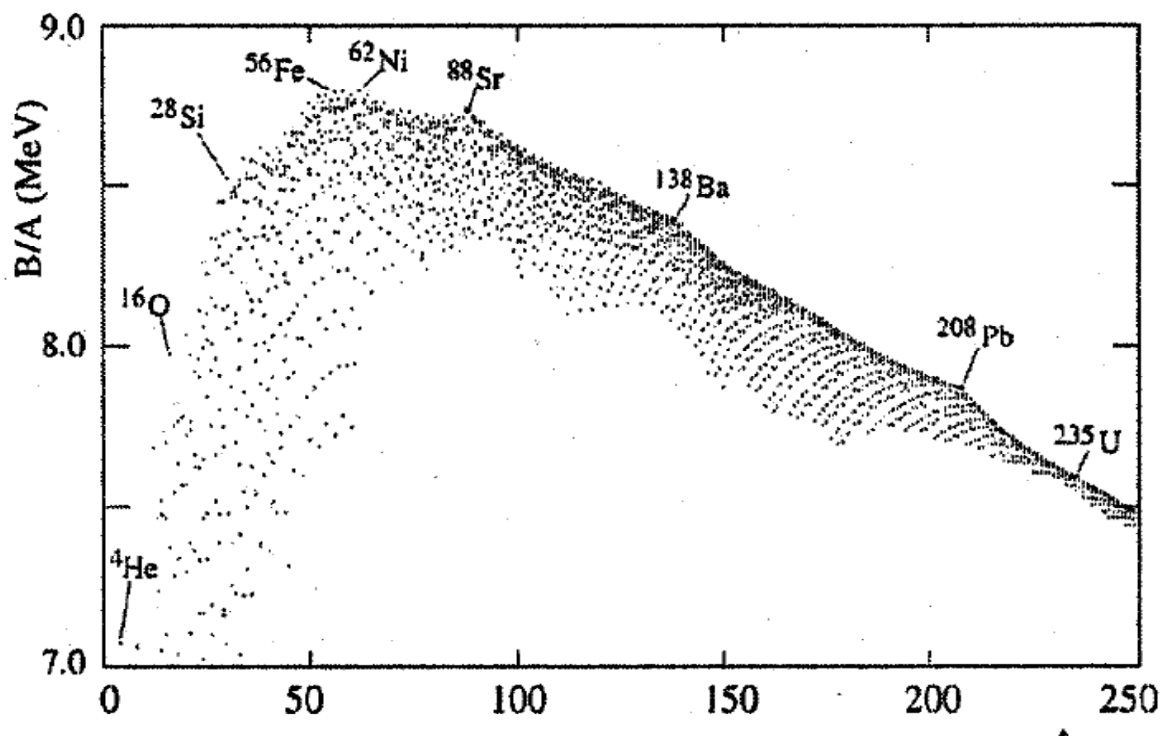
می‌یابد. و به یک پهن شدگی در حدود $A = 60$ می‌رسیم و در ادامه آن به آرامی به عنوان تابعی از

A کاهش می‌یابد. با توجه به شکل متوجه می‌شویم که با همجوشی هسته‌های سبک یا با شکافت هسته‌های سنگین انرژی آزاد می‌شود. در هسته‌های پایداری که خیلی سبک نیستند ($A > 12$) انرژی بستگی B در تقریب اول با عدد جرمی متناسب است یعنی [۳]:

$$B(A, Z) \approx A \times 8 \text{ MeV} \quad (3-1)$$

و به طور دقیق‌تر:

$$7.7 \text{ MeV} < \frac{B(A, Z)}{A} < 8.8 \text{ MeV} \quad \text{for } 12 < A < 225 \quad (4-1)$$



شکل (۲-۱): انرژی بستگی میانگین هر نوکلئون در هسته‌های سبک [۳]

۱-۳-۳ تکانه زاویه‌ای و اسپین هسته

تکانه زاویه‌ای کل هسته‌ای که شامل A نوکلئون باشد از جمع برداری تکانه زاویه‌ای همه نوکلئون‌های آن به دست می‌آید. این تکانه زاویه‌ای کل را معمولاً اسپین هسته می‌نامند. هر حالت هسته را با یک عدد کوانتومی اسپین منحصر به فرد I مشخص می‌کنند که نمایانگر تکانه کل مداری و ذاتی تمام نوکلئون‌های هسته می‌باشد. بردار I را می‌توان به صورت حاصل جمع مولفه‌های مداری و ذاتی تکانه زاویه‌ای در نظر گرفت.

$$\vec{I} = \sum_{i=1}^A (\vec{I}_i + \vec{S}_i) = \vec{L} + \vec{S} = \sum_{i=1}^A \vec{J}_i \quad (۵-۱)$$

و همچنین عدد کوانتومی I رابطه ساده‌ای با بردار $\vec{I}$ دارد.

$$|\vec{I}| = \sqrt{I(I+1)}\hbar$$

$$I_z = m_I \hbar \quad (m_I = I, I-1, \dots, -I+1, -I) \quad (۶-۱)$$

این رابطه در اصل مجموعه بسیار پیچیده‌ای از تعدادی بردار را نشان می‌دهد که منجر به یک برآیند می‌شود. که برای حالت‌های پایه هسته قواعدی جهت تعیین اسپین موجود است:

الف) تمام هسته‌های Z زوج و N زوج، دارای $I = 0$ هستند. این مطلب تمایل نوکلئون‌ها را برای جفت شدگی تزویجی و تولید اسپین صفر نشان می‌دهد.

ب) در هسته‌های A فرد اسپین خالص همواره توسط j آخرین ذره فرد تعیین می‌شود. به‌طوری که $A-1$ نوکلئون دیگر که دارای تعداد پروتون و نوترون زوج است، مثل مورد الف با اسپین صفر با یکدیگر تزویج می‌شوند. که ما در این پایان‌نامه با هسته‌های A فرد سرو کار داریم.

ج) در هسته‌های Z فرد و N فرد، اسپین توسط جفت شدگی برداری j پروتون و نوترون نهایی $I = j_p + j_n$ تعیین می‌شود. که مقادیر مختلفی امکان پذیر است. برای اینکه تعیین کنیم کدامیک از این جفت‌شدگی‌ها به‌عنوان حالت پایه قابل قبول است از این قانون تجربی استفاده می‌کنیم که حالت پایه معمولاً از جفت شدگی اسپین ذاتی پروتون و نوترون s_p و s_n در حالت موازی حاصل می‌شود.

۱-۳-۴ پاریته هسته

در مکانیک کوانتومی به هر کمیت فیزیکی یک عملگر نسبت می‌دهند. اما عملگرهای دیگری نیز وجود دارند که اصلاً معادل کلاسیکی ندارند. از این جمله می‌توان به عملگر پاریته اشاره کرد. این عملگر براین اساس تعریف می‌گردد که توابع موج فرد یا زوج هستند. بنابراین اگر تابع موج زوج یا فرد باشد، در این صورت پاریته نیز زوج یا فرد خواهد بود. اما پاریته بقا دارد، به این صورت اگر ذره‌ای دارای پاریته زوج باشد همچنان زوج خواهد بود و اگر فرد باشد، همچنان فرد باقی می‌ماند.

همایلتونی‌های قوی هسته‌ای و الکترومغناطیسی، پاریته را پایسته نگه می‌دارند. بنابراین ویژه حالت‌ها به دو دسته از حالات که هر کدام پاریته مشخص $\pi = +1$ یا $\pi = -1$ دارند تقسیم می‌شوند و همایلتونی، این دو دسته را با هم مخلوط نمی‌کند. در ساختار هسته‌ای، پاریته کل، از پاریته ذاتی نوکلئون $\pi_{int} = +1$ و پاریته مربوط به اندازه حرکت زاویه‌ای مداری نوکلئون $\pi_l = (-1)^l$ نتیجه می‌شود. پاریته کل هسته، برابر حاصلضرب پاریته کل نوکلئون‌های آن است.

$$\pi = \prod_i \pi_{int}(i) \pi_l(i) = \prod_i (-1)^{l_i} \quad (7-1)$$

و معمولاً حالت‌های پایه و ویژه حالت‌ها به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که پاریته مشخصی داشته باشند. همایلتونی ضعیف هسته‌ای، پاریته را پایسته نگه نمی‌دارد. به عنوان یک اختلال، عناصر ماتریسی

همایلتونی ضعیف از مرتبه چند eV یا کمتر هستند. بنابراین اختلال پارینه را می‌توان از نظریه اختلال مرتبه اول محاسبه کرد [۴].

۱-۳-۵ جرم هسته

جرم هسته را می‌توان با فرمول $M = Z \times Mh + N \times Mn$ به دست آورد که در آن Mh جرم اتم هیدروژن یا جرم پروتون و Mn جرم نوترون می‌باشد. جرم‌های هسته‌ای را بر حسب یکای جدید جرم اتمی u ، بیان می‌کنند. این یکا چنان تعریف می‌شود که جرم یک اتم کربن ^{12}C دقیقاً برابر u است. ^{12}C است. که جرم هر نوکلئون برابر $1u$ است.

۱-۳-۶ ایزو اسپین^{۱۰} هسته

استقلال نیروهای هسته‌ای از بار منجر به معرفی عدد کوانتومی پایسته جدیدی به نام ایزو اسپین می‌شود. در سال ۱۹۳۲ هاینبرگ پروتون و نوترون را به عنوان دو حالت از یک ذره، نوکلئون، در نظر گرفت. برای توصیف دو حالت نوکلئون، یک فضای ایزو اسپینی معرفی می‌شود به طوریکه دو حالت یک ذره معمولی با اسپین $1/2$ نه به عنوان دو ذره، بلکه به صورت دو حالت از یک ذره تلقی می‌شود بدین ترتیب پروتون به صورت حالت بالا و نوترون به صورت حالت پایین نوکلئون در نظر گرفته می‌شود. این وضعیت را به صورت یک کمیت جدید، ایزو اسپین T معرفی می‌کنند. نوکلئونی که دارای اسپین $1/2$ است، تعداد $2I + 1 = 2$ سمتگیری ممکن در فضای ایزو اسپینی دارد. بنابراین به هر دو نوکلئون، ایزو اسپین $1/2$ نسبت می‌دهیم که پروتون تصویر $T_z = 1/2$ و نوترون تصویر $T_z = -1/2$ آن است. عملگر ایزو اسپین t برای درجات آزادی ایزو اسپین، شبیه عملگر اسپین s برای درجات آزادی اسپین است. برای چندین نوکلئون، ایزو اسپین کل و تصویر Z با روابط زیر داده می‌شود.

^{۱۰} Isospin

$$\begin{aligned}\vec{T} &= \sum_i \vec{t}(i) \\ T_z &= \sum_i t_z(i)\end{aligned}\quad (۸-۱)$$

تعداد $2T+1$ مقدار برای T_z ، از $T_z = -T$ تا $T_z = +T$ با گام‌های صحیح، وجود دارد. برای هسته‌ای با تعداد Z پروتون و تعداد N نوترون $T_z = \frac{N-Z}{2}$ است [۵].

۷-۳-۱ گشتاور دو قطبی مغناطیسی^{۱۱} هسته

به طور کلاسیک گشتاور دو قطبی مغناطیسی $\vec{\mu}$ از حرکت ذرات باردار حاصل می‌شود و می‌توانیم آن را به عنوان وسیله تشخیص توزیع جریان‌هایی در نظر بگیریم که در اطرافشان اثرات مغناطیسی به وجود می‌آورند. وقتی به حد کوانتومی می‌رسیم، رابطه مشابهی را با یک فرق غیر کلاسیکی به دست می‌آوریم: تکانه ذاتی، اسپین هم در تولید گشتاور مغناطیسی سهیم است. در ابتدا به طور خلاصه الکترومغناطیس کلاسیک را که منجر به گشتاور دو قطبی مغناطیسی می‌شود مرور می‌کنیم. توزیع جریان‌هایی را در یک نمونه که حجم معینی از فضا را اشغال کرده است در نظر می‌گیریم. توزیع جریان توسط چگالی جریان $\vec{j}(\vec{r}')$ مشخص می‌شود. بردار $\vec{r}'$ نقطه مشخصی از نمونه را نسبت به مبدأ نشان می‌دهد. در این صورت، تابع برداری $\vec{j}(\vec{r}')$ اندازه و جهت جریان الکتریکی را در واحد حجم dv' در آن نقطه به دست می‌دهد. دستورالعمل محاسبه میدان مغناطیسی $\vec{B}$ ناشی از جریان بسیار ساده است: اول پتانسیل برداری $\vec{A}(\vec{r})$ را در نقطه $\vec{r}$ مورد نظر با انتگرال گیری روی تمام جریان‌های نمونه محاسبه می‌کنیم.

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}') dv'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (۹-۱)$$

^{۱۱} magnetic dipole moment

و سپس میدان مغناطیسی را از رابطه $\vec{B}(\vec{r}) = \nabla \times \vec{A}(\vec{r})$ به دست می آوریم. بعد از کمی عملیات ریاضی که می توان آن را در کتاب های استاندارد الکترو مغناطیس یافت، می توانیم پتانسیل برداری را به صورت زیر بنویسیم.

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r} \int \vec{j}(\vec{r}') dv' + \frac{1}{r^3} \int \vec{j}(\vec{r}') (\vec{r} \cdot \vec{r}') dv' + \dots \right\} \quad (10-1)$$

و با

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{\mu} \times \vec{r}}{r^3} + \dots \quad (11-1)$$

که در آن داریم:

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2} \int \vec{r}' \times \vec{j}(\vec{r}') dv' \quad (12-1)$$

جمله اصلی غیر صفر با گشتاور دوقطبی مغناطیسی توزیع جریان $\vec{\mu}$ ، مشخص می شود. کاری که انجام داده ایم، بسط چند قطبی توزیع جریان است که جمله مرتبه پایین آن دو قطبی از همه مهم تر به نظر می آید. قسمت زیر انتگرال $\vec{\mu}$ شامل چگالی بار و حاصلضرب برداری $\vec{r}' \times \vec{v}'$ است که در مورد ذره ای به جرم m درست برابر $\frac{\vec{L}}{m}$ می شود که در آن $\vec{L}$ تکانه زاویه ای است. اگر به حد کوانتومی برسیم چگالی بار $e|\Psi(\vec{r}')|^2$ می شود و با توجه به تجربه مان در مکانیک کوانتومی می توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم.

$$\mu = \frac{e}{2m} \int \psi^*(r') L \psi(r') dv' \quad (13-1)$$

که در آن L تکانه زاویه‌ای است.

اگر تابع موج مربوط به حالت معین I_z باشد در این صورت فقط مولفه z این انتگرال غیر صفر است و داریم:

$$\mu_z = \frac{e}{2m} \int \psi^*(\vec{r}') I_z \psi(\vec{r}') dV' \quad (۱۴-۱)$$

$$\mu_z = \frac{e\hbar}{2m} m_l \quad (۱۵-۱)$$

که در آن $I_z = m_l \hbar$ است. چیزی که در آزمایش به عنوان گشتاور مغناطیسی مشاهده می‌کنیم بنا به تعریف مقدار μ_z است که متناظر با بیشینه مقدار مولفه z تکانه زاویه‌ای است. عدد کوانتومی m_l دارای بیشینه مقدار l + است و بنابراین گشتاور مغناطیسی μ عبارت است از:

$$\mu = \frac{e\hbar}{2m} l \quad (۱۶-۱)$$

کمیت $\frac{e\hbar}{2m}$ دارای بعد گشتاور مغناطیسی است (l عدد کوانتومی بدون بعد است) و مگنتون نامیده می‌شود. اگر به جای m جرم پروتون را قرار دهیم مگنتون هسته‌ای μ_N به دست می‌آید. و با قرار دادن جرم الکترون مگنتون بور μ_B حاصل می‌شود.

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = 3.15245 \times 10^{-8} \frac{eV}{T} \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.78838 \times 10^{-5} \frac{eV}{T}$$

با در نظر گرفتن اسپین ذاتی که مشابه کلاسیکی ندارد می‌توانیم معادله (۱۶-۱) را به سادگی
تامیم دهیم:

$$\vec{\mu} = \frac{(g_l \vec{L} + g_s \vec{S}) \mu_N}{\hbar} \quad (۱۷-۱)$$

که در آن g_l و g_s مولفه‌های مداری و ذاتی ضریب g در بردار $\vec{\mu}$ هستند. مقادیرشان را با توجه به شرایط هر ذره می‌توان تعیین کرد: برای پروتون $g_l=1$ است و g_s را باید برای پروتون آزاد به طوری که l وارد $\vec{\mu}$ نشود اندازه‌گیری کرد. چنانکه در این فصل خواهیم دید، g_s اندازه‌گیری شده برای پروتون برابر 5.5856912 می‌شود. برای نوترون‌ها که بدون بار هستند می‌توانیم g_l را برابر صفر در نظر بگیریم و g_s اندازه‌گیری شده را برابر -3.8260837 به دست آوریم. در هسته‌های واقعی برای در نظر گرفتن اثرات نوکلئون‌های دیگر، تصحیحی باید وارد شود.

جدول (۱-۱) چند نمونه از مقادیر گشتاور دوقطبی مغناطیسی [۱]

نوکلئید	$\mu(\mu_N)$
n	$-1/913.0418$
p	$+2/792.8456$
${}^2H(D)$	$+8/574376$
${}^{17}O$	$-1/89379$
${}^{57}Fe$	$+9/062293$
${}^{57}Co$	$+4/733$
${}^{93}Nb$	$+6/1705$

تمام مقادیر جدول (۱-۱) به حالت‌های پایه در هسته‌ها مربوط می‌شوند.

۸-۳-۱ گشتاور چارقطبی الکتریکی^{۱۲}

وقتی به جای جریان‌ها، توزیع بارها را در هسته در نظر می‌گیریم. از یک نقطه در خارج پتانسیل الکتریکی $V(\vec{r})$ شکل زیر را دارد:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}') dv'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (۱۸-۱)$$

که مشابه رابطه (۹-۱) برای پتانسیل برداری مغناطیسی است. به طور کلاسیک به هر توزیع باری می‌توان یک میدان تک قطبی که متناسب با کل بار است نسبت داد. اگر توزیع باری درست کنیم که در آن کل بار برابر صفر باشد به آسانی می‌توانیم بالاترین چند قطبی بعدی را که میدان دوقطبی است مورد مطالعه قرار دهیم نمونه استاندارد چنین توزیعی بارهای $\pm q$ هستند که به ترتیب در نقاط $z = +\frac{a}{2}$ و $z = -\frac{a}{2}$ قرار گرفته‌اند. به طور کلی هر توزیع باری که تقارن کروی نداشته باشد می‌تواند غیر از میدان تک قطبی دارای میدان دو قطبی نیز باشد.

یک راه تشخیص سهم هر یک از آنها در میدان کل این است که میدان الکتریکی تک قطبی بر حسب r^{-2} و میدان دوقطبی بر حسب r^{-3} تغییر می‌کند. درست همان طور که اضافه کردن بارهای مساوی و مخالف در محل‌های مختلف میدان دو قطبی ایجاد می‌کند، اضافه کردن دو قطبی‌های مساوی و مخالف باعث صفر شدن میدان دو قطبی و تولید چند قطبی بالاتر بعدی یعنی میدان چارقطبی می‌شود. به عنوان مثال، می‌توانیم بار $-q$ یک دو قطبی را در مرکز مختصات و بار $+q$ را در $z = a$ و در کنار دو قطبی دیگری با بار $-q$ در مرکز مختصات و بار $+q$ در $z = -a$ قرار دهیم.

میدان چارقطبی الکتریکی به r^{-4} بستگی دارد. با بسط ضریب $|\vec{r} - \vec{r}'|$ در معادله (۱۸-۱) جزئیات ریاضی بسط چند قطبی میدان الکتریکی را به دست می‌آوریم.

^{۱۲} electric quadrupole moments

$$|\vec{r} - \vec{r}'|^{-1} = r^{-1} \left[1 + \frac{r'^2}{r^2} - 2 \frac{r'}{r} \cos \theta \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (19-1)$$

$$\cong \frac{1}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{r'^2}{r^2} - 2 \frac{r'}{r} \cos \theta \right) + \frac{3}{8} \left(\frac{r'^2}{r^2} - 2 \frac{r'}{r} \cos \theta \right)^2 + \dots \right\} \quad (20-1)$$

که در آن θ زاویه بین $\vec{r}$ و $\vec{r}'$ است و فرض کرده‌ایم که $\vec{r} \gg \vec{r}'$ باشد. یعنی نقطه مشاهده خیلی از هسته دور است. برای بر هم کنش الکترون‌های اتم که بر ساختار فوق ریز حاکم است این تعریف خوبی به شمار می‌رود.

بنابراین داریم :

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} \int \rho(\vec{r}') dv' + \frac{1}{r^2} \int \rho(\vec{r}') r' \cos \theta dv' + \right. \\ \left. \frac{1}{r^3} \int \rho(\vec{r}') r'^2 \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1) dv' + \dots \right] \quad (21-1)$$

این انتگرال در جمله اول بار کل Ze را به دست می‌دهد که از نظر ساختار هسته‌ای جالب توجه نیست. جمله دوم در شرایط معمولی صفر است زیرا حالت‌های هسته‌ای، با تقریب بسیار خوبی از مرتبه یک قسمت در 10^7 قسمت، دارای حالت‌های با پارите معین هستند. در حد کوانتومی و با قرار دادن $\psi^*(\vec{r}')\psi(\vec{r}')$ به جای $\rho(\vec{r}')$ مقدار زیر انتگرال تابع فردی از مختصات می‌شود و بنابراین انتگرال برابر صفر خواهد شد. با انتخاب مبدا در مرکز توزیع بار هسته و قرار دادن $\vec{r}$ در امتداد محور z ، هندسه مسئله ساده می‌شود. در این صورت $r' \cos \theta$ برابر z' است و تحت عملگر پارите $z' \rightarrow -z'$ تبدیل می‌شود در حالیکه $|\psi(\vec{r}')|^2 = |\psi(-\vec{r}')|^2$ است. در نتیجه عبارت زیر انتگرال فرد و مقدار انتگرال برابر صفر می‌شود. اولین جمله جالب در بسط چند قطبی، جمله چارقطبی است که گشتاور چارقطبی هسته را چنین تعریف می‌کنیم:

$$eQ = \int \rho(\vec{r}') r'^2 (3 \cos^2 \theta' - 1) dv' \quad (22-1)$$

که در آن مثل مورد گشتاور دو قطبی مغناطیسی از محور مرجع بخصوصی استفاده می‌کنیم، یعنی θ' را نسبت به محوری که تصویر اسپین هسته روی آن بیشینه است اندازه‌گیری می‌کنیم. گشتاور چارقطبی هسته مشخص می‌کند که هسته کروی است. $Q = 0$ یا غیر کروی اگر $Q > 0$ شود، هسته را غیر کروی کشیده می‌نامند.

یعنی در رابطه (۲۲-۱) کمیت $3z'^2 - r'^2 = \bar{r}'^2 (3\cos^2 \theta' - 1)$ به طور متوسط مثبت است. به عبارت دیگر، مقدار بیشتری از چگالی بار هسته در امتداد محور z' قرار گرفته است تا در امتداد شعاع متوسط. اگر $3z'^2 - r'^2$ منفی شود، محور z' چگالی بار کمتری از هسته را خواهد داشت و هسته پهن می‌شود. در این مورد $Q < 0$ است و تغییر شکل پخت است [۱].

جدول (۲-۱) چند نمونه از مقادیر گشتاور چارقطبی الکتریکی [۱].

نوکلئید	Q
${}^2H(D)$	$+0.00288$
${}^{17}O$	-0.02578
${}^{59}Co$	$+0.40$
${}^{63}Cu$	-0.209
${}^{133}Cs$	-0.003
${}^{161}Dy$	$+2/4$
${}^{176}Lu$	$+8/0$

۴-۱ نیروهای چهارگانه

چهار نیروی اصلی در طبیعت شناخته شده است: نیروهای قوی، الکترومغناطیس، ضعیف و گرانش. به هر یک از این نیروها یک تئوری فیزیکی تعلق می‌گیرد. البته تئوری کلاسیکی غیرنسبیتی گرانش قانون‌های جاذبه نیوتون است و نتیجه تعمیم نسبیتی آن، تئوری نسبیت عام انیشتین است. برای دستیابی به یک تئوری کوانتومی گرانش، باید هنوز کار کرد. چون گرانش خیلی ضعیف است، ولی غالباً فرض می‌شود که نقش مهمی در فیزیک هسته‌ای ندارد. تئوری فیزیکی که نیروهای الکترومغناطیس را توصیف می‌کند، الکترودینامیک نامیده می‌شود. فرمول کلاسیک الکترودینامیک صدها سال پیش بوسیله ماکسول^{۱۳} کشف شد. تئوری ماکسول و تئوری نسبیت خاص باهم سازگاری داشتند. تئوری کوانتومی الکترومغناطیس در سال ۱۹۴۰ بوسیله توماناگا^{۱۴}، فاینمن^{۱۵} و شوینگر^{۱۶} تکمیل شد. نیروهای ضعیفی که نحوه واپاشی هسته‌ای β را توصیف می‌کردند. برای فیزیک کلاسیک امری ناشناخته محسوب می‌شدند و توصیف تئوری آنها مستلزم به کار بردن فرمول‌های کوانتوم نسبیتی بود. نخستین تئوری نیروهای ضعیف در سال ۱۹۳۳ بوسیله فرمی ارائه شد این تئوری در دهه ۵۰ توسط فاینمن و گلمن^{۱۷} و دیگران مورد بازنگری و اصلاح قرار گرفت و در دهه ۶۰ توسط گلاشو^{۱۸} واینبرگ^{۱۹} و سلام^{۲۰} به صورت کنونی ارائه شد. در طبیعت چهارگونه از میدان‌های برهمکنشی را می‌توان تشخیص داد. نیروی گرانشی برای مقیاس‌های بزرگ فیزیک و اجسام

^{۱۳} Maxwell

^{۱۴} Tomonaga

^{۱۵} Feynman

^{۱۶} Schwinger

^{۱۷} Gell-Mann

^{۱۸} Glashow

^{۱۹} Weinberg

^{۲۰} Salam

ماکروسکوپی مهم‌اند و در مقیاس کوچک فیزیک اتمی و هسته‌ای اثر نیروهای گرانشی ناچیز است] [۶.

جدول (۳-۱) نیروهای بنیادی شناخته شده در طبیعت [۶،۷]

نیرو	قدرت	نظریه	واسطه
هسته ای قوی	10	دینامیک رنگ	گلوئون
الکترومغناطیس	10^{-2}	الکترو دینامیک	فوتون
هسته ای ضعیف	10^{-13}	دینامیک رنگ	$Z^0, W^{\pm}$
گرانش	10^{-42}	دینامیک هندسی	گراویتون

همانگونه که از جدول مشهود است همه ذرات تبدالی بوزون بوده و دارای اسپین صحیح می‌باشد.

۵-۱ مدل‌های هسته‌ای

برای بررسی هسته‌ها، عمدتاً یک نظریه فوق العاده ساده را که از لحاظ ریاضی بدون مشکل و از لحاظ فیزیکی غنی باشد، انتخاب می‌کنیم. اگر این نظریه در توصیف دستکم چند خاصیت هسته‌ای نسبتاً موفق باشد، آنگاه با افزودن جمله‌های اضافی آن را تکمیل می‌کنیم. بدین ترتیب، معیار موفقیت هر مدلی را باید در دو نکته دانست.

۱. مدل باید بتواند خواص هسته‌ای را که تاکنون اندازه‌گیری شد، به طور قابل قبولی توضیح دهد.

۲. مدل باید خواص دیگری را پیش بینی کند که در آزمایش‌های جدیدی قابل اندازه‌گیری باشد.

مدل‌های متعددی جهت توضیح خواص و واکنش‌های هسته‌ای پیشنهاد شده‌اند. از آنجا که هیچکدام از این مدل‌ها برای توضیح کل مشاهدات تجربی به‌طور کامل رضایت بخش نیستند، مدل‌های مختلفی

برای تفسیر پدیده‌های گوناگون هسته‌ای به کار می‌روند. از جمله مفیدترین مدل‌ها در مورد ساختمان هسته‌ای عبارتند از: مدل لایه‌ای، مدل قطره مایع، مدل جمعی، مدل اپتیکی [۱].

۱-۵-۱ مدل لایه‌ای^{۲۱}

مدل پوسته‌ای در هسته‌ها، برگرفته از مدل پوسته‌ای در اتم‌هاست. و هنگامی که بخواهیم این مدل را به قلمرو هسته‌ای گسترش دهیم، با چند مانع مواجه می‌شویم. در مورد اتم‌ها، پتانسیل ناشی از میدان کولنی هسته است. یعنی یک عامل خارجی مدارها را سازمان می‌دهد. اما در مورد هسته نوکلئون‌ها در پتانسیلی که خودشان به وجود می‌آورند در حرکتند و هیچ عامل خارجی وجود ندارد. در اتم‌ها الکترون‌ها می‌توانند آزادانه در این مدارها حرکت کنند بدون اینکه برخوردی با هم داشته باشند. در حالیکه در هسته هر نوکلئون منفرد در خلال حرکتش در هر مدار می‌تواند برخوردهای متعددی با نوکلئون‌های دیگر داشته باشد. هسته از پروتون‌ها و نوترون‌ها تشکیل شده‌اند که همدیگر را با برهم کنش قوی در داخل حجمی با شعاع چند فرمی نگه می‌دارند. می‌توان چنین پنداشت که حرکت نوکلئون‌ها در چنین سیستم بسته‌ای به واسطه تعداد زیادی برخورد بین آنها، خیلی پیچیده است. مسئله پتانسیل هسته‌ای با این فرض بنیادی حل می‌شود که هر نوکلئون منفرد را تحت پتانسیل واحدی که نوکلئون‌های دیگر همه در تولید آن شرکت دارند، در نظر گرفت. در سال ۱۹۴۸ مایر^{۲۲} موفق شد داده‌های تجربی را طبقه بندی کرده و نشان دهد که هسته‌هایی که تعداد پروتون‌ها یا نوترون‌های آنها برابر یکی از اعداد ۲۰ و ۵۰ و ۸۲ یا ۱۲۶ باشند، پایدارترند [۶،۸].

^{۲۱} Shell model

^{۲۲} Mayer

نخستین گام در ارائه مدل پوسته‌ای، انتخاب پتانسیل هسته‌ای مناسب است. در سال ۱۹۴۹ نقش کلیدی شکافتگی اسپین مدار در پتانسیل تک جسمی هسته‌ای توسط مایر [۵،۹] و هاکسل^{۲۳}، جنسن^{۲۴} و سوئس^{۲۵} معرفی شد [۱۰].

تفاوت مهم دیگر بین پتانسیل‌های هسته‌ای و اتمی، وابستگی بسیار قوی پتانسیل هسته‌ای به جهت اندازه‌گیری حرکت زاویه‌ای ذاتی و اندازه حرکت زاویه‌ای مداری نوکلئون است که از نظر علامت نیز مخالف وابستگی مشابه، در مورد اتمی است. پتانسیل تک ذره‌ای، ویژه حالت‌هایی دارد که با انرژی‌های تک - ذره‌ای و اعداد کوانتومی‌شان مشخص می‌شوند و خواص یک هسته با تعداد مشخصی پروتون و نوترون، با پر کردن پایین‌ترین ترازهای انرژی تک - ذره‌ای و با رعایت اصل طرد پائولی برای سیستمی متشکل از فرمیون‌های یکسان تعیین می‌شود. اصل طرد پائولی ایجاب می‌کند که هر حالت با یک مجموعه اعداد کوانتومی، فقط با یک پروتون یا یک نوترون اشغال شود. متوسط پتانسیل هسته‌ای از برهم کنش کوتاه برد و جاذب نوکلئون - نوکلئون ناشی شده و توسط شکل توزیع چگالی هسته‌ای تعیین می‌شود. شواهد اعتبار مدل لایه‌ای هسته، از مشاهدات پذیرهای تجربی نظیر انرژی بستگی، اندازه، اسپین و چگالی ترازها نشأت می‌گیرد. مخصوصاً، ملاحظه می‌شود که انرژی بستگی هسته تابع همواری از تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها نبوده و نوسانات کوچکی دارد. انحراف انرژی‌های بستگی تجربی از مقادیر مدل قطره مایع^{۲۶} دیده شده است. انرژی بستگی مدل قطره مایع، تابع همواری از تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها است.

وقتی که مقادیر انرژی بستگی مدل قطره مایع از مقادیر تجربی کم شوند، اختلاف‌ها قله‌هایی را در اعداد جادویی، $N_m = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$ نشان می‌دهند. قله‌ها نشان می‌دهند که هسته‌ها با این اعداد جادویی از سایر هسته‌ها مقیدترند. اعداد جادویی در هسته، نقشی مشابه خواص الکترون‌ها در پر شدن

^{۲۳} Haxel

^{۲۴} Jensen

^{۲۵} Suess

^{۲۶} Liquid-drop model

ترازهای اتمی دارند. به هر حال برای الکترون‌ها، مقادیر ۲ و ۱۵ و ۱۸ و ۵۴ و ۸۶ به عنوان عدد جادویی شناخته می‌شوند. مطابق اصل طرد پائولی، اگر نوترونی به یک هسته اضافه شود، به تراز اشغال نشده با کمترین انرژی می‌رود. اگر یک نوترون به هسته اضافه شود، در حالی که تعداد نوترون‌های موجود با یکی از اعداد اشغال جمعی برابر باشد، در آن صورت نوترون بایستی به حالتی با انرژی بیشتر برود. یک عدد جادویی هنگامی به وجود می‌آید که شکافی نسبتاً بزرگ، بالای هر کدام از اعداد اشغال جمعی وجود داشته باشد. پتانسیل وود-ساکسون^{۲۷} اعداد جادویی $N_m = 2, 8, 20$ را به درستی نتیجه می‌دهد ولی برای سایر اعداد جادویی نادرست است.

در سال ۱۹۴۹ مایر و دیگران برای مشاهده اعداد جادویی وجود یک پتانسیل اضافی قوی اسپین-مدار^{۲۸} را فرض کردند. پتانسیل اسپین-مدار به صورت $V_{so}(r)\vec{L}\vec{S}$ فرض شد که $\vec{L}$ اندازه حرکت زاویه‌ای مداری نوکلئون و $\vec{S}$ اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی نوکلئون است. اندازه حرکت‌های زاویه‌ای مداری و ذاتی بایستی جفت شده و اندازه حرکت زاویه‌ای کل $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ را بسازند. قدرت پتانسیل اسپین-مدار برای نوکلئون‌ها خیلی بزرگتر و از نظر علامت مخالف، پتانسیل اسپین-مدار الکترون‌های اتمی است. مهم‌ترین ایده فیزیکی نهفته در مدل لایه‌ای این است که برخوردهای چند نوکلئونی داخل هسته، عموماً در سطح انرژی پایه و چند تراز پایین روی می‌دهند زیرا نوکلئون‌ها پس از برخورد به حالت‌هایی پراکنده می‌شوند که عموماً از نظر اصل طرد پائولی ممنوع است. در انرژی‌های برانگیختگی بزرگتر، تعداد حالت‌های مجاز در دسترس نوکلئون، افزایش یافته و خواص هسته‌ها پیچیده می‌شود. مدل لایه‌ای در ساده‌ترین شکل، به خوبی قادر به پیشگویی خواص هسته‌هایی با یک نوکلئون بیشتر یا یک نوکلئون کمتر از اعداد جادویی است. مدل لایه‌ای همچنین می‌تواند به پیکر بندی‌های پیچیده مربوط به هسته‌هایی که تعداد نوکلئون‌های آن حد واسط اعداد جادویی است، نیز توسعه یابد. در سایر موارد، از روش‌های تقریبی استفاده می‌شود که شامل به‌کار

^{۲۷} Woods-Saxon potential

^{۲۸} Spin-orbit

بردن پتانسیل تک ذره‌ای تغییر شکل یافته و استفاده از نظریه گروه برای تجزیه و تحلیل پیکربندی است. مدل پوسته‌ای برای تعیین خواص اسپین-پاریته، گشتاور دوقطبی مغناطیسی، گشتاور چارقطبی الکتریکی و حالت برانگیخته هسته‌ها، بلکه برای محاسبه احتمال گذار هسته‌ای از یک حالت به یک حالت دیگر در اثر واپاشی رادیواکتیو یا واکنش هسته‌ای نیز به کار برده می‌شود.

۱-۵-۲ مدل قطره مایع

در سال ۱۹۳۹ این مدل توسط نیلز بور^{۲۹} و جان ویلر^{۳۰} مطرح شد. در این مدل، هسته را مشابه یک قطره کره‌ای شکل فرض می‌کنند. می‌دانیم که آن چه سبب کروی ماندن قطره می‌شود، نیروهای کشش سطحی قطره هستند، بنابراین سطح کره با حجم متناسب خواهد بود. با چنین استدلالی می‌توان گفت که بین نیروهای نگهدارنده نوکلئون‌های هسته و نیروهای کشش سطحی که مایع را کروی نگه می‌دارند شباهت وجود دارد؛ نیروهای نگه دارنده هسته دارای خصوصیات زیر هستند:

- دارای برد کوتاه هستند.
- نیروی درون هسته بسیار قوی تر از نیروی الکترواستاتیک بین نوکلئون‌ها است.
- این نیروها مستقل از جفت شدگی سایر نوکلئون‌ها هستند.
- این نیروها محدود هستند و هر نوکلئون فقط می‌تواند نزدیک‌ترین نوکلئون‌های خود را جذب کند.

وقتی یک نوکلئون وارد یک هسته می‌شود ویژگی‌های حرکت انفرادی خود را به خاطر برهم کنش بسیار قوی نوکلئون - نوکلئون داخل هسته از دست می‌دهد مدل قطره مایع توسط وایزاکر^{۳۱} برای یافتن جرم‌های هسته‌ای و انرژی‌های بستگی برحسب پارامترهای ماکروسکوپی نظیر انرژی

^{۲۹} N.Bohr

^{۳۰} Wheeler

^{۳۱} Weisazaacker

حجمی، انرژی سطحی، انرژی کولنی، انرژی تزویج و هسته با در نظر گرفتن هسته به صورت یک قطره مایع توسعه یافت که انرژی بستگی آن با رابطه زیر داده می‌شود:

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{\frac{2}{3}} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{\frac{1}{3}}} - a_a \frac{(N-Z)^2}{A} \pm \delta \quad (۲۳-۱)$$

جملات بالا از سمت راست، به ترتیب جمله انرژی حجمی، جمله انرژی سطحی، جمله انرژی کولنی و جمله انرژی تقارنی و جمله تصحیح انرژی زوجیت می‌باشند. اولین جمله بیانگر برهم کنش نوکلئون با نزدیکترین همسایه‌ها است. این بدان معناست که هر نوکلئون در هسته فقط نزدیکترین نوکلئون‌های اطرافش را جذب می‌کند و همه نوکلئون‌ها یکدیگر را جذب نمی‌کند. از آزمایش‌های پراکندگی الکترون معلوم شده است که چگالی هسته تقریباً ثابت است، یعنی تعداد نوکلئون‌های موجود در اطراف هر نوکلئون تقریباً ثابت می‌ماند. بدین ترتیب نتیجه می‌گیریم که سهم هر نوکلئون در انرژی بستگی هسته تقریباً مقداری ثابت است. دومین جمله تصحیحی است بر جمله اول مبنی بر این مضمون که نوکلئون‌های سطحی، همسایه کمتری دارد. به همین دلیل بستگی آن به هسته از نوکلئون‌های مرکزی کمتر است. سومین جمله ناشی از وجود دافعه کولنی بین پروتون‌ها است که این مولفه در جهت تضعیف انرژی بستگی هسته عمل می‌کند. چهارمین جمله که جمله انرژی تقارنی نامیده می‌شود، به این دلیل کم شده است که اول: برهم کنش قوی نوترون-پروتون به طور متوسط جاذب تر از برهم کنش‌های قوی پروتون - پروتون و نوترون - نوترون است و دوم: انرژی جنبشی کل هسته هنگامی که تعداد پروتون‌هایش با تعداد نوترون‌هایش برابر است، کمینه می‌باشد. جمله تزویج تمایل نوکلئون‌های مشابه را به تشکیل زوج و تحکیم پیکربندی پایدار هسته‌ای نشان می‌دهد. ثابت $a_c = 0.697 \text{ MeV}$ توسط برهم کنش کولنی و اندازه هسته، بهینه شده است. مقادیر نوعی ثابت‌های مدل قطره مایع که منحنی بهینه به داده‌های تجربی برازش می‌دهد به صورت $a_a = 23.285 \text{ MeV}$ و $a_s = 17.23 \text{ MeV}$ و $a_v = 15.56 \text{ MeV}$ به دست آمده‌اند [۵].

۱-۵-۳ مدل اپتیکی

این مدل در سالهای ۱۹۴۰ پیشنهاد گردید. هسته در این مدل به عنوان یک توپ کریستال مات دیده می شود که می تواند ذرات ورودی را منعکس، منحرف، جذب، یا عبور دهد. روش های ریاضی متداول در اپتیک برای توضیح این پدیده ها که ممکن است در واکنش های هسته ای رخ دهند، به کار می روند. مدل اپتیکی از نظر توضیح نتایج پراکندگی ذرات ورودی بوسیله یک هسته بهترین مدل است. این مدل نمی تواند بطور دقیق نتایج را برای پراکندگی غیرالاستیک یا برای واکنش هایی که در آنها یک ذره به وسیله یک هسته جذب می گردد، پیش بینی نماید. علت این نامگذاری آن است که این محاسبه شباهت زیادی به محاسبه مربوط به نور تابیده شده بر کره شیشه ای تا حدی کدر دارد. این مدل به نام مدل گوی بلوری کدر نیز معروف است.

۱-۵-۴ مدل جمعی

آگه بور^{۳۲} و موتلسون^{۳۳} با ترکیب برخی از قسمت های مدل لایه ای و مدل قطره مایع این مدل را پیشنهاد کردند. که تفسیر بسیاری از نتایج تجربی را ممکن ساخت. وقتی هسته های زوج - زوج را مورد بررسی قرار می دهیم به این واقعیت در خور توجه می رسیم. از کاربرد مدل پوسته ای در صدها مورد هسته ای زوج -زوج شناخته شده معلوم می شود که همگی آنها دارای یک حالت بی هنجار 2^+ هستند که انرژی آن معادل یا کوچکتر از نصف انرژی لازم برای شکستن یک زوج نوکلئونی است این حالت 2^+ جز در چند مورد استثنایی، در همه موارد پایین ترین حالت برانگیخته است. از این رو، ظهور این حالت یک امر تصادفی نیست بلکه از یک خاصیت کلی هسته های زوج - زوج ناشی می شود که صرف نظر از اشغال حالت های خاص مدل پوسته ای، در سراسر گستره جرم معتبر است. خواص کلی دیگری نیز وجود دارند که در همه هسته ها مشترک اند، پس بهتر است این خواص را نه با حرکت چند

^{۳۲} A.Bohr

^{۳۳} Mottelson

نوکلئون ظرفیت بلکه با تمام هسته مرتبط بدانیم. اینگونه خواص را که منشا آنها در حرکت دسته جمعی اجزای هسته است و بسیاری از نوکلئون‌های هسته در ایجادشان شرکت دارند، خواص جمعی گویند. این مدل در توضیح و تفسیر ترازها انرژی مشاهده شده در مورد هسته‌های دور از اعداد جادویی موفق بوده است. این مدل می‌تواند گشتاورهای مغناطیسی، گشتاورهای چهار قطبی، و گذارهای ایزومری مشاهده شده برای هسته‌های دور از اعداد جادویی را نیز توضیح دهد [۱].

۱-۶ ویژگی‌های عمومی هسته

هسته حالت مقید سیستم شامل نوکلئون‌ها را می‌گویند همانگونه که اتم حالت مقید سیستم شامل نوکلئون‌ها و الکترون‌ها می‌باشد. واحدهایی که در فیزیک اتمی و فیزیک هسته‌ای به کار برده می‌شود باهم متفاوت می‌باشند [۳]. اندازه هسته‌ای 10^{-5} مرتبه کوچکتر از اندازه اتمی می‌باشد و اندازه انرژی بستگی هسته‌ای 10^6 مرتبه بزرگتر از انرژی‌های اتمی می‌باشد و همین اختلافات منشأ قدرت نسبی نیروهایی است که باعث انسجام اتم‌ها و هسته‌ها می‌باشد. قابل ذکر است که انرژی‌های بستگی هسته‌ای هنوز هم کوچک است. از آنجایی که انرژی بستگی نوکلئون از مرتبه انرژی جنبشی آن $\frac{1}{2}mv^2$ می‌باشد پس با اطمینان می‌توان گفت نوکلئون‌ها با سرعت غیر نسبیتی در درون هسته حرکت می‌کنند $\frac{v^2}{c^2} \cong 10^{-2}$ هر هسته با عدد اتمی Z که تعداد پروتون‌های هسته و N تعداد نوترون‌ها می‌باشد مشخص می‌شود. هزاران ترکیب متفاوت از Z و N وجود دارد ولی تعداد محدودی از آنها از لحاظ پایداری و ناپایداری برای محققین حائز اهمیت می‌باشد.

۱-۷ ویژگی‌های استاتیکی پروتون و نوترون

همه هسته ها از دو نوع ذره پروتون و نوترون موسوم به نوکلئون تشکیل شده‌اند. برخی از خواص استاتیکی نوکلئون ها در جدول (۴-۱) آورده شده است. با توجه به جدول زیر نوترون بدون بار است اما دارای گشتاور مغناطیسی است و این اولین دلیلی است که نشان می‌دهد نوکلئون‌ها ذرات بنیادی نقطه‌ای شکلی مانند الکترون نیستند، بلکه ساختاری داخلی دارند.

جدول (۴-۱): ویژگی‌های استاتیکی پروتون و نوترون [۴]

مولفه سوم ایزواسپین	اسپین	جرم سکون	بار	ذره
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	938.256Mev	$1.6 \times 10^{-19}C$	پروتون
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	939.550Mev	$0C$	نوترون

در فصل دوم به روش‌های حل معادله شرودینگر، در فصل سوم به معرفی عنصر برلیوم و در فصل چهارم ابتدا به حل معادله شرودینگر با روش NU می‌پردازیم و سپس انرژی حالت پایه، گشتاور دوقطبی مغناطیسی و گشتاور چارقطبی الکتریکی برای برلیوم به دست می‌آوریم.

فصل دوم

روش های حل معادله شرودینگر

۲-۱ روش ابر تقارن^{۳۴}

ابر تقارن SUSY در واقع بیانگر ارتباط تنگاتنگ بین ذرات حامل نیرو (بوزون ها) و ذرات تاثیر پذیر در مقابل نیروها (فرمیون ها) می باشد. ابرتقارن در ساده ترین حالتش، یعنی به صورت مکانیک کوانتومی ابرتقارنی، اولین بار توسط کوپر^{۳۵}، فریدمن^{۳۶} و ویتن^{۳۷} مورد بررسی قرار گرفت. این افراد نشان دادند زمانی که از مفهوم ابرتقارن در مکانیک کوانتومی استفاده شود منجر به یک روش جدید برای ایجاد هامیلتونین هایی با طیف مشابه می شود. در اینجا لازم به ذکر است که تاکنون هیچ شواهدی تجربی از ابرتقارن بودن در طبیعت مشاهده نشده است. ابرتقارن به عنوان پاسخی به تلاش فیزیکدانان برای به دست آوردن توضیحاتی برای وحدت تمام فعل و انفعالات اساسی طبیعت به وجود آمد با درجه های آزادی بوزونی و فرمیونی و ترکیب آنها که ظرافت بیشتری را از طبیعت فراهم می کند به صورت ابرمیدان مرتبط است. به طور ساده، SUSY شکسته نشده منجر به تبهگنی بین طیف بوزون ها و فرمیون ها در یک نظریه واحد می شود. از آنجایی که این پدیده در طبیعت مشاهده نشده است ما نیازمند یک ابرتقارن هستیم که به خودی خود شکسته شود. تنها در این صورت است که این مساله می تواند توجیه شود. در واقع دانشمندان معتقدند که در جایی ابر تقارن جهان شکسته است در نتیجه جرم ابر ذرات (زوج ذره ها) بسیار بیشتر شده و فراتر از محدوده ی شتاب دهنده های کنونی ما رسیده اند. هنگامی که دانشمندان شروع به مطالعه جنبه های مختلف مکانیک کوانتومی ابرتقارن (SUSYQM) کردند، به زودی روشن شد که در این زمینه نه فقط به خودی خود بلکه به عنوان یک مدل برای تست روش های نظریه میدان جالب است. با استفاده از مکانیک کوانتومی ابرتقارنی، بسیاری از مسائل و پتانسیل هایی که به طور تحلیلی قابل حل نیستند و یا تحت شرایط خاصی قابل حل

^{۳۴} Super symmetry

^{۳۵} Cooper

^{۳۶} Friedman

^{۳۷} Witten

می باشند، به آسانی حل می شوند. همچنین می توان اختلاف انرژی ترازهای مختلف را با استفاده از ابرتقارن در روش هایی تقریبی مانند روش وردشی به دست آورد. علاوه بر این می توان معادلات پائولی و دیراک را با استفاده از آن حل کرد [۵].

در سال ۱۹۸۱ ویتن برای آنکه یک مدل ساده غیر نسبیتی برای سازوکار شکست خود به خودی ابرتقارن فراهم کند مکانیک کوانتومی ابرتقارن را بر پایه ساده ترین شکل ممکن جبری معرفی کرد. فرمول بندی ویتن از مکانیک کوانتومی ابرتقارنی توجه زیادی را در دو دهه گذشته به خود جلب کرده است. با ابرتقارن می توان معادله شرودینگر در حضور پتانسیل های مختلف حل کرد. به این ترتیب که می توان با استفاده از پتانسیل های ساده، پتانسیل های مشکل را ساخت و ویژه توابع و ویژه مقادیر مربوط به پتانسیل های حل شده را با روش عملگری به ویژه توابع و ویژه مقادیر پتانسیل های حل نشده تبدیل کرد. این روش کم و بیش شبیه به حل نوسانگر هارمونیک یک بعدی است. در نوسانگر هارمونیک یک بعدی با استفاده از عملگرهای نردبانی A, A^+ و با داشتن یک تابع موج می توان توابع موج مراتب بالاتر را به دست آورد. در این قسمت هامیلتونین های ابرتقارنی و چگونگی کاربرد آنها را ذکر می کنیم. هامیلتونی زیر را در نظر می گیریم:

$$H(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \quad (1-2)$$

که ویژه توابع را با $\psi_n^1(x)$ و ویژه مقادیر آن را با E_n نمایش می دهیم. برای حالت پایه داریم:

$$H\psi_0(x) = E\psi_0(x) \quad (2-2)$$

که در آن E_0 انرژی حالت پایه است. حال $V_1(x)$ به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$V_1(x) = V(x) - E_0 \quad (3-2)$$

در این صورت هامیلتونی متناظر با پتانسیل $V_1(x)$ عبارتست از:

$$H_1(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V_1(x) \quad (4-2)$$

واضح است که مقدار انرژی حالت پایه این هامیلتونی صفر است و انرژی ترازهای دیگر نسبت به انرژی H به اندازه E_0 کاهش یافته است و چون $V(x)$ و $V_1(x)$ به جز در یک مقدار ثابت با یکدیگر یکسانند، بنابراین دارای ویژه توابع یکسانی هستند. اگر ویژه مقدار انرژی متناظر با پتانسیل $V_1(x)$ و $E_n^{(1)}$ ویژه توابع آن $\psi_n^1(x)$ باشند داریم:

$$E_n^{(1)} = E_n - E_0 \quad \text{و} \quad \psi_n^1 = \psi_n \quad (5-2)$$

هامیلتونی H را به صورت حاصلضرب دو عملگر می‌نویسیم:

$$H_1(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V_1(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(-\frac{d}{dx} + W(x) \right) \left(\frac{d}{dx} + W(x) \right) \quad (6-2)$$

که در آن $W(x)$ ابر پتانسیل است. اگر دو عملگر A, A^+ را به صورت زیر تعریف کنیم:

$$A = \frac{\hbar}{\sqrt{2m}} \frac{d}{dx} + W(x) \quad \text{و} \quad A^+ = -\frac{\hbar}{\sqrt{2m}} \frac{d}{dx} + W(x) \quad (7-2)$$

هامیلتونی H_1 به صورت زیر به دست می‌آید:

$$H_1(x) = AA^+ = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V_1(x) \quad (8-2)$$

با جایگذاری معادلات (7-2) در (8-2) پتانسیل $V_1(x)$ بر حسب ابرپتانسیل $W(x)$ به صورت زیر به دست می‌آید:

(۹-۲)

$$H(x) = \left(-\frac{\hbar}{2m} \frac{d}{dx} + W(x) \right) \left(\frac{\hbar}{2m} \frac{d}{dx} + W(x) \right) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + W^2(x) - \frac{\hbar}{\sqrt{2m}} W'(x)$$

$$V_1(x) = W^2(x) - \frac{\hbar}{\sqrt{2m}} + W'(x) \quad (۱۰-۲)$$

چون انرژی حالت پایه صفر است داریم:

$$A\psi_0^1(x) = \left(\frac{\hbar}{\sqrt{2m}} \frac{d}{dx} + W(x) \right) \psi_0^1(x) = 0 \quad (۱۱-۲)$$

از رابطه اخیر می توان به دست آورد:

$$W(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{d}{dx} \ln \psi_0^1(x) \right) \quad (۱۲-۲)$$

$$\psi_0^1(x) = N_0 \exp \left(-\int^x W'(x') dx' \right) \quad (۱۳-۲)$$

در این معادلات N_0 ضریب بهنجارش می باشد. هامیلتونی دیگری را به صورت زیر می سازیم:

$$H_2(x) = AA^+ = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V_2(x) \quad (۱۴-۲)$$

در نهایت داریم:

$$V_2(x) = W^2(x) - \frac{\hbar}{\sqrt{2m}} + W'(x) \quad (۱۵-۲)$$

پتانسیل های $V_1(x)$ و $V_2(x)$ را پتانسیل های همتا و H_1 و H_2 را هامیلتونی همتا می گویند.

۲-۲ کلیات روش ^{38}NU

این روش براساس تقلیل یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم است، که معادله شرودینگر، به یک معادله از نوع فوق هندسی پایه ریزی شده است [۱۱، ۱۲]. با انتخاب تغییر متغیر مناسب $z = z(r)$ معادله تبدیل یافته به صورت زیر است:

$$\Psi_n''(z) + \frac{\tilde{\tau}(z)}{\sigma(z)} \Psi_n'(z) + \frac{\tilde{\sigma}(z)}{\sigma^2(z)} \Psi_n(z) = 0 \quad (۱۶-۲)$$

که $\sigma(z)$ و $\tilde{\sigma}(z)$ چند جمله‌ای‌هایی حداکثر از درجه دوم و $\tilde{\tau}(z)$ یک چندجمله‌ای حداکثر از درجه اول است. با در نظر گرفتن تابع موج $\Psi(z)$ به صورت زیر داریم:

$$\Psi_n(z) = y_n(z) \phi_n(z) \quad (۱۷-۲)$$

معادله (۱۶-۲) به صورت یک معادله از نوع فوق هندسی تقلیل داده می شود [۱۳].

$$\sigma(z) + y''(z) + \tau(z)y'(z) + \lambda(z) = 0 \quad (۱۸-۲)$$

که در آن:

$$\sigma(z) = \pi(z) \frac{\phi(z)}{\phi'(z)} \quad (۱۹-۲)$$

$$\tau(z) = \tilde{\tau}(z) + 2\pi(z) \quad \text{و} \quad \tau' < 0 \quad (۲۰-۲)$$

^{۳۸}Nikiforov-Uvarov

λ پارامتری است که به صورت زیر تعریف می شود [۱۴]:

$$\lambda = \lambda_n = -n\tau'(z) - \frac{n(n-1)}{2}\sigma''(z) \quad \text{و} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (21-2)$$

که باید مشتق مرتبه اول $\tau'(z)$ منفی باشد. باید به این نکته توجه کرد که λ و λ_n از یک جواب خاص شکل $y(z) = y_n(z)$ که چند جمله ای درجه n است به دست می آیند، به علاوه اینکه جمله $y_n(z)$ تابع موج معادله (۱۷-۲) یک تابع از نوع فوق هندسی که از رابطه ردیگز^{۳۹} زیر به دست می آید:

$$y_n(z) = \frac{B_n}{\rho_n} \frac{d^n}{dz^n} (\sigma^n(z) \rho(z)) \quad (22-2)$$

که در آن B_n ثابت نرمالیزاسیون است و ρ_n تابع وزنی است که باید شرط زیر را برآورده کند:

$$\frac{d}{dz} \omega(z) = \frac{\tau(z)}{\sigma(z)} \omega(z) \quad \text{و} \quad \omega(z) = \sigma(z) \rho(z) \quad (23-2)$$

λ و تابع $\pi(z)$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\pi(z) = \left(\frac{\sigma'(z) - \tilde{\tau}(z)}{2} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma'(z) - \tilde{\tau}(z)}{2} \right)^2 + \sigma'(z) + \kappa \sigma(z)} \quad (24-2)$$

$$\lambda = \kappa + \pi'(z) \quad (25-2)$$

از آن جایی که باید $\pi(z)$ حداکثر یک چندجمله ای درجه یک باشد، جملات زیر رادیکال در معادله (۲۴-۲) باید به صورت یک چند جمله ای درجه اول مرتب شوند این در صورتی ممکن است که مشخص کننده آن $\Delta = b^2 - 4ac$ باید صفر باشد. در این حالت یک معادله برای κ به دست

^{۳۹} Ridregzer

می آید که پس از حل معادله مقادیر به دست آمده برای κ را در معادله (۲-۲۴) جایگذاری می‌کنیم و با مقایسه با (۲-۲۱) و (۲-۲۵) ویژه مقادیر انرژی را به دست می‌آوریم.

قابل ذکر است که ویژه مقادیر انرژی و ویژه توابع وابسته آنها را برای سیستمی تحت یک پتانسیل غیر مرکزی معین به آسانی میتوان با بکار بستن روش NU به دست آورد البته باید توجه داشت همانطور که قبلا هم اشاره شد، این نتیجه مطلوب رسید.

۲-۳ روش‌های عددی و رایانه‌ای

برای بررسی ساختار و رفتار مواد از روش‌های رایانه‌ای و عددی نیز استفاده می‌کنند و برتری این روش بر روش آزمایشگاهی، کم هزینه بودن، کنترل پذیر بودن و برخی مزایای دیگر می‌باشد. با پیشرفت فناوری رایانه‌ها روش‌های رایانه‌ای نقش به سزایی در پیشبرد و اثبات نظریه و فرضیه‌های علمی دارد. حتی جهت بررسی و تحلیل سیستم‌های چند ذره‌ای نیز می‌توان از روش‌های رایانه‌ای و عددی بهره جست. به این منظور در ابتدای امر باید پتانسیلی میان ذرات در نظر بگیریم. این کار یعنی انتخاب پتانسیل بین ذرات که اصول و قواعد خاص خود را می‌طلبد.

۲-۳-۱ پتانسیل‌های بین ذره‌ای و روش‌های رایانه‌ای

معمولا به دلیل وجود تعداد زیاد ذره‌ها در یک دستگاه تعیین شکل دقیق پتانسیل واقعی میسر نیست. در عمل پتانسیل با تقریب و بر اساس ملاحظات پدیده شناختی انتخاب می‌شود. شناخت پتانسیل بین ذرات یکی از پایه‌های اصلی برای شناخت و توصیف و پیش بینی رفتار ذرات می‌باشد. برای مدل سازی فیزیکی اقسام مختلف مواد مثل فلزها، نیمرساناها و غیره پتانسیل‌های بس ذره‌ای مختلفی توسعه داده شده اند. پتانسیل‌های مورد استفاده در شبیه سازی‌ها اغلب مرکزی‌اند. یعنی فقط به فاصله ذرات وابسته‌اند. یک پتانسیل بس ذره‌ای را می‌توان به صورت زیر بسط داد:

$$U_{pot} = \sum_i u_1(\vec{r}_i) + \sum_i \sum_{j>i} u_2(\vec{r}_i, \vec{r}_j) + \sum_i \sum_{j>i} \sum_{k>j>i} u_3(\vec{r}_i, \vec{r}_j, \vec{r}_k) \quad (۲۶-۲)$$

شاخص های i, j مشخص کننده ذره‌ها هستند. جمله اول سمت راست نشان دهنده وجود پتانسیل خارجی اعمال شده بر ذره‌های دستگاه است. معمولاً در نظر گرفته نمی‌شود. جمله دوم عبارت است از برهمکنش‌های دو ذره‌ای بین ذره‌ها که معمولاً مقدار آن فقط به فاصله نسبی دو ذره از یکدیگر یعنی $r_{i,j} = |\vec{r}_i, \vec{r}_j|$ بستگی دارد. جمله‌های بالاتر برهمکنش‌های سه ذره‌ای و چهار ذره‌ای را نشان می‌دهند. در اکثر شبیه سازی‌ها از برهمکنش های مراتب بالاتر صرف نظر می‌شود و در عوض از یک پتانسیل دو ذره‌ای موثر که می‌تواند به دما و چگالی وابسته باشد برای به حساب آوردن اثر متوسط جمله‌های صرف نظر شده استفاده می‌شود: $u(\vec{r}) = \sum_i \sum_{j>i} u(\vec{r}_{ij})$ که در آن $u(\vec{r})$ انرژی پتانسیل برای جفت ذره های i, j با جدایی $\vec{r}_{ij}$ است. استفاده از این تقریب بیشتر برای دستگاه‌های رقیق مناسب است. در فاز های متراکم مانند مایعات و جامدات برهمکنش‌های چند ذره‌ای بالاتری رخ می‌دهند که باید در انرژی پتانسیل کل آنها را لحاظ کرد. تعیین پتانسیل به صورت پدیده شناختی در عمل دارای دو مرحله می باشد. در مرحله اول با توجه به نوع ذره‌های دستگاه و برهمکنش‌های بین آنها شکلی برای پتانسیل بین ذره‌ای دستگاه حدس زده می‌شود که با آن برخی شبیه سازی‌های اولیه انجام می‌شود. در مرحله بعد با مقایسه نتایج حاصل از شبیه سازی اولیه و نتایج تجربی شکل پتانسیل بهسازی می‌شود. این فرایند چندین بار تکرار می‌شود تا نتایج حاصل از شبیه سازی و تجربه یکسان شوند. در برخی شبیه سازی علاوه بر محاسبه پتانسیل بین ذره ای برای تعیین مسیر ذرات دستگاه نیاز به محاسبه نیروهای بین ذره ای هم داریم. برای محاسبه نیروی بین ذره ای باید از پتانسیل بین ذره‌ای نسبت به مکان ذرات دستگاه مشتق بگیریم. اگر شکل پتانسیل بین ذره‌ای پیچیده باشد و تعداد ذره‌های دستگاه نیز خیلی زیاد باشد محاسبه صریح مقدار پتانسیل و مشتق‌های آن در برنامه شبیه سازی بسیار زمان بر می‌شود. در چنین مواردی بهتر است به جای محاسبه صریح پتانسیل و مشتق‌های آن در برنامه اصلی از جدول جستجو استفاده کنیم. روش کار به این صورت است که قبل

از اجرای برنامه اصلی شبیه سازی برنامه دیگری را اجرا می کنیم که فقط مقدار عددی پتانسیل و مشتق های مورد نیاز آن را از برنامه اصلی بر حسب r_{ij}^2 محاسبه و در جدولی ذخیره می کند. در هنگام اجرای برنامه اصلی با استفاده از الگوریتم های درونیابی از داده های عددی جدول ایجاد شده برای یافتن مقدار عددی پتانسیل و مشتق هایش در هر مکان استفاده می کنیم. ولی بیشتر برهمکنش های بنیادی در فیزیک معمولاً به صورت مرکزی و دو ذره ای می باشد.

۴-۲ حل معادلات دیفرانسیل به روش Runge-Kutta

در بسیاری از مسائل علوم و مهندسی وقتی به صورت ریاضی مدل سازی می شوند، به سادگی در قالب قالب یک معادله دیفرانسیل معمولی با مقدار اولیه یا شرایط مرزی بیان می گردند. شاید نتوان فرم کلی جواب ها را برای هر مسئله مدل سازی شده به دست آورد ولی با استفاده از کامپیوتر و روش هایی عددی می توان آنها را حل کرد. از نظر محاسباتی، اغلب روش های کارآمد از نظر دقت، توسط دو ریاضیدان مشهور رونگ و کوتا^{۴۰} توسعه یافته اند. این روش ها به رونگ کوتا R-K مشهورند. این روش ها با توجه به مرتبه شان تمیز داده می شوند، یعنی مطابقت آنها با جواب های سری تیلور تا جمله h^r که r مرتبه روش است. روش R-K4 برای حل عددی معادلات خطی و غیر خطی به طور گسترده استفاده می شود که بسط آن از نظر جبری پیچیده است. ایده اصلی این روش ها را با روش R-K2 بررسی می کنیم [۱۵]. ایده اصلی این روش میانگین شیب ها است. یعنی:

$$y_{n+1} = y_n + hx \quad (27-2)$$

مسئله مقدار اولیه را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \quad \text{و} \quad y(t_n) = y_n \quad (28-2)$$

$$k_2 = hf(t_n + \alpha h, y_n + \beta k_1) \quad \text{و} \quad k_1 = hf(t_n, y_n) \quad (29-2)$$

^{۴۰} Runge-Kutta

میانگین وزنی k_1 و k_2 را انتخاب و برای تعیین y_{n+1} به y_n اضافه می‌کنیم.

$$y_{n+1} = y_n + w_1 k_1 + w_2 k_2 \quad (30-2)$$

w_1 ، w_2 ، α و β مقادیر ثابتی هستند که باید تعیین شوند.

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + hy'(t_n) + \frac{h^2}{2}(f_t + ff_y) + \frac{h^3}{6} \times [f_{tt} + 2ff_{ty} + f^2 f_{yy} + f_y(f_t + ff_y)] + o(h^4) \quad (31-2)$$

رابطه (31-2) با استفاده از روابط (29-2) و (27-2) به صورت زیر در می‌آید.

در اینجا همه مشتقات در نقطه (t_n, y_n) محاسبه شده‌اند [15].

با قرار دادن معادلات (29-2) معادله (31-2) به صورت زیر در می‌آید:

$$y_{n+1} = y_n + w_1 hf(t_n, y_n) + w_2 hf(t_n + \alpha h, y_n + \beta k_1) \quad (32-2)$$

حال با استفاده از بسط سری تیلور دو متغیره، داریم:

$$y_{n+1} = y_n + w_1 hf(t_n, y_n) + w_2 h \times \left[f(t_n, y_n) + (\alpha hf_t + \beta k_1 f_y) + \left(\frac{\alpha^2 h^2}{2} f_{tt} + \alpha h \beta k_1 f_{ty} + \frac{\beta^2 k_1^2}{2} f_{yy} \right) \right] + o(h^3) \quad (33-2)$$

از قرار دادن عبارت k_1 در معادله بالا و سپس مرتب کردن بر حسب توان‌های صعودی h داریم:

$$y_{n+1} = y_n + (w_1 + w_2) hf + w_2 h^2 (\alpha f_t + \beta ff_y) + w_2 h^3 \times \left(\frac{\alpha^2}{2} f_{tt} + \alpha \beta ff_{ty} + \frac{\beta^2 f^2}{2} f_{yy} \right) + o(h^4) \quad (34-2)$$

با مساوی قرار دادن ضرایب در معادلات (34-2) و (31-2) به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$w_1 + w_2 = 1 \quad w_2 (\alpha f_t + \beta ff_y) = \frac{f_t ff_y}{2} \quad (35-2)$$

که نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned}
 w_1 &= 1 - w_2 \\
 \alpha &= \frac{1}{2w_2} \\
 \beta &= \frac{1}{2w_2}
 \end{aligned}
 \quad (36-2)$$

$$k_2 = hf \left(t + \frac{3}{2}h, y + \frac{3}{2}k_1 \right)$$

w_2 دلخواه است و مقادیر گوناگونی را می‌توان به آن اختصاص داد [۱۵].

حالت اول:

$$w_1 = w_2 = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = \beta = 1 \quad (37-2)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{k_1 + k_2}{2} \quad (38-2)$$

$$k_1 = hf(t, y) \quad (39-2)$$

$$k_2 = hf \left(t + \frac{3}{2}h, y + \frac{3}{2}k_1 \right) \quad (40-2)$$

حالت دوم:

$$w_1 = w_2 = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = \beta = 1 \quad (41-2)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{k_1 + k_2}{2} \quad (42-2)$$

$$k_1 = hf(t, y) \quad (43-2)$$

$$k_2 = hf(t + h, y + k_1) \quad (44-2)$$

به روشی مشابه، فرمول R-K از هر مرتبه را می توان به دست آورد. هرچند که مشتقات آنها بسیار طولانی و پیچیده می شود. از بین آنها R-K4 متداول تر و مرسوم تر است [۱۳].

۲-۴-۱ مراحل روش R-K4

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (۴۵-۲)$$

$$k_1 = hf(t, y) \quad (۴۶-۲)$$

$$k_2 = hf\left(t_n + \frac{h}{2}, y + \frac{k_1}{2}\right) \quad (۴۷-۲)$$

$$k_3 = hf\left(t_n + \frac{h}{2}, y + \frac{k_2}{2}\right) \quad (۴۸-۲)$$

$$k_4 = hf(t_n + h, y_n + k_3) \quad (۴۹-۲)$$

۲-۵ دستگاه مختصات ژاکوبی^{۴۱}

در یک سیستم دو نوکلئونی کمیت‌هایی که نیرو به آنها وابسته است عبارتند از: r_{12} یعنی برداری که مکان ذره ۱ را به مکان ذره ۲ ارتباط می‌دهد، $P_{12} = P_2 - P_1$ یعنی تکانه نسبی آنها و S که اسپین کل است و تکانه زاویه‌ای مداری آنها یعنی: $L = r_{12} \times p_{12}$ حال اگر سیستم مورد مطالعه ما یک سیستم A ذره‌ای باشد در این صورت معادله شرودینگر مستقل از زمان آن به صورت

$$H\Psi = E\Psi$$

نوشته می‌شود که در آن هامیلتونی به صورت زیر معرفی می‌شود [۱۶، ۱۷].

$$H = \sum_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ i \neq j \\ i < j}}^N \left(\frac{p_i}{2m_i} + V(r_i) + V(r_i, r_j) \right) \quad (۵۰-۲)$$

^{۴۱} Jacoubi coordinate

$i \neq j$ به این معناست که هیچ ذره‌ای با خودش بر هم کنش ندارد.

و $i < j$ از نوشتن جملات تکراری صرفنظر می‌شود.

$V(r_i)$ پتانسیل محبوس کننده که اثرات محیطی را شامل می‌شود، مثلاً وقتی ذره‌ای تحت تأثیر میدان الکتریکی یا مغناطیسی باشد تأثیر این میدان‌های خارجی بر روی ذره را در $V(r_i)$ مشاهده می‌کنیم. $V(r_i, r_j)$ این جمله شامل بر هم کنش هر دو ذره با یکدیگر است.

برای حل معادلات نیاز به دستگاه مختصات مناسب برای آن مسأله داریم. A ذره‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد، مختصات ژاکوبی می‌باشد. برای یک سیستم A ذره‌ای می‌توان $N=A-1$ بردار ژاکوبی و در نتیجه $3N$ مختصه ژاکوبی تعریف کرد و در هر تعریف هر بردار ژاکوبی در واقع مرکز جرم یک زیر سیستم را به ذرات باقی مانده وصل می‌کند [۱۳].

وقتی ذرات مورد بررسی نوکلئون‌ها باشند می‌توان با چشم پوشی از اختلاف جرم بین پروتون و نوترون، ذرات سیستم را هم جرم در نظر گرفت. برای چنین سیستمی می‌توان N بردار ژاکوبی را به صورت زیر تعریف کرد.

$$\vec{\xi}_i = \sqrt{\frac{i}{i+1}} \left(\frac{1}{i} \sum_{j=1}^i \vec{r}_j - \vec{r}_{i+1} \right) \quad (51-2)$$

$\vec{\xi}_i$ بردار مکان هر نقطه نسبت به مرکز نقاط قبلی است. بردار مرکز جرم برای هر ذره A به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{R} = \frac{1}{A} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \dots + \vec{r}_A) = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A \vec{r}_i = \frac{1}{N+1} \sum_{i=1}^{N+1} \vec{r}_i \quad (52-2)$$

المان حجم در این مختصات به صورت زیر است:

$$\prod_{i=1}^N d\vec{r}_i = N^{\frac{3}{2}} dR \prod_{j=1}^{N-1} d\vec{\xi}_j = dx \quad (53-2)$$

اگر پتانسیل بین ذرات تنها وابسته به توان‌هایی از فاصله نسبی آنها باشند می‌توان آنها را بر حسب ابر شعاع نوشت. در این صورت به این پتانسیل‌ها، پتانسیل‌های فوق مرکزی می‌گویند.

فصل سوم

معرفی بریلیم

۱-۳ مقدمه

بریلیم یک فلز قلیایی خاکی سبک وزن، شکننده و به رنگ سفید - نقره‌ای می‌باشد. بریلیم، در جدول تناوبی با نشان Be نشان داده شده و دارای عدد اتمی ۴ است. این عنصر، فلز قلیایی خاکی است که عمدتاً به‌عنوان عامل استحکام در آلیاژها به‌کار می‌رود.

۲-۳ تاریخچه

این عنصر در سال ۱۷۹۷ توسط دانشمند فرانسوی، لوئیس وکلین (۱۸۲۹ - ۱۷۶۳)، به صورت اکسید بریلیم کشف شد، اگر چه تا سال ۱۸۲۸ به صورت خالص جداسازی نشد تا اینکه فردریش ولر^{۴۳} و بوسی^{۴۴} در این سال هر کدام به‌طور جداگانه این فلز را از طریق واکنش پتاسیم بر روی کلرید بریلیم به بریلیم خالص دست یافتند.

۳-۳ پیدایش

بریلیم در ۳۰ کانی مختلف یافت می‌شود که مهمترین آنها، برتراندیت، زمرد، بریل زرد و فناکیت هستند. اشکال ارزشمند بریل، زمرد کبود و زمرد است. مهمترین منابع تجاری بریلیم و ترکیبات آن، بریل و برتراندیت^{۴۵} می‌باشد. اخیراً با روش کاهیدن فلورید بریلیم با فلز منیزیم تولید کلان این فلز انجام می‌شود. فلز بریلیم تا سال ۱۹۵۷ به‌آسانی به‌دست نمی‌آمد. بریلیم یکی از تنها دو فلز از مجموع شش فلز قلیایی خاکی می‌باشد که با آب سرد واکنش نداده و هیدروکسید به وجود نمی‌آورد.

^{۴۳} Friedrich Wöhler

^{۴۴} A. A. Bussy

^{۴۵} Bertrandite

۳-۴ خصوصیات قابل توجه

بریلیم، یکی از فلزات سبکی است که نقطه ذوب بسیار بالایی دارد. ضریب کشش این فلز سبک، بزرگتر از فولاد است. دارای خاصیت هدایت گرمایی خوب، غیر مغناطیسی و مقاوم در برابر اسید نیتریک غلیظ می‌باشد. نسبت به اشعه X بسیار نفوذ پذیر است و نوترون‌ها در اثر برخورد ذرات آلفا آزاد می‌شوند. در دمای اتاق در برابر اکسایش در هوا مقاومت می‌کند، اگر چه لایه نازکی از اکسید را به وجود می‌آورد که این لایه نازک به خاطر داشتن خاصیت خوردگی شیشه، وجود بریلیم را ثابت می‌کند.

۳-۵ طرز تهیه

بهترین روش برای تهیه بریلیم تجزیه الکتریکی مخلوط مذاب فلوراید بریلیم و باریم است. کانی آن را به اکسید یا هیدروکسید و سپس به کلرید یا فلورید تبدیل می‌کنند. هالیدهای آن را می‌توان:

- به کمک فلز منیزیم در کوره احیا کرد .
- به کمک الکترولیز احیا کرد.
- تقطیر مایع-مایع آن با یک عامل کیلیتی از ترکیبهای آلی فسفات دار.

۳-۶ کاربردها

- بریلیم در تولید بریلیم - مس بعنوان عامل آلیاژ ساز به کار می‌رود. این عنصر، قابلیت جذب حرارت زیادی دارد. آلیاژ بریلیم - مس به علت خصوصیات هدایت برقی و حرارتی، استقامت و سختی زیاد، غیرمغناطیسی بودن، مقاومت در برابر زنگ خوردگی و فرسایش، کاربردهای

زیادی دارد. از جمله این کاربردها تولید: الکترودهای جوش نقطه‌ای، فنر، ابزارهای فاقد جرقه و اتصالات برقی است.

- آلیاژ بریلیم - مس به جهت مقاومت چند جانبه، سبکی و خمش ناپذیری در حرارت‌های متغیر، در صنایع دفاعی و هوافضا مثل سازه‌های بخش‌های سبک‌وزن در هواپیماهای با سرعت بالا، موشک‌ها، ماشین‌های فضائی و ماهواره‌های ارتباطی به کار می‌رود.
- ورقه‌های نازک بریلیم در عکس برداری با اشعه X، نورهای مرئی را فیلتر کرده و باعث آشکار شدن تنها اشعه X می‌شود. بریلیم در زمینه پرتو نگاری با اشعه X جهت بازساخت مدارهای یکپارچه میکروسکوپی مورد استفاده قرار می‌گیرد.
- چون از نظر جذب نوترون حرارتی واکنش سنجی پایینی دارد، در صنعت نیروی هسته‌ای از این عنصر در راکتورهای اتمی به عنوان بازتابنده و کندساز استفاده می‌شود.
- بریلیم در ساخت ترازنما، تجهیزات کامپیوتری مختلف، فنرهای ساعت و وسایلی که نیازمند مقاومتهای چندجانبه، سبکی و استحکام است، به کار می‌رود.
- اکسید بریلیم برای مصارف بسیاری که نیازمند هدایت حرارت خوب، مقاومت زیاد، استحکام و نقطه ذوب بالا هستند کاربرد دارد و از اکسید بریلیم به عنوان عایق استفاده می‌کنند.
- ترکیبات بریلیم، زمانی در لامپ‌های فلورسنت کاربرد داشتند، اما ادامه این کاربرد به علت بروز بیماری ناشی از مسمومیت توسط بریلیم در بین کارگران سازنده این لامپ‌ها متوقف شد.

۷-۳ ایزوتوپ ها

بریلیم تنها یک ایزوتوپ پایدار دارد و آن ${}^9\text{Be}$ است. بریلیم کیهانی ${}^{10}\text{Be}$ توسط پراش ذرات اتمی اکسیژن و نیتروژن به وسیله اشعه کیهانی در جو حاصل می‌شود. چون بریلیم تمایل دارد در محلول‌هایی با PH زیرپنج و نیم باشد (بیشتر بارانها PH زیر ۵ دارند). این عنصر می‌تواند از طریق حل شدن در آب باران در زمین جابه‌جا شود. وقتی باران بیشتر قلیایی شود، بریلیم از محلول خارج می‌شود.

${}^{10}\text{Be}$ کیهانی با این روش در سطح خاک جمع می‌شود و نیم عمر نسبتاً طولانی آن (۱،۵ میلیون سال) امکان می‌دهد تا قبل از فرسایش به صورت ${}^{10}\text{B}$ (بور-۱۰) مدت زیادی در سطح خاک باقی بماند. ${}^{10}\text{Be}$ و محصولات جانبی آن برای سنجش فرسایش خاک، شکل‌گیری خاک از سنگپوش، گسترش خاکه‌ای لاتریک، همچنین گوناگونی‌های فعالیت خورشیدی به کار می‌رود.

این واقعیت که ${}^7\text{Be}$ و ${}^8\text{Be}$ ناپایدارند، پیامدهای اساسی به دنبال دارد، به این معنی که عناصر سنگین‌تر از بریلیم با همجوشی هسته‌ای در انفجار بزرگ^{۴۶} حاصل نشده‌اند. به‌علاوه، سطوح انرژی هسته‌ای ${}^8\text{Be}$ به گونه‌ای است که کربن می‌تواند در ستاره‌ها تولید شود. پس وجود حیات را ممکن می‌سازد.

۸-۳ هشدارها

بریلیم و نمک آن، موادی سمی و احتمالاً سرطان‌زا هستند. بریلوز یک بیماری مزمن ریوی است که در اثر تماس بریلیم ایجاد می‌شود. بیماری حاد بریلیم به صورت آماس ریه برای اولین بار در سال ۱۹۹۳ در اروپا و در سال ۱۹۴۳ در آمریکا گزارش شد. موارد بریلوز حاد، اولین بار در سال ۱۹۴۶ در بین کارگران کارخانجات لامپهای فلورسنت در ماساچوست دیده شد.

^{۴۶} Big bang

این بیماری از بسیاری جهات شبیه بیماری سارکوئیدز است و تمایز علائم آنها اغلب دشوار است. گرچه س ۱۰ ال ۱۹۴۹ استفاده از ترکیبات بریلیم در لامپ‌های فلورسنت متوقف شد، مواجهه با این عنصر در صنایع هسته‌ای و هوافضا، تصفیه فلز بریلیم، ذوب آلیاژهای حاوی بریلیم، تولید محصولات الکترونیکی و پرداختن با سایر مواد حاوی بریلیم همچنان وجود دارد.

در گذشته، محققین، بریلیم و ترکیبات آن را می‌چشیدند تا در صورت طعم شیرین، وجود این عنصر را تایید کنند. امروزه با ایجاد تجهیزات مدرن برای تشخیص این عنصر، دیگر نیازی به انجام این کار خطرناک نیست و نباید چشیدن این ماده را امتحان کرد. با بریلیم و ترکیبات آن، باید با کمال احتیاط رفتار شود و هنگام انجام هرگونه فعالیتی که احتمال آزاد شدن گرد بریلیم هست، احتیاط خاصی به کار رود. احتمال سرطان ریه در صورت تماس طولانی با بریلیم وجود دارد.

در صورت به کار بردن روش‌هایی می‌توان از این عنصر به‌طور ایمن استفاده کرد. قبل از آشنایی با روش‌های استفاده صحیح از این عنصر، نباید به فعالیت با آن بپردازیم.

استنشاق بریلیم خطرناک است. تاثیر آن به میزان و زمان مواجهه با این عنصر بستگی دارد. اگر بریلیم موجود در سطح هوا افزایش یابد، وضعیت بحرانی به وجود خواهد آمد. این وضعیت همانند آماس ریه است و بیماری بریلیم حاد نامیده می‌شود. استانداردهای هوای محیط کار و اجتماع در جلوگیری از بیماری‌های حاد ریوی موثرند. تعدادی از مردم به بریلیم حساسیت دارند (۱ تا ۱۵ درصد). این افراد ممکن است واکنش‌های التهابی را در دستگاه تنفسی خود احساس کنند. این حالت بیماری بریلیم حاد (CBD)، ممکن است سالها پس از مواجهه با سطح بالاتر از استاندارد بریلیم در افراد به وجود آید. این بیماری باعث احساس ضعف، خستگی و مشکلات تنفسی می‌شود. همچنین می‌تواند باعث بی‌اشتهایی، کاهش وزن، بزرگی بخش راست قلب و در موارد پیشرفته بیماری‌های قلبی شود. و در افرادی که در معرض آن قرار می‌گیرند موجب بی‌نظمی عملکرد شش ها می‌شود. حساسیت به بریلیم در بعضی افراد ممکن است فاقد علامت باشد. عموم مردم مستعد ابتلا به به بریلیم حاد نیستند.

میزان بریلیم در سطح هوا بطور طبیعی بسیار پایین است. در بلعیدن بریلیم هیچگونه عارضه‌ای ثبت نشده است، چون روده و معده انسان مقدار بسیار کمی از این عنصر را جذب می‌کنند.

زخم معده در سگ‌هایی که در غذایشان بریلیم بوده، دیده شده است. بریلیم در صورت تماس با پوستی که دارای بریدگی یا خراش است، ممکن است ایجاد زخم یا لک نماید. تماس طولانی با بریلیم نیز ممکن است باعث ابتلا به سرطان گردد. سازمان بهداشت و خدمات انسانی آمریکا و آژانس بین‌المللی تحقیقات سرطان این کشور، سرطان‌زایی بریلیم را تایید کرده‌اند. هیچ مطالعه‌ای درباره تاثیر بریلیم روی بچه‌هایی که در معرض آن هستند، صورت نگرفته است، اما به نظر می‌رسد تاثیرات سلامتی بریلیم روی بچه‌ها همانند بزرگسالان باشد. نمی‌دانیم آیا بچه‌ها در آسیب‌پذیری نسبت به بریلیم با بزرگسالان تفاوت دارند. نمی‌دانیم آیا مواجهه با بریلیم، تاثیری بر نارسائی جنین یا سایر تاثیرات پیشرفته در مردم خواهد داشت. بررسی اثرات پیشرفته در حیوانات قاطع نیستند.

میزان بریلیم را می‌توان در ادرار یا خون اندازه‌گیری کرد. اما میزان بریلیم موجود در خون یا ادرار نشان دهنده میزان یا مدت تماس با این عنصر نیست. میزان بریلیم همچنین می‌توان در نمونه‌های ریه یا پوست اندازه‌گیری کرد. این آزمایشات را معمولا در مطب دکتر نمی‌توان انجام داد، اما دکتر می‌تواند نمونه‌ها را به آزمایشگاهی که انجام دهند اینگونه آزمایشات است، ارسال کند. یکی دیگر از آزمایشات خون، آزمایش تکثیر لنفوسیت بریلیم خون است که نشان دهنده حساسیت به بریلیم است و دارای ارزش پیش‌بینی برای CBD است.

فصل چهارم

محاسبه گشتاور چارقطبی الکتریکی و

گشتاور دو قطبی مغناطیسی ایزوتوپ

های فرد بریلیوم $7 \leq A \leq 13$ با روش NU

۱-۴ مقدمه

در کوانتوم مکانیک حل دقیق مسئله همواره نقش مهمی را بازی کرده است، به این دلیل که در پاسخ مسائل اطلاعات مهمی نهفته است [۱۹]. معادله شرودینگر یک معادله موج بنیادی در فیزیک است. این معادله برای بعضی از پتانسیل‌های معین حل می‌شود و کاربردهای مهمی در فیزیک اتمی، هسته‌ای و فیزیک انرژی‌های بالا و فیزیک ذرات دارد [۲۰-۳۲]. از گذشته تاکنون روش‌های حل مختلفی برای معادله شرودینگر در سیستم‌های دو و سه ذره‌ای و در حضور پتانسیل‌های گوناگون ارائه شده است [۳۳]. در این فصل ما به حل معادله شرودینگر N-ذره‌ای برای ایزوتوپ‌های فرد بریلیوم با روش NU تعمیم یافته پرداخته ایم.

۲-۴ حل تحلیلی و دقیق معادله شرودینگر در حضور پتانسیل یوکاوا

معادله شرودینگر برای N-ذره که باهم برهمکنش دارند عبارت خواهد بود [۳۵، ۳۴]:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{D-1}{x} \frac{d\psi(x)}{dx} - \frac{\gamma(\gamma+D-2)}{x^2} \psi(x) + \frac{2m}{\hbar^2} [E - V(x)] \psi(x) = 0 \quad (1-4)$$

در این معادله γ عدد کوانتومی زاویه‌ای کل، m جرم یک ذره، x ابر شعاع و D ابعاد فضا می‌باشد که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$D = 3N - 3 \quad (2-4)$$

که N تعداد ذرات است.

۳-۴ محاسبه برای ${}^7\text{Be}$

با جانشینی $\psi(x) = x^{-(D-1)} \phi(x)$ معادله شرودینگر برای سیستم هفت ذره‌ای با $D=18$

به شکل زیر در می‌آید:

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - V(x) - \hbar^2 \frac{(2\gamma+15)(2\gamma+17)}{8mx^2} \right] \phi(x) = 0 \quad (3-4)$$

پتانسیل انتخابی ما یوکاوا است. $V(x) = -\frac{V_0}{x} e^{-ax}$ و چون معادله شرودینگر با این پتانسیل حل

ندارد [۳۵]، از تقریب های زیر استفاده می کنیم [۱۴]:

$$\frac{1}{x} \approx -2a \frac{e^{-ax}}{(1-e^{-2ax})} \quad \frac{1}{x^2} \approx -4a^2 \frac{e^{-2ax}}{(1-e^{-2ax})^2} \quad (۴-۴)$$

با توجه به تقریب ها در نهایت معادله شرودینگر شعاعی خواهد شد:

$$\frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E + 2av_0 \frac{e^{-2ax}}{(1-e^{-2ax})} - \hbar^2 \frac{(2\gamma+15)(2\gamma+17)}{8m} 4a^2 \frac{e^{-2ax}}{(1-e^{-2ax})^2} \right] \varphi(x) = 0 \quad (۵-۴)$$

چندین روش برای حل معادله شرودینگر استفاده می شود یکی از آنها روش NU است. ما از روش NU تعمیم یافته برای حل معادله شرودینگر استفاده می کنیم [۳۶]. با جایگذاری تغییر متغیرهای

$$s = e^{-2ax} \quad \text{و} \quad \epsilon = -\frac{2mE}{\hbar^2}$$

$$\left[\frac{d^2}{ds^2} - \epsilon + 4ma v_0 \frac{s}{\hbar^2(1-s)} - \frac{(2\gamma+15)(2\gamma+17)}{(1-s)^2} a^2 s \right] \varphi(s) = 0 \quad (۶-۴)$$

با در نظر گرفتن روابط زیر:

$$\frac{d}{dx} = -2ae^{-2ax} \frac{d}{ds} \quad \text{و} \quad \frac{d^2}{dx^2} = 4a^2 s^2 \frac{d^2}{ds^2} + 4a^2 s \frac{d}{ds} \quad (۷-۴)$$

با جایگذاری روابط (۷-۳) در (۶-۳) و انجام محاسبات به رابطه زیر می رسیم:

$$\frac{d^2 \varphi(s)}{ds^2} + \frac{(1-s)}{s(1-s)} \frac{d\varphi(s)}{ds} + \frac{1}{s^2(1-s)^2} \times \left[-\frac{\epsilon(1-s)^2}{4a^2} + \frac{mv_0}{\hbar^2 a} s(1-s) - (2\gamma+15)(2\gamma+17) \frac{s}{4} \right] \varphi(s) = 0 \quad (۸-۴)$$

معادله زیر شکل کلی از معادله شبه شرودینگر نوشته شده برای هر پتانسیل است [۳۷].

$$\left[\frac{d^2}{ds^2} + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2 s)}{s(1 - \alpha_3 s)} \frac{d}{ds} + \frac{-\xi_1 s^2 + \xi_2 s - \xi_3}{[s(1 - \alpha_3 s)]^2} \right] \psi(s) = 0 \quad (9-4)$$

با مقایسه رابطه (۹-۴) و (۸-۴) پارامترهای زیر به دست می آید.

$$\xi_1 = \frac{\epsilon}{4a^2} + \frac{mv_0}{\hbar^2 a} \quad \xi_3 = \frac{\epsilon}{4a^2} \quad \xi_2 = \frac{\epsilon}{2a^2} + \frac{mv_0}{\hbar^2 a} - (2\gamma + 15)(2\gamma + 17) \frac{1}{4}$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1 \quad (10-4)$$

بر اساس روش NU ویژه تابع و رابطه ی ویژه مقدار انرژی به ترتیب به صورت زیر است:

$$\psi(s) = s^{\alpha_{12}} (1 - \alpha_3 s)^{\alpha_{12} - \frac{\alpha_{13}}{\alpha_3}} P_n \left(\alpha_{10} - 1, \frac{\alpha_{11}}{\alpha_3} - \alpha_{10} - 1 \right). (1 - 2\alpha_3 s) \quad (11-4)$$

$$\alpha_2 n - (2n + 1)\alpha_5 + (2n + 1)(\sqrt{\alpha_9} + \alpha_3 \sqrt{\alpha_8}) + n(n - 1)\alpha_3 + \alpha_7 + 2\alpha_3 \alpha_8 + 2\sqrt{\alpha_8 \alpha_9} = 0 \quad (12-4)$$

پارامترهای ذکر شده در این دو رابطه عبارتند از:

$$\alpha_4 = \frac{1}{2}(1 - \alpha_1) \quad \alpha_5 = \frac{1}{2}(\alpha_2 - 2\alpha_3) \quad \alpha_6 = \alpha_5^2 + \xi_1$$

$$\alpha_7 = 2\alpha_4 \alpha_5 - \xi_2 \quad \alpha_8 = \alpha_4^2 + \xi_3 \quad \alpha_9 = \alpha_3 \alpha_7 + \alpha_3^2 \alpha_8 + \alpha_6$$

$$\alpha_{10} = \alpha_1 + 2\alpha_4 + 2\sqrt{\alpha_8} \quad \alpha_{11} = \alpha_2 - 2\alpha_5 + 2(\sqrt{\alpha_9} + \alpha_3 \sqrt{\alpha_8})$$

$$\alpha_{12} = \alpha_4 + \sqrt{\alpha_8} \quad \alpha_{13} = \alpha_5 - (\sqrt{\alpha_9} + \alpha_3 \sqrt{\alpha_8}) \quad (13-4)$$

در نهایت مقادیر بالا را به صورت زیر به دست می آید:

$$\alpha_4 = 0 \quad \alpha_5 = -\frac{1}{2} \quad \alpha_6 = \frac{1}{4} + \frac{\epsilon}{4a^2} + \frac{mv_0}{\hbar^2 a}$$

$$\alpha_7 = \frac{-\epsilon}{2a^2} - \frac{mv_0}{\hbar^2 a} = (2l + 15)(2l + 17) \frac{1}{4} \quad \alpha_8 = \frac{\epsilon}{4a^2}$$

$$\alpha_9 = \frac{1}{4} + (2l+15)(2l+17)\frac{1}{4} \quad (۱۴-۴)$$

با جایگذاری روابط (۱۴-۴) در معادله ویژه مقدار انرژی (۱۲-۴) داریم:

$$\begin{aligned} & n - (2n+1)\left(-\frac{1}{2}\right) + (2n+1)\left(\sqrt{\frac{1}{4} + (2l+15)(2l+17)\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{\epsilon}{4a^2}}\right) + n^2 - n - \frac{\epsilon}{2a^2} - \frac{mv_0}{\hbar^2 a} \\ & + (2l+15)(2l+17)\frac{1}{4} + \frac{2\epsilon}{4a^2} + 2\left(\sqrt{\left(\frac{\epsilon}{4a^2}\right)\left(\frac{1}{4} + (2l+15)(2l+17)\frac{1}{4}\right)}\right) \\ & = n^2 + n + \frac{1}{2} + -\frac{mv_0}{\hbar^2 a} + (2l+15)(2l+17)\frac{1}{4} + (2n+1)\left(\sqrt{\frac{\epsilon}{4a^2}}\right) \\ & + (2n+1)\left(\sqrt{\left(\frac{1}{4} + (2l+15)(2l+17)\frac{1}{4}\right)}\right) + \left(\frac{\epsilon}{4a^2}\right)\left(2\sqrt{\left(\frac{1}{4} + (2l+15)(2l+17)\frac{1}{4}\right)}\right) \end{aligned} \quad (۱۵-۴)$$

با توجه به اینکه $\epsilon = \frac{-2mE}{\hbar^2} \rightarrow E = -\frac{\epsilon \hbar^2}{2m}$ و جایگذاری آن در معادله (۱۵-۴) ویژه مقدار انرژی با پتانسیل یوکاوا به صورت معادله زیر است.

$${}^7_{Be}E = \frac{-a^2}{2m} \frac{\left[n^2 + n + \frac{1}{2} - \frac{mv_0}{\hbar^2 a} + (2l+15)(2l+17)\frac{1}{4} + (2n+1)\left(\sqrt{\left(\frac{1}{4} + (2l+15)(2l+17)\frac{1}{4}\right)}\right) \right]^2}{\left[(2n+1) + \left(2\sqrt{\left(\frac{1}{4} + (2l+15)(2l+17)\frac{1}{4}\right)}\right) \right]^2} \quad (۱۶-۴)$$

و تابع موج:

$${}^7_{Be}\psi(s) = e^{-r\sqrt{\epsilon}}(1 - e^{-2ar})^{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + (2l+15)(2l+17)\frac{1}{4}}} P_n \left[\frac{\sqrt{\epsilon}}{a}, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{\epsilon}}{a} \left(2\sqrt{\frac{1}{4} + (2l+15)(2l+17)\frac{1}{4}} + 1 \right) \right] \times (1 - 2e^{-2ar}) \times \chi^{-17} \quad (۱۷-۴)$$

این روش را برای ایزوتوپ‌های دیگر تکرار می‌کنیم.

۴-۴ محاسبه برای ${}^9\text{Be}$

معادله شرودینگر برای سیستم نه ذره ای با $D=24$ به شکل زیر در می آید:

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - V(x) - \hbar^2 \frac{(2\gamma+21)(2\gamma+23)}{8mx^2} \right] \varphi(x) = 0 \quad (18-4)$$

محاسباتی را که برای ${}^7\text{Be}$ انجام شد برای ${}^9\text{Be}$ نیز تکرار می کنیم. که در نهایت به معادلات زیر می رسیم:

$${}^9\text{Be} E = \frac{-a^2 \left[n^2 + n + \frac{1}{2} - \frac{mv_0}{\hbar^2 a} + (2l+21)(2l+23) \frac{1}{4} + (2n+1) \left(\sqrt{\left(\frac{1}{4} + (2l+21)(2l+23) \frac{1}{4} \right)} \right) \right]^2}{2m \left[(2n+1) + \left(2 \sqrt{\left(\frac{1}{4} + (2l+21)(2l+23) \frac{1}{4} \right)} \right) \right]^2} \quad (19-4)$$

$${}^9\text{Be} \psi(s) = e^{-r\sqrt{\epsilon}} (1 - e^{-2ar})^{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + (2l+21)(2l+23) \frac{1}{4}}} P_n \left[\frac{\sqrt{\epsilon}}{a}, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{\epsilon}}{a} \left(2 \sqrt{\frac{1}{4} + (2l+21)(2l+23) \frac{1}{4}} + 1 \right) \right] \times (20-4)$$

$$(1 - 2e^{-2ar}) \times x^{-23}$$

۵-۴ محاسبه برای ${}^{11}\text{Be}$

معادله شرودینگر برای سیستم یازده ذره ای با $D=30$ به شکل زیر در می آید:

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - V(x) - \hbar^2 \frac{(2\gamma+27)(2\gamma+29)}{8mx^2} \right] \varphi(x) = 0 \quad (21-4)$$

انرژی و تابع موج این ایزوتوپ به شکل زیر است:

$${}^{11}\text{Be} E = \frac{-a^2}{2m} \frac{\left[n^2 + n + \frac{1}{2} - \frac{mv_0}{\hbar^2 a} + (2l+27)(2l+29)\frac{1}{4} + (2n+1) \left(\sqrt{\left(\frac{1}{4} + (2l+27)(2l+29)\frac{1}{4}\right)} \right) \right]^2}{\left[(2n+1) + \left(2\sqrt{\left(\frac{1}{4} + (2l+27)(2l+29)\frac{1}{4}\right)} \right) \right]^2} \quad (22-4)$$

$${}^{11}\text{Be} \psi(s) = e^{-r\sqrt{\epsilon}} (1 - e^{-2ar})^{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + (2l+27)(2l+29)\frac{1}{4}}} P_n \left[\frac{\sqrt{\epsilon}}{a}, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{\epsilon}}{a} \left(2\sqrt{\frac{1}{4} + (2l+27)(2l+29)\frac{1}{4}} + 1 \right) \right] \times (23-4)$$

$$(1 - 2e^{-2ar}) \times x^{-29}$$

۴-۶ محاسبه برای ${}^{13}\text{Be}$

معادله شرودینگر برای سیستم سیزده ذره ای با $D=36$ به شکل زیر در می آید:

$$\frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - V(x) - \hbar^2 \frac{(2\gamma+33)(2\gamma+35)}{8mx^2} \right] \varphi(x) = 0 \quad (24-4)$$

معادله تابع موج و انرژی بستگی ${}^{13}\text{Be}$ می شود:

$${}^{13}\text{Be} E = \frac{-a^2}{2m} \frac{\left[n^2 + n + \frac{1}{2} - \frac{mv_0}{\hbar^2 a} + (2l+33)(2l+35)\frac{1}{4} + (2n+1) \left(\sqrt{\left(\frac{1}{4} + (2l+33)(2l+35)\frac{1}{4}\right)} \right) \right]^2}{\left[(2n+1) + \left(2\sqrt{\left(\frac{1}{4} + (2l+33)(2l+35)\frac{1}{4}\right)} \right) \right]^2} \quad (25-4)$$

$${}^{13}\text{Be} \psi(s) = e^{-r\sqrt{\epsilon}} (1 - e^{-2ar})^{\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + (2l+33)(2l+35)\frac{1}{4}}} P_n \left[\frac{\sqrt{\epsilon}}{a}, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{\epsilon}}{a} \left(2\sqrt{\frac{1}{4} + (2l+33)(2l+35)\frac{1}{4}} + 1 \right) \right] \times (26-4)$$

$$(1 - 2e^{-2ar}) \times x^{-35}$$

ویژه مقادیر انرژی برای این ایزوتوپ‌ها را بدست آوریدیم، با قرار دادن مقادیر γ, n, ν_0 و در نظر گرفتن مقدار $a = 0.1 fm^{-1}$ و $\hbar = 1$ ، و در نهایت از مقایسه این مقادیر بدست آمده با مقادیر تجربی، مشاهده خواهیم کرد که انطباق خوبی حاصل شده است [۳۸ و ۳۹ و ۴۰].

جدول (۴-۱) انرژی بستگی ایزوتوپ‌های فرد بریلیوم $7 \leq A \leq 13$ با پتانسیل یوکاوا [۳۷]

Odd isotopes	N	γ	ν_0	E(Mev) (our calculation)	E(Experimental Value)(Mev)
7Be	۱۱	۱	۴۵	۳۶/۵۹۷۹	۳۷/۶۰۰
9Be	۹	۱	۵۴	۵۸/۵۰۱۵	۵۸/۱۶۵
^{11}Be	۵	۰	۳۲	۶۵/۲۶۸۴	۶۵/۴۸۱
^{13}Be	۷	۰	۳۹	۷۵/۹۳۲۵	۸۰/۵۵۰

۷-۴ محاسبه گشتاور دوقطبی مغناطیسی

در این قسمت، مقدار انرژی‌هایی که در جدول (۴-۱) برای هر ایزوتوپ محاسبه شد را ابتدا در رابطه $\epsilon = \frac{-2mE}{\hbar^2}$ و بعد در معادله‌های تابع موج آن ایزوتوپ جایگذاری می‌کنیم. گشتاور دوقطبی مغناطیسی از رابطه (۱-۱۳) به دست می‌آید. تابع موج را مربوط به حالت معین I_z در نظر می‌گیریم که در این صورت فقط مولفه z انتگرال غیر صفر است و بعد از چینش ترازها و مشخص شدن تکانه زاویه برای هر ایزوتوپ، در معادله (۱-۱۳) جایگذاری می‌کنیم و پس از حل انتگرال مقادیر گشتاور دوقطبی مغناطیسی محاسبه می‌شود.

جدول (۲-۴) گشتاور دو قطبی مغناطیسی ایزوتوپ‌های فرد بریلیم $7 \leq A \leq 13$ [۳۷].

Odd isotopes	l	N	A	μ (Experimental Value)	μ (our calculation)	μ (calculation)
^7Be	۱	۲	۰/۲۷	-۱/۳۹۸	-۱/۰۶۶۹	-۱/۱۳۲
^9Be	۱	۲	۰/۳۰	-۱/۱۷۸	-۱/۰۳۳۳	-۱/۰۶۶
^{11}Be	۱	۲	۰/۳۲	μ	+۰/۶۵۶۷۹	+۰/۸۰۲
^{13}Be	۲	۳	۰/۲۷۱	μ	-۰/۵۱۴۴۴	μ

۴-۸ محاسبه گشتاور چارقطبی الکتریکی

گشتاور چارقطبی هسته را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$eQ = e \int \psi^* r^2 (3 \cos^2 \theta - 1) \psi dv \quad (۲۷-۴)$$

که در آن از محور مرجع بخصوصی استفاده می‌کنیم، یعنی θ را نسبت به محوری که تصویر اسپین هسته روی آن بیشینه است اندازه گیری می‌کنیم. اگر $r^2 (3 \cos^2 \theta - 1) = 3z^2 - r^2$ مثبت باشد، به عبارت دیگر، مقدار بیشتری از چگالی بار هسته در امتداد محور z قرار گرفته تا در امتداد شعاع متوسط. که شعاع را $r = R_0 A^{\frac{1}{3}}$ در نظر می‌گیریم. در این صورت $Q > 0$ که هسته را غیر کروی کشیده می‌گویند. و اگر $3z^2 - r^2$ منفی باشد، محور z چگالی بار هسته را خواهد داشت و هسته پهن می‌شود که $Q < 0$ و تغییر شکل پخت است. که z محور مرجعی است که تصویر اسپین هسته روی آن بیشینه است. تابع موج‌های به دست آمده برای هر ایزوتوپ را در معادله (۲۷-۴) جایگذاری می‌کنیم. مقدار چارقطبی الکتریکی را به دست می‌آوریم.

جدول (۳-۴) گشتاور چار قطبی الکتریکی ایزوتوپ‌های فرد بریلیوم $7 \leq A \leq 13$ [۳۷].

Odd isotopes	L	n	α	Q(Experimental Value)	Q (our calculation)	Q(calculation)
${}^7\text{Be}$	۱	۲	۰/۳۳	Q	-۴/۳۶۰	-۴/۶۳۱
${}^9\text{Be}$	۱	۲	۰/۳۶	+۵/۲۹	+۵/۱۶۹۶۵	+۰/۲۴
${}^{11}\text{Be}$	۱	۲	۰/۳۷	Q	+۲/۸۹۵۴	Q
${}^{13}\text{Be}$	۲	۳	۰/۳۰	Q	+۱/۳۵۴۷	Q

نتیجه گیری:

در این کار ما با استفاده از روش NU معادله شرودینگر را برای سیستم های هفت، نه، یازده و سیزده ذره ای با پتانسیل یوکاوا حل کرده و بعد از به دست آوردن انرژی بستگی و تابع موج، گشتاور چارقطبی الکتریکی و گشتاور دو قطبی مغناطیسی را نیز برای این سیستم ها محاسبه کردیم و بعد این نتایج را با مقادیر تجربی مقایسه کرده ایم که تقریب خوبی حاصل شده است.

مراجع

- [۱] Kenneth S. Krane, (1998), "**Introductory Nuclear Physics**", J. Willey & Sons, Vol 1,2.
- [۲] P.T. Mathews, F.R.S, "**Introduction to Quantum Mechanics** ", McGRAWHILL 1974.
- [۳] J.L.Basdevant,J. Rich,M. Spiro, (2005), "**Fundamentals In Nuclear Physics From Nuclear Structure to cosmology**", Springer, USA.
- [۴] قزوینی، م.(۱۳۹۲)، پایان نامه ارشد، "محاسبه انرژی بستگی لیتیم"
- [۵] ب الکس برون، (۱۳۹۱)، "مباحثی در فیزیک ساختار هسته‌ای"، علی اکبر خواجه دوست مهمان داد، انتشارات مرنیز، مشهد.
- [۶] Griffiths D. J, (1984), "**Introduction to Elementary Particles**", John Wiley & Sons, Inc, pp.
- [۷] H. Frauenfelder, E. M. Henley, (1977), "**subatomic physics**", prentice – Hall. Vol 1,2.
- [۸] M. G. Mayer, (1948), **Phys. Rev.** 74, 235.
- [۹] M. G. Mayer, (1949), **Phys. Rev.** 75, 1969.
- [۱۰] O. Haxel, J. H. D. Jensen, H. E. Suess, (1949), **Phys. Rev.** 75, 1766.
- [۱۱] Agboola D 2011Commun. Theor. Phys.55 972.
- [۱۲] Zhong M Q, Gonzalez-Cisneros A, Xu B W and Dong S H 2007Phy. Lett. A **371** 180.
- [۱۳] A. Kievsky, M.Viviani,L. E. Marcucci and S. Rosati, (2006), "**Few body System**", 38, 63-66.
- [۱۴] A.F. Nikiforov, V.B. Uvarov, (1988), "**Special Functions of Mathematical Physics**", Birkhauser, Basel.
- [۱۵] W. H. Press, (1992), "**Numerical Recipes in Fortran**", 2th edition, Cambridge press.

[۱۶] A.A. Rajabi, (2005), **"Exact Analytical solution of the shrodinger equation for an N-identical body-force system"**, Few Body system ,37,267.

[۱۷] M. Aiello, M. Ferraries, M. MGiannini, M. Pizzo, E. Santopinto, (1996), **Phys.Lett.B** ,387,215.

[۱۸] جرارد چشر " کتاب بررسی جدول تناوبی عناصر " میثم هدایت. تهران : شباهنگ، ۱۳۸۴.

۱۹۲ص.

[۱۹] M. Maamache, C. Lahoulou, Y. Saadi, Commun.**Theor, Phys.** 51, 5 , (2009)

[۲۰] F.cooper, A.Khare, U.Sukhatme, **Super symmetry and quantum mechanics**, **phys.Rep**, 251, 1995, From Periodicals

[۲۱] A.Chatterjee, **Large-N expansions in quantum mechanics, atomic physics and some O (N) invariant systems**, Physics Reports, 1990, From Periodicals

[۲۲] R.Sever, C.Tezcan, **1/N expansion for a more general screened Coulomb potential**, **phys.Rev.A**, 36, 1987, From Periodicals

[۲۳] S.H.Dong, M.Lozaada-Casson, **Exact solutions of the Schrödinger equation with the position-dependent mass for a hard-core potential**, **Physics Letters A**, 2005, From Periodicals

[۲۴] M.M.Panja, R.Dutt, Y.P.Varshni, **Shifted large-N expansion for a relativistic spin-1/2 particle in screened Coulomb potentials**, **phys.Rev.A**, 42, 1990, From Periodicals

[۲۵] S.H.Dong, D.Morales, J.Garcia-Ravelo, **Exact quantization rule and its applications to physical potentials** **Int.J.mod.phys.E**, 16, 2007, From Periodicals

[۲۶] R.L.Hall, N.Saad, **Smooth transformations of Kratzer's potential in N dimensions**, **J.chem.phys**, 109, 1998, From Periodicals

[۲۷] M.R.Setare, E.Karimi, **Algebraic approach to the Kratzer potential**, **phys.scr**, 75, 2007, From Periodicals

[۲۸] B.Bagchi, P Gorain, C.Quesne, **A general scheme for the effective-mass Schrödinger equation and the generation of the associated potentials**, **phys.lett.A**, 19, 2004, From Periodicals

[۲۹] S.M.Ikhdaire, R.Sever, **Exact solution of the Klein-Gordon equation for the PT-symmetric generalized Woods-Saxon potential by the Nikiforov-Uvarov method**, **Ann.phys**, 16, 2007, From Periodicals

- [٣٠] S.M.Ikhdair, R.Sefer, **Approximate eigenvalue and eigenfunction solutions for the generalized Hulthen potential with any angular momentum** ,J.math.chem, 41,2007, From Periodicals
- [٣١] S.M.Ikhdair, R.Sefer, **A perturbative treatment for the energy levels of neutral atoms** , Int.J.mod. phys.A, 21, 2006 From Periodicals,
- [٣٢] B.Bagchi, F.Cannata, C.Quesne, **PT-symmetric sextic potentials**, phys.lett.A, 269, 2000, From Periodicals
- [٣٣] N.Salehi, A.A. Rajabi, Z.Ghalenovi, **Chinese Journal of Physics**, vol. 50, No. 1. (2012)
- [٣٤] A.A. Rajabi, " **Exact analytical solution of the schrödinger equation for an n-identical body-force system**" , **Few Body system** ,37,267, (2005)
- [٣٥] Hamzavi,M.Movahedi,K,E.Thylwe,A.A.Rajabi, " **Approximate analytical solution of the Yukawa potential with arbitrary angular momenta**" **Chi,Phy,Lett**, 29,8(2012)
- [٣٦] Tezcan C and sever R 2009 Int. J" **A general approach for the exact solution of the Schrödinger equation**" . **Theor . Phys.**48 337
- [٣٧] P. Navratil, BR.Barrett," **Large-basis shell-model calculations for p-shell nuclei** ", **phys.Rev. C**, 1998
- [٣٨]. S. Ikhdair, " **Approximate κ -state solutions to the Dirac-Yukawa problem based on the spin and pseudo spin symmetry** " , **Central European Journal of Physics**, 2012
- [٣٩] B. Gönül, K.Köksal, E. Bakir "An alternative treatment for Yukawa-type potentials" ,**Phys. Scr**, 2006
- [٤٠] F. Mohammadzade, A.Ar Rajabi, L.Nickhah, " **Calculating binding energy for odd isotopes of Beryllium ($7 \leq A \leq 13$)**" **Journal of Physical Science and Application**, 2014

Abstract:

In this thesis is studied the Schrödinger equation for an N-Identical Body-force for odd A-isotopes of Beryllium in the presence of Yukawa potential by Nikiforov-Uvarov (NU) method and find the wave equation and binding energy. Then we calculated the electrical quadrupole moment and magnetic dipole moment for odd A-isotopes of Beryllium, finally we compared these values with experimental values.

Keywords: Schrödinger equation, Yukawa potential, (NU) method, wave equation, binding energy, electrical quadrupole moment, magnetic dipole moment.



University of Shahrood

Faculty of physics

Master of Science Thesis

Calculating electric quadrupole moments and magnetic dipole moments for the odd- mass Be isotope $7 \leq A \leq 13$

Fahime Mohammadzade

Supervisor:

Dr. A. A.Rajabi

February-2015

