

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده : فیزیک

گروه : ذرات بنیادی

در نظر گرفتن تأثیرات غیرنسبیتی بر تابش کوارک چرخان با استفاده از تناظر AdS/CFT

دانشجو : میترا فرهبدنیا

استاد راهنما :

دکتر کاظم بی تقصیر فدافن

استاد مشاور :

دکتر محمد علی اکبری

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

ماه و سال انتشار : بهمن ماه ۹۳

دانشگاه شاهرود

دانشکده : فیزیک

گروه :ذرات بنیادی

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای/ خانم میترا فرهبدنیا

تحت عنوان: در نظر گرفتن تأثیرات غیرنسبیتی بر تابش کوآرک چرخان با استفاده از تناظر AdS / CFT

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی : دکتر محمد علی اکبری		نام و نام خانوادگی : دکتر کاظم بی تقصیر فدافن
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی : دکتر مصطفی عنابستانی
			نام و نام خانوادگی : دکتر داوود الله بخشی
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :

برای بهترین مامان و بابای دنیا...

ساکزاری...

از استاد شایسته جناب آقای دکتر کاظم بی تقصیر فدافن بسیار ساکزارم چرا که نه تنها دانش کسب شده در این راه را مبرهون زحمات ایشان میدانم بلکه انگیزه و شوق آموختن را از ایشان وامدارم.

همچنین از استاد مشاور کرامی ام جناب آقای دکتر محمد علی اکبری و از اساتید داور محترم جناب آقای دکتر مصطفی عباسستانی و جناب آقای دکتر داوود الله بخشی که زحمت داوری این جانب را به عهده گرفته اند بسیار ساکزارم.

از جناب آقای دکتر مهدی آتشی به دلیل یاری ها و راهنمایی های بی چشمداشت ایشان که بسیاری از سختی ها را برایم آسان تر نمودند کمال تشکر را دارم. باشد که پاداش راهنمایی های بی دریغ ایشان پرباری بیشتر دخت اندیشه شان گردد.

قدر دانی می کنم از مادر مهربان و پدر بزرگوارم، آن دو فرشته ای که از خواسته هایشان گذشتند، سختی ها را به جان خریدند تا من به جایگاهی که اکنون در آن ایستاده ام برسم. متشکرم از خواهرانم که وجودشان شادی بخش و مایه آرامش من است.

همچنین از خانم ها: فاطمه سعیدی، مریم کریمی و آقای محمد مهدی شریفی که مرایاری نموده اند بسیار ساکزارم.

تعهد نامه

اینجانب **میترا فرهبدنیا** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک ذرات بنیادی دانشکده فیزیک دانشگاه شاهرود نویسنده پایان نامه: **در نظر گرفتن تأثیرات غیرنسبیتی بر تابش کوارک چرخان با استفاده از تناظر AdS/CFT تحت راهنمایی دکتر کاظم بی تقصیر فدافن متعهد می شوم:**

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه شاهرود » و یا «University of Shahrood» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده:

در این پایان نامه با استفاده از تناظر AdS/CFT مسئله‌ی کوآرک چرخان را در محیط پلاسمای جفت شده‌ی قوی و خلاء مورد بررسی قرار می‌دهیم. در این مورد کوآرک با سرعت ثابت بر روی دایره‌ای به شعاع ℓ دوران می‌کند. مطابق دوگانگی AdS/CFT دوگان گرانش این مسئله ریسمان چرخانی است که در فضای حجم دوران می‌کند. در ابتدا با مطالعه‌ی منابع مورد نظر مروری بر مسئله حرکت کوآرک چرخان داریم. سپس با به دست آوردن معادلات حرکت و حل این معادلات، بر روی انرژی اتلافی بحث می‌کنیم.

نتایج نشان می‌دهد برای کوآرک چرخان در پلاسمای جفت شده قوی دو شیوه برای اتلاف انرژی وجود دارد که شامل تابش و نیروی مقاوم می‌باشد. همچنین می‌توان گفت در پلاسمای نسبیتی برای ω های کوچک، بخش غالب انرژی اتلافی، ناشی از نیروی مقاوم است و در ω های بزرگ اتلاف انرژی ناشی از تابش می‌باشد. در حالی که در خلاء نسبیتی اتلاف انرژی تنها ناشی از تابش خواهد بود. سپس به عنوان مسئله جدید تأثیرات فضا زمان غیرنسبیتی بر اتلاف انرژی بررسی می‌شود. نتایج در این فضا زمان به این شکل است که بر خلاف خلاء نسبیتی در خلاء غیرنسبیتی دو ساختار در انرژی از دست رفته‌ی کوآرک چرخان نقش دارند که شامل نیروی مقاوم و تابش می‌باشد. در پلاسمای غیرنسبیتی، برای ω های بزرگ، انرژی از دست رفته ناشی از تابش است. با روشن شدن پارامتر غیرنسبیتی و بررسی مسئله‌ی اتلاف انرژی مشخص می‌شود با افزایش شعاع دوران کوآرک چرخان سهم غالب اتلاف انرژی مربوط به حضور نیروی مقاوم می‌باشد؛ به طوری که می‌توان رفتار کوآرک چرخان در مرز را با رفتار کوآرکی که در مسیر مستقیم در حال حرکت است تقریب زد.

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

- ۱- کاظم بی تقصیر فدافن ، میترا فرهبدنیا، "مطالعه‌ی اتلاف انرژی غیرنسبیتی کوارک چرخان با استفاده از تناظر AdS / CFT " پنجمین کنفرانس فیزیک ذرات بنیادی، بهمن ماه ۱۳۹۳.

فهرست مطالب

فصل اول: مروری بر مفاهیم

۱-۱- نگاهی به موضوع تحقیق.....	۲
۱-۲- تناظر AdS/CFT.....	۴
۱-۳- مطالعه‌ی اتلاف انرژی با استفاده از AdS/CFT.....	۸
۱-۴- فضا زمان غیرنسبیتی.....	۱۴
۱-۵- مروری کوتاه بر کارهای انجام شده	۱۵

فصل دوم: بررسی اتلاف انرژی کوآرک چرخان در فضا زمان نسبیتی

۲-۱- مقدمه.....	۲۰
۲-۲- ریسمان چرخان در زمینه‌ی کلی.....	۲۰
۲-۳- ریسمان چرخان در زمینه‌ی AdS.....	۲۵
۲-۴- ریسمان چرخان در خلاء نسبیتی.....	۳۵
۲-۵- اتلاف انرژی کوآرک چرخان.....	۳۷
۲-۶- انرژی از دست رفته در دو حد متفاوت.....	۳۹

فصل سوم: بررسی اتلاف انرژی کوآرک چرخان در فضا زمان غیرنسبیتی

۳-۱- مقدمه.....	۴۴
۳-۲- بررسی رفتار ریسمان چرخان در خلاء غیرنسبیتی.....	۴۵
۳-۳- انرژی از دست رفته در خلاء غیرنسبیتی.....	۵۲
۳-۴- انرژی اتلاfi در پلاسمای غیرنسبیتی.....	۵۷

فصل چهارم: نتیجه گیری

نتیجه گیری..... ۶۶

مراجع..... ۶۸

فهرست اشکال

شکل ۱-۱- نمایشی از ریسمان های باز بر روی یک شامه..... ۶

شکل ۱-۲- تصویری از برهم کنش قوی بین شامه ها و ایجاد فضای پاد دوسته..... ۶

شکل ۱-۳- فرایند خاموشی جت..... ۹

شکل ۱-۴- مراحل تشکیل پلاسما..... ۹

شکل ۱-۵- چگونگی اثر نیروی مقاوم بر ریسمان..... ۱۰

شکل ۱-۲- نمایشی از ریسمان متصل به کوآرک چرخان..... ۲۱

شکل ۲-۲- مختصات به کار رفته در فضای AdS/CFT..... ۲۲

شکل ۳-۲- نمودار بخش بالایی نقطه‌ی u_c معادله دیفرانسیل (۳۳-۲) به ازای $\Pi = 10, \omega = 5$ ۳۲

شکل ۴-۲- نمودار بخش پایینی نقطه‌ی u_c معادله دیفرانسیل (۳۳-۲) به ازای $\Pi = 10, \omega = 5$ ۳۲

شکل ۵-۲- نمودار بخش بالایی نقطه‌ی u_c معادله دیفرانسیل (۳۳-۲) به ازای $\Pi = 20, \omega = 0.05$ ۳۳

شکل ۶-۲- نمودار بخش پایینی نقطه‌ی u_c معادله دیفرانسیل (۳۳-۲) به ازای $\Pi = 20, \omega = 0.05$ ۳۳

شکل ۷-۲- نمودار تغییرات $\rho(u)$ نسبت به u برای w و Π های مختلف..... ۳۳

شکل ۸-۲- تغییرات $\rho(u)$ نسبت به u برای $\omega = 0.5$ و $\Pi = 0.1$ ۳۷

شکل ۹-۲- انرژی از دست رفته‌ی حالت کل و نیروی مقاوم برای ω های متفاوت..... ۴۱

شکل ۱۰-۲- انرژی از دست رفته‌ی dE/dt برای ω های متفاوت..... ۴۲

- شکل ۳-۱- نمودار $\rho(r)$ بر حسب r برای $\Pi=1, \omega=1, z=1, \theta=0$ ۴۹
- شکل ۳-۲- نمودار $\rho(r)$ بر حسب r برای $\Pi=1, \omega=1$ و $\theta=0, \frac{d}{2}, \frac{3d}{4}$ و $z=2$ ۵۱
- شکل ۳-۳- نمودار $\rho(r)$ بر حسب r برای $\Pi=1, \omega=1$ با $\theta=0, \frac{d}{2}, \frac{3d}{4}$ و $z=2, \theta=0$ و $z=1$ ۵۱
- شکل ۳-۴- نمودار اتلاف انرژی برای $z=2$ و $\theta=0$ بر حسب l برای $\omega=0.05$ ۵۲
- شکل ۳-۵- انرژی از دست رفته در حالت نسبیتی و غیر نسبیتی ۵۳
- شکل ۳-۶- نمودار $\frac{l_2}{l_1}$ بر حسب $\Pi\omega$ ۵۳
- شکل ۳-۷- نسبت $\Pi\omega/(\Pi\omega)_{linear-drag}$ بر حسب l ۵۵
- شکل ۳-۸- نسبت $\Pi\omega/(\Pi\omega)_{linear-drag}$ بر حسب l برای θ های متفاوت ۵۵
- شکل ۳-۹- نسبت $\Pi\omega/linear-drag$ بر حسب l برای $\theta=0, \frac{d}{2}, \frac{3d}{4}$ ۵۶
- شکل ۳-۱۰- نمودار انرژی اتلافی کل بر حسب l ۵۷
- شکل ۳-۱۱- نمودار $\rho(r)$ بر حسب r برای $\Pi=10$ ۶۰
- شکل ۳-۱۲- نمودار $\rho(r)$ بر حسب r ۶۱
- شکل ۳-۱۱- نمودار انرژی اتلافی در فضای غیر نسبیتی بر حسب l برای Π و ω های مختلف ۶۳

فصل اول

مروری بر مفاهیم

☀ نگاهی به موضوع تحقیق

☀ تناظر AdS / CFT

☀ محاسبه‌ی اتلاف انرژی با استفاده از AdS / CFT

☀ فضا زمان غیرنسبیتی

☀ مروری کوتاه بر کارهای انجام شده

۱-۱- نگاهی به موضوع تحقیق:

مسئله‌ی اتلاف انرژی پارتون‌ها^۱ در پلاسمای کوارک گلوئون^۲ در سال‌های اخیر به طور جدی مورد بحث قرار گرفته است. این پدیده از طریق بررسی جت‌های باقی مانده خروجی از پلاσμα، با احتساب جت‌های خاموش شده در این محیط، در دو برخورد دهنده‌ی یون‌های سنگین نسبیتی $RHIC$ و LHC اندازه‌گیری شده است. از آنجا که در نظر گرفتن کوارک متحرک در محیط پلاσμα اطلاعات مفیدی درباره‌ی رابطه‌ی انرژی از دست رفته با محیط به ما می‌دهد؛ این مسئله برای ما اهمیت بیشتری پیدا می‌کند [1].

در حد پرتابه‌های انرژی بالا، انرژی از دست رفته‌ی یک پارتون نسبیتی توسط تابش گلوئون‌ها بیان می‌شود و محاسبات بر پایه‌ی روش‌های اختلالی در QCD بررسی می‌شود. در حد پرتابه‌های انرژی پایین رویدادهای دیگری ممکن است در نرخ اتلاف انرژی سهمیم باشند.

از آنجا که سیستم مورد مطالعه همبسته قوی می‌باشد و ثابت جفت‌شدگی α_s در آن به گونه‌ای است که نمی‌توان از روش‌های اختلالی برای آن استفاده کرد. از نقطه نظر دیگر می‌توان گفت در λ های بزرگ، برهم‌کنش بین ذرات در نظریه‌ی ابرتقارنی یانگ میلز^۳ قوی می‌شود و همچنین تعداد رنگ‌ها به سمت بی‌نهایت میل می‌کند که باعث سخت شدن محاسبات می‌شود. در نتیجه در این سیستم‌ها استفاده از روش اختلال برای محاسبات توصیه نخواهد شد. برای حل این مشکل از نظریه‌های تقارنی‌ای مانند AdS/CFT بهره می‌بریم که روش‌های مفیدی را برای انجام محاسبات در محیط جفت شده‌ی قوی فراهم می‌کند که شرح آن در بخش بعد آمده است.

¹ parton

² Quark-gluon plasma(QGP)

³ Supersymmetric Yang-Mills(SYM) theory

این نظریه دو رهیافت متفاوت را دنبال می‌کند. در یک رهیافت ویژگی‌های غیر اختلالی محیط جفت شده‌ی قوی را به طور معادل در محاسبات اتلاف انرژی اختلالی QCD حلقه‌های ویلسون قرار می‌دهند که گستره‌ی اعتبار این محاسبات مربوط به پرتابه‌های انرژی بالا می‌باشد.

در رهیافت دیگر فرض می‌شود که تولید ابتدایی پارتون‌های سخت اختلالی است، اما رفتار پارتون‌هایی که انرژی از دست داده‌اند به گونه‌ای است که برهم‌کنش‌ها در تمام مقیاس‌ها غیر اختلالی است. به همین دلیل فرمول‌های مربوط به محاسبات انرژی اتلاfi، در دوگان گرانشی نظریه‌ی پیمانه‌ای ابرتقارنی قرار می‌گیرد. این دوگانی در حد پرتابه‌های انرژی پایین معتبر است [1].

در این پایان نامه می‌خواهیم با حل معادلات حرکت کوارک چرخان، انرژی از دست رفته‌ی آن را در دو محیط پلاسمای کوارک گلوئون و خلاء و در فضا زمان‌های نسبیتی و غیرنسبیتی با استفاده از تناظر AdS / CFT بدست آورده، با هم مقایسه کنیم. بدین منظور یک کوارک آزمون سنگین را در نظر می‌گیریم که در دایره‌ای به شعاع ℓ با سرعت زاویه‌ای ω در حال حرکت است. در مراجع ذکر شده کوارک چرخان الگویی است برای بیان قدرت نسبی دو شیوه‌ی مختلف اتلاف انرژی؛ که شامل انرژی از دست رفته به واسطه‌ی نیروی مقاوم و انرژی از دست رفته به سبب تابش می‌باشد. از طرفی انرژی از دست رفته تابع حرکت کوارک می‌باشد و به نوعی آن را به سرعت حرکت کوارک نیز مربوط می‌کند. به این معنی که یکنواخت یا غیریکنواخت بودن سرعت، و همچنین حرکت در سرعت‌های بالا یا پایین می‌تواند به توصیف‌های متفاوتی از انرژی اتلاfi منجر شود.

در این فصل به تعریف مفاهیم مهم و کاربردی در این پایان نامه می‌پردازیم. این مفاهیم شامل بیان تناظر AdS / CFT ، محاسبه‌ی اتلاف انرژی با استفاده از این دوگانی و فضا زمان غیرنسبیتی می‌باشد. پس از بیان مفاهیم لازم، در فصل‌های بعدی به طور خاص مسئله‌ی کوارک چرخان را بررسی می‌کنیم.

۱-۲-تناظر AdS / CFT :

تناظر AdS / CFT که گاهی با نام‌های "پیشنهاد مالدسنا" و یا "دوگانگی پیمانه/گرانش" شناخته می‌شود، از هم ارزی حدس زده بین یک نظریه گرانش و یک نظریه میدان‌های کوانتومی بدون گرانش در مرز همدیس^۴ آن، با ابعاد حداقل یک واحد کمتر تعریف می‌شود [2].

این حدس که توسط مالدسنا^۵ در سال ۱۹۹۷ بر اساس مطالعه‌ی گرانش از دید نظریه‌ی ریسمان انجام گرفت، اهمیت بررسی گرانش را بیش از پیش آشکار کرده است. بنابر این حدس نظریه‌ی گرانش در فضا زمانی با هندسه‌ای ویژه، موسوم به AdS ^۶ با نظریه‌ی میدان‌های کوانتومی همدیس در مرز آن فضا زمان متناظر است.

این به بیان ساده و غیر فنی، بدین معنا است که یک نظریه‌ی گرانش کلاسیک در یک فضا زمان D بعدی با یک نظریه‌ی میدان کوانتومی در یک فضا زمان $D-1$ بعدی که در آن گرانش وجود ندارد، یکسان است. بنابر این می‌توان محاسباتی را با استفاده از گرانش کلاسیک (نظریه‌ای شبیه به نسبیت عام) در یک فضای D بعدی انجام داد و از نتایج آن برای بررسی جنبه‌های ناشناخته‌ی نظریه‌ی میدان کوانتومی در فضا زمان $D-1$ بعدی استفاده کرد و یا با بررسی نظریه‌ی میدان کوانتومی در فضا زمان $D-1$ بعدی به شناختی در مورد گرانش کوانتومی در فضا زمان D بعدی دست پیدا کرد [2].

چگونگی نامگذاری این حدس برگرفته از این واقعیت است که فضای اولی حاصل ضرب یک فضای پاد دو سیه (AdS) با یک خمینه بسته مانند کره، خمینه مداری و یا فضای ناجابجایی است، در حالی که نظریه‌ی دوگان، یک نظریه‌ی میدان‌های همدیس یا به اختصار CFT ^۷ است.

^۴ conformal

^۵ Juan Martín Maldacena

^۶ Anti-de Sitter

^۷ Conformal field theory

همدیس یک نوع تبدیل است که شامل تبدیلات پوانکاره^۸، مقیاس و تبدیلات ویژه همدیس می باشد و به آن گروه تقارنی همدیس گفته می شود. از نقطه نظر فیزیکی نیز همدیس به معنای این است که مقیاس انرژی نداریم. یعنی فیزیک مسأله در انرژی های کم و زیاد بدون تغییر باقی می ماند.

معادلات مربوط در CFT با استفاده از نظریه ابر تقارن یانگ میلز بررسی می شود. این نظریه دارای دو پارامتر بدون بعد است که قدرت جفت شدگی ذرات را نشان می دهد: یکی N که تعداد رنگ ها را مشخص می کند و دیگری g_{YM} که ثابت جفت شدگی یانگ میلز نام دارد. ثابت جفت شدگی توفت که مربوط به نظریه ی یانگ میلز می باشد به صورت $\lambda = g_{YM}^2 N$ بیان می شود. اگر ما ثابت جفت شدگی توفت^۹ را در دمای $T \neq 0$ بزرگ فرض کنیم به توصیفی از پلاسمای جفت شده ی قوی که یکی از زمینه های مورد بحث ماست، دست خواهیم یافت.

اهمیت بررسی AdS / CFT زمانی بیشتر نمایان می گردد که در نظر داشته باشیم این دوگانی در بررسی شاخه های گوناگون فیزیک نظریه ی میدان های کوانتومی کاربرد دارد. در واقع فیزیکدان ها از نظریه ی میدان ها برای بررسی فیزیک ذرات بنیادی، فیزیک حالت جامد، ابرشارگی، ابررسانایی و ... استفاده می کنند. بنابر این شاید با استفاده از گرانش بتوان به شناخت بسیار عمیق تری از دیگر شاخه های دیگر فیزیک دست یافت. باید به یاد داشت که بسیاری از این شاخه ها ارتباط تنگاتنگی با فناوری دارند. همچنین این تناظر روشی بسیار مفیدی برای مطالعه سیستم های همبسته قوی است. چرا که در این سیستم ها نمی توان از روش اختلال برای مسائلی که دارای ثابت جفت شدگی بالا می باشند استفاده کرد [2].

از آنچه که گفته شد روشن است که اهمیت گرانش و مطالعه ی آن بیش از یک کنجکاوی هیجان انگیز در فیزیک نظری است.

⁸ Poincaré

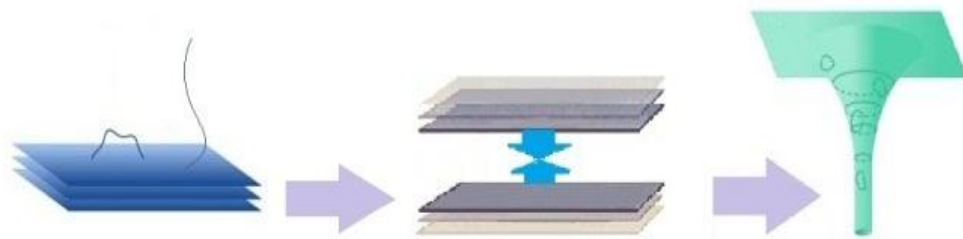
⁹ T hooft

برای داشتن تصویری از چگونگی به وجود آمدن فضای AdS ابتدا شامه را معرفی می‌کنیم. مطابق شکل (۱-۱) یک شامه^{۱۰} موجودی است دارای جرم و بار که ریسمان‌های باز و میدان‌ها روی آن زندگی می‌کنند.



شکل (۱-۱): نمایی از ریسمان‌های باز بر روی یک شامه.

حال مجموعه‌ای از N شامه‌ی سه بعدی موازی را در فضا زمان ده بعدی در نظر می‌گیریم. چنانچه طول ریسمان به سمت صفر میل کند آنگاه شامه‌ها روی هم واقع می‌شوند و جرم آن بسیار سنگین می‌شود. در این حالت برهم‌کنش بین آنها زیاد شده باعث خمیدگی فضا می‌شوند و در اطراف خود فضای AdS را به وجود می‌آورند که سبب انتشار ریسمان‌های بسته^{۱۱} در فضا می‌شود. این فضا را فضای پاد دو سیه می‌نامند که ثابت کیهانشناسی آن منفی است [3]. شکل (۲-۱) چگونگی تشکیل فضای AdS را نشان می‌دهد.



شکل (۲-۱): تصویری از برهم‌کنش قوی بین شامه‌ها و ایجاد فضای پاد دو سیه.

¹⁰ brane

¹¹ Closed string

از طرفی CFT در مرز فضا زمان AdS زندگی می‌کند. بدین صورت دوگانی از نظریه‌ی میدان‌های همدیس و گرانش به وجود می‌آید که این دوگان مربوط به نظریه پیمانه‌ای معادل با نظریه‌ی ریسمان نوع IIB در فضا زمان $AdS_5 \times S_5$ می‌باشد که S_5 ابر کره‌های پنج بعدی فشرده و AdS_5 پنج بعد دیگر فضا زمان ده بعدی است و به ما می‌گوید: یک ذره در زمینه‌ی نظریه‌ی میدان‌های همدیس، معادل ریسمان در فضای گرانش است؛ که در آن تنش ریسمان $(\frac{1}{2\pi\alpha'})$ است و به ثابت جفت شدگی توفت به شکل زیر وابسته می‌باشد:

$$\lambda = \frac{R^4}{\alpha'^2} \quad (1-1)$$

که در اینجا R شعاع خمش فضای AdS ، و α' بر حسب طول ریسمان به صورت $\alpha' = l_s^2$ می‌باشد. تناظر AdS / CFT از دو توصیف مختلف شامه‌ها به دست آمده است. در این بخش سعی می‌کنیم با ارائه این دو توصیف این تناظر را درک کنیم.

در توصیف اول از دید شامه نگاه می‌کنیم. در این دیدگاه برانگیختگی‌های شامه‌ها، ریسمان بازی هستند که بر روی آنها زندگی می‌کنند و ریسمان‌های بسته بیرون از این شامه منتشر می‌شوند. ریسمان‌های باز و بسته می‌توانند با هم برهم‌کنش داشته باشند و در واقع این ریسمان‌ها همان ذرات هستند. این توصیف از شامه‌ها در حد انرژی‌های پایین معادل با نظریه یانگ میلز با بیشترین ابرتقارن $N=4$ با گروه $SU(N_c)$ در فضا زمان چهار بعدی می‌باشد.

توصیف دوم از دیدگاه ریسمان‌های بسته می‌باشد. در هندسه فضا زمان تنها ریسمان‌های بسته منتشر می‌شوند. در این توصیف ریسمان‌های باز وجود ندارند و شامه‌ها، فضای AdS را به وجود می‌آورند.

۱-۳- مطالعه‌ی اتلاف انرژی با استفاده از AdS / CFT :

به منظور داشتن درک بهتری از اتلاف انرژی کوارک چرخان ابتدا به توصیف شرایطی که در آن اتلاف انرژی جت‌ها و کوارک‌ها اهمیت پیدا می‌کنند یعنی پلاسمای کوارک گلوئون^{۱۲} می‌پردازیم. این توصیف می‌تواند به فهم بیشتر کارهای انجام شده در محیط پلازما در فصول بعدی کمک کند.

اگرچه طبق اصل حبس کوارکی، کوارک‌ها و گلوئون‌ها نمی‌توانند از یکدیگر جدا شوند اما با بالا بردن دما و فشار می‌توان به فاز جدیدی از ماده موسوم به کوارک گلوئون پلازما (QGP) دست یافت که در آن کوارک‌ها و گلوئون‌ها در محدوده‌ی زمانی 10^{-23} ثانیه می‌توانند از قید یکدیگر آزاد شوند. هنگامی که دو یون سنگین نسبیتی طلا(سرب) در برخورد دهنده‌ی بزرگ هادرونی RHIC (LHC) ، برخورد داده شوند پلاسمای کوارک گلوئون به وجود می‌آید. از آنجا که زمان به وجود آمدن این فاز برای مشاهده توسط آشکارسازهای موجود کم می‌باشد نمی‌توان این محیط را دید بلکه اثرات ناشی از آن قابل مشاهده می‌باشد. پس از برخورد یون‌های سنگین، با جهش ذراتی موسوم به "جت"^{۱۳} در محل برخورد مواجه خواهیم شد.

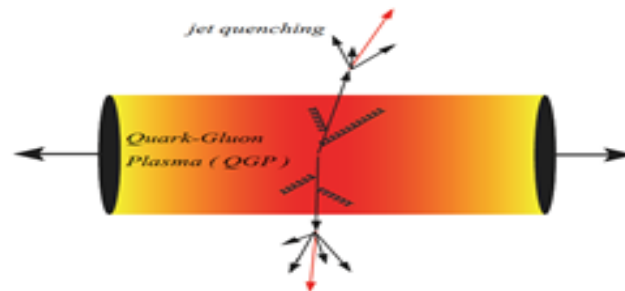
به‌طور نظری می‌دانیم که در محل برخورد، دیواره‌ای از آتش وجود دارد که اگر کوارکی از آن بیرون بیاید مشاهده پذیر می‌شود و در غیر این صورت مشخصاً کوارک در آن ناحیه به دام افتاده است؛ پس اصل بقای تکانه به نحوی پایسته می‌ماند. چنانچه برخی از این جت‌های تولید شده در داخل پلازما تابش کنند و محو شوند پدیده‌ای به نام "خاموشی جت"^{۱۴} رخ خواهد داد که از آن به عنوان فاکتوری برای تشخیص تشکیل پلاسمای کوارک گلوئون استفاده می‌کنند. خاموشی جت‌ها مثالی از اتلاف انرژی پارتون‌های نسبیتی در این محیط است.

¹² Quark Gluon Plasma (QGP)

¹³ Jet

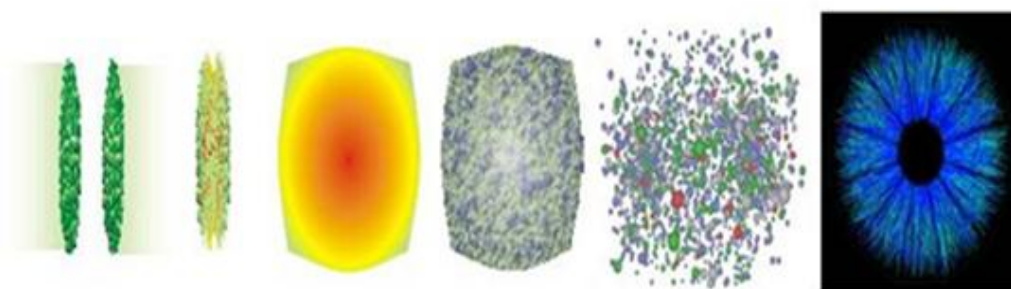
¹⁴ Jet quenching

شکل (۳-۱) طرح واره‌ای از این فرایند می‌باشد.



شکل (۳-۱): فرایند خاموشی جت. مقایسه‌ی جت‌های خروجی در دو جهت بالا و پایین پلاسما.

همانطور که شکل (۳-۱) نشان می‌دهد تعداد جت‌های خارج شده از قسمت بالایی محیط QGP با تعداد جت‌های خارج شده از قسمت پایینی متفاوت است. جهت و اندازه‌ی تکانه‌ی ذرات در این محیط، نقش مهمی در به دام افتادن جت‌ها و اتلاف انرژی آن‌ها دارند. به طور مثال ذرات تولید شده‌ای که سرعت کافی برای خروج از پلاسما را ندارند یا ذراتی که جهت حرکت نامناسبی دارند پیش از خروج از این محیط انرژی خود را از دست می‌دهند و سبب ایجاد عدم تقارن در جت‌های خروجی می‌شوند. پس از تولید ذرات در پلاسما دمای محیط به مرور زمان کم می‌شود و برهم‌کنش بین ذرات بیشتر می‌شود؛ در نتیجه جفت شدگی بزرگ می‌شود. در این زمان پلاسما وارد فاز دیگری به نام فاز هادرونی شده است. شکل (۴-۱) مراحل تشکیل پلاسما را نشان می‌دهد.



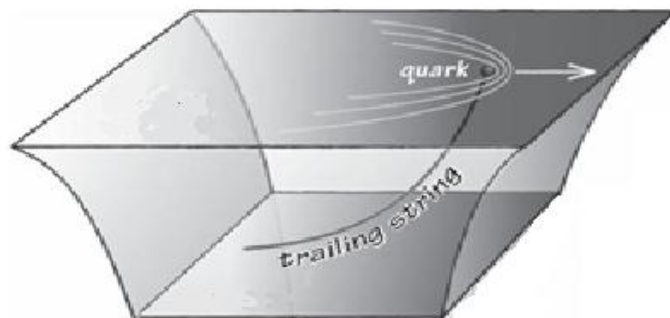
شکل (۴-۱): مراحل تشکیل پلاسما.

مراحل مختلف در شکل (۴-۱) از چپ به راست به ترتیب عبارتند از: نزدیک شدن دو یون نسبیتی به یکدیگر، برخورد یون‌ها، تشکیل دیواره‌ی آتش، تشکیل پلاسما، مرحله‌ی هادرون‌سازی، تشکیل جت و

آشکارسازی. از آنجا که QGP در دماهای بالا و چگالی بالای باریونی به وجود می آید انتظار می رود این پلازما در پیدایش جهان اولیه و مرکز ستاره های چگال نقش داشته باشد.

اکنون با داشتن تصویری از پلاسمای کوارک گلوئون دوباره به مسئله ی اتلاف انرژی کوارک چرخان باز می گردیم.

با استفاده از تناظر AdS/CFT ، کوارکی که در مسیر مستقیم با سرعت ثابت حرکت می کند را می توان با استفاده از نظریه ی مرزی توسط یک جهان سطح ریمان توصیف کرد که شکل آن با زمان تغییر نمی کند. معیار صحیح برای تعیین آهنگ از دست رفتن انرژی تعیین dE/dt می باشد. به طور مثال زمانی که یک کوارک سنگین در پلاسمای جفت شده قوی حرکت می کند یک نیروی مقاوم خلاف جهت به کوارک وارد می شود و باعث اتلاف انرژی می شود. این نیرو در تعیین شکل ریمان نیز موثر است. شکل (۵-۱) نیروی مقاوم وارد بر دوگان گرانش کوارک یعنی ریمان را نشان می دهد که باعث خمش ریمان شده است. اولین محاسبات مربوط به نیروی مقاوم در مراجع [4,5] آمده است.



شکل (۵-۱): چگونگی اثر نیروی مقاوم بر ریمان.

در شکل (۵-۱) منحنی های ایجاد شده در اطراف کوارک متحرک چگالی انرژی اتلاfi را نشان می دهد. به طور کل انتظار داریم با افزایش سرعت حرکت کوارک، نیروی وارد بر ذره افزایش یابد و شکل ریمان خمیده تر شود. زیرا با افزایش سرعت، لختی ریمان منجر به افزایش خمش آن و در نتیجه افزایش نیروی مقاوم می شود. می توان نیروی مقاوم را در دو حالت دمای غیر صفر و دمای صفر

بررسی کرد. شرایط دمای صفر را نمی‌توان برای محیط‌هایی نظیر محیط‌های کوارک گلوئون پلاسما در نظر گرفت. ولی سیستم‌هایی وجود دارد که می‌توان از این محاسبات در آن‌ها استفاده کرد. این شرایط و سیستم‌ها را بیشتر می‌توان در حوزه ماده چگال یافت؛ چرا که به رغم پایین بودن دما ذراتشان برهم‌کنش قوی دارند و با تقریب خوبی برای آن‌ها می‌توان از محاسبات دمای صفر دوگانی AdS/CFT استفاده کرد [6].

نتایج نشان می‌دهد برای کوارک چرخان در پلاسمای کوارک گلوئون اتلاف انرژی از دو طریق اتفاق می‌افتد: الف) نیروی مقاوم؛ ب) تابش.

این در حالی است که در خلاء نسبیتی تنها منبعی که سبب اتلاف انرژی می‌شود تابش است.

الف) محاسبه‌ی اتلاف انرژی نیروی مقاوم با استفاده از تناظر AdS/CFT:

همانطور که از شکل (۵-۱) مشخص می‌شود، کوارک در حال حرکت از سمت محیط نیرویی را احساس می‌کند که باعث از دست رفتن بخشی از انرژی‌اش می‌شود. در این بخش ما می‌خواهیم این اتلاف انرژی را با استفاده از کنش نامبو گوتو^{۱۵} که به صورت زیر می‌باشد به دست آوریم:

$$S = \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_0^\sigma d\sigma L(\dot{X}^\mu, X^{\mu'}) \quad (۲-۱)$$

در این فرمول X^μ بیانگر جهان سطح^{۱۶} ریسمان است، L چگالی لاگرانژی و (σ, τ) متغیرهای جهان سطحی است که ریسمان جاروب می‌کند.

چگالی لاگرانژی مطابق فرمول زیر می‌باشد:

$$L(\dot{X}^\mu, X^{\mu'}) = -\frac{T_0}{c} \sqrt{(\dot{X}^\mu X^{\mu'})^2 - (\dot{X}^\mu)^2 (X^{\mu'})^2} \quad (۳-۱)$$

¹⁵Nambu-Goto

¹⁶World-sheet

و T_0 تنش ریسمان می باشد. با استفاده از وردش کنش نامبو گوتو داریم:

$$\delta S = \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_0^\sigma d\sigma \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{X}^\mu} \frac{\partial(\delta X^\mu)}{\partial \tau} + \frac{\partial L}{\partial X^\mu} \frac{\partial(\delta X^\mu)}{\partial \sigma} \right] \quad (4-1)$$

که در آن از $\delta \dot{X}^\mu = \delta \frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} = \frac{\partial(\delta X^\mu)}{\partial \tau}$ و $\delta X^{\mu'} = \delta \frac{\partial X^\mu}{\partial \sigma} = \frac{\partial(\delta X^\mu)}{\partial \sigma}$ استفاده شده است.

اکنون می توان اتلاف انرژی کل را از فرمول های زیر بدست آورد:

$$\frac{dE}{dt} = P_\mu^\sigma = \frac{-T_0}{c} \frac{(\dot{X}^\mu X'^\nu - \dot{X}^\nu X'^\mu)}{\sqrt{(\dot{X}^\mu X'^\nu)^2 - (\dot{X}^\nu)^2 (X'^\mu)^2}} \quad (5-1)$$

$$\frac{dE}{dt} = P_\mu^\tau = \frac{-T_0}{c} \frac{(\dot{X}^\mu X'^\nu - \dot{X}^\nu X'^\mu)}{\sqrt{(\dot{X}^\mu X'^\nu)^2 - (\dot{X}^\nu)^2 (X'^\mu)^2}} \quad (6-1)$$

در مرجع [7] به تفصیل به محاسبه ی روابط فوق پرداخته شده است. حال می توان نشان داد انرژی اتلافی کل در محیط پلاسمای کوآرک گلوئون به صورت زیر بدست می آید:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \omega \Pi \quad (7-1)$$

و: Π ثابت حرکت، ω سرعت زاویه ای کوآرک چرخان و λ مطابق فرمول (۱-۱) ثابت جفت شدگی توفت می باشند. اگر از ابتدای حل این مسأله تمام پارامترها را بر مبنای دما (جایی که از هندسه ی سیاهچاله بهره می بریم) بنویسیم مطابق مرجع [1]، انرژی اتلافی به صورت زیر به دست می آید.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2 \Pi \omega \quad (8-1)$$

ظاهر شدن دما در این رابطه نشان دهنده ی این است که محیط مورد مطالعه پلاسمای کوآرک گلوئون می تواند باشد. انرژی اتلافی ناشی از نیروی مقاوم کوآرکی که در مسیر مستقیم حرکت می کند در مرجع [8,9] نشان داده شده است که به صورت زیر می باشد.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2 \frac{v^2}{\sqrt{1-v^2}} \quad (9-1)$$

در این رابطه v سرعت حرکت کوارک می‌باشد. این فرمول ابزار مفیدی برای حل عددی انرژی اتلافی می‌باشد به طوری که می‌توان با تغییر Π و ω تاثیر این دو پارامتر را بر روی اتلاف انرژی مورد بحث قرار داد.

ب) محاسبه‌ی اتلاف انرژی تابش با استفاده از تناظر AdS/CFT :

یک ذره‌ی باردار چرخان هنگام حرکت در مسیر دایره‌ای بخشی از انرژی خود را به صورت گسیل تابش از دست می‌دهد. برای یک کوارک چرخان در پلاسما اتلاف انرژی از دو طریق صورت می‌گیرد؛ تابش و نیروی مقاوم که تابش کوارک با گسیل کوانتای میدان همراه است. در فضا زمان نسبیتی انرژی اتلافی ناشی از تابش به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \frac{v^2 \omega^2}{(1-v^2)^{1/2}} \quad (10-1)$$

این فرمول نخستین بار توسط میخایلف [10] برای تابش یک کوارک چرخان مطرح شد. نکته‌ی جالب توجه در فرمول این است که با تغییر $\frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi}$ به $\frac{2e^2}{3}$ نتایج این فرمول با نتایج فرمول لئونارد [11] برای تابش الکترومغناطیس یکسان است. این فرمول، این امکان را برای ما فراهم می‌آورد که با تغییر ω و Π اتلاف انرژی کل را با آهنگ انرژی اتلافی تابشی مقایسه کنیم.

اکنون می‌توان با در دست داشتن روابط مربوط به اتلاف انرژی کل، نیروی مقاوم و نیروی تابشی انرژی از دست رفته را در هر یک از این سه حالت بررسی کرده و با یکدیگر مقایسه کرد. همچنین می‌توان انتظار داشت در سرعت‌های زاویه‌ای متفاوت، انرژی اتلافی کل با هر یک از روابط (9-1) یا (10-1) برابر شود.

به طور کل نتایج به دست آمده بر این حقیقت دلالت می‌کند که اتلاف انرژی اتلافی در محیطی با دمای صفر برابر نیست با اتلاف انرژی در محیطی با دمای مخالف صفر.

۱-۴- فضا زمان غیرنسبیتی:

در بخش پیش با بررسی اتلاف انرژی دریافتیم که انرژی از دست رفته بسته به محیط یا سرعت کوارک از طریق تابش و نیروی مقاوم خواهد بود. هندسه‌ی مورد نظر را نسبیتی در نظر گرفته، محاسبه‌ی آن‌ها را با استفاده از تناظر AdS/CFT انجام دادیم.

محاسبات نشان می‌دهد با تغییر فضا زمان نسبیتی به غیرنسبیتی روابط مربوط به اتلاف انرژی نیز تغییر می‌کند. به طوری که برخلاف انتظار ما از خلاء نسبیتی، در خلاء غیرنسبیتی نیروی مقاوم بدون حضور ماده نیز بر ذره‌ی در حال حرکت وارد می‌شود.

برای شناخت بیشتر این فضا متریک زیر را در نظر بگیرید:

$$ds_{d+2}^2 = r^{\frac{2\theta}{d}} \left(\frac{-dt^2}{r^{2z}} + \frac{dr^2}{r^2} + \frac{d\rho^2}{r^2} + \frac{\rho^2 d\phi^2}{r^2} + \frac{\sum_{i=3}^d dx_i^2}{r^2} \right) \quad (11-1)$$

که در اینجا ρ, ϕ مولفه‌های مختصات قطبی هستند و r بعد هولوگرام می‌باشد. d ابعاد فضا، x_i جهت‌های خاص فضا، t بعد زمان و z و θ توان‌های دینامیکی و ابرمقیاس می‌باشند [12].

نخستین جمله در متریک فوق نشان می‌دهد که با انتخاب $z \neq 1$ مرتبه‌ی تغییرات زمان و مکان مشابه نخواهد بود. این انتخاب به مفهوم غیرنسبیتی بودن فضا زمان منجر می‌شود.

فضا زمان غیر نسبیتی شامل فضا زمان شرودینگر و فضا زمان لیفشیتز می‌باشند. اگر z را برابر ۲ انتخاب کنیم فضا زمان مورد مطالعه، فضا زمان شرودینگری است. با انتخاب $z \neq 1, 2$ فضا زمان مورد مطالعه را فضا زمان لیفشیتز اختیار کرده‌ایم.

۱-۵- مروری کوتاه بر کارهای انجام شده:

- در مرجع [13] مسئله‌ی کوآرک چرخان در محیط پلاسمای جفت شده‌ی قوی برای دو محیط همسانگرد و ناهمسانگرد مورد بحث و مقایسه قرار می‌گیرد. به منظور داشتن توصیف مناسبی از پلاسمای ناهمسانگرد می‌توان گفت پلاسمای تولید شده دقیقاً بعد از برخورد یون‌های سنگین، در کسری از زمان ناهمسانگرد است و پس از آن تبدیل به پلاسمای همسانگرد می‌شود.

نتایج ناشی از آن بر این حقیقت دلالت می‌کند که ناهمسانگردی در محیط بر روی انرژی اتلافی کوآرک سنگین اثر می‌گذارد؛ به شکلی که برای v و ω یکسان نرخ اتلاف انرژی ناشی از تابش در پلاسمای ناهمسانگرد کمتر از مقدار آن در محیط همسانگرد می‌باشد (به جز برای v های بزرگ و ω های کوچک که شبیه به اتلاف انرژی ناشی از نیروی مقاوم رفتار می‌کنند). این مهم است که بدانیم انرژی از دست رفته‌ی پارتون‌ها به جهت نسبی بین ناهمسانگردی و سرعت کوآرک بستگی دارد.

در این مرجع متریک همسانگرد زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$ds^2 = f(u)(g(u)dt^2 + d\rho^2 + \rho(u)^2 d\psi^2 + h(u)du^2) + G_{zz}(u)dz^2 \quad (12-1)$$

که ρ, ψ, z مولفه‌های مختصات استوانه‌ای هستند و u بعد هولوگرام می‌باشد. با استفاده از متریک (۱۲-۱) معادله‌ی حرکت به دست آمده، با حل این معادله، بر روی انرژی اتلافی کوآرک چرخان در پلاسمای همسانگرد بحث می‌شود. اتلاف انرژی در این حالت از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{G_{tt}G_{\phi\phi}\omega\theta'}{2\pi\alpha'L} = \frac{\Pi\omega}{2\pi\alpha'} = \frac{|G_{tt}(u_c)|}{2\pi\alpha'} \quad (13-1)$$

به منظور مقایسه با حالت ناهمسانگرد متریک زمینه را تغییر داده و متریک پلاسمای ناهمسانگرد را که به صورت زیر است می‌نویسیم:

$$ds^2 = \frac{L^2}{u^2} (-FBdt^2 + dx^2 + dy^2 + Hdz^2 + \frac{du^2}{F}) + L^2 e^{\phi/2} ds_{s_5}^2 \quad (14-1)$$

که F ، B و H توابع متریک معرفی شده در مرجع [13] می‌باشند. حال انرژی اتلافی به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\Pi\omega}{2\pi\alpha'} = \frac{1}{2\pi\alpha'} \frac{F_c B_c}{u_c} \quad (15-1)$$

مقایسه‌ی اتلاف انرژی در دو حالت ذکر شده نشان می‌دهد که برای سرعت‌های خطی و زاویه‌ای یکسان، انرژی از دست رفته‌ی ناشی از تابش در محیط ناهمسانگرد کمتر از میزان این اتلاف انرژی در محیط همسانگرد است. همچنین شعاع کوارک چرخان در مرز (به جز برای سرعت‌های زاویه‌ای کوچک و ناهمسانگردی $a/T \approx 4.4$) در محیط ناهمسانگرد، از شعاع این کوارک در محیط همسانگرد بزرگ‌تر است.

شعاع ریسمان متصل به کوارک نیز در افق، برای ناهمسانگردی‌های کوچک و سرعت‌های زاویه‌ای بزرگ کوچک‌تر است از این شعاع در محیط همسانگرد. این در حالی است که برای ناهمسانگردی‌های بزرگ، در هر سرعت زاویه‌ای دلخواهی، شعاع ریسمان در افق بزرگ‌تر است از این شعاع در محیط همسانگرد. در نتیجه می‌توان گفت ناهمسانگردی بر روی شکل ریسمان چرخان نیز تأثیر گذار است. در این مرجع نشان داده می‌شود که شعاع چرخش ریسمان با افزایش ناهمسانگردی تغییرات معناداری پیدا می‌کند.

این نکته نیز حائز اهمیت است که در Π ‌های بزرگ، ناهمسانگردی توسط کوارک مشاهده نمی‌شود در حالی که ناهمسانگردی در Π ‌های کوچک تأثیر معناداری بر روی کوارک چرخان دارد. در فصل دوم

درباره‌ی مفهوم Π به طور کامل بحث خواهیم کرد. پرداختن به مسئله‌ی ناهمسانگردی در حوزه‌ی کار ما نخواهد بود و از آنجا که روابط ما در محیط همسانگرد است، از مرجع [13] تنها برای بررسی رفتار ریسمان در زمینه‌ی کلی و انرژی از دست رفته پلاسمای همسانگرد در فصل دوم استفاده خواهیم کرد.

- در مرجع [1] با پرداخت دوباره به مسئله‌ی کوآرک چرخان در پلاسمای جفت شده‌ی قوی رفتار کوآرک و انرژی اتلافی آن در این محیط بررسی می‌شود.

نتایج موجود در این مرجع نشان می‌دهد با در نظر گرفتن دو حد $v = \ell w = cte, a = vw \rightarrow 0$ و $v = \ell w = cte, a = vw \rightarrow \infty$ ، برای کوآرک چرخان در پلاسمای کوآرک گلئون، در سرعت‌های زاویه‌ای کم رفتار کوآرک چرخان در مرز مشابه رفتار کوآرک در حال حرکت در مسیر مستقیم است و انرژی اتلافی آن ناشی از حضور نیروی مقاوم می‌باشد. این در حالی است که در سرعت‌های زاویه‌ای بالاتر انرژی اتلافی ناشی از تابش و نیروی مقاوم خواهد بود و چنانچه سرعت زاویه‌ای زیاد اختیار شود سهم اتلاف انرژی نیروی مقاوم در مقابل انرژی از دست رفته‌ی تابشی اندک خواهد بود. همچنین برای کوآرک چرخان در خلاء نیروی مقاوم وجود ندارد و اتلاف انرژی از طریق تابش صورت می‌گیرد. برای به دست آوردن ارتباط اتلاف انرژی کوآرک در پلاسمای با سرعت‌های زاویه‌ای بالا از فرمول میخایلیف استفاده می‌شود. محاسبات مربوط به این مرجع در فصل دوم انجام شده است.

- در مرجع [12] مسئله‌ی کوآرک چرخان در فضا زمان غیرنسبیتی برای پلاسمای همسانگرد و ناهمسانگرد بررسی می‌شود. متریک استفاده شده در این فضا زمان متریک ابر مقیاس است که برای پلاسمای همسانگرد به صورت زیر می‌باشد:

$$ds_{d+2}^2 = r^{\frac{2\theta}{d}} \left(\frac{-dt^2}{r^{2z}} + \frac{dr^2}{r^2} + \frac{d\rho^2}{r^2} + \frac{\rho^2 d\phi^2}{r^2} + \sum_{i=3}^d \frac{dx_i^2}{r^2} \right) \quad (16-1)$$

توضیح این متریک در فصل سوم آمده است. در این مقاله با روشن کردن θ و انتخاب $z = 2$ نمودار تغییرات شعاع ریسمان بر حسب بعد هولوگرام رسم می‌شود. اتلاف انرژی نیروی مقاوم در پلاسما با فرمول زیر داده می‌شود:

$$\frac{dE}{dt} = \Pi_x v = -\frac{v^2}{2\pi\alpha'} v^{\frac{2(d-\theta)}{d(z-1)}} \quad (17-1)$$

همچنین نمودار اتلاف انرژی کل نیز رسم می‌شود. محاسبات انجام شده در این مرجع ریسمان‌های باز و بسته را شامل می‌شود. از دیگر مسائل مورد بررسی این مقاله، تأثیر توان‌های دینامیکی و ابرمقیاس بر حرکت کوارک چرخان، اتلاف انرژی و آنتروپی آن، در محیط همسانگرد و ناهمسانگرد است. در فصل سوم به طور مفصل به بررسی حرکت کوارک چرخان و اتلاف انرژی آن در محیط همسانگرد خواهیم پرداخت.

• در مرجع [14] اتلاف انرژی ناشی از نیروی مقاوم در فضا زمان غیرنسبیتی مورد بررسی قرار می‌گیرد. متریک زمینه‌ی مورد استفاده لیفشیتز است:

$$ds^2 = l^2(-r^{2z} f(r) dt^2 + \frac{dr^2}{r^2 f(r)} + r^2 (d\vec{x}_i)^2) \quad (18-1)$$

در این مرجع نیز مانند قبل پس از بدست آوردن معادله‌ی حرکت ریسمان، انرژی اتلافی ناشی از نیروی مقاوم مربوط به متریک لیفشیتز مورد بررسی قرار می‌گیرد که در فصل سوم به آن می‌پردازیم.

فصل دوم

بررسی اتلاف انرژی کوآرک چرخان در فضا زمان نسبیتی

☀ مقدمه

☀ ریسمان چرخان در زمینه‌ی کلی

☀ ریسمان چرخان در زمینه‌ی AdS

☀ ریسمان چرخان در خلاء نسبیتی

☀ اتلاف انرژی کوآرک چرخان

☀ انرژی از دست رفته در دو حد متفاوت

۲-۱- مقدمه:

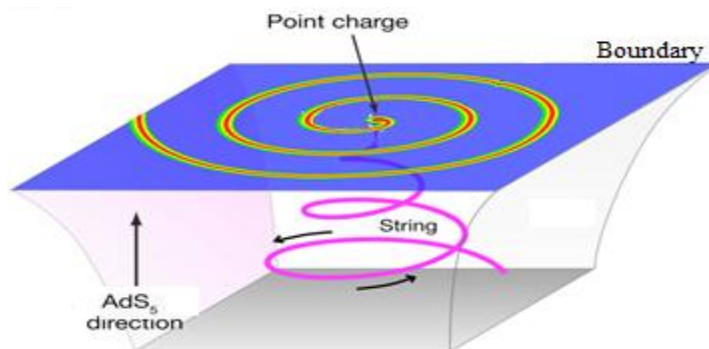
در این فصل با استفاده از تناظر AdS/CFT مسأله‌ی کوارک چرخان را در محیط پلاسما و خلأ مورد بررسی قرار می‌دهیم. سپس با به دست آوردن معادلات حرکت و حل این معادلات، بر روی انرژی اتلافی بحث می‌کنیم.

زمانی که یک کوارک سنگین در محیط حرکت می‌کند بسته به محیطی که در آن قرار دارد و نوع حرکت آن بخشی از انرژی خود را از دست می‌دهد. اگر این کوارک در پلاسمای جفت شده قوی حرکت کند یک نیروی مقاوم خلاف جهت به کوارک وارد می‌شود و باعث از دست رفتن بخشی از انرژی می‌شود. چنانچه کوارک آزمون در این محیط، در حال چرخیدن بر روی یک دایره باشد، تابش نیز سهمی در اتلاف انرژی خواهد داشت. اما اگر کوارک چرخان آزمون به محیط خلاء برده شود، انرژی اتلافی تماماً ناشی از تابش می‌باشد و نیروی مقاوم به دلیل عدم حضور ماده وجود ندارد.

۲-۲- ریسمان چرخان در زمینه‌ی کلی:

اکنون به مسئله کوارک چرخان در محیط پلاسما باز می‌گردیم.

بدین منظور یک کوارک آزمون سنگین را در نظر می‌گیریم که مانند شکل (۲-۱) در دایره‌ای به شعاع ℓ با سرعت زاویه‌ای ω در حال حرکت است. در این صورت، سرعت کوارک $v = \ell\omega$ و شتاب عمودی آن $a = v\omega = \omega^2\ell$ خواهد بود. از آنجایی که در این مسئله کوارک با سرعت ثابت حرکت می‌کند شتاب مماسی وجود ندارد. شتاب عمودی وارد شده، به کوارک چرخان باعث می‌شود که هر چه به داخل فضای حجم پیش رویم شعاع دوران ریسمان معادل آن بیشتر شود.



شکل (۱-۲): نمایی از ریسمان متصل به کوارک چرخان.

همانطور که در شکل (۱-۲) دیده می‌شود کوارک چرخان در CFT وجود دارد که دوگان آن یعنی ریسمان در فضای AdS در حال دوران است. مرز در مسائل مورد بررسی ما جایی است که شعاع چرخش ریسمان صفر است که در این مکان، شعاع چرخش کوارک l خواهد بود و بسته به شرایط مسئله می‌تواند در $u=0$ یا $u=\infty$ اختیار شود. چنانچه در محیط مورد مطالعه آثار دما وجود داشته باشد سیاه چاله را به عنوان سیستمی دارای دما، در محیط AdS وارد می‌کنیم که دمای آن معادل با دمای هاوکینگ^{۱۷} است. در این صورت ریسمان آویزان در فضای حجم به افق سیاه چاله ختم می‌شود. در نتیجه رفتار ریسمان را تا نقطه‌ای $u=u_h$ مورد بررسی قرار می‌دهیم؛ که u_h افق سیاهچاله را نشان می‌دهد. حال اگر دما صفر در نظر گرفته شود، محیط مورد مطالعه خلأ خواهد بود. از آنجا که این محیط همدیس است و فیزیکش در انرژی‌های بالا و پایین بدون تغییر باقی می‌ماند پس می‌توان گفت رفتارش شبیه به CFT است و استفاده از روش AdS/CFT برای حل مسائل این محیط مفید خواهد بود.

نیروهای اعمال شده بر کوارک باعث اتلاف بخشی از انرژی می‌شود. در این پایان نامه هدف کلی ما بدست آوردن dE/dt یا همان آهنگ اتلاف انرژی در واحد زمان است. به طور کل می‌توان گفت در غیاب ماده، تنها انرژی اتلاfi کوارک چرخان ناشی از تابش سینکروترونی آن است؛ در حالی که در

¹⁷ Howking

حضور ماده علاوه بر این تابش، بخشی از انرژی از دست رفته به دلیل نیروی مقاومی است که از طرف ماده بر کوارک در حال حرکت وارد می شود. پیشتر گفتیم که دوگان گرانشی یک کوارک آزمون ریسمان بازی است که بر روی یک شامه زندگی می کند. در این قسمت ما مسئله ی کوارک چرخان را در زمینه ی عمومی بررسی می کنیم. سپس از نتایج این بخش برای ادامه ی محاسبات در بخش های بعدی استفاده خواهیم کرد. شکل کلی متریک قطری در زمینه ی عمومی به این صورت است:

$$ds^2 = G_{tt} dt^2 + G_{\rho\rho} d\rho^2 + G_{\psi\psi} d\psi^2 + G_{zz} dz^2 + G_{uu} du^2 \quad (1-2)$$

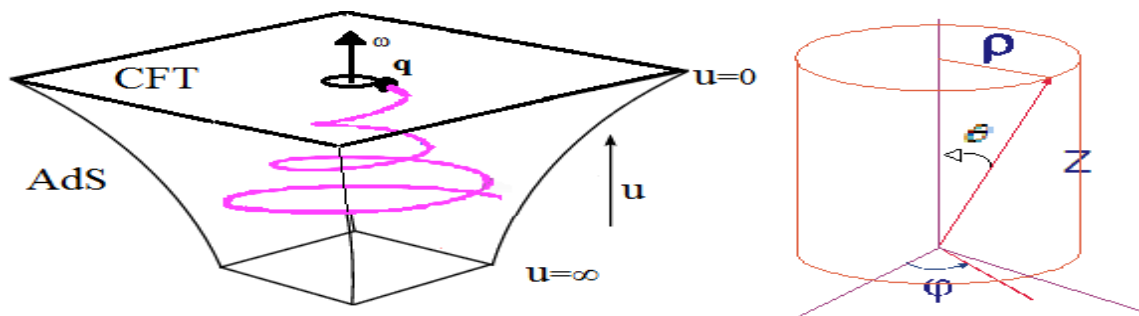
در این مختصات u بعد شعاعی هلوگرافی است؛ و t, ρ, ψ و z مؤلفه های فضایی هستند که کوارک در آن قرار دارد. برای پیدا کردن انرژی اتلافی ریسمان چرخان ابتدا باید جهان سطحی که ریسمان متصل به کوارک آن را می بیند بیابیم. متغیرهای جهان سطحی که ریسمان جاروب می کند (σ, τ) هستند و نگاشت آن به فضا زمان با حدس زیر داده می شوند.

$$x^\mu(\tau, \sigma) \equiv (t = \tau, u = \sigma, \rho = \rho(u), \psi = \omega\tau + \theta(u), x_3 = 0) \quad (2-2)$$

که (ρ, θ, ψ) مختصات فضای استوانه ای هستند. به منظور توصیف بهتر موقعیت کوارک بر روی شامه های سه بعدی، شرایط مرزی نقطه ای انتهایی ریسمان را به صورت زیر بیان می کنیم:

$$\rho(0) = l, \quad \theta(0) = 0 \quad (3-2)$$

شکل (۲-۲) تصویر مناسبی از مختصات استفاده شده در فضای AdS/CFT را نشان می دهد.



شکل (۲-۲) : مختصات به کار رفته در فضای AdS/CFT .

محاسبات خود را با اصل کمینه کردن^{۱۸} کنش شروع می‌کنیم. کنش نامبو گوتو به صورت زیر می‌باشد:

$$S = \frac{-1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma L = \frac{-1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{-\det g_{\mu\nu}} \quad (۴-۲)$$

که $g_{\mu\nu}$ متریک القایی^{۱۹} و برابر $g_{\mu\nu} = G_{MN} \partial_\mu X^M \partial_\nu X^N$ می‌باشد و G_{MN} متریک زمینه^{۲۰} یا متریک هدف است [1]. با استفاده از شکل کلی متریک داده شده و جهان سطح مربوطه و همچنین با داشتن $g_{\mu\nu}$ به صورت:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} G_{tt} + G_{\psi\psi} \omega^2 & G_{\psi\psi} \omega \theta' \\ G_{\psi\psi} \omega \theta' & G_{uu} + G_{\rho\rho} \rho'^2 + G_{\psi\psi} \theta'^2 \end{pmatrix} \quad (۵-۲)$$

می‌توان با گرفتن دترمینان و قرار دادن آن در معادله‌ی $L = \sqrt{-\det g_{\mu\nu}}$ نشان داد که چگالی لاگرانژی به صورت زیر است:

$$L = \left[-G_{uu} (G_{tt} + G_{\psi\psi} \omega^2) - G_{\rho\rho} (G_{tt} + G_{\psi\psi} \omega^2) \rho'^2 - G_{tt} G_{\psi\psi} \theta'^2 \right]^{1/2} \quad (۶-۲)$$

که در اینجا مؤلفه‌ی پرایم‌دار بر مشتق نسبت به بعد هولوگرام دلالت می‌کند. یکی از ویژگی‌های این چگالی لاگرانژی این است که θ در آن مستقیم وارد نمی‌شود و بنابر این، تکانه‌ی آن ثابت حرکت خواهد بود. این ثابت حرکت Π نامیده می‌شود و فقط وابسته به $\theta'(u)$ است که نقش مهمی در اتلاف انرژی دارد. در ادامه خواهیم دید که انرژی از دست رفته در محیط توسط کوارک چرخان متناسب با ثابت حرکت Π می‌باشد. در نتیجه معادله‌ی حرکت برای θ به شکل زیر خواهد بود:

$$\Pi = \frac{\partial L}{\partial \theta'} = \frac{-\theta' G_{tt} G_{\psi\psi}}{L} = cte \quad (۷-۲)$$

¹⁸Least Action

¹⁹ induced metric

²⁰ Target metric

با به توان دو رساندن طرفین معادله‌ی (۷-۲) به طور معادل خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\Pi^2 &= \frac{G_{tt}^2 G_{\psi\psi}^2 \theta'^2}{-G_{uu}(G_{tt} + G_{\psi\psi} \omega^2) - G_{\rho\rho}(G_{tt} + G_{\psi\psi} \omega^2) \rho'^2 - G_{tt} G_{\psi\psi} \theta'^2}; \\ \Pi^2 &= -\frac{G_{tt}^2 G_{\psi\psi}^2 \theta'^2}{(G_{tt} + G_{\psi\psi} \omega^2)(G_{uu} + \rho'^2 G_{\rho\rho}) + G_{tt} G_{\psi\psi} \theta'^2}; \\ \Pi^2 (G_{tt} + G_{\psi\psi} \omega^2)(G_{uu} + \rho'^2 G_{\rho\rho}) + \Pi^2 G_{tt} G_{\psi\psi} \theta'^2 &= -G_{tt}^2 G_{\psi\psi}^2 \theta'^2; \\ \Pi^2 G_{tt} G_{\psi\psi} \theta'^2 + G_{tt}^2 G_{\psi\psi}^2 \theta'^2 &= -\Pi^2 (G_{tt} + G_{\psi\psi} \omega^2)(G_{uu} + \rho'^2 G_{\rho\rho}); \\ \Rightarrow \theta'^2(u) &= -\frac{\Pi^2 (G_{tt} + G_{\psi\psi} \omega^2)(G_{uu} + \rho'^2 G_{\rho\rho})}{G_{tt} G_{\psi\psi} (G_{tt} G_{\psi\psi} + \Pi^2)}\end{aligned}\quad (۸-۲)$$

می‌دانیم که θ'^2 همواره مثبت است. از طرفی G_{tt} مسئله همواره منفی است. پس هرگاه مخرج تغییر علامت دهد صورت هم باید تغییر علامت دهد تا بتوانیم θ'^2 مثبت داشته باشیم. نقطه‌ای که در آن ریشه صورت و مخرج همزمان تغییر علامت می‌دهند را u_c می‌نامیم که در آن نقطه شعاع دایره ρ_c است.

$$\begin{aligned}G_{tt}(u_c) + G_{\psi\psi}(u_c) \omega^2 &= 0 \\ G_{tt}(u_c) G_{\psi\psi}(u_c) + \Pi^2 &= 0\end{aligned}\quad (۹-۲)$$

حال با توجه به معادلات (۹-۲) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}|G_{tt}(u_c)| &= \Pi \omega \\ |G_{\psi\psi}(u_c)| &= \frac{\Pi}{\omega}\end{aligned}\quad (۱۰-۲)$$

برای پیدا کردن شکل حرکت ریسمان از معادلات لاگرانژ اویلر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \rho} - \frac{\partial}{\partial u} \frac{\partial L}{\partial \rho'} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial u} \frac{\partial L}{\partial \theta'} &= 0\end{aligned}\quad (۱۱-۲)$$

که $\rho' = \frac{\partial \rho}{\partial u}$, $\theta' = \frac{\partial \theta}{\partial u}$ است.

اگرچه در اینجا دو معادله حرکت وجود دارد اما همانطور که قبلا اشاره شد لاگرانژی ما به θ وابسته نیست و معادله‌ی دوم رابطه‌ی (۱۱-۲) ثابت حرکت خواهد بود. پس به منظور به دست آوردن شکل حرکت ریسمان از معادله‌ی اول رابطه‌ی (۱۱-۲) استفاده خواهیم کرد. با استفاده از روش‌های عددی می‌توانیم شکل کلی ریسمان چرخان را بدست آوریم. با در دست داشتن تکانه‌ی زاویه‌ای w و ثابت حرکت Π می‌توان نقطه‌ی (u_c, ρ_c) را از معادلات (۹-۲) بدست آورد. اما این نقطه در حل مسئله ما را با مشکل مواجه می‌کند چرا که معادله‌ی حرکت و همچنین لاگرانژی در این نقطه تکینگی دارند. در حقیقت این مشکل فقط در یک نقطه ظاهر می‌شود و ما می‌توانیم از معادله‌ی حرکت و بسط آن (تا هر جمله‌ای که می‌خواهیم) استفاده کنیم.

۳-۲- ریسمان چرخان در زمینه AdS :

می‌دانیم دوگان کوارک ریسمان بازی است که نقطه‌ی انتهایی آن به یک شامه سه بعدی در مرز $u = \infty$ متصل است. از آنجا که محیط مورد بررسی پلاسمای کوارک گلوئون است پس در این محیط دما وجود دارد و ریسمان آویزان در فضای حجم به داخل سیاه چاله ختم می‌شود. پس ریسمان را تا افق سیاه چاله در نظر می‌گیریم. در نتیجه تا افق یعنی $\tilde{u} = \tilde{u}_h$ را بررسی می‌کنیم.

هندسه‌ی فضای سیاهچاله به این شکل می‌باشد:

$$ds^2 = -f(\tilde{u})dt^2 + \frac{\tilde{u}^2}{R^2}(d\tilde{\rho}^2 + \tilde{\rho}^2 d\varphi^2 + dx_3^2) + \frac{d\tilde{u}^2}{f(\tilde{u})}, \quad (12-2)$$

$$f(\tilde{u}) \equiv \frac{\tilde{u}^2}{R^2} \left(1 - \frac{\tilde{u}_h^4}{\tilde{u}^4}\right)$$

که $\tilde{u}$ مختصه‌ی حجم در فضای ۵ بعدی، $\tilde{u}_h$ شعاع افق سیاهچاله و R شعاع انحنای فضای AdS است که در محاسبات ما R و $\tilde{u}_h$ یک در نظر گرفته شده‌اند.

لازم به ذکر است که مختصات متریک (۲-۱۲) از تبدیل زیر به دست آمده است:

$$(x_1, x_2) \rightarrow (\rho, \phi); dx_1^2 + dx_2^2 = d\rho^2 + \rho^2 d\phi^2, \quad (2-13)$$

می‌دانیم دمای پلاسمای کوارک گلوئون معادل دمای سیاهچاله‌ی AdS هاوکینگ در دوگان گرانشی است:

$$T \equiv \frac{\tilde{u}_h}{\pi R^2} \quad (2-14)$$

به منظور استفاده از توصیف دوگان گرانشی ابرتقارنی یانگ میلز و بیان انرژی اتلافی کوارک چرخان، باید در ابتدا جهان سطح ریسمان را در نقطه‌ی $u = \infty$ پیدا کنیم و پس از آن به مسئله‌ی انرژی اتلافی بپردازیم. جهان سطح ریسمان چرخان را بدین صورت توصیف می‌کنیم:

$$x^\mu(\tau, \sigma) \equiv (t = \tau, \tilde{\rho} = \tilde{\rho}(\tilde{u}), \varphi = \omega\tau + \theta(\tilde{u}), x_3 = 0, \tilde{u} = \sigma) \quad (2-15)$$

که در اینجا نیز مانند قبل اندیس‌های ν, μ دارای پنج بعد $(t, \tilde{\rho}, \varphi, x_3, \tilde{u})$ هستند. شرایط مرزی برای این مسئله:

$$\begin{aligned} \rho(\infty) &= l \\ \theta(\infty) &= 0 \end{aligned} \quad (2-16)$$

می‌باشد. مطابق قبل برای پیدا کردن رفتار ریسمان از اصل کمینه کردن کنش استفاده می‌کنیم. کنش نامبو گوتو را از فرمول (۲-۴) داریم. برای توصیف ریسمان با متغیرهای بدون بعد می‌توان از تعاریف زیر استفاده کرد:

$$u \equiv \frac{\tilde{u}}{\tilde{u}_h}, \rho \equiv \frac{\tilde{u}_h}{R^2} \tilde{\rho} \quad (2-17)$$

همچنین برای توصیف حرکت کوارک با پارامترهای بدون بعد داریم:

$$\begin{aligned}\ell &\equiv \frac{\tilde{u}_h}{R^2} L = L \pi T; \\ w &\equiv \frac{R^2}{\tilde{u}_h} \omega = \frac{\omega}{\pi T}\end{aligned}\quad (۱۸-۲)$$

باید توجه کرد که: $v = L\omega = \ell w$ است و همچنین شتاب کوارک در $u = \infty$ برابر است با :

$$a = wv = w^2 \ell = \frac{a}{\pi T} \quad (۱۹-۲)$$

متریک القایی به صورت زیر می باشد:

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \dot{X}^2 & \dot{X} \cdot X' \\ \dot{X} \cdot X' & X'^2 \end{pmatrix} \quad (۲۰-۲)$$

که $\dot{X}^\mu, X'^\mu$ به ترتیب مشتق $X^\mu(\tau, \sigma)$ نسبت به فضا و زمان است و به صورت زیر محاسبه می شود.

$$\dot{X}^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} = (1, 0, \omega, 0, 0) \quad (۲۱-۲)$$

$$X'^\mu = \frac{\partial X^\mu}{\partial \sigma} = (0, \rho', \theta', 0, 1) \quad (۲۲-۲)$$

$$\dot{X}^2 = g_{\mu\nu} \dot{X}^\mu \dot{X}^\nu = -f(u) + \rho^2 u^2 \omega^2 \quad (۲۳-۲)$$

$$X'^2 = u^2 \rho'^2 + u^2 \rho^2 \theta'^2 + \frac{1}{f(u)} \quad (۲۴-۲)$$

$$\dot{X} \cdot X' = \rho^2 u^2 \omega \theta' \quad (۲۵-۲)$$

چگالی لاگرانژی در شکل کلی به صورت زیر می باشد:

$$L = \sqrt{(\dot{X} \cdot X')^2 - \dot{X}^2 X'^2} \quad (۲۶-۲)$$

که با اطلاعات داده شده به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$L = \sqrt{(u^4 - \rho^2 \omega^2 u^4 - 1)(\rho'^2 + \frac{1}{u^4 - 1}) + \rho^2(u^4 - 1)\theta'^2} \quad (27-2)$$

و مانند قبل منظور از ρ' و θ' عبارات زیر می‌باشد:

$$\rho' = \frac{\partial \rho}{\partial u}, \theta' = \frac{\partial \theta}{\partial u} \quad (28-2)$$

حال از معادلات حرکت لاگرانژ اوایلر برای رسیدن به معادلات حرکت ریسمان استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \partial_u \frac{\partial L}{\partial \rho'} - \frac{\partial L}{\partial \rho} &= 0, \\ \partial_u \frac{\partial L}{\partial \theta'} &= 0 \end{aligned} \quad (29-2)$$

این معادلات به ما $\rho(u)$ و $\theta(u)$ را می‌دهد. برای حل این معادلات ما باید در ابتدا بر روی وابستگی زاویه‌ای تمرکز کنیم. لاگرانژی وابسته $\theta'(u)$ است و به $\theta(u), \theta''(u)$ وابسته نیست. بنابر این مانند قبل، طبق رابطه‌ی دوم معادله‌ی (۲۹-۲) یک ثابت حرکت وجود دارد که به صورت زیر می‌باشد:

$$\Pi = \frac{-\partial L}{\partial \theta'} = \frac{\theta' \rho^2 (u^4 - 1)}{L} = cte \quad (30-2)$$

دو طرف رابطه‌ی (۳۰-۲) را به توان دو می‌رسانیم تا بتوانیم θ'^2 را بر حسب $\rho(u)$ به دست آوریم:

$$\begin{aligned} \Pi^2 &= \frac{(u^4 - 1)^2 \theta'^2 \rho^4}{(u^4 - \rho^2 \omega^2 u^4 - 1)(\rho'^2 + \frac{1}{u^4 - 1}) + \rho^2(u^4 - 1)\theta'^2} \\ (u^4 - 1)^2 \theta'^2 \rho^4 &= \Pi^2 (u^4 - \rho^2 \omega^2 u^4 - 1)(\rho'^2 + \frac{1}{u^4 - 1}) + \Pi^2 \rho^2 (u^4 - 1)\theta'^2 \\ [(u^4 - 1)^2 \rho^4 - \Pi^2 \rho^2 (u^4 - 1)]\theta'^2 &= \Pi^2 (u^4 - \rho^2 \omega^2 u^4 - 1)(\rho'^2 + \frac{1}{u^4 - 1}) \\ \theta'^2 &= \frac{\Pi^2 (u^4 - \rho^2 \omega^2 u^4 - 1)(\rho'^2 + \frac{1}{u^4 - 1})}{[(u^4 - 1)^2 \rho^4 - \Pi^2 \rho^2 (u^4 - 1)]} \Rightarrow \theta'^2 = \frac{\Pi^2 (\rho'^2 + \frac{1}{u^4 - 1})(u^4 - 1 - u^4 \rho^2 \omega^2)}{(u^4 - 1)\rho^2 ((u^4 - 1)\rho^2 - \Pi^2)} \end{aligned} \quad (31-2)$$

اکنون با توجه به رابطه‌ی اول معادله‌ی (۲-۲۹) به معادله حرکت می‌رسیم که جزئیات آن با استفاده از نرم افزار ممتیکا به دست آمده است.

$$\begin{aligned}
 & (-4u^3\rho'(-2+2\omega^2\rho^2+u\omega^2\rho\rho'))((-1+u^4-u^4\omega^2\rho^2)(\frac{1}{u^4-1}+\rho'^2)+(u^4-1)\rho^2\theta'^2) \\
 & -2\rho(-u^4\omega^2(\frac{1}{u^4-1}+\rho'^2)+(u^4-1)\theta'^2)((u^4-1-u^4\omega^2\rho^2)(\frac{1}{u^4-1}+\rho'^2) \\
 & +(u^4-1)\theta'^2\rho^2)+2(u^4-1-u^4\omega^2\rho^2)((u^4-1-u^4\omega^2\rho^2)(\frac{1}{u^4-1}+\rho'^2) \\
 & +(u^4-1)\theta'^2\rho^2)\rho''-(u^4-1-u^4\omega^2\rho^2)\rho'(-2u^3(-2+2\omega^2\rho^2+u\omega^2\rho\rho') \\
 & (\frac{1}{u^4-1}+\rho'^2)+4u^3\rho^2\theta'^2+2(u^4-1)\rho\rho'\theta'^2+(u^4-1-u^4\omega^2\rho^2)(\frac{-4u^3}{(u^4-1)^2}+2\rho'\rho'') \\
 & +2(u^4-1)\rho^2\theta'\theta''))=0
 \end{aligned} \tag{۲-۳۲}$$

حال اگر رابطه‌ی (۲-۳۱) را در رابطه‌ی بالا قرار دهیم پس از کمی ساده‌سازی معادله دیفرانسیل زیر به دست می‌آید:

$$\rho''+\frac{2u^3\rho\rho'-1}{\rho^2(u^4-1)-\Pi^2}\rho(\rho^2(u^4-1)+1)+\frac{2u^3\rho\rho'(1-\rho^2\omega^2-\rho^2\rho'^2\omega^2)+\rho'^2(u^4-1)+1}{(1-\rho^2\omega^2)\rho u^4-\rho}=0 \tag{۲-۳۳}$$

حال با حل این معادله، $\rho(u)$ را که بیانگر موقعیت حرکت ریسمان است بدست می‌آوریم. از آنجا که حل این معادله به روش دستی انجام نمی‌پذیرد آن را به صورت عددی حل می‌کنیم. برای این کار باید ابتدا ρ'_c را به دست آوریم. پیش از تکمیل کردن فرایند حل معادله دیفرانسیل لازم است برخی خواص کلی راه حلی که به دنبال آن هستیم را بیان کنیم. برای کوارک چرخان در مرز، صورت معادله‌ی (۲-۳۱) مثبت است چرا که $v = \ell\omega < 1$ است.

برای هر u مثبت در فضای حجم یک نیروی جانب مرکز به ریسمان وارد می‌شود. همچنین می‌توان گفت برای هر $u < \infty$ ، $\rho(u) > l$ است و ریسمان هم به افق سیاه چاله $u=1$ ختم می‌شود. وقتی ریسمان به $u=1$ می‌رسد عبارت $(u^4-\rho^2\omega^2u^4-1)$ در صورت معادله‌ی (۲-۳۱) تغییر علامت می‌دهد و منفی می‌شود.

تغییر علامت صورت در نقطه‌ی (u_c, ρ_c) به رسیدن به جواب زیر منجر می‌شود:

$$\begin{aligned}
 u_c^4 - \rho_c^2 \omega^2 u_c^4 - 1 &= 0 \\
 \Rightarrow \rho_{light}(u, \omega) &= \frac{1}{\omega} \sqrt{1 - \frac{1}{u^4}} \\
 v_c = \rho_c \omega \Rightarrow u_c &= \left(\frac{1}{1 - v_c^2} \right)^{\frac{1}{4}}
 \end{aligned} \tag{۳۴-۲}$$

از آنجا که معادله‌ی حرکت در نقطه‌ای به نام u_c تکنیکی دارد پس باید جواب را در اطراف این نقطه بررسی کنیم. با توجه به معادلات (۹-۲) داریم:

$$\left. \begin{aligned}
 \Pi^2 - f(u) u^2 \rho^2 &= 0 \Rightarrow f(u) = \frac{\Pi^2}{u^2 \rho^2}, \\
 -f(u) + \omega^2 u^2 \rho^2 &= 0, \\
 f(u) &\equiv u^2 \left(1 - \frac{1}{u^4} \right),
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Pi^2 = f(u) u^2 \rho^2 = (u^4 - 1) \rho^2 \Rightarrow \rho^2 = \frac{\Pi^2}{(u^4 - 1)};$$

$$\Rightarrow \frac{\Pi^2}{u^2 \frac{\Pi^2}{(u^4 - 1)}} + \omega^2 u^2 \frac{\Pi^2}{(u^4 - 1)} = 0, \Rightarrow (u^4 - 1)^2 + \omega^2 u^4 \Pi^2 = 0 \tag{۳۵-۲}$$

حال مختصات نقطه‌ی (u_c, ρ_c) بدین صورت بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}
 u_c &= \sqrt{\frac{\Pi \omega}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{4u_h^4 + \Pi^2 \omega^2}} \\
 \rho_c &= \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{2\Pi \omega}{\Pi \omega + \sqrt{4u_h^4 + \Pi^2 \omega^2}}}
 \end{aligned} \tag{۳۶-۲}$$

می‌دانیم رابطه‌ی (۳۲-۲) برای مرز $u = \infty$ بدست آمده است. این رابطه هنگامی که می‌خواهیم معادله‌ی دیفرانسیل را به صورت عددی حل کنیم مورد استفاده قرار می‌گیرد. اگر فقط رابطه (۳۶-۲) را داشته باشیم و بخواهیم ρ'_c را طبق روشی که در زیر بیان می‌شود به دست بیاوریم به یک معادله‌ی درجه چهار می‌رسیم که چهار ریشه بسیار بزرگ دارد و حدس زدن جواب بسیار مشکل است. اما

مطابق آنچه در ادامه گفته خواهد شد با استفاده از بسط و رابطه (۳۴-۲) می‌توانیم به شیوه‌ای آسان‌تر ρ'_c را به دست بیاوریم.

می‌توانیم $\rho(u)$ را در نقطه‌ی u_c بسط تیلور دهیم و مشتقات پی در پی آن را در معادله دیفرانسیل قرار دهیم. نقطه‌ی (u_c, ρ_c) ، برای ریسمان متصل به کوارک در حال حرکت در مسیر مستقیم مانند حالتی که برای ریسمان متصل به کوارک چرخان در نظر می‌گیریم بدست می‌آید.

بسط تیلور به این صورت خواهد بود:

$$\begin{aligned}\rho(u) &= \rho_c + \rho'_c(u - u_c) + \frac{1}{2}\rho''_c(u - u_c)^2 + \dots \\ \rho'(u) &= \rho'_c + \rho''_c(u - u_c) + \dots \\ \rho''(u) &= \rho''_c + \dots\end{aligned}\quad (37-2)$$

سپس ضریب $(u - u_c)$ را مساوی صفر قرار می‌دهیم. زیرا باید تک تک ضرایب مساوی صفر باشند. آنگاه به یک معادله‌ی درجه دو بر حسب ρ'_c می‌رسیم؛ که جزئیات آن توسط نرم افزار ممتیکا محاسبه شده است. معادله‌ی مربوطه به شکل زیر خواهد بود:

$$v_c \omega^2 + \frac{4\sqrt{1-v_c^2} + \omega^2}{(1-v_c^2)^{\frac{1}{4}}} \rho'(u_c) - \frac{v_c^3 \omega}{1-v_c^2} \rho'(u_c)^2 = 0 \quad (38-2)$$

که $v_c = \rho_c \omega$ می‌باشد. با حل این معادله ρ'_c بدست می‌آید که ریشه منفی آن جواب مسأله است.

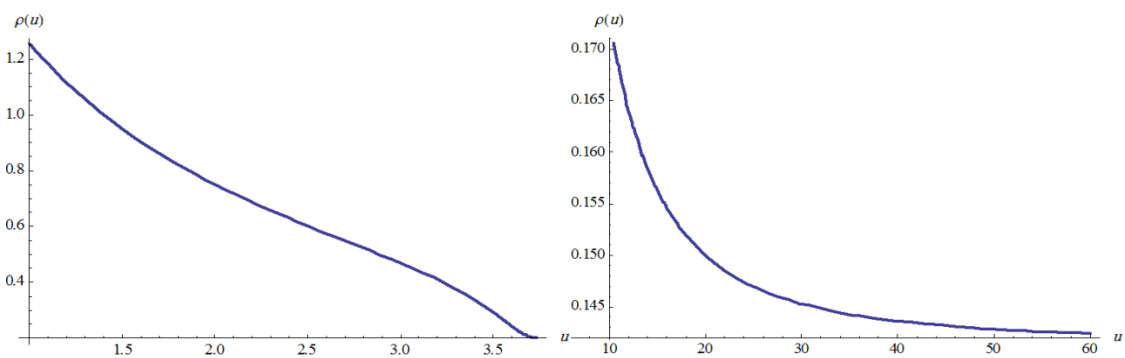
چرا که مرز در $u = \infty$ است و برای ρ'_c داریم: $\rho' = \frac{\Delta \rho}{\Delta u}$. پس با حرکت از u_c به سمت مرز

ρ'_c منفی می‌شود. در نتیجه ρ'_c به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\rho'_c = \frac{(1-v_c^2)(4\sqrt{1-v_c^2} + \omega^2) - \sqrt{4v_c^4(1-v_c^2)^{\frac{3}{2}}\omega^2 + (1-v_c^2)^2(4\sqrt{1-v_c^2} + \omega^2)^2}}{2v_c^3(1-v_c^2)^{\frac{1}{4}}\omega} \quad (39-2)$$

حال با داشتن مقادیر Π, ω می توان طبق روابط (۳۶-۲) و (۳۹-۲)، ρ_c, u_c و ρ'_c را بدست آورد و سپس معادله دیفرانسیل مربوطه را برای نقطه‌ی u_c حل کرد. جزئیات حل این معادله نیز توسط نرم افزار متمتیکا انجام شده است. نکته‌ای که وجود دارد این است که از مرز تا نقطه‌ی u_c یعنی بخش بالایی $u > u_c$ به ازای هر پارامتر ریسمان، سرعت ریسمان کمتر از سرعت نور است. از نقطه‌ی u_c تا افق سیاه چاله، یعنی بخش پایینی $u < u_c$ سرعت ریسمان بیشتر از سرعت نور می‌باشد و این مفهوم فیزیکی ندارد. پس نوسانات کوچک ریسمان در بخش بالایی و پایینی کاملاً از هم مجزا است.

بخش پایینی ریسمان از نقطه‌ی انتهایی روی شامه‌های سه بعدی در مرز منفصل است [15,10]. این بخش برای ریسمان نشان دهنده‌ی ابر گلوئونی است. در حالی که بخش بالایی از جهان سطح نشانگر میدان رنگی^{۲۱} است که توسط تابع موج حمل می‌شود. در نتیجه باید از مرز تا نقطه‌ی u_c را مورد بررسی قرار دهیم. نمودار $\rho(u)$ بر حسب u به ازای $\omega=5$ و $\Pi=10$ برای بخش بالایی و پایینی ریسمان به صورت شکل (۳-۲) و (۴-۲) می‌باشد.



شکل (۴-۲) : بخش پایینی ریسمان

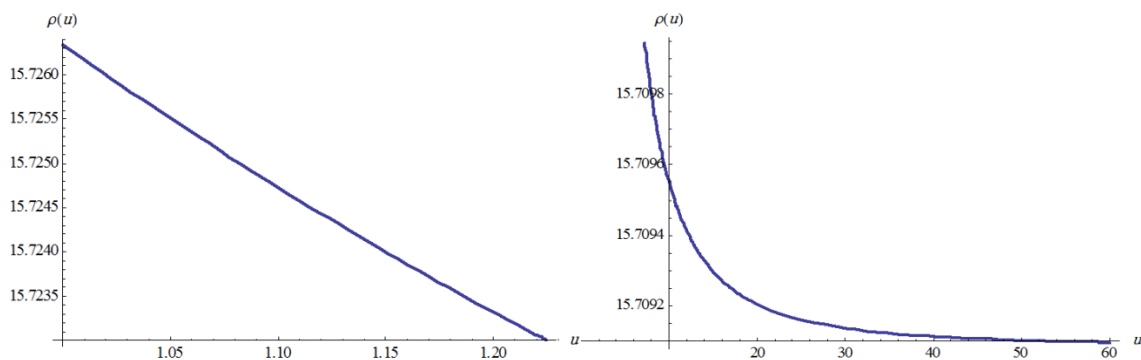
شکل (۳-۲) : بخش بالایی ریسمان

در این شکل $\rho(u)$ شعاع دوران ریسمان و u بعد فضای هولوگرام است. همانطور که از شکل (۳-۲) مشخص است مرز در بی‌نهایت در نظر گرفته شده است که این بی‌نهایت در رسم عددی این نمودار به اختیار ۶۰ فرض شده است. از نمودار رسم شده مشخص است با حرکت به سمت مرز شعاع دوران

²¹Color field

ریسمان به طور نمایی کاهش می‌یابد. در شکل (۲-۴) اگرچه با افزایش u شعاع دوران ریسمان کاهش می‌یابد اما این نمودار خوش تعریف نیست و دارای یک نقطه‌ی عطف می‌باشد.

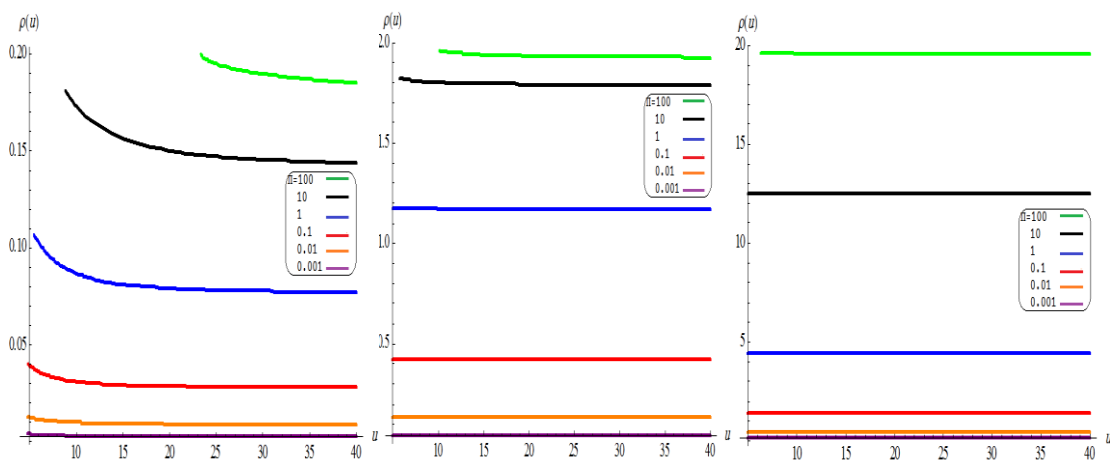
نمودار $\rho(u)$ بر حسب u نیز به ازای $\omega = 0.05$ و $\Pi = 20$ به صورت زیر می‌باشد.



شکل (۲-۶): بخش پایینی ریسمان

شکل (۲-۵): بخش بالایی ریسمان

مشابه آنچه در شکل (۲-۳) دیدیم در شکل (۲-۵) با حرکت به سمت مرز، شعاع چرخش ریسمان به صورت نمایی کاهش می‌یابد. این در حالی است که در شکل (۲-۶) که مربوط به بخش غیر فیزیکی ریسمان چرخان است تغییرات شعاع دوران در u های مختلف به صورت خطی خواهد بود که این تغییرات توصیف مناسبی برای شکل مارپیچی ریسمان نمی‌دهد. در شکل زیر نشان می‌دهیم که برای هر مقدار متفاوت ω و Π شعاع‌های متفاوتی خواهیم داشت.



شکل (۲-۷): تغییرات $\rho(u)$ نسبت به u برای ω و Π های مختلف. از راست به چپ: $\omega = 0.05$ و $\omega = 0.5$ و $\omega = 5$ و از بالا به پایین $\Pi = 100, 10, 1, 0.1, 0.01, 0.001$.

در شکل (۷-۲) با تغییر ω در سه مقدار $\omega = 5, 0.5, 0.05$ مشخص می‌شود که با افزایش Π ، در u ثابت، شعاع دوران ریسمان افزایش می‌یابد. از روی نمودارهای موجود می‌توان دریافت که هرچه از نقطه‌ی u_c به سمت مرز پیش رویم شعاع ریسمان کم می‌شود. همچنین کوچک (بزرگ) شدن مقادیری از Π متناظر با کوچک (بزرگ) شدن مقادیری از l است که شعاع دایره‌ای است که کوارک روی آن در مرز حرکت می‌کند.

از نقطه نظر کوارک چرخانی که روی مرز $u = \infty$ حرکت می‌کند تنها ω و l در تعیین ساختار حرکت مؤثر هستند. در حالی که ساختار ریسمان چرخان با Π و ω بدست می‌آید. این نشان می‌دهد که یک ارتباط یک به یک بین Π و l وجود دارد. می‌دانیم سرعت کوارک چرخان در مرز نباید از سرعت نور بیشتر باشد. این محدودیت، به این مفهوم منجر می‌شود که شعاع l باید به گونه‌ای تغییر کند که: $l < \frac{1}{w}$. برای Π های خیلی کوچک $\rho(1) \simeq l$ است که $\rho(1)$ شعاع در افق ماست و خمش بسیار کم است. اما برای Π های خیلی بزرگ $l \gg \rho(1)$ می‌باشد.

از طرفی می‌دانیم که در عمق فضای حجم سرعت ریسمان بیشتر از سرعت نور است. در این ناحیه از فضا جهان سطح ریسمان خم می‌شود و با افزایش $\rho(u)$ ریسمان تا افق کشیده می‌شود. این خمش به علت این است که نیروی جانب به مرکزی به ریسمان وارد می‌شود و در آنجا شتاب $a = \rho\omega^2$ بیشتری وجود دارد. افزایش خمش یا افزایش شتاب را می‌توان با افزایش سرعت زاویه‌ای ω توصیف کرد. مثلاً اگر $\omega = 5$ در نظر بگیریم درمی‌یابیم که خمش برای هر Π غیر صفری وجود دارد. همچنین برای $w > 1$ هیچ یک از مقادیر Π ، $\rho(1) \simeq l$ وجود ندارد.

۴-۲- ریسمان چرخان در خلاء نسبیتی:

تا کنون معادلات حرکت ریسمان را در فضایی با دمای $T \neq 0$ بررسی کردیم. در این بخش می‌خواهیم معادلات مربوط به کوارک چرخان را در دمای $T = 0$ به دست آوریم، یعنی در خلاء. لاگرانژی در این فضا به صورت زیر خواهند بود:

$$L = \sqrt{(1 - \rho^2 w^2)(u^4 \rho'^2 + 1) + u^4 \rho^2 \theta'^2} \quad (۴۰-۲)$$

به شیوه‌ی قبل برای بررسی رفتار ریسمان از معادلات حرکت لاگرانژ اویلر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \rho} - \frac{\partial}{\partial u} \frac{\partial L}{\partial \rho'} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial u} \frac{\partial L}{\partial \theta'} &= 0 \end{aligned} \quad (۴۱-۲)$$

حال از رابطه‌ی بالا ثابت حرکت برابر است با:

$$\Pi = \frac{-\partial L}{\partial \theta'} = -\frac{u^4 \theta' \rho^2}{L} \quad (۴۲-۲)$$

که متغیرهای بدون بعد u و w به همتای بدون بعدشان $\rho = \tilde{\rho}/R$ ، $u = \tilde{u}/R$ و $w = \tilde{w}R$ که در فرمول‌های (۱۷-۲) و (۱۸-۲) بیان شده‌اند وابسته می‌باشند. اکنون مانند قبل باید θ'^2 را بر حسب $\rho(u)$ بدست آوریم. برای این کار باید دو طرف رابطه‌ی (۴۲-۲) را به توان دو برسانیم و خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \Pi^2 &= \frac{\theta'^2 \rho^4 u^8}{(1 - w^2 \rho^2)(1 + u^4 \rho'^2) + u^4 \rho^2 \theta'^2} \\ \Pi^2 (1 - w^2 \rho^2)(1 + u^4 \rho'^2) + u^4 \rho^2 \theta'^2 &= \theta'^2 \rho^4 u^8 \\ \rho^2 \theta'^2 u^4 (\Pi^2 - u^4 \rho^2) &= -\Pi^2 (1 - w^2 \rho^2)(1 + u^4 \rho'^2) \\ \Rightarrow \theta'^2 &= \frac{\Pi^2 (1 - w^2 \rho^2)(1 + u^4 \rho'^2)}{\rho^2 u^4 (\rho^2 u^4 - \Pi^2)} \end{aligned} \quad (۴۳-۲)$$

معادله‌ی حرکت کوارک در این فضا به این صورت خواهد بود:

$$\begin{aligned} & (\rho(u^4 \rho^2 \theta'^2 + (1 - w^2 \rho^2)(1 + u^4 \rho'^2))(w^2 + u^4(-\theta'^2 + w^2 \rho'^2)) + \\ & u^3(-u \rho(w^2 - w^4 \rho^2 + u^4(1 + w^2 \rho^2)\theta'^2)\rho'^2 + 2u^4(-1 + w^2 \rho^2)^2 \rho'^3 + \\ & u^5 w^2 \rho(-1 + w^2 \rho^2)\rho'^4 + (-1 + w^2 \rho^2)\rho'(-4 + \rho^2(4w^2 + u^4 \theta'(-2\theta' + u\theta'')))) + \\ & u(-1 + w^2 \rho^2)(-1 + \rho^2(w^2 - u^4 \theta'^2))\rho'')) / (u^4 \rho^2 \theta'^2 + (1 - w^2 \rho^2)(1 + u^4 \rho'^2))^{3/2} = 0 \end{aligned} \quad (44-2)$$

مانند قبل با قرار دادن θ'^2 در معادله‌ی فوق و ساده سازی، به فرمول زیر خواهیم رسید:

$$\rho'' + \frac{2\rho'}{u} + \rho(1 + \rho'^2 u^4) \left(\frac{2u^3 \rho \rho' - 1}{u^4 \rho^2 - \Pi^2} + \frac{1}{u^4 \rho^2 (1 - w^2 \rho^2)} \right) = 0 \quad (45-2)$$

اکنون با روش زیر به حل این معادله دیفرانسیل می‌پردازیم:

مخرج معادله دیفرانسیل در نقطه‌ی u_c تکینگی دارد. همانطور که پیشتر گفتیم برای رفع این تکینگی می‌توان مانند قبل از فرمول (۳۷-۲) استفاده کرده و $\rho(u)$ را در نقطه‌ی u_c بسط تیلور داد. سپس مشتقات پی در پی آن را در معادله دیفرانسیل قرار می‌دهیم و ضرایب $(u - u_c)$ و $(u - u_c)^2$ را مساوی صفر قرار دهیم تا ρ'_c بر حسب (Π, w) بدست آید. جوابی از این معادله که قابل قبول می‌باشد به صورت زیر است:

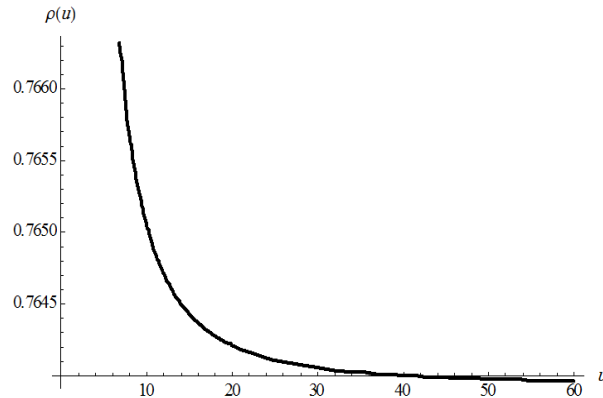
$$\rho'_c = \frac{\sqrt{\Pi w} - \sqrt{\Pi} \sqrt{4\Pi + w}}{2\Pi^2 w} \quad (46-2)$$

از طرفی برای u_c و ρ_c داریم:

$$\begin{aligned} \rho_c^{vacuum} &= \frac{1}{w} \\ u_c^{vacuum} &= \sqrt{\Pi w} \end{aligned} \quad (47-2)$$

حال با داشتن ρ_c^{vacuum} ، u_c^{vacuum} و ρ'_c معادله‌ی مربوطه را حل می‌کنیم. با انتخاب Πw های بزرگ راه حل بدست آوردن $\rho(u)$ از معادله‌ی (۴۵-۲) برای $u > u_c^{vacuum}$ بسیار شبیه به حلی است که در

مسئله‌ی قبل برای $u > u_c$ داشتیم. این در حالی است که جهان سطح در خلاء با پلاسما متفاوت خواهد بود. نمودار $\rho(u)$ بر حسب u به شکل زیر است.



شکل (۸-۲): تغییرات $\rho(u)$ نسبت به u برای $w = 0.5$ و $\Pi = 0.1$.

مطابق نتایج گرفته شده از نمودارهای قبل، در شکل (۸-۲) نشان داده می‌شود که مرز در بی‌نهایت فرض شده است که به اختیار بی‌نهایت را ۶۰ در نظر گرفته‌ایم و با حرکت از u_c به سمت مرز شعاع چرخش ریسمان کم می‌شود.

۵-۲- اتلاف انرژی کوارک چرخان:

در این بخش مسئله‌ی اتلاف انرژی کوارک چرخان را مورد بررسی قرار می‌دهیم. با این بررسی می‌توانیم در حد سرعت‌های زاویه‌ای بالا و پایین به تفسیر مناسبی از اتلاف انرژی دست یابیم. فرمول انرژی اتلافی بر حسب تکانه جهان سطح به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{dE}{dt} = \Pi_t^\sigma = -\frac{\delta S}{\delta(\partial_\sigma X^0)}, \quad (۴۸-۲)$$

که از مرجع [8] داریم:

$$\Pi_\mu^\sigma \equiv \frac{1}{2\pi\alpha'} \frac{\partial L}{\partial(\partial_\sigma X^\mu)} = -G_{\mu\nu} \frac{[(\partial_u X) \cdot (\partial_\tau X)] \partial_\tau X^\nu - [(\partial_\tau X) \cdot (\partial_\tau X)] \partial_u X^\nu}{2\pi\alpha' \sqrt{-\det g_{ab}}} \quad (۴۹-۲)$$

و شار انرژی یا تکانه‌ی ریسمان را به ما می‌دهد.

با استفاده از معادله‌های (۶-۲) و (۷-۲) و (۱۰-۲) می‌توان نشان داد که برای اتلاف انرژی خواهیم داشت:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{G_{tt} G_{\psi\psi} \omega \theta'}{2\pi\alpha' L} = \frac{\Pi \omega}{2\pi\alpha'} = \frac{|G_{tt}(u_c)|}{2\pi\alpha'} \quad (50-2)$$

در مرجع [13] نشان داده شده است که فرمول عمومی برای انرژی از دست رفته‌ی ریسمان در حال حرکت در مسیر مستقیم شبیه معادله‌ی قبل خواهد بود و تفاوت‌ها ناشی از اختلاف در نقطه‌ی u_c خواهد بود. از آنجا که میزان اتلاف انرژی یک کوارک در حال حرکت از روی شکل جهان سطح ریسمان مشخص می‌شود برای ریسمان چرخان شکل ساده‌تری از فرمول اتلاف انرژی وجود دارد.

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2 w \Pi \quad (51-2)$$

اکنون می‌خواهیم ساختاری را برای انرژی از دست رفته بیابیم که بر حسب موقعیت نقطه‌ی (u_c, ρ_c) بیان شود. با حل معادله‌ی (۳۵-۲) بر حسب Πw معادله‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2 \frac{v_c^2}{\sqrt{1-v_c^2}} \quad (52-2)$$

که $v_c \equiv w \rho_c$ است و معرف سرعت ریسمان در نقطه‌ای است که برابر سرعت نور می‌باشد. ما می‌توانیم این معادله را با نتایجی که از کوارک در حال حرکت در مسیر مستقیم می‌گیریم مقایسه کنیم:

$$\left. \frac{dE}{dt} \right|_{linear-drag} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\lambda} T^2 \frac{v^2}{\sqrt{1-v^2}} \quad (53-2)$$

۲-۶- انرژی از دست رفته در دو حد متفاوت:

الف) حالتی که سرعت ثابت باشد و شتاب به سمت صفر میل کند:

با افزایش l و کاهش w در حالی v ثابت نگه داشته شده است می‌توان به این حد رسید. از آنجایی که شتاب در این حد به سمت صفر میل می‌کند ما انتظار داریم وقتی شتاب به صفر میل می‌کند و سرعت ثابت است برای کوآرک چرخان dE/dt از فرمول (۲-۵۲) بدست بیاید و داشته باشیم:

$$\Pi w \rightarrow \Pi w_{linear-drag} \equiv \frac{v^2}{\sqrt{1-v^2}} \quad (2-54)$$

پس در این حد باید نتایج اتلاف انرژی کوآرک چرخان، با نتایج اتلاف انرژی کوآرک متحرک در مسیر مستقیم و با سرعت ثابت، یکی شود. در نتیجه در این حد، دایره تبدیل به خط راست می‌شود (l بسیار بزرگ و سرعت زاویه ای بسیار کوچک). اکنون می‌توان گفت که در این حد انرژی تلف شده ناشی از نیروی مقاومت است و با قرار دادن v به جای v_c در (۲-۵۳) به رابطه بالا خواهیم رسید. از نتایج معادله (۲-۵۳) می‌توان فهمید که تقریب زدن حرکت دایره‌ای به حرکت خطی می‌تواند مستقیماً به شکل منحنی $\rho(u)$ ریسمان وابسته باشد.

ب) حالتی که سرعت ثابت باشد و شتاب به سمت بی‌نهایت میل کند:

این حد با کاهش l و افزایش w در حالی که v ثابت نگه داشته شده است بدست می‌آید. با داشتن $l \rightarrow 0$ می‌توان گفت در این حد ریسمان مارپیچی خواهیم داشت در نتیجه انرژی تلف شده‌ی آن ناشی از تابش گلوئونی می‌باشد. آنچه ما انتظار داریم این است که با انتخاب این حالت تأثیر شتاب بر روابط به نسبت تأثیرات دیگر غالب باشد. در حد بیان شده مشخص می‌شود که شکل ریسمان مارپیچ در $u > u_c$ شبیه به شکل آن در خلاء برای $T \neq 0$ می‌باشد. این به این معنی است که ما انتظار داریم در این حد، رفتار dE/dt برای کوآرک متحرک در پلاسما با رفتار انرژی اتلافی آن وقتی در خلاء در

حال چرخیدن است یکسان باشد. در مرجع [10] میخایلف یک فرمول کلی برای انرژی از دست رفته‌ی کوآرک شتاب‌دار در نظریه‌ی ابر تقارنی یانگ میلز در $T=0$ پیدا کرده است؛ یعنی در خلاء. که این اتلاف انرژی ناشی از تابش سینکروترونی می‌باشد:

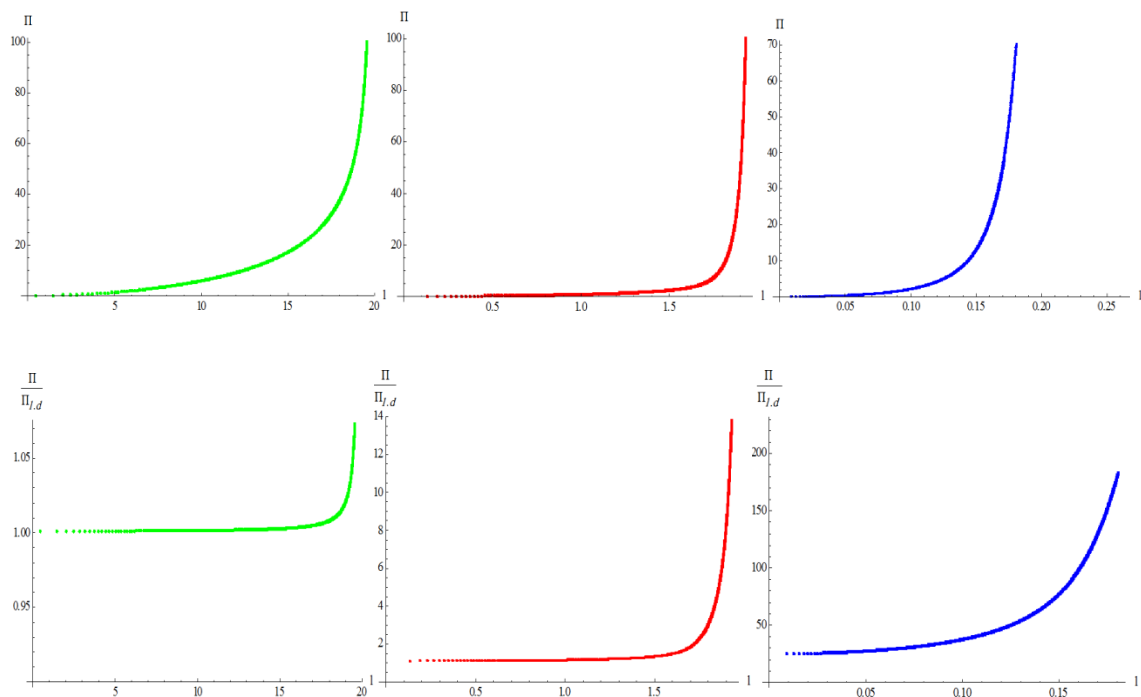
$$\frac{dE}{dt} \Big|_{\text{vacuum-radiation}} = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \frac{\vec{a}^2 - (\vec{a} \times \vec{v})^2}{(1-v^2)^3} \quad (55-2)$$

چنانچه به جای $\sqrt{\lambda}/2\pi$ مقدار $2e^2/3$ را بگذاریم این نتایج با نتایج لئارد برای تابش الکترومغناطیس برابر می‌شود.

بنابر این اگر شتاب به سمت بی‌نهایت میل کند، در سرعت ثابت حد انرژی اتلافی برای کوآرک چرخان معادل حد انرژی اتلافی ناشی از تابش در خلاء می‌باشد. با استفاده از فرمول (55-2) می‌توان آن را به این شکل نوشت:

$$\Pi w \rightarrow \Pi w \Big|_{\text{vacuum-radiation}} \equiv \frac{a^2}{(1-v^2)^2} = \frac{v^2 w^2}{(1-v^2)^2} \quad (56-2)$$

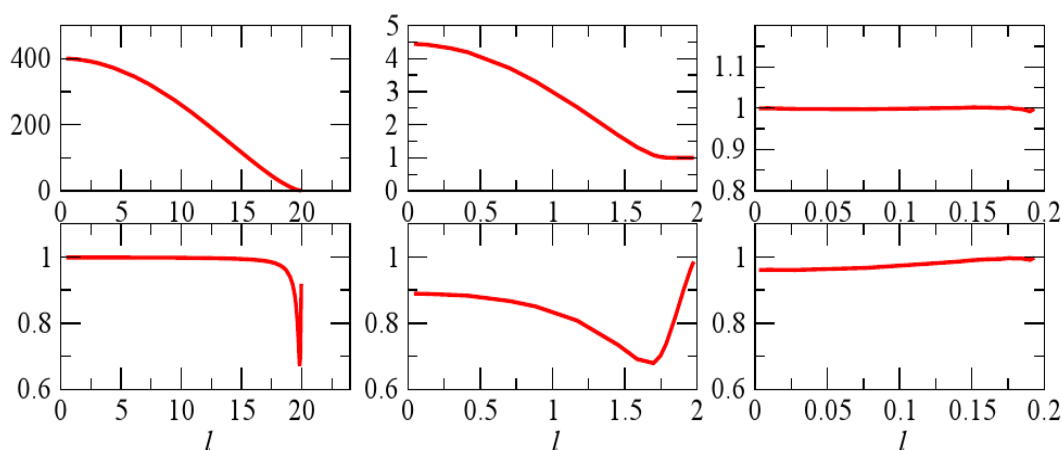
در شکل (9-2) انرژی اتلافی کوآرک چرخان برحسب شعاع دوران کوآرک در مرز و نسبت انرژی از دست رفته‌ی کوآرک چرخان به انرژی اتلافی در حرکت خطی برای سه w با مقادیر متفاوت $w = 0.05, 0.5, 5$ نشان داده شده است.



شکل (۲-۹): انرژی از دست رفته‌ی حالت کل و نیروی مقاوم برای ω های متفاوت. به ترتیب از چپ به راست: $\omega = 0.05, 0.5, 5$. سطر اول: نمودار Π بر حسب I می‌باشد. سطر دوم: $\Pi/\Pi_{l,d}$ که $\Pi_{linear-drag}$ با فرمول (54.2) مشخص می‌شود.

در سطر اول شکل (۲-۹) مشخص می‌شود که در هر ω دلخواهی با افزایش ثابت حرکت Π انرژی اتلافی نیز افزایش می‌یابد. نمودارهای رسم شده بر این موضوع تأکید می‌کنند که بیشترین سرعت کوارک در حد سرعت نور می‌تواند باشد و نمودار در این حد مجانب قائم دارد که در آن میزان انرژی اتلافی به بی‌نهایت میل می‌کند.

در تحلیل سطر دوم شکل (۲-۹) می‌توان گفت که در سرعت‌های پایین نسبت انرژی اتلافی کل به انرژی اتلافی نیروی مقاوم یک می‌شود. این یعنی بیشترین سهم اتلاف انرژی ناشی از حضور نیروی مقاوم است به طوری که می‌توان از سهم اتلاف انرژی تابشی صرف نظر کرد. در این صورت می‌توانیم رفتار کوارک چرخان با سرعت پایین را با رفتار کوارکی که در مسیر مستقیم در حال حرکت است تقریب بزنیم. در مرجع [1] نیز نمودار مربوط به نسبت انرژی اتلافی کل به انرژی اتلافی ناشی از تابش رسم شده است. همچنین نسبت انرژی اتلافی کل به مجموع اتلاف انرژی تابشی و نیروی مقاوم بر حسب شعاع دوران کوارک رسم شده است که در شکل (۲-۱۰) نشان داده شده است.



شکل (۲-۱۰): انرژی از دست رفته dE/dt برای ω های متفاوت. به ترتیب از چپ به راست: $\omega = 0.05, 0.5, 5$.
 سطر اول: نمودار $\Pi/\Pi_{v,r}$ بر حسب l ؛ که $\Pi_{v,r}$ از فرمول (۲-۵۸) به دست می آید. سطر دوم: $\Pi/\Pi_{(l,d+v,r)}$ می باشد.
 سطر اول شکل فوق نشان می دهد که با افزایش ω نسبت انرژی اتلافی کل به اتلاف ناشی از تابش یک می شود. به این معنی که اثر نیروی مقاوم بر کوارک چرخان در سرعت های زاویه ای بالا کم می شود؛ به طوری که می توان اتلاف انرژی را ناشی از تابش توصیف کرد. نمودارهای سطر دوم شکل (۲-۱۰) بیانگر این هستند که نسبت انرژی اتلافی کل به مجموع انرژی اتلافی تابشی و نیروی مقاوم در هر ω دلخواه و برای هر شعاع دوران، کمتر از یک خواهد بود؛ که این ناشی از تداخل ویرانگر بین تابش و نیروی مقاوم می باشد.

با استفاده از اطلاعات نمودارهای شکل (۲-۹) و (۲-۱۰) می توان به این نتیجه رسید که در سرعت های زاویه ای بالا سهم غالب اتلاف انرژی مربوط به تابش می باشد در حالی که در سرعت های زاویه ای پایین اتلاف انرژی ناشی از نیروی مقاوم است.

فصل سوم

بررسی اتلاف انرژی کوآرک چرخان در فضا زمان

غیرنسبیتی

☀️ مقدمه

☀️ بررسی رفتار ریسمان در خلاء غیرنسبیتی

☀️ انرژی از دست رفته در خلاء غیرنسبیتی

☀️ انرژی اتلاfi در پلاسمای غیرنسبیتی

۳-۱- مقدمه:

در فصل قبل به بررسی رفتار کوارک چرخان در محیط پلاسما و خلاء نسبیتی پرداختیم. سپس انرژی اتلافی را برای دو حد متفاوت و در دو محیط پلاسما و خلاء بدست آورده، با هم مقایسه کردیم. اکنون مسائل مطرح شده‌ی قبل را برای فضا زمان غیرنسبیتی مورد تحقیق قرار می‌دهیم.

بار دیگر کوارکی را در نظر می‌گیریم که بر روی دایره‌ای به شعاع l و با سرعت زاویه‌ای ω حرکت می‌کند. در فصل اول گفتیم فضای غیرنسبیتی شامل فضای شرودینگر و فضای لیفشیتز می‌باشد. چنانچه متغیر z این مسئله یک در نظر گرفته شود از آنجا که تغییرات زمان و مکان از یک مرتبه می‌شوند فضای ما فضای نسبیتی خواهد شد. اگر $z=2$ فرض شود فضا، فضای غیرنسبیتی شرودینگری است و در z های بالاتر فضا، فضای غیرنسبیتی لیفشیتز خواهد بود.

پیدا کردن اینکه در چه حدی تناظر پیمانه گرانش را می‌توان به هندسه‌هایی تعمیم داد که به AdS نمی‌رسند همیشه یک چالش مهم بوده است. به ویژه می‌توان نظریه‌هایی را در نظر گرفت ناوردای همدیس نیستند اما تحت پیمایش‌های مشخصی ممکن است ناوردا باشند. در حقیقت چنین تعمیمی در مفهوم کاربردی تناظر AdS / CFT در فیزیک ماده چگال به کار گرفته شده است. یک نمونه‌ی اصلی از این مدل، نظریه‌ای است با نقطه‌ی ثابت لیفشیتز؛ که این نظریه تحت مقیاس همسانگرد ویژه‌ای ناوردا می‌باشد و تحت تبدیلات زیر قرار می‌گیرد:

$$t \rightarrow \lambda^z t, \quad x_i \rightarrow \lambda x_i \quad (1-3)$$

که t زمان و x_i ها جهت‌های فضا زمان هستند.

توصیف هولوگرافی یک تئوری $d+1$ بعدی با نقطه‌ای ثابت شده‌ی لیفشیتز در مرجع [16] بیان شده است که دوگان گرانشی ما را با متریک زیر معرفی می‌کند:

$$ds_{d+1}^2 = R^2 \left(\frac{-dt^2}{r^{2z}} + \frac{dr^2}{r^2} + \sum_{i=1}^d \frac{dx_i^2}{r^2} \right) \quad (2-3)$$

که R شعاع انحنا و d ابعاد فضا می‌باشند و z می‌تواند مقادیر $z = 1, 2, \dots$ را بپذیرد.

این مهم است بدانیم متریک لیفشیتز جواب معادلات گرانشی کیهانی انیشتین نیست. این واضح است؛ چرا که در معادلات گرانشی کیهانی انیشتین ناهمسانگردی در فضا زمان وجود ندارد. در حقیقت متریک لیفشیتز جوابی است که از حل معادلات جفت شده‌ی گرانش انیشتین با میدان‌های دیگر بدست آمده است و میدان خارجی می‌تواند میدان پیمانه‌ای جرم‌دار باشد تا بتواند ناهمسانگردی را به وجود بیاورد. با این تفاسیر می‌توان گفت متریک لیفشیتز از نظریه‌ی انیشتین ماکسول دیلاتون پیدا می‌شود.

۲-۳- بررسی رفتار ریسمان چرخان در خلاء غیرنسبیتی:

منظور از محیط خلاء محیطی مطابق با نظریه ابر تقارن یانگ میلز $N=4$ است که در آن دما صفر است. این محیط همدیس است زیرا مقیاس انرژی ندارد و فیزیکش در انرژی‌های بالا و پایین بدون تغییر باقی می‌ماند. پس رفتار شبیه به CFT است و می‌توان از روش AdS/CFT برای حل مسائل آن استفاده کرد. متریک مورد نظر در این فضا به شکل زیر می‌باشد:

$$ds_{d+2}^2 = r^{\frac{2\theta}{d}} \left(\frac{-dt^2}{r^{2z}} + \frac{dr^2}{r^2} + \sum_{i=1}^d \frac{dx_i^2}{r^2} \right) \quad (3-3)$$

همانطور که در فصل یک کردیم R شعاع انحنا، d ابعاد فضا، x_i ابعاد مکانی فضای تخت، t بعد زمان و z و θ توان دینامیکی و ابر مقیاس می‌باشند.

متریک (۳-۳) تحت تبدیلات زیر قرار می‌گیرد:

$$r \rightarrow \lambda r, \quad x_i \rightarrow \lambda x_i, \quad t \rightarrow \lambda^z t, \quad ds_{d+2} \rightarrow \lambda^{\frac{\theta}{d}} ds_{d+2} \quad (۴-۳)$$

برای $\theta = 0$ متریک ما ناوردا خواهد بود. در غیر این صورت متریک ناوردا نمی‌شود. حال برای پرداختن

به مسئله‌ی کوارک چرخان به متریک (۳-۳) باز می‌گردیم. با استفاده از تبدیل (۱۳-۲) متریک (۳-۳)

به معادله‌ی زیر تبدیل می‌شود:

$$ds_{d+2}^2 = r^{\frac{2\theta}{d}} \left(\frac{-dt^2}{r^{2z}} + \frac{dr^2}{r^2} + \frac{d\rho^2}{r^2} + \frac{\rho^2 d\phi^2}{r^2} + \frac{\sum_{i=3}^d dx_i^2}{r^2} \right) \quad (۵-۳)$$

متغیرهای جهان سطح ریسمان به این شکل خواهد بود:

$$x^\mu(\tau, \sigma) \equiv (t = \tau, r = \sigma, \rho = \rho(r), \phi = \omega\tau + \phi(r), x_3 = 0) \quad (۶-۳)$$

کنش نامبو گوتو در این زمینه به صورت زیر است:

$$S = \frac{-1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma r^{\frac{2\theta}{d}-1-z} \sqrt{(1 - \rho^2 \omega^2 r^{2(z-1)})(1 + \rho'^2) + \rho^2 \phi'^2} \quad (۷-۳)$$

که می‌توان لاگرانژی را از معادله‌ی (۷-۳) به این شکل نوشت:

$$L = r^{\frac{2\theta}{d}-1-z} \sqrt{(1 - \rho^2 \omega^2 r^{2(z-1)})(1 + \rho'^2) + \rho^2 \phi'^2} \quad (۸-۳)$$

معادلات حرکت لاگرانژ اوپلر به این صورت خواهد بود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \rho} - \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial L}{\partial \rho'} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial L}{\partial \theta'} &= 0 \end{aligned} \quad (۹-۳)$$

و برای ثابت حرکت داریم:

$$\Pi_{\phi} = \frac{-\partial L}{\partial \phi'} = \frac{-r^p \rho^2 \phi'}{\sqrt{(1-\rho^2 \omega^2 r^q)(1+\rho'^2)} + \rho^2 \phi'^2} = cte \quad (10-3)$$

که p و q به صورت $p = \frac{2\theta}{d} - 1 - z$ و $q = 2(z - 1)$ می باشند. مانند روشهای قبل برای بدست

آوردن ϕ'^2 طرفین معادله ی (10-3) را به توان ۲ می رسانیم. داریم:

$$\begin{aligned} \Pi_{\phi}^2 &= \frac{r^{2p} \rho^4 \phi'^2}{(1-\rho^2 \omega^2 r^q)(1+\rho'^2) + \rho^2 \phi'^2} \\ \Pi_{\phi}^2 \rho^2 \phi'^2 - r^{2p} \rho^4 \phi'^2 &= \Pi_{\phi}^2 (1-\rho^2 \omega^2 r^q)(1+\rho'^2) \\ \Rightarrow \phi'^2 &= \frac{\Pi_{\phi}^2 (1-\rho^2 \omega^2 r^q)(1+\rho'^2)}{\rho^2 (r^{2p} \rho^2 - \Pi_{\phi}^2)} \end{aligned} \quad (11-3)$$

شکل کلی معادله ی حرکت به صورت زیر خواهد بود:

$$\rho'' + \left(\frac{\rho(r-p\rho\rho')}{r(r^{-2p}\Pi^2 - \rho^2)} + \frac{(2-qr^{q-1}\omega^2\rho^3\rho')}{2\rho(1-r^q\omega^2\rho^2)} \right) (1+\rho'^2) = 0 \quad (12-3)$$

برای حل این معادله ما نیاز داریم با استفاده از روش های قبل نقطه ی (u_c, ρ_c) را بیابیم که در اینجا با (r_0, ρ_0) نمادگذاری شده است:

$$\rho_0 = \frac{(\Pi\omega)^{\frac{-q}{2p-q}}}{\omega}, \quad r_0 = (\Pi\omega)^{\frac{2}{2p-q}} \quad (13-3)$$

با روش های مشابه آنچه در فصل پیش گفته شد برای بدست آوردن ρ'_0 از بسط تیلور زیر استفاده می کنیم:

$$\rho = \rho_0 + \rho_1(r-r_0) + \frac{1}{2}\rho_2(r-r_0)^2 + \dots \quad (14-3)$$

که ρ_i ها برای $i = 1, 2, \dots$ مشتقات مرتبه‌ی اول و دوم و... بسط خواهند بود. حال این بسط را در معادله‌ی حرکت قرار داده و ρ'_0 را بدست می‌آوریم. فرمول کلی برای بدست آوردن ρ'_0 برای هر z, θ و d دلخواهی به صورت زیر خواهد بود:

$$\rho_1^2 - \frac{2(2\omega^2 - pq(\Pi\omega)^{\frac{2q+4}{q-2p}})}{(q+2p)\omega(\Pi\omega)^{\frac{q+2}{q-2p}}} \rho_1 - 1 = 0 \quad (15-3)$$

برای بدست آوردن شکل حرکت ریسمان چرخان در این فضا ابتدا برای دو کمیت θ و z مقدار انتخاب می‌کنیم. پس ابتدا رفتار ریسمان در $z = 1$ و $\theta = 0$ بررسی می‌شود. سپس با انتخاب $z = 2$ در θ های $\theta = 0, \frac{d}{2}, \frac{3d}{4}$ مسئله را بازنگری می‌کنیم. جزئیات حل این مسئله و بدست آوردن نمودار آن در نرم افزار ممتیکا انجام شده است. اکنون برای $z = 1$ و $\theta = 0$ داریم:

$$\begin{aligned} & ((2\rho' + 2\rho'^3 + r\rho^3(\omega^2 - \phi'^2)(\omega^2 + \omega^2\rho'^2 - \phi'^2) + r\rho(-\omega^2 + \phi'^2 - \rho'^2(\omega^2 - 2\phi'^2)) - \\ & r\rho'' + \omega^2\rho^4(2\omega^2\rho'^3 + r(-\omega^2 + \phi'^2)\rho'' + \rho'(2\omega^2 - 2\phi'^2 - r\phi'\phi'')) + \\ & \rho^2(-4\omega^2\rho'^3 + r(2\omega^2 - \phi'^2)\rho'' + \rho'(-4\omega^2 + 2\phi'^2 + r\phi'\phi'')))/ \\ & (r^3\sqrt{(1 - \omega^2\rho^2)(1 + \rho'^2)} + \rho^2\phi'^2(-1 - \rho'^2 + \rho^2(\omega^2 + \omega^2\rho'^2 - \phi'^2)))) = 0 \end{aligned} \quad (16-3)$$

با جایگذاری ϕ'^2 در معادله‌ی بالا و ساده‌سازی معادله‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\rho'' + \left(\frac{\rho(r + 2\rho\rho')}{r(r^{-4}\Pi^2 - \rho^2)} + \frac{2}{2\rho(1 - \omega^2\rho^2)} \right) (1 + \rho'^2) = 0 \quad (17-3)$$

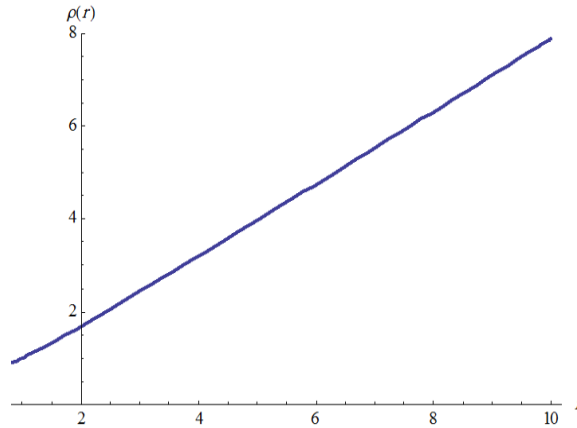
از معادله‌ی (۱۳-۳) شرایط مرزی برای $z = 1$ به این صورت بدست می‌آید:

$$\rho_0 = \frac{1}{\omega}, \quad r_0 = \frac{1}{\sqrt{\Pi\omega}} \quad (18-3)$$

همچنین از حل (۱۵-۳) داریم:

$$\rho'_0 = \frac{-\omega + \sqrt{\omega}\sqrt{4\Pi + \omega}}{2\sqrt{\Pi\omega}} \quad (19-3)$$

حال با در دست داشتن شرایط مرزی معادله‌ی مربوطه را حل کرده شکل ریسمان را برای مقادیر $\Pi=1, \omega=1$ به صورت زیر بدست می‌آوریم.



شکل (۱-۳): نمودار $\rho(r)$ بر حسب r برای $\Pi=1, \omega=1$ و $z=1, \theta=0$.

برای این شکل مرز را در $r=0$ در نظر گرفته‌ایم. شعاع چرخش ریسمان و r بعد هولوگرافی است. همانطور که از شکل (۱-۳) مشخص است با حرکت از مرز به سمت فضای حجم، شعاع چرخش ریسمان بیشتر می‌شود. حال کارهای انجام شده را برای $z=2$ و $\theta=0, \frac{d}{2}, \frac{3d}{4}$ تکرار می‌کنیم. معادلات حرکت به ترتیب افزایش θ بدین شکل خواهد بود:

$$\rho'' + \left(\frac{\rho(r+3\rho\rho')}{r(r^6\Pi^2 - \rho^2)} + \frac{2-2r\omega^2\rho^3\rho'}{2\rho(1-r^2\omega^2\rho^2)} \right) (1+\rho'^2) = 0 \quad (20-3)$$

$$\rho'' + \left(\frac{\rho(r+2\rho\rho')}{r(r^4\Pi^2 - \rho^2)} + \frac{2-2r\omega^2\rho^3\rho'}{2\rho(1-r^2\omega^2\rho^2)} \right) (1+\rho'^2) = 0 \quad (21-3)$$

$$\rho'' + \left(\frac{\rho(r+\frac{3}{2}\rho\rho')}{r(r^3\Pi^2 - \rho^2)} + \frac{2-2r\omega^2\rho^3\rho'}{2\rho(1-r^2\omega^2\rho^2)} \right) (1+\rho'^2) = 0 \quad (22-3)$$

برای شرایط مرزی به ترتیب افزایش θ داریم:

$$\rho_0 = \frac{(\Pi\omega)^{1/4}}{\omega}, \quad r_0 = \frac{1}{(\Pi\omega)^{1/4}} \quad (23-3)$$

$$\rho_0 = \frac{(\Pi\omega)^{1/3}}{\omega}, \quad r_0 = \frac{1}{(\Pi\omega)^{1/3}} \quad (24-3)$$

$$\rho_0 = \frac{(\Pi\omega)^{2/5}}{\omega}, \quad r_0 = \frac{1}{(\Pi\omega)^{2/5}} \quad (25-3)$$

همچنین برای ρ'_0 داریم:

$$\rho'_0 = \frac{-3\Pi - \omega + \sqrt{(\Pi + \omega)(9\Pi + \omega)}}{2\sqrt{\Pi\omega}} \quad (26-3)$$

$$\rho'_0 = \frac{\Pi(-\omega^2 - 2(\Pi\omega)^{4/3} + \sqrt{\omega^2(\omega^2 + 4\Pi^2(\Pi\omega)^{2/3} + 5(\Pi\omega)^{4/3})})}{(\Pi\omega)^{5/3}} \quad (27-3)$$

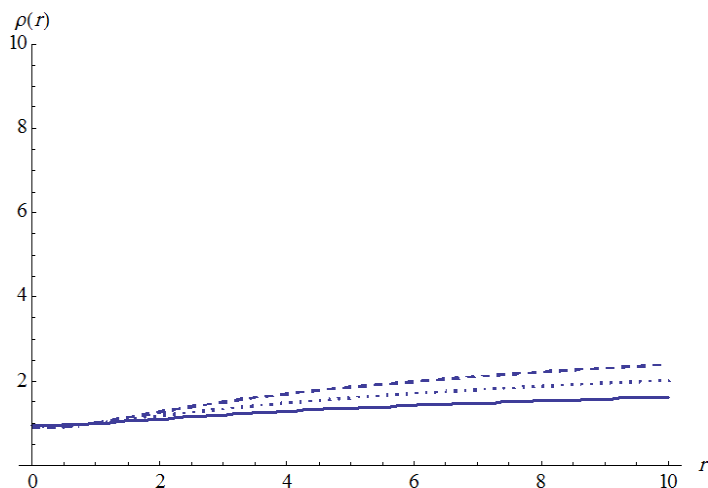
$$\rho'_0 = \frac{\Pi(-2\omega^2 - 3(\Pi\omega)^{8/5} + \sqrt{\omega^3(4\omega + 9\Pi^3(\Pi\omega)^{1/5} + 13\Pi(\Pi\omega)^{3/5})})}{(\Pi\omega)^{9/5}} \quad (28-3)$$

با داشتن این روابط معادلات حرکت را حل کرده، نمودار تغییرات $\rho(r)$ را بر حسب r برای $z = 2$ و

$\theta = 0, \frac{d}{2}, \frac{3d}{4}$ در $\Pi = 1, \omega = 1$ رسم می‌کنیم که حل و رسم نمودار توسط نرم افزار ممتیکا انجام

شده است. نمودار تغییرات $\rho(r)$ را بر حسب r برای $z = 2$ و $\theta = 0, \frac{d}{2}, \frac{3d}{4}$ در $\Pi = 1, \omega = 1$ را رسم

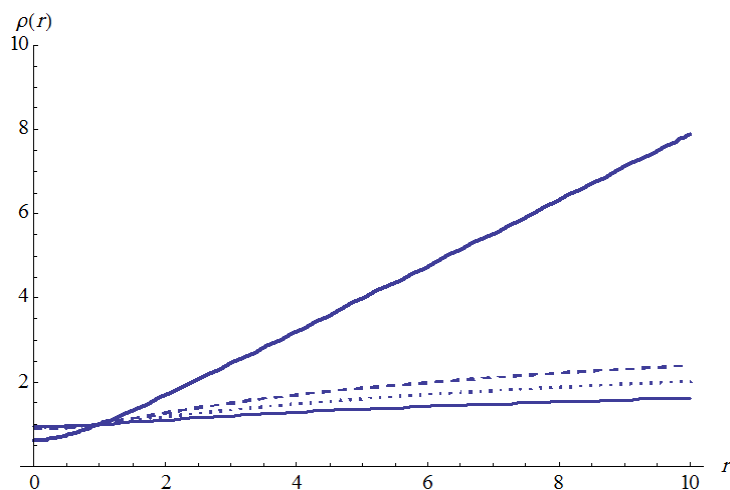
می‌کنیم که به صورت شکل (۲-۳) است.



شکل (۲-۳): نمودار $\rho(r)$ بر حسب r برای $z=2$ و $\theta=0, \frac{d}{2}, \frac{3d}{4}$ و $\Pi=1, \omega=1$. منحنی خط چین شده برای

$\theta=0$ ، منحنی نقطه چین شده برای $\theta=\frac{d}{2}$ و پایینی برای $\theta=\frac{3d}{4}$ می باشد.

در شکل (۲-۳) مشخص می شود که در یک r ثابت، برای θ های بزرگ تر شعاع دوران ریسمان چرخان، کوچک تر می باشد. حال با ترکیب شکل (۱-۳) و شکل (۲-۳) به شکل (۳-۳) می رسیم که با نتایج مندرج در مرجع [12] در توافق کامل است. با این تفاوت که در این مرجع، ترتیب نمودارهای رسم شده در $z=2$ به اشتباه به ترتیب از بالا به پایین با $\theta=0, \frac{d}{2}, \frac{3d}{4}$ برچسب گذاری شده است.



شکل (۳-۳): نمودار $\rho(r)$ بر حسب r برای $z=1$ و $\theta=0, \frac{d}{2}, \frac{3d}{4}$ با $\Pi=1, \omega=1$.

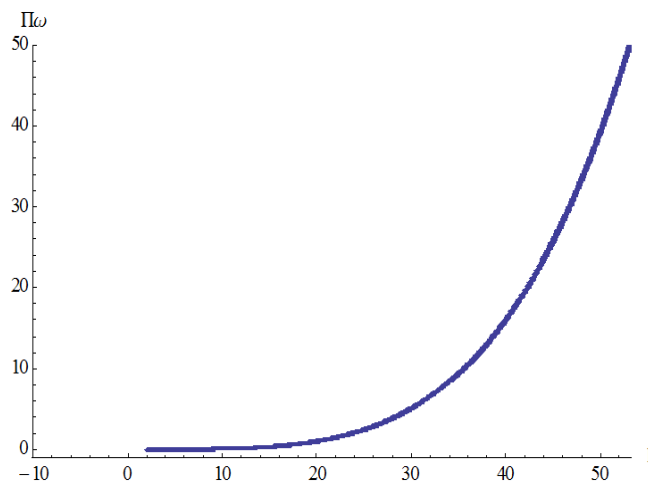
پس با استفاده از روش‌های عددی توانستیم نمودار تغییرات $\rho(r)$ را بیابیم. نمودار شکل (۳-۳) تغییرات نحوه‌ی انتشار ریسمان را در عمق حجم نشان می‌دهد و نشان می‌دهد که در یک r ثابت شعاع دوران ریسمان در $z=1$ بیشتر است از $z=2$.

۳-۳- انرژی از دست رفته در خلاء غیرنسبیتی:

اکنون با پیدا کردن شکل ریسمان چرخان، پیدا کردن انرژی از دست رفته‌ی ریسمان آسان است. از کنش نامبو گوتو می‌توان مشخص کرد که مانند فصل پیش انرژی از دست رفته با فرمول زیر بدست می‌آید:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\Pi\omega}{2\pi\alpha'} \quad (۳-۲۹)$$

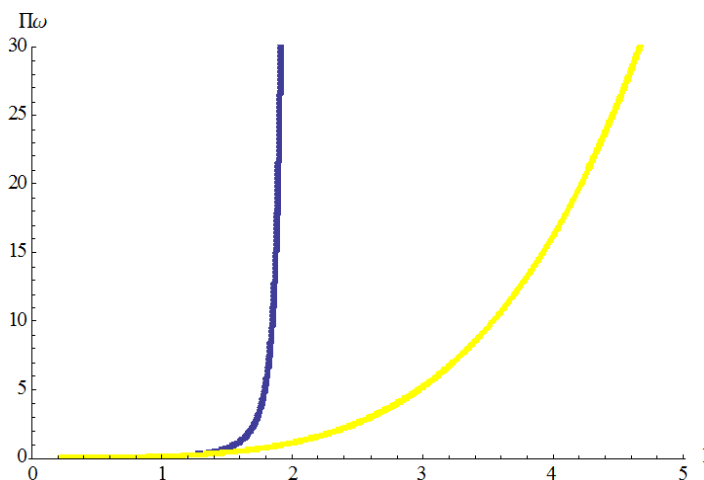
حال نمودار اتلاف انرژی را برای $z=2$ و $\theta=0$ بر حسب شعاع دوران کوارک رسم می‌کنیم.



شکل (۳-۴): نمودار اتلاف انرژی برای $z=2$ و $\theta=0$ بر حسب l برای $\omega=0.05$.

از مقایسه‌ی شکل (۳-۴) با سطر اول شکل (۲-۹) می‌توان فهمید که برخلاف نمودار اتلاف انرژی حالت نسبیتی که در سرعت بالا (در حد سرعت نور) مجانب عمودی پیدا می‌کرد و نمی‌توانست سرعت بالاتری را بپذیرد، در فضای غیر نسبیتی مجانب عمودی نداریم و سرعت ذره می‌تواند هر مقداری بگیرد. که این یکی از خواص متریک لیفشیتز می‌باشد.

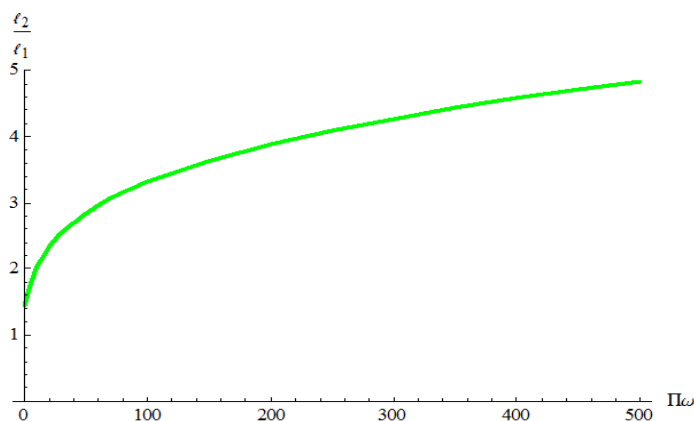
این اختلاف در نمودار شکل (۵-۳) به وضوح قابل مشاهده است.



شکل (۵-۳): انرژی از دست رفته در حالت نسبیتی و غیر نسبیتی.

نمودار سمت چپ اتلاف انرژی برای $z=1$ سمت راست $z=2$ را نشان می‌دهند.

اگر l_1 شعاع کوارک چرخان در مرز برای خلاء نسبیتی و l_2 شعاع کوارک چرخان در مرز برای خلاء غیر نسبیتی باشد، با رسم نمودار $\frac{l_2}{l_1}$ بر حسب اتلاف انرژی کل می‌توان درباره‌ی اختلاف بین شعاع‌ها در خلاء نسبیتی و غیر نسبیتی بحث کرد. نمودار مربوطه در شکل (۶-۳) نشان داده شده است.



شکل (۶-۳): نمودار $\frac{l_2}{l_1}$ بر حسب $\Pi\omega$.

شکل (۶-۳) نشان دهنده‌ی این است که شعاع حرکت کوارک در $z=2$ نسبت به شعاع حرکت کوارک در $z=1$ بیشتر است. یعنی اتلاف انرژی کوارک چرخان در خلاء غیرنسبیتی در شعاع بزرگتری با اتلاف انرژی کوارک چرخان در خلاء نسبیتی برابر می‌شود.

پس از بررسی اتلاف انرژی کل به دنبال آن هستیم که در حد ω های متفاوت انرژی از دست رفته ناشی از حضور نیروی مقاوم را در این محیط بررسی کنیم. اگرچه مفهوم خلاء یادآور نبود ماده و به دنبال آن عدم حضور نیروی مقاوم می‌باشد؛ اما متریک لیفشیتز این شرایط را فراهم می‌آورد که در عدم حضور ماده، ذره نیروی مقاوم را احساس کند و این یکی از خصوصیات متفاوت این متریک می‌باشد که در مراجع [14] و [16] به تفصیل در باره‌ی آن بحث شده است.

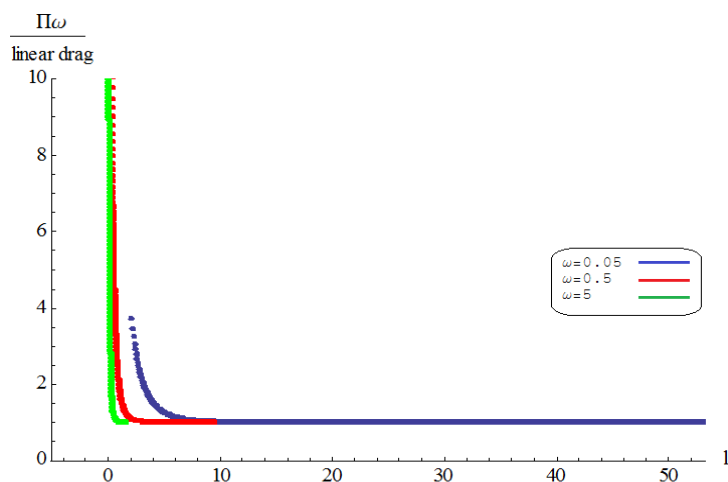
هنگامی که کوارک آزمون در مرز در حال چرخیدن است انتظار می‌رود در سرعت‌هایی که به اندازه‌ی کافی کوچک هستند، رفتار ریسمان چرخان و پیرو آن انرژی از دست رفته‌اش مشابه رفتار ریسمان در حال حرکت در مسیر مستقیم باشد. اکنون ما با بررسی انرژی اتلافی ناشی از نیروی مقاوم به تحقیق این نکته می‌پردازیم. فرمول مربوط به اتلاف انرژی ناشی از نیروی مقاوم به این صورت می‌باشد:

$$\frac{dE}{dt} = \Pi_x v \quad (30-3)$$

که Π_x از فرمول زیر بدست می‌آید:

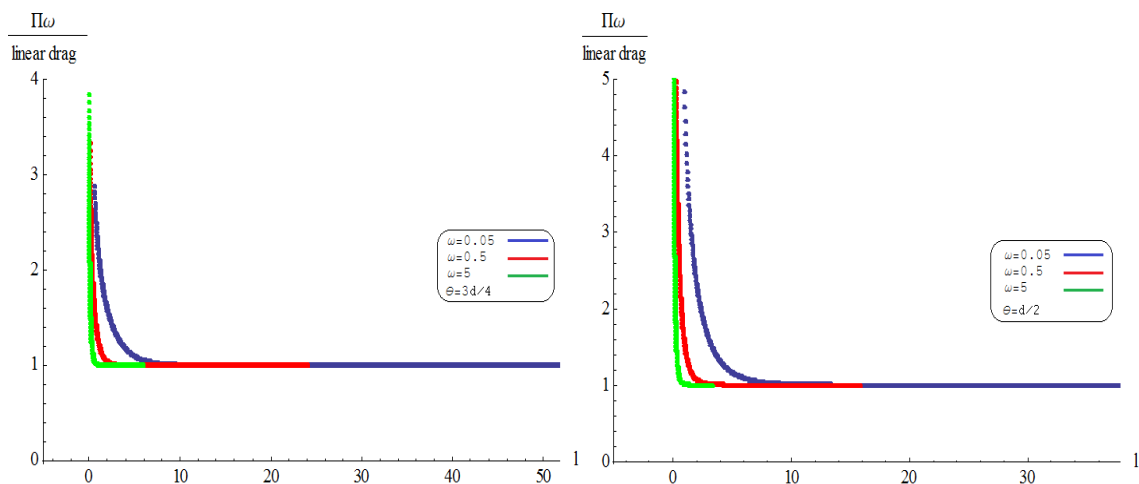
$$\Pi_x = \frac{dp}{dt} = -\frac{v}{2\pi\alpha'} \frac{2(d-\theta)}{d(z-1)} \quad (31-3)$$

در اینجا v سرعت حرکت کوارک است و مطابق آنچه پیشتر گفته شد d ابعاد فضا و z و θ توان‌های دینامیکی و ابرمقیاس هستند. حال می‌خواهیم بدانیم در چه حدی سهم غالب انرژی اتلافی ناشی از نیروی مقاوم است. برای این منظور نسبت انرژی از دست رفته‌ی کل را به فرمول بالا به دست می‌آوریم. چنانچه این نسبت در حد خاصی برابر یک شد، می‌توان ادعا کرد در این حد انرژی اتلافی ناشی از نیروی مقاوم است. در شکل (3-7) نسبت مقدار $\Pi\omega/(\Pi\omega)_{linear-drag}$ را برای $z=2$ و $\theta=0$ با سه ω متفاوت $\omega=0.05, 0.5, 5$ رسم کرده‌ایم که این کار توسط نرم افزار متمتیکا انجام شده است.



شکل (۷-۳): نسبت $\Pi\omega/(\Pi\omega)_{\text{linear-drag}}$ بر حسب l به ترتیب از بالا به پایین برای $\omega = 0.05, 0.5, 5$.

از نمودارهای رسم شده در شکل (۷-۳) می‌توان فهمید که در بازه‌های متفاوتی انرژی اتلافی تماماً ناشی از نیروی مقاوم خواهد بود. همچنین با کاهش l سهم اتلاف انرژی ناشی از تابش در مقایسه با میزان انرژی اتلافی ناشی از نیروی مقاوم بیشتر خواهد بود؛ به طوری که می‌توان از انرژی اتلافی نیروی مقاوم چشم‌پوشی کرد. اکنون با روشن کردن θ تأثیر این پارامتر را بر اتلاف انرژی نیروی مقاوم بررسی می‌کنیم.

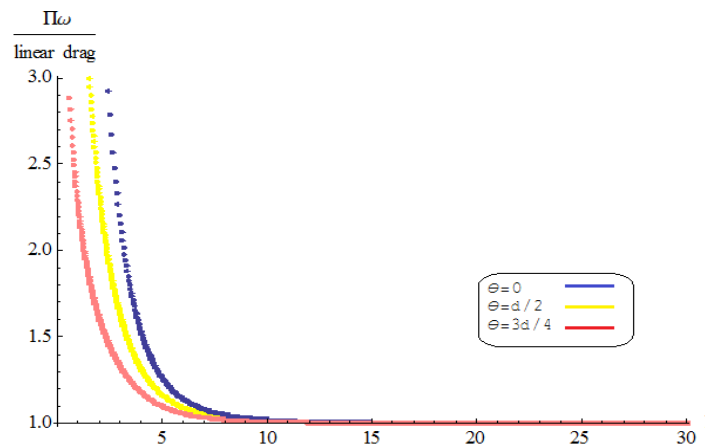


شکل (۸-۳): نسبت $\Pi\omega/(\Pi\omega)_{\text{linear-drag}}$ بر حسب l برای θ های متفاوت. و به ترتیب از بالا به پایین برای

$\omega = 0.05, 0.5, 5$. سمت راست: $\theta = d/2$ و سمت چپ: $\theta = 3d/4$.

شکل (۸-۳) بیان‌گر این است که با روشن شدن θ نیز سهم اتلاف انرژی مربوط به نیروی مقاوم در l های بزرگ غالب خواهد بود و در l های کوچک به دلیل بالا بودن اتلاف انرژی ناشی از تابش از انرژی

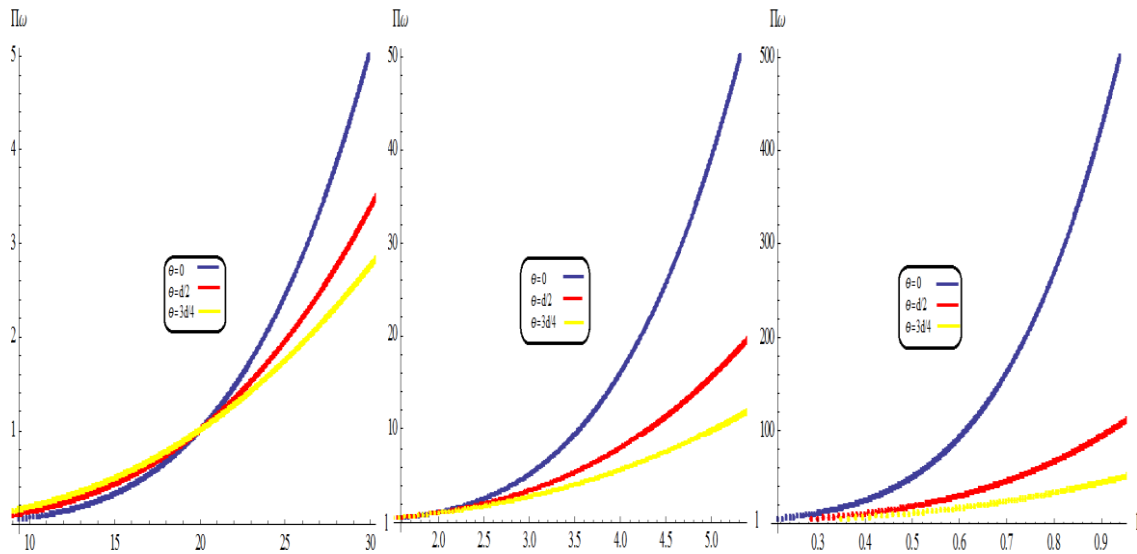
اتلافی نیروی مقاوم چشم پوشی می‌کنیم. اگرچه رفتار انرژی اتلافی برای θ های متفاوت در l های بزرگ مشابه است اما در l های کوچک اتلاف انرژی تابشی آن‌ها متفاوت خواهد بود. برای مقایسه‌ی حالت $\theta \neq 0$ با $\theta = 0$ نمودار زیر را برای $\omega = 0.05$ و $z = 2$ رسم کنیم.



شکل (۹-۳): نسبت $\Pi\omega / \text{linear-drag}$ بر حسب l . به ترتیب از بالا به پایین $\theta = 0, \frac{d}{2}, \frac{3d}{4}$.

شکل (۹-۳) نشان می‌دهد با روشن کردن θ ، هرچه این پارامتر بزرگ‌تر شود برای رسیدن به اتلاف انرژی‌های یکسان، شعاع دوران کوارک چرخان باید افزایش یابد. همچنین می‌توان مشاهده کرد که در شعاع‌های دوران یکسان، نسبت انرژی اتلافی کل به انرژی اتلافی نیروی مقاوم برای θ های کوچک‌تر، بزرگ‌تر خواهد بود. به عبارتی در θ های کوچک‌تر اتلاف انرژی نیروی مقاوم کمتر و اتلاف ناشی از تابش بیشتر خواهد بود.

همچنین می‌توان تأثیر روشن کردن θ را بر روی انرژی اتلافی کل بررسی کرد. در شکل (۱۰-۳) با ثابت نگه داشتن ω در مقادیر 0.05, 0.5, 5 و تغییر θ به مقادیر $0, \frac{d}{2}, \frac{3d}{4}$ تأثیر این پارامتر را بر انرژی اتلافی کل در $z = 2$ بررسی می‌کنیم.



شکل (۳-۱۰): نمودار انرژی اتلافی کل بر حسب l از چپ به راست به ترتیب $\omega = 0.05, 0.5, 5$ و از بالا به پایین به ترتیب $\theta = 0, \frac{d}{2}, \frac{3d}{4}$ می‌باشد.

در شکل (۳-۱۰) نشان داده می‌شود که در خلاء غیرنسبیتی تا زمانی که سرعت حرکت کوارک چرخان کمتر از سرعت نور است با افزایش θ انرژی اتلافی کل افزایش می‌یابد. اما با عبور از سرعت نور اتلاف انرژی کل برای هر سرعت زاویه‌ای دلخواهی با افزایش θ کاهش می‌یابد. این نتیجه در نمودار مربوط به $\omega = 0.05$ به وضوح قابل مشاهده است.

۳-۴- انرژی اتلافی در پلاسمای غیرنسبیتی:

مطابق آنچه در گذشته دنبال کرده‌ایم برای بررسی رفتار کوارک در این محیط ابتدا لازم است شکل جهان سطح آن را بدانیم. این جهان سطح به شکل زیر خواهد بود:

$$X^\mu = (t = \tau, r = \sigma, \varphi = \omega t + \theta(r), \rho = \rho(r), x_3 = 0) \quad (3-32)$$

متریک مورد استفاده در این فضا به این صورت است:

$$ds^2 = l^2 (-r^{2z} f(r) dt^2 + \frac{dr^2}{r^2 f(r)} + r^2 (dx_i)^2) \quad (3-33)$$

که l در اینجا به شعاع دایره‌ای که کوارک روی آن می‌چرخد مربوط نمی‌شود و شعاع انحنای فضای AdS می‌باشد. r بعد هولوگرام، x_i ابعاد فضا و t بعد زمانی می‌باشد. همچنین داریم:

$f(r) = 1 - (\frac{a}{r})^{z+d}$ که a مختصه‌ی هولوگرافی افق سیاهچاله است و آن را برابر یک در نظر می‌گیریم. برای بدست آوردن معادله‌ی حرکت لازم است چگالی لاگرانژی را داشته باشیم:

$$L = \sqrt{\left(\frac{-l^2}{r^2 f(r)}\right) (l^2 (-r^{2z} f(r) + r^2 \rho^2 \omega^2)) - l^2 r^2 (-r^{2z} l^2 f(r) + r^2 l^2 \rho^2 \omega^2) \rho'^2 - (-r^{2z} l^4 f(r) r^2 \rho^2 \theta'^2)} \quad (34-3)$$

بار دیگر از معادلات حرکت اویلر لاگرانژ استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \rho} - \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial L}{\partial \rho'} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial L}{\partial \theta'} &= 0 \end{aligned} \quad (35-3)$$

از آنجا که لاگرانژی ما وابستگی صریحی به θ ندارد در معادله‌ی دوم (35-3) جمله‌ی اول حذف می‌شود و معادله به ما یک ثابت حرکت به شکل زیر می‌دهد:

$$\Pi = \frac{-\partial L}{\partial \theta'} = \frac{r^{2z} l^4 f(r) r^2 \rho^2 \theta'}{L} = cte \quad (36-3)$$

آنچه مشخص است این است که با روابط موجود، پارامترهای زیادی وجود دارد که ادامه راه حل را برای ما دشوار می‌سازد. پس با انتخاب $a=1, l=1, d=3, z=2$ محاسبات را به این شکل ادامه می‌دهیم. لاگرانژی بدست آمده با این متغیرها به صورت زیر خواهد بود:

$$L = \sqrt{\frac{(-1+r^5)(-1+r^5+r^9 \rho'^2) + r^3 \rho^2 (r^6(-1+r^5) \theta'^2 - \omega^2(-1+r^5+r^9 \rho'^2))}{r^8}} \quad (37-3)$$

اکنون معادله‌ی حرکت ریسمان چرخان را در این فضا به این شکل بدست می‌آوریم:

$$\begin{aligned}
 &((-2r^3(-1+r^5)\rho^3(\omega^2-r^6\theta'^2)((r^6-r^{11})\theta'^2+\omega^2(-1+r^5+r^9\rho'^2))+ \\
 &2(-1+r^5)^2\rho(\omega^2(-1+r^5+r^9\rho'^2)-r^6\theta'^2(-1+r^5+2r^9\rho'^2))+ \\
 &r^5(-1+r^5)(10(-1+r^5)^2\rho'+r^9(-1+6r^5)\rho'^3+2r(-1+r^5)^2\rho'')+ \\
 &r^8\rho^2(5r^9(1-2r^5)\omega^2\rho'^3-(-1+r^5)\rho'((-23+18r^5)\omega^2+(r^6-6r^{11})\theta'^2+2r^7(-1+r^5)\theta'\theta''))+ \quad (38-3) \\
 &2r(-1+r^5)^2(-2\omega^2+r^6\theta'^2)\rho'')+r^{11}\omega^2\rho^4(4r^9\omega^2\rho'^3+ \\
 &\rho'((-13+8r^5)\omega^2+r^6(7-2r^5)\theta'^2+2r^7(-1+r^5)\theta'\theta''))-2r(-1+r^5)(-\omega^2+r^6\theta'^2)\rho'') / \\
 &(2r^{13}(\frac{(-1+r^5)(-1+r^5+r^9\rho'^2)+r^3\rho^2(r^6(-1+r^5)\theta'^2-\omega^2(-1+r^5+r^9\rho'^2))}{r^8})^{3/2}))=0
 \end{aligned}$$

با به توان دو رساندن طرفین رابطه‌ی (۳۶-۳) و ساده سازی آن داریم:

$$\theta'^2 = \frac{\Pi^2(-1+r^5-r^3\omega^2\rho^2)(-1+r^5+r^9\rho'^2)}{r^9(-1+r^5)\rho^2(-\Pi^2+r(-1+r^5)\rho^2)} \quad (39-3)$$

اکنون رابطه‌ی (۳۹-۳) را در معادله‌ی (۳۸-۳) جایگذاری می‌کنیم. پس از ساده سازی داریم:

$$\begin{aligned}
 &(-r^8(-1+r^5)^2(-9+4r^5)\Pi^2\rho\rho'+ \\
 &2r^9(-1+r^5)(5(-1+r^5)^3+r^2(-6+r^5)\Pi^2\omega^2)\rho^3\rho'- \\
 &r^{12}(-1+r^5)^2(-13+8r^5)\omega^2\rho^5\rho'+ \\
 &r^{18}((-1+r^5)^2(-1+6r^5)-r^2(3+2r^5)\Pi^2\omega^2)\rho^3\rho'^3- \\
 &4r^{21}(-1+r^5)^2\omega^2\rho^5\rho'^3-2(-1+r^5)^3\Pi^2(-1+r^5+r^9\rho'^2)+ \quad (40-3) \\
 &2r^4(-1+r^5)^3\omega^2\rho^4(-1+r^5+r^9\rho'^2))+ \\
 &\rho(-1+r^5-r^3\omega^2\rho^2)(-2r^9(-1+r^5)^3\Pi^2\rho+ \\
 &2r^{10}(-1+r^5)^2((-1+r^5)^2+r^2\Pi^2\omega^2)\rho^3- \\
 &2r^{13}(-1+r^5)^3\omega^2\rho^5)\rho''=0
 \end{aligned}$$

می‌دانیم رابطه‌ی (۳۹-۳) باید همواره مثبت باشد. پس مانند قبل ریشه‌ی صورت و مخرج را بدست

آورده و آن جوابی را اختیار می‌کنیم که صورت و مخرج در آن همزمان تغییر علامت دهند. حاصل

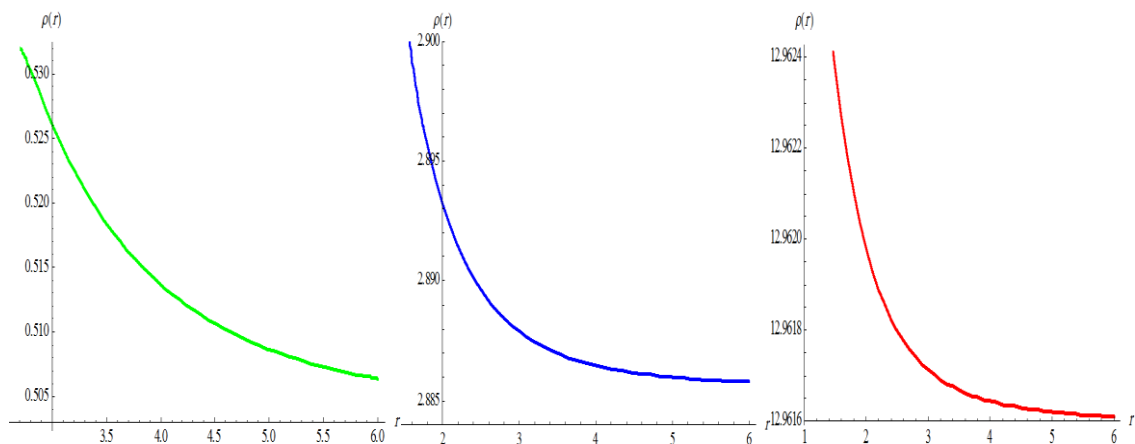
این انتخاب به این صورت خواهد بود:

$$\rho_0 = \frac{\sqrt{-1+r^5}}{r^{3/2}\omega} \quad (41-3)$$

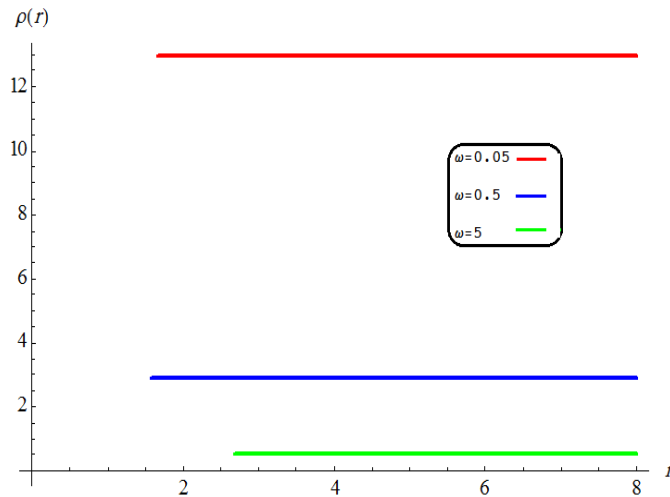
برای پیدا کردن r_0 باید معادله‌ی $n = \frac{r^4(-1+r^5)^4 - r^6(-1+r^5)^2 \Pi^2 \omega^2}{\omega^4}$ را - که از قرار دادن در مخرج رابطه‌ی (۳۹-۳) بدست آمده- حل کنیم. از آنجا که ریشه‌های زیادی از حل این معادله بدست می‌آید معادله را به روش عددی حل می‌کنیم و برای هر مقدار ω و Π دلخواه r_0 مربوط به آن را بدست می‌آوریم. با بسط معادله‌ی (۴۰-۳) و حل آن برای ρ'_0 داریم:

$$\rho'_0 = -\frac{2(-1^5 + r_0^5)^{3/2}\omega}{r_0^{13/2}(31 + 2r_0^5)} \quad (42-3)$$

حال معادله‌ی حرکت را حل کرده نمودار $\rho(r)$ را بر حسب r برای $\Pi = 10$ و $\omega = 0.05, 0.5, 5$ رسم می‌کنیم.



شکل (۱۱-۳): نمودار $\rho(r)$ بر حسب r برای $\Pi = 10$ و از راست به چپ به ترتیب: برای $\omega = 5$ ؛ $\omega = 0.5$ ؛ $\omega = 0.05$.
 شکل (۱۱-۳) نشان می‌دهد مطابق آنچه پیشتر دیدیم هرچه از مرز به سمت فضای حجم پیش می‌رویم شعاع دوران کوارک چرخان بیشتر می‌شود. با رسم سه نمودار فوق در یک نمودار مطابق شکل (۱۲-۳) می‌توان رابطه‌ی شعاع دوران ریسمان با سرعت زاویه‌ای را نیز بررسی نمود.



شکل (۳-۱۲): نمودار $\rho(r)$ بر حسب r از بالا به پایین به ترتیب برای: $\omega = 0.05$; $\omega = 0.5$; $\omega = 5$.

از شکل (۳-۱۲) می‌فهمیم هرچه سرعت زاویه‌ای کوآرک چرخان کمتر باشد، شعاع دوایری که ریسمان چرخان ایجاد می‌کند بزرگ‌تر خواهد بود. از آنچه تا کنون انجام داده‌ایم می‌دانیم انرژی اتلافی از فرمول زیر بدست می‌آید:

$$\frac{dE}{dt} = \Pi \omega \quad (۳-۴۳)$$

پس می‌توانیم با داشتن Π و ω انرژی اتلافی را برای معادله‌ی حل شده‌ی پیش بدست آورد و نمودار آن را رسم کرد. نمودارهای مربوطه در سطر اول شکل (۳-۱۱) برای $\omega = 0.05, 0.5, 5$ رسم شده است.

می‌دانیم در محیط پلاسما بخشی از انرژی از دست رفته‌ی ریسمان ناشی از حضور نیروی مقاوم می‌باشد. همچنین پیشتر دیدیم که متریک لیفشیتز به تنهایی باعث ایجاد نیروی مقاوم می‌شود. پس نیروی مقاوم برای ریسمان در پلاسمای غیر نسبیتی برابر است با مجموع دو نیروی گفته شده. از معادله‌ی (۳-۳۰) و (۳-۳۱) توانستیم سهم اتلاف انرژی ناشی از نیروی مقاوم متریک را بیابیم. همچنین از آنجا که برای بخشی از انرژی اتلافی که ناشی از چرخش است فرمولی نداریم از پرداختن به آن صرف نظر می‌کنیم و اتلاف انرژی کل و انرژی از دست رفته به واسطه‌ی نیروی مقاوم را مورد

بررسی قرار می‌دهیم. حال به سهم اتلاف انرژی ناشی از محیط پلاسما می‌پردازیم. انرژی اتلافی در این محیط به این صورت می‌باشد [14]:

$$\frac{dE}{dt} = v r_{c1}^2 \quad (3-44)$$

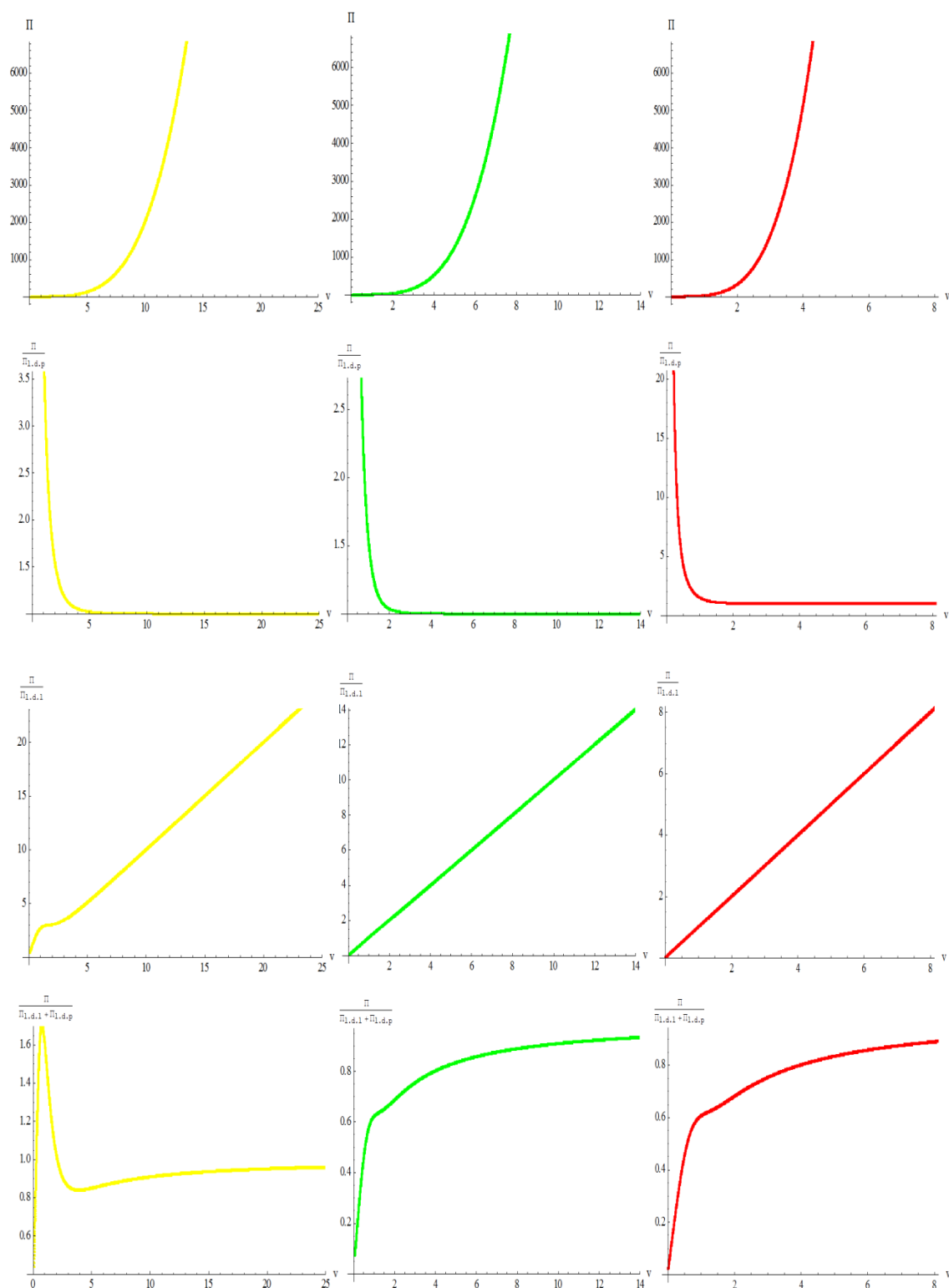
که با استفاده از ثابت حرکت بدست آمده از متریک (3-33) و برابر صفر قرار دادن صورت و مخرج آن می‌توان r_{c1} را از حل معادله‌ی:

$$s = \left(\left(1 - \frac{a}{r_{c1}} \right)^{z+d} \right) r_{c1}^{2z-2} - v^2 \quad (3-45)$$

بدست آورد. که در محیط پلاسمای غیر نسبیتی r_{c1} همان ریشه‌ای است که ثابت حرکت را مثبت می‌کند. نکته‌ی قابل توجه این است که برای $z=2$ و $d=3$ ، در پلاسما با تقریب خوبی به r_0 در خلاء نزدیک می‌شود.

هدف ما در اینجا بررسی انرژی از دست رفته و پیدا کردن مسیرهای اتلاف انرژی در حد سرعت بالا و پایین برای کوارک چرخان است. بدین منظور با تقسیم انرژی اتلافی کل بر هر یک از اتلاف انرژی‌های ناشی از نیروی مقاوم، و بر مجموع این دو، رفتار انرژی از دست رفته را در $z=2$ با انتخاب $\omega=0.05, 0.5, 5$ و $a=1, l=1, d=3$ ، مورد بررسی قرار می‌دهیم.

در نهایت با تقسیم انرژی اتلافی کل بر هر یک از اتلاف انرژی‌های ناشی از نیروی مقاوم، و بر مجموع این دو، رفتار انرژی از دست رفته را در هر حالت ذکر شده مورد بررسی قرار می‌دهیم. می‌توان با مقایسه و تحلیل نمودارهای موجود مشخص کرد که رفتار انرژی از دست رفته در حد سرعت بالا یا سرعت پایین چگونه است و در این حدود کدام شیوه‌ی اتلاف انرژی غالب است. همچنین می‌توان اتلاف انرژی غیرنسبیتی را با حالت نسبیتی آن مقایسه نمود.



شکل (۳-۱۳): نمودار انرژی اتلافی در فضای غیر نسبیتی بر حسب ν برای Π های مختلف و ω هایی با مقادیر $\omega = 0.05, 0.5, 5$. از راست به چپ به ترتیب: برای $\omega = 0.05$; $\omega = 0.5$; $\omega = 5$. سطر اول: اتلاف انرژی کل بر حسب ν . سطر دوم: نسبت انرژی اتلافی کل به انرژی اتلافی ناشی از نیروی مقاوم متریک بر حسب ν . سطر سوم: نسبت انرژی اتلافی کل به انرژی اتلافی ناشی از نیروی مقاوم در پلازما بر حسب ν . سطر چهارم: نسبت انرژی اتلافی کل به مجموع انرژی اتلافی ناشی از نیروی مقاوم متریک و نیروی مقاوم در پلازما بر حسب ν .

با مشاهده‌ی سطر اول شکل (۳-۱۳) می‌فهمیم که انرژی از دست رفته‌ی کل در ω های متفاوت با افزایش سرعت افزایش می‌یابد و از آنجا که محیط غیر نسبیستی است، هیچ محدودیتی در افزایش سرعت نداریم و نمودار انرژی اتلافی هیچ مجانب عمودی ندارد.

سطر دوم شکل فوق که نسبت انرژی اتلافی کل به انرژی اتلافی ناشی از نیروی مقاوم متریک است نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که در هر ω ی دلخواهی در سرعت خاصی می‌توان مجانب افقی یک را داشت؛ به این معنی که انرژی اتلافی ناشی از نیروی مقاوم متریک با انرژی اتلافی کل برابر می‌شود.

سطر سوم نشان می‌دهد نسبت اتلاف انرژی کل به اتلاف انرژی نیروی مقاوم متریک در حد سرعت‌های پایین به صورت خطی است و انرژی اتلافی ناشی از نیروی مقاوم محیط با ضریب ثابتی نسبت به انرژی اتلافی کل تغییر می‌کند.

سطر چهارم نشان می‌دهد که انرژی اتلافی کل در حدودی می‌تواند برای هر ω با مجموع انرژی اتلافی ناشی از نیروی مقاوم متریک و نیروی مقاوم در محیط برابر شود.

فصل چهارم

نتیجه گیری

نتیجه گیری:

در فصل دوم توانستیم آهنگ انرژی اتلافی برای کوارک در پلاسما و خلاء نسبیتی را بدست آوریم. دانستیم انرژی از دست رفته توسط کوارک متحرک را می توان به آسانی از شکل جهان سطح تعیین شده ارزیابی کرد. در پلاسمای نسبیتی انرژی اتلافی به دو دلیل وجود دارد؛ حضور نیروی مقاوم و تابش سینکروترونی. در حالی که در خلاء، ریسمان، انرژی تابش شده از کوارک چرخان را تنها ناشی از شتاب توصیف می کند.

همچنین نتایج بدست آمده حاکی از این است که برای ω های کوچک، بخش غالب انرژی اتلافی، ناشی از نیروی مقاوم است که نرخ انرژی اتلافی در کوارک چرخان با نرخ اتلاف انرژی کوارک در حال حرکت در میسر مستقیم در توافق کامل با یکدیگرند. در این گستره سرعت موضعی ریسمان چرخان در هر نقطه را می توان توسط سرعت کوارک در مرز تقریب زد. این در حالی است که در ω های بزرگ می توان تمام انرژی از دست رفته را ناشی از تابش در نظر گرفت.

در فصل سوم با در نظر گرفتن تأثیرات غیرنسبیتی و بدست آوردن نسبت انرژی اتلافی کل به انرژی اتلافی نیروی مقاوم در ω ها و θ های مختلف دریافتیم که مشابه نتایج فصل سوم، با افزایش I سهم غالب اتلاف انرژی در خلاء مربوط به حضور نیروی مقاوم می باشد؛ به طوری که می توان رفتار کوارک چرخان در مرز را با رفتار کوارکی که در مسیر مستقیم در حال حرکت است تقریب زد.

از مقایسه این نتایج با تابش در خلاء نسبیتی نیز دریافتیم که در خلاء نسبیتی اتلاف انرژی ناشی از تابش است در حالی که در خلاء غیر نسبیتی بخشی از انرژی تلف شده به دلیل نیروی مقاوم است. پس از آن از مقایسه ی حالت $\theta \neq 0$ با $\theta = 0$ دانستیم که در I های کوچک و یکسان، اتلاف انرژی تابشی برای کوچک ترین θ ، در مقایسه با بزرگ ترین θ ، بیشتر است. همچنین نشان دادیم که در خلاء غیرنسبیتی تا زمانی که سرعت حرکت کوارک چرخان کمتر از سرعت نور باشد با افزایش θ انرژی

اتلافی کل افزایش می‌یابد. اما با عبور از سرعت نور اتلاف انرژی کل برای هر سرعت زاویه‌ای دلخواهی با افزایش θ کاهش می‌یابد.

در بررسی اتلاف انرژی در پلاسمای غیرنسبیتی نیز مشاهده کردیم برای تغییرات سرعت تا محدوده‌ی سرعت نور، یعنی جایی که فضا زمان را می‌توان نسبیتی در نظر گرفت، مجموع نیروهای مقاوم سهم کمی در اتلاف انرژی دارند. اما با گذشتن سرعت ذره از حد سرعت نور، مجموع نیروهای مقاوم نقش مهمی در اتلاف انرژی دارند به طوری که برای سرعت‌های زاویه‌ای پایین و بالا نسبت اتلاف انرژی کل به اتلاف ناشی از نیروی مقاوم یک خواهد شد.

مراجع:

- [1] K.Bitaghsir Fadafan, Hong Liu, Krishna Rajagopal and Urs Achim Wiedemann, "Stirring Strongly Coupled Plasma", Eur.Phys.J.C61:553-567,2009,arXiv:0809.2869 [hep-th]17 Sep2008.
- [2] وحیدی نیا م ح، (۸۹) ، " اهمیت گرانش کوانتومی "، نشریه تخصصی دانشجویی بخش فیزیک دانشگاه شیراز، شماره ۳۱، سال نهم.
- [3] عابدینی م ، (۱۳۹۱) ، پایان نامه ارشد، " مطالعه حرکت شتابدار کوارک سنگین در پلاسمای کوارک-گلوئون " ، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [4] Steven S. Gubser, "Drag force in AdS/CFT", Phys.Rev.D74:126005(2006), arXiv:hep-th/0605182v1.
- [5] C. P. Herzog, A. Karch, P. Kovtun, C. Kozcaz, L. G. Yaffe, " Energy loss of a heavy quark moving through N=4 supersymmetric Yang-Mills plasma", JHEP 0607 (2006) 013, arXiv:hep-th/0605158v3.
- [6] نیازی ح ، (۱۳۹۰) ، پایان نامه ارشد، " مطالعه اتلاف انرژی کوارک سنگین با استفاده از سیاهچاله های RN " ، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.
- [7] Zwiebach, Barton (2009), "A First Course in String Theory", Cambridge University Press, ISBN 978-0-521-88032-9.
- [8] J.Casalderrey-Solana, H.Liu, D.Mateos, K.Rajagopal and U.A.Wiedemann, " Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collision" , arXiv:1101.0618 [hep-th].
- [9] R.Peschanski, " Introduction to String Theory and Gauge/Gravity duality for students in QCD and QGP phenomenology", Acta Phys. Polon. B 39, 2479 (2008) , arXiv:0804.3210[hep-ph].
- [10] A. Mikhailov, arXiv:hep-th/0305196.
- [11] A. Li'enard, L'Eclairage 'Electrique 16 (1898) 5.
- [12] M.Alishahiha and H. Yavartanoo, " On Holography with Hyperscaling Violation", JHEP 1211 (2012) 034, arXiv:1208.6197v2[hep-th]9 Sep2012.

[13] Kazem Bitaghsir Fadafan, Hesam Soltanpanahi, "Energy loss in a strongly coupled anisotropic plasma", arXiv:1206.2271v4 [hep-th] 17 Sep 2012.

[14] K.Bitaghsir Fadafan, "Drag force in asymptotically Lifshitz spacetimes", arXiv: 0912.4873v3 [hep-th] 13 Sep 2010.

[15] S. S. Gubser, "Momentum fluctuations of heavy quarks in the gauge-string duality", Nucl. Phys. B 790, 175 (2008) , arXiv: 0612143 [hep-th].

[16] A. Akhavan, M. Alishahiha, A. Davody and A. Vahedi, "Non relativistic CFT and Semi-classical Strings", JHEP 0903 (2009) 053 , arXiv:0811.3067 [hep-th].

[17] Elias Kiritsis, "Lorentz violation, Gravity, Dissipation and Holography", JHEP 1301 (2013) 030, arXiv:1207.2325v2[hep-th] 15 Aug 2012.

[18] Mohammad Ali-Akbari, " Rotating strings and energy loss in non-conformal holography " , arXiv:1110.5881v2 [hep-th] 15 Nov 2011.

[19] J.Kluson, "Open String in Non-Relativistic Background " , Phys. Rev. D 81, 106006 (2010) , [arXiv:0912.4587 [hep-th]].

[20] J. Casalderrey-Solana and D. Teaney, "Transverse Momentum Broadening of a Fast Quark in a $N=4$ Yang Mills Plasma " , JHEP 0704, 039 (2007) , arXiv: 0701123 [hep-th].

[21] V. Keranen and L. Thorlacius, " Holographic geometries for condensed matter applications", C12-07-01.1Proceedings arXiv:1307.2882v1.

[22] T. Azeyanagi, W. Li and T. Takayanagi, "On String Theory Duals of Lifshitz-like Fixed Points," JHEP 0906 (2009) 084 [arXiv:0905.0688 [hep-th]].

[23] S. S. Gubser, S. S. Pufu, F. D. Rocha and A. Yarom, "Energy loss in a strongly coupled thermal medium and the gauge-string duality" , arXiv:0902.4041 [hep-th].

[24] عظیم فردا، (۱۳۹۰)، پایان نامه ارشد، " مطالعه پتانسیل کوآرک-پادکوآرک با استفاده از همسانی AdS/CFT " ، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

[25] زاهدی ه، (۱۳۹۲)، پایان نامه ارشد، " مطالعه تابش کوآرک سنگین با استفاده از AdS/CFT "، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

abstract

In this thesis we consider a rotating quark along a circle of radius l with constant velocity through the strongly coupled plasma and vacuum that we use AdS/CFT correspondence for calculations. From the AdS/CFT, the dual picture of a rotating quark is a rotating string in the bulk. We begin with an overview of the resources in motion of rotating quark question. Then by solving equations of motion for rotating quark we discuss about energy loss.

Calculations shows that there are two mechanisms of energy loss for a rotating quark in strongly coupled plasma; radiation and drag force. Also we found out in the relativistic space-time, for small ω , the energy loss is due to drag force but for enough large ω the energy loss is due to radiation. But in relativistic vacuum, because of radiation the energy is lost. Then as a new problem we study the effect of non-relativistic space-time in energy loss. In isotropic plasma, for a large ω , the energy loss is due to radiation. Also we found out by turn on non-relativistic parameter, if we increase the radius of rotating quark, because of drag force most part of the energy is lost, So we can approximate the behavior of rotating quark in a boundry with a quark that is moving in a straight line.



University of Shahrood
Faculty of physics

Master of Science Thesis

Considering non-Relativistic effect to the quark radiation by using AdS/CFT

Mitra Farahbodnia

Supervisor:

Dr. K. Bitaghsir Fadafan

Advisor:

Dr.M.Ali Akbari

February – 2015