



دانشکده فیزیک
گروه حالت جامد

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته
فیزیک، گرایش حالت جامد

عنوان

برانگیختگی های جمعی در یک سیم کوانتومی تحت تابش لیزر و میدان مغناطیسی

استاد راهنما

آقای دکتر سعید حسامی پيله رود

دانشجو

اکرم ممینی

بهمن ۱۳۹۳

بسم الله الرحمن الرحيم

باسپاس از دو وجود مقدس:
آنان که ناتوان شدند تا ما به توانایی برسیم...
مواشیان سپید شد تا ما رو سفید شویم...
دراغمان
مادرانمان

سپاس خدای را که سخنوران، در ستودن او بمانند و شمارندگان، شمردن نعمت‌های او
ندانند و کوشندگان، حق او را گزارش ندهند. و سلام و دور دربر محمد و خاندان پاک
او، طاهران معصوم، هم آنان که وجودمان و امدار وجودشان است. به نشانه
سپاس از الطافش، دستان مهربان‌ترین بندگان، پدر و مادر عزیزم را بوسه
می‌زنم.

پایان نامه خود را تقدیم می‌کنم به
مادر عزیزتر از جانم
خواهر و خواهرزاده عزیزم و
برادران مهربانم

سپاس‌گزاری

بدون شک جایگاه و منزلت معلم، اجل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی‌شائبه‌ی او، بازبان قاصر و دست ناتوان، چیزی بنگاریم. اما از آنجایی که تجلیل از معلم، سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تأمین می‌کند و سلامت امانت‌هایی را که به دستش سپرده‌اند، تضمین؛ بر حسب وظیفه و از باب «من لم یسکر المنعم من المخلوقین لم یسکر الله عزوجل» از معلم بزرگوارم، که همواره بر کوتاهی و درستی من، قلم عضو کشیده و گریانه از کنار غفلت‌هایم گذشته‌اند «جناب آقای دکتر سعید حسامی پیله رود» بحال شکر را دارم. باشد که این خردترین، بخشی از زحمات آنان را سپاس گوید.

از اساتید و اورجناب آقای دکتر محمد باقر رحمانی و سرکار خانم دکتر طیفه مولاروی قبول زحمت نموده و داوری این پایان نامه را بر عهده گرفته و قطعاً نظرات این بزرگواران در هر چه بهتر شدن این پایان نامه شمر شمر خواهد بود، شکر می‌نمایم.

اکرم مسینی
بهمن ۱۳۹۳

تعمدنامه

اینجانب اکرم ممینی دانشجوی کارشناسی ارشد رشته فیزیک دانشکده فیزیک دانشگاه شاهرود، نویسنده پایان نامه با عنوان برانگیختگی های جمعی در یک سیم کوانتومی تحت تابش لیزر و میدان مغناطیسی، تحت راهنمایی آقای دکتر سعید حسامی پیله رود متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های دیگر پژوهش گران، به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب این پایان نامه، تا کنون توسط خود، یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارایه نشده است.
- حقوق معنوی این اثر، به دانشگاه شاهرود متعلق دارد، و مقالات مستخرج با نام “ دانشگاه شاهرود “ یا “ Shahrood University “ به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آوردن نتایج اصلی پایان نامه تاثیرگذار بوده اند، در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در تمام مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آنها) استفاده شده است، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در تمام مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته (یا استفاده) شده است، اصل رازداری و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

اکرم ممینی
بهمن ۱۳۹۳

مالکیت نتایج و حق نشر

- تمام حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم‌افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه شاهرود می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی، در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در این پایان‌نامه بدون ذکر منبع مجاز نمی‌باشد.

چکیده

مطالعات روی نانو ساختارهای نیمرسانا تحت میدان های مغناطیسی کوانتیده و تابش شدید تراهرتز از اهمیت بالایی برخوردار است. علاوه بر مطالعات تجربی، اکثر خواص نانو ساختارهای نیمرسانا تحت میدان های مغناطیسی کوانتیده و تابش تراهرتز به صورت نظری مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به پیشرفت سریع پدیده تراهرتز توصیف نظری جفت شدگی الکترون فوتون امری ضروری است. کمیتی که به این منظور به طور معمول در درک ویژگی های نوری و الکترونی سیستم به کار برده می شود، تابع دی الکتریک می باشد. در اینجا، ما یک دستگاه گاز الکترونی دو بعدی با محدودیت فضایی عرضی را تحت اثر میدان مغناطیسی قوی و تابش شدید تراهرتز مورد بررسی قرار می دهیم، نوسان چگالی بار القایی با استفاده از اختلال وابسته به زمان محاسبه می شود. سپس تابع دی الکتریک را به دست آورده و مدهای مگنتو پلاسمون سیستم با استفاده از روش تقریب فاز کاتوره ای محاسبه می شوند. تابع دی الکتریک به دست آمده نشان می دهد که سیستم موردنظر به فرکانس و شدت میدان لیزر شدیداً وابسته است.

کلمات کلیدی: گاز الکترونی دو بعدی، چگالی بار القایی، پاسخ دینامیکی، نانو ساختار، مد مگنتو

پلاسمون

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

1. A. Mombeiny, S. Hessami Pilehrood, (2014), " Magnetoplasmon modes in a quantum well wire under intense terahertz laser field ", Proceedings of 5th International Congress on Nanoscience and Nanotechnology (ICNN2014) 22-24 October 2014, Tehran, Iran.
2. A. Mombeiny, S. Hessami Pilehrood, (2014), " Magnetoplasma in THz driven semiconductor quantum well wires ", 17th Iranian Physical Chemistry Conference 21-23 October 2014, Tehran, Iran.

فهرست مطالب

ر	لیست تصاویر
۱	۱ مقدمه
۷	۲ تعاریف
۸	۱.۲ نانو فناوری
۸	۲.۲ نیمرساناها
۱۱	۳.۲ نوارهای انرژی در یک نیمرسانا
۱۲	۴.۲ ساختار نواری
۱۳	۵.۲ جرم مؤثر
۱۵	۶.۲ چگالی حالات
۱۷	۷.۲ نیمرساناهای با گاف نواری پهن
۱۸	۸.۲ نانو ساختارهای نیمرسانا
۲۰	۹.۲ تابع موج الکترون در ساختار نواری
۲۲	۱۰.۲ پدیده تراهرتز
۲۵	۱۱.۲ پلاسمون
۲۵	۱۲.۲ تقریب فاز کاتوره ای (RPA) یا لیندهارد
۲۷	۳ گاز الکترونی دو بعدی
۲۸	۱.۳ مقدمه
۲۸	۲.۳ گاز الکترون آزاد دو بعدی

۳۲	 ماتریس چگالی تک الکترونی	۳.۳
۳۴	 کوانتش مغناطیسی حالت های الکترونی	۴.۳
۳۶	 چگالی حالات در گاز الکترونی دو بعدی	۵.۳
۳۷	 استتار پلاسما	۶.۳
۴۱	 استتار دی الکتریکی استاتیکی در مدل لیندهارد	۷.۳
۴۴	 استتار دی الکتریکی دینامیکی در مدل لیندهارد	۸.۳
۴۹	برانگیختگی های جمعی تحت تابش لیزر و میدان مغناطیسی	۴
۵۰	 مقدمه	۱.۴
۵۰	 معادله شرودینگر	۲.۴
۵۳	 حالت الکترونی در حضور پتانسیل کاوشی	۳.۴
۶۱	 چگالی بار القایی	۴.۴
۶۴	 مدهای برانگیختگی جمعی	۵.۴
۷۵	بحث و نتیجه گیری	۵
۸۷		آ
۹۷		مراجع

لیست تصاویر

۱۰۲	طرح شماتیک اشغال نوارهای انرژی مجاز توسط الکترون ها، برای یک عایق، فلز، نیم فلز، و نیمرسانا [۱۷].	۱۰
۲۰۲	تشکیل نوارهای انرژی از ترازهای اتمی با کاهش ثابت شبکه. با کاهش ثابت شبکه همپوشانی توابع موج اتمی بیشتر می شود، ترازهای انرژی جابجا شده و تبهگنی چندگانه برداشته می شود. بنابراین با کاهش ثابت شبکه ترازهای اتمی پهن تر شده و نوارها شکل می گیرند [۱۹].	۱۰
۳۰۲	حالت های اشغال شده و ساختار نواری برای (a) عایق یا نیمرسانا، (b) نیم فلز، (c) فلز	۱۲
۴۰۲	انواع گاف نواری مستقیم و غیر مستقیم	۱۳
۵۰۲	انرژی در برابر بردار موج (متناسب با تکانه) منحنی ها برای یک الکترون در خلأ مقایسه شده است [۲۱].	۱۵
۶۰۲	ساختار نوار انرژی	۱۷
۷۰۲	چگالی حالات الکترون ها در نانو ساختارهای مختلف	۱۹
۸۰۲	طرح شماتیک از یک ساختار چاه کوانتومی یگانه	۲۰
۹۰۲	طرح شماتیک از امواج الکترومغناطیس در ناحیه فرکانس تراهرتز که بین ناحیه های فرکانسی الکترونیک و اپتوالکترونیک قرار گرفته است.	۲۲
۱۰۳	رفتار لیندهارد استاتیکی و تابع دی الکتریک توماس فرمی یک گاز الکترون آزاد	۴۳
۲۰۳	رفتار کیفی بخش حقیقی تابع دی الکتریک یک سیستم با فرکانس ω_n در بازه $[\omega_1, \omega_n]$	۴۷
۱۰۵	پاشندگی مگنتو پلاسما براساس تغییرات بردار موج برای بسامدهای مختلف لیزر	۷۶
۲۰۵	پاشندگی پلاسما در برابر تغییرات بردار موج الکترون برای بسامدهای مختلف نوسانی	۷۷
۳۰۵	پاشندگی پلاسما براساس تغییرات بردار موج برای شدت های متفاوت تابش لیزر	۷۸
۴۰۵	پاشندگی مگنتو پلاسما براساس تغییرات شدت میدان لیزر برای بسامدهای مختلف لیزر	۷۸

- ۵۰۵ پاشندگی مگنتو پلاسما براساس تغییرات شدت میدان لیزر برای اعداد موج الکترون متفاوت . . . ۷۹
- ۶۰۵ بسامد پلاسما در برابر قدرت میدان مغناطیسی برای اعداد موج الکترون مختلف ۷۹
- ۷۰۵ بسامد پلاسما در برابر قدرت میدان مغناطیسی برای شدت های متفاوت تابش لیزر ۸۰
- ۸۰۵ پاشندگی مگنتو پلاسما در برابر تغییرات بردار موج برای بسامد $\omega = \omega/2$ لیزر ۸۱
- ۹۰۵ پاشندگی مگنتو پلاسما در برابر تغییرات بردار موج برای بسامدهای مختلف لیزر ۸۱
- ۱۰۰۵ پاشندگی مگنتو پلاسما در برابر تغییرات بردار موج الکترون برای بسامدهای مختلف نوسانی . . . ۸۲
- ۱۱۰۵ پاشندگی پلاسما براساس تغییرات بردار موج برای شدت تابش لیزر $R(E)=2.7$ ۸۳
- ۱۲۰۵ پاشندگی پلاسما براساس تغییرات بردار موج برای شدت های متفاوت تابش لیزر ۸۳
- ۱۳۰۵ پاشندگی مگنتو پلاسما براساس تغییرات شدت میدان لیزر برای اعداد موج الکترون متفاوت . . . ۸۴
- ۱۴۰۵ پاشندگی مگنتو پلاسما براساس تغییرات بسامدهای لیزر برای بردار های موج مختلف ۸۴

فصل ١

مقدمه

فهم فیزیکی ساختارها در مقیاس نانومتر یکی از حوزه‌های بسیار فعال تحقیقات امروز است، فعالیت‌های پژوهشی بر روی سیستم‌های در مقیاس نانو، معمولاً نانوتکنولوژی^۱ نامیده می‌شود. این شاخه از علم یک ناحیه بسیار وسیع از رشته‌های علمی همچون فیزیک، شیمی، زیست‌شناسی، علم مواد و مهندسی را در بر می‌گیرد. نانو ساختارها^۲ می‌توانند به صورت طبیعی در لوله‌های متخلخل سیلیکون^۳ و بعضی ساختارهای زیستی شکل بگیرند و یا به صورت مصنوعی در ساختارهای چاه کوانتومی^۴ دو بعدی و سیم کوانتومی^۵ یک بعدی و نقطه کوانتومی^۶ بدون بعد ساخته شوند [۱، ۲]. نانوتکنولوژی از رؤیاهای دیرینه دانشمندان بوده است. در سال ۱۹۵۹ در همایش سالیانه انجمن فیزیک آمریکا در مؤسسه تکنولوژی کالیفرنیا، فاینمن^۷ برنده جایزه نوبل فیزیک، به کاربرد ماشین‌های کوچک و ساخت آن‌ها اشاره کرد [۳].

پیشرفت علم و تکنولوژی مدیون قابلیت‌های قطعات الکترونیکی و اپتوالکترونیکی است. این قطعات پیشرفت اساسی در عناصر نیمرسانا^۸ و گذارهای کوانتومی^۹ و تشدیدهای نیمرسانا داشته‌اند. در مراحل اخیر تکامل فیزیک نیمرسانا، نانو ساختارهای نیمرسانا مورد توجه زیادی قرار گرفته‌اند. خواص منحصر به فرد و مهم نانو ساختارهای نیمرسانا تحت تابش الکترومغناطیسی^{۱۰} در محدوده بسامد تراهرتز^{۱۱} ($1THz = 10^{12}Hz$) همچون نوسان‌های مقاومت مغناطیسی القایی تابش میکروموج^{۱۲} و حالت‌های مقاومت صفر در میدان‌های مغناطیسی ضعیف، و نتایج محتمل ترابرد وابسته به اسپین در نانو ساختارهای نیمرسانا اخیراً کشف شده‌اند [۴]. با یک تحقیق نظری و ویژگی‌های الکتریکی و اپتیکی برخی نانو ساختارهای نیمرسانا را می‌توان به وسیله حل مسئله بس ذره‌ای برای گاز الکترونی دو بعدی

^۱Nano Technology

^۲Nano Structure

^۳Silicon

^۴Quantum Well

^۵Quantum Wire

^۶Quantum Dot

^۷Feynman

^۸Semiconductor

^۹Quantum Transitions

^{۱۰}Electromagnetic Radiation

^{۱۱}Terahertz Frequency

^{۱۲}Microwave Radiation

^{۱۳} فرمول بندی کرد. اخیراً یک پیشرفت سریع در ساخت منابع لیزر تنظیم پذیر ^{۱۴} در محدوده‌ی تراهرتز که اساس آن‌ها ساختارهای نیم‌رسانا است بدست آمده است. تابش تراهرتز ^{۱۵} نقش مهمی در درک خواص اپتیکی و الکترونیکی سیستم‌های ابعاد پایین و بسیاری از ابزارهای اپتوالکترونیکی بازی می‌کند [۵].

مطالعات بر روی نانو ساختارهای نیم‌رسانا، تحت اثر میدان‌های مغناطیسی کوانتیده کننده و تابش شدید تراهرتز، بخش مهمی از پژوهش‌های صورت پذیرفته بر روی خواص اپتیکی و الکترونیکی نانو ساختارها را تشکیل می‌دهند. علاوه بر مطالعات تجربی، اکثر خواص نانو ساختارهای نیم‌رسانا تحت میدان‌های مغناطیسی کوانتیده و تابش شدید تراهرتز به صورت نظری مورد بررسی قرار گرفته‌اند. به عنوان مثال مطالعات هم‌زمانی روی درهم آمیختگی اپتیکی تراهرتز و نزدیک مادون قرمز ^{۱۶} در چاه‌های کوانتومی در میدان‌های مغناطیسی قوی، جذب تراهرتز در یک سیستم چاه کوانتومی تحت یک میدان مغناطیسی، حالت‌های الکترونی و پاسخ دی‌الکتریک ^{۱۷} یک گاز الکترونی دو بعدی در یک میدان مغناطیسی قوی و یک تابش شدید لیزر و نوسان‌های چگالی بار القایی تحت یک میدان مغناطیسی کوانتیده و تابش شدید تراهرتز صورت گرفته است [۴].

مسئله وجود طیف پلاسمون در یک رسانای شبه یک بعدی بوسیله ریتسکو ^{۱۸} و دیگر همکارانش مورد بحث قرار گرفت [۶]. پراکندگی غیرکشسان نور یک روش قدرتمند برای بررسی برانگیزش‌های ^{۱۹} تک ذره و جمعی گاز الکترونی است، به این دلیل که انرژی و پراکندگی بردار موج برانگیختگی‌ها می‌تواند اندازه‌گیری شود، این تکنیک بوسیله اگلر ^{۲۰} و دیگر همکارانش به کار برده شد [۷]. بعد از اندازه‌گیری‌هایی که روی فلزات یک بعدی بوسیله پراکندگی غیرکشسان الکترون پرنرژی در لایه‌های نازک بلورین انجام شد، ویلیامز ^{۲۱} و بلاخ ^{۲۲} با توسعه مدل تقریب فاز کاتوره‌ای ^{۲۳} (RPA) به محاسبه پاسخ دی

^{۱۳}Two Dimensional Electron Gas

^{۱۴}Tunable Laser

^{۱۵}Terahertz Radiation

^{۱۶}Infrared

^{۱۷}Dielectric Response

^{۱۸}Ritsko

^{۱۹}Excitation

^{۲۰}Egler

^{۲۱}Williams

^{۲۲}Bloch

الکتریکی فلز شبه یک بعدی پرداختند، که نتایج بدست آمده در توافق خوبی با داده‌های تجربی است [۸].

برانگیزش‌های بنیادی گاز الکترونی تحت کاهش ابعاد در نانو ساختارهای نیم‌رسانا یک موضوع مورد توجه روز افزون پژوهشگران فیزیک تجربی و نظری است [۹]. سال‌ها بعد گروسو^{۲۴} و تاگالان^{۲۵} با استفاده از تقریب بورن^{۲۶} نشان دادند که بسامد پلاسما^{۲۷} در سیستم‌های یک بعدی و شبه یک بعدی در حضور ناخالصی‌های غیرمغناطیسی کاهش می‌یابد [۷]. در سال ۱۹۸۰ ساکاکي^{۲۸} در مورد ساخت یک سیم کوانتومی با ابعاد مقطع عرضی $100 \text{ \AA} \times 100 \text{ \AA}$ که به طور منظم شکل گرفته است بحث کرد، جایی که الکترون‌ها در دو بعد بوسیله یک چاه کوانتومی طولی در جهت z و یک پتانسیل الکتروستاتیک عرضی در جهت y محدود شده‌اند. او تحرک‌های دورتر چاه را $10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ برای یک نمونه گالیم آرسناید^{۲۹} که به طور صحیح طراحی شده، در دماهای پایین تخمین زد [۱۰].

پیش بینی ساکاکي، علاقه زیادی در مطالعه خواص تراپردی^{۳۰} سیستم‌های شبه یک بعدی بوجود آورد. برانگیزش‌های جمعی^{۳۱} سیستم الکترونی شبه یک بعدی، در حضور و غیاب میدان مغناطیسی خارجی، موضوع مورد علاقه برای پیشرفت‌های نظری و تجربی هستند. در سال ۱۹۹۲ داس سارما^{۳۲} و ها^{۳۳} به طور متقاعدکننده‌ای دلیل حرکت الکترون‌های سیم کوانتومی یک بعدی برای مایعات فرمی معمولی را نشان دادند [۱۱]. دستاوردهای نظری مطابق با تقریب فاز کاتوره‌ای (RPA) نشان دادند که ذرات سطح فرمی می‌توانند پلاسمون‌های واقعی با انرژی پایین را برانگیخته کنند. سپس محاسبه نظری برانگیختگی سیستم‌های الکترونی شبه یک بعدی تحت میدان‌های مغناطیسی در حضور یک پتانسیل

^{۲۳}Random Phase Approximation

^{۲۴}Grosso

^{۲۵}Tagalan

^{۲۶}Born Approximation

^{۲۷}Plasmon Frequency

^{۲۸}H.Sakaki

^{۲۹}Gallium Arsenide

^{۳۰}Transport Properties

^{۳۱}Collective Excitations

^{۳۲}Das Sarma

^{۳۳}Hwang

محدود کننده سهمی گون توسط داس سارما و لی^{۳۴} انجام شد. آن ها مدهای مگنتوپلاسمون^{۳۵} به کار رفته در تقریب فاز کاتوره‌ای و یک روش بسط اختلالی و بررسی اثرات میدان مغناطیسی را مورد مطالعه قرار دادند.

در سال ۱۹۹۳، برانگیزش‌های جمعی در سیستم های الکترونی شبه یک بعدی تحت یک میدان مغناطیسی توسط تاناتار^{۳۶} و کانستانتینو^{۳۷} مورد بررسی قرار گرفتند [۱۱]. اندازه‌گیری بردار موج وابسته به زمان پراکندگی پلاسمون در توافق کیفی با محاسبات تقریب فاز کاتوره‌ای (*RPA*) بوده است. لی و دیگر همکارانش نشان دادند که تقریب فاز کاتوره‌ای (*RPA*) یک توصیف دقیق از پراکندگی پلاسمون در سیم های یک بعدی به وسیله برقرار کردن تعادل بین تقریب فاز کاتوره‌ای و مدل مایع توماناگا لوتینگر^{۳۸} فراهم می‌کند [۷]. تحلیل عددی و نظری پاسخ دینامیکی یک سیستم الکترونی یک بعدی یک سیم کوانتومی، مطابق با تقریب فاز کاتوره‌ای بوسیله داس سارما و ها انجام شد [۱۲]. سپس اثر همبستگی الکترون- الکترون روی روش‌های پراکندگی در فرآیند استتار سیم‌های کوانتومی توسط تاکر^{۳۹} و نیلسون^{۴۰} مورد بحث قرار گرفت. میزان استتار^{۴۱} با افزایش همبستگی الکترون^{۴۲} افزایش یافته و پراکندگی پلاسمون^{۴۳} به همبستگی الکترون‌ها و تراز اختلال وابسته است. با پیشرفت سریع پدیده تراهرتز، نیاز فوری به یک روش تئوری جهت توصیف سیستم‌های الکترون فونون احساس شد. در سال ۲۰۰۱ ژانگ^{۴۴} استتار دینامیکی^{۴۵} و برانگیزش جمعی یک گاز الکترونی تحت تابش شدید تراهرتز را مورد بررسی قرار داد [۱۳].

او با استفاده از توابع موج وابسته به زمان برای الکترون‌ها تحت یک شدت لیزر، تابع چگالی باریک

^{۳۴}Li

^{۳۵}Magnetoplasmon Modes

^{۳۶}Tanatar

^{۳۷}Constantinou

^{۳۸}Tomonaga-Luttinger liquid model

^{۳۹}Thakur

^{۴۰}Neilson

^{۴۱}Screening

^{۴۲}Electron Correlation

^{۴۳}Plasmon Dispersion

^{۴۴}C.Zhang

^{۴۵}Dynamic Screening

سیستم الکترونی تحت یک پتانسیل کاوشی ضعیف را بدست آورد. لیزرهای تراهرتز برای بررسی تجربی ترابرد غیرخطی^{۴۶} و خواص اپتیکی در گازهای الکترونی مانند سیستم‌های نیمرسانای ابعاد پایین به کار برده می‌شوند. کمیت بسیار مفید در فهم ویژگی‌های ترابردی و اپتیکی یک سیستم الکترونی تابع دی الکتریک است [۱۴].

انرژی و پراکندگی بردار موج تک ذره و برانگیزش‌های جمعی گاز الکترونی یک بعدی در سیم‌های کوانتومی گالیم آرسناید به وسیله تشدید غیرکشسان پراکندگی نور توسط گونی^{۴۷} و دیگر همکارانش تعیین شده‌اند، آن‌ها در یک آزمایش مهم، پراکندگی بردار موج برانگیزش چگالی بار جمعی ("پلاسمون‌ها") را در یک گاز الکترونی یک بعدی محدود شده در ساختارهای سیم کوانتومی گالیم آرسناید را با استفاده از طیف نمایی تشدید غیرکشسان پراکندگی نور در دماهای پایین ($\sim 4k$) اندازه‌گیری کرده‌اند. پراکندگی پلاسمون یک بعدی اندازه‌گیری شده توافق فوق العاده خوبی با پیش بینی‌های تقریب فازکاتوره‌ای داشت [۹].

این پایان نامه با هدف بررسی نظری و محاسبات عددی خواص دی الکتریکی و برانگیختگی‌های جمعی الکترون در یک سیم کوانتومی تحت یک میدان مغناطیسی کوانتیده و یک میدان تابشی تراهرتز در پنج فصل گردآوری شده است.

در فصل دوم مفاهیم اولیه از قبیل نانوتکنولوژی، نانوساختارهای نیمرسانا، نوارهای انرژی^{۴۸}، چگالی حالت‌ها^{۴۹}، پدیده تراهرتز و پلاسمون‌ها مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند.

در فصل سوم روند حل معادله شرودینگر وابسته به زمان تحت تابش لیزر و نحوه محاسبه تابع دی الکتریک^{۵۰} با استفاده از روش تقریب فاز کاتوره‌ای (*RPA*) مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در فصل چهارم یک سیم کوانتومی که تحت تابش لیزر، میدان مغناطیسی و پتانسیل محدود کننده قرار گرفته است را بررسی می‌کنیم و با استفاده از معادله شرودینگر، تابع موج و حالت الکترونی دستگاه محاسبه می‌شود، سپس با محاسبه چگالی بار القایی^{۵۱}، تابع دی الکتریک و در نهایت برانگیزش‌های جمعی الکترون‌ها را به دست می‌آوریم.

در انتها در فصل پنجم به بحث در خصوص نتایج به دست آمده می‌پردازیم.

^{۴۶}Nonlinear Transport

^{۴۷}Goni

^{۴۸}Energy Bands

^{۴۹}Density Of States

^{۵۰}Dielectric Function

^{۵۱}Induced Charge Density

فصل ۲

تعاريف

۱.۲ نانو فناوری

پیش بینی خواص مواد در مقیاس نانو به زمان‌های بسیار دور باز می‌گردد. ساختارهای نانو اغلب شامل ساختارهایی می‌شوند که حداقل دو بعد آن‌ها کوچک تر از 10^3 نانومتر باشد. این ساختارها، ساختارهایی با یک بعد کوچک تر از 10^3 نانومتر و یک بعد کوچک تر از یک میکرومتر^۱ را نیز در بر می‌گیرند [۱۵]. ریچارد فاینمن، فیزیکدان و برنده جایزه نوبل سال ۱۹۶۵، در سخنرانی معروف خود در تاریخ ۲۹ دسامبر ۱۹۵۹ در انجمن فیزیک امریکا تحت عنوان "در پایین دست^۲ فضای زیادی وجود دارد" درباره موتورهای الکتریکی به اندازه ناخن انگشت و فناوری در ابعاد پایین مباحثی را مطرح کرد [۳].

برای داشتن معیاری از مقیاس نانو باید گفت اگر قطریک تار موی معمولی انسان را 80 هزار بار کوچک تر کنید، به ابعاد نانومتر می‌رسید. شاید تصور کار در ابعاد نانومتر برای زیست شناسان کار ساده تری باشد، زیرا آن‌ها بهتر می‌دانند که در کوچک‌ترین سلول انسانی، همه‌ی اطلاعات مربوط به یک موجود زنده از قبیل رنگ مو، رشد استخوان و عصب‌ها وجود دارد. حتی در قسمت بسیار کوچکی از سلول بنام DNA که شامل حدود 5^0 اتم است همه‌ی این اطلاعات ذخیره می‌گردد. در چند دهه اخیر ساختارهای با ابعاد کوچک مانند ابرشبکه‌های دو بعدی، نانوسیم‌ها و نانولوله‌های^۳ یک بعدی و نقاط کوانتومی صفر بعدی به خاطر اهمیت نظری و کاربردهای بالقوه آن‌ها در صنایع اپتوالکترونیک^۴ و اسپینترونیک^۵ توجه زیادی را به خود جلب کرده‌اند.

۲.۲ نیمرساناها

مواد از نظر الکتریکی به رسانا، نارسانا و نیمرسانا تقسیم بندی می‌شوند. پس از اختراع نخستین ترانزیستور نیمرسانا^۶ در سال ۱۹۴۷ توسط دانشمندان آزمایشگاه بل، صنعت مواد نیمرسانا با سرعتی

^۱ Micrometer

^۲ Bottom

^۳ Nanotubes

^۴ Optoelectronic

^۵ Spintronic

^۶ Semiconductor Transistor

باور نکردنی، با ساخت سریع ادوات کوچک تر و قوی تر در حین تولید در حجم انبوه با هزینه پایین تر رشد نموده است. با وجود اینکه نخستین ترانزیستور نیمرسانا، از ژرمانیوم^۷ ساخته می شد، اما به دلیل نقطه ذوب پایین ژرمانیوم که کاربری های در دمای بالا را محدود می کند و عدم وجود اکسید ژرمانیوم که به منظور جلوگیری از نشت الکتریکی سطح مورد نظر، به طور طبیعی ایجاد می شود، سیلیکون به عنوان ماده نیمرسانا انتخاب شد.

برای ادوات اُپتوالکترونیکی و با سرعت بالا مانند مدارهای یکپارچه با سرعت بالا و دیودهای لیزری، گالیم آرسناید ماده منتخب است. گالیم آرسناید ویژگی های ممتاز انتقال الکترون و ویژگی های خاص دیگری را ارائه می دهد. نیمرساناها موادی هستند که در صفر کلون یک نوار الکترونی کاملاً پر دارند که تنها با یک گاف کوچک انرژی (از مرتبه الکترون ولت یا کوچک تر) از یک نوار خالی جدا شده اند. چون این الکترون ها نمی توانند در میدان های الکتریکی ضعیف حالت های انرژی خود را تغییر دهند، هیچ رسانش الکتریکی پدید نخواهد آمد. اما در دماهای بالاتر، آن قدر فعال سازی گرمایی وجود دارد که برخی از الکترون ها بتوانند از نوار پایینی (نوار ظرفیت^۸) به نوار بالایی (نوار رسانش^۹) برانگیخته شوند. هرچه دما بیشتر شود، الکترون های بیشتری به نوار رسانش برانگیخته می شوند و در نتیجه رسانندگی^{۱۰} با ازدیاد دما افزایش می یابد. در صورتی که رسانندگی در فلزات با افزایش دما کاهش می یابد. ژرمانیوم و سیلیسیم مهم ترین عناصر نیمرسانا به شمار می آیند. اتم آزاد این عناصر در پوسته نیمه پر بیرونی (در حالت های s و p) چهار الکترون دارند. در نیمرساناها رفتار الکترون هایی که در نزدیکی لبه نوارها قرار دارند، یعنی آن هایی که به بالای نوار ظرفیت و نیز آن ها که به ته نوار رسانش نزدیک اند از اهمیت ویژه ای برخوردارند [۱۶].

مقاومت الکتریکی^{۱۱} مواد رسانای خالص در دماهای کم می تواند به مقدار کوچک $10^{-1} \Omega.cm$ نیز برسد و نارساناها می توانند دارای مقاومت الکتریکی به بزرگی $10^8 \Omega.cm$ باشند. مقاومت الکتریکی نیمرساناها بین این دو مقدار قرار دارد [۱۷].

مواد نیمرسانا که معمولاً ساختاری بلوری داشته و در صفر مطلق نارسانا هستند به علت ویژگی های جالب توجه از جمله تنوع گاف نواری (حدود ۱ الی ۴ الکترون ولت) به طور گسترده ای در صنایع اُپتوالکترونیک

^۷Germanium

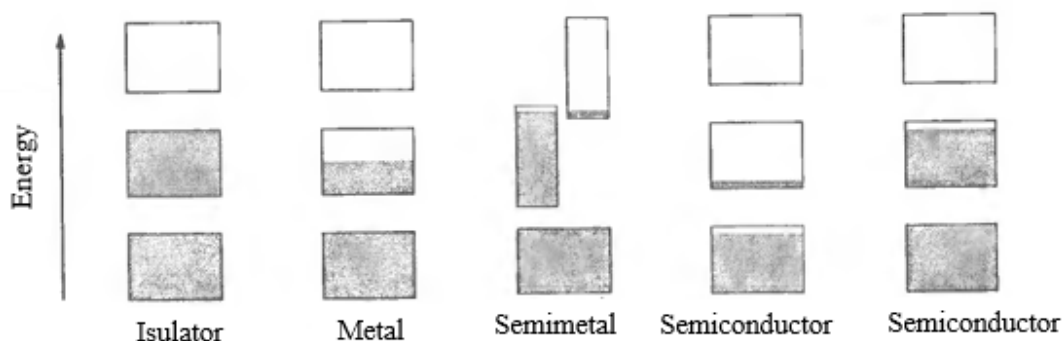
^۸Valence Band

^۹Conduction Band

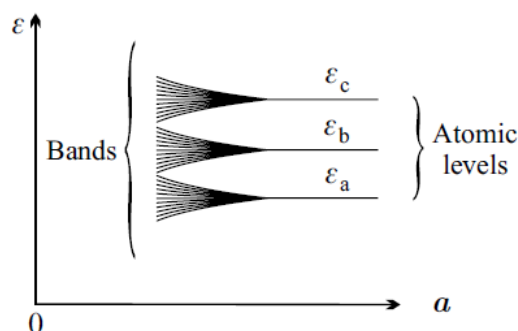
^{۱۰}Conductivity

^{۱۱}Electrical Resistance

و اسپینترونیک مورد توجه قرار گرفته‌اند. نیمرساناها دارای رسانندگی بین رسانندگی نارساناها و رساناها هستند. رسانندگی یک نیمرسانا به طور کلی نسبت به دما، روشنایی، میدان مغناطیسی، و مقدار دقیق ناخالصی اتم‌ها حساسیت دارد. این حساسیت نیمرسانا را به یکی از مهمترین مواد برای کاربردهای الکترونیکی تبدیل می‌کند [۱۸].



شکل ۱۰۲: طرح شماتیک اشغال نوارهای انرژی مجاز توسط الکترون‌ها، برای یک عایق، فلز، نیم فلز، و نیمرسانا [۱۷].



شکل ۲۰۲: تشکیل نوارهای انرژی از ترازهای اتمی با کاهش ثابت شبکه. با کاهش ثابت شبکه همپوشانی توابع موج اتمی بیشتر می‌شود، ترازهای انرژی جابجا شده و تبهگنی چندگانه برداشته می‌شود. بنابراین با کاهش ثابت شبکه ترازهای اتمی پهن تر شده و نوارها شکل می‌گیرند [۱۹].

شکل (۱۰۲) طرح شماتیک اشغال نوارهای انرژی مجاز توسط الکترون‌ها را نشان می‌دهد. برای درک بهتر مفهوم نوارهای انرژی در شکل فوق، در ابتدا اتم‌های مجزا را در نظر می‌گیریم و سپس آن‌ها را در کنار یکدیگر قرار می‌دهیم تا یک جسم جامد را تشکیل دهند، هنگامی که اتم‌ها را به یکدیگر نزدیک می‌کنیم، الکترون‌ها تحت تأثیر هسته‌های مجاور و همچنین الکترون‌های همسایه قرار خواهند گرفت. الکترون‌ها بتدریج با نزدیک شدن بیشتر اتم‌ها اثرات بیشتری برهم می‌گذارند و زمانی که این نزدیکی

اتم‌ها منجر به تشکیل مولکول می‌گردد هر تراز اتمی به ترازهای مولکولی چندتایی شکافته می‌شود، به این پدیده پهن شدگی تراز گفته می‌شود. این ترازهای انرژی پیوسته پهنای انرژی مشخصی دارند و به نوارهای انرژی معروفند [۱۹]. شکل (۲.۲) تشکیل نوارهای انرژی از ترازهای اتمی را نشان می‌دهد.

۳.۲ نوارهای انرژی در یک نیمرسانا

اتم‌های بلور نیمرسانا دارای تعداد زیادی الکترون می‌باشند. بعضی از این الکترون‌ها پوسته‌های داخلی اتم مربوط به خود را اشغال کرده و قویاً به هسته خود مقیدند. اما بر الکترون‌های پوسته خارجی اتم‌ها از طرف هسته پتانسیل ربایشی ضعیف تری اثر می‌کند چون اندرکنش بوسیله الکترون‌های پوسته داخلی استتار می‌شود، الکترون‌های خارجی نامتمرکز هستند، یعنی تابع موج آن‌ها در تمامی شبکه بلور گسترده شده است که طیف انرژی آن‌ها از یک مجموعه ترازهای انرژی خیلی نزدیک به هم که به آن‌ها "نوارهای انرژی"^{۱۲} می‌گویند، تشکیل شده‌اند. این نوارهای انرژی بوسیله "گاف‌های انرژی"^{۱۳} از یکدیگر جدا می‌شوند. تشکیل نوارهای انرژی در یک بلور نیمرسانا به صورت زیر می‌باشد. هر بلور نیمرسانا از N اتم تشکیل شده، هرچه اتم‌ها به یکدیگر نزدیک تر باشند، پتانسیل اندرکنش قوی تر، در نتیجه شکافتگی ترازها در هر تراز N تایی بزرگ تر خواهد بود زیرا الکترون‌های پوسته داخلی به هسته قویاً پیوند خورده‌اند، اما الکترون‌های پوسته خارجی پیوند ضعیفی با هسته دارند، بنابراین شکافتگی ترازهای پوسته خارجی از ترازهای پوسته داخلی بزرگ‌تر است، در نتیجه هر تراز انرژی اتمی به N زیر تراز جداگانه تقسیم می‌شود، مجموعه این زیر ترازها را می‌توان به صورت یک "نوار انرژی" در نظر گرفت. مشخصه‌های جذب و تابش نور به طور خیلی اساسی توسط ساختار نواری ماده معین می‌شود.

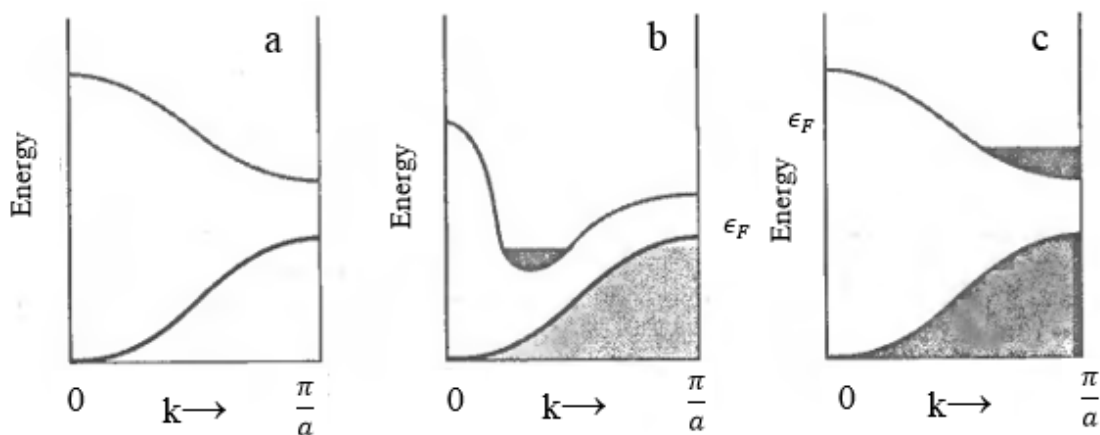
مناطق انرژی بین نوارهای انرژی، گاف‌های انرژی هستند که هیچ تراز انرژی مجازی در گاف‌های انرژی وجود ندارد. در یک بلور نیمرسانا به لحاظ انرژی بالاترین نواری که کاملاً توسط الکترون‌ها اشغال شده است را "نوار ظرفیت" و اولین نوار بالای نوار ظرفیت که به طور جزئی و یا به طور کامل خالی باشد را "نوار رسانش" می‌گویند. اختلاف انرژی بین نوار رسانش و ظرفیت به "گاف انرژی" معروف است.

^{۱۲}Energy Band

^{۱۳}Energy Gap

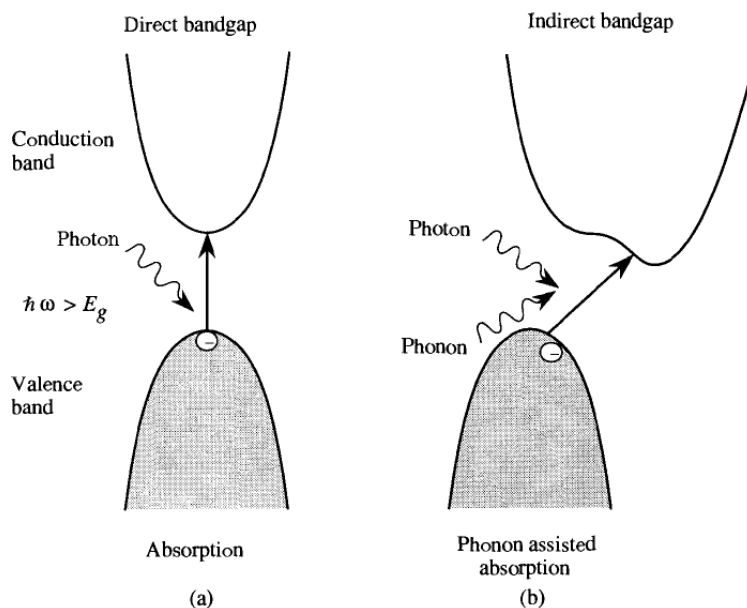
۴.۲ ساختار نواری

به منظور محاسبه خواص ترابرد الکترونی مواد دانستن ساختار نواری انرژی ضروری است. ساختار نوار انرژی بلور از حل معادله مستقل از زمان شرودینگر بدست می‌آید. ساختار نواری یک ماده، معین کننده نوارهای مجاز انرژی و در نتیجه تعیین کننده حالت های مجازی است که در یک بلور ایجاد شده است. با توجه به ساختار نواری ما قادریم فلز، نیم فلز، نیمرسانا یا عایق بودن یک ماده را تشخیص دهیم همانطور که در شکل (۳.۲) مشاهده می شود برای فلز اختلاف انرژی بین نوارهای رسانش و ظرفیت وجود نداشته و بین این نوارها همپوشانی وجود دارد در صورتی که برای عایق ها و نیمرساناها بین نوارهای رسانش و ظرفیت گاف انرژی وجود داشته و نوارهای ظرفیت و رسانش به ترتیب کاملاً پر و خالی می باشند [۱۷].



شکل ۳.۲: حالت های اشغال شده و ساختار نواری برای (a) عایق یا نیمرسانا، (b) نیم فلز، (c) فلز

گاف نواری اختلاف انرژی بین کمینه نوار رسانش و بیشینه قله ظرفیت است، با توجه به شکل (۴.۲) وقتی در فضای k کمینه نوار رسانش منطبق بر بیشینه نوار ظرفیت گردد، نیمرسانا را نیمرسانای گاف نواری مستقیم و اگر در فضای k کمینه نوار رسانش منطبق بر بیشینه نوار ظرفیت نگردد، نیمرسانا را نیمرسانای گاف نواری غیرمستقیم گویند [۲۰].



شکل ۴.۲: انواع گاف نواری مستقیم و غیر مستقیم

۵.۲ جرم مؤثر

یکی از کمیت‌های مهم در نیمرسانا جرم مؤثر^{۱۴} وابسته به حامل‌های بار است، که در بزرگی تحرک حامل‌ها تأثیر بسزایی داشته و این خود از جمله پارامترهای بسیار مهم در کاربردهای قطعات نیمرسانا در الکترونیک و اپتوالکترونیک می‌باشد.

یک الکترون که در یک بلور در حرکت است، جرمی متفاوت از جرم الکترون آزاد m_0 دارد. بلورهایی وجود دارد که جرم مؤثر حامل‌ها خیلی بزرگ تر و یا خیلی کوچک تر از m_0 است. جرم مؤثر ممکن است ناهمسانگرد^{۱۵} و یا حتی ممکن است منفی باشد.

محاسبات نظری و اندازه‌گیری‌های تجربی مختلفی برای تعیین جرم مؤثر به کار رفته‌اند. از آنجایی که معادله شرودینگر به صورت زیر بیان می‌شود

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 \psi = E\psi$$

^{۱۴}Effective Mass

^{۱۵}Anisotropic

و انرژی

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

است.

این به تقریب جرم مؤثر شناخته شده است و برای تکانه های الکترونی نسبتاً پایین که در میدان های الکتریکی پایین اتفاق می افتد بسیار مناسب است [۲۱].

در نهایت معادله جرم مؤثر اینگونه بدست می آید که

$$F = m^* \frac{dv_g}{dt}$$

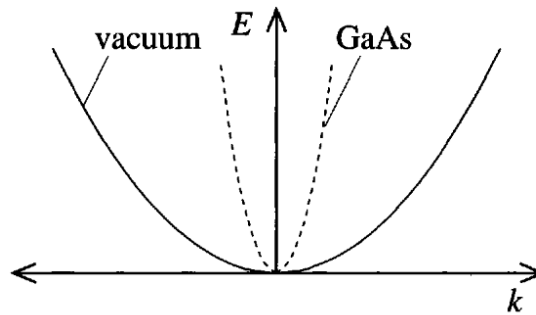
$$m^* = \frac{1}{\frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2}}$$

معادله بیان کننده F معادل با قانون دوم نیوتن^{۱۶} است که جرم واقعی ذره با یک جرم مؤثر m^* جایگزین شده است، در اینجا $v_g = \frac{d\omega}{dk}$ سرعت گروه می باشد.

آدچی^{۱۷} مقادیر جرم مؤثر گزارش شده برای گالیم آرسناید و آلیاژهای آن را مرتب کرد. در گالیم آرسناید، جرم مؤثر گزارش شده حدود $0.067m_0$ است. جایی که m_0 جرم سکون یک الکترون است. شکل (۵.۲) منحنی پاشندگی برای جرم مؤثر، در مقایسه با یک الکترون در خلأ را نشان می دهد.

^{۱۶}Second Law Newton

^{۱۷}Adachi



شکل ۵.۲: انرژی در برابر بردار موج (متناسب با تکانه) منحنی ها برای یک الکترون در خلأ مقایسه شده است [۲۱].

۶.۲ چگالی حالات

منظور از چگالی حالات، تعداد حالت های الکترونی قابل دسترس در واحد حجم در واحد انرژی است. چگالی مفهوم پراهمیتی است که می تواند خواص فیزیکی مهمی نظیر جذب اپتیکی، خواص ترابرد و خواص مغناطیسی مواد را توصیف نماید.

برای یک فلز چگالی حالات برای نوار رسانش به طور جزئی پر است و برای نیم فلز چگالی حالات برای نوار رسانش به طور جزئی خالی است و برای نیمرساناها و عایق ها نوار رسانش و ظرفیت به وسیله گاف انرژی از هم جدا شده اند و گاف انرژی عایق ها بیشتر از نیمرساناهاست [۲۲].

اگر چگالی حالات را با $N(E)$ مشخص کنیم، تعداد حالت ها در یک واحد حجم در یک بازه انرژی dE پیرامون یک انرژی E به صورت $N(E)dE$ می باشد. برای محاسبه چگالی حالات، نیاز به دانستن ابعاد سیستم و انرژی داریم. فرض می شود که رابطه سهمی گون^{۱۸} $E - k$ به صورت زیر باشد

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

سپس برای یک دستگاه سه بعدی تعداد حالت های الکترونی در ناحیه بین k و $k + dk$ به شکل زیر خواهد بود

$$\frac{4\pi k^2 dk}{8\pi^3} V = \frac{k^2 dk}{2\pi^2} V$$

^{۱۸}Parabolic

و تعداد حالت های الکترونی بین E و $E + dE$ در واحد حجم به شکل

$$N(E)dE = \frac{k^3 dk}{2\pi^2}$$

و از آنجایی که

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

$$k^3 dk = \frac{\sqrt{2}(m^*)^{3/2} E^{1/2} dE}{\hbar^3}$$

و

$$N(E)dE = \frac{(m^*)^{3/2} E^{1/2} dE}{\sqrt{2}\pi^2 \hbar^3}$$

یک الکترون، یک فرمیون است و می تواند دو حالت اسپین ممکن با یک انرژی داشته باشد. با احتساب اسپین، چگالی حالات به سادگی با ضرب کردن رابطه فوق در ۲ محاسبه می شود

$$N(E) = \frac{\sqrt{2}(m^*)^{3/2} E^{1/2}}{\pi^2 \hbar^3}$$

رابطه به دست آمده چگالی حالات در نوارهای انرژی سهموی در سه بعد می باشد [۲۰].

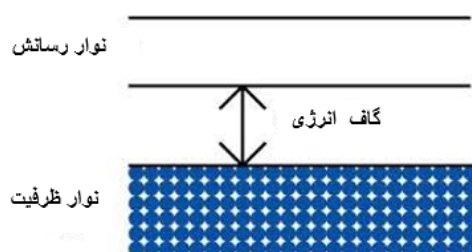
یعنی چگالی حالات به صورت تابعی از $\sqrt{E}$ تغییر می کند. وقتی سیستم در حالت دو بعدی باشد چگالی به شکل مقدار ثابت $N(E) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2}$ خواهد بود و در نهایت در سیستم یک بعدی یا سیم کوانتومی چگالی به صورت زیر تغییر می کند

$$N(E) = \frac{\sqrt{2}m^{*1/2}}{E^{1/2}\pi\hbar}$$

در اینجا با تغییر ابعاد سیستم وابستگی انرژی به چگالی حالت تغییر می کند. غیر سهموی بودن نوارها، انرژی را هموار می کند به طوری که حالت های با k ی مجاز بیشتری بین انرژی E و $E + dE$ وجود دارد و چگالی حالات افزایش می یابد. تعداد حالات مجاز انرژی با انرژی E در بازه dE از حاصلضرب $N(E)dE$ به دست می آید.

۷.۲ نیمرساناهای با گاف نواری پهن

بلورهای کامل و خالص اغلب در صفر مطلق عایق هستند. نیمرساناهای خالص از خود رسانندگی ذاتی نشان می دهند، در گستره دمایی غیر ذاتی ویژگی های الکتریکی نیمرسانا در اثر ناخالصی ها تغییر می کند. یک طرح نواری الکترونی که به رسانندگی منجر می شود در شکل (۶.۲) نشان داده شده است. نوار رسانش در صفر مطلق خالی است و به اندازه گاف انرژی E_g از نوار ظرفیت پر فاصله دارد.



شکل ۶.۲: ساختار نوار انرژی

اگر حالت پایه مواد بلورین^{۱۹} در دمای پایین، با نوارهای ظرفیت پر شده از الکترون و نوارهای تهی از الکترون مشخص شوند، آنگاه می توان آن ها را به عنوان عایق ها یا نیمرساناها دسته بندی کرد. الکترون ها با جذب فوتون یا فرآیندهای دیگری نظیر تحریک گرمایی، برخوردها و سایر فرآیندها می توانند از نوار ظرفیت به نوار رسانش انتقال یابند. برای اینکه جذب نوری تحقق یابد، انرژی فوتون باید بیشتر از گاف انرژی باشد. امروزه نیمرساناهای با گاف نواری پهن و مستقیم با توجه به خواص آن ها برای استفاده در ادوات اپتوالکترونیکی نور آبی UV، ادوات الکترونیکی شفاف، ادوات الکترونیکی

^{۱۹}Crystalline

انتقال اسپین و استفاده در حسگرها ^{۲۰} مناسب اند [۲۳، ۲۴، ۲۵].

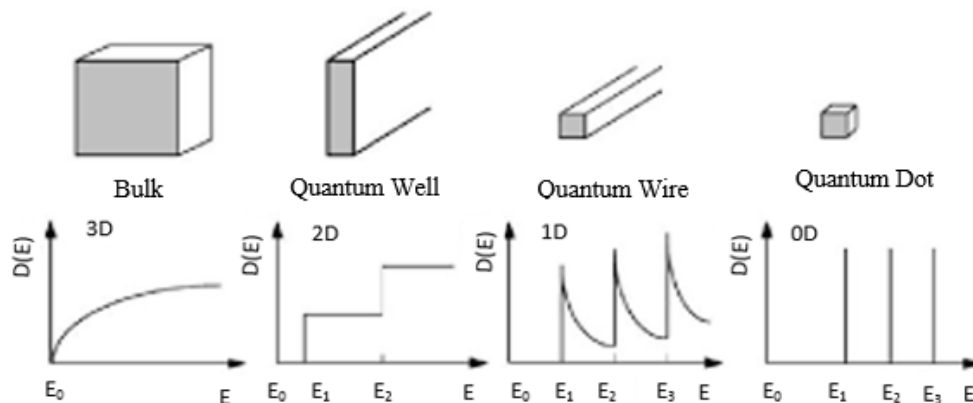
این دسته از مواد دارای خصوصیات بیشماری برای استفاده در ادوات اُپتوالکترونیکی و الکترونیکی می باشند و می توانند در طول موج های UV تا آبی به عنوان یک قطعه نوری مناسب عمل نمایند. مخصوصاً اینکه، گسیل اپتیکی پر شدت برخی نانو ساختارهای نیمرسانای با گاف نواری عریض در ناحیه آبی و بنفش و به ویژه در دمای اتاق باعث شده است که این گروه از مواد به عنوان کاندیدای بسیار خوبی جهت کاربرد قطعات اُپتوالکترونیکی مطرح باشند [۲۶].

۸.۲ نانو ساختارهای نیمرسانا

با توجه به وابستگی چگالی حالات یک سیستم (تعداد حالات مجاز در یک گستره انرژی معین) به ابعاد آن و نیز همزمان با پیشرفت فناوری رشد نیمرساناها، امکان تولید نانوساختارهایی نظیر چاه کوانتومی، سیم کوانتومی و نقطه کوانتومی فراهم گردیده و قابلیت استفاده از این نوع ساختارها در صنایع جدید روز افزون گردیده است. در شکل (۷.۲) چگالی حالات مربوط به یک ماده حجمی و نانو ساختارهای چاه کوانتومی، سیم کوانتومی و نقطه کوانتومی نشان داده شده است. ساختارهای کوانتومی با محدود کردن درجات آزادی حرکت ذرات ایجاد می گردند. علت این که به این ساختارها، ساختارهای کوانتومی می گویند این است که محدودیت حرکت در فواصل در حد چند ده نانومتر سبب بروز خواص کوانتومی در سیستم می شود.

در صورتی که محبوس سازی در یک بعد انجام شود ذره در دو بعد دیگر دارای طیف پیوسته انرژی و در یک بعد دارای ترازهای انرژی گسسته می باشد، به این ساختار چاه کوانتومی گفته می شود. اگر این محبوس سازی در دو بعد انجام پذیرد یک سیم کوانتومی و اگر در سه بعد انجام گیرد یک نقطه کوانتومی حاصل خواهد شد. چگالی حالات برای سیستم های ابعاد پایین با سیستم های کپه ای متفاوت است [۲۷].

برای ساخت یک چاه کوانتومی نیاز به دو ماده با شکاف انرژی مختلف داریم. اگر نمونه با شکاف انرژی کوچک تر بین دو نمونه با شکاف انرژی بزرگ تر قرار گیرد (حالت ساندویچ شدن) یک چاه کوانتومی



شکل ۷.۲: چگالی حالات الکترون ها در نانو ساختارهای مختلف

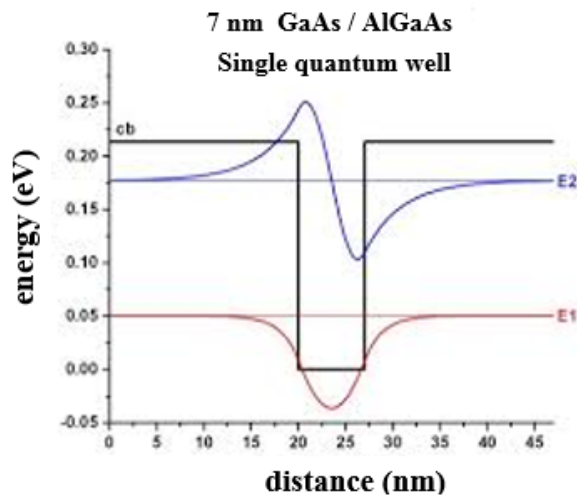
یگانه^{۲۱} ایجاد می شود. ماده با گاف نواری (E_g) کوچک تر چاه و ماده با شکاف انرژی بزرگ تر سد^{۲۲} را ایجاد می کند. اختلاف انرژی سد و چاه در نوار رسانش (جدا شدگی نوار رسانش) و اختلاف انرژی سد و چاه در نوار ظرفیت (جدا شدگی نوار ظرفیت) را به ترتیب با ΔE_c و ΔE_v نشان می دهند. از کنار هم قرار گرفتن چند چاه کوانتومی یگانه یک ساختار چاه کوانتومی چندگانه^{۲۳} ایجاد می شود. یک ابرشبکه از تکرار تناوبی یک ساختار، نظیر یک چاه کوانتومی، ایجاد می شود. این کار اولین بار توسط کلدیش^{۲۴} انجام شد [۲۸].

^{۲۱}Single Quantum Well

^{۲۲}Barrier

^{۲۳}Multiple Quantum Well

^{۲۴}L. V. Keldysh



شکل ۸.۲: طرح شماتیک از یک ساختار چاه کوانتومی یگانه

۹.۲ تابع موج الکترون در ساختار نواری

الکترون یکی از ذرات بنیادی در طبیعت است. برای بررسی خواص ترابرد الکترونی در بلورهای نیمرسانا، ضروری است که درک کاملی از تمامی عوامل تأثیرگذار بر حرکت الکترون ها به دست آورد. ساختار نواری و پراکندگی^{۲۵} الکترون ها توسط عوامل پراکننده در بلور از مهمترین عواملی هستند که در ترابرد^{۲۶} الکترون ها در درون بلور نقش دارند و بنابراین به طور دقیق مشخص می شوند. برای مشخص کردن حالت الکترون ها در بلور کافیتست معادله شرودینگر^{۲۷} را حل نمائیم

$$\left[\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + u_k(r) \right] \psi_k = \varepsilon \psi_k$$

که در آن m^* جرم مؤثر الکترون ها در بلور و ε ویژه مقدار^{۲۸} انرژی می باشد. به خاطر طبیعت بلوری نیمرساناها $u_k(r)$ پتانسیل دوره ای ناشی از هسته های اتم ها و سایر الکترون ها است و اگر بردار R را

^{۲۵}Scattering

^{۲۶}Transport

^{۲۷}Schrödinger Equation

^{۲۸}Eigenvalue

بردار شبکه مستقیم و k را بردار موج الکترون در اولین منطقه بریلوئن در نظر بگیریم، برای این پتانسیل تناوبی داریم [۲۲]

$$u_k = u_k(r + R)$$

با توجه به قضیه بلاخ، نشان داده می شود که مجموع بردارهای موج الکترون در فضای فاز^{۲۹} که بتوان آن ها را به صورت $k' = k + G$ نوشت، تعیین کننده بردارهای موج مستقل می باشند. در این رابطه G بردار شبکه وارون، k' برداری از فضای فاز و k بردار موج واقع در منطقه اول بریلوئن است. بدین ترتیب می توان از بردارهای موج الکترون واقع در منطقه اول بریلوئن جهت مشخص کردن تمام خصوصیات الکترونی بلور استفاده کرد.

با اعمال شرایط مرزی دوره ای بر روی تابع موج الکترون و به کمک قضیه بلاخ نشان داده می شود که تعداد حالت های مجاز در منطقه اول بریلوئن برابر تعداد یاخته های بنیادی بلور است. در نتیجه تعداد حالت های مجاز بردار k در منطقه اول بریلوئن بسیار زیاد است و با توجه به کوچک بودن حجم منطقه اول بریلوئن، مجموعه بردارهای k در این فضا فشرده می شوند. به همین علت بردار موج الکترون در محاسبات به صورت متغیر پیوسته در نظر گرفته می شود [۲۲].

بنابر قضیه بلاخ پاسخ های معادله شرودینگر برای یک پتانسیل دوره ای باید به شکل زیر باشند

$$\psi_k(r) = e^{ik \cdot r} u_k(r)$$

با توجه به روابط ذکر شده، تابع موج الکترون تحت انتقال به اندازه R دارای خاصیت زیر است

$$\psi_k(r + R) = e^{ik \cdot (r+R)} u_k(r + R) = e^{ik \cdot R} e^{ik \cdot r} u_k(r) = e^{ik \cdot R} \psi_k(r).$$

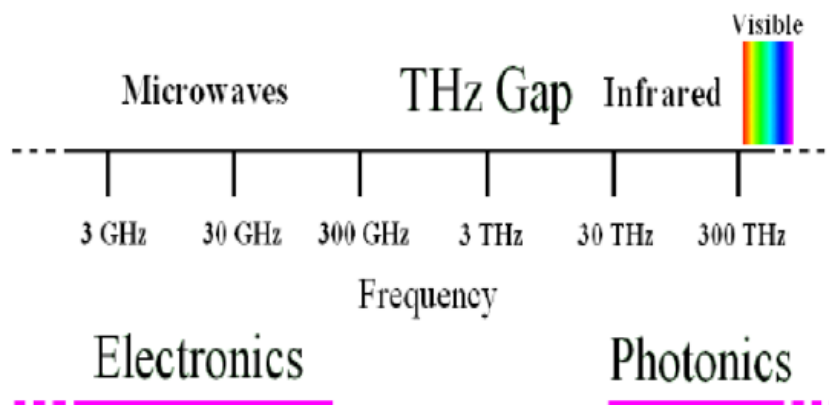
^{۲۹}Phase Space

۱۰.۲ پدیده تراهرتز

در تکنولوژی الکترونیک که مبتنی بر ترابرد حامل ها در نیمرساناهای نوعی است، کاربردها به ناحیه فرکانسی کمتر از حدود $0.3 THz$ محدود می شود، در صورتی که در محدوده فوتونیک برای تولید تابش الکترومغناطیس وسایل نیمرسانا در فرکانس بالاتر از $30 THz$ عمل می کنند. در بین نواحی فرکانسی مربوط به این دو تکنولوژی یک گاف مشهور به تراهرتز وجود دارد. این ناحیه فرکانسی زمانی که با انرژی های مشخصه فرآیندهای خیلی مهم فیزیکی، شیمیایی و زیستی شامل گاف های ابررسانا و فرآیندهای دینامیکی پروتئین همپوشانی می کند مورد اهمیت قرار می گیرد.

شکل (۹.۲) یک طرح کلی از گاف تراهرتز بین ناحیه فرکانسی تکنولوژی الکترونیک و فوتونیک را نشان می دهد.

گزارش رسیده از لیزر تزریقی تراهرتز 30° یکنواخت که مبتنی بر انتقال بین ترازهای داخلی در نوار رسانش ساختار ناهمگن نیمرسانا ($GaAs/AlGaAs$) است، نتیجه بسیار خوبی را به واسطه دستیابی به عملکرد موج پیوسته و دما بالا در سیستم های اپتوالکترونیک ارائه می دهد.



شکل ۹.۲: طرح شماتیک از امواج الکترومغناطیس در ناحیه فرکانس تراهرتز که بین ناحیه های فرکانسی الکترونیک و اپتوالکترونیک قرار گرفته است.

30° Terahertz Injection Laser

نتایج مطالعات صورت گرفته بر روی قابلیت استفاده پیوسته از لیزرهای آبشاری کوانتومی^{۳۱} مؤید پتانسیل مهم آن‌ها در به کارگیری به عنوان چشمه های نور موج نیمه مادون قرمز^{۳۲} در طیف نمای^{۳۳} (بیناب نمای) بسیار دقیق، کاربردهای حسگری شیمیایی و دستگاه های ارتباطی نوری بوده است. تولید تابش تراهرتز قوی با پهنای باند زیاد در شتاب دهنده های با توان متوسط رو به بالا، همپوشانی خواص جذبی و نشری بسیاری از مواد با این ناحیه طیفی را نتیجه می دهد، که تصویربرداری تراهرتز را قادر می سازد که جزئیات قابل توجهی را آشکار نماید.

بدست آوردن چشمه های لیزر پیوسته، منسجم، قابل تنظیم و قوی در محدوده فرکانس تراهرتز، تحقیقات تئوری و تجربی بسیاری را بر روی ساختارهای نانویی نیمرسانا به دلیل پتانسیل بسیار خوب در کاربردهای ابزار در الکترونیک نوری، ارتباط نوری و حتی در پردازشگرهای کوانتومی به وسیله استفاده ماهرانه و منسجم از ذرات کوانتومی نیمرسانا تحت پالس های شدید تابش تراهرتز برانگیخته است. در نتیجه، هم سیستم های آشکارسازی^{۳۴} تراهرتز و هم سیستم های تولید تراهرتز بسیار مورد توجه قرار گرفته اند. پیشرفت در تکنولوژی آشکارسازی تابش تراهرتز، تکنیک های طیف سنجی ارزشمندی را برای بسیاری از موارد کاربردهای علمی، صنعتی و پزشکی فراهم کرده است.

اشعه T (تراهرتز) انرژی فوتون کمتری نسبت به اشعه X دارد و یک بافت زیستی را در معرض اشعه مضر قرار نمی دهد. برای مثال انتظار می رود تکنیک تصویر برداری اشعه T که مبتنی بر طیف سنجی دامنه زمانی تراهرتز است، اولین طیف سنج^{۳۵} تصویر برداری زیر مادون قرمز قابل^{۳۶} حمل باشد.

تحقیقات پیشرفته بر روی مواد و سیستم های تراهرتز به سبب وابستگی منابع تراهرتز به ساختارها و مواد جدید و در زمان مشابه با تکیه بر بررسی مواد روی ابزارهای مشخصه تراهرتز انجام شده است. از سیستم هایی که مبتنی بر تراهرتز هستند برای بررسی بسیاری از مواد و ساختارها، حتی خود موادی که در وسایل تراهرتز استفاده می شوند تا جامدات، نیمرساناها، ابررساناها، پلیمرها^{۳۷}، و کریستال های نوری

^{۳۱}Cascade Laser

^{۳۲}Mid-Infrared

^{۳۳}Spectroscopy

^{۳۴}Detection

^{۳۵}Spectrometer

^{۳۶}Far-Infrared

^{۳۷}Polymer

^{۳۸} می توان استفاده کرد. طیف نمایی در حوزه زمانی تراهرتز به عنوان اساس سیستم های تصویربرداری اشعه T در زیست شناسی و پزشکی به کار گرفته شده است که شامل تشخیص بیماری ها، تجزیه و تحلیل DNA، مطالعات ساختار پروتئین و پرتو نگاری مقطعی می شوند.

چند مثال از تکنیک های طیف سنجی تراهرتز در بررسی مواد متنوع از قبیل گذارهای ساختاری بین مولکولی در مایعات به وسیله طیف نمایی تراهرتز، یونش القایی ^{۳۹} توسط لیزر و دینامیک پلاسما در گازها به وسیله طیف نمایی تزریقی کاوشی ^{۴۰} تراهرتز و رسانایی نوری در نیمرساناها، نقاط کوانتومی و ذرات نانو به وسیله طیف نمایی تراهرتز است.

تحقیقات بنیادی و کاربردی نیازهای ذاتی برای توسعه مواد و وسایل برای سیستم های شناسایی و تولید تراهرتز هستند. پیشرفت در حسگرها و چشمه های تابش تراهرتز و اجزایشان مانند لیزرها، آشکارسازهای مستقیم ^{۴۱}، مخلوط کن ^{۴۲} نوری و تقویت کننده های فرکانس ^{۴۳}، مدارهای پیچیده تر و در نهایت ابزار کاملی را به همراه دارند.

بسیاری از وسایل و کاربردهای مرتبط بر مبنای ویژگی های الکترونیکی و دی الکتریکی ساختارهای نانویی در محدوده تراهرتز واقع شده که در آن اتصال قوی الکترون ها به میدان های تراهرتز منجر به پدیده های جدیدی مانند انتقال غیرخطی ^{۴۴}، جذب تشدید ^{۴۵} و تشدید الکترون- فوتون- فونون شده است [۴]. لیزرهای تراهرتز برای یک تحقیق تجربی ترابرد غیر خطی و خواص اپتیکی در گازهای الکترونی مانند سیستم های نیمرسانای ابعاد پایین به کار برده می شوند [۵].

^{۳۸}Photonic Crystal

^{۳۹}Induced Ionization

^{۴۰}Probe

^{۴۱}Direct Detector

^{۴۲}Mixer

^{۴۳}Frequency Multipliers

^{۴۴}Nonlinear Transport

^{۴۵}Resonant Absorbtion

۱۱.۲ پلاسمون

پلاسمون ها برانگیزش های جمعی هستند که در فلزهای واقعی و در هر گاز الکترونی وجود دارند [۲۹]. پاسخ گاز الکترونی به میدان الکتریکی خارجی نقش اصلی را در مطالعه برانگیزش های جمعی یا پلاسمون ها در گاز الکترونی ایفا می کند [۴]. نوسان های پلاسمون که پاسخ دسته جمعی الکترون های یک سیستم به یک میدان الکتریکی خارجی است، نقش عمده در برخی از پدیده های ابعاد پایین همانند کشش کولنی و اثر رفتار سیستم الکترونی در طول موج های بلند بازی می کند. بنابراین می توان بیان کرد که علاوه بر حبس ناشی از مقیاس نانو، پراکندگی پلاسمون ها در حرکت الکترون ها برای سیم های کوانتومی یک بعدی تغییر قابل ملاحظه ای را ایجاد می کند [۳۰].

این برانگیختگی های جمعی اثرات تعیین کننده ای روی قطبش بار و تابع دی الکتریک و علت استتار^{۴۶} پتانسیل کولنی دارد. این اثرات می توانند در روش میدان خودسازگار^{۴۷}، به وسیله تعیین تحول زمانی^{۴۸} چگالی بار گاز الکترونی مورد بررسی قرار گیرند [۴].

۱۲.۲ تقریب فاز کاتوره ای (RPA) یا لیندهارد

روشی در فیزیک ماده چگال^{۴۹} برای بررسی پاسخ خطی دینامیکی الکترون در سیستم های الکترونی است. در این روش فرض می شود الکترون ها تنها به یک پتانسیل الکتریکی پاسخ می دهند که این پتانسیل جمع پتانسیل بیرونی و پتانسیل داخلی است.

تابع دی الکتریک لیندهارد به طور معمول برای تقریب فاز کاتوره ای تعریف می شود. این مدل برای یک تابع دی الکتریک استاتیکی $\varepsilon(q)$ یا $\varepsilon(q, \omega)$ دینامیکی است. در این تقریب در مراتب پایین از تبادل و همبستگی حفره صرف نظر می شود، همچنین این روش می تواند ویژگی های گاز الکترونی نظیر پلاسمون ها را پیش بینی کند. دو روشی که برای تقریب فاز کاتوره ای به کار برده شده اند شامل یکی معادلات حرکت و دومی استفاده از توابع گرین و نمودارها است. نتیجه استفاده از معادلات حرکت، روش میدان خودسازگار نامیده می شود [۲۹].

^{۴۶}Screening

^{۴۷}self-consistent field method

^{۴۸}Time Evolution

^{۴۹}Condensed Matter

فصل ۳

گاز الکترونی دو بعدی

۱.۳ مقدمه

تعیین کمیت های فیزیکی گاز الکترونی دو بعدی به جهت وسعت و اهمیت کاربردی، گامی مهم در فیزیک ماده چگال به حساب می آید. محدودیت های فضایی کوانتومی اثرات ژرفی بر خواص دستگاه های الکترونی دارند. به عنوان نمونه چگالی حالات الکترون های آزاد در یک زیر نوار گاز الکترونی دو بعدی وابسته به انرژی است، در حالی که در گاز الکترونی سه بعدی متناسب با ریشه دوم انرژی می باشد. بنابراین بررسی دقیق خواص منحصر به فرد گاز الکترونی دو بعدی الزامی است.

اکثر دستگاه های دو بعدی مهم، چاه های کوانتومی، ابر شبکه ها، و پیوندهای ناهمگن مدوله شده آلایش شده هستند. چاه های کوانتومی GaAs-AlGaAs مثال های خوب شناخته شده ی ساختارهای ناهمگن با این نوع نانو ساختارها هستند.

در تحقیقات نظری، گاز الکترونی دو بعدی یک سیستم مدل است که به راحتی در مطالعه ترابرد در چنین نانو ساختارهایی کاربرد دارد. در بررسی های نظری ویژگی های الکترونیکی و اپتیکی نانو ساختارهای نیم رسانا را می توان به وسیله رهیافت مبتنی بر حل معادله شرودینگر بس ذره ای برای گاز الکترونی دو بعدی فرمول بندی کرد [۴].

در این فصل با هدف آشنایی با مبانی حاکم بر رفتار دستگاه های مذکور اکثر مفاهیم اولیه گاز الکترونی دو بعدی مورد بحث قرار گرفته اند.

۲.۳ گاز الکترون آزاد دو بعدی

در بررسی رفتار دستگاه گاز الکترونی دو بعدی^۱ حل معادله شرودینگر بس ذره ای^۲ دستگاه گامی مهم به شمار می آید.

این معادله می تواند با استفاده از عملگر هامیلتونی دستگاه، H ، که انرژی کل سیستم را به دست می دهد، تحول زمانی دستگاه را تعیین کند. معادله وابسته به زمان شرودینگر به شکل زیر می باشد

$$H\Psi(r, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(r, t), \quad (1.3)$$

^۱Two Dimensional Electron Gas

^۲Many-Particle

که در آن $\Psi(r, t)$ تابع موج بس ذره ای دستگاه است. این معادله به سبب در بر گرفتن جمله های دیفرانسیلی جفت شده در آن نسبتاً پیچیده بوده، لذا تقریب های سازگاری در ساده سازی این معادله مورد نیاز هستند. یک تقریب مرسوم، احتساب تأثیر پتانسیل شبکه روی حرکت الکترون درون شبکه با استفاده از مفهوم جرم مؤثر می باشد.

در این تقریب، می توان حرکت یک الکترون در یک شبکه را با حرکت یک الکترون در خلأ ولی با جرمی متفاوت که جرم مؤثر m^* نامیده می شود معادل سازی و جایگزین نمود. پس برای یک شبکه کامل، هامیلتونی گاز الکترونی دو بعدی به صورت جمع هامیلتونی حرکات مستقل تک ذره ای، H_0 ، و هامیلتونی برهمکنش های بین الکترون ها، H_{ee} ، نوشته می شود

$$H = H_0 + H_{ee}. \quad (2.3)$$

حالت های الکترونی تک ذره ای الکترون ها پایه های مناسب برای بنا نهادن عملگرهای میدان را فراهم خواهند کرد. در غیاب میدان های خارجی، H_0 برحسب عملگرهای تکانه تک الکترونی، p_i و به شکل ساده زیر نوشته می شود

$$H_0 = \sum_i \frac{p_i^2}{2m^*}, \quad (3.3)$$

در حضور میدان تابشی یا تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی متناظر با پتانسیل برداری $A(r, t)$ ، H_0 به صورت زیر خواهد بود

$$H_0 = \frac{1}{2m^*} \sum_i \left[p_i + \frac{e}{c} A(r_i, t) \right]^2, \quad (4.3)$$

در رابطه بالا $\{r_i\}$ موقعیت الکترون ها، e بار بنیادی، و c سرعت نور در فضای آزاد (خلأ) می باشد. هامیلتونی برهمکنش الکترون- الکترون، H_{ee} به این صورت می باشد

$$H_{ee} = \sum_{i < j} \frac{e^2}{|r_i - r_j|}. \quad (5.3)$$

می توان هامیلتونی دستگاه را در نمادگذاری کوانتشی دوم با استفاده از مجموعه کامل حالت های تک ذره ای برای عملگرهای میدان الکترونی بسط داد. در غیاب میدان های خارجی، بسط عملگرهای میدان بر حسب توابع موج ذره آزاد در نمونه ای با ابعاد L ، یعنی، $\phi_k(r) = \frac{e^{ik.r}}{L}$ مناسب است.

$$\Psi(r, t) = \frac{1}{L} \sum_k a_k(t) e^{ik.r}, \quad (6.3)$$

$$\Psi^\dagger(r, t) = \frac{1}{L} \sum_k a_k^\dagger(t) e^{-ik.r}, \quad (7.3)$$

عملگرهای تک ذره ای $a_k(t)$ و $a_k^\dagger(t)$ به ترتیب عملگرهای فنا^۳ و خلق^۴ الکترون ها در زمان t در حالت k می باشند. البته برای سادگی اسپین الکترون ها نادیده گرفته شده است. عملگرهای خلق و فنا ی فوق همزمان روابط پادجابجایی $\{a_k(t), a_{k'}^\dagger(t)\} = \delta_{k,k'}$ و $\{a_k(t), a_{k'}(t)\} = \{a_k^\dagger(t), a_{k'}^\dagger(t)\} = 0$ را ارضاء می کنند.

عملگرهای میدان $\Psi(r, t)$ و $\Psi^\dagger(r, t)$ به ترتیب عملگرهای فنا و خلق در زمان t و در موقعیت r می باشند، آن ها روابط پادجابجا شونده^۵ برای فرمیون ها را ارضاء می کنند

$$\{\Psi(r, t), \Psi^\dagger(r', t)\} = \delta(r - r'), \quad (8.3)$$

$$\{\Psi(r, t), \Psi(r', t)\} = \{\Psi^\dagger(r, t), \Psi^\dagger(r', t)\} = 0. \quad (9.3)$$

هامیلتونی H_0 ، معادله ی $H_0 = \sum_i \frac{p_i^2}{2m^*}$ ، با استفاده از عملگرهای میدان به صورت زیر بیان می شود

^۳Annihilation

^۴Creation

^۵Anti-Commutation

$$H_0 = \int dr \Psi^\dagger(r, t) \frac{p^2}{2m^*} \Psi(r, t) = \sum_k \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} a_k^\dagger(t) a_k(t), \quad (10.3)$$

که در آن عملگر عدد اشغال، $a_k^\dagger(t) a_k(t)$ ، تعداد الکترون ها در حالت با بردار موج k را تعیین می کند.

برهمکنش الکترون- الکترون نیز به شکل زیر قابل بیان خواهد بود

$$H_{ee} = \frac{1}{2} \sum_q V_q \int dr dr' \Psi^\dagger(r, t) \Psi^\dagger(r', t) e^{iq \cdot (r - r')} \Psi(r', t) \Psi(r, t) \quad (11.3)$$

در رابطه بالا V_q تبدیل پتانسیل کولنی دو بعدی است

$$V_q = \int d^2r \left(\frac{e^2}{r} \right) e^{-iq \cdot r} = \frac{2\pi e^2}{q}. \quad (12.3)$$

با جایگذاری عملگرهای میدان از روابط (۶.۳) و (۷.۳)، معادله (۱۱.۳) اشکال پی در پی زیر را به خود خواهد گرفت

$$H_{ee} = \frac{1}{2} \sum_{k_1, k_2, k', k, q} V_q a_{k_1}^\dagger(t) a_{k_2}^\dagger(t) a_{k'}(t) a_k(t) \frac{1}{L^2} \int dr e^{-i(k_1 - k - q) \cdot r} \frac{1}{L^2} \int dr' e^{-i(k_2 - k' + q) \cdot r'}, \quad (13.3)$$

$$H_{ee} = \frac{1}{2} \sum_{k_1, k_2, k', k, q} V_q a_{k_1}^\dagger(t) a_{k_2}^\dagger(t) a_{k'}(t) a_k(t) \delta(k_1 - k - q) \delta(k_2 - k' + q), \quad (14.3)$$

$$H_{ee} = \frac{1}{2} \sum_{k, k', q} V_q a_{k+q}^\dagger(t) a_{k'-q}^\dagger(t) a_{k'}(t) a_k(t). \quad (15.3)$$

در غیاب میدان های خارجی هامیلتونی کل، معادله $H = H_0 + H_{ee}$ ، به شکل زیر می باشد

$$H = \sum_k \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} a_k^\dagger(t) a_k(t) + \frac{1}{2} \sum_{k, k', q} V_q a_{k+q}^\dagger(t) a_{k'-q}^\dagger(t) a_{k'}(t) a_k(t) \quad (16.3)$$

دینامیک گاز الکترونی دو بعدی در یک شبکه کامل و در غیاب میدان های خارجی با قرار گرفتن هامیلتونی H ، معادله (۱۶.۳)، در معادله شرودینگر $H\Psi(r, t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(r, t)$ و حل آن به دست می آید.

۳.۳ ماتریس چگالی تک الکترونی

ماتریس چگالی چهارچوب مناسبی را برای توصیف کوانتومی دستگاه های بس ذره ای فراهم می کند. برای آنسامبل^۶ (مجموعه آماری) سیستم های الکترونی، ماتریس چگالی تک الکترونی^۷ اطلاعات مهمی را درباره دستگاه ارائه می دهد. عنصر قطری ماتریس چگالی تک الکترونی متناظر با تابع توزیع الکترون و عنصر غیرقطری معرف قطبش است. عملگر چگالی تک ذره ای (الکترون) به صورت زیر تعریف می شود

$$\rho(r, t) = \Psi^\dagger(r, t)\Psi(r, t). \quad (17.3)$$

با استفاده از یک مجموعه کامل حالت های تک ذره ای بهنجار، $\{\phi_n(r)\}$ ، در رهیافت کوانتوم دوم، ابتدا می توان نوشت

$$\rho(r, t) = \sum_{n,m} a_n^\dagger(t)a_m(t)\phi_n^*(r)\phi_m(r). \quad (18.3)$$

مقدار چشمداشتی^۸ تبدیل فوریه^۹ عملگر چگالی الکترون در نمایش تکانه به صورت زیر خواهد بود

$$n(q, t) = \sum_k \langle a_k^\dagger(t)a_{k+q}(t) \rangle. \quad (19.3)$$

^۶Ensemble

^۷Single Electron Density Matrix

^۸Expectation Value

^۹Fourier Transform

ارزش انتظاری مشاهده پذیر^{۱۰} A ، که یک عملگر هرمیتی^{۱۱} است را می توان به وسیله عملگر چگالی ذره، $\rho(r, t)$ بدست آورد.

مقدار چشمداشتی A را می توان از طریق میانگین گیری آماری آنسامبلی از سیستم های الکترونی که خود با میانگین گیری مکانیک کوانتومی روی حالت هر سیستم موجود در آنسامبل همراه است، بدست آورد.

$$\langle A \rangle = \sum_{n,m} \langle a_n^\dagger(t) a_m(t) \rangle A_{nm}, \quad (20.3)$$

جایی که $\langle \rangle$ نشانگر میانگین گیری آماری روی آنسامبل بوده و A_{nm} عنصر ماتریس A در پایه $\phi_n(r)$ است که خود میانگین مکانیک کوانتومی به صورت زیر می باشد

$$A_{nm} = \int dr \phi_n^*(r) A \phi_m(r). \quad (21.3)$$

ماتریس چگالی تک الکترونی به وسیله عنصر ماتریس زیر تعریف می شود

$$\rho_{mn} = \langle a_n^\dagger(t) a_m(t) \rangle. \quad (22.3)$$

عناصر قطری ماتریس چگالی تک الکترونی یعنی، $\langle a_n^\dagger(t) a_n(t) \rangle$ ، تعداد حالت های اشغال شده را نشان می دهد. با استفاده از عبارت بالا برای عناصر ماتریس چگالی تک الکترونی، می توان معادله (20.3) را به شکل زیر بازنویسی نمود

$$\langle A \rangle = \sum_{n,m} \rho_{mn} A_{nm} = Tr(\rho A). \quad (23.3)$$

^{۱۰}Observable

^{۱۱}Hermitian Operator

این معادله بسیار مفید است زیرا نتیجه آن به پایه ای که در آن محاسبات انجام می شود بستگی ندارد. عناصر ماتریس چگالی تک الکترونی در نمایش تکانه^{۱۲} به این صورت خواهند بود

$$F(k, k+q) = \langle a_k^\dagger(t) a_{k+q}(t) \rangle. \quad (24.3)$$

ارزشمند است که اشاره ای داشته باشیم مبنی بر اینکه عملگرهایی که در رابطه (۲۳.۳) نمایش داده شده اند، در تصویر شرودینگر می باشند. معادله حرکت ماتریس چگالی تحت هامیلتونی H به صورت زیر در می آید [۴]

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho]. \quad (25.3)$$

این رابطه معادل کوانتومی معادله لیوویل^{۱۳} در مکانیک کلاسیک است.

۴.۳ کوانتش مغناطیسی حالت های الکترونی

طبیعت حالت های الکترونی یک سیستم گاز الکترونی دو بعدی تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی کوانتیده تغییر عمده ای می کند.

اکثر جنبه های اصلی را می توان به وسیله مروری بر مکانیک کوانتومی یک تک الکترون دو بعدی در یک میدان مغناطیسی بدست آورد. در اینجا یک الکترون محدود شده در یک سطح هموار به ابعاد L تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی یکنواخت عمودی با چگالی شار مغناطیسی^{۱۴} B در راستای z در نظر گرفته می شود. با استفاده از پیمانه لاندائو^{۱۵}، می توان میدان مغناطیسی اعمال شده را به وسیله پتانسیل برداری $A(\circ, Bx, \circ)$ وارد محاسبات نمود. هامیلتونی برای معادله شرودینگر وابسته به زمان برای تک

^{۱۲}Momentum Representation

^{۱۳}Liouville Equation

^{۱۴}Magnetic Flux Density

^{۱۵}Landau Gauge

الکترون دو بعدی در یک میدان مغناطیسی کوانتیده کننده

$$H_{\circ se} \phi_{nk_y}(x, y) = \epsilon_n \phi_{nk_y}(x, y) \quad (26.3)$$

به این صورت داده شده است

$$H_{\circ se} = \frac{1}{2m^*} p_x^2 + \frac{1}{2m^*} \left(p_y + \frac{e}{c} Bx \right)^2 \quad (27.3)$$

در این رابطه m^* و e به ترتیب جرم مؤثر الکترون و بزرگی بار الکترون هستند. ویژه مقادیر و ویژه توابع $H_{\circ se}$ به ترتیب با ϵ_n و ϕ_{nk_y} داده شده اند.

$$\epsilon_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (28.3)$$

$$\phi_{nk_y}(x, y, t) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ik_y y} \xi_n(x + x_0) \quad (29.3)$$

در اینجا $\omega_c = \frac{eB}{m^*c}$ بسامد سیکلوترونی^{۱۶}، $x_0 = k_y \left(\frac{\hbar c}{eB} \right) = k_y l^2$ مرکز حرکت سیکلوترونی کوانتیده، و l طول مغناطیسی^{۱۷} متناظر است، که شعاع حرکت سیکلوترونی را به دست می دهد. $\{\xi_n\}$ ویژه توابع یک نوسانگر هماهنگ خطی که مرکز آن در x_0 قرار دارد، می باشند،

$$\xi_n(x + x_0) = \left(\sqrt{\pi} l 2^n n! \right)^{-\frac{1}{2}} H_n \left[\frac{(x + x_0)}{l} \right] \exp \left[-\frac{(x + x_0)^2}{2l^2} \right] \quad (30.3)$$

که در آن $H_n(x)$ چند جمله ای هرمیت^{۱۸} است. هر عدد کوانتومی n نشانگر یک تراز لاندائو^{۱۹} است.

^{۱۶}Cyclotron Frequency

^{۱۷}Magnetic Length

^{۱۸}Hermite Polynomial

^{۱۹}Landau Level

ویژه مقادیر انرژی به طور مساوی به وسیله $\hbar\omega_c$ تفکیک می شوند و مستقل از k_y هستند. هر تراز لانداو تبهگنی^{۲۰} بالایی خواهد داشت. با توجه به لزوم قرار گرفتن مرکز حرکت سیکلوترونی در داخل نمونه یعنی $0 \leq k_y l^2 \leq L$ و اینکه $k_y = \frac{2\pi n_y}{L}$ ، مرتبه واگنی تراز لانداو از $n_L = \frac{BL^2}{\Phi_0} = n_y$ پیدا خواهد شد، که در آن $\Phi_0 = \frac{hc}{e}$ کوانتای شار مغناطیسی است. بنابراین برای هر تراز لانداو، تعداد حالت های واگن برای هر قطبش اسپین^{۲۱}، n_L ، معادل عدد کوانتای شار گذرنده از نمونه است.

۵.۳ چگالی حالات در گاز الکترونی دو بعدی

چگالی حالات $D(\epsilon)$ تعداد حالت های الکترونی در دسترس با انرژی کمتر از ϵ در هر واحد سطح در واحد انرژی است. چگالی الکترون ها می تواند به صورت $n = \int d\epsilon D(\epsilon) f(\epsilon)$ بیان شود. جایی که $f(\epsilon) = \{ \exp[(\epsilon - \mu)/k_B T] + 1 \}^{-1}$ تابع توزیع فرمی دیراک، μ پتانسیل شیمیایی، k_B ثابت بولتزمن^{۲۲} است. ناحیه متناظر در فضای تکانه، به ازای هر حالت الکترونی که در دو بعد مثلاً در ابعاد L^2 حرکت می کند، برابر با $(2\pi/L)^2$ خواهد بود، چگالی حالات طیف پیوستار آزاد الکترون، با عامل تبهگنی g_v ، به شکل زیر تعیین خواهد شد

$$D(\epsilon) = 2g_v \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} \delta(\epsilon - \epsilon_k) \quad (31.3)$$

در اینجا عامل ۲ به خاطر حالت اسپین الکترون وارد می شود. صرفنظر از برهمکنش های کولنی بین الکترون ها و در غیاب میدان های خارجی، انرژی های متناظر با حرکت آزاد الکترون ها در یک زیر نوار گاز الکترونی دو بعدی واقع در پیوندگاه نامتجانس به وسیله $\epsilon_k = (\hbar^2 k^2 / 2m^*)$ داده می شوند. چگالی حالات متناظر با این زیر نوار به صورت زیر خواهد بود

^{۲۰}Degenerate

^{۲۱}Spin Polarization

^{۲۲}Boltzmann Constant

$$D(\epsilon) = \frac{g_v}{2\pi} \int k dk \delta\left(\epsilon - \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}\right) = \frac{g_v m^*}{\pi \hbar^2} \Theta(\epsilon) \quad (32.3)$$

که در آن $\Theta(\epsilon)$ تابع پله ای "هوی ساید"^{۲۳} می باشد. چگالی کل حالت های دستگاه در یک انرژی معین ϵ از جمع روی چگالی حالات زیر نوارهای اشغال شده تعیین خواهد شد.

$$D_T(\epsilon) = \frac{g_v m^*}{\pi \hbar^2} \sum_n \Theta(\epsilon - \epsilon_n) \quad (33.3)$$

در اینجا ϵ_n انرژی الکترون ها در پایین (ته) n امین زیر نوار است.

۶.۳ استار پلاسما

یکی از مهم ترین اثرات برهمکنش های بس ذره ای در یک پلاسمای الکترونی پدیده استار پلاسما است. برای توصیف کوانتومی استار پلاسما^{۲۴}، کار با هامیلتونی مؤثر تک ذره آغاز می شود

$$H = \int d^3r \psi^\dagger(r) \left(\frac{-\hbar^2 \nabla^2}{2m^*} \right) \psi(r) + \int d^3r V_{eff}(r) \psi^\dagger(r) \psi(r) \quad (34.3)$$

جایی که

$$V_{eff}(r) = V(r) + V_{ind}(r) \quad (35.3)$$

مجموع پتانسیل کولنی^{۲۵} $V(r)$ یک بار آزمون^{۲۶} و V_{ind} پتانسیل القایی^{۲۷} ذرات است.

^{۲۳}Heaviside Step Function

^{۲۴}Plasma Screening

^{۲۵}Coulomb Potential

^{۲۶}Test Charge

^{۲۷}Induced Potential

پتانسیل مؤثر^{۲۸} V_{eff} به طور خودسازگار تعیین می شود. تبدیل فوریه معادله ذکر شده برای H به صورت زیر می باشد

$$H = \sum_k E_k a_k^\dagger a_k + \sum_p V_{eff}(p) \sum_k a_{k+p}^\dagger a_k \quad (۳۶.۳)$$

و معادله حرکت برای $a_{k-q}^\dagger a_k$ عبارت است از

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} a_{k-q}^\dagger a_k &= \frac{i}{\hbar} [H, a_{k-q}^\dagger a_k] \\ &= i(\epsilon_{k-q} - \epsilon_k) a_{k-q}^\dagger a_k - \frac{i}{\hbar} \sum_p V_{eff}(p) (a_{k-q}^\dagger a_{k-p} - a_{k+p-q}^\dagger a_k) \end{aligned} \quad (۳۷.۳)$$

با استفاده از تقریب فاز کاتوره ای^{۲۹} (RPA) در دو جمله قبلی و گرفتن مقدار چشمداشتی، نتیجه زیر بدست می آید

$$\frac{d}{dt} \langle a_{k-q}^\dagger a_k \rangle = i(\epsilon_{k-q} - \epsilon_k) \langle a_{k-q}^\dagger a_k \rangle - \frac{iV_{eff}(q)}{\hbar} (f_{k-q} - f_k) \quad (۳۸.۳)$$

فرض می شود که نحوه تغییرات بار آزمون به صورت $\exp(-i(\omega + i\delta)t)$ باشد.

$$\langle a_{k-q}^\dagger a_k \rangle \propto \exp(-i(\omega + i\delta)t) \quad (۳۹.۳)$$

محصول معادله (۳۸.۳) به این شکل بیان می شود

$$\hbar(\omega + i\delta + \epsilon_{k-q} - \epsilon_k) \langle a_{k-q}^\dagger a_k \rangle = V_{eff}(q)(f_{k-q} - f_k) \quad (۴۰.۳)$$

و بنابراین

^{۲۸}Effective Potential

^{۲۹}Random Phase Approximation

$$\langle a_{k-q}^\dagger a_k \rangle = V_{eff}(q) \frac{f_{k-q} - f_k}{\hbar(\omega + i\delta + \epsilon_{k-q} - \epsilon_k)} \quad (41.3)$$

و یا بعد از ضرب در $-\frac{|e|}{L^3}$ و جمع روی k

$$\langle \rho_q \rangle = -\frac{|e|}{L^3} V_{eff}(q) P(q, \omega) \quad (42.3)$$

که در آن P ، تابع قطبش^{۳۰}، به صورت زیر تعریف می شود

$$P(q, \omega) = \sum_k \frac{f_{k-q} - f_k}{\hbar(\omega + i\delta + \epsilon_{k-q} - \epsilon_k)}$$

و ρ_q به صورت

$$\langle \rho_q \rangle = -\frac{|e|}{L^3} \sum_k \langle a_{k-q}^\dagger a_k \rangle$$

پتانسیل القایی مطابق با معادله پواسون^{۳۱} به شکل زیر است

$$\nabla^2 V_{ind}(r) = \frac{4\pi |e| \rho(r)}{\epsilon_0} \quad (43.3)$$

با گرفتن تبدیل فوریه و با استفاده از رابطه (۴۲.۳)، معادله پواسون به این صورت در می آید

$$V_{ind}(q) = -\frac{4\pi |e|}{\epsilon_0 q^2} \rho_q = \frac{4\pi e^2}{\epsilon_0 q^2 L^3} V_{eff}(q) P(q, \omega) \quad (44.3)$$

^{۳۰}Polarization Function

^{۳۱}Poisson's Equation

در نتیجه بدست می آید

$$V_{ind}(q) = V_q V_{eff}(q) P(q, \omega) \quad (۴۵.۳)$$

با جایگذاری معادله قبل در تبدیل فوریه رابطه $V_{eff}(r) = V(r) + V_{ind}(r)$ نتایج پی در پی زیر به دست می آیند

$$V_{eff}(q) = V_q + V_{ind}(q) \quad (۴۶.۳)$$

$$V_{eff}(q) = V_q [۱ + V_{eff}(q) P(q, \omega)] \quad (۴۷.۳)$$

$$V_{eff}(q) = \frac{V_q}{۱ - V_q P(q, \omega)} = \frac{V_q}{\epsilon(q, \omega)} \quad (۴۸.۳)$$

که معادل است با

$$V_{eff}(q) \equiv V_s(q, \omega) \quad (۴۹.۳)$$

در اینجا، $V_s(q, \omega)$ پتانسیل کولنی استتار شده دینامیکی است. تابع دی الکترون دینامیکی $\epsilon(q, \omega)$ به این صورت داده می شود [۳۱]

$$\epsilon(q, \omega) = ۱ - V_q P(q, \omega) \quad (۵۰.۳)$$

که به شکل زیر در می آید

$$\epsilon(q, \omega) = ۱ - V_q \sum_k \frac{f_{k-q} - f_k}{\hbar(\omega + i\delta + \epsilon_{k-q} - \epsilon_k)} \quad (۵۱.۳)$$

رابطه لیندهارد برای تابع دی الکتریک

فرمول لیندهارد^{۳۲} به صورت یک تابع دی الکتریک تأخیری مختلط توصیف می شود، و آن شامل پراکندگی فضایی^{۳۳} (وابسته به q) و پراکندگی زمانی^{۳۴} (وابسته به ω) است.

معادله $\epsilon(q, \omega) = 1 - V_q \sum_k \frac{f_{k-q} - f_k}{\hbar(\omega + i\delta + \epsilon_{k-q} - \epsilon_k)}$ برای دستگاه های دو و سه بعدی معتبر است.

مقدار انتظاری f_k عملگر چگالی ذره برابر با تابع توزیع فرمی دیراک f_k برای یک پلاسمای گرمایی است. اگر چه معادله بالا همچنین برای توابع توزیع نامتعادل معتبر است. ویژه مدهای پلاسمای طولی^{۳۵} از رابطه های زیر بدست می آیند^[۳۱].

$$Re[\epsilon(q, \omega)] = 0 \quad (52.3)$$

یا

$$1 = V_q Re[P(q, \omega)] \quad (53.3)$$

۷.۳ استتار دی الکتریکی استاتیکی در مدل لیندهارد

در اینجا ساده ترین مدل یک فلز، گاز الکترون آزاد، را در نظر می گیریم که به وسیله هامیلتونی

$$H_0 = -\left(\frac{\hbar^2}{2m}\right) \nabla^2$$

توابع موج نوار رسانش، موج های تخت $W_k(r) = \left(\frac{1}{\sqrt{V}}\right) \exp(ik.r)$ هستند و انرژی ها به صورت $\epsilon(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ می باشند، حالت های اشغال شده که معمولاً در دمای $T=0$ (صفر مطلق) در نظر گرفته

^{۳۲}Lindhard

^{۳۳}Spatial Dispersion

^{۳۴}Temporal Dispersion

^{۳۵}Longitudinal Plasma

می شوند به وسیله تابع توزیع فرمی دیراک $f(\epsilon(k))$ ، یا به اختصار $f(k)$ ، تعیین می شوند. تابع دی الکتریک گاز الکترونی به صورت زیر بیان می شود

$$\epsilon(q, \omega) = 1 + \frac{\lambda \pi e^2}{q^2} \frac{1}{V} \sum_k \frac{f(k) - f(k+q)}{\epsilon(k+q) - \epsilon(k) + \hbar\omega - i\eta} \quad (54.3)$$

با جایگذاری $k+q \rightarrow k$ در جملات رابطه قبل، تابع دی الکتریک به صورت زیر بازنویسی می شود

$$\epsilon(q, \omega) = 1 + \frac{\lambda \pi e^2}{q^2} \frac{1}{V} \sum_k \left[\frac{f(k)}{\epsilon(k+q) + \epsilon(k) - \hbar\omega - i\eta} + \frac{f(k)}{\epsilon(k+q) - \epsilon(k) + \hbar\omega + i\eta} \right] \quad (55.3)$$

با انجام یک سری محاسبات پیچیده و اینکه در $T=0$ تابع فرمی دیراک به صورت پله ای است، تابع دی الکتریک را می توان به صورت زیر بیان نمود

$$\begin{aligned} \epsilon(q, \omega) = 1 + \frac{\lambda m e^2}{\pi \hbar^2} \frac{k_F}{q^2} + \frac{\lambda m e^2}{\pi \hbar^2} \frac{1}{q^2} \left[k_F^2 - \frac{(q^2 - \tilde{\omega})^2}{4q^2} \right] & Ln \frac{2qk_F + q^2 - \tilde{\omega}}{-2qk_F + q^2 - \tilde{\omega}} \\ + \left[k_F^2 - \frac{(q^2 - \tilde{\omega})^2}{4q^2} \right] & Ln \frac{2qk_F + q^2 + \tilde{\omega}}{-2qk_F + q^2 + \tilde{\omega}} \end{aligned} \quad (56.3)$$

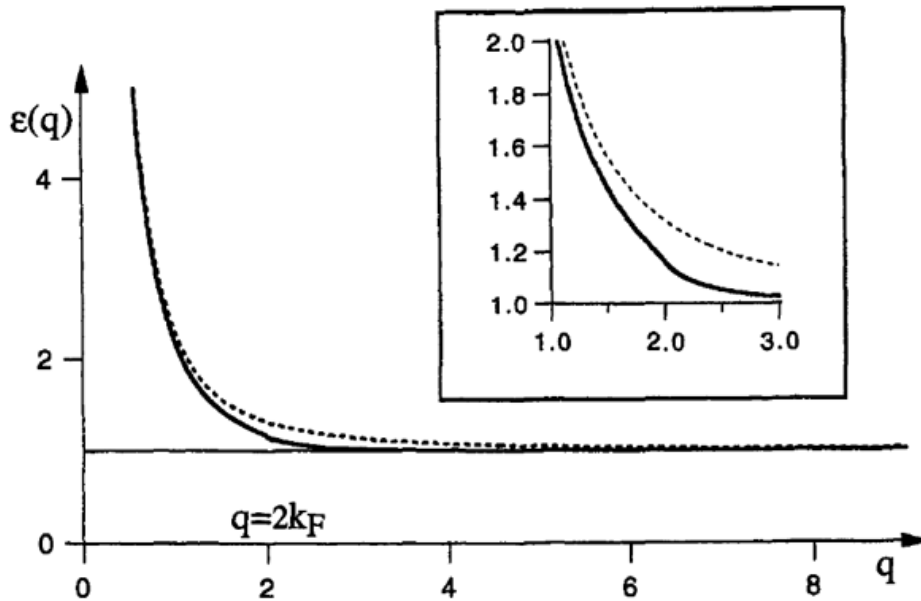
جایی که $\tilde{\eta} = \frac{\lambda m}{\hbar^2} \eta$ و $\tilde{\omega} = \left(\frac{\lambda m}{\hbar}\right) \omega + i\tilde{\eta}$ تعریف می شود.

برای محاسبه تابع دی الکتریک استاتیکی^{۳۶} کافی است در رابطه قبل ω برابر صفر در نظر گرفته شود

$$\epsilon(q) = 1 + \frac{\lambda m e^2}{\pi \hbar^2} \frac{k_F}{q^2} + \frac{\lambda m e^2}{\pi \hbar^2} \frac{1}{q^2} \left(k_F^2 - \frac{q^2}{4} \right) Ln \left| \frac{2k_F + q}{2k_F - q} \right| \quad (57.3)$$

با استفاده از کمیت بدون بعد $x = \frac{q}{2k_F}$ می توان رابطه تابع دی الکتریک استاتیکی را به صورت زیر نوشت

^{۳۶}Static Dielectric Function



شکل ۱۰.۳: رفتار لیندهارد استاتیکی و تابع دی الکتریک توماس فرمی یک گاز الکترون آزاد

$$\epsilon(q) = 1 + \frac{k_F^2}{q^2} F(x) \quad (58.3)$$

که $F(x)$ به صورت زیر بیان می شود

$$F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1-x^2}{4x} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| \quad (59.3)$$

تابع دی الکتریک استاتیکی ذکر شده را می توان برای طول موج های بلند و کوتاه در شکل (۱۰.۳) مشاهده کرد [۳۲].

در اینجا در واقع رفتار $\epsilon(q)$ در محدوده طول موج بلند، طول موج کوتاه و در ناحیه میانی $q \approx 2k_F$ بررسی می شود.

برای q کوچک ($q \ll 2k_F$) تابع لیندهارد رفتاری مشابه نظریه توماس فرمی دارد، در حقیقت برای q کوچک، داریم $x \ll 1$ و $F(x) \approx 1$.

در مدل توماس فرمی تابع دی الکتریک به صورت $\epsilon(q) = 1 + \frac{e^2 n_0}{\epsilon_F q}$ تعریف می شود. برای q بزرگ ($q \gg 2k_F$)، داریم $1 \gg x$ و $F(x) \approx \frac{1}{3}x^2$ ، بنابراین تابع لیندهارد رفتاری مجانبی از خود نشان می دهد

$$\epsilon(q) \rightarrow 1 + \frac{k_F^2}{q^2} \frac{1}{3(q/2k_F)^2}, \quad q \gg 2k_F \quad (60.3)$$

برای q متوسط ($q \approx 2k_F$) تابع دی الکتریک لیندهارد برای $q = 2k_F$ پیوسته است، اما یک تکینگی لگاریتمی در مشتق دارد. در حقیقت تابع دی الکتریک برای $q \approx 2k_F$ عبارت است از

$$\epsilon(q) \approx \epsilon(2k_F) + \frac{me^2}{4\pi\hbar^2} \frac{1}{k_F^2} (q - 2k_F) \text{Ln} \left| \frac{q - 2k_F}{2k_F} \right| \quad (61.3)$$

برای مشتق داریم، زمانی که $q \approx 2k_F$

$$\frac{d\epsilon(q)}{dq} \approx \frac{me^2}{4\pi\hbar^2} \frac{1}{k_F^2} \text{Ln} \left| \frac{q - 2k_F}{2k_F} \right| \approx -\infty \quad (62.3)$$

۸.۳ استار دی الکتریک دینامیکی در مدل لیندهارد

همانگونه که در بخش قبل بیان شد، تابع دی الکتریک گاز الکترون آزاد به صورت زیر معرفی می شود

$$\epsilon(q, \omega) = 1 + \frac{4\pi e^2}{q^2} \frac{1}{V} \sum_k \frac{f(k) - f(k+q)}{\epsilon(k+q) - \epsilon(k) - \hbar\omega - i\eta} \quad (63.3)$$

در بخش قبل حالت استاتیکی تابع دی الکتریک، یعنی زمانی که $\omega \rightarrow 0$ بدست آمد، اکنون جنبه های دینامیکی بسیار مهم و رفتار بخصوص $\epsilon(q, \omega)$ در محدوده طول موج بلند، $q \approx 0$ در نظر گرفته می شوند. با جایگذاری $k+q \rightarrow -k$ در رابطه بیان شده در بالا، تابع دی الکتریک بدین صورت بیان می شود

$$\epsilon(q, \omega) = 1 + \frac{\lambda \pi e^2}{q^2} \frac{1}{V} \sum_k \left[\frac{f(k)}{\epsilon(k+q) - \epsilon(k) - \hbar\omega - i\eta} + \frac{f(k)}{\epsilon(k+q) - \epsilon(k) + \hbar\omega + i\eta} \right] \quad (۶۴.۳)$$

با کمی ساده سازی جملات درون کروشه، تابع دی الکتریک به صورت زیر در می آید

$$\epsilon(q, \omega) = 1 + \frac{\lambda \pi e^2}{q^2} \frac{1}{V} \sum_k f(k) \left(\frac{\epsilon(k+q) - \epsilon(k)}{[\epsilon(k+q) - \epsilon(k)]^2 - (\hbar\omega + i\eta)^2} \right) \quad (۶۵.۳)$$

دو معادله ذکر شده قبل برای بررسی های تحلیلی بسیار مناسب می باشند، با تعیین تابع دی الکتریک دینامیکی در محدوده طول موج بلند شروع می کنیم.

برای $q \rightarrow 0$ ، اختلاف انرژی برابر با $0 \rightarrow \epsilon(k+q) - \epsilon(k) = \frac{\hbar^2}{2m}(2k \cdot q + q^2) \rightarrow 0$ است. می توان جملات رابطه قبل را به صورت زیر گسترش داد، بدین ترتیب از مرتبه های بالای q صرف نظر شده است

$$\begin{aligned} \epsilon(q \rightarrow 0, \omega) &= 1 - \frac{\lambda \pi e^2}{q^2} \frac{1}{V} \sum_k f(k) \left\{ \frac{\epsilon(k+q) - \epsilon(k)}{(\hbar\omega + i\eta)^2} + \frac{[\epsilon(k+q) - \epsilon(k)]^3}{(\hbar\omega + i\eta)^4} + \dots \right\} \\ &= 1 - \frac{\lambda \pi e^2}{q^2} \frac{1}{V} \sum_k f(k) \left\{ \frac{1}{(\hbar\omega + i\eta)^2} \frac{\hbar^2 q^2}{2m} + \frac{1}{(\hbar\omega + i\eta)^4} \frac{\hbar^6}{\lambda m^3} 12(k \cdot q)^2 q^2 + O(q^6) \right\} \\ &= 1 - \frac{\lambda \pi e^2}{m \left(\omega + \frac{i\eta}{\hbar} \right)^2} \frac{1}{V} \sum_k f(k) - \frac{\lambda \pi e^2}{m \left(\omega + \frac{i\eta}{\hbar} \right)^4} q^2 \frac{1}{V} \sum_k f(k) \left(\frac{\hbar k}{m} \right)^2 - \dots \end{aligned} \quad (۶۶.۳)$$

توجه می کنیم که

$$\frac{1}{V} \sum_k f(k) = \frac{n}{2}$$

و

$$\frac{1}{V} \sum_k \left(\frac{\hbar k}{m} \right)^2 f(k) = \frac{3}{5} v_F^2 \frac{n}{2}$$

در اینجا $v_F = \frac{\hbar k_F}{m}$ می باشد. با استفاده از روابط بیان شده، تابع دی الکتریک به صورت زیر بازنویسی می شود

$$\epsilon(q \rightarrow 0, \omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega + \frac{i\eta}{\hbar})^2} - \frac{3}{5} \frac{\omega_p^2}{(\omega + \frac{i\eta}{\hbar})^4} v_F^2 q^2 - \dots \quad (۶۷.۳)$$

که در آن ω_p بیان استاندارد از بسامد پلاسما $\omega_p^2 = \frac{4\pi n e^2}{m}$ است. از رابطه بیان شده در بالا دیده می شود که تابع دی الکتریک دینامیکی برای $q = 0$ به این صورت خواهد بود

$$\epsilon(0, \omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \frac{i\omega}{\tau}} \quad (۶۸.۳)$$

جایی که $\frac{\eta}{\hbar} \rightarrow \frac{1}{\tau}$ را جایگذاری می کنیم و می تواند بیان کننده زمان واهلش^{۳۷} برای مواد باشد. بنابراین تابع دی الکتریک متوسط می تواند با استفاده از منحنی پاشندگی پلاسمون ها از مکان نقاط در فضای (q, ω) جایی که $\epsilon(q, \omega) \equiv 0$ است، بدست آید [۳۲]. در حده $q \rightarrow 0$ و $\hbar\omega > \epsilon(k+q) - \epsilon(k)$ ، در معادله (۶۷.۳) سه جمله ابتدایی را نگه داشته و این معادله را برابر صفر قرار می دهیم

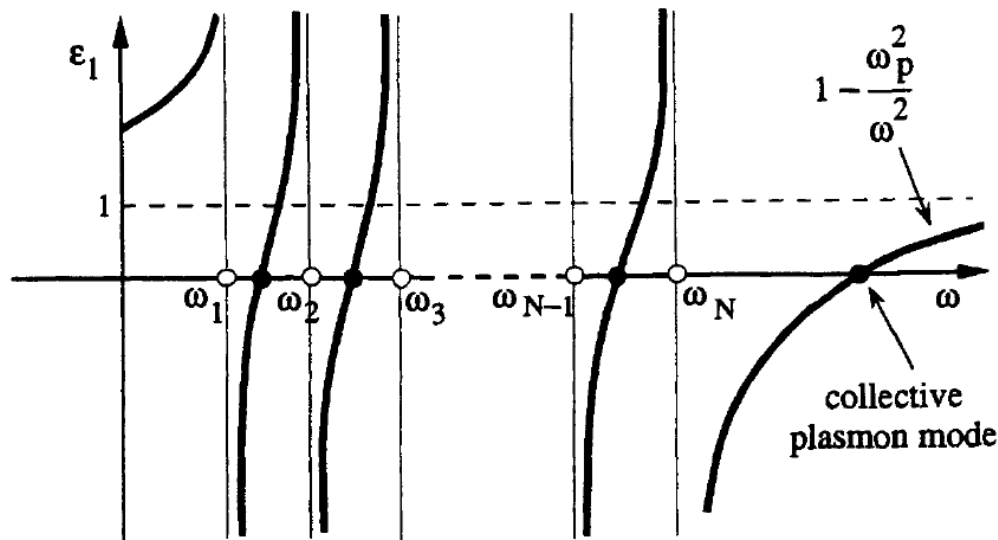
$$1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{3}{5} \frac{\omega_p^2}{\omega^4} v_F^2 q^2 = 0 \quad (۶۹.۳)$$

با حل معادله ذکر شده در بالا، منحنی پاشندگی مدهای پلاسمون برای بردار موج های کوچک q به صورت زیر خواهد بود

$$\omega_{plasmon}(q) = \omega_p \left[1 + \frac{3}{10} \frac{v_F^2 q^2}{\omega_p^2} + \dots \right] \quad (۷۰.۳)$$

برای پی بردن به مفهوم نوسان های پلاسمون، معادله بیان شده برای تابع دی الکتریک به صورت زیر

^{۳۷}Relaxation time



شکل ۲.۳: رفتار کیفی بخش حقیقی تابع دی الکتریک یک سیستم با فرکانس ω_n در بازه $[\omega_1, \omega_n]$

بازنویسی می شود

$$\epsilon(q, \omega) = 1 + \frac{4\pi e^2}{q^2} \frac{1}{V} \sum_k f(k) [1 - f(k+q)] \frac{\epsilon(k+q) - \epsilon(k)}{[\epsilon(k+q) - \epsilon(k)]^2 - (\hbar\omega + i\eta)^2} \quad (71.3)$$

معادله بالا ساختار کلی، $\epsilon(q, \omega)$ ، به طوری که تابعی از ω است را بیان می کند. توجه می شود که $f(k) [1 - f(k+q)]$ در دمای $T=0$ تنها بین حالت های اشغال شده k که زیر تراز فرمی قرار دارند و حالت های خالی، $k+q$ ، که بالای تراز فرمی می باشند برابر صفر است.

بنابراین زمانی که $\epsilon(k+q) - \epsilon(k) > 0$ است معادله تابع دی الکتریک به شکل کلی زیر در می آید

$$\epsilon(q, \omega) = 1 + \sum_n \frac{C_n}{\omega_n^2 - (\omega + i\eta)^2} \quad (72.3)$$

در اینجا ω_n بسامدهای برانگیزش از سیستم در تقریب ذره مستقل هستند و C_n کمیت های مثبت و معینی هستند، که می توانند قدرت های نوسان از بسامدهای تشدید شده ω_n را تغییر دهند. بخش حقیقی رابطه (۷۲.۳) در محدوده $\eta \rightarrow 0^+$ رفتاری همانند شکل (۲.۳) خواهد داشت. هنگامی که بخش حقیقی تابع دی الکتریک برابر صفر باشد برانگیختگی اتفاق می افتد.

فصل ۴

برانگیختگی های جمعی تحت تابش لیزر و
میدان مغناطیسی

۱.۴ مقدمه

مطالعات روی نانو ساختارهای نیمرسانا تحت اثر میدان های مغناطیسی کوانتیده و تابش شدید تراهرتز بسیار مورد اهمیت است. به گونه ای که یک قسمت از این مطالعات، اندازه گیری های تشدید سیکلوترون تراهرتز روی ساختارهای ناهمگن در یک سری تحقیقات متنوع در خصوص ویژگی های الکترونی و مگنتو اپتیکی نانو ساختارها به کار برده شده است.

علاوه بر مطالعات تجربی، اکثر خواص نانو ساختارهای نیمرسانا تحت میدان های مغناطیسی کوانتیده و تابش شدید تراهرتز به طور نظری مورد بررسی قرار گرفته است. به عنوان مثال مطالعات همزمانی روی در هم آمیختگی اپتیکی تراهرتز و نزدیک مادون قرمز در چاه های کوانتومی در میدان های مغناطیسی قوی، جذب تراهرتز در یک سیستم چاه کوانتومی دوگانه تحت یک میدان مغناطیسی، حالت های الکترونی و پاسخ دی الکتریکی یک گاز الکترونی دو بعدی در یک میدان مغناطیسی قوی و یک تابش شدید لیزر و نوسان چگالی بار القایی تحت یک میدان مغناطیسی کوانتیده و تابش شدید تراهرتز صورت گرفته است. در این فصل، در امتداد کارهای فوق مدهای مگنتو پلاسمون در یک ساختار ناهمگن تحت تابش تراهرتز به طور نظری مورد بررسی قرار می گیرد.

در ادامه، مدلی از یک سیم کوانتومی دو بعدی با محدودیت عرضی تحت تابش شدید لیزر تراهرتز و میدان مغناطیسی استاتیک یکنواخت را در نظر می گیریم. با استفاده از تبدیل یکانی مناسب، حالت های الکترونی وابسته به زمان و چگالی بار القایی کل ناشی از اعمال یک پتانسیل کاوشی ضعیف را به دست خواهیم آورد. سپس با محاسبه تابع پاسخ دقیق سیستم، مدهای مگنتو پلاسمون سیستم به صورت عددی تعیین خواهند شد و نتایج به دست آمده مورد بحث قرار خواهند گرفت.

۲.۴ معادله شرودینگر

برای مطالعه مدهای مگنتو پلاسمون، یک دستگاه مدل به شکل گاز الکترونی دو بعدی با محدودیت عرضی سهموی (سهمی گون)، تحت تابش شدید تراهرتز در میدان مغناطیسی ایستای یکنواخت در نظر گرفته شده است. مؤلفه های میدان الکتریکی وابسته به زمان میدان لیزر، $E(t)$ ، و میدان مغناطیسی ایستا، B ، به ترتیب در جهت های x و z انتخاب شده اند. میدان لیزر می تواند به وسیله هر یک از دو

$$E(t) = E \sin(\omega t) e_x \text{ و یا پتانسیل برداری } A_\gamma(t) = A(t) e_x = \frac{E c}{\omega} \cos(\omega t) e_x$$

بیان شود.

E و ω به ترتیب دامنه و فرکانس میدان لیزر هستند. انتخاب فوق به معنای در نظر گرفتن امتداد قطبش میدان الکتریکی تابشی در امتداد محور x است. پتانسیل برداری برای میدان مغناطیسی ایستا می تواند به صورت $A_b = Bxe_y$ بیان شود. در اینجا دستگاه مدل مورد نظر در جهت x با یک پتانسیل سهمی گون با فرکانس ω_0 محدود شده است. با وجود شرایط ذکر شده، الکترون های آزاد در سیم تنها در یک جهت قادر به حرکت آزاد می باشند. در دستگاه مدل بیان شده، برای پیدا کردن چگالی بار القایی، پاسخ سیستم به یک پتانسیل کاوشی ضعیف $V(x, y, t)$ بررسی خواهد شد. می توان حالت الکترونی تحت پتانسیل برداری کل $A = A_\gamma(t) + A_b$ و پتانسیل کاوشی را از معادله شرودینگر وابسته به زمان بدست آورد

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(r, t) = H \Psi(r, t)$$

در معادله بالا شکل صحیح هامیلتونی به صورت زیر می باشد

$$H = \frac{1}{2m^*} \left(p_x + \frac{e}{c} A_\gamma \right)^2 + \frac{1}{2m^*} \left(p_y + \frac{e}{c} Bx \right)^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_0^2 x^2 \quad (1.4)$$

در این رابطه m^* و e به ترتیب جرم مؤثر الکترون و بار بنیادی^۱ هستند. با استفاده از تبدیل یکانی $\Psi(t) = U(t)\Phi(t)$ که چگالی بار را تغییر نمی دهد $|\Psi|^2 = |U\Phi|^2$ ، می توان معادله شرودینگر برای حالت $\Psi(r, t)$ را به معادله ای برای حالت $\Phi(r, t)$ ، بدون حضور ترم $A(t)$ ، به شکل زیر تبدیل نمود

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi - H_0 = U^\dagger(t) \left\{ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - H \right\} U(t)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi(t) = \left\{ H_0 + V[x - u_\gamma(t), y - u_\delta(t)] \right\} \Phi(t) \quad (2.4)$$

^۱Elementary Charge

در اینجا

$$H_0 = \frac{1}{2m^*} p_x^2 + \frac{1}{2m^*} \left(p_y + \frac{e}{c} Bx \right)^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 x^2 \quad (3.4)$$

هامیلتونی معادله شرودینگر وابسته به زمان برای یک تک الکترون در یک میدان مغناطیسی کوانتیده کننده است.

می توان این تبدیل را به وسیله عملگر یکانی به صورت زیر انجام داد

$$U(t) = \exp\left[\frac{i}{\hbar} u_1(t)\right] \exp\left[\frac{i}{\hbar} u_2(t)x\right] \exp\left[\frac{i}{\hbar} u_3(t)p_x\right] \exp\left[\frac{i}{\hbar} u_4(t)p_y\right] \quad (4.4)$$

استفاده از تبدیل مذکور به معادلات دیفرانسیل زیر منجر می شود

$$\dot{u}_1 - \dot{u}_2 u_3 = -\frac{1}{2m^*} \left[u_2 + \frac{e}{c} A(t) \right]^2 - \frac{e^2 B^2 u_3^2}{2m^* c^2} - \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 u_3^2 \quad (5.4)$$

$$\dot{u}_2 = \frac{e^2 B^2 u_3}{m^* c^2} + m^* \omega_c^2 u_3 \quad (6.4)$$

$$\dot{u}_3 = -\frac{1}{m^*} \left[u_2 + \frac{e}{c} A(t) \right] \quad (7.4)$$

$$\dot{u}_4 = \frac{eB}{m^* c} u_3 \quad (8.4)$$

با استفاده از شرایط اولیه $u_1(0) = u_2(0) = u_3(0) = u_4(0) = 0$ ، حل این معادلات به صورت زیر می باشد

$$\begin{aligned}
u_1(t) = & -\gamma_b \left(\frac{\sin \omega t \cos \omega t + \omega t}{2\omega} \right) \left[\frac{\eta\omega}{(\Gamma^2 - \omega^2)} + \frac{e^2 B^2 \gamma_b}{2m^* c^2} - \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \gamma_b \right] \\
& - \frac{\Gamma^2 \gamma_b}{\omega} \left(\frac{\sin \Gamma t \cos \Gamma t + \Gamma t}{2\Gamma} \right) \left[\frac{\eta}{(\Gamma^2 - \omega^2)} + \frac{e^2 B^2 \gamma_b}{2m^* c^2 \omega} - \frac{m^* \omega_c^2 \gamma_b}{2\omega} \right] \\
& + \Gamma \gamma_b \left[\frac{\sin(\omega - \Gamma)t}{2(\omega - \Gamma)} - \frac{\sin(\omega + \Gamma)t}{2(\omega + \Gamma)} \right] \left[\frac{m^* \omega_c^2 \gamma_b}{\omega} - \frac{2\eta}{(\Gamma^2 - \omega^2)} - \frac{e^2 B^2 \gamma_b}{m^* \omega c^2} \right] \\
& + \left(\frac{\cos \omega t \sin \omega t + \omega t}{2\omega} \right) \left[\frac{\eta \gamma_b}{\omega} - \frac{e^2 E^2}{2m^* \omega^2} - \frac{\eta^2}{2m^* (\Gamma^2 - \omega^2)^2} \right] \\
& + \eta \left[\frac{\sin(\omega - \Gamma)t}{2(\omega - \Gamma)} + \frac{\sin(\omega + \Gamma)t}{2(\omega + \Gamma)} \right] \left[\frac{\eta}{m^* (\Gamma^2 - \omega^2)^2} - \frac{\gamma_b}{\omega} \right] \\
& - \frac{\eta}{2m^* (\Gamma^2 - \omega^2)^2} \left(\frac{\cos \Gamma t \sin \Gamma t + \Gamma t}{2\Gamma} \right), \tag{۹.۴}
\end{aligned}$$

$$u_2(t) = \frac{\eta}{\Gamma^2 - \omega^2} [\cos \Gamma t - \cos \omega t], \tag{۱۰.۴}$$

$$u_3(t) = \gamma_b \left[\sin \omega t - \frac{\Gamma}{\omega} \sin \Gamma t \right] = -\gamma_b \left[\frac{\Gamma}{\omega} \sin \Gamma t - \sin \omega t \right], \tag{۱۱.۴}$$

$$u_4(t) = \gamma_b \frac{\omega_c}{\omega} [\cos \Gamma t - \cos \omega t], \tag{۱۲.۴}$$

در اینجا $\omega_c = \frac{eB}{m^* c}$ و $\eta = \frac{eE}{\omega} \Gamma^2$ ، $\Gamma^2 = (\omega_c^2 + \omega^2)$ ، $\gamma_b = \frac{eE}{m^* (\Gamma^2 - \omega^2)}$ بسامد سیکلوترون است.

۳.۴ حالت الکترونی در حضور پتانسیل کاوشی

در این بخش، حالات الکترونی دستگاه در حضور یک پتانسیل کاوشی ضعیف، $V(x, y, t)$ ، با استفاده از نظریه اختلال وابسته به زمان در حل معادله (۲.۴) بدست خواهند آمد. ابتدا توابع موج، Φ ، در پایین ترین مرتبه اختلال V محاسبه خواهند شد.

سپس حالات الکترونی تحت تابش، با بکارگیری عملگر تبدیل یکانی روی توابع موج Φ بدست خواهند آمد، یعنی با محاسبه $U\Phi$. در غیاب اختلال ناشی از پتانسیل کاوشی، $V = 0$ ، جواب های معادله (۲.۴) ترازهای لاندائو، $\{\phi_{nk_y}\}$ ، هستند که با معادله زیر داده می شوند

$$\phi_{nk_y} = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ik_y y} \xi_n(x + x'_o) e^{-\frac{i}{\hbar} \epsilon_n t} \quad (13.4)$$

در این رابطه، $x'_o = \frac{\omega_c x_o}{\omega_o + \omega_c}$ ، $x_o = \frac{\hbar c}{eB} k_y$ ، L ابعاد نمونه و ϵ_n انرژی دستگاه است. ξ_n توابع موج نوسانگر هماهنگ خطی اند که به صورت زیر تعریف می شوند

$$\xi_n(x + x'_o) = \left(\frac{m^* \omega_o}{\pi \hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{\sqrt{2^n n!}}\right) H_n\left(\frac{x + x'_o}{a}\right) e^{-\frac{(x + x'_o)^2}{2a^2}} \quad (14.4)$$

در توابع موج ذکر شده ی فوق، H_n چند جمله ای هرمیت بوده و از رابطه زیر بدست می آیند

$$H_n(x + y) = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{(n-k)!k!} H_n(x) (2y)^{n-k} \quad (15.4)$$

با در نظر گرفتن یک اختلال ضعیف، می توان Φ را برای محاسبه ویژه حالات الکترونی به شکل زیر بسط داد

$$\Phi_{n'k'_y}(x, y, t) = \sum_{nk_y} [\delta_{n'n} \delta_{k'_y k_y} + a_{nk_y}(t)] e^{ik_y y} \xi_n(x + x_o) e^{-\frac{i}{\hbar} \epsilon_n t} \quad (16.4)$$

ضرایب $\{a_{nk_y}(t)\}$ را می توان از نظریه اختلال وابسته به زمان به دست آورد، و پتانسیل کاوشی که برای تعیین موقعیت الکترون ها در دستگاه مورد استفاده قرار می گیرد را به صورت زیر بیان نمود

$$V(x - u_3(t), y - u_5(t), t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int dq' e^{iq'_x(x - u_3(t))} e^{iq'_y(y - u_5(t))} \int d\Omega e^{i\Omega t} V(q', \Omega) \quad (17.4)$$

در اینجا $V(q, \Omega)$ و $V(q, t)$ از عبارات زیر به دست می آیند

$$V(q, \Omega) = \int dt e^{-i\Omega t} V(q, t)$$

$$V(q, t) = \int dr e^{-iq \cdot r} V(r, t)$$

با در نظر گرفتن معادله های (۱۱.۴) و (۱۲.۴) ، به سادگی می توان نشان داد

$$\exp \{-iq'_x u_{\text{r}}(t)\} \exp \{-iq'_y u_{\text{d}}(t)\} = \exp \left\{ iq'_x \gamma_b \left[\frac{\Gamma}{\omega} \sin \Gamma t - \sin \omega t \right] \right\} \exp \left\{ iq'_y \gamma_b \frac{\omega_c}{\omega} [\cos \omega t - \cos \Gamma t] \right\} \quad (۱۸.۴)$$

رابطه فوق می تواند به صورت زیر ساده سازی و باز تعریف شود

$$q'_x \frac{\Gamma}{\omega} \sin \Gamma t - q'_y \frac{\omega_c}{\omega} \cos \Gamma t = \frac{1}{\omega} \left(q'_x \Gamma^{\text{r}} - q'_y \omega_c^{\text{r}} \right)^{\frac{1}{\text{r}}} \sin(\Gamma t + \alpha_1) \quad (۱۹.۴)$$

$$-q'_x \sin \omega t + q'_y \frac{\omega_c}{\omega} \cos \omega t = -\frac{1}{\omega} \left(q'_x \omega^{\text{r}} - q'_y \omega_c^{\text{r}} \right)^{\frac{1}{\text{r}}} \sin(\omega t + \alpha_2) \quad (۲۰.۴)$$

در اینجا $\alpha_2 = \tan^{-1} \left(\frac{q'_y \omega_c}{q'_x \omega} \right)$ و $\alpha_1 = \tan^{-1} \left(\frac{q'_y \omega_c}{q'_x \Gamma} \right)$ است. در نتیجه رابطه زیر به دست می آید

$$\begin{aligned} \exp \{-iq'_x u_{\text{r}}(t)\} \exp \{-iq'_y u_{\text{d}}(t)\} &= \exp \left\{ i \left[\frac{\gamma_b}{\omega} (q'_x \Gamma^{\text{r}} - q'_y \omega_c^{\text{r}})^{\frac{1}{\text{r}}} \sin(\Gamma t + \alpha_1) \right] \right\} \\ &\times \exp \left\{ -i \left[\frac{\gamma_b}{\omega} (q'_x \omega^{\text{r}} - q'_y \omega_c^{\text{r}})^{\frac{1}{\text{r}}} \sin(\omega t + \alpha_2) \right] \right\} \end{aligned} \quad (۲۱.۴)$$

با استفاده از این تعاریف و تابع مولد برای توابع بسل نوع اول به صورت

$$e^{i\nu \sin x} = \sum_m J_m(\nu) e^{imx}$$

می توان پتانسیل کاوشی (۱۷.۴) را به صورت زیر بازنویسی کرد

$$V(x - u_3(t), y - u_5(t), t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int dq e^{iq_x x} e^{iq_y y} \int d\Omega e^{i\Omega t} V(q, \Omega) \sum_{m_1, m_2} e^{im_1(\Gamma t + \alpha_1)} e^{im_2(\omega t + \alpha_2)} \\ \times J_{m_1} \left[\frac{\gamma_b}{\omega} (q_x^\dagger \Gamma^\dagger - q_y^\dagger \omega_c^\dagger)^{\frac{1}{2}} \right] J_{m_2} \left[-\frac{\gamma_b}{\omega} (q_x^\dagger \omega^\dagger + q_y^\dagger \omega_c^\dagger)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (22.4)$$

با اعمال نظریه اختلال وابسته به زمان، $\{a_{nk_y}(t)\}$ تا مرتبه اول V به شکل زیر به دست می آیند

$$a_{n'k'_y} = -\frac{i}{\hbar} \int dx dy \int_{-\infty}^{t'} dt \phi_{n'k'_y}^*(x, y, t) V(x - u_3(t), y - u_5(t), t) \phi_{nk_y}(x, y, t) \quad (23.4)$$

با انتگرال گیری روی y ، و با استفاده از خواص نوسانگرهای هماهنگ و معرفی کردن تابع زیر

$$M_{n'n}(q_x, k_y) = \int dx \xi_{n'}^*(x + x'_o) e^{iq_x x} \xi_n(x + x'_o) \quad (24.4)$$

با جایگذاری تابع موج رابطه (۱۴.۴) در معادله فوق، داریم

$$M_{n'n}(q_x, k_y) = \left(\frac{m^* \omega_o}{\pi \hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2^n 2^{n'} n! n'!} \right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} dx H_{n'} \left(\frac{x + x'_o}{a} \right) e^{iq_x x} \\ \times e^{-\frac{(x+x'_o)^2}{a^2}} H_n \left(\frac{x + x'_o}{a} \right) \quad (25.4)$$

با استفاده از تغییر متغیر $x + x'_o = u$ داریم

$$x + x'_o = u \quad \implies \quad x = u - x'_o \quad \implies \quad dx = du$$

در نتیجه رابطه قبل به صورت زیر در می آید

$$\begin{aligned} M_{n'n}(q_x, k_y) &= \left(\frac{m^* \omega_0}{\pi \hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{n} \sqrt{n'} n! n'!}\right)^{\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} du H_{n'}\left(\frac{u}{a}\right) e^{iq_x(u-x')} e^{-\frac{u}{a}} H_n\left(\frac{u}{a}\right) \\ &= \left(\frac{m^* \omega_0}{\pi \hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{n} \sqrt{n'} n! n'!}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-iq_x x'} \int_{-\infty}^{+\infty} du H_{n'}\left(\frac{u}{a}\right) e^{iq_x u} e^{-\frac{u}{a}} H_n\left(\frac{u}{a}\right) \end{aligned} \quad (۲۶.۴)$$

که در آن

$$\exp\left\{\frac{-1}{a} \left[u - \frac{iq_x a}{2} + \left(\frac{iq_x a}{2}\right)^2 - \left(\frac{iq_x a}{2}\right)^2\right]\right\} = \exp\left\{\frac{-1}{a} \left(u - \frac{iq_x a}{2}\right)^2\right\} \exp\left\{\frac{-q_x^2 a^2}{4}\right\}$$

در نتیجه

$$\begin{aligned} M_{n'n}(q_x, k_y) &= \left(\frac{m^* \omega_0}{\pi \hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{n} \sqrt{n'} n! n'!}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-iq_x x'} e^{-\frac{q_x^2 a^2}{4}} \int_{-\infty}^{+\infty} du H_{n'}\left(\frac{u}{a}\right) e^{\frac{-1}{a} \left(u - \frac{iq_x a}{2}\right)^2} H_n\left(\frac{u}{a}\right) \\ &= \left(\frac{m^* \omega_0}{\pi \hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{n} \sqrt{n'} n! n'!}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-iq_x x'} e^{-\frac{q_x^2 a^2}{4}} \int du H_{n'}\left(\frac{u}{a} - \frac{iq_x a}{2} + \frac{iq_x a}{2}\right) \\ &\quad \times e^{-\left(\frac{u}{a} - \frac{iq_x a}{2}\right)^2} H_n\left(\frac{u}{a} - \frac{iq_x a}{2} + \frac{iq_x a}{2}\right) \end{aligned} \quad (۲۷.۴)$$

با استفاده از تغییر متغیر

$$z = \frac{u}{a} - \frac{iq_x a}{2} \quad \Rightarrow \quad dz = \frac{1}{a} du$$

داریم

$$M_{n'n}(q_x, k_y) = \left(\frac{m^* \omega_0 a^2}{\pi \hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{n} \sqrt{n'} n! n'!}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-iq_x x'} e^{-\frac{q_x^2 a^2}{4}} \int dz H_{n'}\left(z + \frac{iq_x a}{2}\right) e^{-z^2} H_n\left(z + \frac{iq_x a}{2}\right) \quad (۲۸.۴)$$

معادله فوق با استفاده از رابطه

$$H_n(x+y) = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{(n-k)!k!} H_n(x) (\sqrt{y})^{n-k}$$

به صورت زیر بیان می شود

$$\begin{aligned} M_{n'n}(q_x, k_y) &= \left(\frac{m^* \omega_0 a^2}{\pi \hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{n} \sqrt{n'} n! n'!} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-iq_x x_0'} e^{\frac{-q_x^2 a^2}{2}} \sum_{m'}^{n'} \frac{\sqrt{n'-m'} n!}{(n'-m')! m'!} \\ &\times \left(\frac{iq_x a}{\sqrt{2}} \right)^{n'-m'} \sum_{m=0}^n \frac{\sqrt{n-m} n!}{(n-m)! m!} \left(\frac{iq_x a}{\sqrt{2}} \right)^{n-m} \int_{-\infty}^{+\infty} dz H_{m'}(z) e^{-z^2} H_m(z) \end{aligned} \quad (29.4)$$

با استفاده از شرط راست هنجارش توابع هرمیت به صورت

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_m(x) e^{-x^2} H_n(x) dx = \sqrt{\pi} \sqrt{n!} \delta_{mn} \quad (30.4)$$

داریم

$$\begin{aligned} M_{n'n}(q_x, k_y) &= \left(\frac{m^* \omega_0 a^2}{\pi \hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{n} \sqrt{n'} n! n'!} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-iq_x x_0'} e^{\frac{-q_x^2 a^2}{2}} \sum_{m'}^{n'} \frac{\sqrt{n'-m'} n!}{(n'-m')! m'!} \\ &\times \left(\frac{iq_x a}{\sqrt{2}} \right)^{n'-m'} \sum_{m=0}^n \frac{\sqrt{n-m} n!}{(n-m)! m!} \left(\frac{iq_x a}{\sqrt{2}} \right)^{n-m} \sqrt{\pi} \sqrt{m'} m'! \delta_{m'm} \\ &= \left(\frac{m^* \omega_0 a^2}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{n} \sqrt{n'} n! n'!} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-iq_x x_0'} e^{\frac{-q_x^2 a^2}{2}} \sum_{m'}^{n'} \frac{\sqrt{n'-m'} n!}{(n'-m')! m'!} \\ &\times \left(\frac{iq_x a}{\sqrt{2}} \right)^{n'-m'} \sum_{m=0}^n \frac{\sqrt{n-m} n!}{(n-m)! m!} \left(\frac{iq_x a}{\sqrt{2}} \right)^{n-m} \delta_{m'm} \end{aligned} \quad (31.4)$$

برای زمانی که $n > n'$ باشد، فرض می شود که

$$n' - m = k \quad \Rightarrow \quad m = n' - k \quad \Rightarrow \quad n - m = n - n' + k$$

$$\begin{aligned} M_{n'n}(q_x, k_y) &= \left(\frac{m^* \omega_0 a^2}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{n} \sqrt{n'} n! n'!} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-iq_x x'} e^{\frac{-q_x^2 a^2}{2}} \left(\frac{\sqrt{n'} n!}{\sqrt{n} n'!} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &\times \left(\frac{iq_x a}{\sqrt{2}} \right)^{n'-m} L_{n'}^{n-n'} \left(\frac{q_x^2 a^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (32.4)$$

که در آن چند جمله ای لاگور به صورت زیر تعریف می شود

$$L_{n'}^{n-n'} \left(\frac{q_x^2 a^2}{2} \right) = \sum_{k=0}^{n'} \frac{n!}{(n-n'+k)! k!} \left(\frac{q_x^2 a^2}{2} \right)^k$$

برای زمانی که $n' > n$ باشد فرض می شود که

$$n - m = k \quad \Rightarrow \quad m = n - k \quad \Rightarrow \quad n' - m = n' - n + k$$

$$\begin{aligned} M_{n'n}(q_x, k_y) &= \left(\frac{m^* \omega_0 a^2}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{n} \sqrt{n'} n! n'!} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-iq_x x'} e^{\frac{-q_x^2 a^2}{2}} \left(\frac{\sqrt{n'} n!}{\sqrt{n} n'!} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &\times \left(\frac{iq_x a}{\sqrt{2}} \right)^{n'-n} L_n^{n'-n} \left(\frac{q_x^2 a^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (33.4)$$

با استفاده از نتایج بدست آمده از دو رابطه بالا، یک رابطه کلی به شکل زیر بیان خواهد شد

$$\begin{aligned} M_{n'n}(q_x, k_y) &= \left(\frac{m^* \omega_0 a^2}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{n_{<}} \sqrt{n_{>}} n_{<}! n_{>}!} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-iq_x x'} e^{\frac{-q_x^2 a^2}{2}} \left(\frac{\sqrt{n_{>}} n_{<}!}{\sqrt{n_{<}} n_{>}!} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &\times \left(\frac{iq_x a}{\sqrt{2}} \right)^{n_{>} - n_{<}} L_{n_{<}}^{n_{>} - n_{<}} \left(\frac{q_x^2 a^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (34.4)$$

با به کارگیری روابط بدست آمده می توان $\{a_{nk_y}(t)\}$ را به صورت زیر بازنویسی کرد

$$\begin{aligned}
 a_{n'k'_y}(t) = & \frac{1}{i\hbar(2\pi)^3} \int dq \int d\Omega V(q, \Omega) \sum_{m_\gamma, m_\gamma} e^{i(m_\gamma \alpha_\gamma + m_\gamma \alpha_\gamma)} \\
 & \times J_{m_\gamma} \left[\frac{\gamma_b}{\omega} (q_x^\gamma \Gamma^\gamma - q_y^\gamma \omega_c^\gamma)^{\frac{1}{2}} \right] J_{m_\gamma} \left[-\frac{\gamma_b}{\omega} (q_x^\gamma \omega^\gamma + q_y^\gamma \omega_c^\gamma)^{\frac{1}{2}} \right] \\
 & \times \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{\frac{i}{\hbar}(\epsilon_{n'} - \epsilon_n + \hbar m_\gamma \Gamma + \hbar m_\gamma \omega + \hbar \Omega)t} \frac{1}{L} \int dy e^{-i(k'_y - k_y - q_y)y} \\
 & \times \int dx \xi_{n'}^*(x + x'_o) e^{iq_x x} \xi_n(x + x'_o) \quad (35.4)
 \end{aligned}$$

که با کمی ساده سازی به صورت زیر در می آید

$$\begin{aligned}
 a_{n'k'_y}(t) = & \frac{-1}{(2\pi)^3} \int dq \int d\Omega V(q, \Omega) e^{i\Omega t} \delta_{k'_y, k_y + q_y} \\
 & \times \sum_{\{m\}} I(\{m\}, q_x, q_y) G_{nn'}(\Omega, \{m\}) E(\{m\}, t) e^{\frac{i}{\hbar}(\epsilon'_n - \epsilon_n)t} M_{n'n}(q_x, k_y) \quad (36.4)
 \end{aligned}$$

جایی که

$$\sum_{\{m\}} = \sum_{m_\gamma} \sum_{m_\gamma}$$

و کمیت های دیگر به صورت زیر معرفی می شوند

$$I(\{m\}, q_x, q_y) = e^{i(m_\gamma \alpha_\gamma + m_\gamma \alpha_\gamma)} J_{m_\gamma} \left[\frac{\gamma_b}{\omega} (q_x^\gamma \Gamma^\gamma - q_y^\gamma \omega_c^\gamma)^{\frac{1}{2}} \right] J_{m_\gamma} \left[-\frac{\gamma_b}{\omega} (q_x^\gamma \omega^\gamma + q_y^\gamma \omega_c^\gamma)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (37.4)$$

$$E(\{m\}, t) = e^{i(m_\gamma \Gamma + m_\gamma \omega)} \quad (38.4)$$

$$G_{n'n}(\Omega, \{m\}) = \frac{1}{\epsilon_{n'} - \epsilon_n + m_1 \hbar \Gamma + m_2 \hbar \omega + \hbar \Omega - i\eta t} \quad (\eta \rightarrow 0) \quad (39.4)$$

با جایگذاری ضریب اختلال $\{a_{nk_y}(t)\}$ بدست آمده در معادله (۱۶.۴)، تابع موج Φ با اختلال مرتبه اول V به شکل زیر در می آید

$$\begin{aligned} \Phi_{nk_y}(r, t) = & \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ik_y y} e^{-\frac{i}{\hbar} \epsilon_n t} \left[\xi_n(x + x'_0) - \frac{1}{(2\pi)^3} \int dq \int d\Omega V(q, \Omega) \right. \\ & \times \sum_{\{m\}} I(\{m\}, q_x, q_y) e^{i\Omega t} E(\{m\}, t) e^{iq_y y} \sum_{n'} \xi_{n'}(x + x'_0) M_{n'n}(q_x, k_y) G_{nn'}(\Omega, \{m\}) \left. \right] \end{aligned} \quad (40.4)$$

و حالت الکترونی $U\Phi$ با استفاده از تابع موج بدست آمده و عملگر تبدیل یکانی قابل محاسبه می باشد

$$\begin{aligned} U\Phi_{nk_y}(r, t) = & \exp\left[\frac{i}{\hbar} u_1(t)\right] \exp\left[\frac{i}{\hbar} u_2(t)x\right] \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ik_y[y-u_3(t)]} e^{-\frac{i}{\hbar} \epsilon_n t} \\ & \times \left[\xi_n(x + x'_0 - u_2(t)) - \frac{1}{(2\pi)^3} \int dq \int d\Omega V(q, \Omega) \sum_{\{m\}} I(\{m\}, q_x, q_y) E(\{m\}, t) \right. \\ & \times \sum_{n'} \xi_{n'}(x + x'_0 - u_2(t)) M_{n'n}(q_x, k_y) G_{nn'}(\Omega, \{m\}) e^{i\Omega t} e^{iq_y(y-u_3(t))} \left. \right] \end{aligned} \quad (41.4)$$

۴.۴ چگالی بار القایی

با بکارگیری تابع موج بدست آمده در بخش قبل، چگالی بار القایی ناشی از پاسخ سیستم به پتانسیل کاوشی با استفاده از رابطه زیر مورد محاسبه قرار می گیرد

$$\rho_{nk_y}(r, t) = -e \left[(U\Phi_{nk_y}(r, t))^* U\Phi_{nk_y}(r, t) - (U\phi_{nk_y}(r, t))^* U\phi_{nk_y}(r, t) \right] \quad (42.4)$$

که در مرتبه اول V ، به صورت زیر در می آید

$$\begin{aligned}
\rho_{nk_y}(r, t) = & \frac{e}{(\sqrt{\pi})^3} \frac{1}{L} \xi_n(x + x'_0 - u_{\text{r}}(t)) \int dq \int d\Omega \sum_{n'} \xi_{n'}(x + x'_0 - u_{\text{r}}(t)) \\
& \times \sum_{\{m\}} \left[I(\{m\}, q_x, q_y) V(q, \Omega) G_{nn'}(\Omega, \{m\}) M_{n'n}(q_x, k_y) e^{i\Omega t} E(\{m\}, t) e^{iq_y(y - u_{\Delta}(t))} \right. \\
& \left. + I^*(\{m\}, q_x, q_y) V^*(q, \Omega) G_{nn'}^*(\Omega, \{m\}) M_{n'n}^*(q_x, k_y) e^{-i\Omega t} E^*(\{m\}, t) e^{-iq_y(y - u_{\Delta}(t))} \right]
\end{aligned} \tag{۴۳.۴}$$

با استفاده از تبدیل فوریه $\rho_{nk_y}(q, t) = \int dr e^{-iq \cdot r} \rho_{nk_y}(r, t)$ داریم

$$\begin{aligned}
\rho_{nk_y}(q, t) = & \frac{e}{(\sqrt{\pi})^3} \int dq' \int d\Omega e^{-iq_x u_{\text{r}}(t)} \sum_{n'} \sum_{\{m\}} \left[I(\{m\}, q') V(q', \Omega) G_{nn'}(\Omega, \{m\}) \right. \\
& \times M_{n'n}(-q_x, k_y) M_{n'n}^*(-q'_x, k'_y) e^{i\Omega t} E(\{m\}, t) e^{-iq'_y u_{\Delta}(t)} \int dy e^{-i(q_y - q'_y)y} \\
& + I^*(\{m\}, q') V^*(q, \Omega) G_{nn'}^*(\Omega, \{m\}) M_{n'n}(-q_x, k_y) M_{n'n}^*(q'_x, k'_y) e^{-i\Omega t} \\
& \left. \times E^*(\{m\}, t) e^{iq'_y u_{\Delta}(t)} \int dy e^{-i(q_y + q'_y)y} \right]
\end{aligned} \tag{۴۴.۴}$$

برای ساده تر کردن معادله فوق باید تمام انتگرال های موجود در رابطه محاسبه گردد

$$\int dy e^{-i(q_y - q'_y)y} = \delta(q'_y - q_y)$$

$$\int dy e^{-i(q_y + q'_y)y} = \delta(q'_y + q_y)$$

$$\begin{aligned}
& \int dq'_x \left(\frac{m^* \omega_0 a^{\text{r}}}{\hbar} \right)^{\frac{1}{\text{r}}} e^{-\frac{q'_x a^{\text{r}}}{\text{r}}} \left(\frac{\text{r}^{n'} n!}{\text{r}^n n'!} \right)^{\frac{1}{\text{r}}} \left(\frac{iq'_x a}{\text{r}} \right)^{n-n'} L_n^{n-n'} \left(\frac{q'_x a^{\text{r}}}{\text{r}} \right) \int dk_y e^{-iq'_x \lambda k_y} \\
& = \frac{\text{r} \pi}{\lambda} \left(\frac{m^* \omega_0 a^{\text{r}}}{\hbar} \right)^{\frac{1}{\text{r}}} \left(\frac{\text{r}^{n'} n!}{\text{r}^n n'!} \right)^{\frac{1}{\text{r}}} \int dq'_x e^{-\frac{q'_x a^{\text{r}}}{\text{r}}} \left(\frac{iq'_x a}{\text{r}} \right)^{n-n'} L_n^{n-n'} \left(\frac{q'_x a^{\text{r}}}{\text{r}} \right) \delta(q'_x)
\end{aligned}$$

در صورتی که $n \neq n'$ باشد، انتگرال رابطه بالا صفر می شود، و زمانی که $n = n'$ باشد رابطه قبل به شکل زیر خواهد بود

$$\frac{\sqrt{\pi}}{\lambda} \left(\frac{m^* \omega_0 a^2}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \delta_{n',n}$$

با توجه به محاسبات انجام شده تابع چگالی بار القایی به صورت زیر در می آید

$$\begin{aligned} \rho_n(q, t) = & \frac{e}{(\sqrt{\pi})^2 \lambda} \left(\frac{m^* \omega_0 a^2}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \int d\Omega e^{-iq_y u_\Delta(t)} e^{-iq_x u_\Gamma(t)} V(q, \Omega) \sum_{n'} \delta_{n',n} \sum_{\{m\}} I(\{m\}, q) e^{i\Omega t} E(\{m\}, t) \\ & \times \left[\frac{1}{\epsilon_{n'} - \epsilon_n + m_\Gamma \hbar \Gamma + m_\Gamma \hbar \omega + \hbar \Omega - i\hbar \eta} - \frac{1}{\epsilon_{n'} - \epsilon_n - m_\Gamma \hbar \Gamma - m_\Gamma \hbar \omega - \hbar \Omega + i\hbar \eta} \right] \end{aligned} \quad (45.4)$$

می توان با به کار بردن این رابطه و تابع توزیع فرمی دیراک، f_n ، چگالی بار القایی کل سیستم را تعیین کرد

$$\rho(q, t) = \sum_n f_n \rho_n(q, t) \quad (46.4)$$

تابع توزیع فرمی دیراک به صورت زیر تعریف می شود

$$f_n = \left[\exp((\epsilon_n - \mu)/k_B T) + 1 \right]^{-1} \quad (47.4)$$

در اینجا k_B و μ به ترتیب ثابت بولتزمن و پتانسیل شیمیایی می باشند. با جایگذاری رابطه (45.4) در رابطه (46.4) چگالی کل به شکل زیر محاسبه می گردد

$$\rho(q, t) = -\frac{e}{\sqrt{\pi}} \int d\Omega V(q, \Omega) e^{i\Omega t} e^{-iq_y u_\Delta(t)} e^{-iq_x u_\Gamma(t)} \sum_{\{m\}} I(\{m\}, q) E(\{m\}, t) \Pi(\Omega, \{m\}) \quad (48.4)$$

در اینجا

$$\Pi(\Omega, \{m\}) = -\frac{1}{2\pi\lambda} \sum_{nn'} \left(\frac{m^* \omega \cdot a}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{f_n - (-1)^{m_1+m_2} f'_n}{\epsilon_{n'} - \epsilon_n + m_1 \hbar \Gamma + m_2 \hbar \omega + \hbar \Omega - i \hbar \eta} \right]$$

و

$$\sum_{\{m'\}} = \sum_{m'_1} \sum_{m'_2}$$

ابتدا می توان نوشت

$$e^{-iq_x u_2(t)} e^{-iq_y u_\Delta(t)} = \sum_{\{m'\}} I(\{m'\}, q) E(\{m'\}, t) \quad (49.4)$$

در نتیجه داریم

$$\rho(q, t) = -\frac{e}{2\pi} \int d\Omega V(q, \Omega) e^{i\Omega t} \sum_{\{m\}\{m'\}} I(\{m\}, q) I(\{m'\}, q) E(\{m\}, t) E(\{m'\}, t) \Pi(\Omega, \{m\}) \quad (50.4)$$

۵.۴ مدهای برانگیختگی جمعی

پتانسیل القایی $V_{ind}(q, \Omega) = -V_q \frac{\rho(q, \Omega)}{e}$ ، می تواند از تبدیل فوریه افت خیز (نوسان) چگالی بار به دست آید. صورت کلی چگالی بار نوسانی به فرم زیر می باشد

$$\rho(q, t) = \frac{1}{2\pi} \int d\Omega e^{i\Omega t} \rho(q, \Omega) \quad (51.4)$$

با مقایسه رابطه های (۵۰.۴) و (۵۱.۴)، به این نتیجه می رسیم که $(m'_1 \Gamma + m'_2 \omega) = -(m_1 \Gamma + m_2 \omega)$

است.

پس چگالی القایی کل سیستم به شکل زیر در می آید

$$\rho(q, \Omega) = -eV(q, \Omega) \sum_{\{m\}\{m'\}} I(\{m\}, q) I(\{m'\}, q) \Pi(\Omega, \{m\}) \delta_{\circ, s_{\{mm'\}}} \quad (52.4)$$

بنابراین، تبدیل فوریه پتانسیل القایی، $V_{ind}(q, \Omega)$ ، می تواند محاسبه شود

$$V_{ind}(q, \Omega) = V_q V(q, \Omega) \sum_{\{m\}\{m'\}} I(\{m\}, q) I(\{m'\}, q) \Pi(\Omega, \{m\}) \delta_{\circ, s_{\{mm'\}}} \quad (53.4)$$

جایی که

$$s_{\{mm'\}} = m_1 \Gamma + m_2 \omega + m'_1 \Gamma + m'_2 \omega$$

با در نظر گرفتن مؤلفه فوریه پتانسیل کل، $V(q, \Omega)$ ، تابع دی الکتریک $D(q, \Omega) = 1 - \frac{V_{ind}(q, \Omega)}{V(q, \Omega)}$ می تواند این گونه بیان شود

$$D(q, \Omega) = 1 - V_q \sum_{\{m\}\{m'\}} I(\{m\}, q) I(\{m'\}, q) \Pi(\Omega, \{m\}) \delta_{\circ, s_{\{m, m'\}}} \quad (54.4)$$

که در آن V_q تبدیل فوریه پتانسیل کولنی بوده و از رابطه زیر بدست می آید.

$$V_q = \frac{2\pi e^2}{q} \quad (55.4)$$

با بهره گیری از روابط فوق می توان تابع دی الکتریک را به شکل زیر بازنویسی کرد

$$\begin{aligned}
D(q, \Omega) = & 1 + \left(\frac{\gamma \pi e^2}{q} \right) \left(\frac{eB}{\gamma \pi \hbar c} \right) \left(\frac{m^* \omega_0 a^2}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\{m\}\{m'\}} \cos \left[(m_1 + m'_1) \alpha_1 + (m_2 + m'_2) \alpha_2 \right] \delta_{s, s_{\{mm'\}}} \\
& \times J_{m_1} \left[\frac{\gamma b}{\omega} (q_x^2 \Gamma^2 - q_y^2 \omega_c^2)^{\frac{1}{2}} \right] J_{m_2} \left[-\frac{\gamma b}{\omega} (q_x^2 \omega^2 + q_y^2 \omega_c^2)^{\frac{1}{2}} \right] \\
& \times J_{m'_1} \left[\frac{\gamma b}{\omega} (q_x^2 \Gamma^2 - q_y^2 \omega_c^2)^{\frac{1}{2}} \right] J_{m'_2} \left[-\frac{\gamma b}{\omega} (q_x^2 \omega^2 + q_y^2 \omega_c^2)^{\frac{1}{2}} \right] \\
& \times \left[\frac{f_n - (-1)^{m_1+m_2} f_n'}{(n' - n)\Gamma + m_1\Gamma + m_2\omega + \Omega - i\eta} \right] \quad (56.4)
\end{aligned}$$

برانگیزش های جمعی سیستم از حل معادله زیر تعیین می شوند

$$Re[D(q, \Omega)] = 0 \quad (57.4)$$

این معادله وابستگی ویژه فرکانس های مغناطو پلازما را به قدرت میدان مغناطیسی و بسامد و شدت تابش تراهتر نشان می دهد.

در این قسمت امتداد قطبش میدان الکتریکی در راستای محور y در نظر گرفته می شود و ضمن حل مسئله همانند روش ذکر شده در بخش قبل به محاسبه تابع دی الکتریک و برانگیزش های جمعی سیستم پرداخته می شود.

در اینجا جهت مؤلفه میدان الکتریکی وابسته به زمان لیزر، $E(t)$ ، و میدان مغناطیسی ایستا، B ، به ترتیب در جهت های y و z انتخاب شده اند. میدان لیزر با استفاده از میدان الکتریکی $E(t) = E \sin(\omega t) e_y$ و یا پتانسیل برداری $A_\gamma(t) = A(t) e_y = \frac{E c}{\omega} \cos(\omega t) e_y$ بیان می شود. پتانسیل برداری میدان مغناطیسی ایستا نیز به صورت $A_b = B x e_y$ تعریف می شود. در اینجا همانند بخش قبل دستگاه مورد نظر با یک پتانسیل سهمی وار با فرکانس ω در جهت x محدود شده است. برای یافتن چگالی بار القایی، پاسخ سیستم به یک پتانسیل کاوشی ضعیف $V(x, y, t)$ در نظر گرفته می شود. هامیلتونی به صورت زیر نوشته می شود

$$H = \frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{1}{2m^*} \left(p_y + \frac{e}{c} B x + \frac{e}{c} A_\gamma \right)^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_\circ^2 x^2 \quad (58.4)$$

با استفاده از تبدیل یکانی $\Psi(t) = U(t) \Phi(t)$ که چگالی بار را تغییر نمی دهد $|\Psi|^2 = |U \Phi|^2$ ، معادله شرودینگر برای حالت $\Psi(r, t)$ می تواند تبدیل یافته ی یک معادله برای حالت $\Phi(r, t)$ بدون ترم $A(t)$ باشد یعنی

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi(t) = \left\{ H_\circ + V \left[x - u_\gamma(t), y - u_\delta(t) \right] \right\} \Phi(t) \quad (59.4)$$

در اینجا

$$H_\circ = \frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{1}{2m^*} \left(p_y + \frac{e}{c} B x \right)^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_\circ^2 x^2 \quad (60.4)$$

عملگر یکانی در تبدیل ذکر شده به صورت زیر تعریف شده است

$$U(t) = \exp\left[\frac{i}{\hbar} u_\gamma(t)\right] \exp\left[\frac{i}{\hbar} u_\gamma(t) x\right] \exp\left[\frac{i}{\hbar} u_\gamma(t) p_x\right] \exp\left[\frac{i}{\hbar} u_\delta(t) p_y\right] \quad (61.4)$$

که به معادلات دیفرانسیل زیر منجر می شود

$$\dot{u}_1 - \dot{u}_2 u_3 = -\frac{1}{2m^*} \left[\frac{eB}{c} u_3 - \frac{eA}{c} \right]^2 - \frac{u_2^2}{2m^*} - \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 u_3^2 \quad (62.4)$$

$$\dot{u}_2 = m^* u_3 (\omega_c^2 + \omega_o^2) - \frac{eA}{c} \omega_c \quad (63.4)$$

$$\dot{u}_3 = -\frac{u_2}{m^*} \quad (64.4)$$

$$\dot{u}_5 = \omega_c \left(u_3 - \frac{A}{B} \right) \quad (65.4)$$

در اینجا $\Gamma^2 = (\omega_c^2 + \omega_o^2)$ و $\omega_c = \frac{eB}{m^*c}$ می باشند.

با استفاده از شرایط اولیه $u_1(0) = u_2(0) = u_3(0) = u_5(0) = 0$ حل این معادلات به شکل زیر می باشد

$$\begin{aligned} u_1(t) = & -\frac{\omega_c^2}{\omega^2} \left(\frac{\sin \omega t \cos \omega t + \omega t}{2\omega} \right) \left[\gamma_b \Gamma^2 eE - \frac{e^2 E^2}{2m^*} - \frac{\gamma_b^2 m^* \Gamma^2}{2} \right] \\ & + \frac{\Gamma \gamma_b \omega_c^2}{\omega^2} \sin \omega t \sin \Gamma t \left[\gamma_b m^* \Gamma^2 - eE \right] \\ & + \frac{\gamma_b \omega_c^2}{\omega^2} \cos^2 \omega t \left[\gamma_b m^* \Gamma^2 - eE - \frac{\gamma_b e^2 B^2}{2m^* c^2} - \frac{\gamma_b m^* \omega_o^2}{2} - \frac{e^2 E^2}{2m^* \omega_c^2 \gamma_b} + \frac{e^2 EB}{m^* \omega_c c} \right] \\ & + \frac{\gamma_b^2 \omega_c^2}{\omega^2} \left(\frac{\cos \Gamma t \sin \Gamma t + \Gamma t}{2\Gamma} \right) \left[m^* \Gamma^2 - \frac{e^2 B^2}{2m^* c^2} - \frac{m^* \omega_o^2}{2} \right] \\ & + \frac{\gamma_b \omega_c^2}{\omega^2} \left[\frac{\sin(\omega - \Gamma)t}{2(\omega - \Gamma)} + \frac{\sin(\omega + \Gamma)t}{2(\omega + \Gamma)} \right] \left[-2\gamma_b m^* \Gamma^2 + eE + \frac{\gamma_b e^2 B^2}{m^* c^2} + \frac{m^* \omega_o^2 \omega}{\omega_c} - \frac{e^2 EB}{m^* \omega_c c} \right] \\ & + \gamma_b \frac{m^* \Gamma^2 \omega_c^2}{2\omega^2} \left(\frac{\sin \Gamma t \cos \Gamma t + \Gamma t}{2\Gamma} \right) \end{aligned} \quad (66.4)$$

$$u_2(t) = \gamma_b \frac{m^* \omega_c \Gamma^2}{\omega} \left(\frac{1}{\omega} \sin \omega t - \frac{1}{\Gamma} \sin \Gamma t \right) - \frac{e E \omega_c}{\omega^2} \sin \omega t \quad (۶۷.۴)$$

$$u_3(t) = \gamma_b \frac{\omega_c}{\omega} \left(\cos \omega t - \cos \Gamma t \right) \quad (۶۸.۴)$$

$$u_5(t) = \gamma_b \frac{\omega_c^2}{\omega} \left(\frac{1}{\omega} \sin \omega t - \frac{1}{\Gamma} \sin \Gamma t \right) - \frac{E c \omega_c}{\omega^2 B} \sin \omega t \quad (۶۹.۴)$$

در معادلات بدست آمده Γ^2 و γ_b و ω_c همان روابط تعریف شده در بخش قبل می باشد. در مرحله بعد که حالت الکترونی دستگاه در حضور یک اختلال ضعیف بررسی می شود همانند بخش گذشته تابع موج برای کمترین مرتبه اختلال محاسبه و سپس حالت الکترونی با استفاده از عملگر تبدیل یکانی روی تابع موج یعنی محاسبه $U\Phi$ ، انجام شده است. تابع موج کنونی دستگاه Φ همانند رابطه (۱۶.۴) بدست آمده و پتانسیل کاوشی که برای تعیین موقعیت الکترون ها در دستگاه مورد استفاده قرار می گیرد به وسیله رابطه (۱۷.۴) و با جایگذاری معادلات بدست آمده برای $u_3(t)$ و $u_5(t)$ محاسبه می شود. در اینجا با استفاده از معادلات بدست آمده برای $u_3(t)$ و $u_5(t)$ داریم

$$\begin{aligned} \exp \{ -i q'_x u_3(t) \} \exp \{ -i q'_y u_5(t) \} &= \exp \left\{ i q'_y \left[\gamma_b \frac{\omega_c^2}{\omega} \left(\frac{1}{\Gamma} \sin \Gamma t - \frac{1}{\omega} \sin \omega t \right) + \frac{E c \omega_c}{\omega^2 B} \sin \omega t \right] \right\} \\ &\times \exp \left\{ i q'_x \gamma_b \frac{\omega_c}{\omega} [\cos \Gamma t - \cos \omega t] \right\} \end{aligned} \quad (۷۰.۴)$$

در نتیجه بدست می آید

$$q'_x \frac{\omega_c}{\omega} \cos \Gamma t + q'_y \frac{\omega_c^2}{\omega \Gamma} \sin \Gamma t = \frac{\omega_c}{\omega} \left(q'_x + q'_y \frac{\omega_c^2}{\Gamma^2} \right)^{\frac{1}{2}} \sin(\Gamma t + \alpha_1) \quad (۷۱.۴)$$

$$-q'_x \frac{\omega_c}{\omega} \cos \omega t + q'_y \frac{\omega_c}{\omega} \left(\frac{E c}{\omega B \gamma_b} - \frac{\omega_c}{\omega} \right) \sin \omega t = -\frac{\omega_c}{\omega} \left(q'_x - q'_y S^2 \right)^{\frac{1}{2}} \sin(\omega t + \alpha_2) \quad (۷۲.۴)$$

در اینجا $\alpha_1 = \tan^{-1} \left(\frac{q'_x \Gamma}{q'_y \omega_c} \right)$ ، $\alpha_2 = \tan^{-1} \left(\frac{q'_x}{q'_y S} \right)$ و $S = \left(\frac{Ec}{\omega B \gamma_b} - \frac{\omega_c}{\omega} \right)$ می باشد.

پس رابطه (۷۰.۴) به شکل زیر در می آید

$$\begin{aligned} \exp \{ -iq'_x u_3(t) \} \exp \{ -iq'_y u_5(t) \} &= \exp \left\{ i \left[\gamma_b \frac{\omega_c}{\omega \Gamma} (q'_x \Gamma^2 + q'_y \omega_c^2)^{\frac{1}{2}} \sin(\Gamma t + \alpha_1) \right] \right\} \\ &\times \exp \left\{ -i \left[\gamma_b \frac{\omega_c}{\omega} (q'_x - q'_y S^2)^{\frac{1}{2}} \sin(\omega t + \alpha_2) \right] \right\} \end{aligned}$$

با استفاده از روابط بدست آمده و تابع بسل نوع اول

$$e^{i\nu \sin x} = \sum_m J_m(\nu) e^{imx} \quad (۷۳.۴)$$

می توان پتانسیل کاوشی را به صورت زیر بیان کرد

$$\begin{aligned} V(x - u_3(t), y - u_5(t), t) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int dq e^{iq_x x} e^{iq_y y} \int d\Omega e^{i\Omega t} V(q, \Omega) \sum_{m_1, m_2} e^{im_1(\Gamma t + \alpha_1)} \\ &\times e^{im_2(\omega t + \alpha_2)} J_{m_1} \left[\gamma_b \frac{\omega_c}{\omega \Gamma} (q'_x \Gamma^2 + q'_y \omega_c^2)^{\frac{1}{2}} \right] J_{m_2} \left[-\gamma_b \frac{\omega_c}{\omega} (q'_x - q'_y S^2)^{\frac{1}{2}} \right] \end{aligned} \quad (۷۴.۴)$$

در اینجا ضرایب اختلال مرتبه اول وابسته به زمان $\{a_{n'k'_y}(t)\}$ نیز مانند رابطه (۲۳.۴) تعریف می شوند

و ضریب $M_{n'n}(q_x, k_y)$ نیز مانند بخش قبل معرفی و ساده می شوند.

با استفاده از روابط بدست آمده می توان $\{a_{n'k'_y}\}$ را به شکل زیر بازنویسی کرد

$$\begin{aligned}
a_{n'k'_y}(t) = & \frac{1}{i\hbar(\pi)^3} \int dq \int d\Omega V(q, \Omega) \sum_{m_\gamma, m_\gamma} e^{i(m_\gamma \alpha_\gamma + m_\gamma \alpha_\gamma)} \\
& \times J_{m_\gamma} \left[\gamma_b \frac{\omega_c}{\omega \Gamma} (q_x^\gamma \Gamma^\gamma + q_y^\gamma \omega_c^\gamma)^\dagger \right] J_{m_\gamma} \left[-\gamma_b \frac{\omega_c}{\omega} (q_x^\gamma - q_y^\gamma S^\gamma)^\dagger \right] \\
& \times \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{\frac{i}{\hbar}(\epsilon_{n'} - \epsilon_n + \hbar m_\gamma \Gamma + \hbar m_\gamma \omega + \hbar \Omega)t} \frac{1}{L} \int dy e^{-i(k'_y - k_y - q_y)y} \\
& \times \int dx \xi_{n'}^*(x + x'_o) e^{iq_x x} \xi_n(x + x'_o)
\end{aligned} \quad (۷۵.۴)$$

که به صورت زیر در می آید

$$\begin{aligned}
a_{n'k'_y}(t) = & \frac{-1}{(\pi)^3} \int dq \int d\Omega V(q, \Omega) e^{i\Omega t} \delta_{k'_y, k_y + q_y} \\
& \times \sum_{\{m\}} I(\{m\}, q_x, q_y) G_{nn'}(\Omega, \{m\}) E(\{m\}, t) e^{\frac{i}{\hbar}(\epsilon_{n'} - \epsilon_n)t} M_{n'n}(q_x, k_y)
\end{aligned} \quad (۷۶.۴)$$

در این رابطه

$$I(\{m\}, q_x, q_y) = e^{i(m_\gamma \alpha_\gamma + m_\gamma \alpha_\gamma)} J_{m_\gamma} \left[\gamma_b \frac{\omega_c}{\omega \Gamma} (q_x^\gamma \Gamma^\gamma + q_y^\gamma \omega_c^\gamma)^\dagger \right] J_{m_\gamma} \left[-\gamma_b \frac{\omega_c}{\omega} (q_x^\gamma - q_y^\gamma S^\gamma)^\dagger \right] \quad (۷۷.۴)$$

$G_{nn'}(\Omega, \{m\})$ و $E(\{m\}, t)$ به همان شکل رابطه های (۳۸.۴) و (۳۹.۴) می باشند. در اینجا تابع موج Φ همانند رابطه (۴۰.۴) محاسبه می شود و حالت الکترونی $U\Phi$ با بکارگیری رابطه تابع موج بدست آمده و عملگر تبدیل یکانی به شکل زیر تعریف می شود

$$\begin{aligned}
U\Phi_{nk_y}(r, t) = & \exp\left[\frac{i}{\hbar}u_\gamma(t)\right] \exp\left[\frac{i}{\hbar}u_\gamma(t)x\right] \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ik_y[y - u_\Delta(t)]} e^{-\frac{i}{\hbar}\epsilon_n t} \\
& \times \left[\xi_n(x + x'_o - u_\gamma(t)) - \frac{1}{(\pi)^3} \int dq \int d\Omega V(q, \Omega) \sum_{\{m\}} I(\{m\}, q_x, q_y) E(\{m\}, t) \right. \\
& \times \left. \sum_{n'} \xi_{n'}(x + x'_o - u_\gamma(t)) M_{n'n}(q_x, k_y) G_{nn'}(\Omega, \{m\}) e^{i\Omega t} e^{iq_y(y - u_\Delta(t))} \right]
\end{aligned} \quad (۷۸.۴)$$

در این مرحله، چگالی بار القایی ناشی از پاسخ دستگاه به پتانسیل کاوشی همانند رابطه (۴۲.۴) مورد بررسی قرار می گیرد، که برای اختلال مرتبه اول به همان شکل معادله (۴۳.۴) در می آید. با به کارگیری تبدیل فوریه

$$\rho_{nk_y}(q, t) = \int dr e^{-iq \cdot r} \rho_{nk_y}(r, t)$$

در نهایت چگالی بار القایی همانند معادله (۴۵.۴) بدست می آید. با استفاده از رابطه بدست آمده برای چگالی بار القایی و تابع توزیع فرمی دیراک، f_n ، چگالی بار القایی کل دستگاه را می توان به صورت رابطه (۵۰.۴) محاسبه کرد. که در آن $\Pi(\Omega, \{m\})$ همانند رابطه بیان شده در بخش قبل می باشد.

در اینجا پتانسیل القایی به صورت $V_{ind}(q, \Omega) = -V_q \frac{\rho(q, \Omega)}{e}$ تعریف می شود که شکل کلی چگالی بار نوسانی همانند رابطه (۵۱.۴) بوده و با جایگذاری در رابطه پتانسیل القایی در نهایت همان رابطه (۵۳.۴) بدست می آید.

با در نظر گرفتن مؤلفه فوریه پتانسیل کل، $V(q, \Omega)$ ، تابع دی الکتریک $D(q, \Omega) = 1 - \frac{V_{ind}(q, \Omega)}{V(q, \Omega)}$ به صورت معادله (۵۴.۴) بدست می آید.

که با جایگذاری رابطه پتانسیل القایی و پتانسیل کولنی، در نهایت تابع دی الکتریک به شکل زیر در می آید

$$\begin{aligned} D(q, \Omega) = 1 + & \left(\frac{2\pi e^2}{q} \right) \left(\frac{eB}{2\pi\hbar c} \right) \left(\frac{m^* \omega_c a^2}{\hbar} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{\{m\}\{m'\}} \cos \left[(m_1 + m'_1) \alpha_1 + (m_2 + m'_2) \alpha_2 \right] \delta_{s, s_{\{mm'\}}} \\ & \times J_{m_1} \left[\gamma_b \frac{\omega_c}{\omega \Gamma} (q_x^2 \Gamma^2 + q_y^2 \omega_c^2)^{\frac{1}{2}} \right] J_{m_2} \left[-\gamma_b \frac{\omega_c}{\omega} (q_x^2 - q_y^2 S^2)^{\frac{1}{2}} \right] \\ & \times J_{m'_1} \left[\gamma_b \frac{\omega_c}{\omega \Gamma} (q_x^2 \Gamma^2 + q_y^2 \omega_c^2)^{\frac{1}{2}} \right] J_{m'_2} \left[-\gamma_b \frac{\omega_c}{\omega} (q_x^2 - q_y^2 S^2)^{\frac{1}{2}} \right] \\ & \times \sum_{nn'} \left[\frac{f_n - (-1)^{m_1+m_2} f_n'}{(n' - n)\Gamma + m_1\Gamma + m_2\omega + \Omega - i\eta} \right] \end{aligned} \quad (79.4)$$

که در اینجا نیز برانگیزش های جمعی سیستم بوسیله حل معادله زیر تعیین می شوند

$$Re[D(q, \Omega)] = 0. \quad (۸۰.۴)$$

فصل ۵

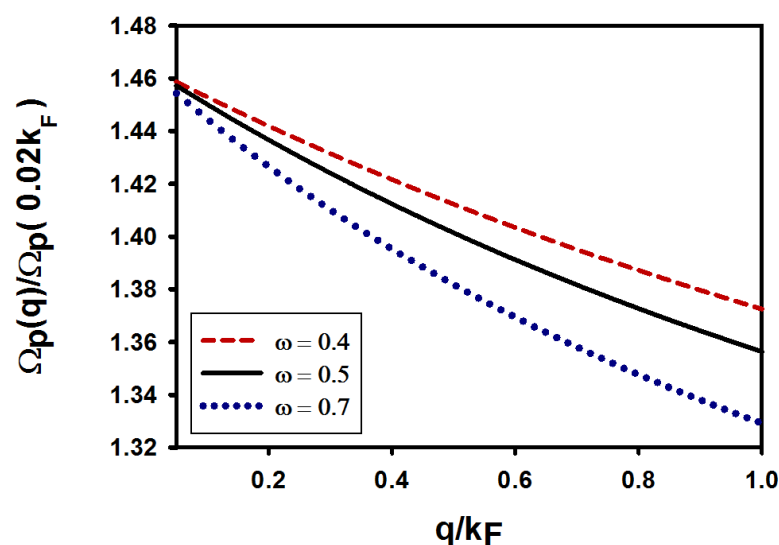
بحث و نتیجه گیری

در این قسمت، نتایج به دست آمده برای زمانی است که تابش در جهت محور x و پتانسیل محدود کننده نیز در امتداد محور x می باشد. در اینجا کاهش اثر جفت شدگی الکترون- فوتون و به عبارتی کاهش قابلیت حرکت الکترونی را سبب می شود، به همین جهت در تمامی نتایج مربوطه آهنگ تغییرات محسوس در فرکانس پلاسما با تغییر در متغیرهای تابشی زیاد نیستند.

برای دستگاه کنونی، بسامد مگنتو پلاسما به شدت وابسته به بسامد و شدت میدان لیزر می باشد. با استفاده از معادلات (۵۶.۴) و (۵۷.۴)، مدهای برانگیختگی جمعی دستگاه گاز الکترونی دو بعدی تحت تابش شدید تراهرتز در میدان مغناطیسی ایستای یکنواخت را بدست می آوریم.

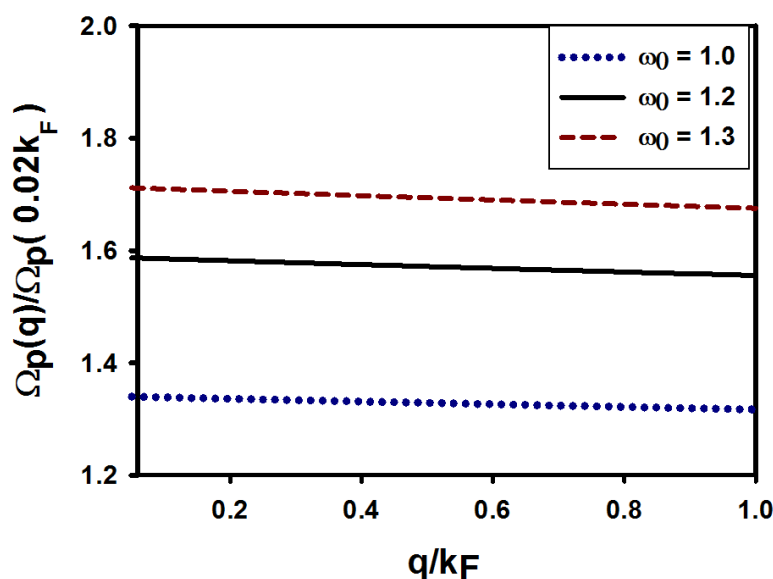
در اینجا برخی محاسبات عددی بسامدهای مگنتو پلاسمون برای یک سیم کوانتومی دو بعدی GaAs را نمایش می دهیم. این محاسبات عددی برای کمیت های $m^* = 0.067m_e$ ، $\epsilon_F = 11\text{meV}$ ، $q_x = q_y = \frac{q}{\sqrt{2}}$ ، $r_s = \frac{m^*e^2}{\hbar^2 k_F}$ انجام شده است.

در اینجا دامنه وابسته به میدان لیزری به وسیله کمیت بدون بعد $R(E) = \frac{ek_F E}{m^* \omega_c}$ تعیین می شود. شکل (۱۰۵) تغییر در پاشندگی مگنتو پلاسمای بهنجار یک تابع بردار موج الکترون برای بسامدهای مختلف لیزر $\omega = 0.4$ ، $\omega = 0.5$ و $\omega = 0.7$ را نشان می دهد. تغییر در بسامد پلاسما ناشی از افزایش نسبی در قدرت جفت شدگی الکترون فوتون به سبب افزایش در بردار موج الکترون و دخالت جفت شدگی های مرتبه بالاتر الکترون- فوتونی است. در بردارهای موج کوچکتر بستگی قدرت جفت شدگی الکترون- فوتون به فرکانس تابش کمتر و در بردارهای موج بزرگتر بیشتر است.



شکل ۱۰۵: پاشندگی مگنتو پلاسما براساس تغییرات بردار موج برای بسامدهای مختلف لیزر

شکل (۲.۵) تغییر در بسامد مگنتو پلاسمای بهنجار شده در یک تابع بردار موج الکترون برای بسامدهای نوسانی مختلف $\omega_0 = 1/2$ ، $\omega_0 = 1/3$ و $\omega_0 = 1$ را در بسامد لیزر $\omega = 1$ و $R(E) = 1/5$ نشان می دهد. با تغییر ω_0 نتایج بدست آمده مشابه هم می باشد تنها یک جابجایی در پاشندگی مگنتو پلاسمون رخ می دهد، که ناشی از جفت شدگی نسبی قوی تر در فرکانس تابش پایین تر در سیستم است.

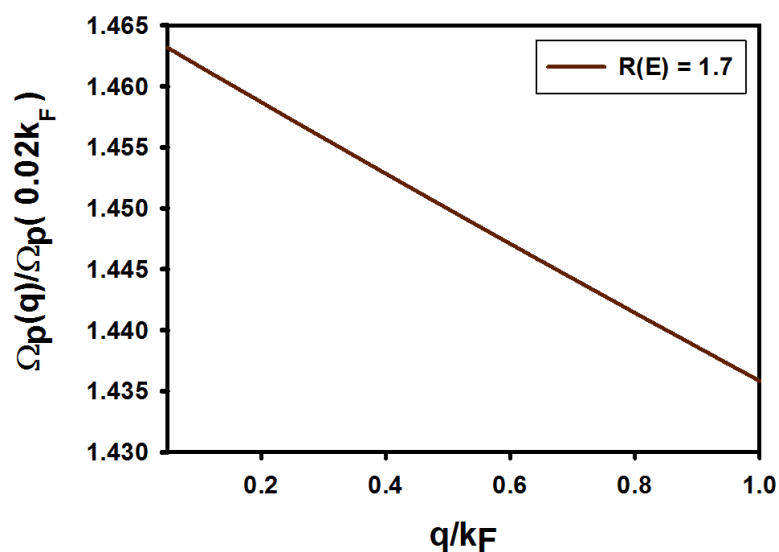


شکل ۲.۵: پاشندگی پلاسمای در برابر تغییرات بردار موج الکترون برای بسامدهای مختلف نوسانی

شکل (۳.۵) تغییر در پاشندگی پلاسمای بهنجار شده در یک تابع بردار موج الکترون برای شدت های میدان لیزر متفاوت را نشان می دهد، برای زمانی که بسامد لیزر $\omega = 1$ می باشد. با کاهش در بسامد مگنتو پلاسمای، افزایش کم در جفت شدگی الکترون فوتون ناشی از افزایش بردار موج الکترون است. برای دیگر مقادیر $R(E)$ نتایج مشابه $R(E) = 1/7$ می باشد، در نتیجه به واسطه اینکه جفت شدگی الکترون- فوتون کم می باشد، فرکانس پلاسمای به تغییرات $R(E)$ حساس نیست.

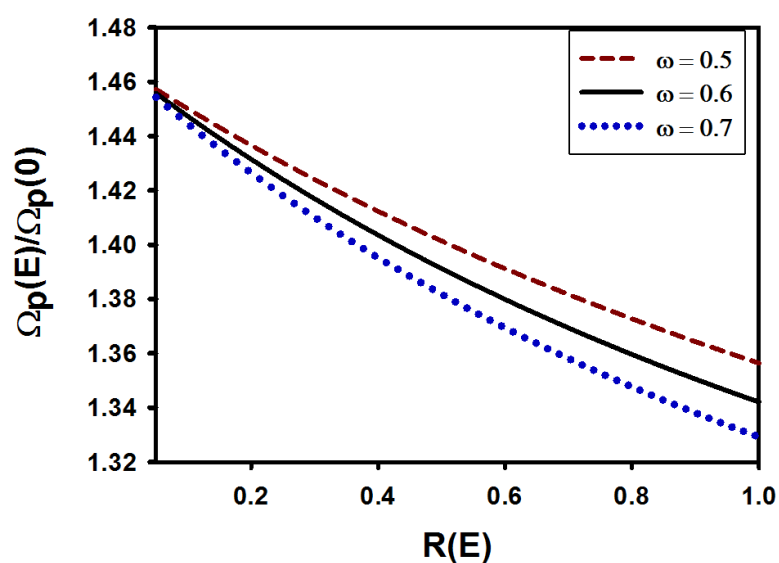
شکل (۴.۵) تغییر در پاشندگی مگنتو پلاسمای بهنجار شده در یک شدت تابش برای بسامدهای مختلف لیزر $\omega = 1/5$ ، $\omega = 1/6$ و $\omega = 1/7$ را نشان می دهد. تغییر در بسامد پلاسمای ناشی از افزایش در قدرت جفت شدگی الکترون فوتون به سبب افزایش در شدت میدان تابشی لیزر است. که در مقادیر بزرگتر بردار موج الکترون به جهت ماهیت ضعیف بودن جفت شدگی آهنگ تغییرات کم است.

شکل (۵.۵) تغییر در بسامد مگنتو پلاسمای بهنجار شده در یک شدت تابش برای بردار موج الکترون

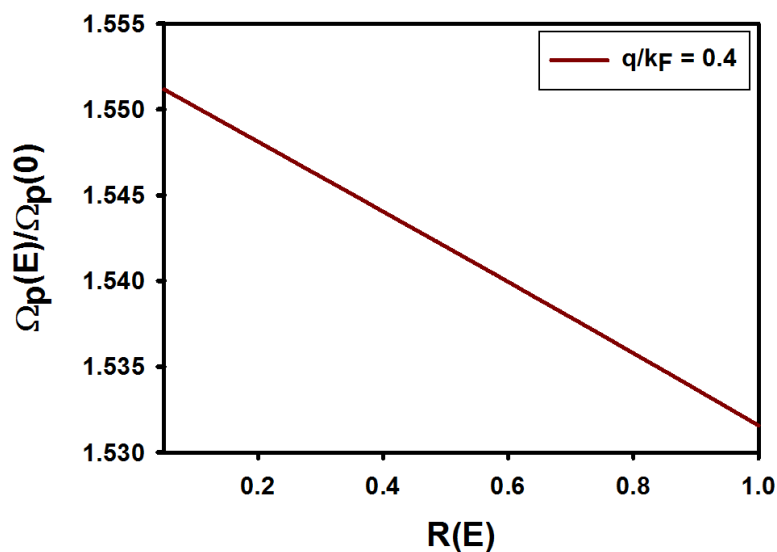


شکل ۳.۵: پاشندگی پلاسما براساس تغییرات بردار موج برای شدت های متفاوت تابش لیزر

با بسامد لیزر $\omega = 0.1$ و بسامد سیکلوترون $\omega_c = 0.5$ رسم شده است. برای بردار موج $q = 0.4k_F$ های الکترون مختلف نتایج بدست آمده مشابه می باشد. همانطور که مشاهده می شود با افزایش شدت تابش، بسامد مگنتو پلاسما کاهش می یابد و جفت شدگی الکترون فوتون به سبب افزایش شدت میدان لیزر افزایش نسبی می یابد

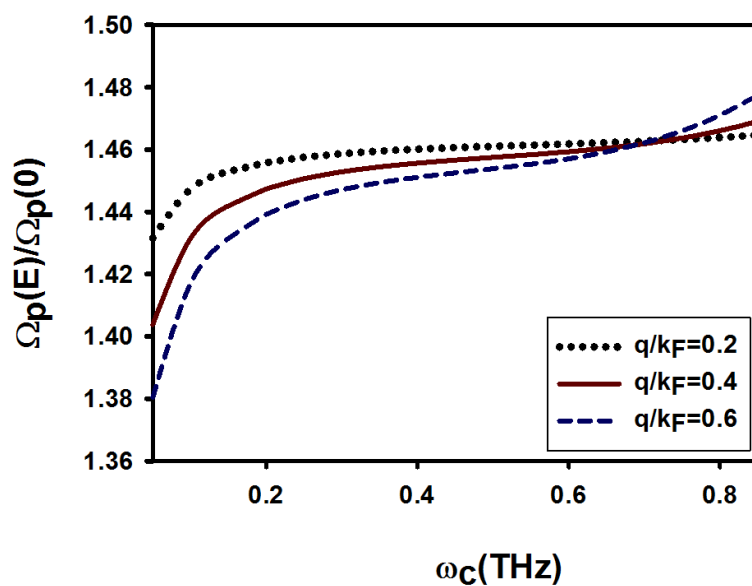


شکل ۴.۵: پاشندگی مگنتو پلاسما براساس تغییرات شدت میدان لیزر برای بسامدهای مختلف لیزر



شکل ۵.۵: پاشندگی مگنتو پلازما براساس تغییرات شدت میدان لیزر برای اعداد موج الکترون متفاوت

شکل (۶.۵) تغییر در بسامد مگنتو پلاسمای بهنجار با تغییر در شدت میدان مغناطیسی برای اعداد موج الکترون مختلف را نشان می دهد که این دو محدوده مختلف مطابق با جفت شدگی های قوی و ضعیف بین میدان لیزر و مگنتو پلازما را نمایش می دهد. در میدان های مغناطیسی ضعیف، ω_c کوچک، تغییرات عمدتاً ناشی از جفت شدگی های الکترون- فوتون می باشد که مقدار نسبی آنها در

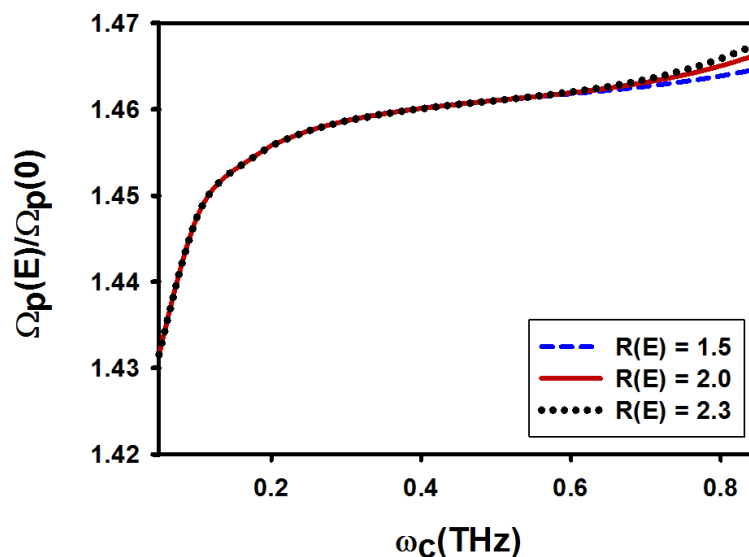


شکل ۶.۵: بسامد پلازما در برابر قدرت میدان مغناطیسی برای اعداد موج الکترون مختلف

بردارهای موج کوچک تر بیشتر است.

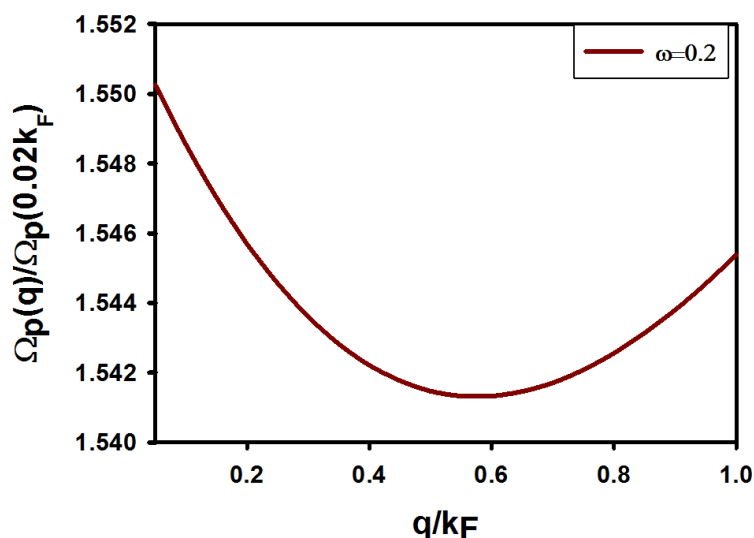
در میدان های مغناطیسی بالاتر جفت شدگی با نوسانات مغناطیسی نقش مهم تری دارند. تغییرات مشاهده شده در فرکانس مگنتو پلاسما مؤید حضور این دو رژیم متفاوت می باشد.

شکل (۷.۵) تغییر در پاشندگی مگنتو پلاسمای بهنجار شده یک میدان مغناطیسی برای شدت های مختلف میدان لیزر $R(E) = 1.5$ ، $R(E) = 2.0$ و $R(E) = 2.3$ را نشان می دهد. در اینجا نیز جفت شدگی قوی و ضعیف در میدان مغناطیسی و بسامد مگنتو پلاسما مشاهده می شود. در بردارهای موج کوچک تغییرات عمدتاً ناشی از جفت شدگی های الکترون- فوتون بوده و چون این جفت شدگی ها به دلیل حضور محدودیت فضایی قدرت بسیاری ندارند، لذا تغییر شدت تابش اثر چندانی در آهنگ تغییر فرکانس پلاسما ندارد. در بردارهای موج بزرگتر نوسانات مغناطیسی مهم می باشند، تغییراتی که در اینجا مشاهده می شود به خاطر میدان الکتریکی تابشی لیزر نیست، بلکه به علت تغییر در میدان مغناطیسی می باشد.



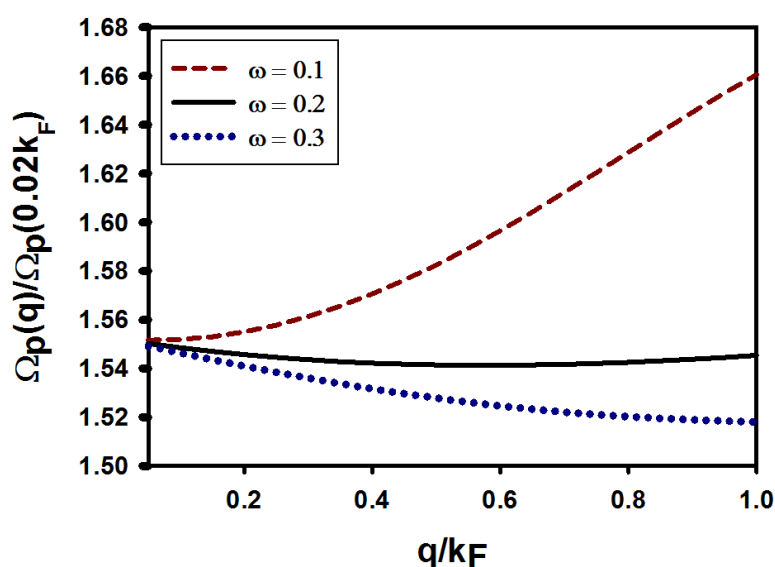
شکل ۷.۵: بسامد پلاسما در برابر قدرت میدان مغناطیسی برای شدت های متفاوت تابش لیزر

در اینجا نمودارهای رسم شده برای زمانی است که میدان الکتریکی تابش در جهت محور y و پتانسیل محدود کننده در امتداد محور x می باشد.



شکل ۸.۵: پاشندگی مگنتو پلاسما در برابر تغییرات بردار موج برای بسامد $\omega = 0.2$ لیزر

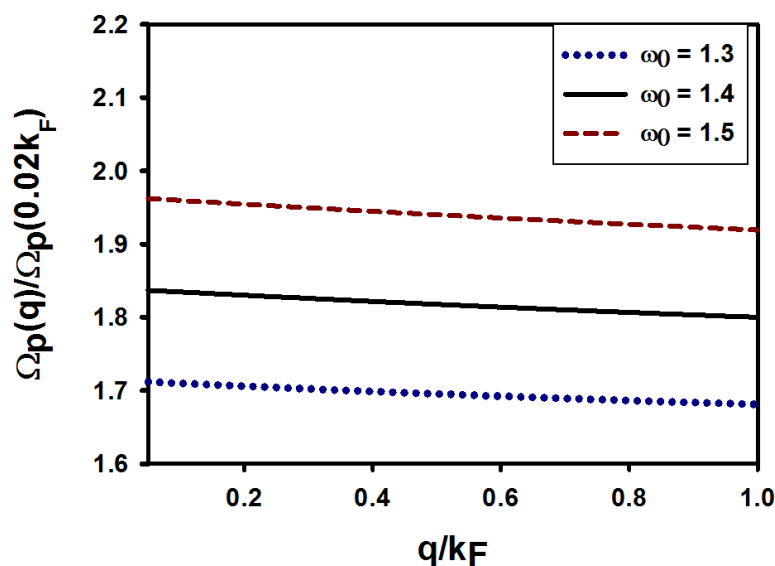
شکل (۸.۵) و (۹.۵) تغییر در پاشندگی مگنتو پلاسما بهنجار شده یک تابع بردار موج الکترون برای بسامدهای مختلف لیزر $\omega = 0.1$ ، $\omega = 0.2$ و $\omega = 0.3$ را نشان می دهد، زمانی که بسامد سیکلوترون $\omega_c = 0.5$ است. در بردارهای موج کوچک نقش جفت شدگی های الکترون- فوتونی با مرتبه پایین تر بیشتر بوده و لذا با افزایش بردار موج به خاطر افزایش نسبی جفت شدگی، کاهش در



شکل ۹.۵: پاشندگی مگنتو پلاسما در برابر تغییرات بردار موج برای بسامدهای مختلف لیزر

فرکانس مگنتو پلاسمون دیده می شود. جفت شدگی های تشدید الکترون- فوتونی بیشترین نقش خود را در بردارهای موج پایین ایفا می کنند. بنابراین شاهد بروز یک مقدار کمینه در فرکانس پلاسما و دو رژیم متفاوت در دو طرف مقدار کمینه می باشیم. کاهش نسبی ابتدایی فرکانس مگنتو پلاسما با افزایش بردار موج در فرکانس های بالاتر تابش به خاطر دخالت بیشتر جفت شدگی های الکترون- فوتونی با مراتب بالاتر می باشد.

شکل (۱۰.۵) تغییر در بسامد مگنتو پلاسمای بهنجار یک تابع بردار موج الکترون برای بسامدهای نوسانی مختلف $\omega_0 = 1/3$ ، $\omega_0 = 1/4$ و $\omega_0 = 1/5$ را نشان می دهد. در اینجا با تغییر ω_0 تنها یک جابجایی در بسامد مگنتو پلاسمون مشاهده می شود. با افزایش فرکانس جفت شدگی در مراتب بالاتر اهمیت بیشتری پیدا می کند، لذا جفت شدگی الکترون- فوتون با افزایش فرکانس تابش افزایش می یابد.

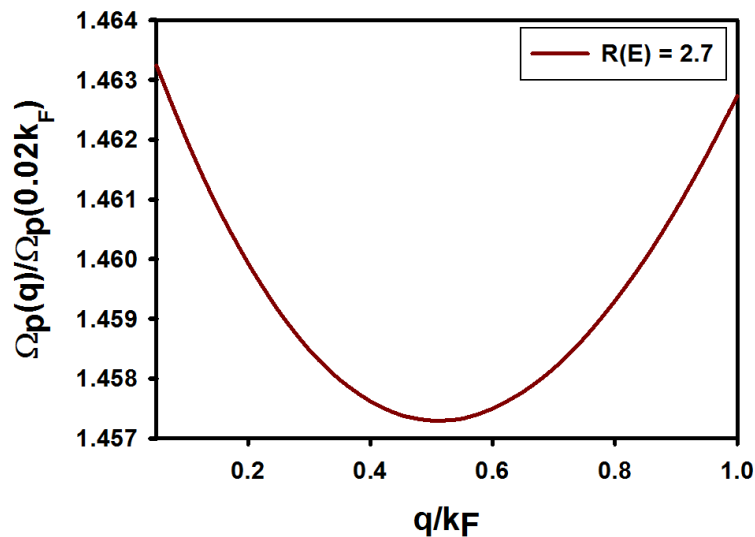


شکل ۱۰.۵: پاشندگی مگنتو پلاسما در برابر تغییرات بردار موج الکترون برای بسامدهای مختلف نوسانی

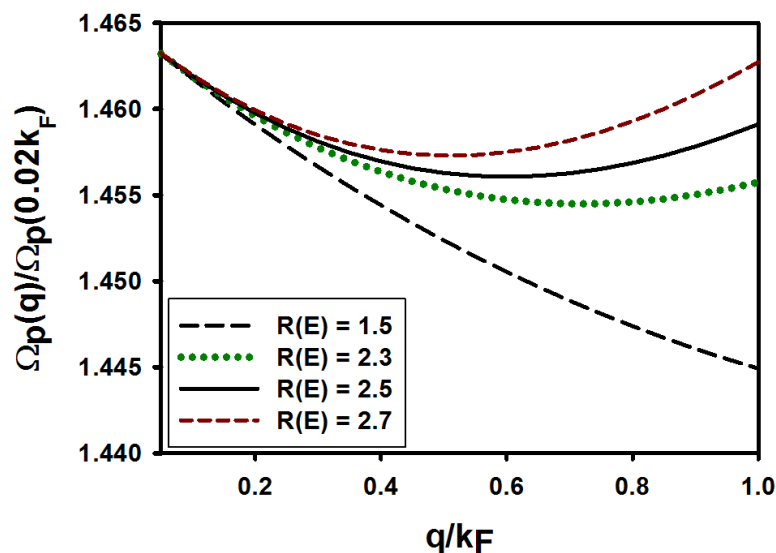
شکل (۱۱.۵) تغییر در پاشندگی پلاسمای بهنجار در یک تابع بردار موج الکترون برای زمانی که شدت میدان تابشی لیزر $R(E) = 2/7$ باشد را نمایش می دهد، همچنین شکل (۱۲.۵) تغییر در پاشندگی پلاسمای بهنجار شده برای شدت های میدان لیزر متفاوت را نشان می دهد، زمانی که بسامد لیزر $\omega = 0.1$ است.

در بردارهای موج الکترون پایین با افزایش بردار موج، بسامد مگنتو پلاسمون کاهش می یابد، اما

در بردارهای موج بزرگتر با افزایش بردار موج الکترون بسامد مگنتو پلاسمون افزایش می یابد، یعنی، منحنی پاشندگی یک مینیمم شبه روتون را نمایش می دهد. بنابراین یک تغییر علامت در سرعت گروه الکترون ها که هر کدام یک وارونگی در تعداد الکترون ها با بردارهای موج الکترون پایین نشان می دهند، وجود دارد.



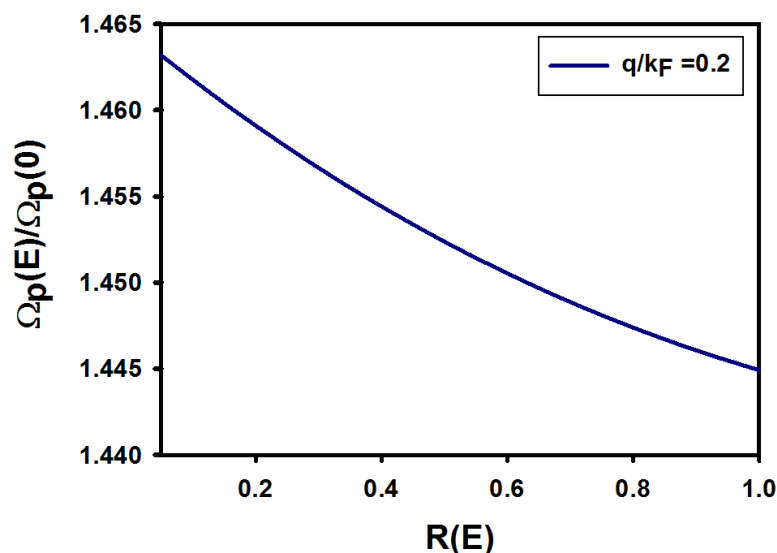
شکل ۱۱.۵: پاشندگی پلاسما براساس تغییرات بردار موج برای شدت تابش لیزر $R(E)=2.7$



شکل ۱۲.۵: پاشندگی پلاسما براساس تغییرات بردار موج برای شدت های متفاوت تابش لیزر

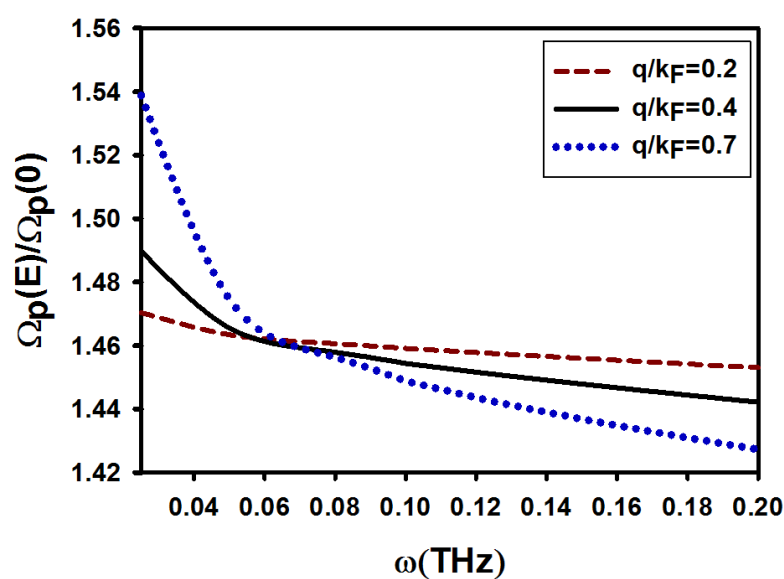
شکل (۱۳.۵) تغییر در بسامد مگنتو پلاسمای بهنجار شده در یک شدت تابش برای بردار موج

الکترون $q = 0.2k_F$ را نشان می دهد. کاهش در بسامد مگنتو پلازما ناشی افزایش در جفت شدگی الکترون فوتون به سبب افزایش در شدت میدان لیزر است.



شکل ۱۳.۵: پاشندگی مگنتو پلازما براساس تغییرات شدت میدان لیزر برای اعداد موج الکترون متفاوت

شکل (۱۴.۵) تغییر در پاشندگی مگنتو پلازما به شکل تابعی از فرکانس لیزر تابشی برای اعداد موج الکترون مختلف $q = 0.2k_F$ ، $q = 0.4k_F$ و $q = 0.7k_F$ را نشان می دهد. در اینجا دو



شکل ۱۴.۵: پاشندگی مگنتو پلازما براساس تغییرات بسامدهای لیزر برای بردارهای موج مختلف

رژیم مختلف وجود دارد، بیشترین جفت شدگی در جایی است که تغییرات مهم تر باشند، که مؤید این است که جفت شدگی ها در فرکانس های پایین تر اهمیت بیشتری دارند تا در فرکانس های بالاتر، و اگر بردار موج ها کوچک تر باشند این جفت شدگی ها نیز مهم تر می باشند.

پیشهادات برای کارهای آتی

(۱) وارد نمودن اثرات دما در محاسبات

(۲) استفاده از تقریب های دیگر برای محاسبه تابع دی الکتریک

(۳) بررسی انواع دیگر پتانسیل های محدود کننده

پیوست آ

در این پیوست برخی محاسبات مربوط به تأثیر عملگر یکانی بر روی هامیلتونی معادله شرودینگر برای حالتی که میدان الکتریکی در راستای محور x و پتانسیل محدود کننده نیز در امتداد محور x باشد، را انجام داده ایم و از این طریق معادلات دیفرانسیل را به دست آورده ایم.

$$U^\dagger [H - i\hbar \frac{\partial}{\partial t}] U = [H_0 - i\hbar \frac{\partial}{\partial t}]$$

$$U(t) = \exp[\frac{i}{\hbar} u_\parallel(t)] \exp[\frac{i}{\hbar} u_\parallel(t)x] \exp[\frac{i}{\hbar} u_\parallel(t)p_x] \exp[\frac{i}{\hbar} u_\Delta(t)p_y]$$

$$\begin{aligned} U^\dagger \left[\frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{e^2 A^2}{2m^* c^2} + \frac{p_x e A}{m^* c} + \frac{p_y^2}{2m^*} + \frac{e^2 B^2 x^2}{2m^* c^2} + \frac{p_y e B x}{m^* c} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 x^2 \right] U - U^\dagger i\hbar \frac{\partial}{\partial t} U \\ = \frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{p_y^2}{2m^*} + \frac{e^2 B^2 x^2}{2m^* c^2} + \frac{p_y e B x}{m^* c} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 x^2 - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \end{aligned}$$

با تأثیر عملگر یکانی روی جملات داریم

$$U^\dagger \left(\frac{p_x^2}{2m^*} \right) U = \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} u_\parallel x \right\} \left(\frac{p_x^2}{2m^*} \right) \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} u_\parallel x \right\}$$

که اگر $\exp \left\{ \frac{i}{\hbar} u_\parallel x \right\} = f(x)$ را در نظر بگیریم.

$$\begin{aligned} [p_x, f(x)] &= p_x [p_x, f(x)] + [p_x, f(x)] p_x \\ &= p_x \frac{\hbar}{i} \left(\frac{i}{\hbar} u_\parallel f(x) \right) + \frac{\hbar}{i} \left(\frac{i}{\hbar} u_\parallel f(x) \right) p_x = p_x u_\parallel f(x) + u_\parallel f(x) p_x \end{aligned}$$

$$[p_x, f(x)] = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{\hbar}{i} \left(\frac{i}{\hbar} u_\parallel \right) f(x) = u_\parallel f(x)$$

$$[p_x^\Psi, f(x)] = u_\Psi(p_x f(x)) + u_\Psi f(x) p_x$$

$$[p_x, f(x)] = p_x f(x) - f(x) p_x \quad \implies \quad p_x f(x) = [p_x, f(x)] + f(x) p_x$$

$$\begin{aligned} [p_x^\Psi, f(x)] &= u_\Psi\{[p_x, f(x)] + f(x) p_x\} + u_\Psi f(x) p_x \\ &= u_\Psi\{u_\Psi f(x) + f(x) p_x + f(x) p_x\} = u_\Psi^\Psi f(x) + \Psi u_\Psi f(x) p_x \end{aligned}$$

$$[p_x^\Psi, \exp\{\frac{i}{\hbar} u_\Psi x\}] = u_\Psi^\Psi \exp\{\frac{i}{\hbar} u_\Psi x\} + \Psi u_\Psi \exp\{\frac{i}{\hbar} u_\Psi x\} p_x$$

$$p_x^\Psi \exp\{\frac{i}{\hbar} u_\Psi x\} - \exp\{\frac{i}{\hbar} u_\Psi x\} p_x^\Psi = u_\Psi^\Psi \exp\{\frac{i}{\hbar} u_\Psi x\} + \Psi u_\Psi \exp\{\frac{i}{\hbar} u_\Psi x\} p_x$$

$$\implies \quad p_x^\Psi \exp\{\frac{i}{\hbar} u_\Psi x\} = \exp\{\frac{i}{\hbar} u_\Psi x\} p_x^\Psi + u_\Psi^\Psi \exp\{\frac{i}{\hbar} u_\Psi x\} + \Psi u_\Psi \exp\{\frac{i}{\hbar} u_\Psi x\} p_x$$

با تأثیر $\exp\{\frac{-i}{\hbar} u_\Psi x\}$ روی جملات بالا داریم

$$\exp\{\frac{-i}{\hbar} u_\Psi x\} (p_x^\Psi) \exp\{\frac{i}{\hbar} u_\Psi x\} = p_x^\Psi + u_\Psi^\Psi + \Psi u_\Psi p_x$$

جمله دیگر به صورت

$$U^\dagger \left(\frac{e^\Psi A^\Psi}{\Psi m^* c^\Psi} \right) U = \frac{e^\Psi A^\Psi}{\Psi m^* c^\Psi}$$

و

$$U^\dagger \left(\frac{p_x e A}{m^* c} \right) U = \exp\left\{\frac{-i}{\hbar} u_\Psi x\right\} \left(\frac{p_x e A}{m^* c} \right) \exp\left\{\frac{i}{\hbar} u_\Psi x\right\}$$

در اینجا اگر $\exp\{\frac{i}{\hbar} u_\Psi x\} = h(x)$ را در نظر بگیریم

$$[p_x, h(x)] = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial h(x)}{\partial x} = \frac{\hbar}{i} \left(\frac{i}{\hbar} u_{\Psi} \right) h(x) = u_{\Psi} h(x)$$

$$p_x h(x) - h(x) p_x = u_{\Psi} h(x)$$

با ساده سازی و جایگذاری مقدار $h(x)$ داریم

$$\Rightarrow p_x \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} u_{\Psi} x \right\} - \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} u_{\Psi} x \right\} p_x = u_{\Psi} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} u_{\Psi} x \right\}$$

$$\exp \left\{ \frac{-i}{\hbar} u_{\Psi} x \right\} (p_x) \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} u_{\Psi} x \right\} = p_x + u_{\Psi}$$

تأثیر عملگر یکانی بر دیگر جملات به صورت

$$U^{\dagger} \left(\frac{e^{\Psi} B^{\Psi}}{c^{\Psi}} x^{\Psi} \right) U = \exp \left\{ \frac{-i}{\hbar} u_{\Psi} p_x \right\} \left(\frac{e^{\Psi} B^{\Psi}}{c^{\Psi}} x^{\Psi} \right) \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} u_{\Psi} p_x \right\}$$

در اینجا اگر $\exp \left\{ \frac{i}{\hbar} u_{\Psi} p_x \right\} = g(p)$ را بگیریم داریم

$$\begin{aligned} [x^{\Psi}, g(p)] &= x[x, g(p)] + [x, g(p)]x \\ &= x(i\hbar) \left(\frac{i}{\hbar} u_{\Psi} \right) g(p) + (i\hbar) \left(\frac{i}{\hbar} u_{\Psi} \right) g(p)x = -xu_{\Psi}g(p) - u_{\Psi}g(p)x \end{aligned}$$

$$[x, g(p)] = i\hbar \frac{\partial g(p)}{\partial p} = i\hbar \left(\frac{i}{\hbar} u_{\Psi} \right) g(p) = -u_{\Psi}g(p)$$

$$[x^{\Psi}, g(p)] = -u_{\Psi}(xg(p)) - u_{\Psi}g(p)x$$

$$[x, g(p)] = xg(p) - g(p)x \Rightarrow xg(p) = [x, g(p)] + g(p)x$$

$$\begin{aligned}
[x^{\nabla}, g(p)] &= -u_{\nabla}\{[x, g(p)] + g(p)x\} - u_{\nabla}g(p)x \\
&= -u_{\nabla}\{-u_{\nabla}g(p) + g(p)x + g(p)x\} = u_{\nabla}^2g(p) - \nabla u_{\nabla}g(p)x
\end{aligned}$$

$$[x^{\nabla}, g(p)] = u_{\nabla}^2(\exp\{\frac{i}{\hbar}u_{\nabla}p_x\}) - \nabla u_{\nabla}(\exp\{\frac{i}{\hbar}u_{\nabla}p_x\})x$$

$$x^{\nabla}(\exp\{\frac{i}{\hbar}u_{\nabla}p_x\}) - (\exp\{\frac{i}{\hbar}u_{\nabla}p_x\})x^{\nabla} = u_{\nabla}^2(\exp\{\frac{i}{\hbar}u_{\nabla}p_x\}) - \nabla u_{\nabla}(\exp\{\frac{i}{\hbar}u_{\nabla}p_x\})x$$

$$x^{\nabla} \exp\{\frac{i}{\hbar}u_{\nabla}p_x\} = \exp\{\frac{i}{\hbar}u_{\nabla}p_x\}x^{\nabla} + u_{\nabla}^2(\exp\{\frac{i}{\hbar}u_{\nabla}p_x\}) - \nabla u_{\nabla}(\exp\{\frac{i}{\hbar}u_{\nabla}p_x\})x$$

$$\exp\{\frac{-i}{\hbar}u_{\nabla}p_x\}(x^{\nabla}) \exp\{\frac{i}{\hbar}u_{\nabla}p_x\} = x^{\nabla} + u_{\nabla}^2 - \nabla u_{\nabla}x$$

جمله دیگر به صورت

$$U^{\dagger}(\frac{p_y}{\nabla m^*})U = \frac{p_y}{\nabla m^*}$$

و

$$U^{\dagger}(\frac{eBxp_y}{m^*c})U = \exp\{\frac{-i}{\hbar}u_{\nabla}p_x\}(\frac{eBxp_y}{m^*c}) \exp\{\frac{i}{\hbar}u_{\nabla}p_x\}$$

اگر $\exp\{\frac{i}{\hbar}u_{\nabla}p_x\} = k(p)$ را در نظر بگیریم، بدست می آوریم

$$[x, k(p)] = i\hbar \frac{\partial k(p)}{\partial p} = i\hbar(\frac{i}{\hbar}u_{\nabla})k(p) = -u_{\nabla}k(p)$$

$$xk(p) - k(p)x = -u_{\nabla}k(p)$$

با ساده سازی جملات و جایگذاری مقدار $k(p)$ داریم

$$x \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} u_{\Psi} p_x \right\} - \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} u_{\Psi} p_x \right\} x = -u_{\Psi} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} u_{\Psi} p_x \right\}$$

$$\exp \left\{ \frac{-i}{\hbar} u_{\Psi} p_x \right\} (x) \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} u_{\Psi} p_x \right\} = x - u_{\Psi}$$

$$U^{\dagger} (i\hbar \frac{\partial}{\partial t}) U = i\hbar U^{\dagger} \left(\frac{i}{\hbar} \dot{u}_{\Psi} U + \frac{i}{\hbar} \dot{u}_{\Psi} x U + \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} u_{\Psi} \right\} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} u_{\Psi} x \right\} \left(\frac{i}{\hbar} u_{\Psi} p_x \right) \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} u_{\Psi} p_x \right\} \right. \\ \left. + \frac{i}{\hbar} \dot{u}_{\Delta} p_y U \right) = -\dot{u}_{\Psi} - \dot{u}_{\Psi} x - \dot{u}_{\Psi} p_x + \dot{u}_{\Psi} u_{\Psi} - \dot{u}_{\Delta} p_y$$

$$\frac{p_x^{\Psi}}{\Psi m^*} + \frac{u_{\Psi}^{\Psi}}{\Psi m^*} + \frac{u_{\Psi} p_x}{m^*} + \frac{p_y^{\Psi}}{\Psi m^*} + \frac{e^{\Psi} A^{\Psi}}{\Psi m^* c^{\Psi}} + \frac{p_x e A}{m^* c} + \frac{u_{\Psi} e A}{m^* c} + \frac{e^{\Psi} B^{\Psi} x^{\Psi}}{\Psi m^* c^{\Psi}} + \frac{e^{\Psi} B^{\Psi} u_{\Psi}^{\Psi}}{\Psi m^* c^{\Psi}} - \frac{e^{\Psi} B^{\Psi} u_{\Psi} x}{m^* c^{\Psi}} \\ + \frac{p_y e B x}{m^* c} - \frac{p_y e B u_{\Psi}}{m^* c} + \frac{1}{\Psi} m^* \omega_{\circ}^{\Psi} x^{\Psi} + \frac{1}{\Psi} m^* \omega_{\circ}^{\Psi} u_{\Psi}^{\Psi} - m^* \omega_{\circ}^{\Psi} u_{\Psi} x + \dot{u}_{\Psi} + \dot{u}_{\Psi} x + \dot{u}_{\Psi} p_x - \dot{u}_{\Psi} u_{\Psi} + \dot{u}_{\Delta} p_y \\ = \frac{p_x^{\Psi}}{\Psi m^*} + \frac{p_y^{\Psi}}{\Psi m^*} + \frac{e^{\Psi} B^{\Psi} x^{\Psi}}{\Psi m^* c^{\Psi}} + \frac{p_y e B x}{m^* c} + \frac{1}{\Psi} m^* \omega_{\circ}^{\Psi} x^{\Psi} - i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

ضرایب متغیرهای مشابه را برابر قرا می دهیم و از این رو معادلات دیفرانسیل را به دست می آوریم

$$\dot{u}_{\Psi} = \frac{e^{\Psi} B^{\Psi} u_{\Psi}}{m^* c^{\Psi}} + m^* \omega_{\circ}^{\Psi} u_{\Psi}$$

$$\dot{u}_{\Psi} - \dot{u}_{\Psi} u_{\Psi} = -\frac{1}{\Psi m^*} \left[u_{\Psi} + \frac{e A}{c} \right]^{\Psi} - \frac{e^{\Psi} B^{\Psi} u_{\Psi}^{\Psi}}{\Psi m^* c^{\Psi}} - \frac{1}{\Psi} m^* \omega_{\circ}^{\Psi} u_{\Psi}^{\Psi}$$

$$\dot{u}_{\Psi} = -\frac{1}{m^*} \left[u_{\Psi} + \frac{e A}{c} \right]$$

$$\dot{u}_{\Delta} = \frac{e B u_{\Psi}}{m^* c}$$

$$\ddot{u}_\gamma - \left(\frac{e^\gamma B^\gamma}{m^* c^\gamma} + m^* \omega_\circ^\gamma \right) \dot{u}_\gamma = 0$$

$$\ddot{u}_\gamma + \left(\omega_\circ^\gamma + \frac{e^\gamma B^\gamma}{m^* c^\gamma} \right) u_\gamma + \frac{eA}{c} \left(\omega_\circ^\gamma + \frac{e^\gamma B^\gamma}{m^* c^\gamma} \right) = 0$$

در اینجا با جایگذاری مقادیر $A = \frac{Ec}{\omega} \cos \omega t$ و $\eta = \frac{eE}{\omega} \Gamma^\gamma$ ، $\Gamma^\gamma = \omega_c^\gamma + \omega_\circ^\gamma$ ، $\omega_c = \frac{eB}{m^* c}$ به دست آمده داریم

$$\ddot{u}_\gamma + \Gamma^\gamma u_\gamma = -\frac{eE}{\omega} \Gamma^\gamma \cos \omega t$$

با در نظر گرفتن u_γ به شکل زیر

$$u_\gamma = D \sin \Gamma t + F \cos \Gamma t + D' \sin \omega t + F' \cos \omega t$$

با محاسبه

$$\ddot{u}_\gamma = -\Gamma^\gamma (D \sin \Gamma t + F \cos \Gamma t) - \omega^\gamma (D' \sin \omega t + F' \cos \omega t)$$

و

$$\Gamma^\gamma u_\gamma = \Gamma^\gamma (D \sin \Gamma t + F \cos \Gamma t + D' \sin \omega t + F' \cos \omega t)$$

و با جایگذاری این روابط در

$$\ddot{u}_\gamma + \Gamma^\gamma u_\gamma = (\Gamma^\gamma - \omega^\gamma)(D' \sin \omega t + F' \cos \omega t) = -\eta \cos \omega t$$

داریم

$$(\Gamma^\gamma - \omega^\gamma) D' \sin \omega t + \left[F'(\Gamma^\gamma - \omega^\gamma) + \eta \right] \cos \omega t = 0$$

که از این رو به دست می آوریم

$$D' = 0 \quad F' = -\frac{\eta}{\Gamma^2 - \omega^2}$$

$$u_2 = D \sin \Gamma t + F \cos \Gamma t - \frac{\eta}{\Gamma^2 - \omega^2} \cos \omega t$$

با استفاده از شرایط اولیه به دست می آوریم

$$u_2(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad F = \frac{\eta}{\Gamma^2 - \omega^2}$$

در نتیجه داریم

$$u_2(t) = \frac{\eta}{\Gamma^2 - \omega^2} [\cos \Gamma t - \cos \omega t]$$

$$\dot{u}_2 = \frac{\eta}{\Gamma^2 - \omega^2} [-\Gamma \sin \Gamma t + \omega \sin \omega t]$$

و

$$\dot{u}_3 = -\frac{\lambda}{m^*} \left[u_2 + \frac{eE}{\omega} \cos \omega t \right]$$

$$\dot{u}_3 = -\frac{\eta}{m^*(\Gamma^2 - \omega^2)} [\cos \Gamma t - \cos \omega t] - \frac{eE}{m^*\omega} \cos \omega t$$

$$u_3(t) = -\frac{\eta}{m^*(\Gamma^2 - \omega^2)} \left[\frac{1}{\Gamma} \sin \Gamma t - \frac{1}{\omega} \sin \omega t \right] - \frac{eE}{m^*\omega^2} \sin \omega t + G$$

با استفاده از شرایط اولیه داریم

$$u_{\mathfrak{r}}(\circ) = \circ \quad \Longrightarrow \quad G = \circ$$

در نتیجه به دست می آید

$$u_{\mathfrak{r}}(t) = -\frac{\eta}{m^*(\Gamma^{\mathfrak{r}} - \omega^{\mathfrak{r}})} \left[\frac{1}{\Gamma} \sin \Gamma t - \frac{1}{\omega} \sin \omega t \right] - \frac{eE}{m^*\omega^{\mathfrak{r}}} \sin \omega t$$

با جایگذاری مقدار η در رابطه قبل و ساده سازی روابط داریم

$$u_{\mathfrak{r}}(t) = -\frac{eE\Gamma^{\mathfrak{r}}}{m^*\omega(\Gamma^{\mathfrak{r}} - \omega^{\mathfrak{r}})} \left[\frac{1}{\Gamma} \sin \Gamma t - \frac{1}{\omega} \sin \omega t \right] - \frac{eE}{m^*\omega^{\mathfrak{r}}} \sin \omega t$$

$$u_{\mathfrak{r}}(t) = -\frac{eE\Gamma}{m^*\omega(\Gamma^{\mathfrak{r}} - \omega^{\mathfrak{r}})} \sin \Gamma t + \frac{eE\Gamma^{\mathfrak{r}}}{m^*\omega^{\mathfrak{r}}(\Gamma^{\mathfrak{r}} - \omega^{\mathfrak{r}})} \sin \omega t - \frac{eE}{m^*\omega^{\mathfrak{r}}} \sin \omega t$$

$$u_{\mathfrak{r}}(t) = \frac{eE}{m^*\omega^{\mathfrak{r}}} \sin \omega t \left[\frac{\omega^{\mathfrak{r}}}{\Gamma^{\mathfrak{r}} - \omega^{\mathfrak{r}}} \right] - \frac{eE\Gamma}{m^*\omega(\Gamma^{\mathfrak{r}} - \omega^{\mathfrak{r}})} \sin \Gamma t$$

$$u_{\mathfrak{r}}(t) = \frac{eE}{m^*(\Gamma^{\mathfrak{r}} - \omega^{\mathfrak{r}})} \sin \omega t - \frac{eE\Gamma}{m^*\omega(\Gamma^{\mathfrak{r}} - \omega^{\mathfrak{r}})} \sin \Gamma t$$

$$u_{\mathfrak{r}}(t) = \frac{eE}{m^*(\Gamma^{\mathfrak{r}} - \omega^{\mathfrak{r}})} \left(\sin \omega t - \frac{\Gamma}{\omega} \sin \Gamma t \right)$$

بنابراین

$$\dot{u}_{\Delta} = \omega_c u_{\mathfrak{r}}$$

$$\dot{u}_{\Delta} = \frac{eE\omega_c}{m^*(\Gamma^{\mathfrak{r}} - \omega^{\mathfrak{r}})} \left(\sin \omega t - \frac{\Gamma}{\omega} \sin \Gamma t \right)$$

$$u_{\Delta} = \frac{eE\omega_c}{m^*(\Gamma^2 - \omega^2)} \left(-\frac{1}{\omega} \cos \omega t + \frac{1}{\omega} \cos \Gamma t \right)$$

$$u_{\Delta} = \frac{eE\omega_c}{m^*\omega(\Gamma^2 - \omega^2)} (\cos \Gamma t - \cos \omega t)$$

رابطه دیگر به شکل زیر می باشد، که از این طریق می توان u_1 را نیز محاسبه کرد

$$\dot{u}_1 - \dot{u}_2 u_2 = -\frac{1}{\gamma m^*} \left[u_2 + \frac{eA}{c} \right]^2 + \frac{e^2 B^2 u_2^2}{\gamma m^* c^2} - \frac{1}{\gamma} m^* \omega_c^2 u_2^2$$

$$\dot{u}_1 = \dot{u}_2 u_2 - \frac{1}{\gamma m^*} \left[u_2 + \frac{eA}{c} \right]^2 + u_2^2 \left[\frac{e^2 B^2}{\gamma m^* c^2} - \frac{1}{\gamma} m^* \omega_c^2 \right]$$

با ساده سازی رابطه بالا به دست می آوریم

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= \frac{\eta}{(\Gamma^2 - \omega^2)} \left(\omega \sin \omega t - \Gamma \sin \Gamma t \right) \left[\gamma_b (\sin \omega t - \frac{\Gamma}{\omega} \sin \Gamma t) \right] \\ &- \frac{1}{\gamma m^*} \left[\frac{\eta^2}{(\Gamma^2 - \omega^2)^2} (\cos \Gamma t - \cos \omega t)^2 + \frac{e^2 A^2}{c^2} + \frac{\gamma e A}{c} \frac{\eta}{(\Gamma^2 - \omega^2)} (\cos \Gamma t - \cos \omega t) \right] \\ &+ \frac{e^2 B^2}{\gamma m^* c^2} \gamma_b^2 \left(\sin \omega t - \frac{\Gamma}{\omega} \sin \Gamma t \right)^2 - \frac{1}{\gamma} m^* \omega_c^2 \gamma_b^2 \left(\sin \omega t - \frac{\Gamma}{\omega} \sin \Gamma t \right)^2 \end{aligned}$$

در نتیجه داریم

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= \frac{\eta \gamma_b \omega}{(\Gamma^2 - \omega^2)} \sin^2 \omega t - \frac{\eta \gamma_b \Gamma}{(\Gamma^2 - \omega^2)} \sin \omega t \sin \Gamma t + \frac{\eta \gamma_b \Gamma^2}{\omega (\Gamma^2 - \omega^2)} \sin^2 \Gamma t \\ &- \frac{\eta \gamma_b \Gamma}{(\Gamma^2 - \omega^2)} \sin \Gamma t \sin \omega t - \frac{\eta^2}{\gamma m^* (\Gamma^2 - \omega^2)^2} \cos^2 \Gamma t - \frac{\eta^2}{\gamma m^* (\Gamma^2 - \omega^2)^2} \cos^2 \omega t \\ &+ \frac{\eta^2}{m^* (\Gamma^2 - \omega^2)^2} \cos \Gamma t \cos \omega t - \frac{e^2 E^2}{\gamma m^* \omega^2} \cos^2 \omega t - \frac{e \eta E}{m^* \omega (\Gamma^2 - \omega^2)} \cos \Gamma t \cos \omega t \\ &+ \frac{e \eta E}{m^* \omega (\Gamma^2 - \omega^2)} \cos^2 \omega t + \frac{e^2 B^2 \gamma_b^2}{\gamma m^* c^2} \sin^2 \omega t + \frac{e^2 B^2 \gamma_b^2 \Gamma^2}{\gamma m^* c^2 \omega^2} \sin^2 \Gamma t - \frac{e^2 B^2 \gamma_b^2 \Gamma}{m^* c^2 \omega} \sin \omega t \sin \Gamma t \\ &- \frac{1}{\gamma} m^* \omega_c^2 \gamma_b^2 \sin^2 \omega t - \frac{\Gamma^2}{\gamma \omega^2} \omega_c^2 m^* \gamma_b^2 \sin^2 \Gamma t + \frac{m^* \Gamma}{\omega} \omega_c^2 \gamma_b^2 \sin \omega t \sin \Gamma t \end{aligned}$$

با کمی ساده سازی رابطه قبل داریم

$$\begin{aligned}
 \dot{u}_1 = & \gamma_b \sin \omega t \left[\frac{\eta \omega}{(\Gamma^2 - \omega^2)} + \frac{e^2 B^2 \gamma_b}{2 m^* c^2} - \frac{1}{2} m^* \omega^2 \gamma_b \right] \\
 & + \frac{\Gamma^2 \gamma_b}{\omega} \sin \Gamma t \left[\frac{\eta}{(\Gamma^2 - \omega^2)} + \frac{e^2 B^2 \gamma_b}{2 m^* c^2 \omega} - \frac{m^* \omega^2 \gamma_b}{2 \omega} \right] \\
 & + \Gamma \gamma_b \sin \omega t \sin \Gamma t \left[\frac{m^* \omega^2 \gamma_b}{\omega} - \frac{2 \eta}{(\Gamma^2 - \omega^2)} - \frac{e^2 B^2 \gamma_b}{m^* c^2 \omega} \right] \\
 & + \cos \omega t \left[\frac{\eta \gamma_b}{\omega} - \frac{e^2 E^2}{2 m^* \omega^2} - \frac{\eta^2}{2 m^* (\Gamma^2 - \omega^2)^2} \right] \\
 & + \eta \cos \omega t \cos \Gamma t \left[\frac{\eta}{m^* (\Gamma^2 - \omega^2)^2} - \frac{\gamma_b}{\omega} \right] - \frac{\eta^2}{2 m^* (\Gamma^2 - \omega^2)^2} \cos \Gamma t
 \end{aligned}$$

با انتگرال گیری از رابطه فوق می توان u_1 را به دست آورد

$$\begin{aligned}
 u_1(t) = & -\gamma_b \left(\frac{\sin \omega t \cos \omega t + \omega t}{2 \omega} \right) \left[\frac{\eta \omega}{(\Gamma^2 - \omega^2)} + \frac{e^2 B^2 \gamma_b}{2 m^* c^2} - \frac{1}{2} m^* \omega^2 \gamma_b \right] \\
 & - \frac{\Gamma^2 \gamma_b}{\omega} \left(\frac{\sin \Gamma t \cos \Gamma t + \Gamma t}{2 \Gamma} \right) \left[\frac{\eta}{(\Gamma^2 - \omega^2)} + \frac{e^2 B^2 \gamma_b}{2 m^* c^2 \omega} - \frac{m^* \omega^2 \gamma_b}{2 \omega} \right] \\
 & + \Gamma \gamma_b \left[\frac{\sin(\omega - \Gamma)t}{2(\omega - \Gamma)} - \frac{\sin(\omega + \Gamma)t}{2(\omega + \Gamma)} \right] \left[\frac{m^* \omega^2 \gamma_b}{\omega} - \frac{2 \eta}{(\Gamma^2 - \omega^2)} - \frac{e^2 B^2 \gamma_b}{m^* \omega c^2} \right] \\
 & + \left(\frac{\cos \omega t \sin \omega t + \omega t}{2 \omega} \right) \left[\frac{\eta \gamma_b}{\omega} - \frac{e^2 E^2}{2 m^* \omega^2} - \frac{\eta^2}{2 m^* (\Gamma^2 - \omega^2)^2} \right] \\
 & + \eta \left[\frac{\sin(\omega - \Gamma)t}{2(\omega - \Gamma)} + \frac{\sin(\omega + \Gamma)t}{2(\omega + \Gamma)} \right] \left[\frac{\eta}{m^* (\Gamma^2 - \omega^2)^2} - \frac{\gamma_b}{\omega} \right] \\
 & - \frac{\eta}{2 m^* (\Gamma^2 - \omega^2)^2} \left(\frac{\cos \Gamma t \sin \Gamma t + \Gamma t}{2 \Gamma} \right)
 \end{aligned}$$

مراجع

- [1] M. Tas, (2004), PhD.Thesis, "*Dielectric Formulation of the Dimensional Electron Gas*", phys. Depart. Middle East Technical University.
- [2] N. F. Johnson, (1995), "*Electron Correlations in Mesoscopic Structures*", Contemporary Physics, 36, 6, pp 377-387.
- [3] R. P. Feynman, (1960), "*There is Plenty of Room at the Bottom*", Engineering & science.
- [4] S. Hessami Pilehrood, (2006), PhD.Thesis, "*Electronic Properties of Semiconductor Nanostructures under Terahertz Radiation*", Phys Depart. Wolongong University.
- [5] M. Fujita, T. Toyoda, J. C. Cao, C. Zhang, (2003), "*Induced Charge-Density Oscillation under a Quantizing Magnetic Field and Intense Terahertz Radiation*", Physical Review B 67 (7) 075105.
- [6] J.J.Ritsko, D.J.Sandman, A.J.Epstein, et al., (1976), "*Direct Measurement of One -Dimensional Plasmon Dispersion and Damping*", Phys.Review.Lett.34, 1330.

- [7] I. Grosu , L. Tugulan, (2007), "*Plasmon Dispersion in Quasi-One- and One Dimensional Systems with Non-Magnetic Impurities*", Physical E, 40, 474-477.
- [8] P. F. Williams, A. N. Bloch, (1976), "*Some Comments on the Plosmon Spectrum of Tetrathiafulvalene Tetracyano-p-quinodimethane*", Phys.Review.Lett.36, 64.
- [9] A.R.Goni, A.Pinczuk, J.S.Weiner, J.M.Calleja, B.S.Dennis, L.N.Pfeiffer, K.W.West, (1991), "*One-Dimensional Plasmon Dispersion and Dispersion less Intersubband Excitations in GaAs Quantum Wires*",Phys.Review.Lett.67, 3298.
- [10] H. Sakaki, (1980), "*Scattering Suppression and High-Mobility Effect of Size-Quantized Electrons in Ultrafine Semiconductor Wire Structures*", Jpn. J. Appl. Phys. 19, L735.
- [11] B. Tanatar , N. C. Constantinou, (1993), "*Collective Excitations in Quasione-Dimensional Electron Eystems Under a Magnetic Field*", Phys Rew B,48, 24.
- [12] S. Das Sarma, E. H. Hwang, (1996), "*Dynamical Response of a One-Dimensional Quantum-Wire Electron System*", Phys.Review.B 54, 1936.
- [13] C. Zhang, (2002), "*Dynamic Screening and Collective Excitation of an Elec-tron Gas under Intense Terahertz Radiation*", Phys Rew B, 56, 153107.

- [14] C. Zhang , (2001), "*Electronic States and Dielectric Response of an Electron Gas under a Quantizing Magnetic Field and an Intense Laser*", Computer Physics Communications 142 (1-3) 374–381.
- [۱۵] م. کهلر، و. فریتزش، (۲۰۱۱)، "نانو فناوری نگرشی بر روش های نانوساختار"، م. حسینی، م. خضرائی، ناشر نورپردازان.
- [۱۶] اچ.ام. روزنبرگ، (۱۹۹۸)، "فیزیک حالت جامد"، ح. عشقی، ح. عزیزی، مرکز نشر دانشگاهی، تهران.
- [۱۷] چ. کیتل، (۱۹۵۳)، "آشنایی با فیزیک حالت جامد"، ا. پورقاضی، م. صفا، ج. عمیقان، مرکز نشر دانشگاهی، تهران.
- [۱۸] اس.ام. زی، (۱۹۸۵)، "فیزیک قطعات نیم رسانا"، غ. سدید عابدی، نشر دانشگاه امام رضا (ع).
- [19] J. Solyom, (2009), "*Fundamental of the Physics of Solids*", Volume II Electronic Properties, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [20] J. Singh, (1995), "*Semiconductor Optoelectronics Physics and Technology*", McGraw- Hill New York.
- [21] P. Harrison, (1999), "*Quantum Wells, Wires and Dots*", Second Edition, Wiley.
- [22] N. W. Ashcroft, N. D. Mermain, (1976), "*Solid State Physics*", Harcourt College.
- [23] K. Nomura, H. Ohta, K. Ueda, T. Kamiya, M. Hirano, H. Hosono, (2003), "*Thin-film Transistor Fabricated in Single- crystalline Transparent Oxide Semiconductor*", Science 300.

- [24] R. Konenkamp, R. C. Word, and C. Schlegel, (2004), "*Vertical Nanowire Light-Emitting Diode*", Portland State University PDXScholar.
- [25] S. T. McKinstry, and P. Muralt, (2004), "*Thin Film Piezoelectrics for MEMS*", Journal of Electroceramics, 12, 7–17.
- [26] M. H. Huang, S. Mao, et al, (2001), "*Room- Temperature Ultraviolet Nanowire Nanolasers*", Science 292, 1897.
- [27] B. H. Hong. MEng (Hull), (2011), PhD.Thesis, "*Modelling of Semiconductor Nanostructures: Electronic Properties and Simulated Optical Spectra*", Phys. Depart. Hull University.
- [28] L. V. Keldysh, (1962), "*Effect of Ultrasonic on the Electron Spectrum of Crystals*", sov, phys. Solid state 4, 1658.
- [29] G. D. Mahan, (1990), "*Many Particle Physics*", Third edition, Plenum Press, New York.
- [30] T. Vazifeshenas, (2008), "*Plasmon Dispersion in Quantum Wires at Finite Temperature*", phys. stat. sol. (a) 205, No. 6, pp 1302–1306.
- [31] H. Huang, S. W.Koch, (2004), "*Quantum Theory of the Optical and Electronic Properties of Semiconductor*", Co. Pte. Ltd, London.
- [32] G. Grosso, G.P.Parravicini, (2003), "*Solid State Physics*", Second edition, Academic Press, New York.

Aabstract

Studies on semiconductor nanostructures under quantizing magnetic fields and intense electromagnetic radiation have been very important in semiconductor device physics. In addition to the experimental studies, some properties of semiconductor nanostructures under quantizing magnetic fields and intense THz radiation have been investigated theoretically. Due to the rapid progress in experiments, the theoretical explanation of phenomena such as THz photon- electron coupling is essential. The most useful quantity normally used to understand the electronic properties of semiconductors, is the dielectric function. Here, we investigated a two- dimensional quantum well wire with the transvers hyperbolic space confinement under strong magnetic field and intense THz radiation. First, the induced charge- density oscillations were calculated using the time dependent perturbation theory. Then, the dielectric function was obtained and magneto-plasmon modes were calculated in the frame work of random phase approximation. the resultant dielectric function shows that the plasma frequency of the system is strongly dependent on the intensity and frequency of the THz laser field.

keywords: two- dimensional electron gas; induced charge- density; dynamic response; nanostructure; magneto-plasmon mode



Shahrood University Of Technology

Technology University of Shahrood
Faculty Of Physics Sciences

Dissertation Submitted in Partial
Fulfillment of The Requirements For The
Degree of Master of Science in
Physics

Collective excitations in a quantum wire under Laser radiation and Magnetic Field

Supervisor
Dr. S. Hessami Pilehrood

by
Akram Mombeiny

2015