

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده فیزیک

گروه اتمی مولکولی (پلاسما)

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

عنوان:

بررسی رفتار دینامیکی امواج الکترومغناطیسی در پلاسماهای الکترون -

پوزیترون

دانشجو :

کبری تراویده

استاد راهنما :

دکتر مهدی مومنی

شهریور ۹۳

پیوست شماره ۲  
دانشگاه صنعتی شاهرود  
دانشکده : فیزیک  
گروه :

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای / خانم کبری، ترابنده تحت عنوان: بررسی رفتار دینامیکی امواج الکترومغناطیسی در پلاسمای الکترون-پوزیترون مر ترخ ۱۳۹۳/۱۲/۲۵ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد، مورد ارزیابی و با درجه عالی - مبرن پذیرش قرار گرفت.

| امضاء دانشیار                      | امضاء                                                                              | تایید مشاور          | نام و نام خانوادگی |
|------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|--------------------|
| نام و نام خانوادگی :<br>دکتر موسوی |  | نام و نام خانوادگی : |                    |
| نام و نام خانوادگی :               |                                                                                    | نام و نام خانوادگی : |                    |

| امضاء دانشیار                               | امضاء                                                                               | تایید کمیته تخصصی                    | امضاء                                                                               |
|---------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| نام و نام خانوادگی : دکتر حبیبی هاشمی هاشمی |  | نام و نام خانوادگی : دکتر مصطفی زاده |  |
| نام و نام خانوادگی : دکتر سعیده مهرزاد      |                                                                                     |                                      |                                                                                     |
| نام و نام خانوادگی :                        |                                                                                     |                                      |                                                                                     |
| نام و نام خانوادگی :                        |                                                                                     |                                      |                                                                                     |

پروردگار:

نه میتوانم مویشانش را که در راه عزت من سفید شد، سیاه کنم و نه برای دستهای پینه بسته‌شان که شمره تلاش برای افتخار من است، مرهمی دارم. پس توفیقم ده که هر لحظه شکر گزارشان باشم و ثانیه‌های عمرم را در عصای دست بودنشان بگذرانم.

ماصل آموخته‌ایم را تقدیم می‌کنم به:

مادر و پدر عزیزتر از جانم که پشت غم‌ها و شکست‌های زندگی ام را، همواره بادل پاک و دعا‌های زلالشان

راست نگاه داشتند.

## سپاس‌گذاری

سپاس خدای را که هر چه دارم از اوست . به فضل الهی ، بعد از مدت‌ها، پس از پیمودن راه‌های فراوان و مساعدت و تلاش بسیاری از عزیزانی که همواره مرا مورد لطف و عنایت خود قرار دادند این تحقیق به پایان رسید. اکنون، با احترام فراوان برای این همه تلاش این عزیزان برای موفقیت من صمیمانه از همه تشکر می‌کنم. نخست ، سپاس بیشمار محضر استاد گرانمایه‌ام، جناب آقای دکتر مهدی مومنی که همواره با صبر و حوصله و دغدغه فراوان به راهنمایی‌ام پرداخته‌اند حقا که من در کنار ادب درس از ایشان ادب نفس آموختم. همچنین از مساعدت و همکاری بی‌شائبه دوستان عزیزم که زمینه ساز انجام هر چه بهتر و کامل‌تر این تحقیق بوده‌اند سپاس‌گذاری می‌گردد. در انتها از خانواده‌ام که در تمامی مراحل زندگی یار و همراه من بوده‌اند، تشکر و قدردانی می‌کنم. به امید آنکه توفیق یابم جز برای خدمت به خلق خدا نکوشم.

## تعهد نامه

اینجانب کبری تراویده دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک گرایش اتمی مولکولی (پلاسما) دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه بررسی رفتار دینامیکی امواج الکترومغناطیسی در پلاسماهای الکترون-پوزیترون تحت راهنمایی جناب آقای دکتر مهدی مومنی متعهد می شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده ( یا بافتهای آنها ) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

امضای دانشجو: کبری تراویده

تاریخ ۹۳/۷/۷



### مالکیت نتایج و حق نشر

کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است ) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.

## چکیده

پلاسماهای الکترون-پوزیترون دسته بزرگی از زوج پلاسماهای با جرم و بار یکسان ( و علامت مخالف ) هستند که در ساختار اولیه جهان، در اجسام اخترفیزیکی مانند تباخترها، درهسته‌های کهکشانی فعال، در واپاشی پرتوگاما و غیره وجود دارند. تولید زوج می‌تواند ناشی از برخورد بین ذرات باردار که توسط نیروهای الکترومغناطیسی و یا نیروهای گرانشی شتاب‌دار می‌شوند باشد. همچنین در محیط‌های تباختری به علت تشعشعات فوتونی با انرژی بالا، و یا در دستگاه‌های همجوشی مانند توکامک‌ها در برخورد بین الکترون‌ها با انرژی در محدوده‌ی  $Mev$  و ذرات گرمایی زوج الکترون-پوزیترون می‌تواند تولید شود. در پلاسماهای الکترون-پوزیترون دینامیک مشابه ذرات باعث می‌شود که امواج خطی و غیرخطی ویژگی‌های فیزیکی متفاوتی با نمونه‌های مشابه در پلاسماهای الکترون-یون داشته باشند. برای بررسی اثرات خطی پلاσμα، مانند رابطه پاشندگی خطی امواج برانگیخته از تئوری خطی‌سازی استفاده می‌کنیم. اساس تئوری خطی‌سازی بر تقریب کوچک بودن دامنه استوار است. در این صورت از تمام جملات غیرخطی و مشتق‌های مراتب دوم و بالاتر صرف‌نظر می‌کنیم. طبق این تئوری، اختلال فیزیکی در سیستم، تناوبی و به طور مستقل رفتار می‌کند و انتشار امواج در آن با رابطه پاشندگی خطی به صورت  $\omega = \omega(k)$  نمایش داده می‌شود. به منظور بررسی امواج رابطه پاشندگی آنها را که در بردارنده‌ی اطلاعات فیزیکی مهمی از جمله سرعت فاز، سرعت گروه، محدوده فرکانسی که امواج می‌توانند منتشر شوند، نقاط قطع و تشدید و غیره می‌باشد را باید بدست آورد. منظور ما از اثرات غیرخطی رفتارهایی از پلاσμα است که با استفاده از تئوری خطی قابل توجیه نیست. اساساً این رفتارهای غیرخطی هنگامی که دامنه موج بزرگتر می‌شود ظاهر می‌گردند. سالیتون‌ها مهم‌ترین جواب‌های غیرخطی در پلاσμα هستند. در اینجا تاثیر برخی از کمیت‌های مهم و اثرگذار مانند عدد ماخ، پارامتر کوانتومی، دمای الکترون و پوزیترون، میدان مغناطیسی و غیره را بر روی سالیتون‌های الکترواستاتیکی و الکترومغناطیسی در پلاسماهای

الکترون- پوزیترون کلاسیکی و کوانتومی بررسی می‌کنیم. نکته‌ای که باید به آن اشاره کرد این است که تقارن پلاسماهای الکترون-پوزیترون می‌تواند در حضور یون‌ها شکسته شود. حضور یون‌ها منجر به انتشار امواجی می‌شود که در پلاسماهای الکترون-پوزیترون وجود نداشته‌اند در این تحقیق برخی از این امواج را بررسی نموده‌ایم. در آخر نیز معادلات غیرهمگن مراتب بالاتر را محاسبه و جواب‌های بدست آمده برای آنها را با جواب‌های معادله  $kdv$  مقایسه نمودیم.

**واژه‌های کلیدی :** پلاسماهای الکترون-پوزیترون- پلاسماهای کلاسیکی- پلاسماهای کوانتومی- امواج الکترواستاتیکی و الکترومغناطیسی- رفتارهای خطی و غیرخطی - رابطه پاشندگی خطی- معادله  $kdv$ ، سالیتون‌ها

## لیست مقالات مستخرج از پایان نامه:

۱- کبری تراویده، مهدی مومنی، "مطالعه امواج سالیتمونی در پلاسماهای کوانتومی الکترون

پوزیترون" کنفرانس فیزیک ایران، شهریورماه ۹۳، سیستان و بلوچستان-زاهدان-ایران

۲- کبری تراویده، مهدی مومنی، وحید نجفی، "بررسی نقش برخوردها بر رابطه پاشندگی امواج

الکترونی در پلاسماهای کوانتومی" کنفرانس فیزیک ایران، شهریورماه ۹۳، سیستان و بلوچستان-

زاهدان-ایران

## فهرست مطالب

### فصل اول: معرفی پلاسما ..... ۱

۱-۱ مقدمه ..... ۲

۲-۱ وجود پلاسما در طبیعت ..... ۲

۳-۱ معیارهای پلاسما ..... ۲

۴-۱ حفاظ دبای ..... ۴

۵-۱ پلاسماهای کلاسیکی ..... ۵

۶-۱ پلاسماهای کوانتومی ..... ۷

۷-۱ تقسیم بندی ناحیه های مختلف پلاسما ..... ۱۱

۸-۱ ساختار پایان نامه ..... ۱۳

### فصل دوم: پلاسماهای الکترون-پوزیترون ..... ۱۵

۲-۱ معرفی ..... ۱۶

۲-۲ راههای تولید پلاسماهای الکترون-پوزیترون ..... ۱۶

۳-۲ تفاوت پلاسماهای الکترون -پوزیترون با الکترون -یون ..... ۱۷

۴-۲ تولید آزمایشگاهی پلاسماهای الکترون-پوزیترون ..... ۱۹

۵-۲ پلاسماهای نسبیتی و غیرنسبیتی ..... ۱۹

### فصل سوم: مطالعه رفتارهای خطی در پلاسماهای کلاسیکی ..... ۲۱

۱-۳ مقدمه ..... ۲۲

۲-۳ مدهای خطی در پلاسماهای کلاسیکی ..... ۲۳

۳-۳ مدهای الکترواستاتیکی با  $B_0 = 0$  ..... ۲۵

|                                                                                 |                                                                            |    |
|---------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|----|
| ۴-۳                                                                             | مدهای الکترواستاتیکی با $B_0 \neq 0$ .....                                 | ۲۷ |
| ۱-۴-۳                                                                           | مدهای موازی .....                                                          | ۲۹ |
| ۲-۴-۳                                                                           | مدهای عمودی .....                                                          | ۲۹ |
| ۵-۳                                                                             | مدهای الکترومغناطیسی .....                                                 | ۳۱ |
| ۱-۵-۳                                                                           | مدهای عمودی .....                                                          | ۳۵ |
| ۱-۱-۴-۳                                                                         | مدهای موازی .....                                                          | ۳۷ |
| ۶-۳                                                                             | مدهای الکترومغناطیس خطی در پلاسمای کوانتومی .....                          | ۳۸ |
| ۷-۳                                                                             | بحث و نتیجه‌گیری .....                                                     | ۴۷ |
| <b>فصل چهارم: مطالعه رفتارهای غیر خطی در پلاسماهای کلاسیکی و کوانتومی .....</b> |                                                                            |    |
| ۱-۴                                                                             | مقدمه .....                                                                | ۵۱ |
| ۲-۴                                                                             | معادلات فیزیک پلاسمای غیرخطی .....                                         | ۵۱ |
| ۱-۲-۴                                                                           | معادله گورته وگ-دووری .....                                                | ۵۱ |
| ۳-۴                                                                             | جواب های غیر خطی الکتروستاتیک در پلاسماهای کلاسیکی الکترون-پوزیترون .....  | ۵۳ |
| ۱-۳-۴                                                                           | بررسی های عددی و نتایج .....                                               | ۵۵ |
| ۴-۴                                                                             | جواب های غیر خطی الکتروستاتیک در پلاسماهای کوانتومی الکترون-پوزیترون ..... | ۵۷ |
| ۱-۴-۴                                                                           | بررسی های عددی و نتایج .....                                               | ۵۸ |
| ۵-۴                                                                             | جواب های غیرخطی در پلاسماهای کلاسیکی الکترون-پوزیترون مغناطیده .....       | ۶۰ |
| ۱-۵-۴                                                                           | بررسی های عددی و نتایج .....                                               | ۶۴ |
| ۶-۴                                                                             | پلاسماهای کلاسیکی الکترون-پوزیترون-یون .....                               | ۶۵ |
| ۱-۶-۴                                                                           | مقدمه .....                                                                | ۶۵ |
| ۷-۴                                                                             | جواب های خطی الکتروستاتیک در پلاسماهای کلاسیکی الکترون-پوزیترون-یون .....  | ۶۶ |

|     |                                                                                         |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| ۸-۴ | جواب های غیرخطی الکتروستاتیک ومعادله $Kdv$ در پلاسماهای الکترون-پوزیترون-یون کلاسیکی ۶۹ |
| ۷۴  | ۱-۸-۴ بررسی های عددی و نتایج .....                                                      |
| ۷۷  | ۹-۴ جواب های غیرخطی الکتروستاتیک در پلاسماهای کوانتومی الکترون-پوزیترون-یون .....       |
| ۷۸  | ۱-۹-۴ مراتب بالاتر جواب های غیرخطی .....                                                |
| ۸۱  | ۲-۹-۴ بررسی های عددی و نتایج .....                                                      |
| ۹۱  | <b>فصل پنجم: نتیجه گیری و پیشنهادات .....</b>                                           |
| ۹۳  | ۱-۵ مقدمه .....                                                                         |
| ۹۵  | ۲-۵ نتیجه گیری .....                                                                    |
| ۸۵  | ۳-۵ پیشنهادات .....                                                                     |
| ۸۸  | منابع .....                                                                             |
| ۹۱  | پیوست .....                                                                             |

## لیست تصاویر

- شکل (۱-۱). محدوده‌ی تقسیم بندی پلاسما به پلاسماهای کوانتومی و کلاسی..... ۱۰
- شکل (۲-۱). فلوچارت سازماندهی پایان نامه..... ۱۲
- شکل (۱-۳). رابطه پاشندگی امواج الکترواستاتیکی ..... ۲۵
- شکل (۲-۳). رابطه پاشندگی امواج آکوستیکی و سیکلوترونی و امواج لانگمویر و آمیخته بالا..... ۲۹
- جدول (۱-۳). خلاصه مدهای الکترواستاتیکی..... ۲۹
- شکل (۳-۳). رابطه پاشندگی امواج الکترومغناطیسی..... ۳۳
- جدول (۲-۳). مدهای الکترومغناطیسی در پلاسماهای الکترون-پوزیترون..... ۳۵
- شکل (۴-۳). تغییرات چگالی الکترون نسبت به زمان..... ۴۱
- شکل (۵-۳). تغییرات چگالی پوزیترون نسبت به زمان..... ۴۱
- شکل (۱-۴). امواج سولیتاری با دامنه های مختلف و عدد ماخ ثابت..... ۴۹
- شکل (۲-۴). تغییرات پتانسیل الکترواستاتیکی به ازای عدد ماخ های مختلف..... ۵۰
- شکل (۳-۴). تغییرات پتانسیل الکترواستاتیکی برای عددماخ های مختلف و پارامتر کوانتومی ثابت..... ۵۲
- شکل (۴-۴). تغییرات پتانسیل الکترواستاتیکی برای مقادیر مختلف پارامتر کوانتومی عدد ماخ ثابت..... ۵۳
- شکل (۵-۴). پالس های سولیتاری الکترومغناطیسی..... ۵۸
- شکل (۶-۴). تغییرات پتانسیل الکترواستاتیکی برای نسبت های دمایی مختلف الکترون به پوزیترون..... ۶۷
- شکل (۷-۴). تغییرات پتانسیل الکترواستاتیکی با نسبت های دمایی مختلف الکترون به پوزیترون با چگالی یونی..... ۶۸
- شکل (۸-۴). تغییرات پتانسیل پوش سالیتمونی، تصحیحات بالاتر و معادله  $kdv$  نسبت به پارامتر کوانتومی..... ۷۸
- شکل (۹-۴). تغییرات پتانسیل پوش سالیتمونی، تصحیحات بالاتر و معادله  $kdv$  نسبت به پارامتر کوانتومی..... ۷۹
- شکل (۱۰-۴). تغییرات دامنه پوش سالیتمونی، تصحیحات بالاتر و معادله  $kdv$  نسبت به سرعت سالیتمون ..... ۸۰
- شکل (۱۱-۴). تغییرات دامنه پوش سالیتمونی، تصحیحات بالاتر و معادله  $kdv$  برای دمای الکترون به پوزیترو..... ۸۰



# فصل اول

---

معرفی پلاسما

## ۱-۱ مقدمه

فیزیک پلاسما با سیستم‌های  $N$  ذره‌ای که، به وسیله نیروهای الکترومغناطیسی باردار شده‌اند سروکار دارد. مطالعه پلاسما در قرن بیستم از زمانی شروع شد که دانشمندان به فیزیک تخلیه گازها علاقه‌مند شدند. بعد از جنگ جهانی دوم، پلاسما به دلیل کاربردهای مسالمت‌آمیزی مانند هم جوشی هسته‌ای (تولید انرژی از فرآیندهای کنترل شده) و کاربردهای نظامی مانند بمب‌های هیدروژنی هم از لحاظ تئوری و هم از لحاظ تجربی بسیار مورد توجه قرار گرفت. اغلب گفته می‌شود ۹۹٪ از مواد جهان در حالت پلاسما است؛ یعنی به صورت گاز یونیده‌ای است که به یون‌های مثبت و الکترون‌های منفی تجزیه شده‌اند. این دلیلی شد که مطالعات مربوط به فیزیک پلاسما به میزان زیادی توسط متخصصین زمین شناسی و اخترفیزیکی گسترش داده شود.

## ۱-۲ وجود پلاسما در طبیعت

در طبیعت با ترک جو زمین با پلاسمایی که از کمربندهای تابشی وان آلن<sup>۱</sup> و بادخورشید<sup>۲</sup> تشکیل شده است مواجه می‌شویم. نمونه‌هایی از پلاسماهایی که در زندگی روزمره می‌توان از آنها نام برد؛ آذرخش، فروغ ملایم شفق شمالی، ویونیدگی مختصری که در خروجی موشک وجود دارد، گاز داخل لامپ فلورسان یا چراغ نئون هستند.

## ۱-۳ معیارهای پلاسما

هر گاز یونیده‌ای را نمی‌توان پلاسما نامید؛ تفاوت اساسی بین یک پلاسما و یک گاز معمولی که نیروهای کوتاه برد بین مولکولی مکانیسم غالب آن را تشکیل می‌دهند این است که؛ پلاسما گاز یونیده‌ای است که تعداد الکترون‌های آزاد آن تقریباً برابر تعداد یون‌های مثبت آن است [۱]. در دماهای زیاد الکترون‌های آزاد

<sup>۱</sup>Van allen

<sup>۲</sup>Solar wind

انرژی کافی دارند تا در برخورد با اتم‌های دیگر بتوانند الکترون را از هسته جدا کنند. انرژی لازم برای آزاد کردن الکترون از هسته، انرژی یونش نامیده می‌شود. این الکترون آزاد شده برخوردهای دیگری انجام می‌دهد و این فرآیند ادامه دارد تا گاز یونیده و به حالت پلاسما درآید. طبق رابطه ساها هر گاه نسبت اتم-های یونیده به اتم‌های خنثی به صورت زیر باشد آن گاز را پلاسما می‌نامند.

$$\frac{n_i}{n_n} \approx 2.4 \times 10^{21} \frac{T^{3/2}}{n_i} e^{-U_i/KT} \quad (1-1)$$

$n_i$  و  $n_e$  به ترتیب تعداد اتم‌های یونیزه و خنثی هستند.  $T$  دمای پلاسما و  $U$  انرژی یونش گازی می‌باشد [۱]. این رابطه نشان می‌دهد که افزایش دما سبب می‌شود که  $n_n$  کمتر از  $n_i$  شود تا سرانجام پلاسما کاملاً یونیده شود. به همین دلیل است که پلاسما در اجسام نجومی با دمای میلیون‌ها درجه و نه در زمین یافت می‌شود. حیات نمی‌تواند با آن نوعی از پلاسما که ما تعریف کردیم وجود داشته باشد.

با توجه به توضیحاتی که در قبل ارائه شد هر گاز یونیده‌ای را نمی‌توان پلاسما نامید. یک تعریف مفید از پلاسما این است که: "پلاسما گاز شبه خنثایی<sup>۱</sup> از ذرات باردار و خنثی است که رفتار جمعی<sup>۲</sup> از خود نشان می‌دهد [۲]" منظور از شبه خنثی بودن این است که می‌توان فرض کرد که  $n_i = n_e = n$  باشد. چگالی مشترک است که چگالی پلاسما نامیده می‌شود (ولی آنقدر خنثی نیست که همه نیروهای الکترومغناطیسی مورد توجه صفر باشند. منظور از رفتار جمعی حرکت‌هایی است که نه تنها به شرایط موضعی، بلکه به حالت پلاسما در ناحیه‌های دور نیز بستگی دارد. پلاسما به علت رفتار جمعی که از خود نشان می‌دهد تمایلی به متاثر شدن از عوامل خارجی ندارد و اغلب طوری عمل می‌کند که گویا دارای رفتار مخصوص به خودش است. رفتار جمعی ناشی از نیروهای الکترومغناطیسی می‌باشد. این نیروها به قدری از نیروهای برخوردی معمولی بزرگتر هستند که می‌توان از نیروهای برخوردی صرف نظر کرد.

<sup>۱</sup> Quasineutral<sup>۲</sup> Collective behavior

## ۴-۱ حفاظ دبای

یکی از مشخصات اساسی پلاسما توانایی آن برای دفع پتانسیل‌های الکتریکی است که به آن اعمال می‌شود. اگر بخواهیم با وارد کردن دو گلوله‌ی فلزی متصل به یک اختلاف پتانسیل یک میدان الکتریکی در داخل پلاسما ایجاد کنیم، خواهیم دید این گلوله‌ها ذره‌های با بار مخالف را جذب کرده و بلافاصله ابری از ذرات اطراف گلوله‌ها تشکیل می‌شود و تشکیل حفاظی را می‌دهند که باعث می‌شود میدان به طور نمایی کاهش یابد و اصطلاحاً پرده‌ای در جلوی ذرات ایجاد می‌شود. اگر حرکت گرمایی داخل پلاسما وجود نداشت، حفاظ کامل می‌شد و میدان الکتریکی خارج از ناحیه ابرها وجود نداشت. اما حرکات گرمایی باعث می‌شود که پتانسیل به داخل پلاسما نشت کند و میدان‌های الکتریکی متناهی در آن ایجاد شود. پتانسیل در هر نقطه به فاصله  $x$  از گلوله از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\varphi = \varphi_0 e^{-|x|/\lambda_D} \quad (۲-۱)$$

در رابطه بالا کمیت  $\lambda_D$  که ضخامت لایه غلاف می‌باشد، طول دبای نامیده می‌شود که رابطه آن به این

$$\text{صورت است.} \quad [۱] \quad \lambda_D \equiv \left( \frac{\epsilon_0 kT}{ne^2} \right)^{1/2} = \frac{v_{th}}{\omega_p}$$

هر محیط پلاسمایی دارای پارامترهای مهمی است که براساس آن پارامترها نوع پلاسما تعیین می‌شود. مهم‌ترین این پارامترها چگالی و دما هستند به طوری که مشخصات دیگر پلاسماها وابسته به این دو مشخصه می‌باشند. گستره‌ی وسیع چگالی و دمای یک پلاسما، آن را به یک حالت منحصر به فرد تبدیل کرده است. چگالی یک پلاسما می‌تواند بین  $10^6$  تا  $10^{36} m^{-3}$  باشد همچنین انرژی ذرات آن که به دمای پلاسما وابسته است می‌تواند بین ۱. تا  $10^6 eV$  تغییر کند [۳].

در یک دسته بندی کلی پلاسما را می‌توان به دو دسته کلاسیکی<sup>۱</sup> و کوانتومی<sup>۲</sup> تقسیم کرد:

<sup>۱</sup> Classical plasma

<sup>۲</sup> Quantum plasma

## ۵-۱ پلاسماهای کلاسیکی

پلاسماهای کلاسیکی به سیستمی از ذرات گفته می‌شود که آن سیستم شبه خنثی باشد یعنی بارهای جدا از هم فقط در فاصله کوتاه طول دبابی وجود داشته باشند و در فواصل بزرگتر از این طول، به جز برای نوسان‌های کوچک، پلاسما اساساً خنثی باشد. دومین ویژگی پلاسماهای کلاسیکی این است که اثرات جمعی نقش مهمی در دینامیک آنها داشته باشند. نام‌گذاری این پلاسماها به خاطر آن است که تابع توزیعی که این پلاسماها را توصیف می‌کند، تابع توزیع ماکسول - بولتزمن<sup>۱</sup> است که برای توصیف ذرات کلاسیکی به کار می‌رود. نزدیک‌ترین نوع پلاسمای کلاسیکی به زمین یونسفر است که از ۱۵۰ کیلومتری سطح زمین شروع می‌شود و به طرف بالا ادامه می‌یابد. لایه‌های بالای یونسفر به شکل پلاسما هستند که توسط تابش اشعه‌ی ایکس و فرابنفش، پرتوهای کیهانی و همچنین الکترون‌هایی که به آنها برخورد می‌کند شتاب‌دار می‌شوند. مطالعه پلاسمای یونسفری به دلیل جذب و بازتاب این تابش‌ها و همچنین پدیده جذب و قطع امواج رادیویی برای محققان اهمیت زیادی دارد [۴].

در یونسفر دیگر سیارات منظومه شمسی مانند زحل؛ مشتری و نپتون نیز پلاسما وجود دارد. همچنین نمونه‌های دیگری از این پلاسماها که می‌توان به آنها اشاره کرد آذرخش، فروغ ملایم شفق و غیره می‌باشد. مهم‌ترین ویژگی پلاسماهای کلاسیکی دمای بالا و چگالی کم آنهاست. اما پارامترهای مهم دیگری نیز دارند که عبارت‌اند از:

**فرکانس پلاسمایی:** با اعمال یک اختلال کوچک به پلاسما الکترون‌ها به دلیل سبک بودن حرکت می‌کنند و بار مثبت به جای می‌ماند. در نتیجه‌ی جدایی بارهای مثبت و منفی نیروی‌های کولنی بوجود می‌آیند که الکترون‌ها را به عقب باز می‌گردانند. این حرکت رفت و برگشت ادامه می‌یابد و فرکانس

<sup>۱</sup>Maxwell-boltzmann

پلاسمایی ایجاد می گردد.

$$\omega_p = \left( \frac{e^2 n}{m \epsilon_0} \right) \quad (3-1)$$

**سرعت گرمایی:** سرعت ناشی از حرکات گرمایی تصادفی می باشد.

$$v_T = \left( \frac{K_B T}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4-1)$$

**طول دبای:** این کمیت توصیف کننده ویژگی مهم حفاظ الکترواستاتیکی است. بارهای جدا از هم فقط

در فاصله کوتاه طول دبای می توانند وجود داشته باشند و در فواصل بزرگتر از این طول پلاسما اساساً خنثی است.

$$\lambda_D = \left( \frac{\epsilon_0 K_B T}{n e^2} \right) = \frac{V_T}{\omega_p} \quad (5-1)$$

**پارامتر جفت شدگی<sup>۱</sup>:** کمیتی است که نشان دهنده‌ی تاثیر برخوردها در پلاسماست و به صورت نسبت انرژی برخوردی به انرژی جنبشی تعریف می شود.

$$g_c = \frac{E_{int}}{E_{kin}} = \frac{e^2 n^{1/3}}{\epsilon_0 k_B T} \quad (6-1)$$

زمانی که  $g_c$  کوچکتر از ۱ باشد ( $g_c < 1$ ) یا به عبارتی وقتی که  $E_{kin} > E_{int}$  باشد برخوردهای کولنی دوتایی ضعیف، در نتیجه اثرات گرمایی بر این برخوردها غالب می شوند. در این ناحیه میدان اصلی که روی ذرات باردار شده اثر می کند میدان غیرموضعی ناشی از اثرات جمعی است. در این ناحیه رژیم کلاسیکی بدون برخورد<sup>۲</sup> (ایده آل) را خواهیم داشت. بنابراین توضیحاتی که در بالا ارائه شد پلاسماهای کلاسیکی در دماهای زیاد و چگالی های کم، بدون برخورد هستند. برعکس زمانی که  $g_c > 1$  باشد برخوردهای دو ذره

<sup>۱</sup> Coupling parameter

<sup>۲</sup> Collision less

ای را نمی‌توان نادیده گرفت و گفته می‌شود پلاسما برخوردی و شدیداً جفت شده است.

## ۱-۶ پلاسماهای کوانتومی

زمانی که طبیعت و خواص کوانتومی یک پلاسما به طور اساسی روی ویژگی‌های ماکروسکوپی آن تاثیر گذارد آن پلاسما را کوانتومی گویند. این پدیده زمانی رخ می‌دهد که یک پلاسما سرد می‌شود، در این صورت انرژی آن کاهش یافته و ذرات به سمت تبهگن شدن پیش می‌روند. چون در یک پلاسما الکترون‌ها زودتر از ذرات سنگین‌تر تبهگن می‌شوند تابع توزیع آنها از فرمی-دیراک تبعیت می‌کند. به عبارتی دیگر، کاهش انرژی ذرات و نزدیک شدن آنها به سمت انرژی فرمی باعث این تاثیر می‌شود در این صورت گفته می‌شود پلاسما کوانتیده شده و اثرات کوانتومی نقش محوری‌تری دارند. در این صورت نظریات کلاسیکی نمی‌تواند فیزیک پلاسما را توجیه کند و باید از مفاهیم کوانتومی استفاده کنیم. به دلیل کاربردهای زیادی که پلاسماهای کوانتومی در زمینه‌های مختلف دارند امروزه بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. این پلاسماها در اجسام الکترونیکی خیلی کوچک، در سیستم‌های اختریفیزیکی خیلی چگال مانند ناحیه داخلی سیاره مشتری، ستاره‌های نوترونی، در پلاسماهای هم جوشی لیزری، در نانوساختارهای فلزی، اجسام اپتیکی غیرخطی و غیره کاربرد دارند [۵]. پلاسماهای کوانتومی شامل الکترون-پوزیترون‌های تبهگن، و یون‌ها هستند که یون‌ها معمولاً به دلیل جرم بالایی که دارند غیرتبهگن هستند، بنابراین الکترون‌ها جزء اصلی سازنده‌ی این پلاسماها می‌باشند. در این پلاسماها مقیاس‌های کوانتومی مانند زمان، طول، سرعت گرمایی ذرات باردار شده متفاوت با نمونه پلاسماهای کلاسیکی می‌باشند. ویژگی اساسی پلاسماهای کوانتومی چگالی بالای ذرات و دمای پایین آنهاست. علاوه بر این‌ها کمیت‌های مهم و تاثیرگذار دیگری نیز وجود دارد که در زیر به طور مختصر به آنها اشاره شده است

**طول موج دوبروی<sup>۱</sup>:** زمانی که چگالی خیلی زیاد باشد میانگین فاصله‌ی بین ذره‌ای با طول موج

گرمایی دوبروی توصیف می‌شود. در پلاسماهای کلاسیکی این کمیت نقشی ندارد به دلیل اینکه در مقایسه با میانگین فاصله بین ذره‌ای  $n^{1/3}$  بسیار کوچک می‌باشد به طوری که ذرات می‌توانند مانند بارنقطه-ای در نظر گرفته شوند.

$$\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2\pi m_\alpha k_B T}} \quad (Y-1)$$

طول موج دوبروی به جرم وانرژی ذرات بستگی دارد در نتیجه این کمیت برای الکترون‌ها که سبک-تر هستند دارای مقدار بیشتری است و همین باعث می‌شود که اثرات کوانتومی برای آنها نقش مهم‌تری داشته باشد نسبت به یون‌ها که دارای جرم بیشتری هستند. بنابراین الکترون‌ها به عنوان ذرات کوانتومی معرفی می‌شوند و دینامیک یون‌ها عمدتاً کلاسیکی در نظر گرفته می‌شود.

پلاسما تقسیم‌بندی می‌شود به پلاسماهای کوانتومی (تبهگن) در صورتی که  $n_\alpha \lambda_{B\alpha}^2 < 1$  باشد یا به عبارتی دیگر طول موج دوبروی بزرگتر یا مساوی میانگین فاصله بین ذره‌ای ( $n^{-1/3}$ ) باشند. پلاسما کلاسیکی (غیرتبهگن) است زمانی که  $n \lambda_B^3 > 1$  باشد. بنابراین مرز بین پلاسماهای کلاسیکی و کوانتومی به این صورت داده می‌شود:

$$n_\alpha \lambda_{B\alpha}^2 = n_\alpha \left( \frac{h}{\sqrt{2m_\alpha \pi k_B T}} \right)^2 \equiv 1 \quad (A-1)$$

در پلاسماهای با دما و چگالی معمولی رفتارهای کوانتومی قابل نظر کردن هستند. اما با کاهش دما هنگامی که دما به سمت دمای فرمی  $T \rightarrow T_F$  میل می‌کند این رفتارها پررنگ‌تر می‌شوند. در

<sup>۱</sup> De Broglie

اینجا دمای فرمی با رابطه زیر داده می‌شود.

$$T_F = \frac{E_F}{K_B} = \frac{\hbar^2}{2mK_B} (3\pi^2)^{2/3} n_e^{3/2} \quad (9-1)$$

نسبت دمای فرمی به دمای پلاسما را با  $\chi$  نشان می‌دهند که به آن پارامتر تبهگنی نیز گفته می‌شود به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\chi = \frac{T_F}{T} = \frac{1}{2} (3\pi^2)^{2/3} (n\lambda_B^3)^{2/3} \quad (10-1)$$

اگر  $\chi \geq 1$  تمام ذرات در سطح فرمی و کاملاً تبهگن هستند بنابراین پلاسما را کوانتومی گویند. دما یک پارامتر متغیری است که اندازه‌گیری آن دشوار است بنابراین از کمیت چگالی استفاده می‌شود. اگر هیچ عامل افزایش یا کاهش‌دهی برای چگالی وجود نداشته باشد چگالی ثابت می‌ماند و با افزایش آن اثرات کوانتومی نقش مهم‌تری خواهند داشت به همین دلیل پلاسماهای کوانتومی را پلاسماهای چگال نیز می‌نامند.

**سرعت:** در محدوده‌ی دماهای خیلی کوچک سرعت گرمایی بسیار کم اهمیت می‌شود بنابراین سرعتی که مشخصه توزیع فرمی دیراک و نشان دهنده‌ی سرعت یک الکترون در سطح فرمی می‌باشد به این صورت معرفی می‌شود

$$v_T = \left( \frac{k_B T}{m} \right)^{1/2} = \frac{\hbar^2}{m} (3\pi^2 n)^{1/2} \quad (11-1)$$

**پارامتر جفت شدگی کوانتومی:** این کمیت یک مشخصه مهم از برخوردها در پلاسماهای کوانتومی

است که به صورت نسبت انرژی برخوردی  $E_{int} = e^2 n_e^{1/3}$  (مشابه نمونه کلاسیکی) به انرژی جنبشی تعریف می‌شود. در پلاسماهای کوانتومی نمی‌توان برای انرژی جنبشی تعریفی مشابه حالت کلاسیکی داشت و به جای انرژی جنبشی انرژی فرمی را جایگزین می‌کنیم ( $E_{kin} = E_F$ ).

$$g_Q = \frac{E_{Int}}{E_F} = \left( \frac{1}{n \lambda_F^3} \right) \quad (12-1)$$

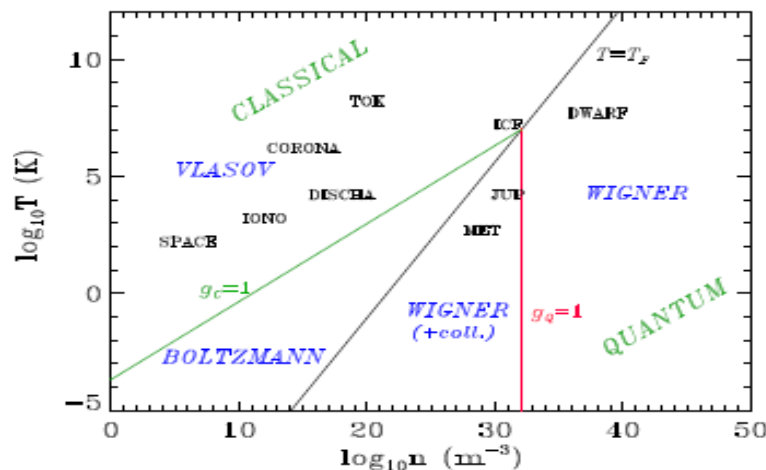
با توجه به رابطه بالا پلاسماهای کوانتومی برعکس پلاسماهای کلاسیکی در چگالی‌های بالا شدیداً برخوردی هستند.

**فرکانس پلاسمایی :** این کمیت در پلاسماهای کوانتومی به علت اینکه چگالی‌های تعادلی زیاد می باشد دارای مقادیر زیادی است در نتیجه زمان اثرات جمعی کمیت بسیار کوچکی خواهد بود.

$$\omega_p = \left( \frac{4\pi n_s e^2}{m_s} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (13-1)$$

## ۷-۱ تقسیم بندی ناحیه‌های مختلف پلاسما

در شکل زیر ناحیه‌های مختلف پلاسما نشان داده شده‌اند.



شکل (۱-۱) محدوده تقسیم بندی ناحیه های مختلف پلاسما به انواع کوانتومی و کلاسیکی [۶]

این شکل به دو ناحیه کلاسیکی و کوانتومی و هر کدام از این دوناحیه نیز به دو ناحیه برخوردی و غیر برخوردی تقسیم می شوند. خط  $T = T_F$  مرز بین پلاسماهای کلاسیکی و کوانتومی می باشد. ناحیه ای که دما بزرگتر از دمای فرمی باشد ( $T > T_F$ ) ناحیه کلاسیکی است و  $g_c = 1$  حد بین پلاسماهای کلاسیکی برخوردی و غیربرخوردی است. برای  $g_c > 1$  یعنی انرژی داخلی در قیاس با انرژی جنبشی

بزرگ‌تر باشد باید برخوردها را در نظر گرفت. نمونه ای از پلاسماهای کلاسیکی برخوردی **مانند** پلاسماهای فیوژن مغناطیسی<sup>۱</sup>، یونوسفرمغناطیسی<sup>۲</sup>، فضاها بین ستاره‌ای<sup>۳</sup>، هسته‌های خورشیدی<sup>۴</sup> و غیره وجود خواهد داشت. معادله‌ای که برای توصیف این پلاسماها به کار می‌رود معادله ولاسف<sup>۴</sup> می‌باشد. برای  $g_e < 1$  پلاسماهای کلاسیکی غیربرخوردی وجود دارند که به وسیله معادله بولتزمن توصیف می‌شوند. ناحیه‌ای که دما کوچکتر از دمای فرمی است ( $T < T_F$ ) ناحیه مربوط به پلاسماهای کوانتومی می‌باشد. این ناحیه به ازای  $g_Q < 1$  شامل پلاسماهای کوانتومی غیربرخوردی مانند ستاره های نوترونی هستند و به وسیله تابع ویگنر<sup>۵</sup> که مدل کوانتومی معادله ولاسف است توصیف می‌شوند. به عبارتی دیگر این پلاسماها غیربرخوردی هستند زمانی که فاصله بین ذره‌ای از مرتبه شعاع بور  $a_0$  می‌شود.

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{2m_e e^2} \approx 53 \text{ \AA} \quad \text{یعنی } a_0 \approx 38 a_0 \quad d = \frac{1}{n_e^{\frac{1}{3}}} < \left[ \frac{(3\pi^2)^{\frac{2}{3}}}{8\pi} \right] a_0$$

این متناسب است با اینکه چگالی

$n_e \geq 1.22 \times 10^{26} \text{ cm}^{-3}$  باشد که سه مرتبه بزرگتر از چگالی الکترونی در فلزات معمولی است.

مدلی که برای توصیف پلاسماهای کوانتومی برخوردی که در ناحیه  $g_Q > 1$  قرار دارند به کار می‌رود با wigner(coll) نشان داده شده است. در مواد تبهگن فرمی، اصل طردپائولی صادق است. این اصل شدیداً نرخ برخوردهای الکترون - الکترون و الکترون - یون را کاهش می‌دهد. باید توجه کرد که اجسام اختریفیزیکی مانند کوتوله سفید به طور صریحی کوانتومی و بدون برخورد می‌باشند. اگرچه مانند پلاسماهای خورشیدی شدیداً داغ هستند. ولی از آنجا که دما نسبت به چگالی سنجیده می‌شود و آنها دمای کمتری نسبت به چگالی دارند جزء پلاسماهای کوانتومی محسوب می‌شوند [۷].

<sup>۱</sup>Magnetic Fusion  
<sup>۲</sup>Iono  
<sup>۳</sup>space  
<sup>۴</sup>Corona

## ۸-۱ ساختار پایان نامه

این پایان نامه مشتمل بر پنج فصل می باشد:

پس از مقدمه فصل اول، در فصل دوم به معرفی و توصیف پلاسماهای الکترون-پوزیترون پرداخته و روش های تولید این پلاسماها بررسی می شود. در فصل سوم روابط پاشندگی خطی امواج الکترواستاتیک و الکترومغناطیس در پلاسماهای الکترون-پوزیترون را بدست آورده و با نمونه های مشابه در پلاسماهای الکترون-یون مقایسه می کنیم. فصل چهارم را نیز به مطالعه اثرات غیرخطی در این پلاسماها اختصاص داده ایم. این رفتارها توسط معادله  $kdv$  توصیف می شوند. در این فصل پلاسماهای الکترون-پوزیترون-یون معرفی و امواج غیرخطی حاضر در این پلاسماها در دو حالت کلاسیکی و کوانتومی بررسی می شود. در نهایت در فصل پنجم نتایج و یافته های تحقیق ذکر و در مورد آنها بحث می شود و پیشنهاداتی نیز جهت ادامه مطالعه ارائه می گردد. فلوچارتی از نحوه سازماندهی پایان نامه، در شکل (۱-۴) نشان داده شده است.



شکل (۱-۲): فلوچارت سازماندهی پایان نامه

# فصل دوم

---

پلاسماهای الکترون-پوزیترون

## ۲-۱ معرفی پلاسماهای الکترون-پوزیترون

پلاسماهای الکترون-پوزیترون یک دسته بزرگی از زوج پلاسماهای با جرم و بار یکسان (علامت مخالف) هستند. این پلاسماهای نقش مهمی در شناخت ساختار اولیه جهان [۸]، در اجسام اخترفیزیکی مانند تباخترها [۹]، در هسته‌های کهکشانی فعال [۱۰]، در واپاشی پرتوگاما [۱۱]، در مرکز کهکشان راه شیری [۱۲] و غیره دارند. پلاسماهای الکترون-پوزیترون به دلیل اینکه به میزان زیادی به مفاهیم اخترفیزیکی مانند تباخترها مربوط می‌شوند عمدتاً از لحاظ تئوری مطالعه و بررسی شده‌اند.

## ۲-۲ راههای تولید پلاسماهای الکترون-پوزیترون

تولید الکترون - پوزیترون یک مثال ریاضیاتی است از انرژی پیش بینی شده توسط نسبیت خاص به این صورت که طبق رابطه معروف  $E = mc^2$  که بیان‌کننده هم‌ارزی جرم-انرژی است دوکمیت جرم و انرژی می‌توانند به یکدیگر تبدیل شوند. مشاهده‌ی تجربی این مسئله در فرایندهای مختلف مانند اثر فوتوالکتریک، اثر کامپتون، و غیره انجام شده است. پدیده تولید زوج نیز یکی از راههایی است که در آن امکان تبدیل انرژی به جرم بررسی می‌شود.

در اولین مرحله از جهان، بعد از یک بازه کوتاهی از واقعه بیگ بنگ، همه مواد در حالت پلاسمایی بوده‌اند. این پلازما متشکل از فوتون‌های خیلی پرانرژی و ذراتی بودند که به طور جزئی باردار شده‌اند. در طول این حالت‌های اولیه جهان بسیار داغ، زوج ذره-پادذره می‌تواند به آسانی توسط این تشعشعات با انرژی بالا بوجود آید. پلاسماهای الکترون-پوزیترون مثال بارزی از سیستم‌های ذره-پادذره است، همچنین نقش مهمی در شناخت ستاره‌های خیلی چگال مانند کوتوله‌های سفید و تباخترها دارد. وجود این پلاسماهای ستاره‌های نوترونی و مگنتوسفر تباختری به خوبی اثبات شده است. در نمونه‌های تباختری با میدان‌های مغناطیسی خمیده، ذراتی که توسط میدان‌های الکتریکی طولی شتابدار می‌شوند می‌توانند طی فرآیندهایی فوتون‌هایی با انرژی بسیار بالایی ساطع کنند. این فوتون‌ها در امتداد میدان‌های مغناطیسی

تباختری متشعشع می‌شوند و زوج الکترون-پوزیترون را تولید می‌کنند. هر کدام از ذرات تولید شده در میدان الکتریکی شتابدار می‌شود و دوباره منجر به تولید زوج می‌شود. این زنجیره تولید زوج از کوانتاهای پرتوگاما همچنان تکرار می‌شود و یک محیط پلاسمایی اطراف ستاره‌های نوترونی ایجاد می‌گردد [۱۳].

یک منبع دیگری از پلاسماهای الکترون-پوزیترون واپاشی پرتوگاما می‌باشد که به طور معمول بین چند ثانیه تا چند دقیقه طول می‌کشد. پرتوهای گامای واپاشیده بسیار پرانرژی و متشکل از تابش‌های الکترومغناطیسی مانند نور هستند که در هنگام عبور از آسمان برای ما نیز قابل مشاهده می‌باشند. واپاشی پرتوگاما به دلیل متلاشی شدن سریع یک ستاره نوترونی در حال چرخش در یک سیاه چاله اتفاق می‌افتد [۱۴].

## ۲-۳ تفاوت پلاسماهای الکترون-پوزیترون با الکترون-یون

پلاسماهای الکترون - پوزیترون به عنوان پلاسماهایی که شدیداً تقارنی هستند دارای فیزیک منحصربه فردی می‌باشند در اینجا بعضی از ویژگی‌های آنها ذکر می‌شود:

**الف) ویژگی‌های دینامیکی مشابه الکترون‌ها و پوزیترون‌ها:** الکترون‌ها و پوزیترون‌ها جرم و مقدار بار یکسانی دارند بنابراین رفتار دینامیکی آنها مشابه است. این برخلاف پلاسماهای الکترون-یون است که به دلیل اختلاف جرم زیادی که بین الکترون‌ها و یون‌ها وجود دارد اجزای سازنده‌ی آنها مقیاس‌های زمانی- مکانی متفاوتی را نشان می‌دهند. به دلیل چنین تفاوت‌هایی پلاسماهای الکترون - یون می‌توانند به صورت یک پلاسمای دو دمایی وجود داشته باشند به طوری که، الکترون‌ها و یون‌ها هر دو در حالت تعادل گرمایی باشند در حالی که در دماهای متفاوت  $T_e$  و  $T_i$  هستند. اما برای پلاسماهای الکترون-پوزیترون، مقیاس‌های زمان تعادل مؤلفه‌ها قابل مقایسه و تقریباً از مرتبه یکسانی هستند. چنین ویژگی منجر می‌شود به این نتیجه که در آزمایشگاه‌ها پلاسمای الکترون-پوزیترونی که در حالت تعادل و دارای

دو دمای متفاوت باشد وجود نداشته باشد. زمانی که یک پلاسمای الکترونی در حالت تعادل گرمایی با دمای  $T_e$  با یک پلاسمای پوزیترونی با دمای  $T_p$  ترکیب می‌شود حالت تعادل برای پلاسمای الکترون - پوزیترون زمانی حاصل می‌شود که تمام مؤلفه‌های پلازما به دمای واحدی برسند. در پلاسماهای فضایی، برای مثال مگنتوسفرهای تباختری ممکن است جریان‌های پیوسته‌ای از ذرات با انرژی بالا (e و p در جهت مخالف) در زمینه پلازما وجود داشته باشند. تحت این شرایط تعادل گرمایی بین گونه‌ها می‌تواند در یک زمان واحد اتفاق نیفتد در حقیقت این امکان وجود دارد که گونه‌های مختلف دمای متفاوتی داشته باشند [۱۵].

(ب) جفت شدگی امواج الکترومغناطیسی در حضور میدان مغناطیسی: حضور میدان مغناطیسی منجر به یک سوق با فرکانس یکسان و در جهت مخالف برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها می‌شود به طوری که رابطه بین بسامد سیکلوترونی (سوق) دو ذره به این صورت می‌باشد  $\left| \Omega_- = \frac{eB_0}{m_e} \right| = \left| \Omega_+ = \frac{eB_0}{m_p} \right|$  بر خلاف پلاسماهای الکترون-یون که  $|\Omega_-| \ll |\Omega_+|$  می‌باشد.

(پ) فرآیند نابودی زوج  $e + p \rightarrow 2\gamma, 3\gamma, \dots$

علاوه بر فرآیندهای معمولی پلازما نابودی زوج نیز می‌تواند در یک پلاسمای الکترون - پوزیترون اتفاق بیفتد که این مشابه فرایند باز ترکیب در پلاسماهای الکترون-یون می‌باشد. فرآیند نابودی زوج در اختر فیزیک اهمیت زیادی دارد زیرا تولید پرتوهای گاما اثر واضحی از حضور پوزیترون در این اجسام می‌باشد. (د) مقایسه زمان نابودی زوج و زمان موثر نوسانات جمعی:

تحت شرایط واقعی یک پلاسمای الکترون-پوزیترون زمانی قابل تعریف است که کمیت زمان نابودی بسیار بزرگتر از زمان نوسانات جمعی پلاسمایی یا همان معکوس فرکانس باشد. نابودی زوج می‌تواند به

دو صورت رخ بدهد یکی نابودی بر اثر برخورد های دو ذره ای و دوم نابودی به وسیله تشکیل اتم پوزیترونیم. نتایج بدست آمده نشان می دهد که در دمای  $k = 300$  نرخ باز ترکیب  $10^{-11} \text{ cm}^3/\text{s}$  است بنابراین برای یک پلاسمای با چگالی  $10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ، نابودی زوج به وسیله تولید اتم پوزیترونیم در حدود 10s و نابودی مستقیم حدود 100s به طول می کشد. این زمان ها بسیار بزرگتر از دوره تناوب پلازما یعنی  $10^{-9} \text{ s}$  هستند. در انرژی های بالای 100eV فرآیندهای نابودی مستقیم زوج کاهش می یابند. برای مثال برای پوزیترون های 10keV نرخ نابودی مستقیم حدود  $10^{-14} \text{ cm}^3/\text{s}$  است که این مقدار از حالت با انرژی های پایین نیز کمتر می باشد. در هر دو حالت انرژی های بالا و پایین، زمان نابودی بزرگتر از زمان اثرات نوسان های پلازما است بنابراین می توان نتیجه گرفت که از لحاظ فیزیکی تولید آزمایشگاهی زوج الکترون-پوزیترون امکان پذیر می باشد [۱۶].

## ۲-۴ تولید آزمایشگاهی الکترون-پوزیترون

وجود پوزیترون ها در سال ۱۹۲۸ به طور نظری توسط دیراک پیش بینی شد. چهار سال بعد اندرسون<sup>۱</sup> در جریان مطالعاتش روی تابش کیهانی، پوزیترون را مشاهده و مشخص کرد. کمی بعد از آن بوسیله شتاب دهنده های ذره که با چند میلیون الکترون ولت کار می کردند، زوج های الکترون-پوزیترون در آزمایشگاه تولید شدند [۱۷]. امروزه مشاهده زوج های الکترون-پوزیترون در برهمکنش فوتون های با انرژی بالا و ماده یک پدیده ی عادی به شمار می روند. الکترون ها اغلب به وسیله میدان های الکتریکی درون توکامک ها تا 10MeV شتابدار می شوند. این الکترون ها نیمی از جریان اولیه پلازما را تشکیل می دهند. در این انرژی های بالا به دلیل برخورد الکترون های شتابدار شده با یون ها و الکترون های پلاسمای زمینه زوج الکترون-پوزیترون می تواند تشکیل شود. توکامک ها می توانند بزرگترین منبع پوزیترون های ساخته شده

<sup>۱</sup> C.D. Anderson

توسط انسان باشند [۱۸].

## ۲-۵ پلاسماهای نسبیتی و غیرنسبیتی

مطالعات تئوری روی پلاسماهای الکترون-پوزیترون بیشتر در ناحیه نسبیتی متمرکز شده است. این موضوع عمدتاً ناشی از این است که تولید زوج نیازمند فرآیندهایی با انرژی بالاست که معمولاً در شرایط اختر فیزیکی مانند محیط‌های تب اختری، هسته‌های کیهکسانی فعال و غیره وجود دارند.

در پلاسما که زمانی که فاصله  $y$  بین ذره ای  $n^{\frac{1}{3}}$  از مرتبه طول موج کامپتون  $\lambda_c = \frac{\hbar}{m_e c}$  و بنابراین سرعت الکترون قابل مقایسه با سرعت نور  $c$  در خلاء و یا انرژی گرمایی ذرات پلاسمایی با انرژی جرم سکون  $mc^2$  قابل مقایسه باشد اثرات نسبیتی محاسبه می‌شوند. اگر الکترون غیرنسبیتی باشد سرعت آن  $v_e = \frac{p_x}{m_e} = \frac{\hbar n_e^{\frac{1}{3}}}{m_e}$  خواهد بود. مطالعات گزارش شده بیشتر محدود به پلاسماهای تک دما می‌شود. اخیراً مطالعات بیشتری روی رژیم غیر نسبیتی انجام گرفته است با انتشار سیکلوترونی پلاسماهای نسبیتی الکترون-پوزیترون، این پلاسماهای سرد و تبدیل به پلاسماهای غیر نسبیتی می‌شوند [۱۹].

# فصل سوم

---

مدهای خطی در پلاسماهای کلاسیکی و کوانتومی

## ۳-۱ مقدمه

پلاسما شامل تعداد زیادی از ذرات باردار مانند الکترون‌ها، یون‌ها، پوزیترون‌ها و غیره است که برای توصیف حرکت این ذرات نیازمند تعداد زیادی مد متناظر هستیم. این ذرات باردار در پاسخ به میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی که به آنها اعمال می‌شود فعل و انفعالاتی انجام می‌دهند که منجر به نوسان و ناپایداری در پلاسما می‌شود. مدهای مختلفی از امواج با توجه به جهتی که راستای انتشار این امواج با میدان‌های خارجی دارند در یک پلاسما تولید می‌شود. امواج پلاسما دربردارنده‌ی ویژگی‌های مختلف پلاسما هستند به طوری که با استفاده از حالت‌های امواج منتشر شده، می‌توان پارامترهای فیزیکی مؤثر در پلاسما مانند چگالی، دما، انرژی و غیره را بدست آورد و بنابراین نقش مهمی در شناخت محیط‌ها و پدیده‌های پلاسمایی دارند. برای مثال ساده‌ترین امواج برانگیخته در یک پلاسما نوسانات پلاسما هستند که با اندازه‌گیری فرکانس مشخصه نوسان پلاسمایی می‌توان به خواص اساسی پلاسما مانند چگالی و اثر میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی و غیره پی برد. امواج ویستلری که در مگنتوسفر سیارات وجود دارد دارای سرعت فازهایی هستند که خیلی نزدیک به سرعت الکترون‌های اطراف میدان مغناطیسی است. این امواج اثر قابل توجهی روی حرکت الکترون‌ها دارند و نتیجه این تاثیر یک فرآیند پراکندگی است که منجر می‌شود الکترون‌های به دام افتاده در کمر بند تابشی وان‌آلن پدیده‌ی شفق قطبی را ایجاد کنند. یک روش ساده برای برانگیختن امواج در پلاسما، اعمال یک پتانسیل نوسان‌کننده به یک شبکه یا رشته‌ای از شبکه‌ها در یک پلاسما می‌باشد. در پلاسماهای الکترون-پوزیترون امواج متفاوت هستند از امواجی که در پلاسماهای الکترون-یون وجود دارند. برخی پدیده‌ها مانند رزونانس سیکلوترون، شبیه به نوع معمولی باقی می‌ماند و بعضی دیگر مانند امواج پلاسمایی و امواج آلفنی، با امواجی دیگر جایگزین می‌شوند که می‌توانند مکانیسم فیزیکی یکسان یا متفاوتی با نوع الکترون-یون داشته باشند. حضور یون‌ها و اختلاف

جرم آنها با الکترون‌ها در پلاسماهای الکترون- یون منجر به جداسازی حرکت‌ها به دونوع فرکانس بالا و پایین و در نتیجه انتشار امواجی در این محدوده‌ها می‌شود. در حالی که در پلاسماهای الکترون - پوزیترون به دلیل یکسان بودن جرم این دسته‌بندی‌ها وجود ندارد و در نتیجه خیلی از امواجی که مربوط به این محدوده باشد وجود ندارند [۲۰]. تفاوت‌های دینامیکی ذرات در دو محیط پلاسمایی منجر به رفتارهای متفاوت دیگری نیز می‌شود که در قسمت‌های بعدی به‌طور مفصل‌تری در مورد آنها بحث شده است. در این تحقیق امواج را در پلاسماهای کلاسیکی و کوانتومی به دو دسته خطی و غیرخطی تقسیم‌بندی و امکان انتشار و ویژگی‌های امواج انتشاری را بررسی می‌کنیم.

## ۲-۳ مدهای خطی در پلاسماهای کلاسیکی

هر حرکت دوره‌ای یک سیال را می‌توان توسط آنالیز فوریه: برهم نهشی از نوسان‌های سینوسی با بسامدهای مختلف  $\omega$  و عدد موج  $k$  تجزیه کرد. هریک از این مؤلفه‌ها یک موج ساده است. هنگامی که دامنه موج کوچک باشد موج به شکل سینوسی درمی‌آید [۲۱]. به عبارتی دیگر در بررسی‌های مربوط به پلاسماهای زمانی که اثرات کم دامنه یا همان اثراتی که در اولین مرتبه‌ی آشفتگی حاصل می‌شوند، در نظر گرفته شود کمیت‌های نوسان‌کننده‌ی وابسته مانند چگالی، سرعت، میدان‌الکتریکی و میدان مغناطیسی را می‌توان به ۲ مؤلفه تعادلی و اختلالی تقسیم کنیم به طوری که قسمت اختلالی به صورت یک موج سینوسی نوسان کند. منظور ما از اثرات خطی، توصیف رفتار پلاسما با استفاده از معادلاتی است که در آن‌ها متغیرهای وابسته با توان‌های بیشتر از یک وارد نمی‌شوند. در فرایند خطی سازی جملات مرتبه‌ی بالاتر را بسیار کوچک فرض می‌کنیم تا این امکان را داشته باشیم که در یک زمان تنها یک مؤلفه‌ی فوریه را در نظر بگیریم و اطمینان داشته باشیم که هر موج سینوسی را می‌توان به سادگی با تشکیل توزیع مناسبی از مؤلفه‌های فوریه بررسی کرد. تا هنگامی که دامنه‌ی موج به اندازه‌ی کافی کوچک

باشد که معادلات خطی معتبر بمانند، این بسیار مفید خواهد بود [۲۲]. در این فصل به بررسی امواج خطی الکترواستاتیکی و الکترومغناطیسی در حضور و غیاب میدان مغناطیسی در یک پلاسمای الکترون-پوزیترون پرداخته و روابط بدست آمده را با نمونه‌های مشابه در پلاسماهای الکترون-یون مقایسه می‌کنیم. در فیزیک پلاسما ما خود راه‌های انتشار امواج با فرکانس‌های مختلف را بررسی می‌کنیم. برای این بررسی نیاز به یکی از مشخصه‌های مهم امواج یعنی رابطه پاشندگی داریم. رابطه بین فرکانس  $\omega$  و عدد موج  $k$  را رابطه پاشندگی گویند. اهمیت این رابطه در فیزیک پلاسما به این خاطر است که دربردارنده‌ی اطلاعات مهمی از امواج منتشرشده در پلاسما می‌باشد. اطلاعاتی مانند سرعت فاز، سرعت گروه، محدوده فرکانسی که امواج می‌توانند منتشر شوند، نقاط قطع و تشدید و یا رشد و میرایی موج. اکنون ما روابط پاشندگی امواج خطی را در پلاسماهای کلاسیکی الکترون - پوزیترون بدست می‌آوریم.

معادلات سیالی که برای توصیف پلاسماهای e-p به کار می‌رود شامل معادله پیوستگی، معادله حرکت، معادله پواسون و معادلات ماکسول می‌باشند. نکته‌ای که باید به آن اشاره شود این است که، یکی از اثراتی که موجب می‌شود نوسان‌های پلاسما منتشر شود حرکات گرمایی است. الکترون‌ها و پوزیترون‌ها با سرعت‌های گرمایی خود به لایه‌های مجاور پلاسما جریان می‌یابند و اطلاعاتی در باره آنچه در ناحیه نوسان‌کننده اتفاق می‌افتد حمل می‌کنند. این اثرات را می‌توان با اضافه کردن جمله  $\nabla p_j$  به معادله حرکت به آسانی بررسی کرد. در اینجا فشار گرمایی برابر است با  $p_j = \gamma k T_j n_j$ ، چگالی ذرات،  $\gamma$  نسبت گرمای ویژه،  $k$  ثابت بولتزمن و  $T_j$  دمای ذرات و  $j = e, p$  می‌باشد.

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j u_j) = 0 \quad (۱-۳)$$

$$m n_j \left( \frac{\partial u_j}{\partial t} + (u_j \cdot \nabla) u_j \right) = -\nabla p_j + q_j n_j \left( E + \frac{u_j}{c} \times B \right) \quad (۲-۳)$$

$$\nabla \cdot E = 4\pi e (n_p - n_e) \quad (3-3)$$

$$\nabla \times B = \frac{4\pi}{c} j + \frac{\partial E}{c \partial t} \quad (4-3)$$

$$\nabla \cdot B = 0$$

$$j = e (n_p u_p - n_e u_e) \quad (5-3)$$

در اینجا  $q_j$  نشان دهنده‌ی بار است (e برای الکترون و p برای پوزیترون)،  $u_j$  سرعت سیالی،  $c$  سرعت نور،  $m$  جرم الکترون،  $E$  میدان الکتریکی،  $B$  میدان مغناطیسی می باشند.

### ۳-۳ امواج الکترواستاتیکی با $B = 0$

در غیاب میدان‌های مغناطیسی و با خطی سازی معادلات (۱-۳)-(۵-۳) انتشار امواج با دامنه کوتاه را در پلاسمای الکترون-پوزیترون بررسی می کنیم. ابتدا متغیرهای وابسته را به دو قسمت تفکیک می کنیم: قسمت "تعادلی" که با شاخص 0 و قسمت "اختلالی" که با شاخص 1 مشخص می شود:

$$T_e = T_p = T, \quad n_{0e} = n_{0p} = n_0, \quad u_j = u_0 + u_1, \quad n_j = n_0 + n_1 \quad (6-3 \text{ الف})$$

$$n_1 \propto \exp(k \cdot r - \omega t) \quad u_1 \propto \exp(k \cdot r - \omega t) \quad (6-3 \text{ ب})$$

کمیت‌های تعادلی، حالت پلاسما را در غیاب نوسان بیان می کنند. چون قبل از نوسان پلاسما را خنثی، یکنواخت و در حال سکون فرض کرده ایم، در نتیجه داریم:

$$\nabla n_0 = u_0 = E_0 = 0, \quad \text{و} \quad \frac{\partial n_0}{\partial t} = \frac{\partial u_0}{\partial t} = \frac{\partial E_0}{\partial t} = 0 \quad (7-3)$$

از معادله خطی شده (۲-۳) (در اینجا برای سادگی شاخص 1 را حذف کرده ایم) برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها دیورژانس می گیریم:

$$m n_{0e} \left( \frac{\partial (\nabla u_e)}{\partial t} \right) = -\gamma k_B T_e \nabla^2 n_e + \frac{4\pi e^2 n_{0e}}{m} (n_p - n_e) \quad (8-3)$$

$$mn_{0p} \left( \frac{\partial (\nabla u_p)}{\partial t} \right) = -\gamma k_B T_p \nabla^2 n_p - \frac{4\pi e^2 n_{0p}}{m} (n_p - n_e) \quad (9-3)$$

باجایگذاری معادله (۱-۳) در (۸-۳) و (۹-۳) و جمع و تفریق آنها به ترتیب داریم:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla^2 \right) (n_e + n_p) = 0 \quad (10-3)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla^2 + 2\omega_p^2 \right) (n_e - n_p) = 0 \quad (11-3)$$

.  $C_s \equiv \frac{\gamma k T}{m}$ ، سرعت آکوستیکی و  $\omega_p^2 \equiv \frac{4\pi e^2 n_0}{m}$  فرکانس پلاسمایی می باشند.

برای تبدیل فوریه با استفاده از رابطه (۳-۶)  $\frac{\partial}{\partial t} \leftarrow -i\omega$  و  $\nabla$  با  $ik \hat{z}$  تعویض می شود.

بنابراین رابطه پاشندگی برای (۱۰-۳) و (۱۱-۳) عبارت است از

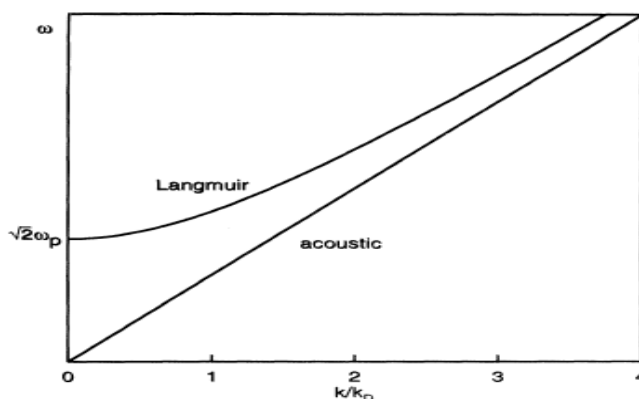
$$\omega^2 = C_s^2 k^2 \quad (12-3)$$

$$\omega^2 = C_s^2 k^2 + 2\omega_p^2 \quad (13-3)$$

معادلات بالا به ترتیب مشابه مدآکوستیکی و لانگمویر می باشند. الکترون ها و پوزیترون ها می توانند ارتعاشات را از لایه ای به لایه ی دیگر منتقل کنند در نتیجه این ارتعاشات نواحی رقیق و متراکمی تشکیل و امواجی به نام امواج آکوستیکی منتشر می شود. امواج لانگمویر در یک پلاسمای کلاسیکی الکترون-یون بدون در نظر گرفتن اثرات گرمایی فقط نوسان های الکترواستاتیکی ساده هستند که سرعت فاز و گروه برای آنها صفر است. بنابراین این امواج در این پلاسمای منتشر نمی شوند. در پلاسمای الکترون-پوزیترون با در نظر گرفتن اثرات گرمایی رابطه پاشندگی این امواج تغییر می کند و این امواج انتشار می یابند و ارتون<sup>۱</sup> و همکارانش نشان دادند که امواج آکوستیکی در پلاسمای الکترون-پوزیترون با دمای یکسان، شدیداً میرا می شوند. این پدیده ناشی از میرایی لاندائو است. این میرایی در سرعت های حرکت

<sup>۱</sup> wharton

امواج به عبارتی در سرعت هایی که تابع توزیع بیشترین مقدار می‌رسد، خیلی شدید شود.



شکل (۱-۳). رابطه پاشندگی امواج الکترواستاتیکی لانگمویر و آکوستیکی است.

### ۳-۴ امواج الکترواستاتیکی با $B \neq 0$

تاکنون فرض کرده‌ایم میدان مغناطیسی صفر باشد. زمانی که این میدان حضور داشته باشد وجود انواع بیشتری از امواج امکان پذیر می باشند. اکنون فقط امواج ساده تر را، با شروع از نوسان‌های الکترواستاتیک بررسی می‌کنیم. قبل از آن اصطلاحات الکترواستاتیک، الکترومغناطیس، موازی، عمودی، طولی و عرضی را تعریف می‌کنیم. از آنجایی که انتشار امواج ناشی از اختلالات می‌باشد اگر میدان مغناطیسی اختلالی صفر باشد موج را الکترواستاتیک و اگر مخالف صفر باشد موج را الکترومغناطیسی می‌نامند. موازی و عمود بودن برای نشان دادن راستای  $k$  نسبت به میدان مغناطیسی تعادلی ( $B_0$ ) به کار می‌رود در حالی که طولی و عرضی به امتداد  $k$  نسبت به میدان الکتریکی نوسان کننده  $E_1$  مربوط می‌شود. برای بدست آوردن روابط پاشندگی به ترتیب زیر عمل می‌کنیم: ابتدا میدان مغناطیسی تعادلی را مخالف صفر و تغییرات میدان را برابر صفر فرض کرده سپس از معادله حرکت هر کدام از ذرات دیورژانس گرفته و

(۱-۳) را جایگزین می‌کنیم. فرکانس سیکلوترونی  $\Omega_p = \frac{eB_0}{mc}$  و راستای میدان  $B_0 = B_0 \hat{e}_z$  می‌باشد.

$$\frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} = C_s^2 \nabla^2 n_e + \omega_p^2 (n_p - n_e) + \frac{en_{0e}}{cm} (B \cdot (\nabla \times u_e)) \quad (۱۴-۳)$$

$$\frac{\partial^2 n_p}{\partial t^2} = C_s^2 \nabla^2 n_p - \omega_p^2 (n_p - n_e) - \frac{en_{0p}}{cm} (B \cdot (\nabla \times u_p)) \quad (۱۵-۳)$$

از معادلات بالا  $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$  گرفته و بعد از ساده سازی داریم:

$$\frac{\partial^4 n_e}{\partial t^4} = C_s^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla^2 n_e + \omega_p^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (n_p - n_e) - \frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} \Omega_p^2 + \Omega_p^2 C_s^2 \frac{\partial^2 n_e}{\partial z^2} \quad (۱۶-۳)$$

$$\frac{\partial^4 n_p}{\partial t^4} = C_s^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla^2 n_p - \omega_p^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (n_p - n_e) - \frac{\partial^2 n_p}{\partial t^2} \Omega_p^2 + \Omega_p^2 C_s^2 \frac{\partial^2 n_p}{\partial z^2} \quad (۱۷-۳)$$

(۱۶-۳) و (۱۷-۳) را با هم جمع و از هم کم می کنیم.

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla^2 + \Omega_p^2 \right) - \Omega_p^2 C_s^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] (n_p + n_e) = 0 \quad (۱۸-۳)$$

$$\left[ \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\omega_p^2 \right) \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla^2 + \Omega_p^2 \right) - \Omega_p^2 C_s^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] (n_p - n_e) = 0 \quad (۱۹-۳)$$

باتبدیل فوریه (۱۸-۳) و (۱۹-۳) خواهیم داشت.

$$\omega^2 (\omega^2 - C_s^2 k^2 - \Omega_p^2) + C_s^2 \Omega_p^2 k^2 \cos^2 \theta = 0 \quad (۲۰-۳)$$

$$(\omega^2 - 2\omega_p^2) (\omega^2 - C_s^2 k^2 - \Omega_h^2) + C_s^2 \Omega_p^2 k^2 \cos^2 \theta = 0 \quad (۲۱-۳)$$

در اینجا فرکانس آمیخته بالا<sup>۱</sup>  $\Omega_h^2 = 2\omega_p^2 + \Omega_p^2$  و  $\theta$  زاویه بین  $B_0$  و  $k$  می باشد. مدهای اصلی به ازای

$\theta = 0, \frac{\pi}{2}$  رخ می دهد. اکنون این مدها را بررسی می کنیم.

### ۳-۴-۱ مدهای موازی

در این قسمت راستای انتشار را فقط در جهت موازی با میدان مغناطیسی در نظر می گیریم و امواج

برانگیخته در این مد را بررسی می کنیم در این حالت  $k = k_{||}$  و  $k_{\perp} = 0$  و  $\theta = 0$  می باشد. با این شرایط

<sup>۱</sup> upper hybrid

برای (۲۰-۳) و (۲۱-۳) بدست می‌آید:

$$\omega^2 (\omega^2 - C_s^2 k^2 - \Omega_p^2) + C_s^2 \Omega_p^2 k^2 = 0 \quad (22-3)$$

$$(\omega^2 - 2\omega_p^2)(\omega^2 - C_s^2 k^2 - \Omega_h^2) + C_s^2 \Omega_p^2 k^2 = 0 \quad (23-3)$$

(۲۲-۳) و (۲۳-۳) به ترتیب متناسب با امواج آکوستیکی و لانگمویر در پلاسماهای الکترون-یون می‌باشند.

### مدهای عمودی ۲-۴-۳

در این قسمت مدهای عمودی یعنی حالتی که راستای انتشار بر میدان مغناطیسی عمود باشد را بررسی

می‌کنیم. در این حالت  $k = k_\perp$  و  $k_\parallel = 0$  و  $\theta = \frac{\pi}{2}$  می‌باشد. با این شرایط برای (۲۰-۳) و (۲۱-۳) داریم:

$$\omega^2 (\omega^2 - C_s^2 k^2 - \Omega_p^2) = 0 \quad (24-3)$$

$$(\omega^2 - 2\omega_p^2)(\omega^2 - C_s^2 k^2 - \Omega_h^2) = 0 \quad (25-3)$$

مدهای نشان داده شده در (۲۴-۳) و (۲۵-۳) متناسب با امواج سیکلوترونی و امواج آمیخته بالادر پلاسماهای الکترون-یون می‌باشند. برخلاف مدهای آمیخته پایین در پلاسماهای الکترون-یون، در اینجا هیچ محدودیت زاویه‌ای برای انتشار مدهای سیکلوترونی وجود ندارد. برای سادگی محاسبات مربوط به نقاط قطع و تشدید بردار ضریب شکست را معرفی می‌کنیم،  $n \equiv C_s k / \omega$ .

معادلات (۲۰-۳) و (۲۱-۳) برحسب ضریب شکست را بازنویسی می‌کنیم:

$$n^2 = \frac{\omega^2 - \Omega_p^2}{\omega^2 - \Omega_p^2 \cos^2 \theta} = \frac{1 - Y^2}{1 - Y^2 \cos^2 \theta}, \quad (26-3)$$

$$n^2 = \frac{(1 - 2\omega_p^2/\omega^2)(1 - 2\omega_p^2/\omega^2 - \Omega_p^2/\omega^2)}{1 - 2\omega_p^2/\omega^2 - \Omega_p^2/\omega^2 \cos^2 \theta} = \frac{(1 - X)(1 - X - Y^2)}{1 - X - Y^2 \cos^2 \theta}, \quad (27-3)$$

در اینجا  $X = 2\omega_p^2/\omega^2$  و  $Y = \Omega_p/\omega$  می‌باشد. با توجه به مطالب قبل و استفاده از (۲۶-۳) و (۲۷-۳)

می توان نتیجه گرفت که مدهای الکترواستاتیک آکوستیکی و لانگمویر امواج موازی هستند که به ترتیب دارای فرکانس های تشدید  $\Omega_p, \omega = (2\omega_p^2 + \Omega_p^2)^{1/2}$  و فرکانس های قطع  $\omega = \sqrt{2}\omega_p, \Omega_h, \Omega_p$  می باشند.

مدهای الکترواستاتیک سیکلوترونی و آمیخته بالا امواج عمودی هستند که فرکانس های برای قطع آنها

$\omega = \sqrt{2}\omega_p, \Omega_h, \Omega_p$  و فرکانس تشدید  $\omega = \sqrt{2}\omega_p$  می باشند. برخی از نکاتی که باید مورد توجه قرار

بگیرد عبارت اند از:

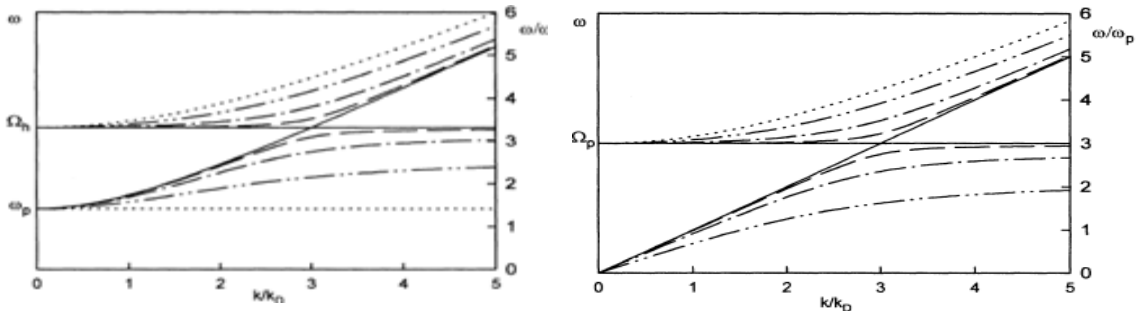
- (۱) رابطه پاشندگی امواج لانگمویر نسبت به حالتی که میدان مغناطیسی وجود ندارد اصلاح شده است.
- (۲) اگر میدان مغناطیسی قوی باشد ذرات در طول نوسان های پلاسما حرکت های لارموری انجام می دهند به طوری که شعاع لارمور خیلی کوچکتر از طول دبای می باشد.

- (۳) چگالی انرژی میدان مغناطیسی بسیار بیشتر از چگالی انرژی جرم سکون ذرات است .

مدهای موازی و عمودی برای معادلات (۲۰-۳) و (۲۱-۳) در شکل (۲-۳) رسم شده است. همان طور که

اشاره شد مدهای نشان داده شده برای رابطه (۲۰-۳) متناسب با امواج آکوستیکی و سیکلوترونی و در

رابطه (۲۱-۳) متناسب با امواج لانگمویر و آمیخته بالا در پلاسماهای الکترون - یون می باشند.



شکل (۲-۳). شکل سمت راست برای امواج آکوستیکی و سیکلوترونی، شکل سمت چپ برای امواج لانگمویر و آمیخته بالا

$\theta = 0$  (توپر)،  $\theta = \pi/20$  (خط چین)،  $\theta = \pi/8$  (خط نقطه)،  $\theta = \pi/4$  (خط دو نقطه) و  $\theta = \pi/2$  (نقطه چین)

حالت‌های مختلف موج الکترواستاتیکی برای انتشارهای موازی و عمود بر میدان مغناطیسی در جدول زیر ذکر شده است. برای مقایسه نیز، لیست نامگذاری مورد استفاده برای حالت معادل آن در پلاسمای الکترون- یون در جدول زیر آمده است.

جدول (۱-۳) خلاصه مدهای الکترواستاتیکی

| $\theta = 0$                          |                       | $\theta = \frac{\pi}{2}$                          |                     |
|---------------------------------------|-----------------------|---------------------------------------------------|---------------------|
| رابطه پاشندگی                         | نام                   | رابطه پاشندگی                                     | نام                 |
| $\omega^2 = C_s^2 k^2$                | امواج آکوستیکی        | $\omega = 0$                                      | انتشاری وجود ندارد. |
| $\omega^2 = \Omega_p^2$               | نوسان سیکلوترونی      | $\omega^2 = C_s^2 k^2 + \Omega_p^2$               | امواج سیکلوترونی    |
| $\omega^2 = 2\omega_p^2 + \Omega_p^2$ | نوسان‌های آمیخته بالا | $\omega^2 = C_s^2 k^2 + 2\omega_p^2 + \Omega_p^2$ | موج آمیخته بالا     |
| $\omega^2 = C_s^2 k^2 + 2\omega_p^2$  | امواج لانگمویر        | $\omega^2 = 2\omega_p^2$                          | نوسان لانگمویر      |

### ۳-۵ امواج الکترومغناطیسی

به ترتیب پیچیدگی اکنون نوبت به امواج با  $B = B_0 + B_1$  می‌رسد. این‌ها امواج الکترومغناطیس

عرضی هستند. برای بدست آوردن رابطه پاشندگی آنها به این صورت عمل می‌کنیم که از معادله (۳-۴)

کرل گرفته آنگاه با جایگذاری رابطه (۳-۵) و استفاده از معادله بک‌کب داریم.

$$4\pi e \left[ c^2 \nabla (n_p - n_e) + n_{0e} \frac{\partial u_p}{\partial t} - n_{0e} \frac{\partial u_e}{\partial t} \right] + \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \right] E = 0 \quad (۳-۲۸)$$

از معادله (۳-۱۳) دیورژانس و سپس  $\frac{\partial^4}{\partial t^4}$  می گیریم:

$$\left( c^2 \nabla^2 \frac{\partial^4}{\partial t^4} (n_p + n_e) - \frac{\partial^6 (n_p + n_e)}{\partial t^6} \right) + \frac{\partial^4}{\partial t^4} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \right) (n_p + n_e) = 0 \quad (۳-۲۹)$$

از معادله حرکت برای الکترون ها و پوزیترون ها دیورژانس و  $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$  می گیریم و در رابطه (۳-۱۲) جایگذاری سپس و ساده سازی می کنیم:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^6}{\partial t^6} (n_e + n_p) - c^2 \nabla^2 \frac{\partial^4}{\partial t^4} (n_e + n_p) + C_s^2 c^2 \nabla^2 \nabla^2 (n_e + n_p) - C_s^2 \nabla^2 \frac{\partial^4}{\partial t^4} (n_e + n_p) \\ & - \Omega_p^2 c^2 \nabla^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (n_e + n_p) + \Omega_p^2 \frac{\partial^4}{\partial t^4} (n_e + n_p) + \Omega_p^2 c^2 C_s^2 \nabla^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} (n_e + n_p) \\ & - \Omega_p^2 C_s^2 \nabla^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} (n_e + n_p) = 0 \end{aligned} \quad (۳-۳۰)$$

اکنون به عبارت بالا  $2\omega_p^2 \frac{\partial^4 (n_p - n_e)}{\partial t^4}$  را اضافه و کم می کنیم. با استفاده از معادله (۳-۴) داریم:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 + 2\omega_p^2 \right) \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla^2 \right) + \left( \Omega_p^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Omega_p^2 C_s^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla^2 \right) \right) (n_p + n_e) = 0 \quad (۳-۳۱)$$

اگر معادله (۳-۱۲) را به صورت ضربی از  $(n_p - n_e)$  مرتب و مراحل قبل را تکرار و ساده سازی کنیم:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 + 2\omega_p^2 \right) \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla^2 + 2\omega_p^2 + \Omega_p^2 \right) - \Omega_p^2 C_s^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 + 2\frac{\omega_p^2}{C_s^2} \right) \right) (n_e - n_p) = 0 \quad (۳-۳۲)$$

با تبدیل فوریه برای (۳-۳۱) و (۳-۳۲) به روابط پاشندگی زیر می رسیم:

$$\omega^2 (\omega^2 - c^2 k^2 - 2\omega_p^2) (\omega^2 - C_s^2 k^2) - \Omega_p^2 (\omega^2 - C_s^2 k^2 \cos \theta) (\omega^2 - c^2 k^2) = 0 \quad (۳-۳۳)$$

$$\omega^2 (\omega^2 - c^2 k^2 - 2\omega_p^2) (\omega^2 - C_s^2 k^2 - \Omega_h^2) + \Omega_p^2 C_s^2 k^2 \cos \theta \left( \omega^2 - c^2 k^2 - 2\omega_p^2 \frac{C_s^2}{C_s^2} \right) = 0 \quad (۳-۳۴)$$

برای معرفی رفتارهای جمعی بهتر است از توان دوم روابط پاشندگی استفاده شود. معادلات (۳-۳۳) و

(۳۴-۳) برای حالت‌های عمودی و موازی با میدان مغناطیسی خواهند بود.

### ۳-۵-۱ مدهای عمودی

همانند قسمت‌های قبل برای مدهای عمودی یعنی حالتی که راستای انتشار بر میدان مغناطیسی

عمود باشد شرط  $\theta = \frac{\pi}{2}, k_{\parallel} = 0, k = k_{\perp}$  را در نظر می‌گیریم. با این شرط معادله (۳۳-۳) خواهد بود:

$$\omega^2 \left[ \omega^4 - (c^2 k^2 + C_s^2 k^2 + \Omega_h^2) \omega^2 + C_s^2 k^2 (c^2 k^2 + 2\omega_p^2) + \Omega_p^2 c^2 k^2 \right] = 0 \quad (۳۵-۳ \text{ الف})$$

$$\omega^2 (\omega^2 - \omega_{\perp-}^2) (\omega^2 - \omega_{\perp+}^2) = 0 \quad (۳۵-۳ \text{ ب})$$

$$2\omega_{\perp\pm}^2 = c^2 k^2 + C_s^2 k^2 + \Omega_h^2 \pm \sqrt{(c^2 k^2 + C_s^2 k^2 + \Omega_h^2)^2 - 8\omega_p^2 \Omega_p^2} \quad (۳۶-۳)$$

مد  $\omega_{\perp+}$  مد مشابه و حالت منفی آن متفاوت با مد غیرعادی<sup>۱</sup> در پلاسمای الکترون-یون می‌باشد. رابطه

پاشندگی مربوط به معادله (۳۴-۳) برای حالت عمود بر میدان مغناطیسی به این صورت می‌باشد.

$$\omega^2 (\omega^2 - c^2 k^2 - 2\omega_p^2) (\omega^2 - C_s^2 k^2 - 2\omega_p^2 - \Omega_p^2) = 0 \quad (۳۷-۳)$$

$$\omega^2 = C_s^2 k^2 + 2\omega_p^2 + \Omega_p^2 \quad \omega^2 = c^2 k^2 + 2\omega_p^2, \quad \omega^2 = 0$$

با توجه به روابط بالا معادله (۳۷-۳) نشان دهنده‌ی یک موج عادی<sup>۲</sup> و یک موج آمیخته بالا می‌باشد.

نامگذاری "عادی"، "غیرعادی" از اپتیک بلوری گرفته شده است؛ اما این اصطلاحات با هم جابه جا شده

اند در فیزیک پلاسما، با معنی‌تر است که موجی را عادی بنامیم که تحت تاثیر میدان مغناطیسی قرار

نمی‌گیرد. برای شباهت دقیق با اپتیک بلوری این موج را غیرعادی می‌نامیم.

### ۳-۵-۲ مدهای موازی

در این قسمت راستای انتشار در جهت موازی با میدان مغناطیسی می‌باشد با در نظر گرفتن شرط  $\theta = 0$

$$k_{\perp} = 0 \text{ و } k_{\parallel} = k \text{ معادله (۳۳-۳) به صورت زیر تغییر می‌کند:}$$

<sup>۱</sup> Exordinary wave

<sup>۲</sup> Ordinary wave

$$(\omega^2 - C_s^2 k^2) \left[ \omega^4 - (2\omega_p^2 + \Omega_p^2 + c^2 k^2) \omega^2 + \Omega_p^2 + c^2 k^2 \right] = 0 \quad (3-38 \text{ الف})$$

یا

$$(\omega^2 - C_s^2 k^2)(\omega^2 - \omega_{||+}^2)(\omega^2 - \omega_{||-}^2) = 0 \quad (3-38 \text{ ب})$$

$$2\omega_{||\pm}^2 = c^2 k^2 + \Omega_h^2 \pm \sqrt{(c^2 k^2 + 2\omega_p^2 - \Omega_p^2)^2 + 8\omega_p^2 \Omega_p^2} \quad (3-39)$$

در حالت انتشار موازی برای (3-34) داریم:

$$\omega^2 (\omega^2 - c^2 k^2 - 2\omega_p^2) (\omega^2 - C_s^2 k^2 - \Omega_h^2) + \Omega_p^2 C_s^2 k^2 (\omega^2 - c^2 k^2 - 2\omega_p^2 / C_s^2) = 0 \quad (3-40)$$

ضریب شکستی که برای امواج الکترومغناطیسی ارائه می شود  $n = ck/\omega$  می باشد. برای سادگی

محاسبات حالت هایی را در نظر می گیریم که  $C_s^2/c^2 \ll 1$  باشد. برای (3-33) و (3-34) داریم:

$$n^2 = 1 - \frac{2\omega_p^2/\omega^2}{1 - \Omega_p^2/\omega^2} = 1 - \frac{X}{1 - Y^2} \quad (3-41)$$

$$n^2 = \frac{(1 - 2\omega_p^2/\omega^2)(1 - 2\omega_p^2/\omega^2 - \Omega_p^2/\omega^2)}{1 - 2\omega_p^2/\omega^2 - \Omega_p^2/\omega^2 + 2\omega_p^2 \Omega_p^2/\omega^4 \cos^2 \theta} = \frac{(1 - X)(1 - X - Y^2)}{1 - X - Y^2 + XY \cos^2 \theta} \quad (3-42)$$

در فرکانس های پایین معادله (3-41) به صورت زیر خواهد بود:

$$n^2 = 1 + 2\omega_p^2/\Omega_p^2 = 1 + 2c^2/v_A^2 \equiv \omega^2 = \frac{(v_A^2/2)k^2}{1 + (v_A^2/2)/c^2} \quad (3-43)$$

این معادله رابطه پاشندگی امواج آلفنی می باشد. با توجه به معادلات (3-44) و (3-45) و محاسبات قبل

می توان نتیجه گرفت که فرکانس های قطع و تشدید برای امواج غیرعادی و امواج سیکلوترونی

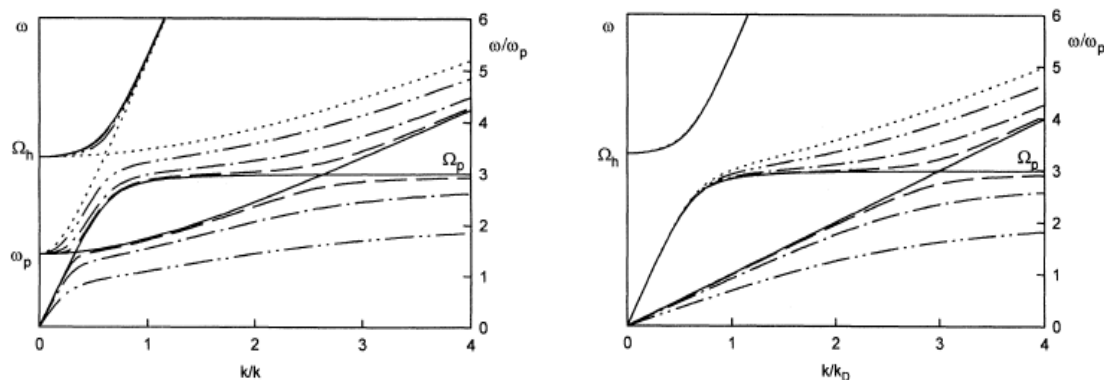
$\omega = \pm\Omega_p$  و  $\omega = \pm\Omega_h$  می باشد. امواج معادل با معادله (3-45) رفتار پیچیده تری دارد فرکانس تشدید

برای این رابطه به این صورت به دست می آید:

$$2\omega_{\pm}^2 = \Omega_h^2 \pm \sqrt{(2\omega_p^2 - \Omega_p^2)^2 + 8\omega_p^2 \Omega_p^2 \sin^2 \theta} \quad (3-44)$$

بنابراین برای حالت موازی که معادل با امواج قطبیده راست گرد و چپ گرد در پلاسمای الکترون- یون

می باشد فرکانس تشدید  $\omega_{\pm\pm} = \sqrt{2}\omega_p, \Omega_p$  و برای حالت عمودی که نشان دهنده امواج عادی و آمیخته بالا است این فرکانس  $\omega_{\pm\pm} = 0, \Omega_h$  و فرکانس قطع برای امواج موازی و عمودی  $\omega = \pm(\sqrt{2}\omega_p, \Omega_h)$  می باشد. روابط (۳-۳) و (۳-۴) برای مقادیر مختلف  $\theta = \left(0 - \frac{\pi}{2}\right)$  رسم شده است.



شکل (۳-۳). رابطه پاشندگی امواج الکترومغناطیسی. نمودار سمت راست و چپ به ترتیب مربوط به (۳-۳) و (۳-۴) می باشند.  $\theta = 0$  (توپر)،  $\theta = \frac{\pi}{4}$  (خط چین)،  $\theta = \frac{\pi}{8}$  (خط - نقطه)،  $\theta = \frac{\pi}{4}$  (خط - نقطه)،  $\theta = \frac{\pi}{2}$  (نقطه چین) از مقایسه روابط پاشندگی و نمودارهای مربوط به امواج غیرعادی در پلاسمای الکترون-پوزیترون و پلاسمای الکترون-یون نتایج زیر بدست می آید:

- الف) برخلاف پلاسمای الکترون-یون در پلاسمای الکترون-پوزیترون زمانی که  $E \perp k, E \perp B$  باشد موج غیرعادی عمود بر میدان مغناطیسی، مشابه یک موج عرضی موازی با میدان مغناطیسی می باشد.
- ب) در پلاسمای الکترون-پوزیترون به دلیل اینکه میدان الکتریکی مولفه طولی ندارد موج غیرعادی یک موج آمیخته نیست این ویژگی منحصر به فرد برای این نوع پلاسما می باشد.
- پ) امواج غیرعادی در پلاسمای الکترون-یون دارای دو نقطه قطع می باشد در حالی که در پلاسمای الکترون-پوزیترون دارای یک نقطه قطع هستند. همچنین این امواج در این نوع پلاسما دارای یک نقطه تشدید می باشند.

ت) تشدید سیکلوترونی پلاسمای الکترون-پوزیترون متناسب با تشدید آمیخته پایین در پلاسمای

الکترون- یون است. ولی در این پلاسماهای تشدید می باشد با تشدید آمیخته بالاباشد وجود ندارد. (ث) تنها مولفه غیر صفر میدان الکتریکی مولفه  $E_z$  می باشد که موازی با میدان مغناطیسی است بنابراین رابطه پاشندگی برای آن مشابه با حالتی است که میدان مغناطیسی وجود ندارد. این مقایسه برای مدهای عرضی عمودی یعنی، امواج قطبیده راست گرد و قطبیده چپ گرد به این صورت خواهد بود که:

(الف) به دلیل تقارن، بین ذراتی که به طور مثبت باردار شده اند و ذراتی که به طور منفی باردار شده اند رابطه پاشندگی برای امواج قطبیده دایره ای راست گرد و چپ گرد با یکدیگر مشابه می باشد بنابراین در اینجا مشخصا موجی به نام قطبیده راست گرد و چپ گرد وجود ندارد. همچنین برخلاف پلاسماهای الکترون- یون موج ویستلری وجود ندارد.

(ب) در هر دو نوع پلاسماهای الکترون- یون و الکترون-پوزیترون مد آلفنی ظاهر می شود در حالی برخلاف پلاسماهای الکترون- یون در پلاسماهای الکترون-پوزیترون که یک پلاسما دو مولفه ای است مد چرخش فارادی وجود ندارد.

(ج) عامل ایجاد تشدید برای امواج قطبیده راست گرد الکترون ها و برای امواج چپ گرد پوزیترون ها می باشد. مدهای الکترومغناطیس عمودی و موازی در جدول (۳-۲) آمده است.

جدول (۳-۲). مدهای الکترومغناطیسی در پلاسما. علامت ستاره (\*) نشان دهنده یک جواب برای معادله (۳-۴۳) می باشد.

| $\theta = 0$        |                            | $\theta = \frac{\pi}{2}$ |                         |
|---------------------|----------------------------|--------------------------|-------------------------|
| نام                 | رابطه پاشندگی              | نام                      | رابطه پاشندگی           |
| انتشاری وجود ندارد. | $\omega = 0$               | آکوستیکی                 | $\omega^2 = C_s^2 k^2$  |
| موج غیرعادی         | $\omega = \omega_{\perp+}$ | مد $R/L$                 | $\omega = \omega_{  +}$ |
| موج مغناطوسوتی      | $\omega = \omega_{\perp-}$ | مد سیکلوترونی            | $\omega = \omega_{  -}$ |

|                       |                   |                                     |                    |
|-----------------------|-------------------|-------------------------------------|--------------------|
| $\omega = \omega_1^*$ | الکترون/سیکلوترون | $\omega = 0$                        | انتشار وجود ندارد. |
| $\omega = \omega_2^*$ |                   | $\omega^2 = c^2 k^2 + 2\omega_p^2$  | موج عادی           |
| $\omega = \omega_3^*$ | $R/L$ مد          | $\omega^2 = C_s^2 k^2 + \Omega_h^2$ | موج هیبرید پایین   |

به وضوح مشاهده می‌شود که بین مدهای رسم شده در پلاسماهای الکترون-پوزیترون و پلاسماهای الکترون-یون تناظر یک به یک وجود ندارد ولی به طور کلی شباهت‌هایی بین آنها مشاهده می‌شود.

### ۳-۶ مدهای خطی در پلاسماهای الکترون-پوزیترون کوانتومی

- مثال‌هایی وجود دارد که در آنها هم پلاسما و هم اثرات کوانتومی وجود دارند. انتظار می‌رود در چنین محیط‌هایی اثرات کوانتومی تاثیر مهمی روی دینامیک ذرات پلاسمایی داشته باشند. به دلیل کاربردهای مهمی که این اثرات در اجسام میکروالکترونیکی، سیم‌های کوانتومی و سیستم‌های اخت‌فیزیکی چگال، و همچنین پلاسماهای تولید شده با لیزر و اپتیک غیرخطی و غیره دارند امروزه بسیار مورد توجه پژوهشگران می‌باشند. مطالعه امواج در پلاسماهای چگال الکترون-پوزیترون نشان می‌دهد که به دلیل تصحیحات کوانتومی نوسان‌های چگالی که مربوط به خاصیت شبه موجی ذرات حامل بار می‌باشند پتانسیل بوهم منجر به پاشندگی موج می‌شود. چگالی پلاسماهای کوانتومی بسیار بیشتر از سیالات کلاسیکی می‌باشد اما چون ذرات تشکیل‌دهنده‌ی یک پلاسمای کوانتومی مقید نیستند از خود رفتار یک سیال را نشان می‌دهند. می‌توان با اضافه کردن تصحیحات کوانتومی به معادلات هیدرودینامیک کلاسیکی، این معادلات را برای یک سیال کوانتومی نیز بسط داد. این تصحیحات از مرتبه  $(\hbar^2)$  هستند و به صورت پتانسیل بوهم ظاهر می‌شوند. این اثرات کوانتومی ناشی از جنبه‌های جدیدی از رفتارهای کوانتومی ذرات مانند پدیده‌ی تونل‌زنی می‌باشد که یک پدیده کوانتومی است و در کلاسیک اتفاق نمی‌افتد [۲۳]. همان-طور که قبلاً اشاره شد حضور این اثرات کوانتومی می‌تواند تاثیر زیادی روی پلاسما و ساختارهای

سولیتاری داشته باشد. از جمله اینکه این اثرات می‌توانند منجر به تشکیل مدهای جدیدی در پلاسماشود [۲۴]. همچنین حضور جمله فشار کوانتومی و ناپایداری ناشی از آن مسئله‌ای قابل بحث است [۲۵]. طول دبای در یک پلاسمای کوانتومی با مشابه کلاسیکی خود تفاوت داشته و به اثرات کوانتومی وابسته می‌باشد. بطوری‌که افزایش اثرات کوانتومی در یک پلاسما موجب افزایش این کمیت می‌گردد. به عبارتی این اثرات زمانی نقش مهمی بازی می‌کنند که طول موج دو بروی از طول موج دبای بسیار بزرگتر باشد. اثرات کوانتومی همچنین امواج خطی و غیرخطی برانگیخته شده در پلاسما را متحول کرده که برای توصیف آنها به روابط پاشندگی جدیدی نیاز است [۲۶]. اکنون رابطه پاشندگی خطی امواج الکترومغناطیسی را در یک پلاسمای الکترون-پوزیترون محاسبه می‌کنیم. دستگاه معادلات ذرات الکترون و پوزیترون در مدل هیدرودینامیک کوانتومی به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (u_j n_j) = 0 \quad (۴۴-۳)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + (u_j \cdot \nabla) u_j = -\frac{\nabla p_j}{m_j n_j} + \frac{q_j}{m_j} (E + u_j \times B) + \frac{\hbar^2}{2m_j^2} \nabla \left( \frac{\nabla^2 \sqrt{n_j}}{\sqrt{n_j}} \right), \quad (۴۵-۳)$$

در اینجا ،  $\hbar, j = e, p$  ثابت پلانک  $m_e = m_p = m$  جرم الکترون‌ها و پوزیترون‌ها،  $E, B$  میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی و متغیرهای  $n_j, u_j$  سرعت و چگالی ذرات می‌باشند. همچنین فرض کرده‌ایم الکترون و پوزیترون‌ها از قانون فشار فرمی یک بعدی در دمای صفر تبعیت می‌کند.

$$p_j = \frac{m v_{Fj}^2}{3 n_{j0}^2} n_j^3 \quad (۴۶-۳)$$

ثابت بولتزمن می‌باشد.  $K_B$  دمای فرمی ذرات  $T_{Fj}$  سرعت گرمایی فرمی ذرات  $v_{Fj} = (2k_B T_{Fj} / m)^{1/2}$  که برای تکمیل معادلات قانون فارادی را معرفی می‌کنیم.

$$c \nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (۴۷-۳)$$

همچنین برای قانون آمپر داریم:

$$\mu_0^{-1} \nabla \times B - \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = \sum_j j, \quad (48-3)$$

$$k = k \hat{e}_x \text{ و } B_0 = B_0 \hat{e}_z \text{ که نظری می گیریم که } \sum_j j = en_p u_p - en_e u_e$$

باشد. بعد از خطی سازی و تبدیل فوریه معادلات رابطه پاشندگی خطی زیر بدست می آید.

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \sum_j \frac{\epsilon_j \omega_{pj}^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - k^2 u_{Fj}^2 - \epsilon_j \omega_{pj}^2 - \frac{\hbar^2 k^2}{4m^2}}{\omega^2 - k^2 u_{Fj}^2 - \omega_{cj}^2 - \epsilon_j \omega_{pj}^2 - \frac{\hbar^2 k^2}{4m^2}}, \quad (49-3)$$

در اینجا  $\omega_{pj} = \frac{n_{0j} q_j^2}{\epsilon_0 m}$  فرکانس پلاسمایی ذرات و  $\omega_{cj} = \frac{|q_j|}{B_0 m}$  فرکانس سیکلوترونی  $n_0$  چگالی

غیراختلالی می باشند. برای تعیین علامت ذره کمیت  $\epsilon_j = q_j / |q_j|$  را معرفی می کنیم. از مقایسه رابطه

(49-3) با رابطه متناظر کلاسیکی مشاهده می شود که نسبت به حالت کلاسیکی مقداری اصلاح شده

است. این در حالی است که تاثیر اثرات کوانتومی روی روابط پاشندگی امواج خطی در پلاسماهای

الکترون - یون بدین صورت بوده است که:

- اثرات کوانتومی باعث تغییر در پاسخ پلازما به میدان الکتریکی می شوند. پلازما در برخی راستاها هیچ

واکنشی به میدان نداشته و در برخی دیگر پاسخ شدیدتری از خود نشان می دهد. از نظر فیزیکی دلیل این

امر وجود فرکانس نوسانات کوانتومی در سیستم بوده که باعث تشدید و زنش در فرکانس نوسانات پلازما

می شود.

- اثرات کوانتومی باعث تغییر رابطه پاشندگی خطی امواج لانگمویر که در راستای موازی با میدان

مغناطیسی و امواج غیرعادی که در جهت عمود بر میدان مغناطیسی برانگیخته می شوند، خواهد شد.

همچنین این اثرات، تاثیری بر رابطه پاشندگی امواج عادی، راست گرد و چپ گرد نخواهد داشت و شکل

رابطه پاشندگی این امواج در یک پلاسمای کلاسیکی و کوانتومی یکسان

می‌باشد.

قسمت‌های قبل معادلاتی که برای بدست آوردن روابط پاشندگی امواج بررسی شد همگی به صورت ترکیبی از معادلات امواج خطی برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها بوده است. اکنون روابط مربوط به امواج الکترواستاتیکی را برحسب گونه‌های تفکیک شده الکترونی و پوزیترونی بازنویسی و بررسی می‌کنیم.

از معادلات (۳-۱۰) و (۳-۱۱) داریم

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla^2 \right) (n_e + n_p) = 0 \quad (۳-۵۰)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - C_s^2 \nabla^2 + 2\omega_p^2 \right) (n_e - n_p) = 0 \quad (۳-۵۱)$$

این دو معادله را با هم جمع و از هم کم می‌کنیم.

$$2 \frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} - 2C_s^2 \nabla^2 n_e + 2\omega_p^2 n_e - 2\omega_p^2 n_p = 0 \quad (۳-۵۲)$$

$$2 \frac{\partial^2 n_p}{\partial t^2} - 2C_s^2 \nabla^2 n_p - 2\omega_p^2 n_e + 2\omega_p^2 n_p = 0 \quad (۳-۵۳)$$

معادلات (۳-۴۴) و (۳-۴۵) با تبدیلات زیر بی‌بعد می‌شوند.

$$x' = \frac{x}{\lambda_D} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{1}{\lambda_D^2} \frac{\partial^2}{\partial x'^2} \quad \frac{C_s^2}{\lambda_D^2} = \omega_p^2 \quad t' = \omega_p t \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'} \frac{\partial t'}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial t^2} = \omega_p^2 \frac{\partial^2}{\partial t'^2}$$

برای سادگی علامت پریم را حذف می‌کنیم.

$$2\omega_p^2 \frac{\partial^2 n_e}{\partial t'^2} - 2 \frac{C_s^2}{\lambda_D^2} \nabla^2 n_e + 2\omega_p^2 n_e - 2\omega_p^2 n_p = 0 \quad (۳-۵۴)$$

$$2\omega_p^2 \frac{\partial^2 n_p}{\partial t'^2} - 2 \frac{C_s^2}{\lambda_D^2} \nabla^2 n_p - 2\omega_p^2 n_e + 2\omega_p^2 n_p = 0 \quad (۳-۵۵)$$

شکل تابعیت مکانی و زمانی چگالی‌های دو ذره الکترون و پوزیترون را به صورت زیر فرض می‌کنیم

باشد. و به جای  $\nabla$  تبدیل فوریه آن یعنی  $ik$  را قرار می دهیم. 
$$\begin{cases} n_e = n_{1e}(t) \cos(kx) \\ n_p = n_{1p}(t) \cos(kx) \end{cases}$$

$$2\omega_p^2 \left( \frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} \cos(kx) + k^2 n_e \cos(kx) + n_e \cos(kx) - n_p \cos(kx) \right) = 0 \quad (56-3)$$

$$2\omega_p^2 \left( \frac{\partial^2 n_p}{\partial t^2} \cos(kx) + k^2 n_p \cos(kx) + n_p \cos(kx) - n_e \cos(kx) \right) = 0 \quad (57-3)$$

با ساده سازی روابط بالا و استفاده از تبدیل فوریه داریم:

$$\frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} + (k^2 + 1)n_e - n_p = 0 \quad (58-3)$$

$$\frac{\partial^2 n_p}{\partial t^2} + (k^2 + 1)n_p - n_e = 0 \quad (59-3)$$

معادلات (3-18) و (3-19) را بر حسب چگالی های تفکیک شده الکترون و پوزیترون بازنویسی می کنیم

سپس از جمع این دو معادله داریم :

$$\begin{aligned} & 2 \frac{\partial^4 n_e}{\partial t^4} - 2C_s^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} + 2\omega_p^2 \frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} + 2\Omega_p^2 \frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} - 2C_s^2 \Omega_p^2 \frac{\partial^2 n_e}{\partial z^2} - 2\omega_p^2 \frac{\partial^2 n_p}{\partial z^2} + 2\omega_p^2 \frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} \\ & - 2\omega_p^2 C_s^2 \nabla^2 n_e + 4\omega_p^2 n_e + 2\omega_p^2 \Omega_p^2 n_e - 2\omega_p^2 \frac{\partial^2 n_p}{\partial t^2} + 2\omega_p^2 C_s^2 \nabla^2 n_p - 4\omega_p^2 n_p - 2\omega_p^2 \Omega_p^2 n_p = 0 \end{aligned} \quad (60-3)$$

از تفریق دو معادله رابطه زیر بدست می آید:

$$\begin{aligned} & 2 \frac{\partial^4 n_e}{\partial t^4} - 2C_s^2 \nabla^2 \frac{\partial^2 n_p}{\partial t^2} - 2C_s^2 \Omega_p^2 \frac{\partial^2 n_p}{\partial z^2} + 2\omega_p^2 \frac{\partial^2 n_p}{\partial t^2} + 2\Omega_p^2 \frac{\partial^2 n_p}{\partial t^2} - 2\omega_p^2 \frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} + 2\omega_p^2 C_s^2 \nabla^2 n_e \\ & - 4\omega_p^2 n_e - 2\omega_p^2 \Omega_p^2 n_e + 2\omega_p^2 \frac{\partial^2 n_p}{\partial t^2} - 2\omega_p^2 C_s^2 \nabla^2 n_p + 4\omega_p^2 n_p + 2\omega_p^2 \Omega_p^2 n_p - 2\omega_p^2 \frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (61-3)$$

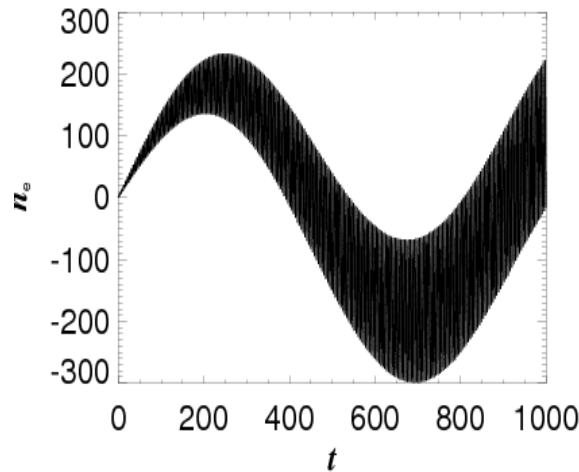
با استفاده از شکل تابعیت زمانی و مکانی چگالی که در بالا تعریف شد و همچنین استفاده از تبدیل فوریه

خواهیم داشت:

$$\frac{\partial^4 n_e}{\partial t^4} + \left( k^2 + \frac{\Omega_p^2}{\omega_p^2} + 2 \right) \frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} - 2 \frac{\partial^2 n_p}{\partial t^2} + \left( k^2 \frac{\Omega_p^2}{\omega_p^2} + \frac{\Omega_p^2}{\omega_p^2} + k^2 + 2 \right) n_e + \left( -k^2 - \frac{\Omega_p^2}{\omega_p^2} - 2 \right) n_p = 0 \quad (۶۲-۳)$$

$$\frac{\partial^4 n_p}{\partial t^4} + \left( k^2 + \frac{\Omega_p^2}{\omega_p^2} + 2 \right) \frac{\partial^2 n_p}{\partial t^2} - 2 \frac{\partial^2 n_e}{\partial t^2} + \left( k^2 \frac{\Omega_p^2}{\omega_p^2} + \frac{\Omega_p^2}{\omega_p^2} + k^2 + 2 \right) n_p + \left( -k^2 - \frac{\Omega_p^2}{\omega_p^2} - 2 \right) n_e = 0 \quad (۶۳-۳)$$

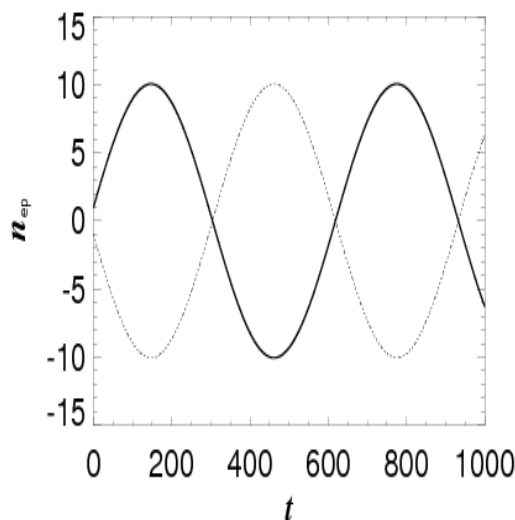
سرعت فاز موج در پلاسما اغلب از سرعت نور بیشتر است. این ناقض نظریه نسبیت نیست، زیرا یک قطار موج نامتناهی با دامنه ثابت نمی‌تواند اطلاعات را حمل کند. برای مثال حامل یک موج رادیویی تا مدوله نشود هیچ گونه اطلاعاتی را حمل نمی‌کند. اطلاعات مدوله با سرعت فاز حرکت نمی‌کند. بلکه با سرعت گروه که همواره کوچکتر از سرعت نور است منتقل می‌شوند. اکنون تغییرات نوسان‌های چگالی را برای بررسی می‌کنیم. عدد موج‌های مختلف اکنون تغییرات نوسان‌های چگالی را برای عدد موج‌های مختلف بررسی می‌کنیم:



شکل (۴-۳). تغییرات چگالی با زمان برای شرایط

$$K = .01, \frac{d^3 n_e}{d\xi^3} = 0, \frac{d^3 n_p}{d\xi^3} = 0, \frac{d^2 n_e}{d\xi^2} = .15, \frac{d^2 n_p}{d\xi^2} = .1, \frac{dn_e}{d\xi} = 1.5, \frac{dn_p}{d\xi} = 1, n_e = 1.5, n_p = 1$$

این یک موج مدوله سینوسی است. پوش موج چیزی است که اطلاعات را حمل می‌کند،



شکل (۳-۵) تغییرات چگالی الکترون و پوزیترون ها نسبت به زمان با

$$K = .01, \frac{d^2 n_e}{d\xi^2} = 0, \frac{d^2 n_p}{d\xi^2} = 0, \frac{dn_e}{d\xi} = .1, \frac{dn_p}{d\xi} = .1, n_e = 1, n_p = 1$$

نمودار تغییرات چگالی الکترون و پوزیترون ها مشابه یکدیگر و با فاز مخالف می باشند . می توان مشاهده کرد که در مرکز این ساختارها نوسانات کاملاً خارج از فاز هستند که این نشان دهنده یک جدایی بار قوی و در نتیجه برانگیختگی امواج الکترواستاتیک شدیداً جفت شده می باشد. همچنین باید اشاره شود که برخلاف پلاسماهای الکترون-یون در نمونه کنونی حتی برای سرعت هایی نزدیک به سرعت نور ما امواج جایگزیده شده ای داریم علاوه بر این فرکانس حامل در پلاسماهای الکترون- پوزیترون بزرگتر از فرکانس در نمونه مشابه پلاسماهای الکترون-یون می باشد. همچنین با تغییر شرایط بالا داریم:

### ۳-۷ بحث و نتایج

در این تحقیق از مدل دوسیالی با یک دمای واحد برای الکترون ها و پوزیترون ها استفاده شده است. امواج طولی، عرضی، الکترواستاتیک و الکترومغناطیس در یک پلاسما الکترون-پوزیترون غیرنسبیتی در حضور و غیاب میدان مغناطیسی خارجی بررسی و نتایج زیر بدست آمد. چندین مد حاضر در پلاسما الکترون-یون در اینجا نیز وجود دارند ، منتها به دلیل تقارن بین الکترون ها و

پوزیترون‌های با جرم برابر این امواج به شکل اصلاح شده دیگری بدست آمده اند. روابط پاشندگی برای مدهای طولی هم در حضور و هم در غیاب میدان مغناطیسی ومدهای عرضی در غیاب میدان مغناطیسی مشابه با مد های متناظر در پلاسماهای الکترون-یون می باشند. ولی مدهای عرضی در حالتی که میدان مغناطیسی وجود دارد متفاوت با نمونه الکترون-یون می باشند. رابطه پاشندگی برای امواج قطبیده‌ی دایره‌ای راست‌گرد و چپ‌گرد مشابه می باشد در نتیجه در اینجا مد راست‌گرد و چپ‌گرد قابل تشخیص نیستند. همچنین در این پلاسماهای نوسان‌های عرضی پلاسمای آلفنی با فرکانس پایین وجود دارند در حالی که مدهای ویستلر ، آمیخته پایین و چرخش فارادی ظاهر نمی‌شوند. برای انتشار عمود بر میدان مغناطیسی امواج غیرعادی کاملاً عرضی می‌شود. در محدوده‌ی پلاسماهای سرد برای امواج غیرعادی فقط یک نقطه تشدید در فرکانس سیکلوترونی و یک نقطه قطع وجود دارد، برخلاف پلاسماهای الکترون-یون که این امواج در دو نقطه دچار تشدید و در دو نقطه دچار قطع می‌شوند .

# فصل چهارم

---

مطالعه مدهای غیر خطی در پلاسماهای کلاسیکی

وکوانتومی

## مدهای غیرخطی

## ۴-۱ مقدمه

منظور ما از اثرات خطی، توصیف رفتار پلاسما با استفاده از معادلاتی است که در آن‌ها متغیرهای وابسته با توان‌های بیشتر از یک وارد نمی‌شوند. در فرایند خطی سازی جملات مرتبه‌ی بالاتر را بسیار کوچک در نظر می‌گیریم تا این امکان را داشته باشیم که در یک زمان تنها یک مؤلفه‌ی فوریه را در نظر بگیریم و اطمینان داشته باشیم که هر موج سینوسی را می‌توان به سادگی با تشکیل توزیع مناسبی از مؤلفه‌های فوریه بررسی کرد. تا هنگامی که دامنه‌ی موج به اندازه‌ی کافی کوچک باشد که معادلات خطی معتبر بمانند، این بسیار مفید خواهد بود. اما در بسیاری از آزمایش‌ها، امواج را به هنگام مشاهده نمی‌توان با خطی‌سازی توصیف کرد. زیرا طبق نظریه‌ی خطی دامنه‌ی آن‌ها باید به طور نمایی افزایش یابد اما در واقعیت دامنه‌ی این امواج نمو بیشتری پیدا نمی‌کند و این به این معناست که نظریه خطی دیگر اعتبار ندارد و اثرهای غیرخطی دامنه را محدود می‌کند [۲۷]. این اثرات غیرخطی می‌توانند به دلیل میرایی لاندائو، از بین رفتن موج و تبدیل شدن به انرژی گرمایی و یا تغییر شکل موج از سینوسی به مثلثی غیر متقارن و... باشند. اثرات غیرخطی در پلاسما می‌تواند موجب ایجاد مدهای جدیدی از امواج جایگزیده مانند امواج سولیتاری یا همان سالیتون‌ها، امواج ضربه، دولایه‌ها و غیره شود که هم از لحاظ تئوری و هم آزمایشگاهی بسیار مورد توجه می‌باشند. [۲۲]

## ۴-۲ معادلات فیزیک پلاسمای غیرخطی

دو معادله‌ی غیرخطی وجود دارند که در ارتباط با امواج پلاسمای غیرخطی به طور گسترده‌ای بررسی شده‌اند. معادله‌ی کورته‌وگ-دووری<sup>۱</sup> و معادله‌ی شرودینگر غیرخطی<sup>۲</sup>. هر یک از این معادله‌ها با نوع

<sup>۱</sup> Korteweg-de Vries Equation (KdV)<sup>۲</sup> Nonlinear Schrödinger Equation (NLSE)

متفاوتی از نواحی غیرخطی سروکار دارند. هر گاه یک موج دامنه‌ای بزرگ پیدا کند، اثر غیرخطی عمده‌ی آن شیب‌دار شدن موج است که ناشی از وجود جمله‌ی  $u \cdot \nabla u$  در معادله‌ی حرکت می‌باشد و از نظر ریاضی با معادله‌ی کورته‌وگ-دووری بیان می‌شود. جواب‌های سالیتمونی از این معادله پیش‌بینی می‌شود. این جواب‌ها برای معادله‌ی شرودینگر غیرخطی نیز صادق هستند. با در نظر گرفتن تفاوت الگوی فیزیکی و صورت ریاضی معادله‌های حاکم، شگفت‌انگیز است که این جواب‌ها برای هر دو معادله یکسان است.

## ۴-۲-۱ معادله‌ی کورته‌وگ-دووری

در میان پدیده‌های غیرخطی، سالیتمون‌ها به دلیل کاربرد وسیع در فیزیک اهمیت ویژه‌ای در بین محققین پیدا کرده‌اند. سالیتمون‌ها برای اولین بار بیش از یک و نیم قرن پیش توسط جی اس راسول در سطح آب مشاهده شد. در سال ۱۸۹۵، داچ کورته‌وگ و دووری به معادله‌ای دست یافتند که رفتار انتشار یک‌بعدی امواجی که در سطح آب منتشر می‌شدند را تشریح می‌کرد. آن‌ها نشان دادند که جواب‌های هماهنگ این معادله که امروزه آن‌را به اختصار معادله‌ی (KdV) می‌نامند، سالیتمون‌های جایگزیده‌ای هستند که به صورت یک برآمدگی و یا تپ مثبت خود را نشان می‌دهند [۶]. معادله‌ی (KdV) برای مطالعه‌ی سالیتمون‌ها ابتدا در هیدرودینامیک و پس از آن در پلاسما بررسی شد. هرچند که استفاده از این معادله و تئوری سالیتمونی یک مطالعه‌ی میان رشته‌ای بوده که شاخه‌های مختلف فیزیک از جمله فیزیک محاسباتی، مکانیک آماری، فیزیک حالت جامد و مکانیک کوانتومی را در برمی گیرد [۲۲، ۲۸].

برای به‌دست آوردن معادله‌ی (KdV) باید دامنه‌ی موج را بسط دهیم و جملات یک مرتبه بالاتر از نظریه‌ی خطی را نگه داریم. برای این کار از روش تقلیل آشفتگی<sup>۱</sup> (RP-method) استفاده می‌کنیم. در این روش متغیرهای چگالی، سرعت، میدان الکتریکی و مغناطیسی را مانند رابطه‌ی (۴-۱) بر حسب مرتبه‌ی آشفتگی در معادلات سیالی بسط داده و عوامل هم مرتبه را برابر هم قرار می‌دهیم.

<sup>۱</sup> Reduction perturbation

$$\begin{bmatrix} n_i \\ u_i \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} + \varepsilon^a \begin{bmatrix} n_i^{(1)} \\ u_i^{(1)} \\ \varphi^{(1)} \end{bmatrix} + \varepsilon^{a+b} \begin{bmatrix} n_i^{(2)} \\ u_i^{(2)} \\ \varphi^{(2)} \end{bmatrix} + \varepsilon^{a+2b} \begin{bmatrix} n_i^{(3)} \\ u_i^{(3)} \\ \varphi^{(3)} \end{bmatrix} + \dots \quad (1-4)$$

در این معادلات  $a$ ،  $b$  و  $C_{1,2,3,4}$  اعدادی ثابت بوده و با توجه به شرایط مسئله در نظر گرفته می‌شوند.  $\varepsilon$  نیز مرتبه‌ی آشفتگی بوده که عدد بسیار کوچکی می‌باشد. در هر مرتبه توان‌های یکسان  $\varepsilon$  که مرتبه‌های یکسانی از آشفتگی متغیرهای اختلالی هستند را برابر هم قرار می‌دهیم تا نهایتاً معادله‌ی KdV ظاهر گردد. شکل کلی این معادله‌ی به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + A U \frac{\partial U}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (2-4)$$

$\tau$ ،  $\xi$  متغیرهای زمان‌گونه و فضاگونه،  $U$  دامنه‌ی موج هریک از متغیرهای اختلالی می‌باشند.  $A, B$  نیز با توجه به شرایط حاکم بر پلاسما بدست می‌آیند و ارتفاع و دامنه‌ی جواب‌های سالی‌تونی را تعیین می‌کنند. پیدایش سالی‌تون‌ها به شرایط اولیه بستگی دارد. اگر آشفتگی اولیه انرژی کافی و فازها مناسب داشته باشند سالی‌تون‌ها می‌توانند به وجود آیند در غیر این‌صورت یک موج بزرگ دامنه پدیدار خواهد شد. هر قدر انرژی بزرگ‌تر باشد، سرعت و دامنه‌ی سالی‌تون‌ها بزرگ‌تر و پهنا باریک‌تر می‌شود.

### ۳-۴ جواب‌های غیرخطی در پلاسماهای الکترون - پوزیترون کلاسیکی

امواج سولیتاری برای شناخت ذرات و مکانیسم انتقال انرژی در پلاسما نقش مهمی دارند. این امواج به دلیل تعادل بین اثرات غیرخطی و اثرات پاشندگی ظاهر می‌شوند. سالی‌تون‌ها یک نوع خاصی از امواج سولیتاری هستند. شکل تک پالسی که، دارای تقارن است و در نتیجه حرکت در فضا حالت خود را حفظ می‌کند. دامنه، عرض و سرعت سالی‌تون به هم وابسته‌اند. بنابراین سالی‌تون‌های بادامنه بزرگ‌تر در مقایسه با سالی‌تون‌های با دامنه کمتر (باریک‌تر) سریع‌تر حرکت می‌کنند. در پلاسماهای الکترون-یون امواج آکوستیکی یونی با فرکانس پایین می‌تواند به عنوان موج سولیتاری منتشر شود. ولی در پلاسماهای الکترون - پوزیترون به دلیل جرم یکسان گونه‌ها این تعریف صادق نیست.

برای بدست آوردن جوابهای سولیتاری ایستا در یک پلاسمای الکترون -پوزیترون به صورت زیر عمل می‌کنیم: معادلات دینامیکی الکترون‌ها و پوزیترون‌ها درغیاب میدان مغناطیسی در مدل هیدرودینامیکی که شامل معادله‌ی پیوستگی، معادله‌ی حرکت و معادله‌ی پواسون می‌باشند به صورت زیر خواهند بود:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (u_j n_j) = 0 \quad (3-4)$$

$$m n_j \left( \frac{\partial u_j}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_j}{\partial x} \right) = -\nabla p_j + q_j n_j E \quad (4-4)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 4\pi e (n_e - n_p) \quad (5-4)$$

در معادلات فوق  $j$  معادل است با  $e$  برای الکترون‌ها و  $p$  برای پوزیترون‌ها،  $m_e = m_p = m$  جرم الکترون یا پوزیترون،  $n_j$ ،  $u_j$  به ترتیب چگالی و سرعت حرکت ذرات و  $p_j$  فشار ناشی از ذرات حرارتی می‌باشد. با استفاده از تبدیلات زیر معادلات (3-4) - (5-4) را بدون بعد می‌کنیم:

$$n_j = \frac{n_j}{N} \quad u_j = \frac{u_j}{C_s} \quad t = \frac{t C_s}{\lambda_D} \quad x = \frac{x}{\lambda_D} \quad \phi = \frac{e\phi}{\gamma K T}$$

که  $\lambda_D = \frac{\gamma K T}{4\pi N e^2}$  طول دبی،  $C_s = \frac{\gamma K T}{m}$  سرعت آکوستیکی  $K$  ثابت بولتزمن و  $T_e = T_p = T$  دمای ذره می -

باشد. به منظور یافتن جوابهای موضعی ایستا تغییر متغیر  $\xi = x - Mt$  را تعریف و فرض می‌کنیم که تمامی متغیرها به  $\xi$  وابسته باشند.  $M = \frac{u}{C_s}$  عدد ماخ است که در آن  $u$  سرعت انتشار امواج سالیونی

می‌باشد. بنابراین معادلات بهنجارشده‌ی یک بعدی در چارچوب مرجع متحرک به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\frac{\partial n_e}{\partial \xi} = \left( \frac{n_e^3}{-M^2 + n_e^2} \right) \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \quad (6-4)$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial \xi} = \left( \frac{-n_p^3}{-M^2 + n_p^2} \right) \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \quad (7-4)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} = (n_e - n_p) \quad (۸-۴)$$

برای بدست آوردن معادلات بالا از این شرایط مرزی استفاده کردیم.

$$n_p(\pm\infty) = n_e(\pm\infty) = 1, \quad u_p(\pm\infty) = u_e(\pm\infty) = 0, \quad \phi(\pm\infty) = 0$$

با انتگرال گیری از معادلات بالا بدست می آید:

$$\ln n_e + \left( \frac{1}{n_e^2} - 1 \right) \frac{M^2}{2} = \phi, \quad (۹-۴)$$

$$\ln n_p + \left( \frac{1}{n_p^2} - 1 \right) \frac{M^2}{2} = -\phi, \quad (۱۰-۴)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} = n_e - n_p \quad (۱۱-۴)$$

روش انتگرال گیری بالا روشی است که در پلاسماهای الکترون- یون پیشنهاد می شود و در اینجا خیلی مفید نیست. بنابراین ما از روش پیشنهاد شده توسط هوبین استفاده می کنیم [۲۸]. در این روش کمیت- های متغیر بر حسب توان های  $\mu \xi$  sech بسط داده می شود.

$$n_e = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \operatorname{sech}^i \mu \xi \quad (۱۲-۴)$$

$$n_p = \sum_{i=0}^{\infty} b_i \operatorname{sech}^i \mu \xi \quad (۱۳-۴)$$

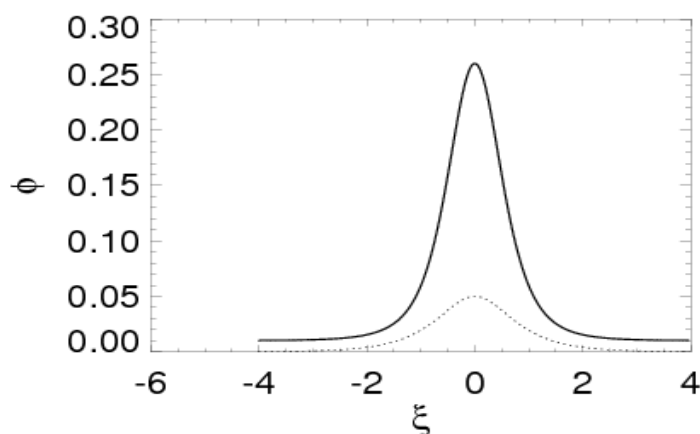
$$\phi = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \operatorname{sech}^i \mu \xi \quad (۱۴-۴)$$

روابط بالا را به ازای سه جمله اول بسط بدست می آوریم. با جایگذاری در (۴-۶) - (۴-۸) ضرایب  $a_i, b_i, c_i$

تعیین می شود. همچنین داریم  $\mu^2 = \frac{2}{(1-M^2)}$  ، بنابراین  $\mu^2 > 0$  می باشد. شرط لازم اما (غیرکافی) برای

وجود امواج سولیتاری پایا در یک پلاسما الکترون-پوزیترون این است که، سرعت این امواج نسبت به

سرعت صوت در ناحیه فروصوت<sup>۱</sup> باشد یعنی  $M = V_p / C_s < 1$ . برخلاف پلاسماهای الکترون-یون که این امواج در هر دو ناحیه فراصوت<sup>۲</sup> و فروصوت می‌توانند وجود داشته باشند. علاوه بر این در پلاسماهای الکترون-پوزیترون عرض موج سولیتاری بدست آمده متناسب با سرعت موج است در حالی که در پلاسماهای الکترون-یون بیشتر دامنه وابسته به سرعت موج است. امواج سولیتاری که با استفاده از جواب‌های تحلیلی بالا بدست آمده‌اند در شکل زیر رسم شده است. شکل (۱-۴) منحنی تغییرات پتانسیل به ازای دامنه‌های مختلف و برای عدد ماخ  $M = 0.5$  می‌باشد.



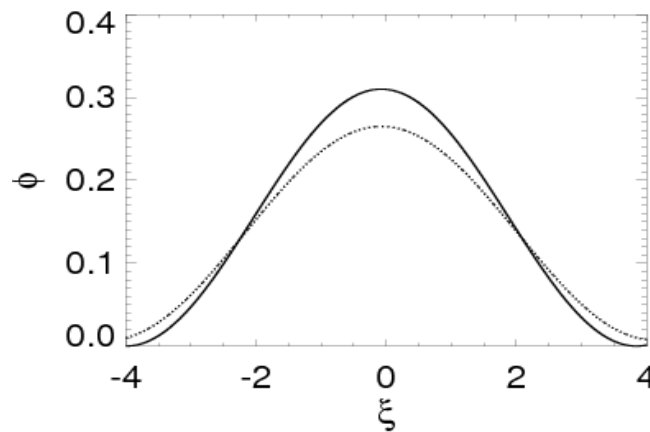
شکل (۱-۴). امواج سولیتاری با دامنه‌های مختلف و عدد ماخ  $M = 0.5$

### ۱-۳-۴ بررسی‌های عددی و نتایج

بطور عددی و با استفاده از روش رانگ-کوتای مرتبه چهار نیز می‌توان جواب‌های سالیتمونی مجموعه معادلات (۶-۴) - (۸-۶) را بدست آورد. در این روش بازه تغییرات  $\xi$  را از ۴ تا -۴ و گام حرکت را از مرتبه  $10^{-3}$  در نظر می‌گیریم. در شکل (۲-۴) منحنی تغییرات پتانسیل نسبت به  $\xi$  به ازای عدد ماخ‌های متفاوت رسم شده است.

<sup>۱</sup>subsonic

<sup>۲</sup>supersonic



شکل (۲-۴). منحنی تغییرات پتانسیل برای عدد ماخ های  $M = 0.5$  (نقطه چین) و  $M = 0.2$  (توپر) می باشد.

همان طور که از شکل مشخص است دامنه موج سالیتمی با افزایش عدد ماخ افزایش یافته و عرض آن باریکتر شده است. سالیتمون‌ها در نتیجه تعادل بین آثار غیرخطی و پاشندگی در محیط حاصل می‌شوند. تشکیل سالیتمون‌ها بستگی به این دارد که اختلالات اولیه برای یک پلاسمای در حال تعادل انرژی کافی وفاز لازم را داشته باشد. با افزایش عدد ماخ انرژی سیستم نیز افزایش یافته است و نتایج شکل (۲-۴) با تئوری فیزیکی سازگاری دارد.

#### ۴-۴ جواب‌های غیرخطی در پلاسماهای الکترون-پوزیترون در حالت کوانتومی

می‌توان با اضافه کردن تصحیحات کوانتومی به معادلات هیدرودینامیک کلاسیکی، این معادلات را برای یک سیال کوانتومی نیز بسط داد. در مدل هیدرودینامیک کوانتومی معادله حرکت برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{\partial u_j}{\partial t} + (u_j \cdot \nabla) u_j = -\frac{\nabla p_j}{m_j n_j} + \frac{q_j}{m_j} E + \frac{\hbar^2}{2m_j^2} \nabla \left( \frac{\nabla^2 \sqrt{n_j}}{\sqrt{n_j}} \right), \quad (۱۴-۴)$$

با در نظر گرفتن روابطی که برای بی بعد کردن استفاده شد و تغییرمتغیری که در قسمت قبل برای سولیتارهای کلاسیکی داشتیم در یک چارچوب مرجع متحرک دیفرانسیل معادلات خواهد بود:

$$\frac{\partial^2 A_e}{\partial \xi^2} = \frac{A_e}{2H^2} \left( -M^2 + \frac{M^2}{A_e^4} + 2A_e^2 + 2\phi - 2 \right) \quad (15-4)$$

$$\frac{\partial^2 A_p^2}{\partial \xi^2} = \frac{A_p}{2H^2} \left( -M^2 + \frac{M^2}{A_p^2} + 2A_p^2 - 2\phi - 2 \right) \quad (16-4)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} = A_e^2 - A_p^2 \quad (17-4)$$

که  $H = \frac{\hbar^2}{2m^2 \lambda_D^2 C_s^2}$  پارامتر کوانتومی نام دارد  $A_e = \sqrt{n_e}$  و  $A_p = \sqrt{n_p}$  تغییر متغیر چگالی می باشند.

#### ۴-۱ بررسی های عددی و نتایج

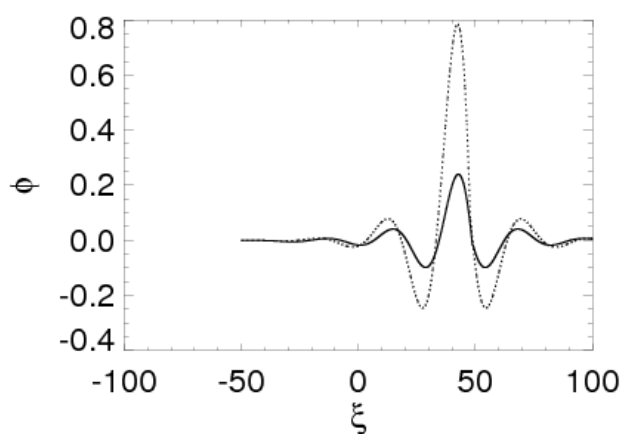
معادلات (۱۵-۴) - (۱۷-۴) با استفاده از روش رانگ-کوتای مرتبه چهار قابل حل می باشند. به منظور

پایداری برنامه در حین اجرا باید شرایط اولیه برای چگالی و پتانسیل بدرستی انتخاب شوند. ما شرایط اولیه

برای چگالی را  $n_{e0} = 0.2, \frac{dn_e}{d\xi} = 0.09, n_{p0} = 0.2, \frac{dn_p}{d\xi} = 0.09$  و برای پتانسیل  $\phi = 0$  انتخاب نمودیم.

شکل (۳-۴) تغییرات پتانسیل نسبت به  $\xi$  را به ازای اعداد  $M = 0.5$  و  $M = 0.8$  و پارامتر کوانتومی

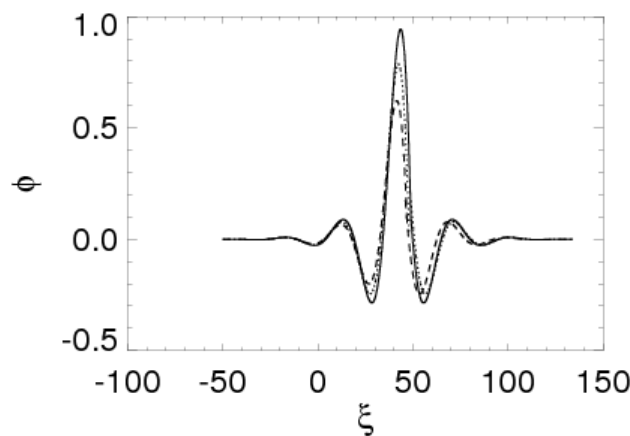
$H = 0.01$  نشان می دهد.



شکل (۳-۴). منحنی تغییرات پتانسیل برای عدد ماخ های  $M = 0.5$  (نقطه چین)  $M = 0.8$  (توپر) و پارامتر کوانتومی  $H = 0.01$

همان طور که مشاهده می شود یک پالس سالیتون گونه بزرگ در  $\xi = 40$  رخ می دهد و نسبت به

حالت کلاسیکی که ماکزیمم دامنه‌ی موج سالیتمونی آن در  $\xi = 0$  می‌باشد یک جابجایی در آن دیده می‌شود. در  $\xi$ های کوچکتر نوسانات کوچکی در پتانسیل مشاهده می‌شود. همچنین تحت شرایط اولیه یکسان، با افزایش عدد ماخ دامنه کاهش می‌یابد که نشان دهنده‌ی کاهش انرژی سیستم در حالت کوانتومی می‌باشد. [۲۹] در شکل (۴-۴) تغییرات پتانسیل نسبت به  $\xi$  برای پارامترهای مختلف کوانتومی  $H = 0.01$ ،  $H = 0.0105$ ،  $H = 0.011$ ،  $M = 0.5$  رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود در شرایط اولیه یکسان، با افزایش  $H$ ، دامنه‌ی موج غیرخطی افزایش پیدا می‌کند که این افزایش ناشی از افزایش اثرات پاشندگی در سیستم می‌باشد. همچنین از رابطه صریح  $H$  می‌توان نتیجه گرفت که در چگالی‌های بالا و دماهای پایین پارامتر کوانتومی  $H$  افزایش می‌یابد که در این حالت سیستم به حالت-های تبهگن نزدیک‌تر شده و پلاسما به سمت پایداری بیشتر و برانگیختگی امواج با دامنه بزرگ میل پیدا می‌کند.



شکل (۴-۴). منحنی تغییرات پتانسیل به‌ازای ضرایب کوانتومی  $H = 0.01$  (خط چین)  $H = 0.0105$  (نقطه چین)  $H = 0.011$  (توپر) عدد ماخ  $M = 0.5$ ، را نشان می‌دهد.

در این قسمت تاثیر عدد ماخ و پارامتر کوانتومی بر روی پلاسماهای الکترون-پوزیترون در دو حالت کلاسیکی و کوانتومی بررسی شده است. با افزایش عدد ماخ در پلاسماهای کلاسیکی انرژی سیستم و در

نتیجه دامنه امواج سالیونی افزایش پیدا می کند نتیجه ای که در پلاسماهای کوانتومی برقرار نمی باشد. در پلاسماهای کوانتومی با افزایش عدد ماخ دامنه ی غیر خطی امواج برانگیخته شده کاهش می یابد. همچنین با افزایش پارامتر کوانتومی تا مقدار مشخصی انرژی سالیون های برانگیخته شده افزایش می یابد. در مکانیک کوانتومی به دلیل پاشندگی تابع موج (به جز برای ذرات به دام افتاده درون تابع موج) تشکیل و پایداری ساختارهای سالیونی پایا امکان پذیر نمی باشد. به دلیل اینکه اثرات کوانتومی مانع به دام افتادن ذرات درون تابع موج می شوند، انتظار می رود که میرایی لاندائو حتی برای زمان های بزرگتر از زمان جهش ذرات همچنان برقرار باشد. از لحاظ فیزیکی اثرات کوانتومی مربوط می شوند به پدیده تونل زنی کوانتومی : ذرات به دام افتاده درون موج با یک احتمالی دوباره به دام می افتند حتی اگر انرژی آنها کمتر از انرژی چاه پتانسیل موج باشد. زمانی که چاه پتانسیل نیز خیلی کم عمق باشد هیچ گونه حالت کوانتومی مقیدی نمی تواند درون آن وجود داشته باشد. در مدل هیدرودینامیک کوانتومی سالیون های پایدار نتیجه تعادل الکترواستاتیکی خودسازگار موثر و فشار کوانتومی هستند.

#### ۴-۵ جواب های غیر خطی در پلاسماهای الکترون - پوزیترون مغناطیده

در اینجا امواج الکترومغناطیسی غیر خطی با دامنه ی بزرگ که در یک پلاسما ی الکترون-پوزیترون عمود بر میدان مغناطیسی خارجی انتشار می یابد را در نظر می گیریم. برای بدست آوردن رابطه پاشندگی این امواج ابتدا فرض می کنیم پلاسما شبه خنثی یعنی  $n_e = n_p = n$  باشد که  $n$  چگالی پلاسما است. معادله پیوستگی برای امواج الکترومغناطیسی یک بعدی که در جهت  $x$  منتشر می شوند خواهد بود:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial (nu_x)}{\partial x} = 0 \quad (18-4)$$

معادله ی حرکت ذراتی که در این جهت حرکت می کنند و دارای سرعت های سیالی  $u_{ex} = u_{px} = u_x$  هستند به این صورت نوشته می شود:

$$m \left( \frac{\partial}{\partial t} + u_x \frac{\partial}{\partial x} \right) u_x = -eE_x - \frac{e}{c} u_{ey} B - \frac{k_B T}{n_0^2} \frac{\partial n^3}{\partial x^3} \quad (۱۹-۴)$$

$$m \left( \frac{\partial}{\partial t} + u_x \frac{\partial}{\partial x} \right) u_x = eE_x + \frac{e}{c} u_{py} B - \frac{k_B T}{n_0^2} \frac{\partial n^3}{\partial x^3} \quad (۲۰-۴)$$

$B$  میدان مغناطیسی است که فقط در جهت  $z$  مولفه دارد.  $E_x$  میدان الکتریکی،  $p, e$  برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها و  $m$  جرم می‌باشد که برای هر دو ذره یکسان است.  $c$  سرعت نور در خلاء و  $n_0$  چگالی غیر اختلالی است. با در نظر گرفتن روابط بالامیدان الکتریکی را از (۲۰-۴) بدست آورده و در (۲۱-۴) جایگذاری می‌کنیم.

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + u_x \frac{\partial}{\partial x} \right) u_x = -\frac{B}{8\pi m n} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{3k_B T}{m n_0^2} n^2 \frac{\partial n}{\partial x} \quad (۲۱-۴)$$

در اینجا از قانون آمپر استفاده کردیم که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{\partial B}{\partial x} = \frac{-4\pi e n}{c} (u_{py} - u_{ey}) \quad (۲۲-۴)$$

این قانون برای امواج الکترومغناطیسی با سرعت فازهای خیلی کوچکتر از سرعت نور صادق می‌باشد. برای قانون فارادی خواهیم داشت.

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -c \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (۲۳-۴)$$

معادله‌ی حرکت برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها در راستای  $y$  خواهد بود:

$$m \left( \frac{\partial}{\partial t} + u_x \frac{\partial}{\partial x} \right) u_{ey} = -eE_y + \frac{e}{c} u_x B \quad (۲۴-۴)$$

$$m \left( \frac{\partial}{\partial t} + u_x \frac{\partial}{\partial x} \right) u_{py} = eE_y - \frac{e}{c} u_x B \quad (۲۵-۴)$$

(۲۴-۴) را از (۲۵-۴) کم و با استفاده از معادله‌ی (۲۳-۴) ساده سازی می‌کنیم آنگاه از طرفین  $\frac{\partial}{\partial x}$  گرفته

و در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_x B) - \frac{mc^2}{8\pi e^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + u_x \frac{\partial}{\partial x} \right) \left( \frac{1}{n} \frac{\partial B}{\partial x} \right) = 0 \quad (26-4)$$

معادلات (۱۸-۴)، (۲۱-۴) و (۲۶-۴) معادلات غیر خطی حاکم بر امواج الکترومغناطیسی در پلاسماهای

الکترون-پوزیترون می‌باشند. اکنون برای خطی سازی این سه معادله، تبدیلات زیر را در نظر می‌گیریم.

$$n = n_0 + n_1, \quad B = B_0 + B_1 \quad \text{به طوری که} \quad n_1 \ll n_0 \quad B_1 \ll B_0,$$

دستگاه معادلات (۲۱-۴) و (۲۶-۴) را خطی سازی و سپس به ترتیب از آنها  $\frac{\partial}{\partial x}$  و  $\frac{\partial}{\partial t}$  می‌گیریم، پس از

استفاده از معادله (۱۸-۴) و مقداری ساده سازی معادله زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 B_1}{\partial t^2} - C_A^2 \frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2} - 3v_T^2 \frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2} + 3v_T^2 \lambda_e^2 \frac{\partial^4 B_1}{\partial x^4} - \lambda_e^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\partial^2 B_1}{\partial x^2} = 0 \quad (27-4)$$

$$C_A = \frac{B_0}{\sqrt{8\pi n_0 m}} \quad v_T = \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \quad \omega_{pe} = \left( \frac{8\pi n_0 e^2}{m} \right)^{1/2}, \quad \lambda_e = \frac{c}{\omega_{pe}}$$

سرعت آلفنی در پلاسماهای الکترون-پوزیترون می‌باشد.

با فرض اینکه  $B_1 \propto \exp(-i\omega t + ikx)$  باشد با تبدیل فوریه معادله (۲۷-۴) داریم:

$$\omega^2 = 3k^2 v_T^2 + \frac{k^2 C_A^2}{1 + k^2 \lambda_e^2} \quad (28-4)$$

(۲۸-۴) فرکانس یک موج الکترومغناطیسی تراکمی است. این فرکانس متفاوت است با فرکانس امواج

امواج الکترومغناطیسی با قطبش دایره‌ای، و امواج غیر عادی با قطبش بیضوی که در یک پلاسمای

الکترون - پوزیترون مغناطیده وجود دارند. در اینجا تاکید می‌کنیم که برای امواج الکترومغناطیسی با

قطبش دایره‌ای، اختلالی در چگالی وجود نخواهد داشت درحالی که امواج الکترومغناطیسی تراکمی و

امواج غیرعادی با قطبش بیضوی، دارای نوساناتی در چگالی می‌باشند [۳۰]. اکنون ویژگی‌های پالس‌های

الکترومغناطیسی تراکمی غیرخطی را در یک پلاسمای الکترون-پوزیترون مگنتوسفری بررسی می‌کنیم.

ابتدا با استفاده از تبدیلات زیر کمیت‌ها را بدون بعد می‌کنیم.

$$n = \frac{n}{n_0}, \quad B = \frac{B}{B_0}, \quad v = \frac{v}{C_A}, \quad t = \omega_{pe} t, \quad \omega_{pe} = \frac{eB_0}{mc}, \quad x = \frac{x}{\lambda_A}, \quad \lambda_A = \frac{c}{\omega}$$

همچنین داریم:

$$\beta = \frac{v_T^2}{C_A^2} \quad \text{و} \quad \frac{D}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_x \frac{\partial}{\partial x}$$

با استفاده از روابط بالا معادلات (۴-۱۸)، (۴-۲۱)، و (۴-۲۶) را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم

$$\frac{Dn}{dt} + n \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0 \quad (۴-۲۹)$$

$$\frac{Du_x}{\partial t} + \frac{1}{2n} \frac{\partial B^2}{\partial x} + \frac{3\beta}{2} \frac{\partial n^2}{\partial x} = 0 \quad (۴-۳۰)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial (u_x B)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{D}{dt} \right) \left( \frac{1}{n} \frac{\partial B}{\partial x} \right) = 0 \quad (۴-۳۱)$$

برای بدست آوردن جواب‌های موضعی ایستا به این صورت تغییر متغیر می‌دهیم  $\xi = x - Mt$ ،  $M = \frac{u_0}{C_A}$

عدد ماخ و  $u_0$  سرعت انتشار پالس‌های سولیتاری است که مقدار ثابتی می‌باشد.

$$-M \frac{Dn}{d\xi} + u_x \frac{dn}{d\xi} = 0 \quad (۴-۳۲)$$

$$-M \frac{Du_x}{d\xi} + \frac{1}{2n} \frac{dB^2}{d\xi} + \frac{3\beta}{2} \frac{dn^2}{d\xi} = 0 \quad (۴-۳۳)$$

$$-M \frac{dB}{d\xi} + \frac{d(u_x B)}{d\xi} + M \frac{d}{d\xi} \left( \frac{D}{d\xi} \right) \left( \frac{1}{n} \frac{dB}{d\xi} \right) = 0 \quad (۴-۳۴)$$

با استفاده از شرایط مرزی زیر از سه معادله بالا انتگرال‌گیری می‌کنیم.

$$u_x = 0, \quad n = 1, \quad B = 1, \quad \frac{\partial B}{\partial x} = 0, \quad |\xi| = \infty$$

معادلات بهنجار شده یک بعدی خواهند بود:

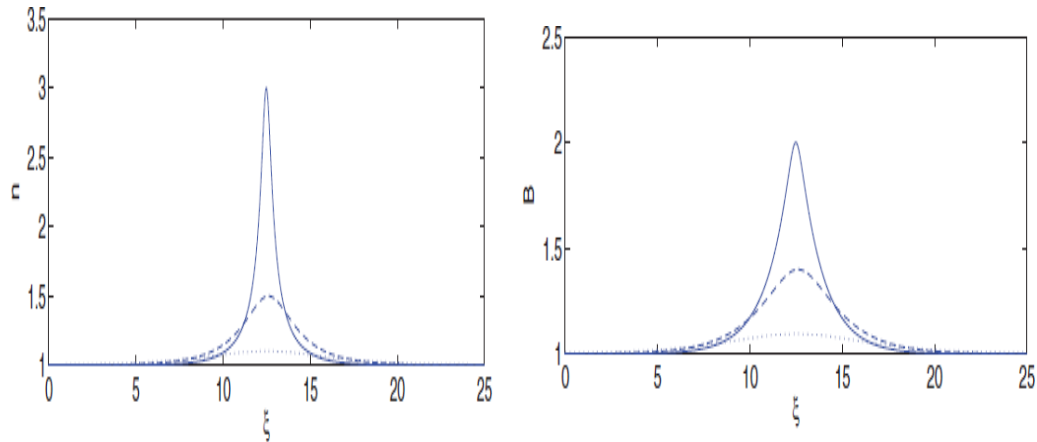
$$u_x = M \left( 1 - \frac{1}{n} \right) \quad (35-4)$$

$$M^2 \left( -1 + \frac{1}{n} \right) + \frac{1}{2} (B^2 - 1) + \beta (n^3 - 1) = 0 \quad (36-4)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{n} \frac{\partial B}{\partial \xi} \right) - B + n = 0 \quad (37-4)$$

#### ۴-۵-۱ جواب‌های عددی و نتایج

جواب‌های عددی معادلات (۳۳-۴) و (۳۴-۴) در شکل (۵-۴) رسم شده است. این شکل برای عدد ماخ‌های  $M = 1.2$  و  $M = 1.5$  و مقادیر مختلف  $\beta$  نشان‌دهنده پالس‌های سولیتاری الکترومغناطیسی بزرگ دامنه است. مشاهده می‌شود در مرکز پالس‌های الکترومغناطیسی مربوط به چگالی و میدان مغناطیسی تراکمی بوجود آمده است همچنین با افزایش عدد ماخ دامنه افزایش پیدا می‌کند. برای مقادیر محدودی از  $\beta$  دامنه پالس سولیتاری سریعاً کاهش پیدا می‌کند. این نکته را می‌توان در منحنی نقطه چین نمودار که به ازای  $\beta = 0.01$  و  $M = 1.2$  رسم شده مشاهده کرد. در مقادیر پایین،  $M$  متناسب با سرعت امواج آکوستیکی خطی با دامنه‌های بزرگ است. در اینجا پالس‌های سولیتاری همواره سوپراکوستیک هستند. بیشترین سرعتی که  $M$  می‌تواند داشته باشد بستگی به مقدار  $\beta$  دارد به طوری که برای مقادیر کمی از  $\beta$  هم میدان مغناطیسی و هم چگالی پلاسما دارای تغییرات کوچکی می‌باشند که برای مقادیر بزرگتر  $\beta$  دامنه این دو کمیت کاهش پیدا می‌کند.



شکل (۴-۵): نمودار تغییرات چگالی و میدان مغناطیسی بهنجار شده به ازای عددماخ های  $M = 1.2$  (خط چین)

و  $M = 1.5$  (منحنی توپر) و  $\beta = 0$ ، همچنین  $\beta = 0.01$  و  $M = 1.2$  (نقطه چین)

در این قسمت با بررسی پالس‌های الکترومغناطیسی متراکم شده عمود بر میدان مغناطیسی را در یک پلاسمای مشاهده شد که این پالس‌های سولیتاری می‌توانند در محدوده‌ی تعریف شده‌ی بین سرعت آلفنی و دو برابر سرعت آلفنی وجود داشته باشند بطوری در سرعت‌هایی نزدیک به دو برابر سرعت آلفنی یک تیزی در قله پالس مشاهده می‌شود. این پالس‌های الکترومغناطیسی به افزایش در چگالی و میدان مغناطیسی پلازما مربوط می‌شوند. علاوه بر این‌ها مشاهده می‌شود که در زوج پلاسمای سرد پالس‌ها شدیداً جایگزیده می‌شوند. در نتیجه ما تاکید می‌کنیم که حضور پالس‌های سولیتاری می‌تواند مربوط باشد به یک اختلال با دامنه بزرگ، که می‌تواند در یک زوج پلاسمای مغناطیده غیر نسبی رخ بدهد.

## ۴-۶ پلاسمای الکترون-پوزیترون-یون

### ۴-۶-۱ مقدمه

مطالعه مدهای جمعی در پلاسمای الکترون-پوزیترون به دلیل وجود این مدها در پلاسمای اختر فیزیکی مانند هسته‌های کهکشانی، سیاه چاله‌ها و مگنتوسفرهای تباختری از اهمیت بالایی برخوردار

است [۳۱]. تقارن پلاسماهای الکترون-پوزیترون می‌تواند در حضور یون‌ها شکسته شود. اگرچه هنوز مدرک مستدلی مبنی بر حضور پروتون‌ها در اطراف پلاسماهای اختر فیزیکی وجود ندارد ولی، به دلیل طیف امواجی که از این محیط‌ها بدست آمده است این تفکر عمومی وجود دارد که این ذرات می‌توانند در این محیط‌ها حضور داشته باشند. به دلیل حضور یون‌ها در پلاسماهای الکترون - پوزیترون و در نتیجه، وجود مقیاس های زمانی کند و تند، طیف امواج بسیار پهن الکترواستاتیکی را در ناحیه کلاسیکی یک پلاسمای الکترون پوزیترون می‌توان مشاهده کرد. برای مثال امواج آکوستیکی یونی وجود دارند که دارای ویژگی‌های کاملاً متفاوتی با پلاسمای الکترون-یون هستند [۳۲]. از جنبه‌ی دیگری نیز می‌توان این پلاسمها را بررسی کرد و آن اضافه شدن پوزیترون‌ها به پلاسماهای الکترون-یون می‌باشد. لازم به ذکر است که اضافه کردن این ذرات فقط باعث تغییری در فرکانس رابطه پاشندگی می‌شود ولی موج جدیدی ایجاد نمی‌کند [۳۳]. برای مثال در پلاسماهای الکترون -پوزیترون -یون مغناطیده حضور پوزیترون‌ها موجب افزایش دامنه ساختار سولیتاری در حالی‌که در نمونه مشابه غیرمغناطیده موجب کاهش دامنه می‌شود [۳۴].

#### ۴-۷ مدهای خطی در پلاسماهای الکترون-پوزیترون-یون

اکنون روابط پاشندگی مدهای خطی و غیرخطی را در یک پلاسمای الکترون-پوزیترون-یون غیر-مغناطیده بررسی می‌کنیم. الکترون و پوزیترون‌ها متحرک در حالی که یون‌ها ثابت و فقط برای خنثی-سازی پس زمینه در نظر گرفته می‌شود. ابتدا با استفاده از دستگاه معادلات سیالی غیرخطی به تحلیل و بررسی امواج الکترواستاتیک خطی در این پلاسمها می‌پردازیم. یک پلاسمای بدون برخورد، غیرمغناطیده، یک بعدی را در نظر می‌گیریم. معادله‌ی پیوستگی برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_e v_e) = 0 \quad (38-4)$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_p v_p) = 0 \quad (39-4)$$

معادله‌ی حرکت برای دو ذره خواهد بود:

$$\frac{\partial u_e}{\partial t} + u_e \frac{\partial u_e}{\partial x} = \frac{e}{m} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{T_e}{m n_e} \frac{\partial n_e}{\partial x} \quad (40-4)$$

$$\frac{\partial u_p}{\partial t} + u_p \frac{\partial u_p}{\partial x} = \frac{-e}{m} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{T_p}{m n_p} \frac{\partial n_p}{\partial x} \quad (41-4)$$

معادله پواسون نیز به این صورت است:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi e (n_p + n_{oi} - n_e) \Rightarrow \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 4\pi e (n_e - n_p - n_{oi}) \quad (42-4)$$

در حالت تعادل رابطه زیر برقرار است

$$n_{oi} + n_{op} = n_{oe} \quad (43-4)$$

$E$  میدان الکتریکی،  $\phi$  پتانسیل الکترواستاتیک،  $n_{\alpha}, v_{\alpha}, n_{0\alpha}$  چگالی تعادلی، سرعت و چگالی گرمایی و  $T_{\alpha}$  دما،  $\alpha = e, p$  و  $n_{i0}$  چگالی تعادلی یون و  $p_{\alpha} = n_{\alpha} T_{\alpha}$  فشار گرمایی می باشد. می‌خواهیم رابطه پاشندگی امواج الکترواستاتیک را بدست آوریم:

با خطی سازی و تبدیل فوریه معادلات (38-4)-(41-4) با فرض اینکه اختلالات متناسب با  $\sim e^{i(kx - \omega t)}$  باشد داریم:

$$n_{1e} = \frac{k_x n_{oe}}{\omega} u_{1e} \quad n_{1p} = \frac{k_x n_{op}}{\omega} u_{1p} \quad (44-4)$$

$$u_e = \frac{-ek}{m\omega} \phi + \frac{T_e k}{m n_{oe} \omega} n_{1e} \quad u_p = \frac{ek}{m\omega} \phi + \frac{T_p k}{m n_{op} \omega} n_{1p} \quad (45-4)$$

$$\phi = \frac{4\pi e}{k^2} (n_{1p} - n_{1e}) \quad (46-4)$$

معادلات (۴۴-۴) را در (۴۵-۴) جایگزین می کنیم.

$$v_{1e} = \frac{-p \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}}{\left[ 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{v_{Te}^2 k^2}{\omega^2} \right]} v_{1p} \quad (۴۷-۴)$$

$$v_{1p} = \frac{-\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}}{\left[ 1 - p \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{v_{Te}^2 k^2}{\omega^2} \right]} v_{1e} \quad (۴۸-۴)$$

$v_{1p}$  را از (۴۴-۴) در (۴۵-۴) جایگذاری و بعد از کمی ساده سازی داریم

$$\frac{1}{\omega_{pe}^2} = \frac{1-p}{\left[ \omega^2 - v_{Te}^2 k^2 \right]} + \frac{1}{\left[ \omega^2 - v_{Te}^2 k^2 \right]} \quad (۴۹-۴)$$

سرعت گرمایی الکترون و پوزیترون ها  $v_{te} = \sqrt{\frac{T_e}{m}}$  به ترتیب عدد و فرکانس موج می باشد.  $\omega$  و  $k$  می باشد.

$$\omega_{pe} = \left( \frac{4\pi n_{e0} e^2}{m} \right)^{1/2}$$

فرکانس پلاسمایی الکترون و نسبت چگالی ها  $p = \frac{n_{i0}}{n_{e0}}$  اکنون حالت های مختلف

معادله (۴۹-۴) را بررسی می کنیم.

**حالت اول:** درغیاب پوزیترون ها ( $p=1$ ) معادله (۴۸-۴) همان رابطه پاشندگی موج لانگمویر در

پلاسمای الکترون- یون می باشد که به صورت زیر نمایش داده می شود.

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + v_{te}^2 k^2 \quad (۵۰-۴)$$

**حالت دوم:** در صورتی که یون ها حضور نداشته باشند و الکترون، پوزیترون ها در دمای یکسان  $T_e = T_p = T$

باشند خواهیم داشت:

$$\omega^2 = 2\omega_{pe}^2 + v_t^2 k^2 \quad (۵۱-۴)$$

(۵۱-۴) معادله ی موج لانگمویر در یک پلاسمای الکترون-پوزیترون غیرمغناطیده است، به طوری که هر

کدام از ذرات دارای سرعت گرمایی  $v = \sqrt{\frac{T}{m}}$  باشند.

**حالت سوم:** حالت دیگر که بررسی می کنیم این است که یون ها وجود داشته باشند و الکترون ، پوزیترون- ن ها در دمای متفاوتی باشند معادله ای که داریم خواهد بود:

$$\omega^4 - \omega^2 (v_{te}^2 k^2 + v_{tp}^2 k^2 + (1-p)\omega_{pe}^2 + \omega_{pe}^2) + \omega_{pe}^2 ((1-p)v_{te}^2 k^2 + v_{tp}^2 k^2) + v_{tp}^2 v_{te}^2 k^4 = 0 \quad (52-4)$$

معادله بالا دو جواب دارد که به صورت زیر هستند:

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \left( (v_{te}^2 k^2 + v_{tp}^2 k^2 + (1-p)\omega_{pe}^2 + \omega_{pe}^2) \pm \Delta \right) \quad (53-4)$$

$$\Delta = (v_{te}^2 k^2 + v_{tp}^2 k^2 + (1-p)\omega_{pe}^2 + \omega_{pe}^2)^{1/2} - 4 \left( \omega_{pe}^2 ((1-p)v_{te}^2 + v_{tp}^2) k^2 + v_{tp}^2 v_{te}^2 k^4 \right) \quad (54-4)$$

در معادله (53-4) علامت های  $(+v_e)$  ,  $(-v_e)$  به ترتیب برای امواج لانگمویری با فرکانس بالا و پایین که

در یک پلاسمای الکترون- پوزیترون- یون عمود بر میدان مغناطیسی حرکت می کنند بکار می رود.

الف) در غیاب یون ها ( $p=0$ ) و در طول موج های بلند  $(+v_e)$  ریشه معادله (53-4) است که نشان-

دهنده رابطه پاشندگی امواج لانگمویر در پلاسمای الکترون- پوزیترون می باشد .

$$\omega = 2\omega_{pe}^2 + \frac{1}{2} (v_{TP}^2 + v_{Te}^2) k^2 \quad (55-4)$$

ب)  $(-v_e)$  ریشه معادله (53-4) در حد طول موج های بلند می باشد و در غیاب یون ها برای پلاسمای

الکترون- پوزیترون- یون رابطه زیر را می دهد.

$$\omega^2 = \frac{1}{2} (v_{TP}^2 + v_{Te}^2) k^2 \quad (56-4)$$

(56-4) رابطه پاشندگی برای امواج آکوستیکی در پلاسمای الکترون-پوزیترون است. نوسانات

الکترواستاتیکی در این مد ظاهر نمی شوند. از توضیحات بالا واضح است که امواج آکوستیکی فقط زمانی

در یک پلاسمای الکترون - پوزیترون انتشار می یابند که، تفاوت اندکی بین دمای دو ذره با جرم یکسان

وجود داشته باشد [35].

#### ۴-۸ معادله $Kdv$ و جواب‌های غیرخطی در پلاسمای الکترون-پوزیترون-یون

برای مطالعه رفتارهای غیرخطی باید معادله  $kdv$  را که جواب‌های سالیتمی پایا دارد را بدست آوریم. این سالیتم‌های پایا در نتیجه تعادی بین آثار غیرخطی (شیب دار شدن موج) و آثار پراکندگی (ویسکوزیته-برخورد ذرات) می‌باشد. برای دستگاه معادلات در یک پلاسمای الکترون-پوزیترون-یون غیرمغناطیده یک بعدی، تبدیلات زیر رادر نظر می‌گیریم.

$$\phi = \frac{e\phi}{T_e} \quad p = \frac{n_{io}}{n_{eo}} \quad v_{1\alpha} = \frac{v_{1\alpha}}{v_{Te}} \quad , \quad \mu = \frac{T_p}{T_e}$$

$$n_{1\alpha} = \frac{n_{1\alpha}}{n_{0\alpha}} \quad x = \frac{x}{\lambda_{De}} = \sqrt{\frac{T_e}{4\pi n_{0e} e^2}} \quad t = t\omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi n_{0e} e^2}{m}}$$

معادلات بهنجار شده برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها خواهد بود:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_e v_e) = 0 \quad (۵۷-۴)$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_p v_p) = 0 \quad (۵۸-۴)$$

$$\frac{\partial v_e}{\partial t} + \left(v_e \frac{\partial}{\partial x}\right)v_e = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial x} \quad (۵۹-۴)$$

$$\frac{\partial v_p}{\partial t} + \left(v_p \frac{\partial}{\partial x}\right)v_p = \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\mu}{n_p} \frac{\partial n_p}{\partial x} \quad (۶۰-۴)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = n_e - (1-p)n_p - p \quad (۶۱-۴)$$

برای بدست آوردن معادله  $kdv$  و جواب‌های آن ابتدا پارامترهای پلاسمایی را بر حسب توان‌های  $\varepsilon$  بسط می‌دهیم و جمله یک مرتبه بالاتر از نظریه خطی را نگه می‌داریم.

$$n_j = 1 + \varepsilon n_j^{(1)} + \varepsilon^2 n_j^{(2)} + \dots$$

$$v_j = \varepsilon v_j^{(1)} + \varepsilon^2 v_j^{(2)} + \dots \quad (۶۲-۴)$$

$$\phi = \varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(2)} + \dots$$

کمیت‌های مختل شده تابعی از  $x, t$  هستند.  $\varepsilon$  مقدار بسیار کوچکی است که نشان دهنده شدت اثرات غیرخطی می‌باشد. متغیرها را به فرم استاندارد شده‌ای که در زیر معرفی می‌شود می‌نویسیم.

$$\xi = \varepsilon^{1/2} (x - \lambda t) \quad \text{و} \quad \tau = \varepsilon^{3/2} t. \quad (۶۳-۴)$$

$\lambda$  سرعت فاز خطی موج می‌باشد. (۶۲-۴) و (۶۳-۴) را در معادلات (۵۷-۴) - (۶۱-۴) قرارداده و این معادلات را بر حسب توان‌های مختلف  $\varepsilon$  بازنویسی می‌کنیم. جملات پایین‌ترین مرتبه متناسب با  $\varepsilon$  می‌باشند. از معادله پواسون برای این مرتبه داریم (پیوست الف)

$$n_e^{(1)} = (1-p)n_p^{(1)} \quad (۶۴-۴)$$

از معادلات (۵۹-۴) - (۶۰-۴) برای ضرایب  $\varepsilon^{3/2}$  آشفستگی مرتبه اول چگالی و سرعت بر حسب پتانسیل

الکترواستاتیکی بدست می‌آید:

$$n_{e1}^{(1)} = \frac{\phi^{(1)}}{-\lambda^2 + 1} \quad (۶۵-۴)$$

$$n_{p1}^{(1)} = \frac{\phi^{(1)}}{\lambda^2 - \mu} \quad (۶۶-۴)$$

$$v_{e1}^{(1)} = \frac{-\lambda \phi^{(1)}}{\lambda^2 - 1} \quad (۶۷-۴)$$

$$v_{p1}^{(1)} = \frac{\lambda \phi^{(1)}}{\lambda^2 - \mu} \quad (۶۸-۴)$$

با جایگذاری (۶۵-۴) - (۶۶-۴) در (۶۴-۴) سرعت فاز موج بدست می‌آید.

$$\lambda = \sqrt{\frac{(1-p) + \mu}{2-p}} \quad (۶۹-۴)$$

از ضرایب  $\varepsilon^2$  در معادله پواسون خواهیم داشت:

$$n_e^{(2)} - (1-p)n_p^{(2)} = \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial \xi^2} \quad (۷۰-۴)$$

جمع ضرایب  $\varepsilon^{5/2}$  معادله‌های پیوستگی و حرکت برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها رابطه‌های زیر را می‌دهد:

$$-\lambda \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial v_e^{(2)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \tau} - \frac{\partial (n_e^{(1)} v_e^{(1)})}{\partial \xi} \quad (71-4)$$

$$-\lambda \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial v_p^{(2)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \tau} - \frac{\partial (n_p^{(1)} v_p^{(1)})}{\partial \xi} \quad (72-4)$$

$$-\lambda \frac{\partial v_e^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial v_e^{(1)}}{\partial \tau} - v_e^{(1)} \frac{\partial v_e^{(1)}}{\partial \xi} + n_e^{(1)} \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} \quad (73-4)$$

$$-\lambda \frac{\partial v_p^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \xi} + \mu \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial v_p^{(1)}}{\partial \tau} - v_p^{(1)} \frac{\partial v_p^{(1)}}{\partial \xi} + \mu n_p^{(1)} \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} \quad (74-4)$$

برای حل معادلات بالا به این صورت عمل می‌کنیم که از معادله (۷۰-۴) مشتق گرفته سپس مشتقات چگالی الکترون و پوزیترون را از معادلات (۷۱-۴)-(۷۴-۴) محاسبه کرده و در این رابطه قرار می‌دهیم بعد از مقداری ساده سازی عبارت زیر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} & -\frac{\lambda}{\lambda^2-1} f_1 + \frac{\lambda(1-p)}{\lambda^2-\mu} f_2 - \frac{1}{\lambda^2-\mu} f_3 + \\ & + \frac{(1-p)}{\lambda^2-\mu} \left( -\frac{\partial v_p^{(1)}}{\partial \tau} - v_p^{(1)} \frac{\partial v_p^{(1)}}{\partial \xi} + \mu n_p^{(1)} \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial \xi^2} = 0 \end{aligned} \quad (75-4)$$

با ساده سازی رابطه بالا خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \tau} + A \phi^{(1)} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \phi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (76-4)$$

این همان معادله  $kdv$  الکترواستاتیکی است که در آن  $\phi^{(1)}$  دامنه و  $\xi, \tau$  متغیرهای زمان گونه و مکان گونه و

$A, B$  به ترتیب ضرایب پاشندگی و غیر خطی می باشند.

$$A = \frac{(1-P)(3\lambda^2-\mu)(\lambda^2-1)^3 - (3\lambda^2-1)(\lambda^2-\mu)^3}{2\lambda(\lambda^2-\mu)(\lambda^2-1)[(\lambda^2-\mu)^2 + (1-P)(\lambda^2-1)^2]} \quad (77-4)$$

$$B = \frac{(\lambda^2-1)^2(\lambda^2-\mu)^2}{2\lambda[(\lambda^2-\mu)^2 + (1-P)(\lambda^2-1)^2]} \quad (78-4)$$

با تعریف  $\eta = \xi - \mu\tau$  داریم  $\frac{\partial}{\partial \xi} = \frac{d}{d\eta}$  و  $\frac{\partial}{\partial \tau} = -\mu \frac{d}{d\eta}$  معادله (۷۶-۴) خواهد بود :

$$-\mu \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \eta} + A \phi^{(1)} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \eta} + B \frac{\partial^3 \phi^{(1)}}{\partial \eta^3} = 0 \quad (۷۹-۴)$$

با فرض اینکه  $\phi^{(1)}$  و همه مشتقات آن در فواصل دور از سالیتون صفر شوند نتیجه انتگرال بالا می‌شود:

$$-\mu \phi^{(1)} + \frac{A}{2} (\phi^{(1)})^2 + B \frac{d^2 \phi^{(1)}}{d \eta^2} = 0 \quad (۸۰-۴)$$

با ضرب تک تک جمله‌ها در  $\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \eta}$  می‌توانیم یک بار دیگر انتگرال‌گیری کنیم:

$$-\mu (\phi^{(1)})^2 + \frac{A}{3} (\phi^{(1)})^3 + B \left( \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \eta} \right)^2 = 0 \quad (۸۱-۴)$$

جواب سالیتونی زیر در این معادله صدق می‌کند.

$$\phi^{(1)} = \phi_m \operatorname{sech}^2 \left( \frac{\eta}{\omega} \right) \quad (۸۲-۴)$$

دامنه و عرض سالیتون الکترواستاتیکی در پلاسمای الکترون-پوزیترون-یون  $\phi_m = \frac{3u}{A}$  و  $\omega = \sqrt{\frac{4B}{u}}$

غیرمغناطیده می‌باشد.  $\eta$  مختصات تبدیل در چارچوب موج متحرکی است که با سرعت  $u$  غیرمغناطیده می‌باشد.

الف) اگر دمای الکترون و پوزیترون‌ها یکسان باشد ( $\mu = 1$ )  $T_e = T_p$  آنگاه با استفاده از مقادیر  $u, \lambda$  در معادله (۷۶-۴) برای  $A, B$  جوابی وجود ندارد. بنابراین برای یک پلاسمای الکترون-پوزیترون-یون غیر مغناطیده زمانی که انرژی گرمایی الکترون‌ها و پوزیترون‌ها یکسان باشد هیچ ساختار سالیتونی نمی‌تواند تشکیل شود. اکنون شرایط مختلف را برای (۷۶-۴) بررسی می‌کنیم.

ب) برای نمونه‌هایی که ( $\mu > 1$ )  $T_p > T_e$  باشد  $\lambda > 1$  خواهد بود و سرعت فاز موج بزرگتر از سرعت الکترون‌ها می‌باشد (این نمونه یک مد لانگمویر سریع می‌باشد) ساختارهای پتانسیلی الکترواستاتیکی فرورفته‌ای شکل می‌گیرد.

پ) در حالتی  $\mu < 1$  باشد  $\lambda < 1$  است و سرعت فاز موج کوچکتر از سرعت گرمایی الکترون‌ها می‌شود

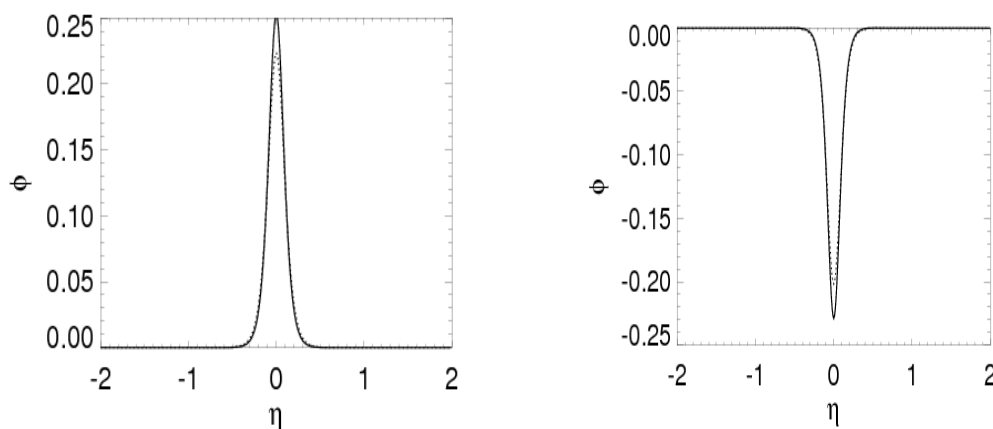
(مد لانگمویر آهسته است) و ساختار پتانسیلی برآمده‌ای را نشان می‌دهد.

ت) اگر  $\mu=1$  باشد  $\lambda=1$  می‌شود بنابراین سرعت فاز موج کوچکتر از سرعت گرمایی الکترون‌ها می‌شود

و به علت میرایی شدید لاندائو هیچ گونه برانگیختگی غیرخطی وجود ندارد.

#### ۴-۸-۱ جواب‌های عددی و نتایج

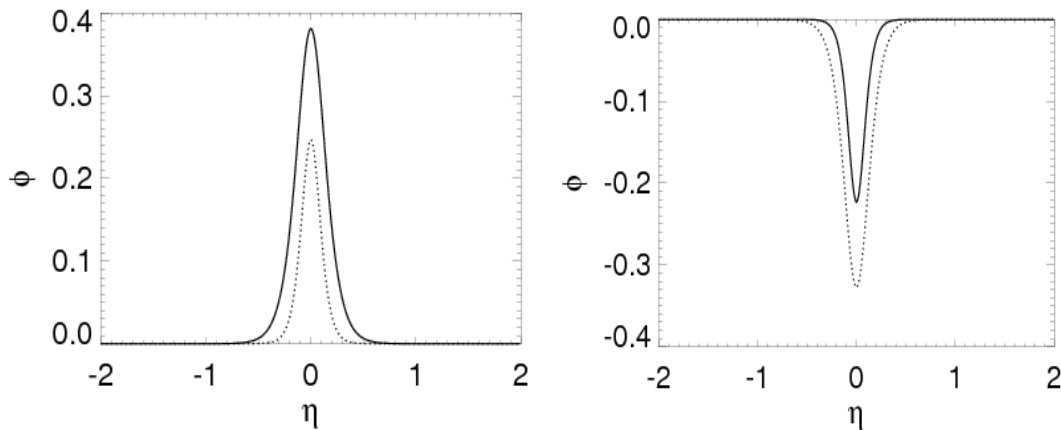
برخی از جواب‌های عددی ممکن برای پتانسیل الکترواستاتیکی معادله (۴-۸۲) در چگالی‌های یونی و دماهای الکترون و پوزیترونی مختلف در شکل‌های زیر رسم شده است.



شکل (۴-۶). پتانسیل الکترواستاتیکی را برای  $p=0$  (توپر) و  $p=0.4$  (نقطه چین) نشان می‌دهد. شکل محدب سمت چپ برای  $\mu=0.8$  و  $u=0.8$  و شکل مقعر سمت راست برای  $\mu=1.2$  و  $u=0.8$  می‌باشد.

شکل سمت چپ یک پتانسیل سالیتمونی محدب را در یک پلاسمای الکترون-پوزیترون-یون غیر مغناطیده نشان می‌دهد. در این نمونه انرژی گرمایی الکترون بزرگتر از پوزیترون می‌باشد. با افزایش چگالی یون از  $p=0$  (نقطه چین) به  $p=0.4$  (توپر) در حالی که نسبت‌های دمایی ثابت و برابر  $\mu=0.8$  می‌باشد دامنه سالیتمون کاهش پیدا می‌کند. به همین ترتیب در سمت راست زمانی که دمای پوزیترون بزرگتر از دمای الکترون و  $\mu=1.2$  باشد یک ساختار پتانسیلی مقعری شکل می‌گیرد در این

حالت نیز با افزایش چگالی یون دامنه کاهش پیدا می کند. برای حالت های دیگر داریم:



شکل (۴-۷). پتانسیل الکترواستاتیکی محدب سمت چپ در نسبت های دمایی  $\mu = 0.7$  (توپر) و  $\mu = 0.8$  (نقطه چین)

پتانسیل الکترواستاتیکی مقعر سمت راست برای  $\mu = 1.2$  (توپر) و  $\mu = 1.3$  (نقطه چین),  $p = 0$  برای هر دو شکل

در شکل بالا سالیتون سمت چپ برای حالتی است که انرژی الکترون بیشتر از انرژی پوزیترون است.

مشاهده می شود که با افزایش نسبت دمایی الکترون به پوزیترون از  $\mu = 0.7$  به  $\mu = 0.8$  در حالی که

چگالی یونی ثابت و برابر  $u_0 = 0.8, p = 0.2$  هم دامنه و هم عرض سالیتون کاهش پیدا می کند.

سالیتون مقعر سمت راست برای حالتی است که انرژی پوزیترون بیشتر از انرژی الکترون می باشد. در این

حالت با افزایش این نسبت دمایی  $\mu = 1.2$  (منحنی توپر) به  $\mu = 1.3$  (منحنی نقطه چین) هم دامنه و هم

عرض سالیتون افزایش پیدا می کند.

امواج الکترواستاتیک خطی و غیرخطی در حضور و غیاب یون های ایستا در پلاسمای الکترون-پوزیترون

بررسی شد نتایج بدست آمده نشان می دهد که شاخه بالایی و پایینی امواج لانگمویر می تواند در

پلاسمای الکترون-پوزیترون-یون منتشر شود.

همچنین از روش اختلالات کاهش یافته برای بدست آوردن سالیتون های الکترواستاتیکی  $kdv$  در

پلاسمای الکترون-پوزیترونی که شامل یون ها نیز بودند استفاده شد. در اینجا باید دقت شود که در این

پلاسمایا سالیته‌های الکترواستاتیکی فقط زمانی می‌توانند تشکیل شوند که یک اختلاف دمایی بین الکترون‌ها و پوزیترون‌ها وجود داشته باشد. سالیته محدب زمانی می‌تواند وجود داشته باشد که دمای الکترون‌ها بیشتر از دمای پوزیترون‌ها باشد و سالیته مقعر (کاویتون) در شرایط دمایی برعکس شرایط کنونی شکل می‌گیرد، یعنی زمانی که دریک پلاسمای الکترون-پوزیترون، دمای پوزیترون‌ها بیشتر از دمای الکترون‌ها باشد. هردوی این حالت‌ها با فرض عدم حضور یون‌ها بررسی شد. همچنین مشاهده می‌شود، در چنین پلاسماهایی زمانی که دمای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها یکسان باشد هیچ ساختار سالیته‌ای نمی‌تواند شکل بگیرد. زمانی که دمای الکترون‌ها بزرگتر از دمای پوزیترون‌ها باشد با افزایش سهم یون‌ها، فقط دامنه پتانسیل الکترواستاتیکی محدب افزایش پیدا می‌کند، در حالی که در یک پلاسمای الکترون-پوزیترون-یون با افزایش دمای الکترون‌ها هم دامنه و هم عرض سالیته کاهش پیدا می‌کند.

برای حالتی که دمای پوزیترون بیشتر از دمای الکترون باشد یعنی برای سالیته‌های مقعری تشکیل شده با افزایش سهم یون دامنه افزایش می‌یابد، در صورتی که در چنین پلاسماهایی با افزایش دمای پوزیترون نسبت به الکترون هم عرض و هم دامنه سالیته مقعر افزایش پیدا می‌کند. نتایج بدست آمده در اینجا کلی می‌باشد و می‌تواند در سراسر محیط مگنتوسفری تپ اختری شامل پلاسمای الکترون-یون و الکترون-پوزیترون-یون برای شناخت تشعشعات رادیویی در این محیط‌ها قابل اجرا باشد. [۳۶].

#### ۹-۴ جواب‌های غیر خطی معادله $kdv$ در پلاسمای الکترون-پوزیترون-یون کوانتومی

یک پلاسمای سه مولفه‌ای شامل الکترون‌ها، پوزیترون‌ها و یون‌های مثبت را در نظر می‌گیریم. با استفاده از مدل هیدرودینامیک کوانتومی که شامل معادله ی پیوستگی، معادله ی حرکت و معادله پواسون برای سه ذره‌ی الکترون، پوزیترون، یون است به صورت زیر خواهند بود:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_e u_e) = 0 \quad (۸۳-۴)$$

$$\left[ \frac{\partial u_e}{\partial t} + u_e \frac{\partial u_e}{\partial x} \right] = -\frac{1}{m_e n_e} \frac{\partial P_e}{\partial x} - \frac{e}{m_e} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\hbar^2}{2m_e^2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 \sqrt{n_e} / \partial x^2}{\sqrt{n_e}} \right) \quad (۸۴-۴)$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_p u_p) = 0 \quad (۸۵-۴)$$

$$\left[ \frac{\partial u_p}{\partial t} + u_p \frac{\partial u_p}{\partial x} \right] = -\frac{1}{m_p n_p} \frac{\partial P_p}{\partial x} + \frac{e}{m_p} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\hbar^2}{2m_p^2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 \sqrt{n_p} / \partial x^2}{\sqrt{n_p}} \right) \quad (۸۶-۴)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_i u_i) = 0 \quad (۸۷-۴)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} = -\frac{e}{m_i} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\hbar^2}{2m_i^2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 \sqrt{n_i} / \partial x^2}{\sqrt{n_i}} \right) \quad (۸۸-۴)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \mu n_e - (\mu - 1) n_p - n_i \quad (۸۹-۴)$$

برای بی‌بعدسازی عبارت‌های بالا کمیت‌های زیر را معرفی می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\omega_{pi}}{C_s} \quad u_\alpha = \frac{u_\alpha}{c_s} \quad t = \omega_{pi} t \quad \phi = \frac{e\phi}{k_B T} \quad n_\alpha = \frac{n_\alpha}{n_{\alpha 0}} \\ \sigma = \frac{T_{fp}}{T_{fe}} = (1 - 1/\mu)^{2/3} \quad v_{f\alpha}^2 = \frac{2k_B T_{f\alpha}}{m} (\alpha = e, p) \quad \mu = \frac{n_{\circ e}}{n_{\circ i}} = 1 + \frac{n_{p0}}{n_{i0}} \end{array} \right.$$

$$p_\alpha = \frac{m_\alpha v_{f\alpha}^2}{3n_{\circ\alpha}^2} n_\alpha^3 \quad \text{جمله فشار کوانتومی} \quad k_B T_{fe} = \frac{\hbar^2 (3\pi^2)^{2/3} n_{\circ\alpha}^{2/3}}{2m_\alpha} \quad \alpha = e, p \text{ می باشد.}$$

$$\omega_{p\alpha} = \sqrt{n_{\alpha 0} e^2 / \epsilon_0 m_\alpha} \quad \text{فرکانس پلاسمایی ذرات،} \quad c_s = \sqrt{2k_B T_{fe} / m_i} \quad \text{سرعت آکوستیکی یونی کوانتومی می-}$$

باشد. در دستگاه معادلات نرمالیزه پارامترکوانتومی بدون بعد را به این صورت معرفی می‌کنیم.

$$H = \hbar \omega_{pe} / k_B T_{fe} \quad (\text{نسبت انرژی پلاسمایی الکترون به انرژی فرمی الکترون})$$

با توجه به کمیت‌های داده شده به علت ظاهر شدن ضریب  $\frac{m_e}{m_i} \ll 1$ ، سمت راست معادلات (۸۴-۴) و

(۸۶-۴) نادیده گرفته می‌شود. همچنین قسمت کوانتومی معادله (۸۸-۴) نیز حذف می‌گردد. این می‌تواند

یک نتیجه از این واقعیت باشد که طول موج دوبروی رابطه عکس با جرم دارد از طرفی هرچه طول موج

دوبروی بزرگتر باشد اثرات کوانتومی مهم تر می شود بنابراین در جرم های سنگین یونی این طول موج و در نتیجه اثرات کوانتومی بسیار کوچک می شوند و می توان از آن ها صرف نظر کرد. به همین دلیل معمولا برای توصیف یون ها معادلات دینامیک کلاسیکی به کار می رود. معادلات بهنجار شده ی (۴-۸۳) - (۴-۸۹) به صورت زیر می باشند.

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 2n_e \frac{\partial n_e}{\partial x} - \frac{H^2}{4\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 \sqrt{n_e} / \partial x^2}{\sqrt{n_e}} \right) \quad (۴-۹۰)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -2\sigma n_p \frac{\partial n_p}{\partial x} + \frac{H^2}{4\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 \sqrt{n_p} / \partial x^2}{\sqrt{n_p}} \right) \quad (۴-۹۱)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_i u_i) = 0 \quad (۴-۹۲)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (۴-۹۳)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \mu n_e - (\mu - 1)n_p - n_i \quad (۴-۹۴)$$

با استفاده از شرایط مرزی  $x = \pm\infty \Rightarrow n_e = 1, n_p = 1, \phi = 0$  از معادلات (۴-۹۰) و (۴-۹۱) انتگرال می گیریم:

$$\phi = -1 + n_e^2 - \frac{H^2}{4\mu} \left( \frac{\partial^2 \sqrt{n_e} / \partial x^2}{\sqrt{n_e}} \right) \quad (۴-۹۵)$$

$$\phi = \sigma - \sigma n_p^2 + \frac{H^2}{4\mu} \left( \frac{\partial^2 \sqrt{n_p} / \partial x^2}{\sqrt{n_p}} \right) \quad (۴-۹۶)$$

در معادلات بالا پتانسیل الکترواستاتیکی بر حسب چگالی الکترون و پوزیترون بدست آمده است. اگر اثرات کوانتومی را نادیده بگیریم ( $H = 0$ ) چگالی با یک عبارت جبری از معادله پتانسیل بدست می آید. در این حالت به علت اینکه الکترون ها به وسیله تابع توزیع فرمی دیراک توصیف می شوند نه ماکسول بولتزمن

عبارت توان دار وجود نخواهد داشت در حالی که در حالت کلاسیکی دینامیک الکترون ها به صورت یک رابطه توان دار بین چگالی الکترونی و پتانسیل است. این می تواند ناشی از این حقیقت باشد که  $H \rightarrow 0$  نشان دهنده ی یک تقریب کلاسیکی نیست که در آن  $\hbar \rightarrow 0$  می باشد زیرا  $H \sim 1/\hbar$  می باشد. در  $H \rightarrow 0$  پلاسما می تواند در ناحیه ای با چگالی بالا باشد که فقط اثرات کوانتومی آن نادیده گرفته شده است. معادله  $kdv$  و جواب های آن را برای پلاسمای الکترون-پوزیترون-یون کوانتومی بدست می آوریم [۳۷].

متغیرهای مستقل را به این صورت تعریف می کنیم  $\xi = \varepsilon^{1/2}(x - v_0 t)$  و  $\tau = \varepsilon^{3/2}t$  و متغیرهای وابسته را به این صورت بسط می دهیم:

$$\begin{aligned} n_\alpha &= 1 + \varepsilon n_\alpha^{(1)} + \varepsilon^2 n_\alpha^{(2)} + \dots, \\ u_\alpha &= 0 + \varepsilon u_\alpha^{(1)} + \varepsilon^2 u_\alpha^{(2)} + \dots, \\ \phi &= 0 + \varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(2)} + \dots, \end{aligned} \quad (97-4)$$

در اینجا  $\alpha = e, p, i$  و  $\varepsilon$  پارامتری کوچک ولی غیرصفر است که متناسب با شدت اثرات غیرخطی می باشد. با جایگذاری (۹۷-۴) در (۹۲-۴) - (۹۴-۴) و جمع عبارت ها در توان های مختلف  $\varepsilon$ ، رابطه پاشندگی از پایین ترین مرتبه  $\varepsilon$  بدست می آید. با انتخاب این مرتبه  $\varepsilon$  خواهیم داشت: (پیوست ب)

$$\left. \begin{aligned} n_i^{(1)} &= \mu n_e^{(1)} - (\mu - 1)n_p^{(1)} \\ \varphi_i^{(1)} &= 2n_e^{(1)} \\ \varphi_i^{(1)} &= -2\sigma n_p^{(1)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow n_e = -\sigma n_p \quad (98-4)$$

از تساوی ضرایب  $\varepsilon^{3/2}$  در معادلات (۸۷-۴) و (۸۸-۴) و ضرایب  $\varepsilon$  در معادلات (۹۰-۴) و (۹۱-۴) داریم:

$$v_0 u_i^{(1)} = \varphi_i^{(1)} \Rightarrow v_0^2 n_i^{(1)} = \varphi_i^{(1)} \quad (99-4)$$

$$v_0 = \pm \sqrt{\frac{2\sigma}{\mu(\sigma+1)-1}} \quad (100-4)$$

روابط (۹۴-۴)، (۹۵-۴)، (۹۶-۴) برای ضرایب  $\varepsilon^2$  معادلات زیر را نشان می دهد.

$$\frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial x^2} = \mu n_e^{(2)} - (\mu - 1)n_p^{(2)} - n_i^{(2)} \quad (101-4)$$

$$\phi^{(2)} = \left(n_e^{(1)}\right)^2 + 2n_e^{(2)} - \frac{H^2}{8\mu} \frac{\partial^2 n_e^{(1)}}{\partial x^2} \quad (102-4)$$

$$\phi^{(2)} = -\sigma \left(n_p^{(1)}\right)^2 - 2\sigma n_p^{(2)} - \frac{H^2}{8\mu} \frac{\partial^2 n_p^{(1)}}{\partial x^2} \quad (103-4)$$

با استفاده از ضرایب  $\varepsilon^{5/2}$  در معادلات (99-4) و (100-4) داریم

$$-v \cdot \frac{\partial n_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \tau} - u_i^{(1)} \frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \xi} - n_i^{(1)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \xi} \quad (104-4)$$

$$\frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \xi} - v \cdot \frac{\partial u_a^{(2)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial u_a^{(1)}}{\partial \tau} - u_a^{(1)} \frac{\partial u_a^{(1)}}{\partial \xi} \quad (105-4)$$

با استفاده از روابط قبل و معادلات جبری فراوان به رابطه زیر می‌رسیم

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \tau} + A \phi^{(1)} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \phi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (106-4)$$

که این همان معادله  $kdv$  با جواب‌های الکترواستاتیک است.

$$A = \frac{2^{-3/2} \sigma^{-1/2}}{[\mu(\sigma+1)-1]^{3/2}} \left( 3\mu^2 (\sigma+1)^2 + \mu(\sigma-7)(\sigma+1) + 4 \right) \quad (107-4)$$

$$B = \frac{2^{1/2} \sigma^{3/2}}{[\mu(\sigma+1)-1]^{3/2}} \left[ 1 - (1 + \sigma^{-1/2}) \frac{H^2}{16} \right] \quad (108-4)$$

ضرایب  $A, B$  نقش بسیار مهمی در تعیین ساختارهای موجی سولیتاری دارند. از دو معادله بالا مشخص می‌شود که با حضور اثرات کوانتومی این ضرایب نسبت به حالت کلاسیکی اصلاح شده‌اند. بنابراین مطالعه وابستگی این ضرایب به پارامتر کوانتومی  $H$  بسیار مهم می‌باشد. در معادلات بالا ضریب  $A$  مستقل و ضریب  $B$  وابسته به  $H$  می‌باشد. در پایان این قسمت تاثیرات این پارامتر را روی موج سولیتاری بررسی می‌کنیم.

#### ۴-۱۰ مراتب بالاتر جملات غیرخطی

بین جواب‌های سالیتمونی معادله  $Kdv$  که توصیف کننده امواج آکوستیکی هستند، و نتایج بدست آمده از مشاهدات تجربی تفاوت‌هایی وجود دارد. اندازه گیری دقیق این آزمایشات نشان می‌دهد که برای یک دامنه داده شده سرعت بدست آمده از این راه حل بزرگتر و عرض کوچکتر از مقداری است که، توسط معادله  $kdv$  پیش‌بینی شده است. برای از بین بردن این تناقض تلاش‌های زیادی برای بهبود این تئوری انجام گرفت. مشخص شد با در نظر گرفتن تصحیحات مراتب بالاتر توافق بیشتری بین مشاهدات تجربی و داده های تئوری وجود دارد. زمانی که برای توصیف سالیتمون‌های  $kdv$  این تصحیحات در نظر گرفته شوند آن سالیتمون را سالیتمون پوشیده گویند. این تصحیحات می‌تواند شامل استفاده از روش بازبهنجارش کودمن و همکارانش باشد [۳۸]. در روش اختلال کاهش یافته جملات غیرخطی برای پتانسیل تا مرتبه چهارم و بالاتر نگه داشته می‌شوند. اکنون با استفاده از تصحیحات مراتب بالاتر کمیت‌های اختلالی مربوط به ضرایب غیرخطی و پاشندگی را برای معادله  $kdv$  بدست می‌آوریم.

از تساوی ضرایب  $\varepsilon^{7/2}$  در معادلات (۴-۸۷) و (۴-۸۸) و ضرایب  $\varepsilon^3$  در معادله (۴-۹۵) - (۴-۹۶) به ترتیب داریم:

$$\phi^{(3)} = 2n_e^{(3)} + 2n_e^{(1)}n_e^{(2)} + \frac{H^2}{16\mu}n_e^{(1)}\frac{\partial^2 n_e^{(1)}}{\partial \xi^2} - \frac{H^2}{8\mu}\frac{\partial^2 n_e^{(2)}}{\partial \xi^2} - \frac{H^2}{16\mu}\left(\frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi}\right)^2 \quad (۴-۱۰۹)$$

$$-v \cdot \frac{\partial n_i^{(3)}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_i^{(2)}}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ n_i^{(1)}u_i^{(2)} + n_i^{(2)}u_i^{(1)} + u_i^{(3)} \right] = 0 \quad (۴-۱۱۰)$$

$$-v \cdot \frac{\partial u_i^{(3)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial \tau} + u_i^{(1)}\frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial \xi} + u_i^{(2)}\frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial \phi^{(3)}}{\partial \xi} \quad (۴-۱۱۱)$$

$$\frac{\partial^3 \phi^{(2)}}{\partial \xi^3} = \mu \frac{\partial n_e^{(3)}}{\partial \xi} - (\mu - 1) \frac{\partial n_p^{(3)}}{\partial \xi} - \frac{\partial n_i^{(3)}}{\partial \xi} \quad (۴-۱۱۲)$$

از ضرایب  $\varepsilon^2$  رابطه (۴-۹۵) و (۴-۹۶) برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها و همچنین استفاده از (۴-۹۴) داریم:

$$n_e^{(2)} = \frac{\phi^{(2)}}{2} - \frac{(\phi^{(1)})^2}{8} + \frac{H^2}{16\mu} \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial \xi^2} \quad (113-4)$$

$$n_p^{(2)} = \frac{-\phi^{(1)}}{2\sigma} - \frac{(\phi^{(1)})^2}{8\sigma^2} - \frac{H^2}{16\mu} \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial \xi^2} \quad (114-4)$$

$$n_i^{(2)} = \frac{\phi^{(2)}}{v_0} + \frac{(3-2Av_0)}{2v_0^4} (\phi^{(1)})^2 - \frac{2B}{v_0^3} \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial \xi^2} \quad (115-4)$$

$$n_e^{(3)} = \frac{\phi^{(3)}}{2} - n_e^{(1)} n_e^{(2)} - \frac{H^2}{32\mu} n_e^{(1)} \frac{\partial^2 n_e^{(1)}}{\partial \xi^2} + \frac{H^2}{16\mu} \frac{\partial^2 n_e^{(2)}}{\partial \xi^2} + \frac{H^2}{32\mu} \left( \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} \right)^2 \quad (116-4)$$

$$n_p^{(3)} = -\frac{\phi^{(3)}}{2\sigma} + n_p^{(1)} n_p^{(2)} - \frac{H^2}{32\mu\sigma} n_p^{(1)} \frac{\partial^2 n_p^{(1)}}{\partial \xi^2} + \frac{H^2}{16\mu\sigma} \frac{\partial^2 n_p^{(2)}}{\partial \xi^2} + \frac{H^2}{32\mu\sigma} \left( \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} \right)^2 \quad (117-4)$$

دو رابطه آخر را در معادلات (۱۱۲-۴) قرار داده آنگاه معادله حاصل را در (۱۱۰-۴) جایگزین سپس نتیجه این جایگزینی را در  $v_0$  ضرب و با (۱۱۱-۴) جمع می‌کنیم. همچنین با استفاده از (۱۰۶-۴) - (۱۰۸-۴) بعد از محاسبات جبری طولانی خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \tau} + A \phi^{(1)} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \phi^{(1)}}{\partial \xi^3} = S(\phi) \quad (118-4)$$

$$S(\phi) = L(\phi^{(1)})^2 \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} + M \phi^{(1)} \frac{\partial^3 \phi^{(1)}}{\partial \xi^3} + N \frac{\partial^5 \phi^{(1)}}{\partial \xi^5} + P \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} \right)^2 \quad (119-4)$$

در این قسمت ما با استفاده از روش بازبهنجارش که توسط کوداما ارائه شد [۳۸] جواب‌های غیرسکولار را محاسبه می‌کنیم. طبق این روش شکل اصلاح شده معادلات (۱۰۶-۴) و (۱۰۸-۴) به صورت زیر می‌باشند.

$$\frac{\partial \tilde{\phi}^{(1)}}{\partial \tau} + A \tilde{\phi}^{(1)} \frac{\partial \tilde{\phi}^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \tilde{\phi}^{(1)}}{\partial \xi^3} + \delta \lambda \frac{\partial \tilde{\phi}^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (120-4)$$

$$\frac{\partial \tilde{\phi}^{(2)}}{\partial \tau} + A \frac{\partial (\tilde{\phi}^{(1)} \tilde{\phi}^{(2)})}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \tilde{\phi}^{(2)}}{\partial \xi^3} + \delta \lambda \frac{\partial \tilde{\phi}^{(2)}}{\partial \xi} = S(\tilde{\phi}^{(1)}) + \delta \lambda \frac{\partial \tilde{\phi}^{(1)}}{\partial \xi}, \quad (121-4)$$

در معادلات بالا  $\delta \lambda$  پارامتری است که با آن بتوان ساده‌سازی کرد و عبارت مربوط به تشدید را که در رابطه

$S(\tilde{\phi}^{(1)})$  ظاهر می شود با رابطه  $\delta\lambda(\partial\tilde{\phi}^{(1)}/\partial\xi)$  حذف نمود. در یک چارچوب مرجع پایسته جدید داریم:

$$\eta = \xi - (\lambda + \delta\lambda)\tau \quad (122-4)$$

در اینجا  $(\lambda + \delta\lambda) = X - 1$  و  $X$  عدد ماخ می باشد. با انتگرال گیری از معادله (4-120) با این شرایط مرزی که در  $\eta = \pm\infty$ ،  $\phi^{(1)}$  و دیگر مشتقات آن صفر شوند جواب های موج سولیتاری بی بعد شده پایا به این شکل نوشته می شود.

$$\tilde{\phi}^{(1)} = \phi_0 \operatorname{sech}^2(\tilde{D}\eta) \quad (123-4)$$

$$\phi_0 = \frac{3\lambda}{A} \quad (124-4)$$

$$\tilde{D} = D = \left(\frac{\lambda}{4B}\right)^{1/2} \quad (125-4)$$

با جایگذاری معادلات (4-122) - (4-123) در معادله (4-116) و انتگرال گیری نسبت به  $\eta$  معادله دیفرانسیلی غیرهمگن مرتبه دوم برای  $\phi^{(2)}$  بدست می آید. بنابراین یک بار دیگر با این شرط که  $\tilde{\phi}^{(2)}$  و دیگر مشتقات آن در  $\eta = \pm\infty$ ، صفر خواهند بود از معادله (4-116) انتگرال می گیریم در نهایت معادلات زیر را بدست می آوریم.

$$-\lambda\tilde{\phi}^{(2)} + 3\lambda\operatorname{sech}^2(\tilde{D}\eta)\phi^{(2)} + B\frac{\partial^2\tilde{\phi}^{(2)}}{d\eta^2} = \delta\lambda\phi_0\operatorname{sech}^2\tilde{D}\eta + A_1\operatorname{sech}^2\tilde{D}\eta + A_2\operatorname{sech}^4\tilde{D}\eta + A_3\operatorname{sech}^6\tilde{D}\eta \quad (126-4)$$

با انتخاب  $A_1 + \delta\lambda\phi_0 = 0$  داریم

$$\delta\lambda = -\frac{N\lambda^2}{B^2} \quad (127-4)$$

با استفاده از (4-127) معادله (4-126) خواهد بود

$$B\frac{d^2\tilde{\phi}^{(2)}}{d\eta^2} + \lambda[3\operatorname{sech}^2(\tilde{D}\eta) - 1]\tilde{\phi}^{(2)} = A_2\operatorname{sech}^4\tilde{D}\eta + A_3\operatorname{sech}^6\tilde{D}\eta \quad (128-4)$$

جواب این معادله می تواند به این صورت نوشته شود

$$\tilde{\phi}^{(2)} = \tilde{\phi}_{comp} + \tilde{\phi}_p \quad (129-4)$$

$\tilde{\phi}_{comp}$  تابع متمم و  $\tilde{\phi}_p$  انتگرال ویژه نامیده می شود. با استفاده از روش جواب های سری [39] جواب های ویژه معادله (128-4) به این صورت تعریف می شوند.

$$\tilde{\phi}_p = \sum_{i=1}^k a_i \sec h^{2i}(\tilde{D}\eta) = a_1 \sec h^2(\tilde{D}\eta) + a_2 \sec h^4(\tilde{D}\eta) \quad (130-4)$$

با جایگذاری معادله (130-4) در (129-4) و مقایسه بالاترین توان ها مشاهده می شود بالاترین توانی که  $k$  می تواند داشته باشد 2 خواهد بود در نتیجه داریم:

$$\tilde{\phi}_p = a_1 \sec h^2(\tilde{D}\eta) + a_2 \sec h^4(\tilde{D}\eta) \quad (131-4)$$

$$a_1 = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{2}{3} A_{12} + A_{13} \right), \quad (132-4)$$

$$a_2 = -\frac{A_{13}}{2\lambda} \quad (133-4)$$

در نهایت با استفاده از معادلات (123-4) و (129-4)، (131-4) جواب سالیونی پایدار برای پلاسماهای کوانتومی الکترون-پوزیترون-یون به این صورت خواهد بود

$$\tilde{\phi} = \tilde{\phi}^{(1)} + \tilde{\phi}^{(2)} = \tilde{\phi}_0 \sec h^2(\tilde{D}\eta) + a_1 \sec h^2(\tilde{D}\eta) + a_2 \sec h^4(\tilde{D}\eta), \quad (134-4)$$

اکنون باید دقت شود که دامنه سالیون  $kdv$  شامل تصحیحات مرتبه دوم  $\tilde{\phi}_0$  است و سالیون های پوشیده شامل تصحیحات مرتبه دوم  $\tilde{\phi}_0^*$  می باشد که :

$$\tilde{\phi}_0^* = \frac{3(\lambda + \delta\lambda)}{A} + a_1 + a_2, \quad \tilde{\phi}_0 = \frac{3(\lambda + \delta\lambda)}{A}$$

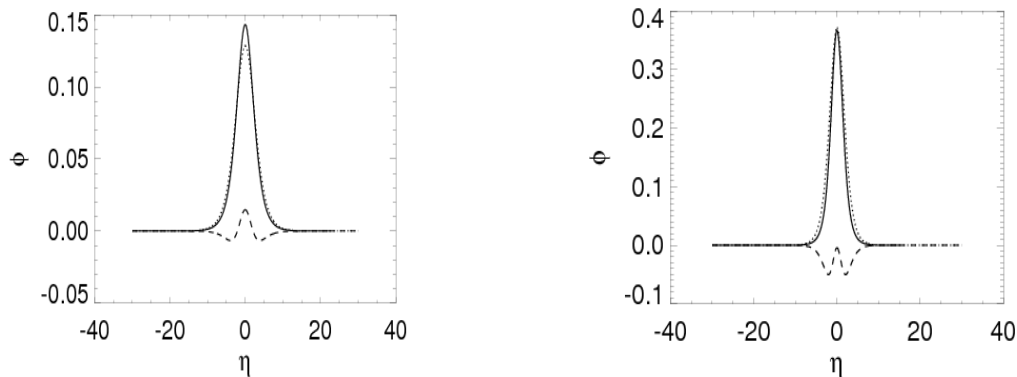
در این صورت عرض سالیون  $\tilde{\omega}$  تبدیل می شود به  $\tilde{\omega} = \tilde{D}^{-1}$ . در اینجا اگر اثرات کوانتومی را نادیده بگیریم ( $H = 0$ ) بگیریم به معادله (143-4) در [40] می رسیم.

#### ۴-۱۰-۱ بررسی‌های عددی و نتایج

در این قسمت اثرات تصحیحات مراتب بالاتر را روی انتشار سالیتون‌ها در یک پلاسمای الکترون -

پوزیترون-یون بررسی می‌کنیم. برای این کار ابتدا سالیتون  $kdv$  با جواب  $\tilde{\phi}^{(1)}$ ، تصحیحات مراتب بالاتر

$\tilde{\phi}^{(2)}$  و سالیتون پوشیده  $\tilde{\phi}$  را نسبت به  $\eta$  رسم می‌کنیم.



شکل (۴-۸): سالیتون  $Kdv$  برای  $\tilde{\phi}^{(1)}$  (نقطه‌چین) و تصحیحات بالاتر  $\tilde{\phi}^{(2)}$  (خط چین) و پوش سالیتونی  $\tilde{\phi}$  (توپر) نسبت به

$\eta$  رسم شده است. سمت چپ برای  $H=1, \lambda=.07, \sigma=.25, \mu=1.5$  سمت راست برای  $H=1.37, \lambda=.17, \sigma=.26, \mu=1.3$

در شکل چپ دامنه پوش سالیتونی بزرگتر از دامنه سالیتون  $Kdv$  است. با این حال تاکید می‌کنیم که

اثرات کوانتومی موجب کاهش دامنه تصحیحات بالاتر می‌شود این نکته را می‌توان در شکل سمت راست

مشاهده کرد به این صورت در  $H \approx 1.37$  دامنه تصحیحات بالاتر صفر می‌شود. همچنین باید دقت کنیم

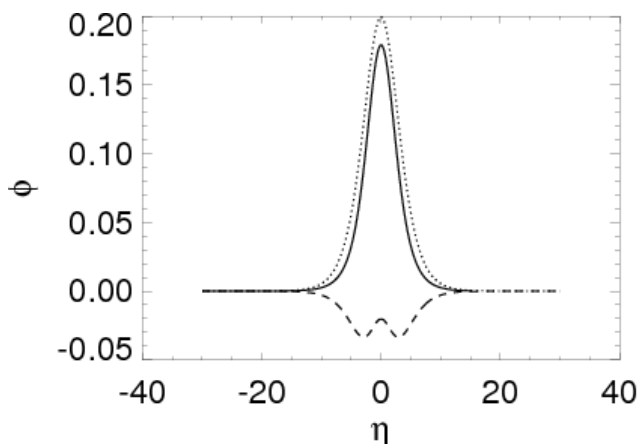
که دامنه سالیتون  $kdv$  و پوش سالیتونی مقدار ثابتی باقی می‌ماند اگرچه شکل آنها تغییر می‌کند. شکل

(۴-۹) نشان می‌دهد که با افزایش بیشتر پارامتر کوانتومی به این دلیل که دامنه تصحیحات مراتب بالاتر

مقادیری منفی می‌شود، دامنه پوش سالیتونی کاهش پیدا می‌کند. بر مبنای نظریه اختلال یک شرط لازم

برای اینکه جواب‌ها از لحاظ فیزیکی با معنی باشند این است که  $|\tilde{\phi}_0| < |a_1 + a_2| \ll 1, |\tilde{\phi}_{10}|/|\tilde{\phi}_{20}|$  باشد.

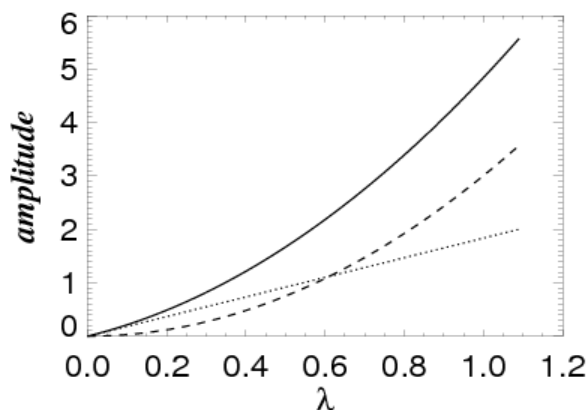
بنابراین در این شکل اگرچه شکل پوش سالیتونی وجود دارد ولی از لحاظ فیزیکی معنا ندارد.



شکل (۹-۴): سالیتون  $Kdv$  برای  $\tilde{\phi}^{(1)}$  (منحنی نقطه چین) و تصحیحات بالاتر برای  $\tilde{\phi}^{(2)}$  (منحنی خط چین) و پوش

سالیتونی  $\tilde{\phi}$  (منحنی توپر) نسبت به  $\eta$  برای  $\mu=1.15, \sigma=.18, \lambda=.07, H=1.45$  رسم شده است.

با توجه به مباحث بالا می توان با رسم شکل های مناسب ناحیه را که تشکیل پوش سالیتونی در آن صادق باشد را تعیین کرد. در شکل زیر دامنه  $\tilde{\phi}_{10}$  سالیتون  $Kdv$  (منحنی نقطه چین)، تصحیحات مرتبه دوم  $\tilde{\phi}_{20}$  (منحنی خط چین) و پوش سالیتونی  $a_1 + a_2$  (منحنی توپر) برای مقادیر متفاوت  $\lambda$  رسم شده است. مشاهده می شود اگر  $\lambda \geq 0.0682$  باشد تشکیل پوش سالیتونی می تواند صحیح باشد یعنی مفهوم فیزیکی داشته باشد. همچنین با افزایش سرعت سالیتونی  $\lambda$  دامنه برای هر سه حالت افزایش پیدا می کند.

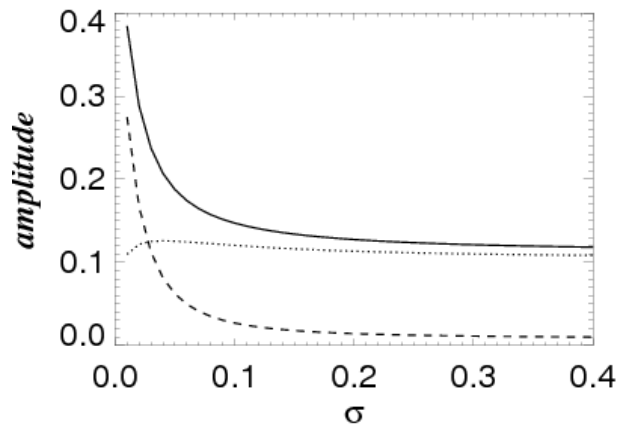


شکل (۹-۴). در شکل زیر دامنه  $\tilde{\phi}_{10}$  سالیتون  $Kdv$  (منحنی نقطه چین)، تصحیحات مرتبه دوم  $\tilde{\phi}_{20}$

(منحنی خط چین) و پوش سالیتونی  $a_1 + a_2$  (منحنی توپر) سمت راست برای  $\mu=1.5, \sigma=.25, H=1$

همچنین برای نسبت دمای الکترون به پوزیترون ( $\sigma$ ) به ازای مقادیر داده شده مشاهده می شود که

با افزایش این کمیت دامنه پوش سالیونی کاهش پیدا می کند و تشکیل پوش های سالیونی برای مقادیر  $\sigma \geq 0.03$  می تواند صحیح باشد. تغییرات دامنه را به ازای پارامترهای دیگری مانند تراکم پوزیترونی  $(\mu - 1)$  نیز می توان بررسی حدود تشکیل پوش سالیونی را محاسبه کرد.



شکل (۴-۱۱) دامنه سالیون  $Kdv$  برای  $\tilde{\phi}^{(1)}$  (نقطه چین) و تصحیحات بالاتر برای  $\tilde{\phi}^{(2)}$  (خط چین) و پوش سالیونی  $\tilde{\phi}$  (توپر) نسبت به  $\sigma$  برای  $H = 0.022$ ,  $\lambda = 0.05$ ,  $\mu = 1.44$  رسم شده است.

در نهایت ما حالت خاصی را در نظر می گیریم که  $H = 0.22$  که متناسب با چگالی الکترونی حدود  $10^{34} m^{-3}$  می باشد. این مثال متناسب با چگالی پلاسماهای اختر فیزیکی الکترون-پوزیترون-یونی مانند کوتوله های سفید باشد. برای حدی از مقادیر  $H$  که بین  $0.01745 - 0.15$  باشد توسط برخی پژوهشگران بررسی شده است (رفرنس). شکل های دیگری برای مقادیر بالاتری از این پارامتر می تواند رسم شود. برای مثال برای مقایری از این کمیت  $7 - 14$ . متناسب با چگالی های  $10^{23} - 10^{31} m^{-1}$  در پلاسما ی لیزری می باشد این مطالعات می تواند مفید و کاربردی باشد [۴۱].

## بحث و نتایج

در این قسمت تاثیرات مراتب بالاتر جملات غیرخطی روی ویژگی های پایه در پلاسماهای چگال الکترون-پوزیترون-یون توصیف شد. مقادیر انتخاب شده در اینجا عمدتاً جواب های خاصی بوده اند برای اینکه بتوانیم ویژگی های عمومی پوش های سالیونی را نشان دهیم. در یک پلاسما اثرات کوانتومی زمانی

نقش مهمی دارند که طول موج دوبروی ذرات حامل بار با ابعاد سیستم قابل مقایسه باشد. مطالعه امواج در پلاسماهای چگال الکترون-پوزیترون-یون نشان می‌دهد که به دلیل تصحیحات کوانتومی نوسان‌های چگالی که مربوط به خاصیت شبه موجی ذرات حامل بار می‌باشند پتانسیل بوهم منجر به پاشندگی موج می‌شود. در اینجا ما مشخصات سالیتون‌های آکوستیکی یونی را در یک پلاسمای سه مولفه‌ای بررسی کردیم. معادله  $kdv$  با استفاده از روش تقلیل کاهش یافته محاسبه و همچنین عبارت‌های مربوط به پاشندگی و غیرخطی مراتب بالاتر بدست آورده شد. با استفاده از روش جواب‌های سری محدود جواب‌های ویژه برای پتانسیل مراتب بالاتر بدست آمد. بر مبنای مفاهیم فیزیکی شرایط لازم برای با معنی بودن جواب‌های پوش سالیتونی را محاسبه و حالت‌هایی که این جواب‌ها صاق باشند را به ازای تغییرات پارامترهای مختلف محاسبه کردیم. همچنین اثرات پارامتر کوانتومی، نسبت دمایی الکترون به پوزیترون و سرعت سالیتونی و نسبت روی دامنه پوش سالیتونی بررسی و رسم شد. از این شکل‌ها بدست می‌آید که پلاسماهای الکترون-پوزیترون-یون فقط سالیتون‌های متراکمی را تشکیل می‌دهند. به ازای تغییر پارامترهای ذکر شده هم دامنه و هم عرض پوش سالیتونی بزرگتر از سالیتون  $kdv$  می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود که برای یک دامنه داده شده افزایش تراکم چگال منجر به افزایش سرعت هر دو سالیتون می‌شود. برای مقادیر داده شده برای سرعت سالیتون  $(\lambda)$  با افزایش نسبت دمایی  $\sigma$  هم عرض و هم دامنه هر دو سالیتون کاهش می‌یابد.



# فصل پنجم

---

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

## نتیجه گیری و پیشنهادات:

## ۵-۱- مقدمه

هدف از این تحقیق بررسی مدهای خطی و غیرخطی موثر در پلاسماهای الکترون-پوزیترون در دو حالت کلاسیکی و کوانتومی بوده است. بدین منظور بعد از معرفی کلی پلازما به بیان مشخصات اصلی پلاسماهای کلاسیکی و کوانتومی پرداخته شد. پس از آن ویژگی‌های پلاسماهای الکترون - پوزیترون معرفی و مدهای خطی و غیرخطی حاضر در این پلازماها در حالت‌های کلاسیکی و کوانتومی بررسی و با نمونه مشابه در پلاسمای الکترون-یون مقایسه شد. همچنین معادلات غیرخطی حاضر در پلاسماهای الکترون-پوزیترون-یون محاسبه و تاثیر پارامترهای اساسی را روی جواب‌های این معادلات بررسی نمودیم. به طور خلاصه آنچه در این پایان نامه حاصل گردید به شرح زیر می باشد:

- پلاسماهای کلاسیکی و کوانتومی رامعرفی و محدوده دسته‌بندی این پلازماها را نشان دادیم.
- پلاسماهای الکترون- پوزیترون را معرفی، همچنین نحوه تولید و ویژگی‌های شاخص آنها را ذکر کردیم.
- رابطه پاشندگی مدهای خطی را در حالت‌های کوانتومی و کلاسیکی در این پلازماها بدست آورده و با نمونه متناظر در پلاسماهای الکترون - یون مقایسه نمودیم.
- معادلات غیرخطی و جواب‌های حاصل از آنها را در پلاسماهای الکترون-پوزیترون و پلاسماهای الکترون-پوزیترون-یون بررسی کردیم.
- جملات غیرخطی مراتب بالاتر و تشکیل پوش سالی‌تونی و بررسی جواب‌های ناشی از تغییراتی که در پارامترهای موثر در معادلات مربوط این جملات داده می‌شود و مقایسه با جواب‌های مرتبه اول معادله  $kdv$  در این فصل نتایج بدست آمده، به صورت موردی ذکر شده است.

## ۵-۲- نتایج

۱- یکسان بودن جرم و بار ذرات در پلاسماهای الکترون-پوزیترون منجر می شود که هم ذرات و هم امواج رفتار دینامیکی متفاوتی با نمونه مشابه در پلاسمای الکترون-یون داشته باشند.

۲- چندین مد حاضر در پلاسمای الکترون-یون مانند مدهای امواج غیر عادی و آلفنی در اینجا نیز وجود دارند منتها به شکل اصلاح شده دیگری و برای چندین مد دیگر مانند مد ویستلر و امواج قطبیده راست گرد و چپ گرد در پلاسماهای الکترون-پوزیترون معادلی وجود ندارد.

۳- در پلاسماهای کلاسیکی با افزایش عدد ماخ انرژی و در نتیجه دامنه سیستم افزایش پیدا می کند نتیجه ای که در پلاسماهای کوانتومی برقرار نمی باشد و با افزایش عدد ماخ دامنه غیرخطی امواج برانگیخته کاهش می یابد.

۴- پالس های سولیتاری الکترومغناطیسی که به اختلال در چگالی و میدان مغناطیسی مربوط می شوند فقط می توانند در محدوده ی بین سرعت آلفنی و دو برابر این سرعت وجود داشته باشند. همچنین سرعت آنها در ناحیه فروصوت باشد. این پالس ها سوپر آکوستیک هستند.

۵- در پلاسماهای الکترون-پوزیترون-یون تغییرات دمایی الکترون ها و پوزیترون ها می تواند تاثیر زیادی روی شکل جواب های سالیتمونی داشته باشند به طوری که زمانی که دمای الکترون ها بیشتر باشد شکل پتانسیلی حاصل برآمده و زمانی که دمای پوزیترون بیشتر باشد شکل فرورفته می باشد و اگر الکترون ها و پوزیترون ها باهم برابر باشد سالیتمونی تشکیل نمی شود.

۶- اثرات کوانتومی موجب تغییر شکل معادله  $kdv$  و جواب های سالیتمونی آن می شود. در یک پلاسمای کوانتومی پهناء، ارتفاع شکل موج سولیتاری به اثرات کوانتومی وابسته است به طوری که افزایش اثرات کوانتومی موجب افزایش انرژی سالیتمون می شود.

۷- تاثیر اثرات کوانتومی بر روی تصحیحات مرتبه دوم به مراتب بیشتر از مرتبه اول می باشد به طوری که

با افزایش این اثرات کوانتومی موجب کاهش دامنه تصحیحات مراتب بالاتر می شود. و اگر این پارامتر کوانتومی از مقدار حدی بیشتر شود این نتیجه برعکس خواهد بود.

۷- برای هر شکل سالیتمونی نمی توان مفهوم فیزیکی تعریف کرد.

### ۳-۵ پیشنهادات

- ۱- در این تحقیق از نقش اثرات میدان مغناطیسی برای مدهای غیرخطی صرف نظر شده است پیشنهاد می شود این مدها نیز در حضور میدان مغناطیسی بررسی شوند.
- ۲- در این تحقیق توصیفات ارائه شده برای حالتی است که پلاسما بدون برخورد باشد در ادامه می توان به اثرات حضور این برخوردها را بررسی کرد.
- ۳- در این تحقیق به ناپایداری ها و نقش اثرات کوانتومی بر این ناپایداری ها پرداخته نشد پیشنهاد می شود به این موضوع نیز پرداخته شود.
- ۴- در این تحقیق برای پلاسماهای کوانتومی فقط اثرات پتانسیل بوهیم در نظر گرفته شد پیشنهاد می گردد به نقش دیگر اثرات کوانتومی مانند اسپین نیز پرداخته شود.

## refrenes

- [1] Chen, F., " **Introduction to plasma physics and controlled fusion.**" Volume 1: Plasma physics. 1984
- [2] Swanson, D.G., " **Plasma waves.**" 2003: CRC Press.
- [3] Bittencourt, J.A., " **Fundamentals of plasma physics**". 2004: Springer.
- [4] Diver, D., " **A plasma formulary for physics, technology and astrophysics**". 2011: John Wiley & Sons.
- [5] Akhiezer, A.I. and D. Ter Haar, *Plasma electrodynamics*. Vol. 1. 1970: Pergamon Press Oxford.
- [6] Shukla, P.K. and B. Eliasson, " **Nonlinear aspects of quantum plasma physics**". Physics-Uspekhi : (1)53. 2010, p. 51
- [7] Manfredi, G., " **How to model quantum plasmas**". Fields Inst. Commun, 2000. 46: p- 287
- [8] Michel, F.C., " **Theory of neutron star magnetospheres.**" 1991: University of Chicago Press.
- [9] Michel, F.C., " **Intense coherent submillimeter radiation in electron storage rings**". Physical J Review Letters, 1982. 48(9): p. 580
- [10] Blandford, R.D., " **Physical processes in active galactic nuclei.**" 1990: Springer.
- [11] Piran, T., " **The physics of gamma-ray bursts. Reviews of Modern Physics**", 2000. 72(4): p. 1143
- [12] Burns, M.L., A.K. Harding, and R. Ramaty, " **Positron-Electron Pairs in Astrophysics**" (Goddard Space Flight Center, 1982). 1983
- [13] Beskin, V.S. and V. Par'ev, " **Axially symmetric steady-state flows in the vicinity of a Kerr black hole and the nature of the activity of galactic nuclei**". Physics-Uspekhi, 1993. 36(6): p. 529
- [14] Cline, T., et al., " **Energy spectra of cosmic gamma-ray bursts**". The Astrophysical Journal, 1993. 380: p. L1
- [15] Iwamoto, N., " **Collective modes in nonrelativistic electron-positron plasmas**". Physical Review E, 1993. 47(1): p. 704
- [16] Guessoum, N., R. Ramaty, and R.E. Lingenfelter, " **Positron annihilation in the**

- interstellar medium." The Astrophysical Journal, 1991, 378: p. 110-111.
- [17] Sarri, G., et al., "Generation of a neutral, high-density electron-positron plasma in the laboratory". arXiv preprint arXiv:1312.0211, 2013
- [18] Helander, P. and D. Ward, "Positron creation and annihilation in tokamak plasmas with runaway electrons". Physical review letters, 2013, 91(13): p. 130404
- [19] Krall, N., R. Davidson, and A. Trivelpiece, "Space-averaged quasilinear theory and computer simulation experiments". 1972
- [20] Gill, T.S., et al., "Ion-acoustic solitons in weakly relativistic plasma containing electron-positron and ion". Physics Letters A, 1976, 56(2): p. 367-368
- [21] Nayfeh, A., "Introduction to perturbation techniques", 1981. John Wiley and Sons, New York.
- [22] Shivamoggi, B.K., "Introduction to nonlinear fluid-plasma waves". 1988: Kluwer.
- [23] Ali, S., et al., "Linear and nonlinear ion-acoustic waves in an unmagnetized electron-positron-ion quantum plasma." Physics of Plasmas (1994-present), 2007, 14(8): p. 082307
- Stenflo, L., P.K. Shukla, and M. Marklund, "New low-frequency oscillations in quantum dusty plasmas". EPL (Europhysics Letters), 2006, 75(2): p. 144
- [24] Haas, F., G. Manfredi, and M. Feix, "Multistream model for quantum plasmas." Physical Review E, 2004, 70(2): p. 026603
- [25] Ren, H., Z. Wu, and P.K. Chu, "Dispersion of linear waves in quantum plasmas." Physics of Plasmas (1994-present), 16(1): p. 012102
- [26] Nayfeh, A.H., "Introduction to perturbation techniques". 2011: John Wiley & Sons.
- [27] Huibin, L. and W. Kellin, "Solitons in an ion-beam plasma." Journal of Plasma Physics, 1990, 44(1): p. 165-171
- [28] Mahmood, S. and A. Mushtaq, "Quantum ion acoustic solitary waves in electron-ion plasmas: A Sagdeev potential approach." Physics Letters A, 2008, 372(19): p. 3470-3477
- [29] Shukla, P., B. Eliasson, and L. Stenflo, "Electromagnetic solitary pulses in a magnetized electron-positron plasma." Physical Review E, 2011, 83(3): p. 037401
- [30] Greaves, R., M. Tinkle, and C. Surko, "Creation and uses of positron

- plasmas\*"Physics of Plasmas (1994-present), 1994. 1(5): p. 1446-1439
- [31] Pakzad, H.R., " **Ion acoustic solitary waves in plasma with nonthermal electron and positron**". Physics Letters A, 2009. 373(8): p. 800-847
- [32] Mahmood, S., A. Mushtaq, and H. Saleem, **Ion acoustic solitary wave in homogeneous magnetized electron-positron-ion plasmas**". New Journal of Physics, 2003. 5(1): p. 28
- [33] Abdelsalam, U., W. Moslem, and P. Shukla, "**Ion-acoustic solitary waves in a dense pair-ion plasma containing degenerate electrons and positrons**". Physics Letters A, 2008. 372(22): p. 461-407
- [34] Mahmood, S. and H. Ur-Rehman, "**Electrostatic solitons in unmagnetized hot electron positron-ion plasmas**". Physics Letters A, 2009. 373(26): p. 209-200
- [35] Oohara, W., Y. Kuwabara, and R. Hatakeyama, "**Collective mode properties in a paired fullerene-ion plasma**". Physical Review E, 2007. 75(5): p. 056403
- [36] Haas, F., et al., "**Quantum ion-acoustic waves**". Physics of Plasmas (1994-present), 2003. 10(10): p. 3866-3808
- [37] Kodama, Y., "**Higher order approximation in the reductive perturbation method**". II.
- [38] "**The strongly dispersive system**". Journal of the Physical Society of Japan, 1978. 47(1): p. 311
- [39] Chatterjee, P., et al., "**Dressed soliton in quantum dusty pair-ion plasma**". Physics of Plasmas (1994-present), 2009. 16(11): p. 112106
- [40] Tiwari, R., A. Kaushik, and M. Mishra, "**Effects of positron density and temperature on ion acoustic dressed solitons in an electron-positron-ion plasma**". Physics Letters A, 2007. 360(4): p. 340-330
- [41] Bulanov, S.V., T. Esirkepov, and T. Tajima, "**Light intensification towards the Schwinger limit**". Physical review letters, 2003. 91(8): p. 080001

پیوست

## پیوست الف

محاسبات روش تقلیل آشفستگی برای به دست آوردن معادله ی KdV در یک

پلاسمای کوانتومی الکترون - پوزیترونی - یون کلاسیکی غیر مغناطیده

$$\begin{aligned}\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_e v_e) &= 0 \\ \frac{\partial n_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_p v_p) &= 0 \\ \frac{\partial v_e}{\partial t} + \left(v_e \frac{\partial}{\partial x}\right) v_e &= \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{1}{n_e} \frac{\partial n_e}{\partial x} \\ \frac{\partial v_p}{\partial t} + \left(v_p \frac{\partial}{\partial x}\right) v_p &= -\frac{\partial \phi}{\partial x} - \mu \frac{1}{n_p} \frac{\partial n_p}{\partial x}\end{aligned}\quad (\text{پ-الف-۱})$$

معادله ی پیوستگی الکترون ها:

$$\begin{aligned}\varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) - \varepsilon^{1/2} \lambda \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) \\ + \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} [(1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots)(\varepsilon u_e^{(1)} + \varepsilon^2 u_e^{(2)} + \dots)] = 0\end{aligned}\quad (\text{پ-الف-۲})$$

معادله ی پیوستگی پوزیترون ها:

$$\begin{aligned}\varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) - \varepsilon^{1/2} \lambda \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) \\ + \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} [(1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots)(\varepsilon u_p^{(1)} + \varepsilon^2 u_p^{(2)} + \dots)] = 0\end{aligned}\quad (\text{پ-الف-۳})$$

معادله ی حرکت الکترون ها:

$$\begin{aligned}\varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon u_e^{(1)} + \varepsilon^2 u_e^{(2)} + \dots) - \lambda \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_e^{(1)} + \varepsilon^2 u_e^{(2)} + \dots) + (\varepsilon u_e^{(1)} + \varepsilon^2 u_e^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_e^{(1)} + \varepsilon^2 u_e^{(2)} + \dots) \\ + \varepsilon^2 u_e^{(2)} + \dots = \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(1)} + \dots) - \frac{1}{(1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots)} \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots)\end{aligned}\quad (\text{پ-الف-۴})$$

معادله‌ی حرکت برای پوزیترون‌ها:

$$\begin{aligned} \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon u_p^{(1)} + \varepsilon^2 u_p^{(2)} + \dots) - \lambda \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_p^{(1)} + \varepsilon^2 u_p^{(2)} + \dots) + (\varepsilon u_p^{(1)} + \varepsilon^2 u_p^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_p^{(1)} + \\ + \varepsilon^2 u_p^{(2)} + \dots) = -\varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(1)} + \dots) - \frac{\mu}{(1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots)} \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) \end{aligned} \quad (\text{پ-الف-۵})$$

معادله‌ی پواسون برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها:

$$\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (\varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(1)} + \dots) = (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) - (1 - p)(1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) - p = 0 \quad (\text{پ-الف-۶})$$

الف: معادلات مرتبه‌ی اول آشفستگی

$$\frac{\partial u_e^{(1)}}{\partial \xi} - \lambda \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{پ-الف-۷})$$

$$\frac{\partial u_p^{(1)}}{\partial \xi} - \lambda \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{پ-الف-۸})$$

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} + \lambda \frac{\partial u_e^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{پ-الف-۹})$$

$$-\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} + \lambda \frac{\partial u_p^{(1)}}{\partial \xi} - \mu \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{پ-الف-۱۰})$$

$$n_e^{(1)} - (1 - p)n_p^{(1)} = 0 \quad (\text{پ-الف-۱۱})$$

ب: معادلات مرتبه‌ی دوم آشفته‌گی

$$\frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (n_e^{(1)} u_e^{(1)} + u_e^{(2)}) = 0 \quad (\text{پ-الف-۱۲})$$

$$\frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (n_p^{(1)} u_p^{(1)} + u_p^{(2)}) = 0 \quad (\text{پ-الف-۱۳})$$

$$\frac{\partial u_e^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial u_e^{(2)}}{\partial \xi} + u_e^{(1)} \frac{\partial u_e^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} + n_e^{(1)} \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{پ-الف-۱۴})$$

$$\frac{\partial u_p^{(1)}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial u_p^{(2)}}{\partial \xi} + u_p^{(1)} \frac{\partial u_p^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \xi} + \mu \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} + \mu n_p^{(1)} \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{پ-الف-۱۵})$$

$$\frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial \xi^2} = n_e^{(2)} - (1-p)n_p^{(2)} \quad (\text{پ-الف-۱۶})$$

برای ساده سازی فرض می‌کنیم:

$$f_1 = \left( -\frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \tau} - \frac{\partial (n_p^{(1)} v_p^{(1)})}{\partial \xi} \right) \quad (\text{پ-الف-۱۷})$$

$$f_2 = \left( -\frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \tau} - \frac{\partial (n_p^{(1)} v_p^{(1)})}{\partial \xi} \right) \quad (\text{پ-الف-۱۸})$$

$$f_3 = \left( -\frac{\partial v_e^{(1)}}{\partial \tau} - v_e^{(1)} \frac{\partial v_e^{(1)}}{\partial \xi} + n_e^{(1)} \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} \right) \quad (\text{پ-الف-۱۹})$$

$$f_4 = \left( -\frac{\partial v_p^{(1)}}{\partial \tau} - v_p^{(1)} \frac{\partial v_p^{(1)}}{\partial \xi} + \mu n_p^{(1)} \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} \right) \quad (\text{پ-الف-۲۰})$$

$$f_5 = \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} \quad (\text{پ-الف-۲۱})$$

از معادله (پ-الف-۱۴) و (پ-الف-۱۵) داریم:

$$\frac{\partial n_e}{\partial \xi} = f_3 + \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \xi} + \lambda \frac{\partial v_e^{(2)}}{\partial \xi} \quad (\text{پ-الف-۲۲})$$

$$\frac{\partial n_p}{\partial \xi} = \frac{f_3}{\mu} - \frac{1}{\mu} \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\lambda}{\mu} \frac{\partial v_p^{(2)}}{\partial \xi} \quad (\text{پ-الف-۲۳})$$

از معادلات (پ-الف-۱۲) و (پ-الف-۱۳) رابطه های زیر را بدست می آوریم:

$$\frac{\partial v_e^{(2)}}{\partial \xi} = f_1 + \lambda \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} \quad (\text{پ-الف-۲۴})$$

$$\frac{\partial v_p^{(2)}}{\partial \xi} = f_2 + \lambda \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} \quad (\text{پ-الف-۲۵})$$

باجایگذاری (پ-الف-۲۴) و (پ-الف-۲۵) در (پ-الف-۲۶) و (پ-الف-۲۳) و نهایتا جایگذاری این دو در

مشتق معادله (پ-الف-۱۶) خواهیم داشت:

$$-\frac{\lambda}{\lambda^2-1}f_1 + \frac{\lambda(1-p)}{\lambda^2-\mu}f_2 - \frac{1}{\lambda^2-1}f_3 + \frac{(1-p)}{\lambda^2-\mu}f_4 - \frac{\partial f_5}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{پ-الف-۲۶})$$

اگر در رابطه بالا (پ-الف-۷) - (پ-الف-۱۱) را جایگزین کنیم پس از مقداری ساده سازی داریم:

$$\left( \frac{-2\lambda(1-p)}{(\lambda^2-\mu)^2} - \frac{2\lambda}{(\lambda^2-1)^2} \right) \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \tau} + \left( \frac{3\lambda^2-1}{(\lambda^2-1)^3} + \frac{(1-p)(-3\lambda^2+\mu)}{(\lambda^2-\mu)^3} \right) \phi^{(1)} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial x} - \frac{\partial^3 \phi^{(1)}}{\partial x^3} = 0 \quad (\text{پ-الف-۲۷})$$

## پیوست ب

محاسبات روش تقلیل آشفستگی برای به‌دست آوردن معادله‌ی KdV در یک

پلاسمای کوانتومی الکترون - پوزیترون - یون کوانتومی غیر مغناطیده

معادله‌ی حرکت الکترون‌ها:

$$\begin{aligned} \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon u_e^{(1)} + \varepsilon^2 u_e^{(2)} + \dots) - v_g \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_e^{(1)} + \varepsilon^2 u_e^{(2)} + \dots) + (\varepsilon u_e^{(1)} + \varepsilon^2 u_e^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_e^{(1)} + \\ + \varepsilon^2 u_e^{(2)} + \dots) = \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon \varphi^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi^{(1)} + \dots) - (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) \\ + \frac{H^2}{2} \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots)^{-1/2} \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots)^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (\text{پ-ب-۲۸})$$

معادله‌ی حرکت برای پوزیترون‌ها:

$$\begin{aligned} \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon u_p^{(1)} + \varepsilon^2 u_p^{(2)} + \dots) - v_0 \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_p^{(1)} + \varepsilon^2 u_p^{(2)} + \dots) + (\varepsilon u_p^{(1)} + \varepsilon^2 u_p^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_p^{(1)} + \\ + \varepsilon^2 u_p^{(2)} + \dots) = -\varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon \varphi^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi^{(1)} + \dots) - \sigma (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) \\ + \frac{H^2}{2} \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots)^{-1/2} \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots)^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (\text{پ-ب-۲۹})$$

معادله‌ی پیوستگی یون‌ها:

$$\begin{aligned} \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (1 + \varepsilon n_i^{(1)} + \varepsilon^2 n_i^{(2)} + \dots) - \varepsilon^{1/2} v_0 \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon n_i^{(1)} + \varepsilon^2 n_i^{(2)} + \dots) \\ + \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ (1 + \varepsilon n_i^{(1)} + \varepsilon^2 n_i^{(2)} + \dots) (\varepsilon u_i^{(1)} + \varepsilon^2 u_i^{(2)} + \dots) \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{پ-ب-۳۰})$$

معادله‌ی حرکت یون‌ها:

$$\varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon u_i^{(1)} + \varepsilon^2 u_i^{(2)} + \dots) - v_0 \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_i^{(1)} + \varepsilon^2 u_i^{(2)} + \dots) + (\varepsilon u_i^{(1)} + \varepsilon^2 u_i^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_i^{(1)} + \varepsilon^2 u_i^{(2)} + \dots) = -\varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(1)} + \dots) \quad (\text{پ-ب-۳۱})$$

معادله‌ی پواسون برای الکترون‌ها، پوزیترون‌ها و یون‌ها:

$$\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (\varepsilon \phi^{(1)} + \varepsilon^2 \phi^{(1)} + \dots) = \mu (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) - (\mu - 1) (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) - (1 + \varepsilon n_i^{(1)} + \varepsilon^2 n_i^{(2)} + \dots) \quad (\text{پ-ب-۳۲})$$

مجموعه معادلات مشتقات مراتب اول آشفتگی

$$n_i = \mu n_e^{(1)} - (\mu - 1) n_p^{(1)} \quad (\text{پ-ب-۳۳})$$

$$n_e^{(1)} = \frac{1}{2} \phi^{(1)} \quad (\text{پ-ب-۳۴})$$

$$n_p^{(1)} = -\frac{1}{2\sigma} \phi^{(1)} \quad (\text{پ-ب-۳۵})$$

$$u_i^{(1)} = \frac{\phi^{(1)}}{v_0} \quad (\text{پ-ب-۳۶})$$

مجموعه معادلات مشتقات مراتب دوم آشفتگی:

$$-v_0 \frac{\partial n_i^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \tau} - u_i^{(1)} \frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial \xi} - n_i^{(1)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \xi} \quad (\text{پ-ب-۳۷})$$

$$v_0 \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \xi} = u_i^{(1)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \tau} \quad (\text{پ-ب-۳۸})$$

$$\frac{\partial n_i^{(2)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial^3 \phi^{(1)}}{\partial \xi^3} + \mu \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} - (\mu - 1) \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} \quad (\text{پ-ب-۳۹})$$

$$\frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} = \frac{1}{2} \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \xi} - n_e^{(1)} \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{H^2}{8\mu} \frac{\partial^3 n_e^{(1)}}{\partial \xi^3} \quad (\text{پ-ب-۴۰})$$

$$\frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} = -\frac{\sigma}{2} \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \xi} - \sigma n_p^{(1)} \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{H^2}{8\mu} \frac{\partial^3 n_p^{(1)}}{\partial \xi^3} \quad (\text{پ-ب-۴۱})$$

(پ-ب-۳۷) را در  $v_0$  ضرب و با (پ-ب-۳۸) جمع می‌کنیم سپس با جایگذاری معادلات مرتبه اول

آشفته‌گی و معادلات (پ-ب-۳۹) - (پ-ب-۴۱) در معادله حاصل و ضرب آن در  $\frac{v_0}{2}$  داریم:

$$\left( \frac{v_0 \mu}{2} + \frac{v_0 (\mu - 1)}{2\sigma} - \frac{1}{v_0} \right) \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \tau} + \left( \frac{1}{v_0^2} + \frac{v_0^2 \mu}{4} - \frac{v_0^2 (\mu - 1)}{4\sigma^2} + \frac{(\mu - 1)}{\sigma} + \mu \right) \phi^{(1)} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} \quad (\text{پ-ب-۴۲})$$

$$+ \left( \frac{v_0^2 H^2}{16} + \frac{v_0^2 H^2 (\mu - 1)}{16\mu\sigma^2} - v_0^2 \right) \frac{\partial^3 \phi^{(1)}}{\partial \xi^3} + \left( \frac{v_0^2 \mu}{2} + \frac{v_0^2 (\mu - 1)}{2\sigma} - 1 \right) \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \xi} = 0$$

با ساده‌سازی معادله بالا در نهایت خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \tau} + \frac{2^{-3/2} \sigma^{-1/2}}{[\mu(\sigma + 1) - 1]^{3/2}} \left( 3\mu^2 (\sigma + 1)^2 + \mu(\sigma - 7)(\sigma + 1) + 4 \right) \phi^{(1)} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} \quad (\text{پ-ب-۴۳})$$

$$+ \frac{2^{1/2} \sigma^{3/2}}{[\mu(\sigma + 1) - 1]^{3/2}} \left[ 1 - (1 + \sigma^{-1/2}) \frac{H^2}{16} \right] \frac{\partial^3 \phi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0$$

که این همان معادله  $kdv$  با جواب‌های الکترواستاتیک است به‌طوری‌که ضرایب پاشندگی و غیرخطی خواهند بود.

$$A = \frac{2^{-3/2} \sigma^{-1/2}}{[\mu(\sigma+1)-1]^{3/2}} \left( 3\mu^2 (\sigma+1)^2 + \mu(\sigma-7)(\sigma+1) + 4 \right) \quad (\text{پ-ب-۴۴})$$

$$B = \frac{2^{1/2} \sigma^{3/2}}{[\mu(\sigma+1)-1]^{3/2}} \left[ 1 - (1 + \sigma^{-1/2}) \frac{H^2}{16} \right] \quad (\text{پ-ب-۴۵})$$

مجموعه معادلات مشتقات مراتب سوم آشفته‌گی:

$$\mu n_e^{(3)} - (\mu-1)n_p^{(3)} - n_i^{(3)} = \frac{\partial^2 \phi^{(2)}}{\partial \xi^2} \quad (\text{پ-ب-۴۶})$$

$$n_e^{(3)} - \frac{\phi^{(3)}}{2} = -n_e^{(1)} n_e^{(2)} + \frac{H^2}{16\mu} \frac{\partial^2 n_e^{(2)}}{\partial \xi^2} + \frac{H^2}{32\mu} \left( \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} \right)^2 \quad (\text{پ-ب-۴۷})$$

$$n_p^{(3)} + \frac{\phi^{(3)}}{2\sigma} = -n_p^{(1)} n_p^{(2)} + \frac{H^2}{16\mu\sigma} \frac{\partial^2 n_e^{(2)}}{\partial \xi^2} + \frac{H^2}{32\mu\sigma} \left( \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} \right)^2 \quad (\text{پ-ب-۴۸})$$

$$-v_0 \frac{\partial n_i^{(3)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_i^{(3)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial n_i^{(2)}}{\partial \tau} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left( n_i^{(1)} u_i^{(2)} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left( n_i^{(2)} u_i^{(1)} \right) \quad (\text{پ-ب-۴۹})$$

$$-v_0 \frac{\partial u_i^{(3)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \phi^{(3)}}{\partial \xi} = -\frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial \tau} - u_i^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial \xi} - u_i^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial \xi} \quad (\text{پ-ب-۵۰})$$

با جایگذاری مشتقات مراتب اول و دوم در مشتقات مرتبه سوم و ساده‌سازی های فراوان به معادلات زیر

می‌رسیم:

$$-\frac{\partial^3 \phi^{(1)}}{\partial \xi^3} + \phi^{(2)} \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} \left( \frac{\mu v_0^2}{4} - \frac{(\mu-1)}{4\sigma^2} + \frac{\mu}{2} + \frac{1}{v_0^2} + \frac{(\mu-1)}{2\sigma} + \frac{1}{v_0} \right)$$

$$\phi^{(1)} \frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \xi} \left( \frac{\mu v_0^2}{4} - \frac{(\mu-1)v_0^2}{4\sigma^2} + \frac{\mu}{2} + \frac{1}{v_0^2} + \frac{1}{v_0} + \frac{(\mu-1)}{2\sigma} \right)$$

$$+ \frac{\partial^3 \phi^{(2)}}{\partial \xi^3} \left( -\frac{H^2 v_0^2}{32} - \frac{H^2 v_0^2 (\mu-1)}{32\mu\sigma^2} + v_0^2 \right)$$

$$\left( \phi^{(1)} \right)^2 \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} \left( -\frac{\mu v_0^2}{16} - \frac{\mu v_0^2}{8} - \frac{v_0^2(\mu-1)}{16\sigma^3} - \frac{v_0^2(\mu-1)}{8\sigma^3} - \frac{A(3-2Av_0)}{v_0^3} - \frac{(\mu-1)A}{4\sigma v_0} - \frac{\mu A}{4v_0} + \frac{(\mu-1)}{4\sigma v_0^2} \right. \\ \left. + \frac{\mu}{4v_0^2} - \frac{(\mu-1)A}{2\sigma v_0} + \frac{(\mu-1)}{2\sigma v_0^2} - \frac{\mu A}{2v_0} + \frac{\mu}{2v_0^2} + \frac{3(3-2Av_0)}{2v_0^4} + \frac{A^2}{v_0^2} - \frac{5A}{v_0^3} + \frac{3}{2v_0^2} \right)$$

$$\phi^{(1)} \frac{\partial^3 \phi^{(1)}}{\partial \xi^3} - \frac{\mu A}{2v_0} \left( \frac{H^2 v_0^2}{128} + \frac{H^2 v_0^2}{64} - \frac{H^2 v_0^2(\mu-1)}{128\mu\sigma^3} - \frac{H^2 v_0^2(\mu-1)}{64\mu\sigma^3} + \frac{\mu H^2 v_0^2}{32\mu} - \frac{H^2 v_0^2(\mu-1)}{32\mu\sigma^3} \right. \\ \left. - \frac{B(3-2Av_0)}{v_0^3} - \frac{2BA}{v_0} - \frac{(\mu-1)B}{2\sigma v_0} - \frac{\mu B}{2v_0} - \frac{2B}{v_0^3} + \frac{AB}{v_0^2} + \frac{AB}{v_0^2} + \frac{B}{v_0^3} - \frac{B}{v_0^3} \right)$$

$$\frac{\partial^5 \phi^{(1)}}{\partial \xi^5} \left( -\frac{H^4 v_0^2}{16 \times 16 \mu} - \frac{H^2 v_0^2(\mu-1)}{16 \times 16 \mu^2 \sigma^3} + \frac{2B^2}{v_0^2} + \frac{B^2}{v_0^3} \right)$$

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial \xi^2} \left( \frac{H^2 v_0^2}{32} + \frac{H^2 v_0^2}{128} + \frac{3H^2 v_0^2}{64} - \frac{H^2 v_0^2}{64} - \frac{H^2 v_0^2(\mu-1)}{32\mu\sigma^3} - \frac{H^2 v_0^2(\mu-1)}{64\mu\sigma^3} + \frac{H^2 v_0^2(\mu-1)}{16\mu\sigma^3} \right. \\ \left. - \frac{B(\mu-1)}{2v_0\sigma} + \frac{B\mu}{2v_0} - \frac{2B}{v_0^3} + \frac{2AB}{v_0^2} - \frac{B}{v_0^3} + \frac{\mu H^2 v_0^2}{32\mu} - \frac{H^2 v_0^2(\mu-1)}{32\mu\sigma^3} - \right)$$

$$\frac{\partial \phi^{(2)}}{\partial \tau} \left( 1 + \frac{1}{v_0} \right) \quad (\text{پ-ب-۵۱})$$

با ساده سازی بیشتر معادلات بالا داریم:

$$S(\phi) = L \left( \phi^{(1)} \right)^2 \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} + M \phi^{(1)} \frac{\partial^3 \phi^{(1)}}{\partial \xi^3} + N \frac{\partial^5 \phi^{(1)}}{\partial \xi^5} + P \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} \right)^2 \quad (\text{پ-ب-۵۲})$$

به طوری که:

$$L = \frac{v_0^3}{2} \left( \frac{3\mu}{16} + \frac{3(\mu-1)}{16\sigma^2} + \frac{(20Av_0 - 6A^2 v_0^2)}{2v_0^6} \right), \quad (\text{پ-ب-۵۳})$$

$$M = \frac{v_0^3}{2} \left( -\frac{3H^2}{32} + \frac{3H^2(\mu-1)}{32\mu\sigma^3} + \frac{(8B-6ABv_0)}{v_0^5} \right), \quad (\text{پ-ب-۵۴})$$

$$P = \frac{v_0^3}{2} \left( -\frac{3H^2}{32} + \frac{3H^2(\mu-1)}{32\mu\sigma^3} + \frac{(4B-9ABv_0)}{2v_0^5} \right), \quad (\text{پ-ب-۵۵})$$

$$N = \frac{v_0^3}{2} \left( \frac{H^4}{128\mu} + \frac{H^4(\mu-1)}{128\mu^2\sigma^3} - \frac{3B^2}{v_0^4} \right), \quad (\text{پ-ب-۵۶})$$

در روش بازبهنجارش کودکان معادله‌های (پ-ب-۴۳) و (پ-ب-۵۲) به ترتیب صورت زیر تغییر می‌کنند:

$$\frac{\partial \tilde{\phi}^{(1)}}{\partial \tau} + A \tilde{\phi}^{(1)} \frac{\partial \tilde{\phi}^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \tilde{\phi}^{(1)}}{\partial \xi^3} + \delta \lambda \frac{\partial \tilde{\phi}^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{پ-ب-۵۷})$$

$$\frac{\partial \tilde{\phi}^{(2)}}{\partial \tau} + A \frac{\partial (\tilde{\phi}^{(1)} \tilde{\phi}^{(2)})}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \tilde{\phi}^{(2)}}{\partial \xi^3} + \delta \lambda \frac{\partial \tilde{\phi}^{(2)}}{\partial \xi} = S(\tilde{\phi}^{(1)}) + \delta \lambda \frac{\partial \tilde{\phi}^{(1)}}{\partial \xi}, \quad (\text{پ-ب-۵۸})$$

با تغییر متغیر  $\eta = \xi - (\lambda + \delta \lambda)\tau$  به طوری که  $(\lambda + \delta \lambda) = X - 1$  و با این شرایط مرزی که در  $\eta \rightarrow \pm \infty$   $\phi^{(1)}$  و دیگر مشتقات آن به سمت صفر میل می‌کند جواب سولیتاری باز بهنجارش شده معادله (پ-ب-۵۷) به این صورت می‌باشد:

$$\tilde{\phi}^{(1)} = \phi_0 \operatorname{sech}^2(\tilde{D}\eta) \quad (\text{پ-ب-۵۹})$$

$$\phi_0 = \frac{3\lambda}{A} \quad (\text{پ-ب-۶۰})$$

$$\tilde{D} = D = \left( \frac{\lambda}{4B} \right)^{1/2} \quad (\text{پ-ب-۶۱})$$

با جایگذاری معادلات بالا و استفاده از این تغییر متغیر در (پ-ب-۵۸) معادلات غیرهمگن مرتبه دوم برای  $\phi^{(2)}$  بدست می‌آید البته با در نظر گرفتن شرایط مرزی مشابه با شرایط بالا که در  $\eta \rightarrow \pm \infty$ ،  $\phi^{(2)}$  و مشتقات آن به سمت صفر میل کنند. ابتدا برای سمت راست این معادله داریم:

$$S(\tilde{\phi}^{(1)}) = \left( \begin{aligned} &-2\phi_0^3 DL + 16\phi_0^3 D^3 M - 48\phi_0 ND^5 - 96\phi_0 ND^5 \operatorname{sech}^6(D\eta) \tanh(D\eta) \\ &-128\phi_0 ND^5 + 8P\phi_0 D^3 \operatorname{sech}^6(D\eta) \tanh(D\eta) \end{aligned} \right) \operatorname{sech}^6(D\eta) \tanh(D\eta)$$

$$\begin{aligned} & (64\phi_0 ND^5 + 256\phi_0 ND^5 - 8\phi_0^2 D^3 M + 96\phi_0 ND^5 - 16\phi_0^2 PD^3) \operatorname{sech}^4(D\eta) \tanh^3(D\eta) \\ & - 32\phi_0 ND^5 \operatorname{sech}^2(D\eta) \tanh^5(D\eta) \end{aligned} \quad (\text{پ-ب-۶۲})$$

با انتگرال گیری از (پ-ب-۵۸) و استفاده از این رابطه که  $\int \operatorname{sech}(u) = du \operatorname{sech}(u) \tanh(u)$  و سپس ساده سازی این معادلات بدست می آید:

$$\begin{aligned} S(\tilde{\phi}^{(1)}) = & \left( \frac{N \lambda^2 \phi_0}{B^2} \right) \operatorname{sech}^2(D\eta) + (-120ND^4\phi_0 + 2MD^2\phi_0^2 + 4PD^2\phi_0^2) \operatorname{sech}^4(D\eta) + \\ & \left( 120ND^4\phi_0 - 4D^2M\phi_0^2 - 4D^2P\phi_0^2 + \frac{L}{3}\phi_0^3 \right) \operatorname{sech}^6(D\eta) \end{aligned} \quad (\text{پ-ب-۶۳})$$

در نهایت معادله (پ-ب-۵۸) به این صورت در می آید:

$$-\lambda \tilde{\phi}^{(2)} + 3\lambda \operatorname{sech}^2(\tilde{D}\eta) \phi^{(2)} + B \frac{\partial^2 \tilde{\phi}^{(2)}}{\partial \eta^2} = \delta \lambda \phi_0 \operatorname{sech}^2 \tilde{D}\eta + A_1 \operatorname{sech}^2 \tilde{D}\eta + A_2 \operatorname{sech}^4 \tilde{D}\eta + A_3 \operatorname{sech}^6 \tilde{D}\eta \quad (\text{پ-ب-۶۴})$$

که داریم:

$$A_1 = \frac{N \lambda^2 \phi_0}{B^2}, \quad (\text{پ-ب-۶۵})$$

$$A_2 = -120ND^4\phi_0 + 2MD^2\phi_0^2 + 4D^2P\phi_0^2 = -\frac{45N \lambda^3}{2AB^2} + \frac{9\lambda^3(M+2p)}{2A^2B} \quad (\text{پ-ب-۶۶})$$

$$A_3 = 120ND^4\phi_0 - 4MD^2\phi_0^2 - 4D^2P\phi_0^2 + \frac{L}{3}\phi_0^3 = \frac{45N \lambda^3}{2AB^2} - \frac{9\lambda^3(M+p)}{A^2B} + \frac{9L \lambda^3}{A^3}, \quad (\text{پ-ب-۶۷})$$

$$A_1 + \delta \lambda \phi_0 = 0 \Rightarrow \delta \lambda = -\frac{N \lambda^2}{B^2} \quad \text{اگر داشته باشیم}$$

خواهد کرد:

$$(3\lambda \operatorname{sech}^2(D\eta) - \lambda) \phi^{(2)} + B \frac{\partial^2 \phi^{(2)}}{\partial \xi^2} = A_2 \operatorname{sech}^4(D\eta) + A_3 \operatorname{sech}^6(D\eta) \quad (\text{پ-ب-۶۸})$$

در اینجا جوابها می تواند به این صورت نوشته شود :

$$\phi^{(2)} = \tilde{\phi}_{comp} + \tilde{\phi}_p \quad (\text{پ-ب-۶۹})$$

که  $\tilde{\phi}_{comp}$  تابع متمم و  $\tilde{\phi}_p$  انتگرال ویژه است. با استفاده از روش جوابهای سری جواب معادله (پ-ب-۶۸) به صورت زیر می باشد:

$$\tilde{\phi}_p = \sum_{i=1}^k a_i \sec h^{2i}(\tilde{D}\eta) = a_1 \sec h^2(\tilde{D}\eta) + a_2 \sec h^4(\tilde{D}\eta) + \dots \quad (\text{پ-ب-۷۰})$$

باجایگذاری (پ-ب-۷۰) در (پ-ب-۶۸) و مقایسه بالاترین توان ها به آسانی می توان نشان داد که  $K$  برابر با ۲ می باشد.

$$\tilde{\phi}_p = a_1 \sec h^2(\tilde{D}\eta) + a_2 \sec h^4(\tilde{D}\eta) \quad (\text{پ-ب-۷۱})$$

همچنین برای بدست آوردن  $a_1, a_2$  از جایگذاری بالاداریم:

$$4a_1 B D^2 \sec h^2 \tanh^2 + 16B a_2 D^2 \sec h^4 \tanh^2 - 2a_1 B D^2 \sec h^4 - 4a_2 D^2 B \sec h^6 + 3a_1 \lambda \sec h^4 + 3a_2 \lambda \sec h^6 - \lambda a_1 \sec h^2 - \lambda a_2 \sec h^4 = A_2 \sec h^4 + A_3 \sec h^6 \quad (\text{پ-ب-۷۲})$$

با مقایسه توان های مشابه  $\sec h$  در دو طرف معادله و استفاده از این رابطه که  $\sec h^2 - 1 = \tanh^2$  و ساده سازی ضرایب خواهیم داشت:

$$\frac{3}{2} a_1 \lambda + 3a_2 \lambda = A_2 \quad (\text{پ-ب-۷۳})$$

$$a_2 = -\frac{A_3}{2\lambda} \quad (\text{پ-ب-۷۴})$$

$$a_1 = \frac{1}{\lambda} \left( \frac{2A_2}{3} + A_3 \right) \quad (\text{پ-ب-۷۵})$$

ions. The presence of ions leading to emit waves that are absence in these plasma. We investigate some of these waves in this study. Finally we computed the higher order nonlinear equations and compared the obtained solutions to the KdV equations ones.

**Key Word:** electron-positron plasma, classical plasma, Quantum plasma, electromagnetic and electrostatic waves, linear and nonlinear behavior, linear relation dispersion, kdv equation, soliton

## Abstract

Electron-positron plasmas are a large class of equal-mass and charge (opposite sign) plasmas that exist in the basic structure of the universe, in astrophysical objects such as in pulsar magnetospheres, active galactic nuclei, Decay gamma ray and etc. The electron-positron pairs may be created by collisions between the charged particles that are accelerated by electromagnetic and/or Gravitational forces. Also in pulsar environment due to High-energy photon radiation and/or in fusion device such as tokamaks electron-positron pair are produced through collision between MeV electrons and thermal particle. Linear and nonlinear waves in e-p plasmas have different properties from electron-ion plasmas due to the similar dynamics of particles.

To investigate the linear effects of plasma, such as the relation of dispersion linear excited waves, we use linear theory. Linear theory is based on the approximation of small amplitude of waves. In this range, we ignored all of second-and higher-order nonlinear terms and their derivatives. According to this theory, physical disorder in the system, behave periodic and independently, and the propagation of waves is shown with linear dispersion relation  $\omega = \omega(k)$ . To investigate waves we need to obtain the dispersion relation that includes some important physical information like.... The dispersion relations for the longitudinal modes in the absence and presence of a magnetic field are found to be similar to those for the electron-ion plasma. However, Those for the transverse modes in the presence of a magnetic field are similar but the absence of a magnetic field are found to be quite different from the electron-ion plasma. When we mention nonlinear effects, we mean the behaviors of the plasma that cannot be justify by using the linear theory. These behaviors are basically appear when the amplitude of waves become larger. The solitary waves or Solitons are most important solutions of nonlinear equations that would solve these plasmas. In this study we investigate the effect of some important quantities such as Mukh number, quantum parameter, temperature of electron and positron, magnetic field and etc on electromagnetic and electrostatic solitary wave in quantum and clacssical electron-positron plasma. Notice that the e-p plasma symmetry can break in the presence of



**Shahrood University of Technology**

Faculty of physics

**Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Science (M.Sc.)  
in  
Atomic and Molecular Physics**

**Investigation of dynamic behavior of electromagnetic waves  
in electron – positron plasmas**

**Kobra taravideh**

**Supervisor:  
Dr. M. Momeni**