

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده : فیزیک

گروه : ذرات بنیادی

مطالعه پتانسیل مختلط کوارکونیوم با استفاده از نظریه ریسمان

دانشجو : سید کمال طباطبائی

استاد راهنما :

دکتر کاظم بی تقصیر فدافن

استاد مشاور :

دکتر محمد علی اکبری

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

ماه و سال انتشار : بهمن ماه 92

دانشگاه شاهرود

دانشکده فیزیک

گروه ذرات بنیادی

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای/ خانم

تحت عنوان:

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :

تقديم به همسر

ماحصل آموخته هایم را تقدیم می کنم به آنان
که مهر آسمانی شان آرام بخش آلام زمینی ام هست
به استوارترین تکیه گاهم

ماستان پرمهریارم

به سبزترین نگاه زندگیم

چشمان سبزما مارم

که هرچه آموختم مارم مکتب عشق شما آموختم
و هرچه بگوختم قکره ای از دریای بی کران
مهرباختان را سپاس خوارم بگویم .

آورهای گران سنگ تر از این ارزان خداشتم تا به
خاک پایتان خوار کنم، باشد که حاصل تلاشم
نسبیم گونه غبار خستگیتان را بزداید .

بوسه بر ماستان پرمهرتان

سپاس و قدردانی

حال که به لطف و یاری خداوند متعال این پایان نامه به آخر رسیده است از آنجایی که تجلیل از معلم، سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تامین میکند از استاد با کمالات و شایسته؛ جناب آقای دکتر کاظم بی تقصیر فدافن که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ ننمودند و زحمت راهنمایی این پایان نامه را بر عهده گرفتند؛ از جناب آقای دکتر محمد علی اکبری که زحمت مشاوره این پایان نامه را متقبل شدند کمال تشکر را دارم. همچنین تشکر و سپاس بسیار فراوان از استاد بزرگوار و پر مایه ام جناب آقای دکتر حسین موحدیان که از محضر پر فیض تدریسشان، بهره ها برده ام.

در آخر سپاس بی دریغ خدمت دوستان گران مایه ام آقایان محمد بهرامی، محسن حیدری و روح ا. اکبری که مرا صمیمانه و مشفقانه یاری داده اند و با تشکر خالصانه خدمت همه کسانی که به نوعی مرا در به انجام رساندن این مهم یاری نموده اند.

باشد که این خرمترین، بخششی از زحمات آخان را سپاس گویم.

تعهد نامه

اینجانب سید کمال طباطبائی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک ذرات بنیادی دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه: مطالعه پتانسیل مختلط کوارکونیوم با استفاده از نظریه ریسمان تحت راهنمایی دکتر کاظم بی تقصیر فدافن متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده:

قبلا پتانسیل کوارک-پادکوارک در نظریه ریسمان مطالعه شده است. در این تحقیق نشان می دهیم که با در نظر گرفتن نوسانات حول وضعیت ایستا می توان جملات موهمی برای پتانسیل به دست آورد، چنین جملاتی در مطالعات اختلالی QCD هم ظاهر می شوند پس ترازهای انرژی تیز نخواهند بود و دارای پهنای می باشند که با عنوان پهنای دمایی شناخته می شوند. هدف در پایان نامه مطالعه پهنای دمایی کوارکونیوم ها با استفاده از دوگانی AdS/CFT است. پهنای دمایی قبلا در نظریه ابر تقارن یانگ میلز محاسبه شده است و نتایج به دست آمده در مقاله [8] آمده است. با تکرار محاسبات نشان می دهیم که نتایج مورد نظر بعد از تصحیح اشتباه مسیر انتگرال گیری بایستی تغییر کند.

برای مقایسه با جواب های تجربی، تصحیحات گرانشی $\mathcal{R}^2$ در نظر گرفته می شوند. تصحیحات مرتبه دوم انحنای مربوط به هندسه گائوس- بونت می باشد که دارای ثابت جفت شدگی λ_{GB} است. در ادامه طیف پهنای دمایی کوارکونیوم اپسیلون را برای λ_{GB} های مختلف محاسبه کرده و به این نتیجه می رسیم که پهنای دمایی در یک مقدار خاص λ_{GB} بیشینه می شود و در این نقطه پهنای دمایی بزرگتر از جواب نظریه ابر تقارن یانگ میلز می شود. تصحیحات دیگری که بررسی می کنیم تصحیحات گرانشی $\mathcal{R}^4$ می باشد. با تکرار محاسبات طیف پهنای دمایی را به ازای λ های (ثابت جفت شدگی توفت) مختلف به دست می آوریم که این تصحیحات مقدار پهنای دمایی را کوچک می کند. تصحیح بعدی که در نظر گرفته شده است افزودن ماده کوارکی به محیط است. بنابراین بایستی سیاه چاله در اینجا باردار باشد و برای توضیح ماده کوارکی باید میدان پیمانه ای را معرفی کنیم که در معادلات انیشتین و ماکسول صدق کند. در ادامه پهنای دمایی را با وارد کردن کمیت پتانسیل شیمیایی محاسبه می کنیم و از بررسی طیف پهنای دمایی نسبت به پتانسیل شیمیایی در می یابیم که این طیف دارای بیشینه می باشد که خود این بیشینه تابع تغییرات دما می باشد.

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

1- سید کمال، طباطبائی ؛ بی تقصیر فدافن، کاظم "مطالعه پهنای گرمایی کوارکونیوم با استفاده از

AdS/CFT در حضور تصحیحات گرانشی گاوس-بونت" بیستمین کنفرانس بهاره فیزیک (پژوهشگاه

دانش های بنیادی، 1 و 2 خرداد ماه 1392)

2- K. B. Fadafan and S. K. Tabatabaei, "Thermal Width of Quarkonium from Holography, "submitted to Eur. Phys. J. C.[arXiv: 1308.3971[hep-th]]

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه

- 1-1- نظریه ی کوانتومی رنگ.....2
- 2-1- پلاسمای کوارک-گلوئون.....۵
- 1-2-1- پلاسمای کوارک-گلوئون چگونه در آزمایشگاه تولید می شود؟.....6
- 2-2-1- پلاسمای کوارک-گلوئون در کجا پیدا می شود؟.....8
- 3-2-1- کوارکونیوم ها و پلاسمای کوارک-گلوئون.....12
- 3-1- پتانسیل مختلط.....13

فصل دوم: محاسبه پهنای دمایی کوارک-پادکوارک

- 1-2- حلقه های ویلسون و AdS/CFT.....16
- 2-2- محاسبه فاصله کوارک-پادکوارک در دمای متناهی.....24
- 3-2- محاسبه پتانسیل حقیقی کوارک-پادکوارک.....27
- 4-2- محاسبه پتانسیل مختلط کوارک-پادکوارک.....28
- 5-2- محاسبه پهنای دمایی حقیقی کوارک-پادکوارک.....34
- 6-2- محاسبه پهنای دمایی در نظریه ابرتقارن یانگ میلز برای مزون سنگین ایستا.....35
- 2-6-1- طول مزون.....36
- 2-6-2- پتانسیل حقیقی.....38
- 2-6-3- پتانسیل مختلط.....40
- 2-6-4- پهنای دمایی.....43
- 7-2- بررسی تصحیحات $\mathcal{R}^4$44

46.....	1-7-2-طول مزون.....
47.....	2-7-2-پتانسیل حقیقی.....
48.....	3-7-2-پتانسیل مختلط.....
50.....	4-7-2-پهنای دمایی.....
52.....	8-2-بررسی تصحیحات R^2
53.....	1-8-2-طول مزون.....
54.....	2-8-2-پتانسیل حقیقی.....
55.....	3-8-2-پتانسیل مختلط.....
57.....	4-8-2-پهنای دمایی.....
59.....	9-2-بررسی پتانسیل شیمیایی.....
63.....	1-9-2-طول مزون.....
64.....	2-9-2-پتانسیل حقیقی.....
66.....	3-9-2-پتانسیل مختلط.....
69.....	4-9-2-پهنای دمایی.....
71.....	نتیجه گیری.....
73.....	پوست.....

فهرست اشکال

3.....	شکل 1-1- تغییرات قدرت جفت شدگی بر حسب مقیاس فاصله، انرژی و دما.....
4.....	شکل 2-1- تصویری از کوآرک ها و گلوئون ها در مدل شبکه.....
5.....	شکل 3-1- شکل گیری پلاسمای کوآرک-گلوئون با افزایش فشار و دمای هادرون.....
6.....	شکل 4-1- شکل گیری پلاسمای کوآرک-گلوئون در دماهای بالا.....
7.....	شکل 5-1- شکل گیری پلاسمای کوآرک-گلوئون در چگالی باریونی بالا.....
9.....	شکل 6-1- دمای جهان به صورت تابعی از زمان از لحظه شکل گیری جهان.....

- شکل 1-7- شکل گیری QGP در دماهای بالا توسط برخورد دو هسته نسبیتی با انرژی بسیار بالا.....10
- شکل 1-8- برخورد هسته های طلا در آشکار ساز ستاره RHIC.....11
- شکل 2-1- جهان-سطح ریسمان با حلقه ویلسون همبسته شده اند.....17
- شکل 2-2- حلقه ویلسون مستطیل شکل.....20
- شکل 2-3- حلقه ویلسون مستطیل شکل زمانی که $\tau \rightarrow \infty$ ، در اینجا U_h مکان سیاه چاله و U_* هم ته ریسمان می باشد.....22
- شکل 2-4- یک قطعه از جهان سطح ریسمان برای حلقه ویلسون مستطیل شکل در زمان ثابت t22
- شکل 2-5- تصویر تاثیر نوسانات دمایی (خط نقطه چین) حول پیکربندی ریسمان کلاسیکی (خط کامل).....29
- شکل 2-6- تصویری از یک مزون که به صورت یک ریسمان باز در نظر گرفته شده است.....35
- شکل 2-7- منحنی LT به صورت تابعی از ζ۳۶
- شکل 2-8- منحنی پتانسیل حقیق بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک برای بازه $0 < \zeta < \zeta_{\max}$38
- شکل 2-9- منحنی LT به صورت تابعی از ζ (خط نقطه چین) و برای بازه $0.76 < \zeta < 0.85$ (خط کامل).....40
- شکل 2-10- منحنی LT بر حسب ζ (در بازه $0.76 < \zeta < 0.85$) برای حل تقریبی و دقیق.....40
- شکل 2-11- منحنی پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک برای حل تقریبی و دقیق.....41
- شکل 2-12- منحنی پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوآرک - پادکوآرک برای حل تقریبی و دقیق، اشتباه مقاله [8] و [9].....42
- شکل 2-13- منحنی LT به صورت تابعی از ζ برای λ های مختلف.....45
- شکل 2-14- منحنی پتانسیل حقیق بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک برای بازه $0 < \zeta < \zeta_{\max}$ برای λ های مختلف.....47
- شکل 2-15- منحنی پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک برای λ های مختلف.....49
- شکل 2-16- منحنی تغییرات پهنای دمایی $\mathcal{R}^4$ نسبت به پهنای دمایی یانگ-میلز بر حسب λ50
- شکل 2-17- منحنی LT به صورت تابعی از ζ برای λ_{GB} های مختلف.....53
- شکل 2-18- منحنی پتانسیل حقیق بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک برای بازه $0 < \zeta < \zeta_{\max}$ برای λ_{GB} های مختلف.....54

- شکل 2-19- منحنی پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک برای λ_{GB} های مختلف.....56
- شکل 2-20- منحنی نسبت پهنای دمایی بر حسب λ_{GB} 57
- شکل 2-21- منحنی فاز دما بر حسب پتانسیل شیمیایی برای n های مختلف.....61
- شکل 2-22- منحنی LT به صورت تابعی از ζ برای μ های مختلف.....62
- شکل 2-23- منحنی LT به صورت تابعی از ζ برای n های مختلف.....63
- شکل 2-24- منحنی پتانسیل حقیق بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک برای بازه $0 < \zeta < \zeta_{max}$ برای μ های مختلف.....64
- شکل 2-25- منحنی پتانسیل حقیق بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک برای بازه $0 < \zeta < \zeta_{max}$ برای n های مختلف.....65
- شکل 2-26- منحنی پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک برای μ های مختلف.....67
- شکل 2-27- منحنی پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک برای n های مختلف.....67
- شکل 2-28- منحنی تغییرات پهنای دمایی پتانسیل شیمیایی نسبت به پهنای دمایی یانگ میلز بر حسب μ 69
- شکل 2-29- منحنی تغییرات پهنای دمایی پتانسیل شیمیایی نسبت به پهنای دمایی یانگ-میلز بر حسب μ برای عدد رنگ های مختلف.....70

فهرست جداول

- جدول 1-1- خلاصه ای از ویژگی های کوآرک ها.....2

فصل اول

مقدمه

نظریه ی کوانتومی رنگ 

پلاسمای کوارک-گلوئون 

پتانسیل مختلط 

1-1- نظریه ی کوانتومی رنگ

نظریه کوانتومی رنگ، دینامیک کوارک ها را توصیف می کند و قویترین نیروی شناخته شده در طبیعت را دارد. کوارک ها فرمیون هایی هستند که از درجات آزادی طعم و رنگ برخوردار می باشند. کوارک ها دارای طعم بالا¹، پایین²، عجیب³، افسون⁴، سر⁵ و ته⁶ می باشند (جدول 1-1) و از اعداد کوانتومی قرمز⁷، آبی⁸ و سبز⁹ تشکیل شده اند. در طبیعت کوارک تنها مشاهده نشده است و این بدین معنی است که ذرات سنگین باریون ها (پروتون، نوترون و ...) و مزون ها (ρ و π و ...) بی رنگ هستند. باریون ها از سه کوارک و مزون ها از یک جفت کوارک-پادکوارک تشکیل شده اند. در QCD، رنگ نقش بار را دارد و نیروی بین دو کوارک با مبادله گلوئون¹⁰ رد و بدل می شود. یکی از ویژگی های مهم دینامیک کوارک و گلوئون، آزادی مجانبی¹¹ می باشد.

جدول 1-1- خلاصه ای از ویژگی های کوارک ها [1].

quark flavor	symbol	charge Q/e	constituent mass Σ (MeV/ c^2)	current mass m (MeV/ c^2)
down	d	$-\frac{1}{3}$	~ 350	~ 7
up	u	$+\frac{2}{3}$	~ 350	~ 3
strange	s	$-\frac{1}{3}$	~ 550	~ 140
charm	c	$+\frac{2}{3}$	~ 1800	~ 1800
bottom	b	$-\frac{1}{3}$	$\sim 4.2 \times 10^3$	$\sim 4.2 \times 10^3$
top	t	$+\frac{2}{3}$	$\sim 170 \times 10^3$	$\sim 170 \times 10^3$

¹Up

²Down

³Strange

⁴Charm

⁵Top

⁶Bottom

⁷Red

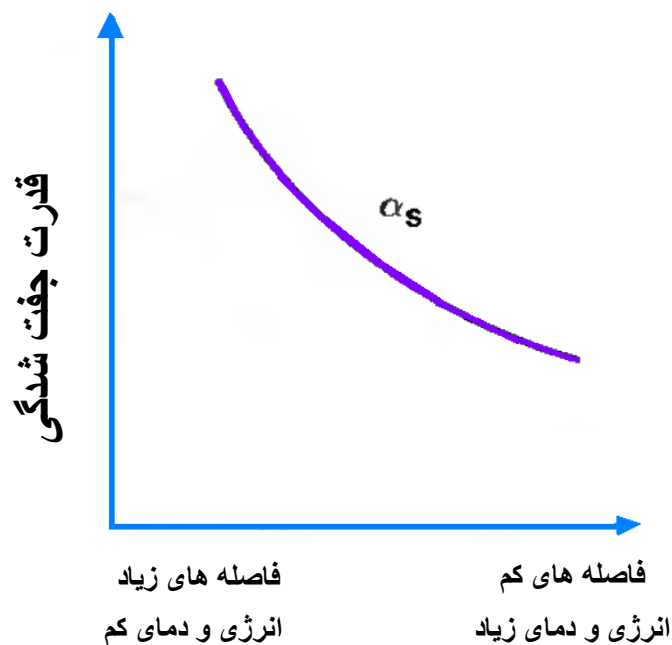
⁸Blue

⁹Green

¹⁰Gluon

¹¹ Asymptotic Freedom

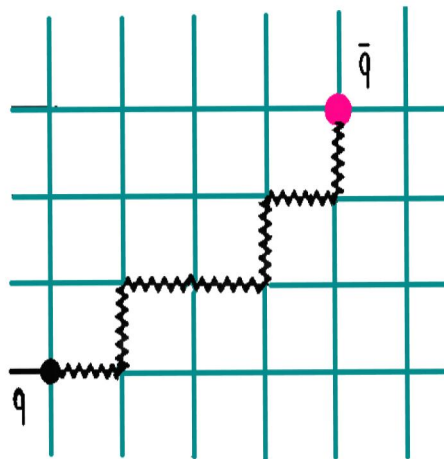
آزادی مجانبی به این معنی می باشد که در انرژی های بالا شدت بر هم کنش ها کوچک شده و گلوئون ها به طور ضعیف با هم بر هم کنش می کنند و در انرژی های پایین بر هم کنش ها قوی شده و منجر به محبوسیت رنگ می شود.



شکل 1-1- تغییرات قدرت جفت شدگی بر حسب مقیاس فاصله، انرژی و دما [2].

با توجه به اینکه مقیاس طول و انرژی عکس یکدیگر هستند، وقتی که مقیاس طول کوچک می شود (مقیاس انرژی زیاد می شود) قدرت جفت شدگی در QCD کاهش پیدا می کند (شکل 1-1) به علاوه از شکل (2-1) مشاهده می کنیم که قدرت جفت شدگی در فاصله های زیاد بزرگتر شده و در نتیجه بر هم کنش ها قوی تر می شود (محبوسیت رنگ). قدرت جفت شدگی قوی در فواصل زیاد

بزرگ می شود و به دلیل مشکل شدن محاسبات نمی توان از روش اختلالی استفاده کنیم و برای این کار از نظریه پیمانه ای شبکه ای استفاده می کنیم.



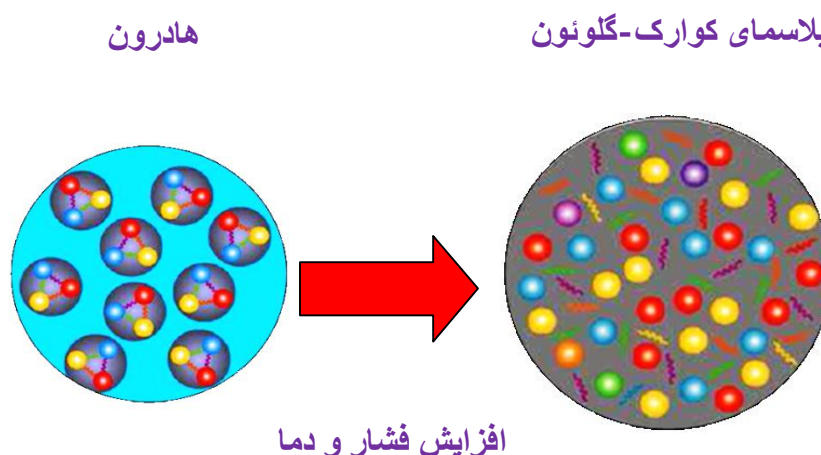
شکل 1-2- تصویری از کوارک ها و گلوئون ها در مدل شبکه [2].

در این نظریه فضا-زمان چهار بعدی پیوسته نمی باشد و مثل شبکه بلورها است. در این مدل کوارک ها نقاط شبکه و گلوئون ها اتصالات شبکه را اشغال می کنند (شکل 1-2). محاسبات مربوط به کرومودینامیک کوانتومی در مدل شبکه با استفاده از شبیه سازی مونتو-کارلو¹ صورت می گیرد [2] و [3].

¹Monte Carlo

2-1- پلاسمای کوارک-گلوئون¹

در فاز هادرونی کوارک های تشکیل دهنده مزون ها و باریون ها بر طبق اصل محبوسیت به حالت مقید قرار دارند اما اگر دما و فشار زیاد شود در این صورت ماده وارد فاز جدیدی می شود که به آن پلاسمای کوارک-گلوئون می گوئیم و دمای آن در حدود $T \approx 10^{12} K$ است (شکل 1-3).



شکل 1-3- شکل گیری پلاسمای کوارک-گلوئون با افزایش فشار و دمای هادرون.

کوارک ها و گلوئون ها در این محیط متفاوت با پلاسمای معمولی هستند زیرا در محیط پلاسمای کوارک-گلوئونی نیروی غالب، نیروی هسته ای قوی است، همچنین این محیط چگالی بسیار بالایی دارد و مقدار آن تقریباً برابر $\rho \cong 4 \text{Gev}/\text{fm}^3 \cong 7 \times 10^8 \text{kg}/\text{m}^3$ می باشد. پلاسمای کوارک-گلوئون یا به اختصار QGP، محیطی است که در دما و فشارهای بسیار بالا تولید می شود و در این

¹Quark-Gluon Plasma

محیط کوارک ها و گلوئون ها می توانند آزادانه وجود داشته باشند. انرژی گرمایی کوارک ها و گلوئون ها بسیار زیاد می باشد و به همین دلیل است که این پلاسما باید در دمای بالا وجود داشته باشد [4].

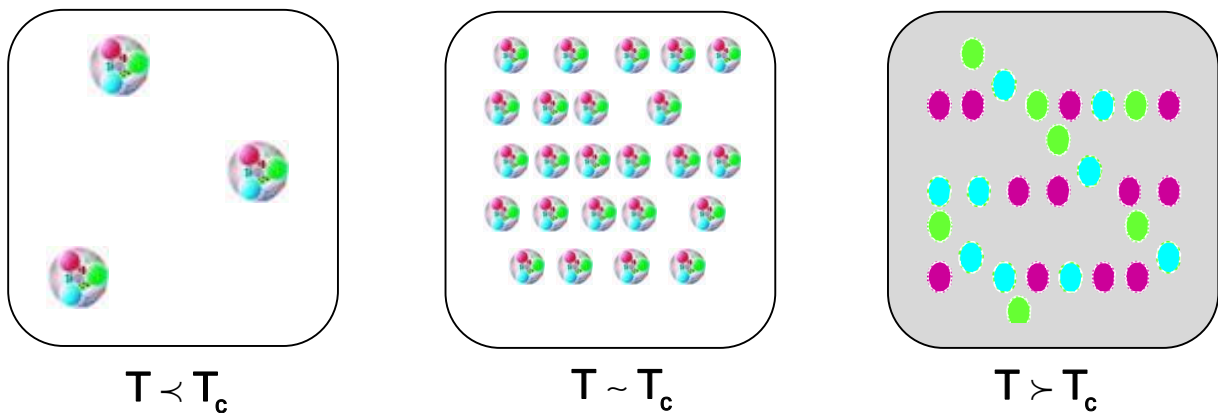
1-2-1- پلاسمای کوارک-گلوئون چگونه در آزمایشگاه تولید می شود؟

آزادی مجانبی دو روش برای تولید پلاسمای کوارک-گلوئون پیشنهاد می کند:

- تولید QGP در دماهای بالای T :

جعبه ای را به صورت زیر در نظر می گیریم که هیچ ذره ای درون آن نیست و اصطلاحاً خلا

QCD داریم.



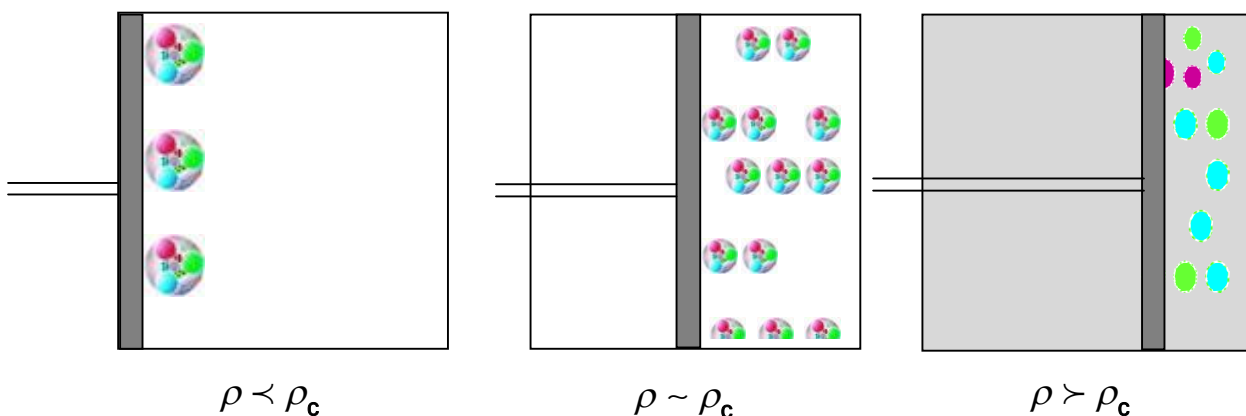
شکل 1-4- شکل گیری پلاسمای کوارک-گلوئون در دماهای بالا.

با افزایش دما، در دماهای پایین هادرون های سبکی مثل پیون ها و کائون ها در این خلا تولید می شوند (شکل 1-4). در این دماها تنها ذرات بدون رنگ (ها) سبک تولید می شوند. اندازه

هادران ها تقریبا مثل هم و در حدود یک فرمی است، هادران ها در یک دمای مشخص همپوشانی را شروع می کنند که این دما را دمای بحرانی T_c می نامیم. به ازای دمای بالاتر از دمای بحرانی سیستم هادرانی تغییر فاز پیدا می کند و به یک سیستمی از کوارک ها و گلوئون ها تبدیل می شود، پس در پلاسمای کوارک-گلوئون تعدادی کوارک (n_q) و به همان اندازه پاد کوارک ($n_{\bar{q}}$) تولید می شود. محاسبات عددی شبکه در QCD دمای بحرانی را $T_c = 150 \sim 200 \text{ MeV}$ بدست می آورد. این دما در مقایسه با دمای مرکز خورشید (دمای مرکز خورشید 1.3 ev است) بسیار بالاست [2].

• تولید QGP در چگالی باریونی بالا:

فرض می کنیم تعداد زیادی باریون داخل یک سیلندر قرار دارد که یک پیستون به آن متصل است. اگر دما ثابت نگه داشته شود و تقریبا برابر صفر باشد و بعد سیستم به صورت بی دررو متراکم شود باریون هایی که در داخل سیلندر قرار دارند در یک چگالی بحرانی معین ρ_c هم پوشانی می کنند و به ازای چگالی های بالاتر از چگالی بحرانی ρ_c به سیستمی از ماده-کوارک تبدیل می شود، در نتیجه می توانیم بگوییم که ماده-کوارک در چگالی باریونی بالا با $n_q \gg n_{\bar{q}}$ تولید می شود [2] (شکل 1-5).



شکل 1-5- شکل گیری پلاسمای کوارک-گلوئون در چگالی باریونی بالا.

1-2-2- پلاسمای کوارک-گلوئون در کجا پیدا می شود ؟

پلاسمای کوارک-گلوئون در دماهای زیاد و چگالی باریونی بالا تولید می شود در نتیجه انتظار داریم که QGP را در سه جا پیدا کنیم:

الف) عالم اولیه

بر طبق نتیجه گیری فریدمن¹ از معادله گرانشی انیشتین حدود 10^{-5} ثانیه بعد از انفجار بزرگ کیهانی عالم یک انبساط از تکینگی در زمان صفر داشته است. در زمان صفر حجم دنیا صفر و چگالی انرژی بی نهایت بود. اگر جهان در حال گسترش به سوی انفجار بزرگ به عقب برگردد، ماده و تابش گرمتر و گرمتر می شود و نتیجه آن توپ آتشین نخستین است. پنزیاس² و ویلسون³ دمای تابش زمینه کیهانی⁴ را به دست آورده اند که این دما برابر است با $T \approx 2.73K \sim 3 \times 10^{-4} \text{ev}$. اگر به زمان $10^{-5} \sim 10^{-4}$ برگردیم، جهان احتمالاً گذار فاز QCD را در دمای $T = 150 \sim 200 \text{Mev}$ خواهد داشت و گذار فاز الکتروضعیف⁵ در دمای $T \sim 200 \text{Gev}$ رخ می دهد [2] (شکل 1-6).

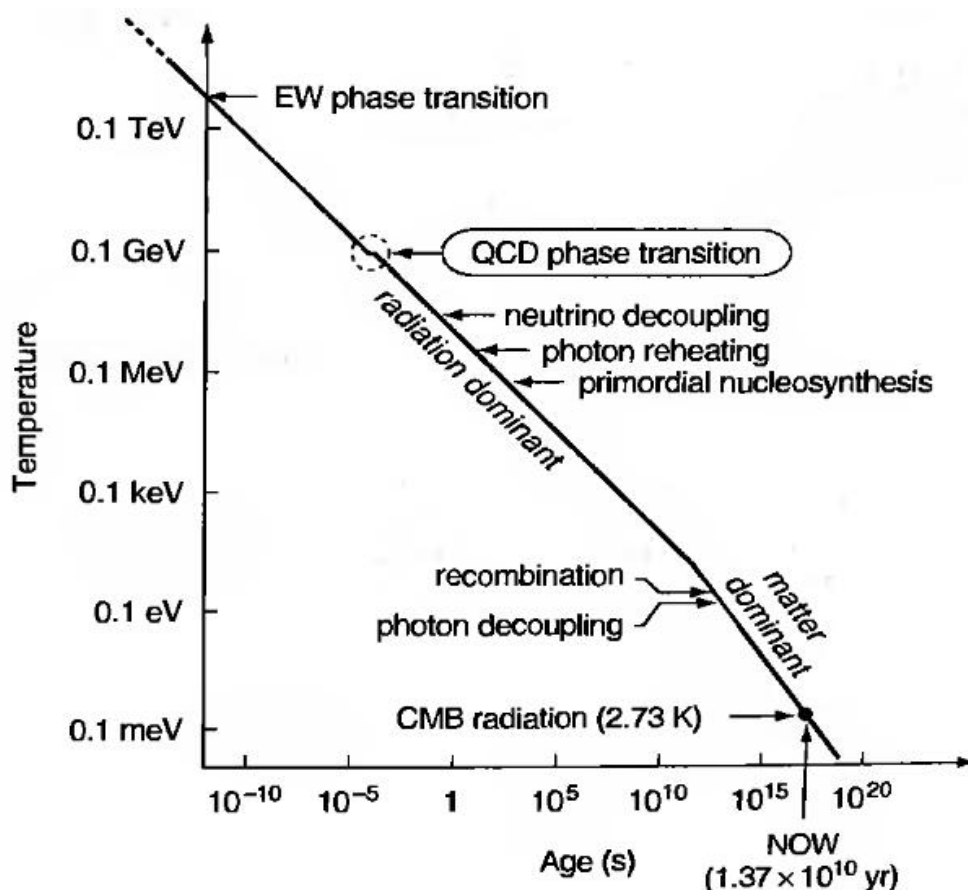
¹Friedmann

²Penzias

³Wilson

⁴Background Radiation

⁵Electro-Weak



شکل 1-6- دمای جهان به صورت تابعی از زمان از لحظه شکل گیری جهان [2]

ب) مرکز ستاره های چگال:

در اینجا سه بخش پایدار محتمل در ستاره های فشرده وجود دارد: کوتوله های سفید¹، ستاره های نوترونی² و ستاره های کوارکی³. کوتوله های سفید از هسته ها و الکترون ها تشکیل شده اند، در حالی که اجزای اصلی ستاره های نوترونی، نوترون های مایع با تعدادی پروتون و الکترون است. اگر چگالی مرکزی ستاره های نوترونی به یک حد مشخص برسد به احتمال زیاد نوترون ها به ماده-کوارک سرد ذوب می شوند [2].

¹White Dwarf

²Neutron Star

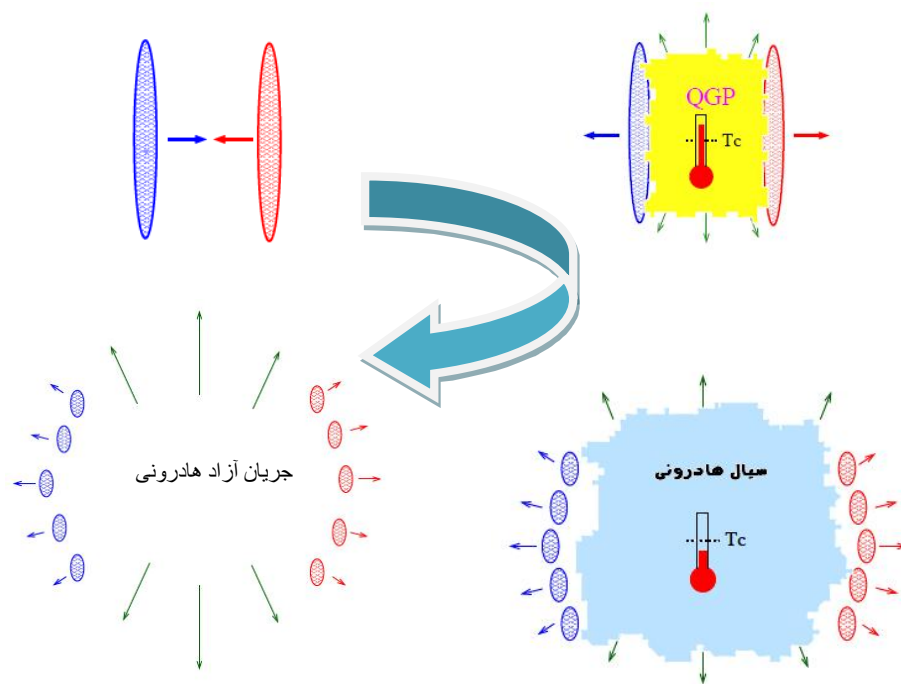
³Quark Star

ج) در مرحله اولیه از برخوردهای نسبیتی نوکلئون-نوکلئون با شتاب دهنده یون های سنگین:

تصور کنید دو هسته سنگین مانند هسته های طلا ($A=197$) را تا حد انرژی های فوق

نسبیتی شتاب دهیم و بعد آنها را به صورت شاخ به شاخ به هم برخورد دهیم. در چنین انرژی های

نسبیتی هسته ها تغییر شکل می دهند و منقبض می شوند (شکل 1-7).



شکل 1-7- شکل گیری QGP در دماهای بالا توسط برخورد دو هسته نسبیتی

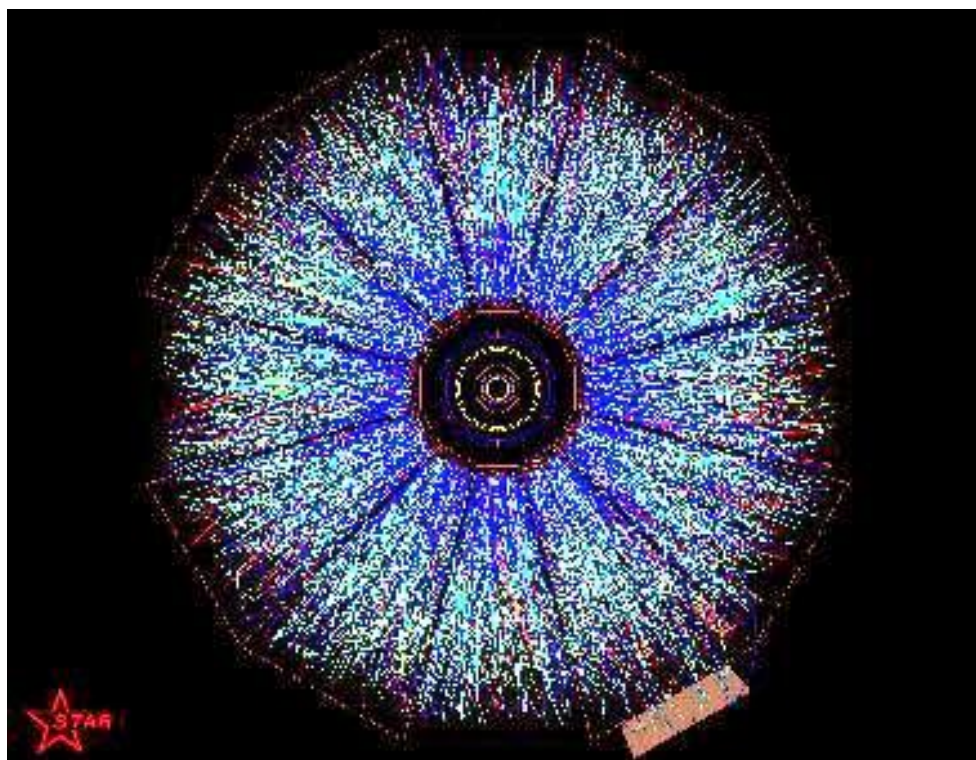
با انرژی بسیار بالا [5].

هنگامی که انرژی مرکز جرم تقریباً بیشتر از 100 GeV بر نوکلئون باشد هسته ها تمایل دارند از

وسط همدیگر عبور کنند، در لحظات بسیار کوتاه اولیه ماده در فاز QGP قرار دارد و این ماده تولید

شده چگالی انرژی و دمای بسیار بالایی را دارد ولی، چگالی باریونی پایین است. می توانیم بگوییم که

این شرایط توسط برخورد دهنده یون های سنگین نسبیتی RHIC¹ در آزمایشگاه های ملی بروکهاون² و LHC³ در سرن⁴ برای ما فراهم می کنند [2] (شکل 8-1).



شکل 8-1- برخورد هسته های طلا در آشکار ساز ستاره RHIC [5].

¹Relativistic Heavy Ion Collider
²Brookhaven National Laboratory
³Large Hadron Collider
⁴Cern

1-2-3- کوارکونیوم ها¹ و پلاسمای کوارک-گلوئون

در این بخش به مطالعه مزون های سنگینی به نام کوارکونیوم می پردازیم. در واقع کوارکونیوم ها حالت های مقید کوارک های سنگین b یا c و پادکوارک های آنها $\bar{b}$ یا $\bar{c}$ می باشند. حالت های مقید $c\bar{c}$ و $b\bar{b}$ به ترتیب، مزون های J/ψ و Υ نامیده می شوند که انرژی بستگی حالت های پایه آنها به ترتیب 0.6 GeV و 1.2 GeV می باشد. همچنین، انرژی بستگی حالت های پایه بسیار بزرگتر از مقیاس هادرونی یعنی 0.2 GeV می باشد. در نتیجه می توانیم بگوییم که شعاع های حالت پایه این مزون های سنگین (r_Q) خیلی کوچک و در حدود 0.1 fm و 0.2 fm است.

موقعیت چنین حالت هایی در پلاسمای کوارک-گلوئون به اندازه نسبی شعاع استتار² (r_D) وابسته می باشد به صورتی که اگر $r_D \gg r_Q$ باشد محیط، کوارک سنگین مقید را تحت تاثیر قرار نمی دهد و اگر $r_D \ll r_Q$ دو کوارک سنگین یکدیگر را نمی بینند و به عبارت دیگر مزون ذوب می شود. پس می توان انتظار داشت که کوارکونیوم ها در بعضی از بخش های دمای بالاتر از دمای بحرانی وجود داشته باشند و زمانی که دما به اندازه کافی زیاد شود ذوب می شوند [5].

¹Quarkonium

²Screening Radius

1-3- پتانسیل مختلط

در فیزیک پتانسیل مختلط به ذرات ناپایدار نسبت داده می شود، به عبارت دیگر احتمال حضور ذره با گذشت زمان ثابت نبوده و تغییر می کند. اگر $\int |\Psi(x,t)|^2 dx = 1$ آن وقت ذره مورد نظر پایدار بوده و احتمال حضور آن با گذشت زمان تغییر نکرده اما اگر داشته باشیم که $\int |\Psi(x,t)|^2 dx \neq 1$ آن وقت احتمال پایسته نبوده و به عبارت دیگر ذرات ناپایدار می باشند و پتانسیل مختلط را به ذرات ناپایدار نسبت می دهیم.

به عنوان مثال در فیزیک هسته ای در بخش پراکندگی کشسان با حضور اثرات جذبی برای توضیح جذب از پتانسیل مختلط استفاده می کنیم، به عبارت دیگر مختلط بودن پتانسیل معرف نابودی ذره بوده و این پتانسیل در واکنش های هسته ای که ذرات فرودی توسط هسته جذب می شوند به کار می رود.

فصل دوم

محاسبه پهنای دمایی کوارک-پادکوارک

- حلقه های ویلسون و AdS/CFT
- محاسبه فاصله کوارک-پادکوارک در دمای متناهی
- محاسبه پتانسیل حقیقی کوارک-پادکوارک
- محاسبه پتانسیل مختلط کوارک-پادکوارک
- محاسبه پهنای دمایی کوارک-پادکوارک
- محاسبه پهنای دمایی در نظریه ابرتقارن یانگ میلز برای مزون سنگین ایستا
- بررسی تصحیحات $\mathcal{R}^4$
- بررسی تصحیحات $\mathcal{R}^2$
- بررسی پتانسیل شیمیایی

2-1- حلقه های ویلسون¹ و AdS/CFT

به طور کلی حلقه های ویلسون عامل های فاز در نظریه های پیمانه ای آبل² یا غیر آبل می باشند. حلقه های ویلسون در نظریه کوانتوم توسط اثر آهارانوف-بوهم³ مشاهده می شوند. این حلقه ها نقش محوری را در تنظیم کردن نظریه های پیمانه ای بازی می کنند. QCD⁴ می تواند به وسیله حلقه های ویلسون طبق روش ناوردایی پیمانه ای مشخصی بازنویسی شود [6].

مقدار انتظاری حلقه های ویلسون یکی از مهمترین گروه مشاهده پذیرهای غیر موضعی در هر نظریه پیمانه ای است. مقدار انتظاری حلقه های ویلسون با معادله

$$W^r(C) = \text{Tr} \mathcal{P} \exp \left[i \int_C dx^\mu A_\mu(x) \right]$$

که در اینجا $\int_C$ معرف یک انتگرال خطی در راستای مسیر بسته C می باشد، $W^r(C)$ رد ماتریس $SU(N)$ بر حسب مولفه r است، بردار پتانسیل به صورت $A_\mu(x) = A_\mu^a(x) T^a$ بیان می شود و $\mathcal{P}$ معرف یک مسیر مشخص می باشد. مقدار انتظاری حلقه های ویلسون حاوی اطلاعاتی در رابطه با فیزیک غیر اختلالی نظریه میدان های پیمانه ای غیر آبل است و کاربردهایی در بسیاری از پدیده های فیزیکی نظیر: محبوس سازی⁵، انتقال فاز دمایی⁶، اثر پوششی کوآرک⁷ و ... دارد.

برای بیشتر این کاربردها سودمند است تا فکر کنیم که C مسیری است که توسط یک کوآرک پیموده می شود. در اینجا قصد داریم تا مقدار انتظاری حلقه های ویلسون در نظریه پیمانه ای جفت

¹Wilson loops

²Abelian

³Aharonov-Bohm

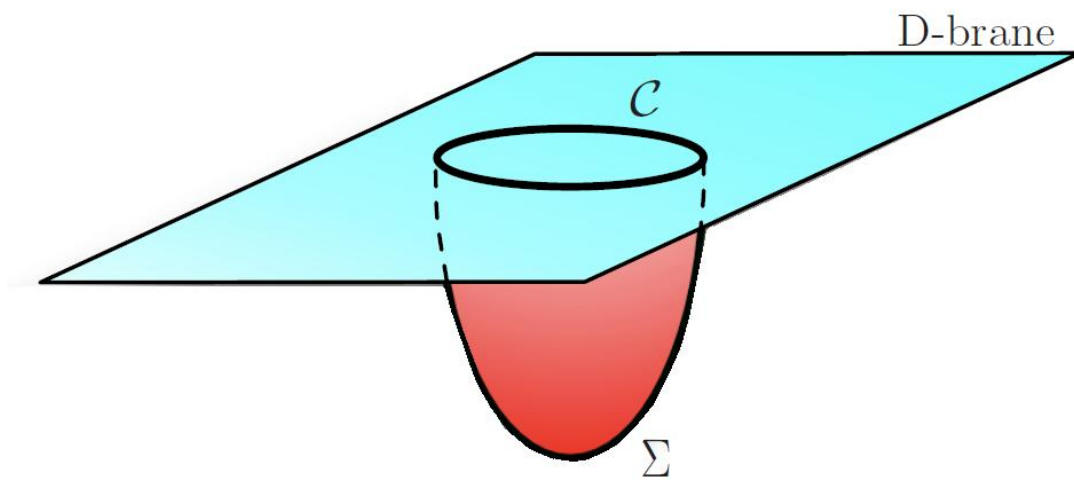
⁴Quantum Chromodynamics

⁵Confinement

⁶Thermal Phase Transitions

⁷Quark Screening

شدگی قوی را با استفاده از تصویر گرانشی آن محاسبه کنیم، به عنوان مثال نظریه $\mathcal{N}=4$ SYM را در نظر می گیریم.



شکل 1-2- جهان-سطح ریسمان با حلقه ویلسون همبسته شده اند [7].

مؤلفه های میدان این نظریه از شش میدان اسکالر $\vec{\phi} = (\phi^1, \dots, \phi^6)$ به عنوان نماینده الحاقی از گروه پیمانه ای تشکیل شده اند در نتیجه مقدار انتظاری حلقه های ویلسون به صورت

$$W^r(C) = \frac{1}{N_c} \text{Tr} P \exp \left[i \oint_C ds \left(A_\mu \dot{x}^\mu + \vec{n} \cdot \vec{\phi} \sqrt{\dot{x}^2} \right) \right]$$

تبدیل می شود.

که $\vec{n}(s)$ یک بردار یکه برای پارامتری کردن مسیر در فضای $\mathbb{R}^6$ است (یا، با دقت بیشتر، در S^5)، به طور مشابه $x''(s)$ یک مسیر را در $\mathbb{R}^{(1,3)}$ پارامتری می کند. عامل $\sqrt{\dot{x}^2}$ لازم است تا $\vec{n} \cdot \vec{\phi} \sqrt{\dot{x}^2}$ به عنوان یک چگالی تحت جهان-خط¹ باز پارامتری کند. همچنین عملگر تعمیم یافته معادله مقدار انتظاری حلقه های ویلسون بر حسب جهان-سطح² ریسمان یک دوگان گرانشی ساده ای دارد.

با وجود اینکه نظریه $\mathcal{N}=4$ SYM کوآرک ندارد، اما این نظریه می تواند شکل ساده ای را شامل شود که این به وسیله معرفی شدن در تصویر دوگان گرانشی به عنوان ریسمان بازی که در جهت شعاعی قرار گرفته و به D-brane متصل شده است انجام می پذیرد. نقاط انتهایی ریسمان باز بر روی D-brane دوگان کوآرک می باشند، بنابراین مرز $\partial\Sigma$ جهان-سطح ریسمان Σ باید بر مسیر C پیچیده شده توسط کوآرک منطبق باشد (شکل 1-2).

تطابق مرز بر مسیر پیمایش کوآرک ایجاب می کند که مقدار انتظاری عملگر حلقه های ویلسون باید با تابع پارش دوگان جهان-سطح ریسمان Σ برابر باشد $\langle W(C) \rangle = Z_{\text{string}}[\partial\Sigma = C]$ (و برای سادگی، در اینجا بر روی کوآرک های بینهایت سنگین (بدون حرکت) تمرکز می کنیم. تحت این شرایط مرز $\partial\Sigma = C$ از جهان-سطح ریسمان همچنین درون مرز AdS قرار می گیرد.

نکته مهم در اینجا این می باشد که نقاط انتهایی ریسمان با میدان پیمانه ای و میدان اسکالر بر روی D-brane جفت می شود. در حد λ و N_c بزرگ، تابع پارش ریسمان بسیار ساده می شود و با تابع نمایی کنش ریسمان کلاسیکی داده می شود و در نتیجه مقدار انتظاری حلقه های ویلسون به صورت ساده $\langle W(C) \rangle = e^{iS(C)}$ به دست می آید. برای بحث های دقیق تر در مورد حلقه های ویلسون به منبع [7] مراجعه شود.

¹Worldline

²Worksheet

نظریه جفت شدگی قوی ابر تقارن یانگ-میلز¹ در 4 بعد با نظریه ریسمان نوع IIB در $AdS_5 \otimes S_5$ معادل است که این خود منجر به بینش جدیدی در دینامیک جفت شدگی قوی نظریه های پیمانه ای با عدد رنگ بزرگ در دمای متناهی می شود [8]. عملگر مربوط که در اینجا از آن استفاده می کنیم حلقه ویلسون مسیر-مرتب می باشد و به صورت زیر تعریف می شود:

$$W(C) = \frac{1}{N_c} \text{Tr} P \exp \left[i g \oint_C \hat{A}_\mu dx^\mu \right] \quad (1-2)$$

که C نمایانگر یک حلقه بسته در فضا زمان 4 بعدی، P نشانگر یک مسیر مشخص، g جفت شدگی، $\hat{A}_\mu$ یک میدان پیمانه ای غیر آبلی² و رد بر روی عناصر بنیادی $SU(N_c)$ می باشد. یک حلقه مستطیل شکل با طول ویژه L و منبسط شده روی τ در جهت زمان در نظر می گیریم. در حد مجانبی $\tau \rightarrow \infty$ ، مقدار انتظاری خلا حلقه ویلسون به صورت پتانسیل ایستا با معادله زیر نشان داده می شود:

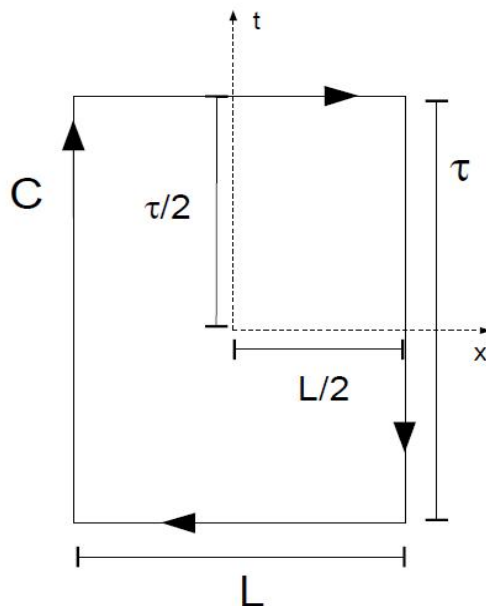
$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \langle W(C) \rangle_0 \sim e^{-i\tau V_{Q\bar{Q}}(L)} \quad (2-2)$$

که آن را پتانسیل کوارک سنگین³ می نامیم.

¹ Yang-Mills

² Non-Abelian

³ Heavy Quark Potential



شکل 2-2- حلقه ویلسون مستطیل شکل [9].

مقدار انتظاری $W(C)$ در پلاسماهای غیر آبی با عدد رنگ بزرگ N_c که مطابق تناظر AdS/CFT یک تصویر دوگان گرانشی با جفت شدگی ضعیف را می پذیرد، می تواند محاسبه شود. به ویژه،

$$\langle W(C) \rangle_{CFT} = Z_{string} \quad (3-2)$$

Z_{string} تابع مولد ریسمان با ابرتقارنی کامل می باشد و در زمینه فضا-زمان 10 بعدی تعریف می شود و جمع بر روی همه جهان-سطح های¹ ریسمانی که در مرز با C منطبق است را شامل می شود.

¹World-Sheet

در این مورد، در تقریب ابر گرانش¹ $\lambda = g^2 N_c \gg 1$ و $N_c \rightarrow \infty$ ، یک برانگیختگی بی نهایت بزرگ در عناصر اساسی $SU(N_c)$ در CFT² با ریسمان کلاسیکی در حجم³ دوگان می باشد. در این تقریب $Z_{string} \sim e^{iS_{NG}}$ و دینامیک ریسمان توسط کنش کلاسیکی نامبو-گوتو⁴ داده می شود:

$$S_{NG} = -\frac{1}{2\pi\alpha'} \int d^2\sigma \sqrt{-\det h_{ab}} \quad (4-2)$$

که $h_{ab} = G_{\mu\nu} \partial_a X^\mu \partial_b X^\nu$ ($a, b = 1, 2$) متریک⁵ زمینه $\sigma^a = (\tau, \sigma)$ بازه مختصات جهان سطح می باشد و مختصات فضا-زمانی ده بعدی که ریسمان در آن قرار دارد به صورت $X^\mu = X^\mu(\tau, \sigma)$ می باشد. متریک القایی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\det h_{ab} = X'^2 \cdot \dot{X}^2 - (\dot{X} \cdot X')^2 \quad (5-2)$$

که $X'^\mu(\tau, \sigma) = \partial_\tau X^\mu(\tau, \sigma)$ و $X'^\mu(\tau, \sigma) = \partial_\sigma X^\mu(\tau, \sigma)$ در اینجا پیمانه ای را انتخاب می کنیم که مختصات ایستای ریسمان در آن به صورت $X^\mu = (t, x, 0, 0, U(x))$ ($\sigma = x$ و $\tau = t$) است (شکل 3-2).

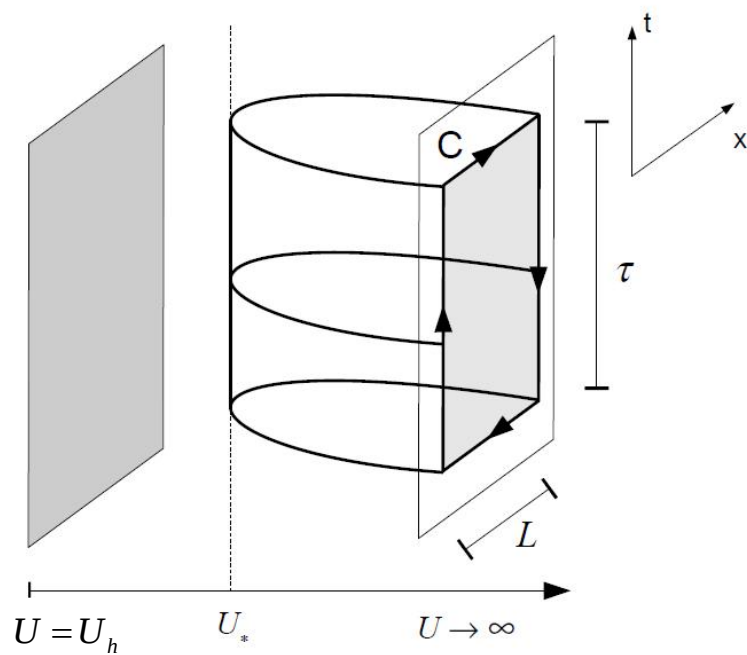
¹Supergravity

²Conformal Field Theory

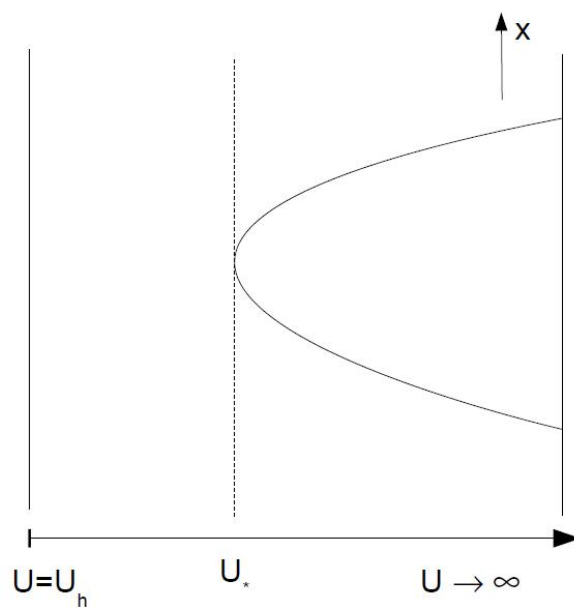
³Bulk

⁴Nambu-Goto

⁵Metric



شکل 2-3- حلقه ویلسون مستطیل شکل زمانی که $\tau \rightarrow \infty$ در اینجا U_h مکان سیاه چاله و U_* هم ته ریسمان می باشد [9].



شکل 2-4- یک قطعه از جهان سطح ریسمان برای حلقه ویلسون مستطیل شکل در زمان ثابت t [9].

بنابراین، حلقه ویلسون در نظریه جفت شدگی قوی پلاسما می تواند با حل کلاسیکی کنش نامبو گوتو محاسبه شود. در اینجا می توانیم پتانسیل کوآرک-پادکوآرک را با در نظر گرفتن حلقه ویلسون مستطیل شکل مربوط به شکل (3-2) محاسبه کنیم.

در اینجا فضا زمان خمیده 5 بعدی را در نظر می گیریم که دوگان گرانشی آن با نظریه پیمانه ای تشریح می شود. تاثیرات دمایی ایجاد سیاه چاله¹ می کند و فرض می کنیم متریک دوگان گرانشی به صورت رابطه کلی زیر می باشد:

$$ds^2 = -G_{00}(U)dt^2 + G_{xx}(U)d\vec{x}^2 + G_{UU}(U)dU^2 \quad (6-2)$$

که $\vec{x} = (x, y, z)$ مختصات مکانی و U هم جهت شعاعی می باشد. برای متریک اینجا مرز در $U \rightarrow \infty$ تعریف می شود و برای یافتن مکان سیاه چاله باید ریشه $G_{00}(U) = 0$ را پیدا کنیم و در اینجا همچنین فرض می کنیم که $G_{UU}(U_h) \rightarrow \infty$ تا $G_{00}(U_h)G_{UU}(U_h)$ متناهی باشد [8] و [9].

2-2- محاسبه فاصله کوآرک-پادکوآرک در دمای متناهی

برای محاسبه فاصله کوآرک-پادکوآرک با استفاده از پیمانه ایستا داریم:

$$X'^{\mu} \equiv \frac{\partial X^{\mu}}{\partial x} = (0, 1, 0, 0, U'(x)), \quad \dot{X}^{\mu} \equiv \frac{\partial X^{\mu}}{\partial t} = (1, 0, 0, 0, 0) \quad (7-2)$$

¹Black hole

با استفاده از معادله (7-2) داریم که:

$$\dot{X}.X' = 0 \quad , \quad \dot{X}^2 = -G_{00}(U) \quad , \quad X'^2 = G_{xx}(U) + U'^2 G_{UU}(U) \quad (8-2)$$

در نتیجه با استفاده از معادله (4-2) و (8-2) کنش ریسمان به صورت زیر بدست می آید:

$$S_{NG} = -\frac{\tau}{2\pi\alpha'} \int_{-L/2}^{L/2} dx \sqrt{W(U)U'^2 + V(U)} \quad (9-2)$$

که فرض کرده ایم دو انتهای ریسمان باز روی مرز AdS^1 در $x = \pm \frac{L}{2}$ قرار دارد و کل بازه ی

زمانی $\tau \rightarrow \infty$ است. همچنین $U' \equiv dU / dx$ و $W(U) \equiv G_{00}(U)G_{UU}(U)$

$V(U) \equiv G_{00}(U)G_{xx}(U)$ که $V(U) \geq 0$ برای $U \in [U_h, \infty)$ برقرار است.

می توان از رابطه ی (9-2) چگالی لاگرانژی را بدست آورد:

$$\mathcal{L} = -\frac{\tau}{2\pi\alpha'} \sqrt{W(U)U'^2 + V(U)} \quad (10-2)$$

با مقایسه با مکانیک ذره هامیلتونی را داریم:

$$\begin{aligned} H = U' \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial U'} - \mathcal{L} &= \frac{\tau}{2\pi\alpha'} \left(\sqrt{W(U)U'^2 + V(U)} - \frac{W(U)U'^2}{\sqrt{W(U)U'^2 + V(U)}} \right) \\ &= \frac{\tau}{2\pi\alpha'} \frac{V(U)}{\sqrt{W(U)U'^2 + V(U)}} \end{aligned} \quad (11-2)$$

¹Anti De Sitter

جایی که ریسمان بر می گردد یعنی در نقطه U_* اگر $U = U_*$ باشد $U' = 0$ می باشد. با این شرط هامیلتونی در $U = U_*$ به صورت زیر به دست می آید:

$$H = \frac{\tau}{2\pi\alpha'} \frac{V(U_*)}{\sqrt{V(U_*)}} \quad (12-2)$$

با توجه به اینکه هامیلتونی ثابت حرکت می باشد و براساس معادلات (11-2) و (12-2) داریم:

$$\frac{\tau}{2\pi\alpha'} \frac{V(U)}{\sqrt{W(U)U'^2 + V(U)}} = \frac{\tau}{2\pi\alpha'} \frac{V(U_*)}{\sqrt{V(U_*)}} \quad (13-2)$$

با استفاده از $U' = \frac{dU}{dx}$ معادله (13-2) عبارت است از:

$$\frac{dU}{dx} = \sqrt{\frac{V(U)}{W(U)} \left[\frac{V(U)}{V(U_*)} - 1 \right]} \quad (14-2)$$

که می توانیم معادله (14-2) را بر حسب x به صورت زیر بنویسیم:

$$dx = \left\{ \frac{V(U)}{W(U)} \left[\frac{V(U)}{V(U_*)} - 1 \right] \right\}^{-1/2} dU \quad (15-2)$$

در نتیجه با انتگرال گیری از نقطه U_* تا مرز که در بی نهایت قرار دارد به رابطه ی انتگرالی زیر که فاصله بین کوارک-پادکوارک می باشد می رسیم:

$$\frac{L}{2} = \int_{U_*}^{\infty} dU \sqrt{W(U)} \left[V(U) \left(\frac{V(U)}{V(U_*)} - 1 \right) \right]^{-1/2} \quad (16-2)$$

اگر از معادله (14-2) نسبت به x دیفرانسیل بگیریم و بعد حول $x=0$ (که در آن $U = U_*$ است) بررسی کنیم رابطه دیگری را به دست می آوریم. اگر دو طرف معادله (14-2) را به توان دو برسانیم داریم:

$$U'^2(x) = \frac{V(U)}{W(U)} \left[\frac{V(U)}{V(U_*)} - 1 \right] \quad (17-2)$$

اگر از (17-2) نسبت به x دیفرانسیل بگیریم:

$$2U''(x)U'(x) = \frac{W(U)V'(U)U'(x) - W'(U)U'(x)V(U)}{W^2(U)} \left[\frac{V(U)}{V(U_*)} - 1 \right] + \frac{V(U)}{W(U)} \left[\frac{V'(U)U'(x)V(U_*)}{V(U_*)} \right] \quad (18-2)$$

حال اگر $U'(x)$ را از دو طرف معادله (18-2) حذف کنیم و حول $x=0$ بررسی کنیم:

$$2U''(x=0) = \frac{W(U_*)V'(U_*) - W'(U_*)V(U_*)}{W^2(U_*)} \left[\frac{V(U_*)}{V(U_*)} - 1 \right] + \frac{V(U_*)}{W(U_*)} \left[\frac{V'(U_*)V(U_*)}{V^2(U_*)} \right] \quad (19-2)$$

که پس از ساده کردن به رابطه زیر می‌رسیم:

$$U''(0) = \frac{1}{2} \frac{V'(U_*)}{W(U_*)} \quad (20-2)$$

2-3- محاسبه پتانسیل حقیقی کوارک-پادکوارک

با استفاده از معادلات (9-2)، (13-2) و (14-2) حل کلاسیکی را برای کنش به دست می‌آوریم:

$$S = -\frac{\tau}{\pi\alpha'} \int_{U_*}^{\infty} dU \sqrt{W(U)} \sqrt{\frac{V(U)}{V(U_*)} \left(\frac{V(U)}{V(U_*)} - 1 \right)}^{\frac{1}{2}} \quad (21-2)$$

قسمت حقیقی پتانسیل کوارک‌های سنگین از حد $\lim_{\tau \rightarrow \infty} S / \tau$ به دست می‌آید [9]. این پتانسیل

در مرز بی‌نهایت شده و باید آن را به‌نجار کنیم [10].

در نتیجه، از معادله (21-2) داریم:

$$\text{Rev}_{Q\bar{Q}} = \frac{1}{\pi\alpha'} \int_{U_*}^{\infty} dU \left[\sqrt{W(U)} \sqrt{\frac{V(U)}{V(U_*)}} \left(\frac{V(U)}{V(U_*)} - 1 \right)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (22-2)$$

برای اینکه پتانسیل را بهنجار کنیم دو ریسمان باز را که از مرز شروع شده و تا افق ادامه پیدا

می کنند در نظر می گیریم. در نتیجه مختصات ایستای ریسمان به صورت $X^\mu = (t, cte, 0, 0, U(x))$ است و داریم:

$$X'^\mu \equiv \frac{\partial X^\mu}{\partial x} = (0, 0, 0, 0, U') \quad , \quad \dot{X}^\mu \equiv \frac{\partial X^\mu}{\partial t} = (1, 0, 0, 0, 0) \quad (23-2)$$

از (23-2) داریم که:

$$\dot{X}.X' = 0 \quad , \quad \dot{X}^2 = -G_{00}(U) \quad , \quad X'^2 = U'^2 G_{UU}(U) \quad (24-2)$$

در نتیجه کنش نامبو گوتو به صورت زیر به دست می آید:

$$S_{NG} = -\frac{\tau}{\pi\alpha'} \int_0^{cte} dx \sqrt{W(U)} U' = -\frac{\tau}{\pi\alpha'} \int_0^{\infty} \sqrt{W(U)} dU \quad (25-2)$$

از معادله (22-2) و (25-2) پتانسیل حقیقی به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \text{Rev}_{Q\bar{Q}} = & \frac{1}{\pi\alpha'} \int_{U_*}^{\infty} dU \left[\sqrt{W(U)} \sqrt{\frac{V(U)}{V(U_*)}} \left(\frac{V(U)}{V(U_*)} - 1 \right)^{-\frac{1}{2}} - \sqrt{W_0(U)} \right] \\ & - \frac{1}{\pi\alpha'} \int_0^{U_*} dU \sqrt{W_0(U)} \end{aligned} \quad (26-2)$$

که در اینجا $W_0(U) = \lim_{U \rightarrow \infty} W(U)$ (مرز در بی نهایت است) می باشد.

2-4- محاسبه پتانسیل مختلط کوارک-پادکوارک

در اینجا نشان می دهیم که در دمای متناهی پتانسیل ایستا در جفت شدگی قوی پلاسما یک جمله مختلط پیدا می کند که منجر به نوسانات حول پیکربندی بیشینه ای می شود که متناظر است با ریسمانی که به بارهای بنیادی جایگزیده در مرز هندسه متصل است.

جمله مختلط همچنین در کرومودینامیک کوانتومی¹ اختلالی در مرتبه g^4 هم اتفاق می افتد که منجر به میرایی لاندائو² گلوئون³ تبادلی ساکن توسط چشمه های کوارک سنگین می شود.

حال نوسانات دمایی حول جواب کلاسیکی $U_c(x)$ را در نظر می گیریم. با استفاده از حلقه ویلسون نشان می دهیم که نوسانات نزدیک پایین پیکربندی ریسمان کلاسیکی (U_*) منجر به تولید بخش مختلط می شود. نوسانات طول موج بلند نمای ریسمان $U_c(x) \rightarrow U_c(x) + \delta U(x)$ (با $0 \rightarrow \delta U'$) را در نظر می گیریم که باعث می شود در تقریب ابر-گرانث تابع پارش⁴ ریسمان به صورت زیر بدست آید:

$$Z_{string} \sim \int \mathcal{D}X^\mu e^{iS_{NG}(X)} \sim \int \mathcal{D}\delta U(x) e^{iS_{NG}(U_c + \delta U)} \quad (27-2)$$

زمانی که بخش پایین ریسمان کلاسیکی به اندازه کافی به افق⁵ نزدیک می شود نوسانات جهان سطح $\delta U(x)$ نزدیک $x=0$ علامت ترم زیر رادیکال کنش نامبو-گوتو را تغییر می دهد و این تغییر علامت بخش مختلط را تولید می کند (شکل 2-5).

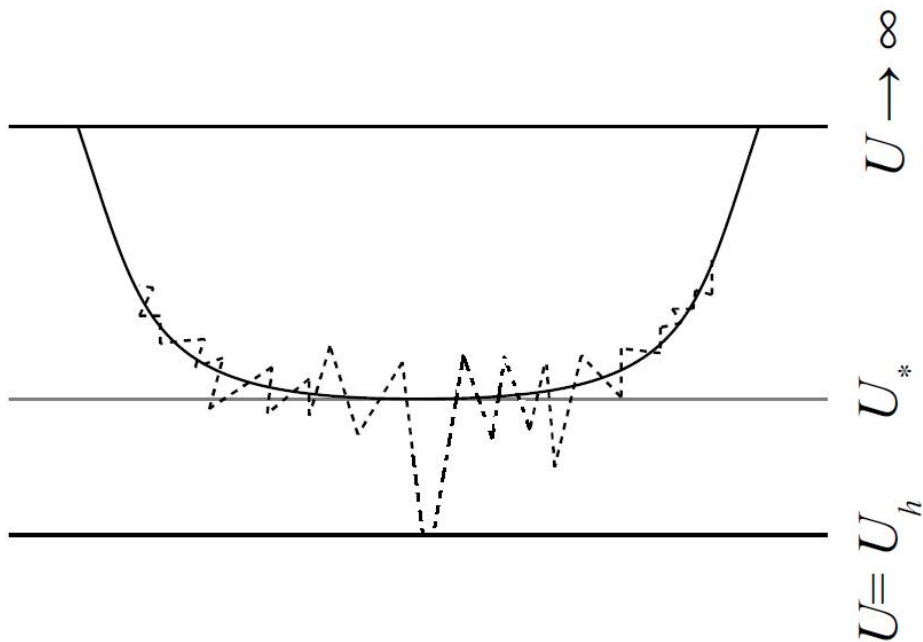
¹Quantum Chromodynamics

²Landau damping

³gluon

⁴Partition function

⁵Horizon



شکل 2-5- تصویر تاثیر نوسانات دمایی (خط نقطه چین) حول پیکربندی ریسمان کلاسیکی (خط کامل) [9].

انتگرال روی $\delta U(x)$ به صورت تقسیم بازه x به $2N$ قسمت طوری که $x_N = L/2$ و $x_{-N} = -L/2$ انجام می شود:

$$Z_{string} \sim \int d(\delta U_{-N}) \cdots d(\delta U_N) e^{-i \frac{\pi \Delta x}{2\pi \alpha'} \sum_j \sqrt{W(U_j) U_j'^2 + V(U_j)}} \quad (28-2)$$

نزدیک $x=0$ داریم که $U_c(x_j)$ را به صورت زیر بسط می دهیم:

$$U_c(x_j) \simeq U_* + x_j U'_c(0) + x_j^2 U''_c(0) / 2 \simeq U_* + x_j^2 U''_c(0) / 2 \quad (29-2)$$

که در $x=0$ مقدار U' صفر است. حال $W(U_j)U_j'^2$ و $V(U_j)$ را نزدیک $x=0$ بسط می

دهیم:

$$W(U_j)U_j'^2 \approx \left(W_* + \delta U W_*' + \frac{\delta U^2}{2} W_*'' \right) 2U_c''(0)x_j^2 / 2$$

$$V(U_j) = V(U_* + U_c''(0)x_j^2 / 2) \approx V(U_*) + \frac{x_j^2}{2} U_c''(0)V'(U_*) \quad (30-2)$$

$$= V_* + \delta U V_*' + \frac{\delta U^2}{2} V_*'' + \frac{x_j^2}{2} U_c''(0) \left[V_*' + \delta U V_*'' + \frac{\delta U^2}{2} V_*''' \right]$$

پس $W(U_j)U_j'^2 + V(U_j) \approx C_1 x_j^2 + C_2$ که ضرایب به صورت زیر تعریف می شود:

$$C_1 = \frac{1}{2} U_c''(0) \left[2U_c''(0) \left(W_* + \delta U W_*' + \frac{\delta U^2}{2} W_*'' \right) + V_*' + \delta U^2 V_*'' + \frac{\delta U^2}{2} V_*''' \right] \\ \approx \frac{1}{2} U_c''(0) (2U_c''(0)W_* + V_*') \geq 0 \quad (31-2)$$

$$C_2 = V_* + \delta U^2 V_*' + \frac{\delta U^2}{2} V_*''$$

قسمت مختلط پتانسیل کوارک پادکوارک از ناحیه δU که در آن $C_2 < 0$ می آید، حال مسیر

انتگرال گیری را از $x = x_j$ به صورت زیر محدود می کنیم:

$$I_j \equiv \int_{\delta U_{j\min}}^{\delta U_{j\max}} d(\delta U_j) \exp \left\{ -i \frac{\tau \Delta x}{2\pi \alpha'} (x_j^2 C_1 + C_2)^{1/2} \right\} \quad (32-2)$$

که $\delta U_{j\min,\max}$ به عنوان صفر های ریشه آرگومان تعریف می شود. در این ناحیه از δU_j ریشه نما با یک ترم مختلط توسعه پیدا می کند.

ضریب $1/\alpha'$ در نما به این مفهوم بوده که بخش مهم از مرتبه $\sqrt{\lambda}$ می باشد. بنابراین، در تقریب ابر-گرانیش $1 \gg \lambda$ و I_j می تواند در تقریب نقطه زینی¹ محاسبه شود. از رابطه (31-2) نقطه زینی به صورت زیر بدست می آید:

$$\frac{\partial C_2}{\partial U} = 0 \quad \rightarrow \quad \delta U = -\frac{V'_*}{V''_*} \quad (33-2)$$

با استفاده از معادلات (2-2) ، (3-2) ، (28-2) و (32-2) داریم:

$$\exp\{-i\tau\nu_{Q\bar{Q}}\} \sim \exp\left\{-\frac{\tau}{2\pi\alpha'}\left[\int_{|x|<x_c} dx\sqrt{-x^2C_1-C_2}\right.\right. \\ \left.\left.+i\int_{|x|>x_c} dx\sqrt{W(U_c)U_c'^2+V(U_c)}\right]\right\} \quad (34-2)$$

که اگر ریشه حقیقی باشد $x_c = \sqrt{-C_2/C_1}$ ، و در غیر این صورت $x_c = 0$. قسمت دوم معادله (34-2) مربوط به پتانسیل حقیقی کوارک پادکوارک می باشد. برای به دست آوردن پتانسیل مختلط از قسمت اول معادله (34-2) داریم:

$$\exp\{-i\tau\nu_{Q\bar{Q}}\} \sim \exp\left\{-\frac{\tau}{2\pi\alpha'}\left[\int_{|x|<x_c} dx\sqrt{-x^2C_1-C_2}\right]\right\} \quad (35-2)$$

¹Saddle Point

در نتیجه از (35-2) داریم:

$$\text{Im } \nu_{Q\bar{Q}} = -\frac{1}{\pi\alpha'} \int_0^{x_c} dx \sqrt{-x^2 C_1 - C_2} = -\frac{\sqrt{-C_2}}{\pi\alpha'} \int_0^{x_c} dx \sqrt{1 + \frac{C_1}{C_2} x^2} \quad (36-2)$$

اگر تغییر متغیری به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$\frac{C_1}{C_2} x^2 = -\sin^2 t \quad (37-2)$$

می توان dx را به صورت زیر نوشت:

$$dx = \left(\frac{-C_2}{C_1} \right)^{1/2} \cos t \, dt \quad (38-2)$$

در نتیجه رابطه (36-2) به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \text{Im } \nu_{Q\bar{Q}} &= -\frac{\sqrt{-C_2}}{\pi\alpha'} \left(\frac{-C_2}{C_1} \right)^{1/2} \int_0^{\pi/2} \cos t \sqrt{1 - \sin^2 t} \, dt \\ &= -\frac{\sqrt{-C_2}}{\pi\alpha'} \left(\frac{-C_2}{C_1} \right)^{1/2} \int_0^{\pi/2} \cos^2 t \, dt = -\frac{\sqrt{-C_2}}{\pi\alpha'} \left(\frac{-C_2}{C_1} \right)^{1/2} \frac{\pi}{4} = \frac{C_2}{4\alpha'(C_1)^{1/2}} \end{aligned} \quad (39-2)$$

اگر از معادله (33-2) مقدار δU را در C_2 قرار دهیم داریم:

$$C_2 = V_* + \frac{V_*'^2}{2V_*''} \quad (40-2)$$

در نتیجه اگر از معادله (31-2) مقدار C_1 و از (40-2) مقدار C_2 را در (39-2) قرار دهیم، با

استفاده از (20-2) می توانیم پتانسیل مختلط را به صورت زیر به دست آوریم:

$$\text{Im } \nu_{Q\bar{Q}} = \frac{-1}{4\alpha'} \left(\frac{-V_* - \frac{V_*'^2}{2V_*''}}{\sqrt{\frac{1}{2} U_c''(0) (2U_c''(0)W_* + V_*')}} \right) = \frac{-1}{2\sqrt{2}\alpha'} \sqrt{W_*} \left(\frac{V_*'}{2V_*''} - \frac{V_*}{V_*'} \right) \quad (41-2)$$

که پتانسیل مختلط به دلیل مقید بودن سیستم مورد نظر باید منفی باشد، می توانیم بگوییم که وجود سیاه چاله برای اینکه پتانسیل مختلط داشته باشیم الزامی است. جمله مختلط پتانسیل زمانی ایجاد می شود که عبارت زیر رادیکال کنش نامبو-گوتو منفی شود، و این بدین معنی می باشد که $V(U)$ یا $W(U)$ و یا هردوی آنها منفی شوند.

اگر سیاه چاله وجود نداشته باشد با توجه به شکل (4-2) $V(U)$ و $W(U)$ به ازای تمامی مقادیر U مثبت می باشند و این یعنی اینکه زیر رادیکال مثبت بوده و در نتیجه $\text{Im } v_{Q\bar{Q}} = 0$ ، اگر سیاه چاله وجود داشته باشد $V(U)$ و $W(U)$ به ازای مقادیر $U > U_h$ مثبت می باشند و باز هم پتانسیل مختلط صفر می باشد. اما اگر $U < U_h$ باشد داریم که $V(U) < 0$ و به این معنی می باشد که نزدیک $x = 0$ نوسانات دمایی مربوط به طول موج بلند ریسمان درون مرز سیاه چاله می افتد و جمله مختلط پتانسیل را ایجاد می کند (شکل 4-2) [8] و [9].

5-2- محاسبه پهنای دمایی کوارک-پادکوارک

پتانسیل مختلط (معادله 41-2) ترازهای انرژی بوهر¹ را که با پتانسیل خلا گونه تعیین می شود به صورت $E_0 \rightarrow E_0 - i\Gamma$ جا بجا می کند. در تقریب مرتبه اول پهنای دمایی به صورت زیر به دست می آید [8]:

$$\Gamma_{Q\bar{Q}} \equiv -\langle \psi | \text{Im } v_{Q\bar{Q}} | \psi \rangle \quad (42-2)$$

¹Boher

که تابع موج حالت پایه غیر اختلالی با پتانسیل کولونی $V(L) = -K / L$ عبارت است از:

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi} a_0^{3/2}} e^{-\frac{L}{a_0}} \quad (43-2)$$

که $a_0 = 2 / (m_Q K)$ شعاع بوهر می باشد (m_Q جرم کوارک است). زمانی که پتانسیل حقیقی تغییر می کند شکل تابع موج هم باید تغییر کند. با وجود اینکه شکل پتانسیل تنها به صورت ترم $1/L$ نمی باشد، اما بیشترین سهم پتانسیل مربوط به همین ترم می باشد و با وجود اینکه شکل تابع موج عوض نمی شود مقدار شعاع بوهر (a_0) تغییر می کند چون K عوض می شود. با استفاده از معادله (42-2) و (43-2) پهنای دمایی به صورت زیر محاسبه می شود [8]:

$$\Gamma_{Q\bar{Q}} = -\frac{4}{a_0^3} \int_0^\infty dL L^2 e^{-2L/a_0} \text{Im} v_{Q\bar{Q}} \quad (44-2)$$

2-6- محاسبه پهنای دمایی در نظریه ابرتقارن یانگ میلز برای مزون ایستا

در این بخش قصد داریم تا محاسبات را در نظریه ی ابرتقارنی یانگ میلز انجام دهیم. جفت شدگی در اینجا جفت شدگی توفت¹ می باشد که آن را با λ نشان می دهیم. λ به شعاع انحنای $\text{AdS}_5 \otimes S_5$ و تنش ریسمان وابسته می باشد و به شکل $\lambda = R^4 / \alpha'^2$ تعریف می شود. اینجا، ما جفت شدگی قوی نظریه $\mathcal{N} = 4$ SYM را به صورت مدل ساده برای آزاد کردن فاز QCD² در دمای بالا انتخاب می کنیم.

متریک در اینجا به صورت زیر می باشد:

$$ds^2 = \frac{-U^2}{R^2} f(U) dt^2 + \frac{U^2}{R^2} d\vec{x}^2 + \frac{R^2}{U^2} \frac{1}{f(U)} dU^2 + R^2 d\Omega_5^2 \quad (45-2)$$

¹Thooft

²Quantum Chromodynamics

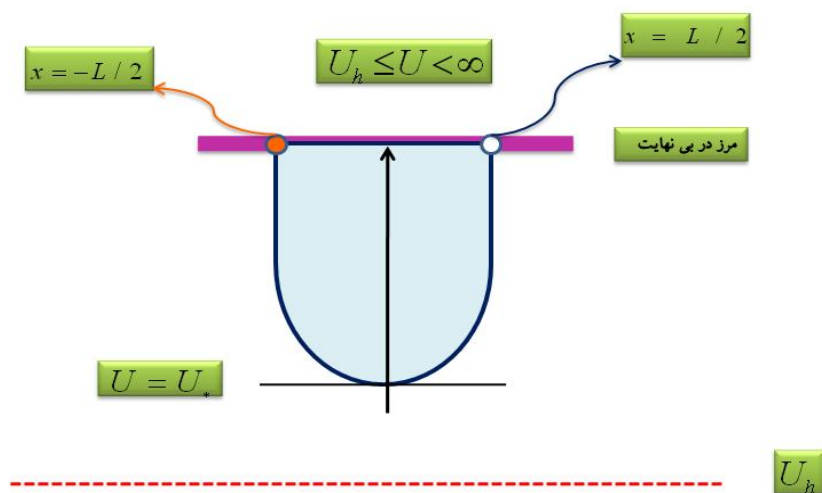
که در اینجا شعاع $AdS_5 \otimes S_5$ ، $d\Omega_5^2$ متناظر با بخش کره 5 بعدی متریک،
 $f(U) \equiv 1 - U_h^4 / U^4$ و مکان سیاه چاله با $U_h = \pi R^2 T$ داده می شود.

شرایط مرزی نظریه پیمانه ای $\mathcal{N} = 4$ SYM با $N_c \rightarrow \infty$ داده می شود. جفت شدگی توفت
 در نظریه پیمانه ای جفت شدگی قوی عبارتست از $\lambda = R^4 / \alpha'^2 \gg 1$. همیشه یک پیکربندی ثابتی
 را برای مختصات ریسمان در کره 5 بعدی (S_5) انتخاب می کنیم، بنابراین تمام محاسبات تنها با

استفاده از بخش AdS_5 انجام می شوند. برای این متریک $W(U) = 1$ و $V(U) = \frac{U^4 - U_h^4}{R^4}$ [8].

2-6-1- طول مزون

پیکربندی که کنش در آن کمینه می شود یک منحنی U شکل خواهد بود که نقاط انتهایی منحنی
 (ریسمان باز) به مرز متصل می شود و یک کمینه U_* در AdS_5 دارد (شکل 2-6).



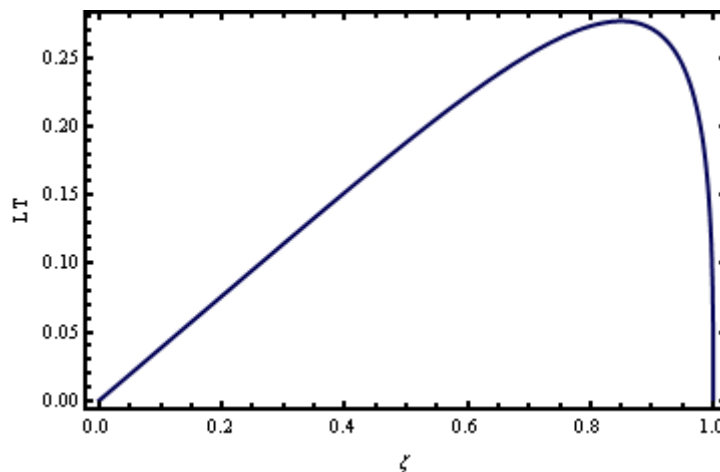
شکل 2-6- تصویر از یک مزون که به صورت یک ریسمان باز در نظر گرفته شده است

که در شکل 6-2 طول ریسمان، U بعد هولوگرام، U_* ته ریسمان و U_h هم مکان سیاه چاله می باشد. اگر مقدار $V(U)$ ، $V(U_*)$ و $W(U)$ را در معادله (16-2) قرار دهیم داریم:

$$\frac{L}{2} = \int_{U_*}^{\infty} dU \left[\frac{(U^4 - U_h^4)(U^4 - U_*^4)}{R^4(U_*^4 - U_h^4)} \right]^{-1/2} \quad (46-2)$$

حل این انتگرال به صورت تحلیلی بسیار مشکل می باشد و در اینجا آن را به صورت عددی حل می کنیم. اگر $R=1$ ، $T=0.3 \text{ GeV}$ و $\zeta = U_h / U_*$ باشد می توانیم نمودار LT بر حسب ζ را رسم کنیم (شکل 6-2).

از لحاظ فیزیکی انتهای ریسمان یعنی نقطه U_* می تواند از مرز که در بی نهایت قرار داد تا $U=0$ برود (کوارک و پادکوارک می توانند تا بی نهایت از هم دور شوند) و این یعنی $0 < \zeta < \infty$ ، اما اگر انتهای ریسمان به مرز سیاه چاله نزدیک شود و بخواهد از آن عبور کند نمی توانیم تصویر آن را در نظر بگیریم به همین علت تنها بازه $0 < \zeta < 1$ را در نظر می گیریم و جایی که انتهای ریسمان به مرز می رسد را $\zeta = 1$ می گیریم.



شکل 7-2- منحنی LT به صورت تابعی از ζ

با توجه به شکل (7-2) اگر $\xi_{\max} \sim 0.85$ و $\xi > \xi_{\max}$ باشد پیکربندی U شکل صحیح نبوده و جوابی برای کنش کلاسیکی نامبو-گوتو نداریم و باید پیکر بندی دیگری را انتخاب کنیم.

2-6-2- پتانسیل حقیقی

پتانسیل بین چشمه های بنیادی ایستا که به وسیله فاصله L در $\mathcal{N}=4$ SYM با جفت شدگی قوی توفت λ مجزا شده است در مراجع [11] و [12] محاسبه شده است و نشان داده شده که با $1/L$ و $\sqrt{\lambda}$ متناسب است و نشان می دهد بارها حتی در خلا اندکی از هم فاصله دارند.

در جفت شدگی قوی تصحیحات پوششی دمایی در مرتبه های یکسانی از λ به صورت پتانسیل خلا، و در مقابل تصحیحات دبای¹ در جفت شدگی ضعیف پلاسمای کوآرک-گلئون ظاهر می شود.

به هر حال، در فواصل $L < 1/T$ این تصحیحات توسط عامل $(LT)^4$ حذف می شوند، که این حذف از رفتار دوگان هندسه حجم نزدیک مرز سیاه غشاء² سرچشمه می گیرد.

زمانی که $LT \ll 1$ سهم مهم پتانسیل از پیکربندی U شکل که در بالا توضیح دادیم می آید و پتانسیل به صورت بسط LT محاسبه می شود. پیش بینی می شود که پیکربندی های دیگر زمانی که $LT > 1$ است مهم باشند. به هر حال، $L < 1/T$ ناحیه مورد علاقه ای برای مقید کردن حالت های کوآرک های بسیار سنگینی که شعاع کوچک دارند می باشد. پتانسیل کوآرک سنگین در خلا $\mathcal{N}=4$ SYM بعد از کاهش سهم خود انرژی از کوآرک های بی نهایت سنگیناز شکل تحلیلی ساده زیر پیروی می کند:

$$v_{Q\bar{Q}}(L) = -\frac{4\pi^2}{\Gamma(1/4)^4} \frac{\sqrt{\lambda}}{L} \quad (47-2)$$

¹Debye

²Black brane

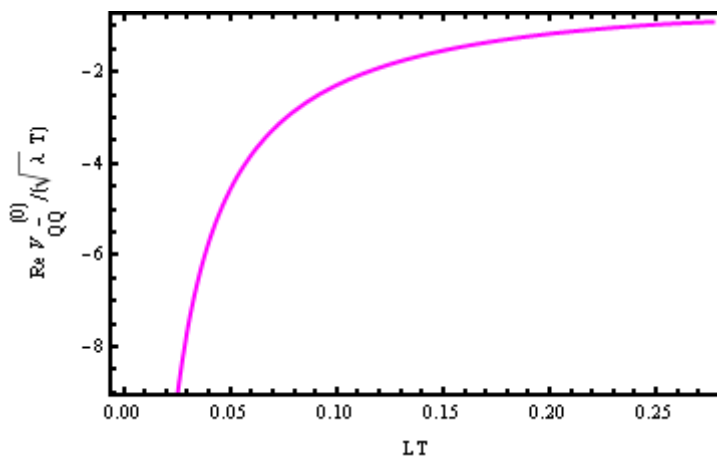
در مقایسه با پتانسیل کولونی $SU(N_c)$ استاندارد با عدد رنگ بزرگ که با جفت شدگی ضعیف متناظر است، داریم [8]:

$$v_{Coul}(L) = -\frac{1}{8\pi} \frac{g^2 N_c}{L} \quad (48-2)$$

برای محاسبه پتانسیل حقیقی زمانی که $T \neq 0$ باشد با استفاده از معادله (26-2) داریم:

$$\text{Re } v_{Q\bar{Q}}^{(0)} = \frac{1}{\pi\alpha'} \left[\int_{U_*}^{\infty} dU \left(\left(\frac{U^4 - U_*^4}{U^4 - U_h^4} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right) - U_* \right] \quad (49-2)$$

با استفاده از حل عددی می توانیم منحنی پتانسیل حقیقی را بر حسب فاصله کوآرک - پادکوآرک رسم کنیم. به ازای $\lambda = 9$ ، $R = 1$ ، $T = 0.3 \text{ GeV}$ و با استفاده از معادله (46-2) و (49-2) و برای بازه $0 < \zeta < 0.85$ داریم:



شکل 2-8- منحنی پتانسیل حقیق بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک

برای بازه $0 < \zeta < \zeta_{\max}$

2-6-3- پتانسیل مختلط

برای محاسبه پتانسیل مختلط اگر مشتق مرتبه اول و دوم $V(U_*)$ را حساب کنیم و در معادله (2-2) قرار دهیم:

$$\begin{aligned} \text{Im} v_{QQ}^{(0)} &= \frac{-1}{2\sqrt{2}\alpha'} \left(\frac{\frac{4U_*^3}{R^4} - \frac{U_*^4 - U_h^4}{R^4}}{\frac{24U_*^2}{R^4} - \frac{4U_*^3}{R^4}} \right) = \frac{-1}{2\sqrt{2}\alpha'} \left(\frac{U_*}{6} - \frac{U_*^4 - U_h^4}{4U_*^3} \right) \\ &= \frac{-1}{24\sqrt{2}\alpha'} \left(\frac{3U_h^4 - U_*^4}{U_*^3} \right) = \frac{-\pi R^2 T}{24\sqrt{2}\alpha'} \left(\frac{3U_h^4 - U_*^4}{U_*^3} \right) = \frac{-\pi\sqrt{\lambda}T}{24\sqrt{2}} \left(\frac{3\zeta^4 U_*^4 - U_*^4}{\zeta U_*^4} \right) \end{aligned} \quad (50-2)$$

با استفاده از $\sqrt{\lambda} = R^2 / \alpha'$ پتانسیل مختلط به صورت زیر به دست می آید:

$$\text{Im} v_{QQ}^{(0)} = -\frac{\pi}{24\sqrt{2}} \sqrt{\lambda} T \left(\frac{3\zeta^4 - 1}{\zeta} \right) \quad (51-2)$$

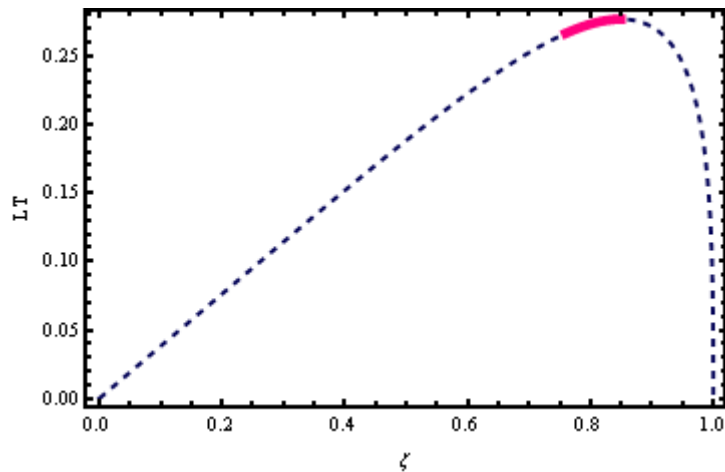
پتانسیل مختلط باید منفی باشد. بنابراین، اگر معادله (51-2) را بر حسب ζ حل کنیم می

توانیم یک مقدار کمینه برای ζ به دست می آید که در اینجا $\zeta_{\min} \sim 0.76$ است. پس برای

$\zeta < 0.76$ پتانسیل مختلط صفر است.

با توجه به شکل (2-7) دیدیم که به ازای $\zeta > 0.85$ باید پیکر بندی دیگری را در نظر بگیریم و

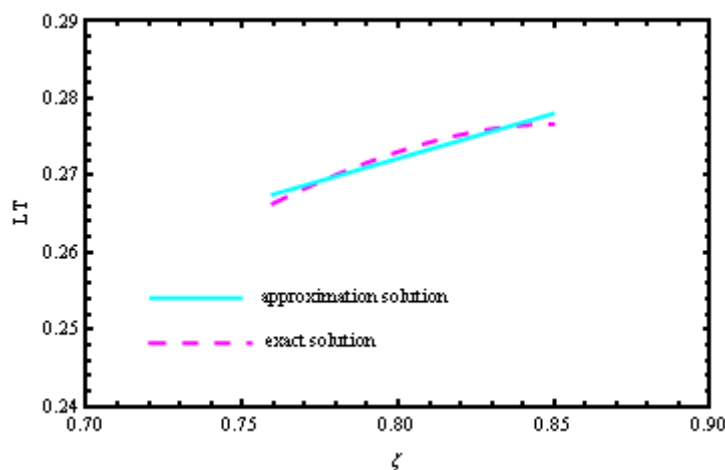
در نتیجه می توانیم بگوییم که پتانسیل مختلط در بازه $0.85 < \zeta < 0.76$ اتفاق می افتد (شکل 2-9).



شکل 9-2- منحنی LT به صورت تابعی از ζ (خط نقطه چین) و برای بازه $0.76 < \zeta < 0.85$ (خط کامل).

از لحاظ فیزیکی کوارک و پاد کوارک می توانند بی نهایت از هم دور شوند در نتیجه مقدار ζ می تواند تا بی نهایت برود و مشکل اینجاست که محاسبات تنها تا مقدار $0.85 \sim \zeta$ برقرار است. برای رهایی از این مشکل از روش تقریب خطی استفاده می کنیم.

چون که پتانسیل مختلط در بازه $0.76 < \zeta < \infty$ (بی نهایت در اینجا به طور مثال می تواند دو برابر $\zeta_{\max}$ باشد) همیشه منفی می باشد و هیچ ناپیوستگی ندارد می توانیم منحنی LT بر حسب ζ را در بازه $0.76 < \zeta < 0.85$ با یک خط تقریب بزنیم (شکل 10-2).

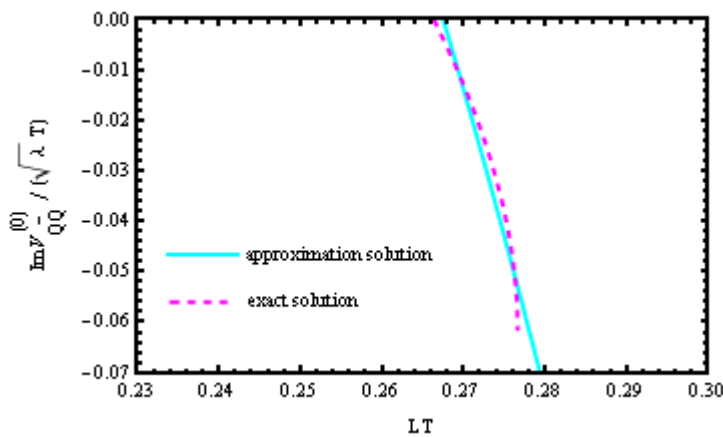


شکل 10-2- منحنی LT بر حسب ζ (در بازه $0.76 < \zeta < 0.85$) برای حل تقریبی و دقیق.

اگر از روش تقریب خطی استفاده کنیم رابطه بین T, L و ζ به شکل ساده زیر است:

$$LT \approx 0.18 + 0.12\zeta \quad (52-2)$$

بنابراین منحنی پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک را برای حل دقیق و حل تقریبی رسم کنیم (شکل 2-11). اگر از معادله (2-46) و (2-51) برای حل دقیق و از معادله (2-51) و (2-52) برای حل تقریبی استفاده کنیم منحنی پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک به صورت زیر می باشد.

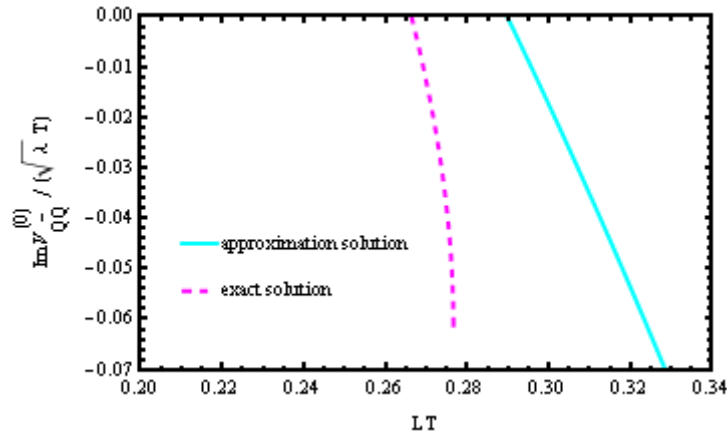


شکل 2-11- منحنی پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک برای حل تقریبی و دقیق.

در مقاله [8] و [9] تقریب خطی برای LT های کوچک در نظر گرفته شده است که با استفاده از معادله (2-46) برای $0 \sim \zeta$ داریم:

$$LT \approx 0.38\zeta \quad (53-2)$$

این تقریب در ناحیه ای اتفاق می افتد که پتانسیل مختلط در آنجا صفر است و استفاده از تقریب خطی در این ناحیه اشتباه است (شکل 2-12).



شکل 2-12- منحنی پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک
برای حل تقریبی و دقیق، اشتباه مقاله [8] و [9].

2-6-4- پهنای دمایی

برای اینکه پهنای دمایی را محاسبه کنیم باید از معادله (2-46) رابطه بین L و T را پیدا کنیم. از معادله (2-44) داریم که انتگرال روی L (فاصله کوآرک-پادکوآرک) گرفته می شود. اگر بخواهیم پهنای دمایی را به صورت دقیق محاسبه کنیم با توجه به اینکه پتانسیل مختلط تنها در بازه $\zeta_{\min} < \zeta < \zeta_{\max}$ وجود دارد (یا به طور مشابه در بازه $L_{\min} < L < L_{\max}$) داریم:

$$\Gamma_{Q\bar{Q}} = -\frac{4}{a_0^3} \int_{L_{\min}}^{L_{\max}} dL L^2 e^{-2L/a_0} \text{Im} v_{Q\bar{Q}}^{(0)} \quad (54-2)$$

با توجه به معادله (2-51) پتانسیل مختلط تابعی از ζ است، بنابراین، در معادله (2-55) تغییر متغیری به صورت $L \rightarrow \zeta$ می دهیم و در نتیجه معادله (2-54) به صورت زیر به دست می آید:

$$\Gamma_{Q\bar{Q}} = -\frac{4}{a_0^3} \int_{\zeta_{\min}}^{\zeta_{\max}} dL(\zeta) \text{Im} v_{Q\bar{Q}}^{(0)} L^2(\zeta) e^{\frac{-2L(\zeta)}{a_0}} \quad (55-2)$$

از معادله (2-46) با استفاده از روش های عددی می توانیم L را به صورت تابعی از ζ پیدا کنیم. همچنین از معادله (2-49) با استفاده از روش عددی مقدار شعاع بوهر $a_0 \approx 6.20828 \times 10^{-10} \text{ev}$ به دست می آید.

در اینجا با استفاده از معادله (2-51) و (2-55) مقدار پهنای دمایی برای ذره اپسیلون به ازای $\lambda = 9$ ، $R = 1$ ، $T = 0.3 \text{ GeV}$ ، $m_Q = 4.7 \text{ GeV}$ ، $\zeta_{\min} \sim 0.76$ ، $\zeta_{\max} \sim 0.85$ به صورت عددی $\Gamma_\gamma \approx 0.487 \text{ MeV}$ به دست می آید.

اگر بخواهیم از روش تقریب خطی استفاده کنیم تا پهنای دمایی را محاسبه کنیم با استفاده از معادله (2-51) و (2-52) و (2-55) و با توجه به مقادیر گفته شده در بالا مقدار پهنای دمایی اپسیلون¹ به صورت عددی $\Gamma_\gamma \approx 2148 \text{ MeV}$ به دست می آید.

7-2- بررسی تصحیحات $\mathcal{R}^4$

یکی از تصحیحات مهم در نظر گرفتن تصحیحات بر ثابت جفتیدگی یعنی λ است که مطابق با AdS/CFT منظور در نظر گرفتن جملات مشتق بالاتر گرانش است.

در این بخش و بخش بعد تصحیحات $\mathcal{R}^4$ و $\mathcal{R}^2$ را برای مزون سنگین ایستا در نظر می گیریم و پهنای دمایی را برای این تصحیحات مطالعه می کنیم. متریک در اینجا به صورت زیر تعریف می شود [13]:

¹Upsilon

$$ds^2 = -\frac{U^2}{R^2}(1-Z^{-4})T(Z)dt^2 + \frac{U^2}{R^2}X(Z)d\vec{x}^2 + \frac{R^2}{U^2(1-Z^{-4})}U(Z)dU^2 \quad (56-2)$$

که:

$$\begin{aligned} T(Z) &= 1 - b \left(75Z^{-4} + \frac{1225}{16}Z^{-8} - \frac{695}{16}Z^{-12} \right) + \dots, \\ X(Z) &= 1 - \frac{25b}{16}Z^{-8}(1+Z^{-4}) + \dots, \\ U(Z) &= 1 + b \left(75Z^{-4} + \frac{1175}{16}Z^{-8} - \frac{4585}{16}Z^{-12} \right) + \dots, \end{aligned} \quad (57-2)$$

و $Z = U / U_h$ ، $b \simeq 0.38\lambda^{-3/2}$ ، $U_h = \pi R^2 T(1-b)$ ؛ معادله (56-2) داریم که

$$G_{00}(U) = \frac{U^2}{R^2}(1-Z^{-4})T(Z) ، G_{xx}(U) = \frac{U^2}{R^2}X(Z) و G_{UU}(U) = \frac{R^2}{U^2(1-Z^{-4})}U(Z) در نتیجه$$

داریم:

$$V_\lambda = \left(\frac{U^4}{R^4} - \frac{U_h^4}{R^4} \right) \left(1 - \frac{25bU_h^8 \left(1 + \frac{U_h^4}{U^4} \right)}{16U^8} \right) \left(1 - b \left(\frac{75U_h^4}{U^4} + \frac{1225U_h^8}{16U^8} - \frac{695U_h^{12}}{16U^{12}} \right) \right) \quad (58-2)$$

$$W_\lambda = \left(1 + b \left(\frac{75U_h^4}{U^4} + \frac{1175U_h^8}{16U^8} - \frac{4585U_h^{12}}{16U^{12}} \right) \right) \left(1 - b \left(\frac{75U_h^4}{U^4} + \frac{1225U_h^8}{16U^8} - \frac{695U_h^{12}}{16U^{12}} \right) \right) \quad (59-2)$$

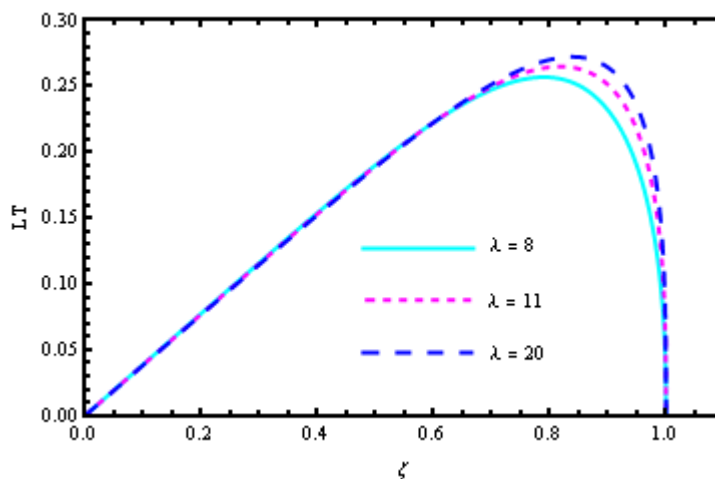
2-7-1- طول مزون

از معادله (2-16) فاصله کوارک-پادکوارک به صورت زیر به دست می آید:

$$\frac{L}{2} = \int_{U_*}^{\infty} dU \sqrt{W_{\lambda}(U)} \left\{ V_{\lambda}(U) \left[\frac{V_{\lambda}(U)}{V_{\lambda}(U_*)} - 1 \right] \right\}^{-1/2} \quad (60-2)$$

حل این انتگرال به صورت تحلیلی بسیار مشکل است و باید آن را به صورت عددی حل کنیم.

اگر از معادله (2-58) و (2-59) مقدار $V_{\lambda}(U)$ ، $V_{\lambda}(U_*)$ و $W_{\lambda}(U)$ را به ازای $R=1$ ، $T=0.3 \text{ GeV}$ و $\zeta = U_h / U_*$ در معادله (2-60) قرار دهیم می توانیم نمودار LT بر حسب ζ را به ازای λ های مختلف رسم کنیم (شکل 2-13).



شکل 2-13- منحنی LT به صورت تابعی از ζ برای λ های مختلف

در شکل (2-13) واضح است که با زیاد شدن ثابت جفت شدگی مقدار ماکزیمم فاصله کوارک-پادکوارک زیاد می شود.

با توجه به شکل (2-13) اگر $\zeta > \zeta_{\max}$ باشد پیکربندی U شکل صحیح نبوده و جوابی برای کنش کلاسیکی نامبو گوتو نداریم و باید پیکر بندی دیگری را انتخاب کنیم. از روی نمودار بالا این

نکته را می فهمیم که با زیاد شدن ζ (نزدیک شدن انتهای ریسمان به مرز) فاصله کوارک پادکوارک زیاد شده و در یک $\zeta_{\max}$ این فاصله شروع به کم شدن می کند که این به معنی افتادن نوسانات درون سیاه چاله بوده که دیگر مفید نمی باشد. در نتیجه تنها بازه $0 < \zeta < \zeta_{\max}$ را در نظر می گیریم.

2-7-2- پتانسیل حقیقی

پتانسیل حقیقی از معادله (26-2) به صورت زیر به دست می آید:

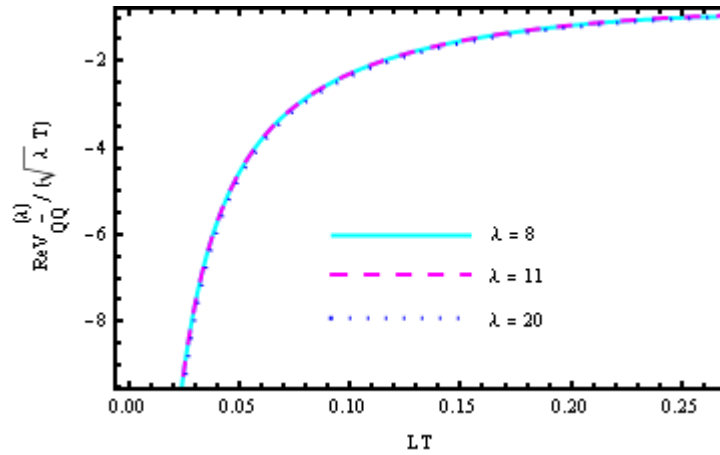
$$\text{Rev}_{Q\bar{Q}}^{(\lambda)} = \frac{1}{\pi\alpha'} \left(\int_{U_*}^{\infty} dU \left[\sqrt{W_{\lambda}(U)} \left(1 - \frac{V_{\lambda}(U_*)}{V_{\lambda}(U)} \right)^{\frac{1}{2}} - \sqrt{W_0(U)} \right] - \int_0^{U_*} dU \sqrt{W_0(U)} \right) \quad (61-2)$$

که در اینجا $W_0(U) = \lim_{U \rightarrow \infty} W_{\lambda}(U)$ است.

با استفاده از حل عددی می توانیم منحنی پتانسیل حقیقی را بر حسب فاصله کوارک -

پادکوارک را برای λ های مختلف رسم کنیم. به ازای $\lambda = 9$ ، $R = 1$ ، $T = 0.3 \text{ GeV}$ و با استفاده از

معادله (46-2) و (61-2) و برای بازه $0 < \zeta < \zeta_{\max}$ داریم:



شکل 14-2- منحنی پتانسیل حقیق بر حسب فاصله کوارک-پادکوارک

برای بازه $0 < \zeta < \zeta_{\max}$ برای λ های مختلف.

از شکل (14-2) این نکته را می فهمیم که هر چه ثابت جفت شدگی توفت بیشتر شود پتانسیل حقیقی بزرگتر می شود یا به عبارت دیگر پتانسیل حقیقی برای فاصله های بزرگ تر کوارک-پادکوارک برقرار است.

2-7-3- پتانسیل مختلط

برای محاسبه پتانسیل مختلط از معادله (2-41) داریم:

$$\text{Im } v_{Q\bar{Q}}^{(\lambda)} = \frac{-1}{2\sqrt{2\alpha'}} \sqrt{W_{\lambda}(U_*)} \left(\frac{V'_{\lambda}(U_*)}{2V''_{\lambda}(U_*)} - \frac{V_{\lambda}(U_*)}{V'_{\lambda}(U_*)} \right) \quad (62-2)$$

با استفاده از معادلات (58-2) و (59-2) می توانیم $V_\lambda(U_*)$ و $W_\lambda(U_*)$ و مشتقات مرتبه اول و دوم آن را محاسبه کرده و در معادله (62-2) قرار دهیم در اینصورت پتانسیل مختلط برای $b \ll 1$ به صورت زیر به دست می آید:

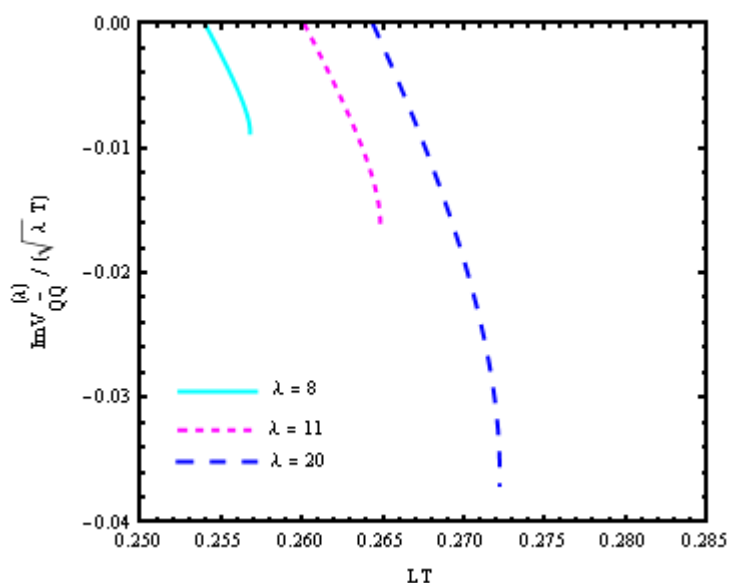
$$\text{Im } v_{Q\bar{Q}}^{(\lambda)} = \text{Im } v_{Q\bar{Q}}^{(0)} + \frac{b\pi T \sqrt{\lambda}}{1152 \sqrt{2} \zeta R^2} s + O[b]^2 \quad (63-2)$$

که در اینجا $s \equiv -48 - 10656\zeta^4 - 1775\zeta^8 + 138840\zeta^{12} - 105495\zeta^{16} + 18090\zeta^{20}$ در ادامه برای انجام محاسبات از معادله کامل (63-2) استفاده می کنیم.

چون که سیستم در اینجا یک سیستم مقید می باشد پس $\text{Im } v_{Q\bar{Q}}^{(\lambda)}$ باید منفی باشد. به ازای λ های مختلف می توانیم معادله (62-2) را بر حسب ζ حل کنیم تا بفهمیم پتانسیل مختلط در کجا منفی می باشد و یک $\zeta_{\min}$ پیدا کنیم. پس در کل می توانیم با استفاده از معادله (46-2) و (62-2) پتانسیل مختلط را بر حسب فاصله کوارک-پادکوارک و برای λ های مختلف در بازه $\zeta_{\min} < \zeta < \zeta_{\max}$ رسم کنیم (شکل 2-15).

از لحاظ فیزیکی کوارک و پاد کوارک می توانند بی نهایت از هم دور شوند و این یعنی مقدار ζ می تواند تا بی نهایت برود و مشکل اینجاست که محاسبات تنها تا مقدار $\zeta_{\max} \sim \zeta_{\text{برقرار}}$ است. برای رهایی از این مشکل از روش تقریب خطی استفاده می کنیم.

اما در اینجا پتانسیل مختلط در بازه $\zeta_{\min} < \zeta < \infty$ همیشه منفی نمی باشد و در نتیجه تقریب خطی صحیح نبوده و نمی توانیم از تقریب خطی استفاده کنیم.



شکل 2-15- منحنی پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوارک-پادکوارک برای λ های مختلف.

2-7-4- پهنای دمایی

زمانی که تصحیحات گرانشی $\mathcal{R}^4$ را نداشتیم برای محاسبه پهنای دمایی یک رابطه بین L و T پیدا کردیم و با قرار دادن این رابطه در پتانسیل مختلط توانستیم انتگرال پهنای دمایی را بر روی L (فاصله کوارک-پادکوارک) بگیریم و مقدار پهنای دمایی را به دست آوریم. اگر تصحیحات گرانشی $\mathcal{R}^4$ را وارد کنیم به ازای هر λ باید محاسبات خود را تکرار کنیم و هر مرتبه معادله (2-63) را حل کنیم تا $\zeta_{\min}$ را پیدا کنیم.

برای اینکه پهنای دمایی را محاسبه کنیم باید از معادله (2-60) رابطه بین L و T را پیدا کنیم. از معادله (2-44) داریم که انتگرال روی L (فاصله کوارک-پادکوارک) گرفته می شود. اگر بخواهیم پهنای دمایی را به صورت دقیق محاسبه کنیم با توجه به اینکه پتانسیل مختلط تنها در بازه

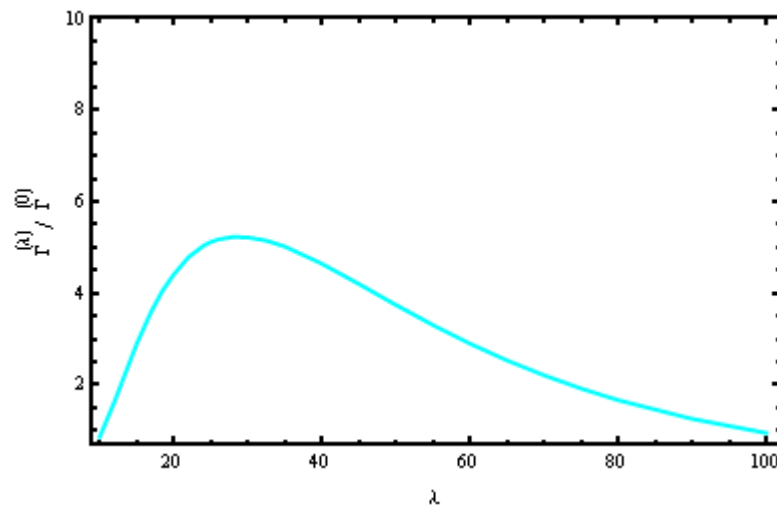
$$\zeta_{\min} < \zeta < \zeta_{\max} \text{ وجود دارد (یا به طور مشابه در بازه } L_{\min} < L < L_{\max} \text{) داریم:}$$

$$\Gamma_{Q\bar{Q}} = -\frac{4}{a_0^3} \int_{L_{\min}}^{L_{\max}} dL L^2 e^{-2L/a_0} \text{Im} v_{Q\bar{Q}}^{(\lambda)} \quad (64-2)$$

با توجه به معادله (60-2) پتانسیل مختلط تابعی از ζ است. بنابراین، در معادله (64-2) تغییر متغیری به صورت $L \rightarrow \zeta$ می دهیم و داریم:

$$\Gamma_{Q\bar{Q}} = -\frac{4}{a_0^3} \int_{\zeta_{\min}}^{\zeta_{\max}} dL(\zeta) \text{Im} v_{Q\bar{Q}}^{(\lambda)} L^2(\zeta) e^{\frac{-2L(\zeta)}{a_0}} \quad (65-2)$$

در اینجا با استفاده از معادله (60-2) و (63-2) و (65-2) منحنی تغییرات پهنای دمایی بر حسب λ را برای ذره اپسیلون به ازای $m_Q = 4.7 \text{ GeV}$, $T = 0.3 \text{ GeV}$, $R = 1$ رسم می کنیم (شکل 16-2). که در اینجا پهنای دمایی نسبت به پهنای دمایی یانگ-میلز برای $\lambda = 100$ ($\Gamma^{(0)} \approx 0.066 \text{ MeV}$) نرمال شده است.



شکل 16-2- منحنی تغییرات پهنای دمایی $\mathcal{R}^4$ نسبت به پهنای دمایی یانگ-میلز بر حسب λ .

نتیجه جالبی که در اینجا اتفاق می افتد این است که برای نسبت پهنای دمایی یک ماکزیمم داریم و این بدین معنی می باشد که در حضور تصحیحات جفت شدگی قوی $\mathcal{R}^4$ مقدار پهنای دمایی زیاد می شود و در کل داریم که این تصحیحات پهنای دمایی را افزایش می دهد.

8-2- بررسی تصحیحات $\mathcal{R}^2$

تاثیرات مربوط به تصحیحات مربعی انحنای می تواند به وسیله کنش عمومی زیر بیان شود [14]:

$$S = \frac{1}{16\pi G_5} \int d^5x \sqrt{-G} \left[\mathcal{R} + \frac{12}{R^2} + R^2 \left(c_1 \mathcal{R}^2 + c_2 \mathcal{R}_{\mu\nu} \mathcal{R}^{\mu\nu} + c_3 \mathcal{R}_{\mu\nu\lambda\rho} \mathcal{R}^{\mu\nu\lambda\rho} \right) \right] \quad (66-2)$$

که $G_5 = \pi R^3 / (2N_c^2)$ و شعاع AdS_5 از مرتبه c_i می باشد. انتظار می رود که ضرایب c_i از مرتبه $\mathcal{O}(\alpha')$ هستند که به معنی $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} c_i = 0$ است. به هر حال در این مرتبه تنها c_3 واضح می باشد چون که ضرایب c_1 و c_2 می توانند با یک بازتعریف ساده متریک تغییر کنند. برای 4 CFTs بعدی با دوگان گرانشی AdS_5 در حد $\lambda \gg 1$ و $N_c \rightarrow \infty$ داریم که $c_3 = (c - a) / (8c) + \mathcal{O}(1/N_c^2)$ که c و a بارهای مرکزی در CFT می باشند. برای $\mathcal{N} = 4SU(N_c)$ SYM دقیقاً $c = a$.

گرانش گائوس-بونت¹ یک حالت ویژه از کنش معادله (66-2) می باشد که $c_2 = -4c_1$ و $c_1 = c_3 = \lambda_{GB} / 2$ ، بنابراین کنش با رابطه زیر داده می شود:

$$S_{GB} = \frac{1}{16\pi G_5} \int d^5x \sqrt{-G} \left[\mathcal{R} + \frac{12}{R^2} + \frac{\lambda_{GB}}{2} R^2 \left(\mathcal{R}^2 - 4\mathcal{R}_{\mu\nu} \mathcal{R}^{\mu\nu} + \mathcal{R}_{\mu\nu\lambda\rho} \mathcal{R}^{\mu\nu\lambda\rho} \right) \right] \quad (67-2)$$

¹Gauss-Bonnet

برای این ترکیب خاص ضرایب از نوسانات متریک حول یک زمینه مشخص بخش های چهار گانه انرژی جنبشی به صورت گرانش انیشتین¹ دارد. ویژگی جالب گرانش گaus-بونت این می باشد که حل دقیق سیاه-غشاء برای $\lambda_{GB} \in (-7/36, 1/4)$ به صورت زیر بوده [15]:

$$ds^2 = -a^2 f_{GB}(U) dt^2 + \frac{U^2}{R^2} d\vec{x}^2 + \frac{dU^2}{f_{GB}(U)} \quad (68-2)$$

$$\text{که در آن } a^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4\lambda_{GB}} \right) \text{ و}$$

$$f_{GB}(U) = \frac{U^2}{R^2} \frac{1}{2\lambda_{GB}} \left[1 - \sqrt{1 - 4\lambda_{GB} \left(1 - \frac{U_h^4}{U^4} \right)} \right] \quad (69-2)$$

که $U_h = \pi R^2 T / a$ و برای برقراری علیت در اینجا $\lambda_{GB} \leq 9/100$ از معادله (68-2) داریم

$$G_{UU}(U) = \frac{1}{f_{GB}(U)} \text{ و } G_{xx}(U) = \frac{U^2}{R^2}, G_{00}(U) = a^2 f_{GB}(U)$$

که در اینجا :

$$V_{\lambda_{GB}}(U) = \frac{f_{GB}(U)U^2}{R^2} = \frac{U^4}{R^4} \frac{1}{2\lambda_{GB}} \left(1 - \sqrt{1 - 4\lambda_{GB} \left(1 - \frac{U_h^4}{U^4} \right)} \right) \quad (70-2)$$

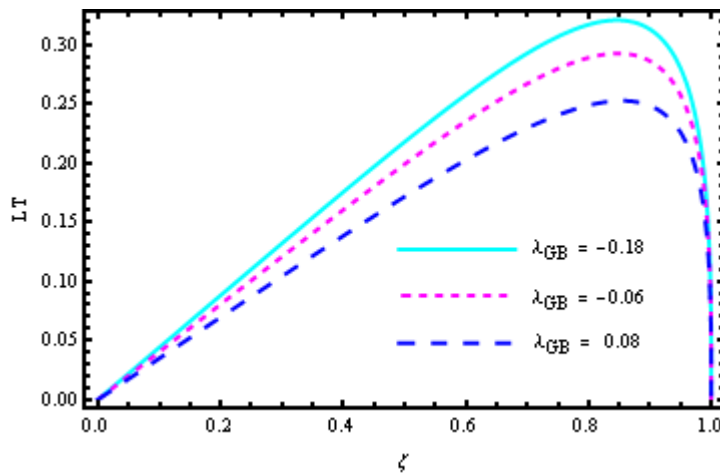
2-8-1- طول مزون

از معادله (16-2) فاصله کوارک-پادکوارک به صورت زیر به دست می آید:

¹Enishtan

$$\frac{L}{2} = \int_{U_*}^{\infty} dU \left\{ V_{\lambda_{GB}}(U) \left[\frac{V_{\lambda_{GB}}(U)}{V_{\lambda_{GB}}(U_*)} - 1 \right] \right\}^{-1/2} \quad (71-2)$$

حل این انتگرال به صورت تحلیلی بسیار مشکل است و باید آن را به صورت عددی حل کنیم. اگر از معادله (70-2) مقدار $V_{\lambda_{GB}}(U)$ و $V_{\lambda_{GB}}(U_*)$ را به ازای $T = 0.3 \text{ GeV}$ ، $R = 1$ و $\zeta = U_h / U_*$ در معادله (71-2) قرار دهیم می توانیم نمودار LT بر حسب ζ را به ازای λ_{GB} های مختلف رسم کنیم (شکل 2-17).



شکل 2-17- منحنی LT به صورت تابعی از ζ برای λ_{GB} های مختلف

با توجه به شکل (2-17) اگر مقدار ثابت جفت شدگی زیاد شود واضح است که طول ماکزیمم کم می شود و این کاملاً بر عکس تصحیحات جفت شدگی $\mathcal{R}^4$ می باشد.

2-8-2- پتانسیل حقیقی

پتانسیل حقیقی از معادله (2-26) به صورت زیر به دست می آید:

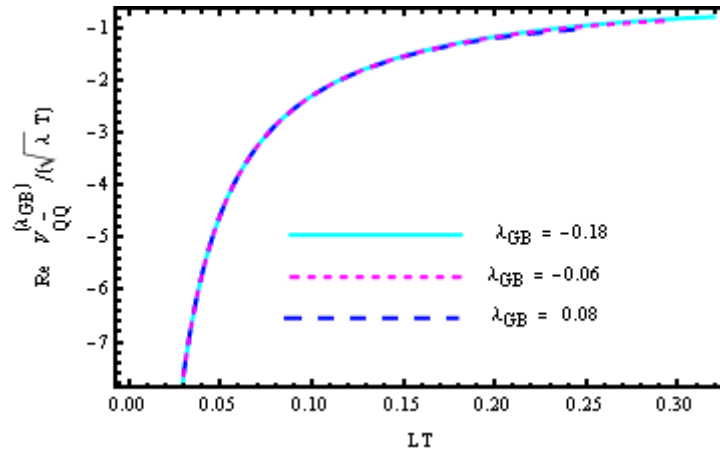
$$\text{Rev}_{Q\bar{Q}}^{(\lambda_{GB})} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\pi a R^2} \left[\int_{U_*}^{\infty} dU \left[\left(1 - \frac{V_{\lambda_{GB}}(U_*)}{V_{\lambda_{GB}}(U)} \right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right] - \int_0^{U_*} dU \right] \quad (72-2)$$

که در اینجا $\alpha' = \frac{a^2 R^2}{\sqrt{\lambda}}$ است. با استفاده از حل عددی می توانیم منحنی پتانسیل حقیقی را بر

حسب فاصله کوآرک-پاد کوآرک را برای λ_{GB} های مختلف رسم کنیم (شکل 2-18).

به ازای $\lambda = 9$ ، $R = 1$ ، $T = 0.3 \text{ GeV}$ و با استفاده از معادله (2-46) و (2-72) و برای بازه

$0 < \zeta < \zeta_{\max}$ داریم:



شکل 2-18- منحنی پتانسیل حقیق بر حسب فاصله کوآرک-پاد کوآرک

برای بازه $0 < \zeta < \zeta_{\max}$ برای λ_{GB} های مختلف.

از شکل (2-18) واضح است که با زیاد شدن ثابت جفت شدگی گائوس-بونت پتانسیل حقیقی

کوچکتر می شود یا به عبارت دیگر پتانسیل حقیقی برای فاصله های کوتاه تر کوآرک-پاد کوآرک برقرار است.

2-8-3- پتانسیل مختلط

برای محاسبه پتانسیل مختلط از معادله (2-41) داریم:

$$\text{Im } v_{Q\bar{Q}}^{(\lambda_{GB})} = \frac{-a}{\sqrt{8}\alpha'} \left(\frac{V'_{\lambda_{GB}}(U_*)}{2V''_{\lambda_{GB}}(U_*)} - \frac{V_{\lambda_{GB}}(U_*)}{V'_{\lambda_{GB}}(U_*)} \right) = \frac{-\sqrt{\lambda}}{\sqrt{8}R^2a} \left(\frac{V'_{\lambda_{GB}}(U_*)}{2V''_{\lambda_{GB}}(U_*)} - \frac{V_{\lambda_{GB}}(U_*)}{V'_{\lambda_{GB}}(U_*)} \right) \quad (73-2)$$

با استفاده از معادلات (70-2) می توانیم $V_{\lambda_{GB}}(U_*)$ و مشتقات مرتبه اول و دوم آن را به صورت زیر محاسبه کنیم:

$$\begin{aligned} V_{\lambda_{GB}}(U_*) &= \frac{U_*^4}{R^4} \frac{1}{2\lambda_{GB}} \left(1 - \sqrt{1 - 4\lambda_{GB} \left(1 - \frac{U_h^4}{U_*^4} \right)} \right) \\ V'_{\lambda_{GB}}(U_*) &= \frac{2U_h^3}{R^4 \zeta^3 \lambda_{GB}} \left[\frac{-1 - 2(-2 + \zeta^4)\lambda_{GB} + \sqrt{1 + 4(-1 + \zeta^4)\lambda_{GB}}}{\sqrt{1 + 4(-1 + \zeta^4)\lambda_{GB}}} \right] \\ V''_{\lambda_{GB}}(U_*) &= \frac{2U_h^2}{R^4 \zeta^2} \left[\frac{16\zeta^8 \lambda_{GB}}{(1 + 4(-1 + \zeta^4)\lambda_{GB})^{3/2}} + \frac{6\zeta^4}{\sqrt{1 + 4(-1 + \zeta^4)\lambda_{GB}}} + \right. \\ &\quad \left. \frac{3 - 3\sqrt{1 + 4(-1 + \zeta^4)\lambda_{GB}}}{\lambda_{GB}} \right] \end{aligned} \quad (74-2)$$

از معادله (73-2) و (74-2) پتانسیل مختلط به صورت زیر به دست می آید:

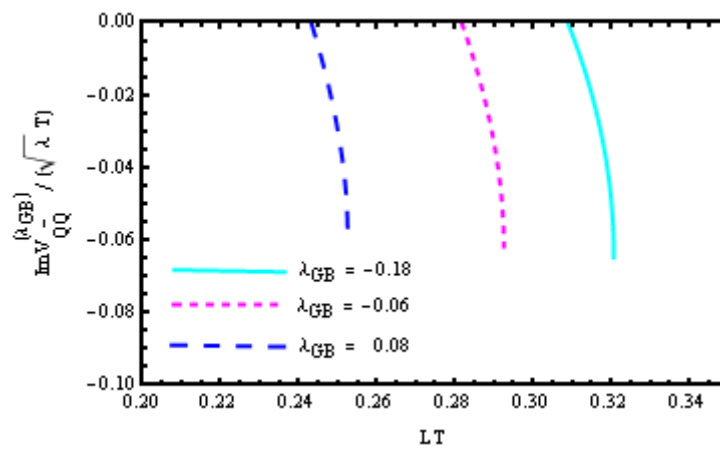
$$\text{Im } v_{Q\bar{Q}}^{(\lambda_{GB})} = -\frac{\sqrt{\lambda}T\pi h}{8\sqrt{2}a^6\zeta} \left[\frac{a^4}{\frac{2\zeta^4\lambda_{GB}}{h-1} - h} + \frac{2h\zeta^4\lambda_{GB} + h^2(1-h)}{8\zeta^8\lambda_{GB}^2 + 3h^2\zeta^4\lambda_{GB} + 1.5h^3(1-h)} \right] \quad (75-2)$$

که در اینجا برای ساده سازی $h \equiv \sqrt{1 - 4(1 - \zeta^4)\lambda_{GB}}$ به ازای λ_{GB} های مختلف می توانیم

معادله (75-2) را بر حسب ζ حل کنیم تا مقدار $\zeta_{\min}$ را پیدا کنیم. بنابراین با استفاده از معادله (2-

(71) و (75-2) می توانیم منحنی پتانسیل مختلط بر حسب طول مزون را برای λ_{GB} های مختلف در بازه $\zeta_{\min} < \zeta < \zeta_{\max}$ رسم کنیم (شکل 2-19).

در اینجا پتانسیل مختلط معادله (75-2) در بازه $\zeta_{\max} < \zeta < \infty$ برای λ_{GB} خاص همیشه منفی نمی باشد و دارای ناپیوستگی است در نتیجه نمی توانیم از تقریب خطی استفاده کنیم.



شکل 2-19- منحنی پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک برای λ_{GB} های مختلف.

2-8-4- پهنای دمایی

برای اینکه پهنای دمایی را محاسبه کنیم باید از معادله (71-2) رابطه بین ζ و L و T را پیدا کنیم. از معادله (2-44) داریم که انتگرال روی L (فاصله کوآرک-پادکوآرک) گرفته می شود. اگر بخواهیم پهنای دمایی را به صورت دقیق محاسبه کنیم با توجه به اینکه پتانسیل مختلط تنها در بازه $\zeta_{\min} < \zeta < \zeta_{\max}$ وجود دارد (یا به طور مشابه در بازه $L_{\min} < L < L_{\max}$) داریم:

$$\Gamma_{Q\bar{Q}} = -\frac{4}{a_0^3} \int_{L_{\min}}^{L_{\max}} dL L^2 e^{-2L/a_0} \text{Im} v_{Q\bar{Q}}^{(\lambda_{GB})} \quad (76-2)$$

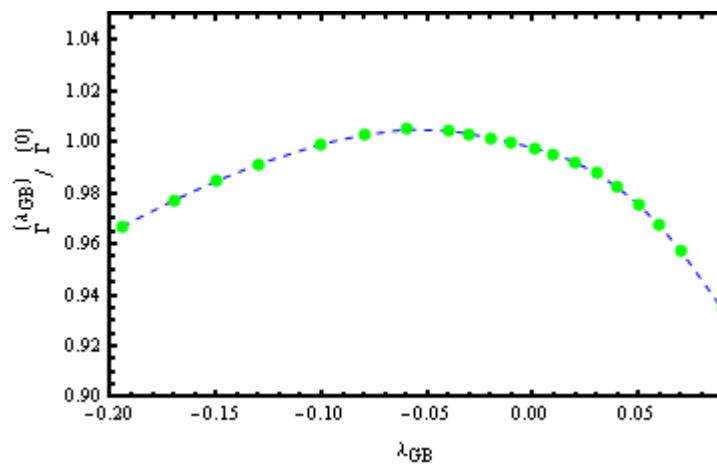
از معادله (75-2) واضح است که پتانسیل مختلط تابعی از λ_{GB} می باشد و برای ساده شدن

محاسبات انتگرال معادله (76-2) را روی بازه λ_{GB} می گیریم.

$$\Gamma_{Q\bar{Q}} = -\frac{4}{a_0^3} \int_{\zeta_{\min}}^{\zeta_{\max}} dL(\zeta) \text{Im} v_{Q\bar{Q}}^{(\lambda_{GB})} L^2(\zeta) e^{\frac{-2L(\zeta)}{a_0}} \quad (77-2)$$

از معادله (71-2) ، (75-2) و (77-2) و با استفاده از روش های عددی منحنی تغییرات

پهنای دمایی بر حسب λ_{GB} را برای ذره اپسیلون به ازای $T = 0.3 \text{ GeV}$ ، $\lambda = 9$ ، $R = 1$ ، $m_Q = 4.7 \text{ GeV}$ رسم می کنیم (شکل 20-2).



شکل 20-2- منحنی نسبت پهنای دمایی بر حسب λ_{GB} .

در اینجا پهنای دمایی نسبت به پهنای دمایی یانگ میلز ($\Gamma^{(0)} \approx 0.487 \text{ MeV}$) نرمال شده

است. با در نظر گرفتن تصحیحات R^2 ماکزیمم نسبت پهنای دمایی در $\lambda_{GB} = 0$ اتفاق می افتد و با

زیاد یا کم شدن مقدار λ_{GB} این نسبت کاهش پیدا می کند. بنابراین، در حضور تصحیحات جفت

شدگی قوی R^2 مقدار پهنای دمایی کم می شود و در کل داریم که این تصحیحات پهنای دمایی را

کاهش می دهد.

2-9- بررسی پتانسیل شیمیایی

کنش اقلیدسی 5 بعدی فضای تقارنی AdS با میدان پیمانه ای به صورت زیر توصیف می شود [16]:

$$S = \int d^5x \sqrt{G} \left(\frac{1}{2\kappa^2} (-\mathcal{R} + 2\Lambda) + \frac{1}{4g^2} F_{MN} F^{MN} \right) \quad (78-2)$$

که κ^2 با ثابت نیوتونی پنج بعدی متناسب است و g^2 ثابت جفت شدگی پیمانه ای پنج بعدی است. ثابت کیهان شناسی با $\Lambda = -6/R^2$ داده می شود.

برای توصیف پلاسمای کوآرک-گلوئون در حضور ماده کوآکی باید سیاه چاله ریسر-نوردستروم AdS را در نظر بگیریم و این بدین معنی می باشد که دوگان RNAdS BH، QGP است. در مدل هولوگرافی QCD، فاز هادرونی توسط فضای AdS گرمایی باردار شده (tc AdS) توصیف می شود.

در واقع، دوگان فاز هادرونی در حضور ماده کوآکی، tc AdS با IR cutoff است که در اینجا سیاه چاله نداریم. اگر معادلات این دو سیاه چاله را حل کنیم متریک به صورت زیر به دست می آید:

$$ds^2 = R^2 U^2 \left(-f(U) dt^2 + d\vec{x}^2 + \frac{dU^2}{U^4 f(U)} \right) \quad (79-2)$$

که تابع متریک به صورت $f(U) = 1 - \frac{m}{U^4} + \frac{q^2}{U^6}$ تعریف می شود. افق سیاه چاله را می توان از

شرط $f(U_h) = 0$ به دست آوریم، پس جرم ودمای سیاه چاله را داریم که به صورت زیر تعریف می شود:

$$m = U_h^4 + \frac{q^2}{U_h^2} \quad (80-2)$$

$$T = \frac{U_h}{\pi} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{q^2}{U_h^6} \right) \quad (81-2)$$

برای توضیح ماده کوارکی، میدان پیمانه ای حجم، $A(U)$ به صورت زیر می باشد که در معادله انیشتین و ماکسول صدق می کند:

$$A(U) = i(2\pi^2\mu - \frac{Q}{U^2}) \quad (82-2)$$

که μ پتانسیل شیمیایی و Q چگالی تعداد کوارک است و رابطه Q با بار سیاه چاله به صورت زیر است:

$$Q = \sqrt{\frac{3}{2n}}q \quad (83-2)$$

که n عدد رنگ می باشد. با اعمال شرایط مرزی دیریکله بر روی معادله (82-2) داریم:

$$Q = 2\pi^2\mu U_h^2 \quad (84-2)$$

از معادله (83-2) و (84-2) داریم:

$$q^2 = \frac{8n\pi^4\mu^2U_h^4}{3} \quad (85-2)$$

پس از رابطه (80-2) و (85-2) می توانیم $f(U)$ را به صورت زیر بنویسیم:

$$f(U) = 1 - \frac{U_h^4}{U^4} \left(1 + \frac{8n\pi^4\mu^2}{3U_h^2} \right) + \frac{8n\pi^4\mu^2U_h^4}{3U^6} \quad (86-2)$$

همچنین از معادله (81-2) و (85-2) می توانیم مکان سیاه چاله را به صورت زیر به دست آوریم:

$$U_h = \frac{8\pi^4 n \mu^2}{3 \left(\sqrt{\pi^2 T^2 + \frac{16\pi^4 n \mu^2}{3}} - \pi T \right)} \quad (86-2)$$

اگر در اینجا $\mu \rightarrow 0$ در نتیجه به روابط مربوط به $\mathcal{N} = 4\text{SYM}$ می‌رسیم.

همچنین برای سیاه چاله tc AdS تابع متریک به صورت $f(U) = 1 + q^2/U^6$ است و شرایط

مرزی در IR cutoff به صورت زیر می‌باشد:

$$A(U_{IR}) = -i\pi^2 \mu \quad (87-2)$$

با استفاده از معادله (82-2) و (87-2) داریم:

$$i(2\pi^2 \mu - \frac{Q}{U_{IR}^2}) = -i\pi^2 \mu \quad (88-2)$$

در نتیجه با استفاده از معادله (83-2) و (88-2) رابطه بین پتانسیل شیمیایی و بار سیاه چاله

عبارت است از:

$$q = 3\pi^2 U_{IR}^2 \sqrt{\frac{2}{3n}} \mu \quad (89-2)$$

در نهایت دما و پتانسیل شیمیایی برای نقطه گذار فاز غیر محبوسیت¹ به صورت زیر است:

$$\mu_c = \frac{U_{IR}}{2\pi^2} \sqrt{\frac{3 U_h^2 (U_{IR}^{-4} - 2U_h^{-4})}{n (9U_h^{-2} - 2U_{IR}^{-2})}} \quad (90-2)$$

$$T_c = \frac{U_h}{\pi} \left(1 - \frac{U_{IR}^2 (U_{IR}^{-4} - 2U_h^{-4})}{(9U_h^{-2} - 2U_{IR}^{-2})} \right) \quad (91-2)$$

¹ Deconfiment

با تعیین علامت معادله (90-2) می توانیم محدوده U_h را به دست آوریم. بنابراین حدود U_h ،

$$U_{IR} = 323 \text{ Mev} \text{ می باشد که } \frac{\sqrt{2}}{3U_{IR}} < U_h \leq \frac{1}{2^{1/4}U_{IR}}$$

با استفاده از معادله (90-2) افق سیاه چاله بر حسب μ_c به صورت زیر می باشد [17]:

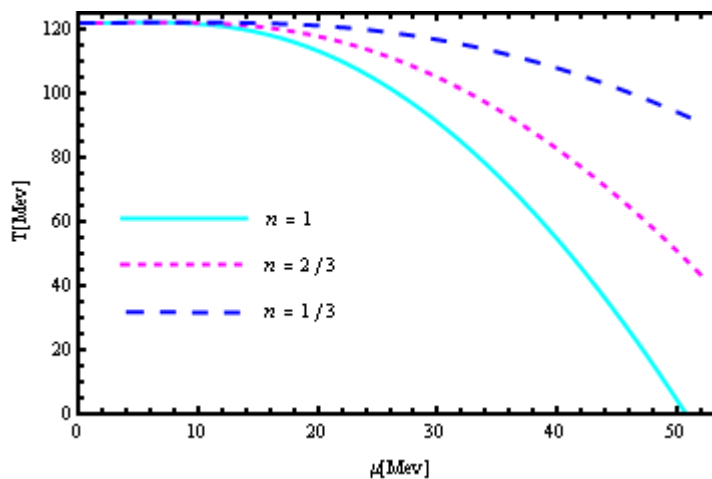
$$U_h = \sqrt{\frac{6 + 36U_{IR}^{-2}\mu_c^2 n \pi^4}{4U_{IR}^{-4}\mu_c^2 n \pi^4 - \sqrt{2}\sqrt{U_{IR}^{-4}(9 + 54U_{IR}^{-2}\mu_c^2 n \pi^4 + 8U_{IR}^{-4}\mu_c^4 n^2 \pi^8)}}} \quad (92-2)$$

و همچنین دمای بحرانی به صورت زیر می باشد:

$$T_c = \frac{U_h}{\pi} \left(1 - \frac{4n\pi^4 \mu_c^2 U_h^2}{3} \right) \quad (93-2)$$

با استفاده از معادله (92-2) و (93-2) نمودار فاز دما بر حسب پتانسیل شیمیایی برای n های

مختلف به دست می آید (شکل 21-2).



شکل 21-2- منحنی فاز دما بر حسب پتانسیل شیمیایی برای n های مختلف.

از معادله (79-2) داریم که $G_{00}(U) = R^2 U^2 f(U)$ و $G_{xx}(U) = R^2 U^2$

$$G_{UU}(U) = \frac{R^2}{U^2 f(U)} \quad \text{که در اینجا:}$$

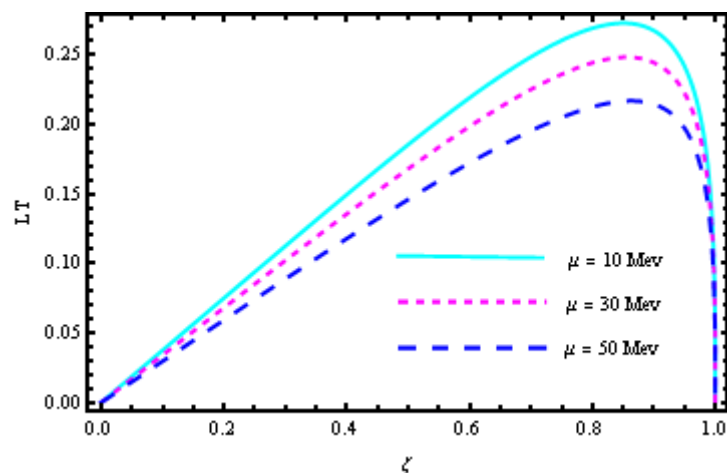
$$V_\mu(U) = U^4 f(U) = U^4 \left[1 - \frac{U_h^4}{U^4} \left(1 + \frac{8n\pi^4 \mu^2}{3U_h^2} \right) + \frac{8n\pi^4 \mu^2 U_h^4}{3U^6} \right] \quad (94-2)$$

2-9-1- طول مزون

از معادله (16-2) فاصله کوارک-پادکوارک به صورت زیر به دست می آید:

$$\frac{L}{2} = \int_{U_*}^{\infty} dU \left\{ V_\mu(U) \left[\frac{V_\mu(U)}{V_\mu(U_*)} - 1 \right] \right\}^{-1/2} \quad (95-2)$$

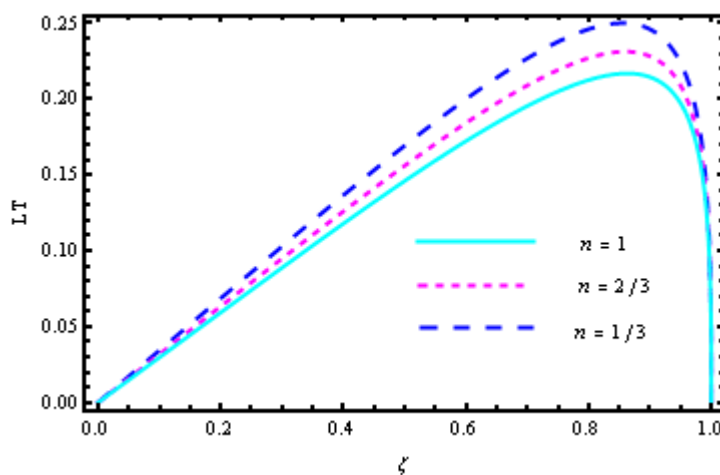
حل این انتگرال به صورت تحلیلی مشکل است و باید آن را به صورت عددی حل کنیم. با استفاده از معادله (86-2) و همچنین اگر از معادله (94-2) مقدار $V_\mu(U)$ را به ازای $n=1, R=1$ ، $\lambda=9$ ، $T=0.3 \text{ GeV}$ و $\zeta = U_h / U_*$ در معادله (95-2) قرار دهیم می توانیم نمودار LT بر حسب ζ را به ازای μ های مختلف رسم کنیم (شکل 22-2).



شکل 22-2- منحنی LT به صورت تابعی از ζ برای μ های مختلف.

با توجه به شکل (22-2) اگر پتانسیل شیمیایی زیاد شود واضح است که طول ماکزیمم کم می شود و این کاملاً بر عکس تصحیحات جفت شدگی $\mathcal{R}^4$ و شبیه تصحیحات گاوس-بونت می باشد.

همچنین در اینجا می توانیم نمودار LT بر حسب ζ برای یک مقدار پتانسیل شیمیایی ثابت (به عنوان مثال در اینجا $\mu = 50\text{MeV}$) و به ازای عدد رنگ های مختلف رسم کنیم (شکل 23-2).



شکل 23-2- منحنی LT به صورت تابعی از ζ برای n های مختلف.

که در اینجا با توجه به شکل (23-2) اگر عدد رنگ زیاد شود واضح است که طول ماکزیمم هم زیاد می شود و این کاملاً بر عکس تصحیحات جفت شدگی $\mathcal{R}^2$ و شبیه تصحیحات جفت شدگی $\mathcal{R}^4$ می باشد.

2-9-2- پتانسیل حقیقی

پتانسیل حقیقی از معادله (26-2) به صورت زیر به دست می آید:

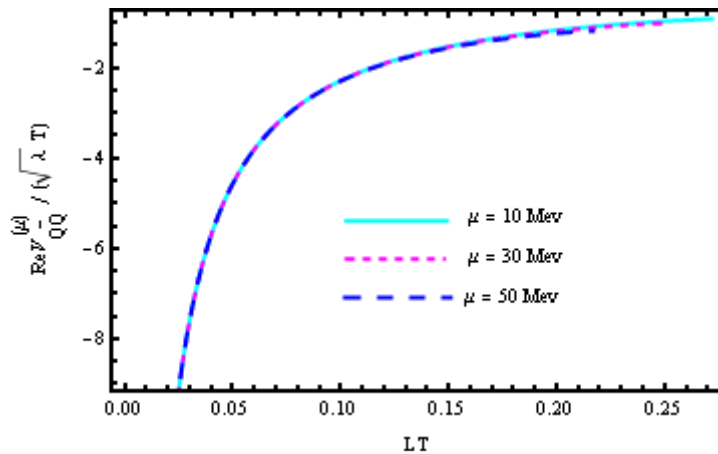
$$\text{Rev}_{QQ}^{(\mu)} = \frac{R^2}{\pi\alpha'} \int_{U_*}^{\infty} dU \left[\left(1 - \frac{V_{\mu}(U_*)}{V_{\mu}(U)} \right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right] - \frac{R^2}{\pi\alpha'} \int_0^{U_*} dU \quad (96-2)$$

که در اینجا $\alpha' = \frac{R^2}{\sqrt{\lambda}}$ است. با استفاده از حل عددی می توانیم منحنی پتانسیل حقیقی را بر

حسب فاصله کوآرک - پادکوآرک را برای μ های مختلف رسم کنیم (شکل 2-24).

به ازای $\lambda = 9$ ، $R = 1$ ، $T = 0.3 \text{ GeV}$ ، $n = 1$ و با استفاده از معادله (2-86) و (2-95) و (2-

96) و برای بازه $0 < \zeta < \zeta_{\max}$ داریم:



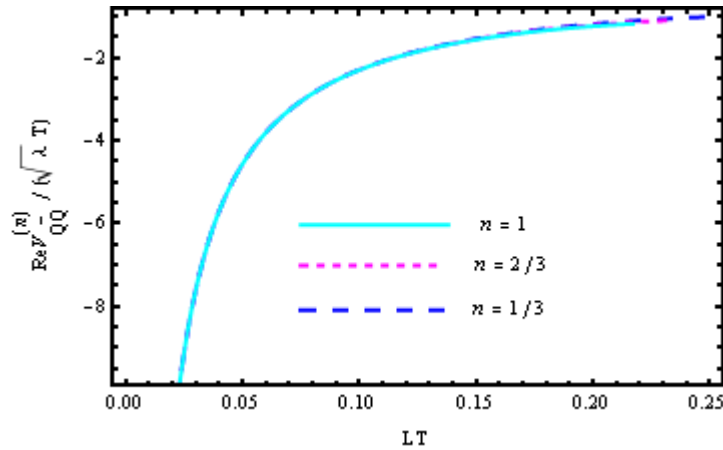
شکل 2-24- منحنی پتانسیل حقیق بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک برای

بازه $0 < \zeta < \zeta_{\max}$ برای μ های مختلف.

از شکل (2-24) واضح است که با زیاد شدن پتانسیل شیمیایی پتانسیل حقیقی بزرگتر شده و

به عبارت دیگر پتانسیل حقیقی برای طول های بزرگتر کوآرک-پادکوآرک برقرار است. اگر نمودار LT

بر حسب ζ برای $\mu = 50 \text{ MeV}$ و عدد رنگ های مختلف رسم کنیم داریم:



شکل 25-2- منحنی پتانسیل حقیقی بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک برای بازه $0 < \zeta < \zeta_{\max}$ برای n های مختلف.

که در اینجا با توجه به شکل (25-2) اگر عدد رنگ زیاد شود واضح است که طول ماکزیمم هم کم می شود و به عبارت دیگر پتانسیل حقیقی برای طول های کوچکتر کوآرک-پادکوآرک برقرار است که این کاملاً بر عکس تصحیحات جفت شدگی $\mathcal{R}^4$ و شبیه تصحیحات جفت شدگی $\mathcal{R}^2$ می باشد.

2-9-3- پتانسیل مختلط

برای محاسبه پتانسیل مختلط از معادله (2-41) داریم:

$$\text{Im} v_{Q\bar{Q}}^{(\mu)} = \frac{-R^2}{2\sqrt{2}\alpha'} \left(\frac{V'_\mu(U_*)}{2V''_\mu(U_*)} - \frac{V_\mu(U_*)}{V'_\mu(U_*)} \right) \quad (97-2)$$

با استفاده از معادلات (2-94) می توانیم $V_\mu(U_*)$ و مشتقات مرتبه اول و دوم آن را به صورت

زیر محاسبه کنیم:

$$\begin{aligned}
V_\mu(U_*) &= -\frac{U_h^2(-1+\zeta^2)(3U_h^2(1+\zeta^2)-8n\pi^4\zeta^4\mu^2)}{3\zeta^4} \\
V'_\mu(U_*) &= \frac{4U_h^3}{\zeta^3} - \frac{16}{3}n\pi^4U_h\zeta^3\mu^2 \\
V''_\mu(U_*) &= \frac{4(3U_h^2+4n\pi^4\zeta^6\mu^2)}{\zeta^2}
\end{aligned} \tag{98-2}$$

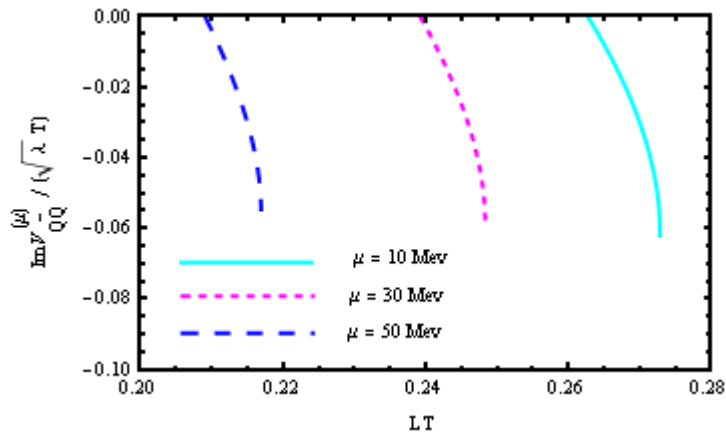
از معادله (97-2) و (98-2) می توانیم پتانسیل مختلط را به صورت زیر به دست آوریم:

$$\begin{aligned}
\text{Im } v_{Q\bar{Q}}^{(\mu)} &= -\frac{U_h\sqrt{\lambda}}{24\sqrt{2}(9U_h^4\zeta-16n^2\pi^8\zeta^{13}\mu^4)} \left[9U_h^4(-1+3\zeta^4) + \right. \\
&\quad \left. 12n\pi^4U_h^2\mu^2\zeta^4(6-13\zeta^2+3\zeta^6) + 32n^2\pi^8\mu^4\zeta^{10}(3-2\zeta^2) \right]
\end{aligned} \tag{99-2}$$

در اینجا به ازای μ های مختلف می توانیم معادله (99-2) را بر حسب ζ حل کنیم تا مقدار $\zeta_{\min}$ را پیدا کنیم.

پس، با استفاده از معادله (86-2) و (95-2) و (99-2) می توانیم منحنی پتانسیل مختلط بر حسب طول کوارک-پادکوارک را برای μ های مختلف در بازه $\zeta_{\min} < \zeta < \zeta_{\max}$ به ازای $R=1$ ، $T=0.3 \text{ GeV}$ و $n=1$ رسم کنیم (شکل 26-2).

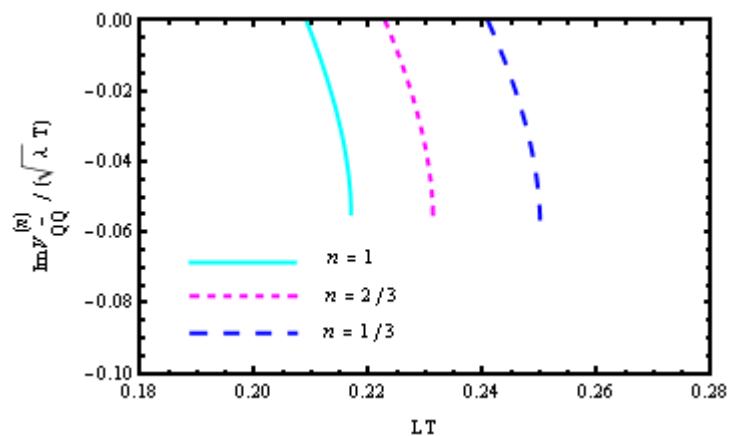
چون پتانسیل مختلط معادله (99-2) در بازه $\zeta_{\max} < \zeta < \infty$ برای یک مقدار خاص پتانسیل شیمیایی همیشه منفی نیست نمی توانیم از تقریب خطی استفاده کنیم.



شکل 26-2- منحنی پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوارک-پادکوارک برای μ های مختلف.

در اینجا عدد رنگ را ثابت گرفتیم ($n=1$) بنابراین می توانیم رفتار پتانسیل مختلط را زمانی که عدد رنگ تغییر می کند را بررسی کنیم (شکل 27-2).

به ازای $\mu = 50 \text{ MeV}$ می توانیم منحنی تغییرات پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوارک-پادکوارک را برای عدد رنگ های مختلف به صورت زیر رسم کنیم:



شکل 27-2- منحنی پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوارک-پادکوارک برای n های مختلف.

با توجه به شکل (27-2) با زیاد شدن عدد رنگ پتانسیل مختلط در طول های کوچکتر مزون اتفاق می افتد.

2-9-4- پهنای دمایی

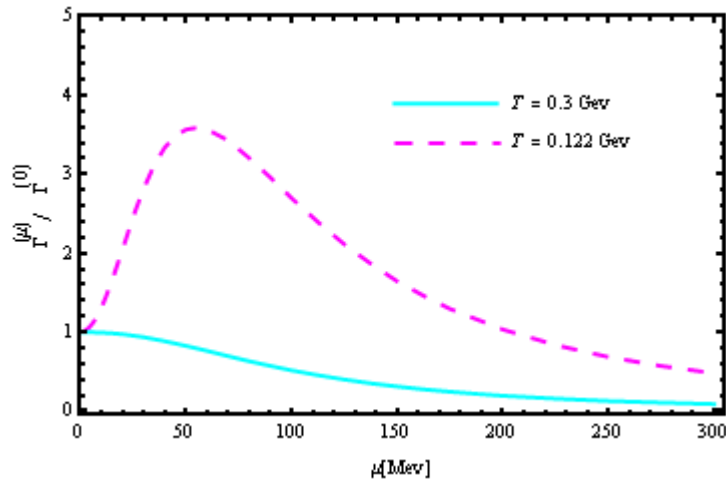
برای محاسبه پهنای دمایی رابطه بین ζ و L و T را از معادله (95-2) به صورت عددی پیدا می کنیم. با توجه به اینکه پتانسیل مختلط تنها در بازه $\zeta_{\min} < \zeta < \zeta_{\max}$ وجود دارد (یا به طور مشابه در بازه $L_{\min} < L < L_{\max}$) از معادله (44-2) داریم:

$$\Gamma_{Q\bar{Q}} = -\frac{4}{a_0^3} \int_{L_{\min}}^{L_{\max}} dL L^2 e^{-2L/a_0} \text{Im} v_{Q\bar{Q}}^{(\mu)} \quad (100-2)$$

در اینجا دیگر افق سیاه چاله تابع خطی از دما نبوده (معادله 86-2) و در نتیجه از معادله (2-99) واضح است که پتانسیل مختلط تنها تابعی از ζ نمی باشد. برای ساده شدن محاسبات انتگرال معادله (100-2) را روی بازه ζ می گیریم.

$$\Gamma_{Q\bar{Q}} = -\frac{4}{a_0^3} \int_{\zeta_{\min}}^{\zeta_{\max}} dL(\zeta) \text{Im} v_{Q\bar{Q}}^{(\mu)} L^2(\zeta) e^{\frac{-2L(\zeta)}{a_0}} \quad (101-2)$$

از معادله (95-2)، (100-2) و (101-2) و با استفاده از روش های عددی منحنی تغییرات پهنای دمایی بر حسب μ را برای ذره اپسیلون به ازای $m_Q = 4.7 \text{ GeV}$ ، $n=1$ ، $\lambda=9$ ، $R=1$ رسم می کنیم (شکل 28-2).



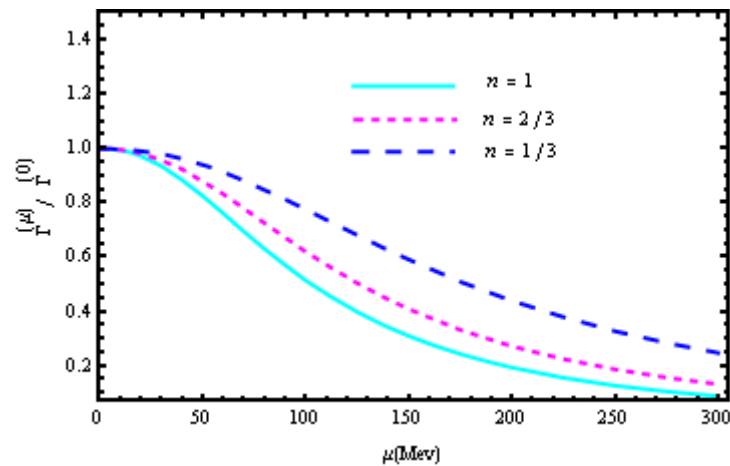
شکل 2-28- منحنی تغییرات پهنای دمایی پتانسیل شیمیایی نسبت به پهنای دمایی یانگ میلز بر حسب μ .

همانطور که از شکل (28-2) مشاهده می کنیم تغییر دما شکل منحنی نسبت پهنای دمایی ($\Gamma^{(\mu)} / \Gamma^{(0)}$) را تغییر می دهد و زمانی که دما کاهش پیدا کرده است قله منحنی پهنای دمایی بزرگتر شده است. در حالت حدی رفتار نسبت پهنای دمایی برای دماهای مختلف زمانی که پتانسیل شیمیایی صفر و یا بی نهایت شود یکسان است.

در اینجا پهنای دمایی نسبت به پهنای دمایی یانگ میلز ($\Gamma^{(0)} \approx 0.487 \text{ MeV}$) نرمال شده است. با در نظر گرفتن تصحیحات پتانسیل شیمیایی برای $T = 0.3 \text{ GeV}$ ، ماکزیمم نسبت پهنای دمایی در $\mu = 0$ اتفاق می افتد و با افزایش پتانسیل شیمیایی این نسبت کاهش پیدا می کند.

نتیجه جالب اینجاست که با توجه به اینکه مکان افق سیاه چاله تابع خطی از دما نمی باشد شکل منحنی پهنای دمایی تغییر می کند و با کاهش دما از 0.3 GeV به 0.122 GeV برای تصحیحات پتانسیل شیمیایی ماکزیمم نسبت پهنای دمایی در $\mu = 55 \text{ MeV}$ اتفاق می افتد و با افزایش پتانسیل شیمیایی این نسبت کاهش پیدا می کند.

همچنین در اینجا می توانیم نسبت پهنای دمایی برای عدد رنگ های مختلف را برای ذره اپسیلون به ازای $R=1$ ، $\lambda=9$ ، $\mu=50\text{Mev}$ ، $m_Q=4.7\text{Gev}$ و $T=0.3\text{Gev}$ رسم کنیم (شکل 2-29).



شکل 2-29- منحنی تغییرات پهنای دمایی پتانسیل شمیایی نسبت به پهنای دمایی یانگ-میلز بر حسب μ برای عدد رنگ های مختلف.

با توجه به شکل (2-29) هر چه عدد رنگ بزرگتر شود نسبت پهنای دمایی سریعتر صفر می شود.

نتیجه گیری

در این پایان نامه، تاثیرات مختلفی بر پهنای دمایی کوارکونیوم ها مطالعه شده است. این تصحیحات عبارتند از تاثیر بار و تصحیح جفت شدگی قوی بر پلاسمای ابرتقارنی یانگ میلز که برای مقایسه با پیشبینی های نظریه اختلالی QCD مهم هستند. روش مطالعه نیز استفاده از روش هولوگرافی است. برای مطالعه اثرات محیط، اثر بار را در نظر گرفته ایم. اثرات جفت شدگی قوی با اضافه شدن جملات بالاتر مشتق در گرانش زمینه در نظر گرفته می شود. به ویژه، جمله $\mathcal{R}^4$ و گرانش گaus-بونت مطالعه شده اند.

پتانسیل مختلط در یک مقدار کمینه برای فاصله کوارک-پادکوارک ($L_{\min}$) پدید می آید که باین مقدار کمینه به این تصحیحات وابسته است. نتایجی که در اینجا به دست آوردیم را به صورت زیر خلاصه می کنیم:

- در حضور تصحیحات $\mathcal{R}^4$ که با تصحیحات جفت شدگی قوی در پلاسمای داغ متناظر است، با زیاد شدن جفت شدگی $L_{\min}$ زیاد می شود.
- با در نظر گرفتن تصحیحات گaus-بونت، زیاد شدن جفت شدگی گaus-بونت منجر به کاهش $L_{\min}$ می شود.
- در محیط، افزایش μ منجر به کاهش $L_{\min}$ می شود.

مقدار پهنای دمایی کوارکونیوم در حضور تصحیحات را توسط پهنای دمایی یانگ میلز ($\Gamma^{(0)}$) بهنجار می کنیم. در نتیجه داریم:

- با روشن کردن تصحیح جفت شدگی قوی در پلاسمای داغ، نسبت پهنای دمایی $\Gamma^{(\lambda)} / \Gamma^{(0)}$ (به یک مقدار بیشینه افزایش می یابد. کاهش بیشتر جفت شدگی منجر به کوچکتر شدن پهنای می شود. در نهایت در جفت شدگی قوی توفت پهنای کوچکتر می شود.

- به ازای مقادیر مختلف λ_{GB} نسبت پهنای دمایی $\Gamma^{(\lambda_{GB})} / \Gamma^{(0)}$ دارای یک بیشینه است.
- در حضور اثرات محیط نسبت پهنای دمایی $\Gamma^{(\mu)} / \Gamma^{(0)}$ یک مقدار بیشینه دارد که این مقدار بیشینه خود به تغییرات دمای پلاسمای داغ وابست است.

در تصحیحات $\mathcal{R}^4$ ، رابطه بین پهنای دمایی کوارک های سنگین و نسبت بین گرانروی برشی بر چگالی آنترופی (η / s) مطالعه شده است. در حضور این تصحیحات در می یابیم که، با کاهش λ ، که به معنی افزایش η / s است، مقدار پهنای دمایی به طور موثری کوچکتر می شود.

پیوست

 محاسبات برنامه Mathematica

 حالت کلی تری از نظریه ابر تقارن یانگ-میلز

پیوست الف

الف- محاسبات برنامه Mathematica

در این بخش به عنوان نمونه محاسبات عددی را برای تصحیحات گaus-بونت نشان می دهیم.

>> تصحیحات گaus-بونت <<

در این قسمت به ازای مقادیری که در زیرآمده است می خواهیم محاسبات مربوطه را انجام دهیم:

```
Clear[R, λ, T, m0, λGB, a, Uh, Us, ζ]
R = 1; λ = 9; T = 0.3 × 109; m0 = 4.7 × 109; λGB = 0.02;
a = √(1/2 (1 + √(1 - 4 λGB))) ;
Uh = (Pi R2 T) / a ;
Us = Uh / ζ ;
V[U_] := (U4 / (2 λGB R4)) (1 - √(1 - 4 λGB (1 - (Uh/U)4)))
```

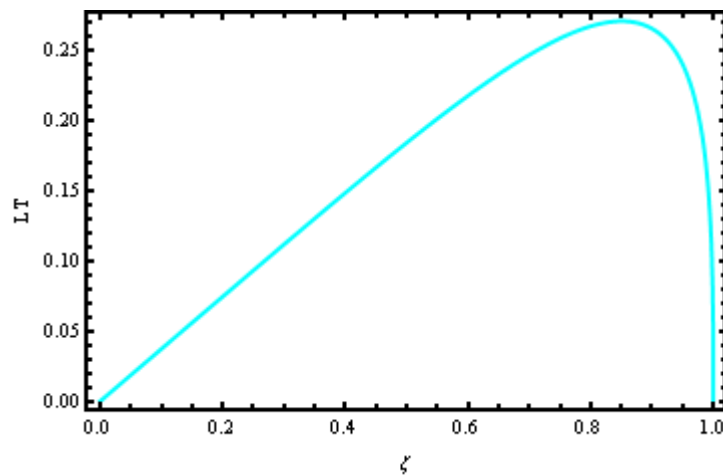
با استفاده از معادله ۲-۴۱ می توانیم پتانسیل مختلط را به صورت زیر محاسبه کنیم:

```
ImV[ζ_] := FullSimplify[(-√λ / (2 √2 a R2)) (V'[Us] / (2 V''[Us]) - V[Us] / V'[Us])]
NSolve[ImV[ζ] == 0, ζ, Reals]
```

$\{\xi \rightarrow -0.760485\}, \{\xi \rightarrow 0.760485\}$

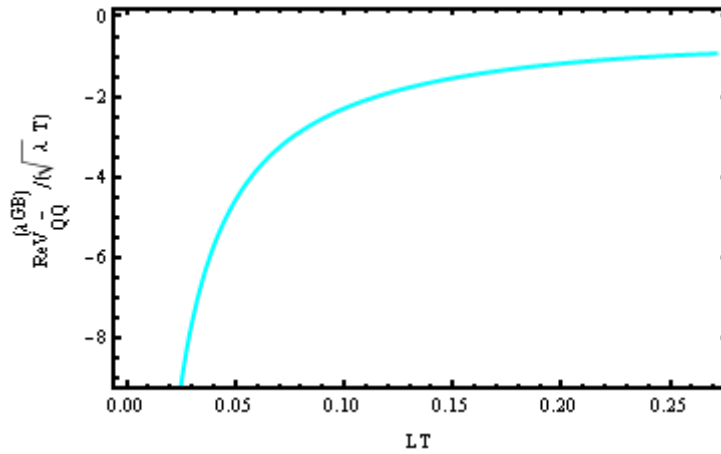
- با استفاده از حل عددی معادله V_1 - Y منحنی فاصله کوآرک-پادکوآرک را به صورت زیر رسم می‌کنیم:

```
LT[ξ_] := 2 T Re[NIntegrate[(V[U]^2 / V[Us] - V[U])^(3/2), {U, Us, Infinity}]]
Plot[LT[ξ], {ξ, 0, 1}, PlotStyle -> {Thick, Cyan}, Frame -> True,
FrameStyle -> {{Thick, Thick}, {Thick, Thick}}, FrameLabel -> {"ξ", "LT"}]
```



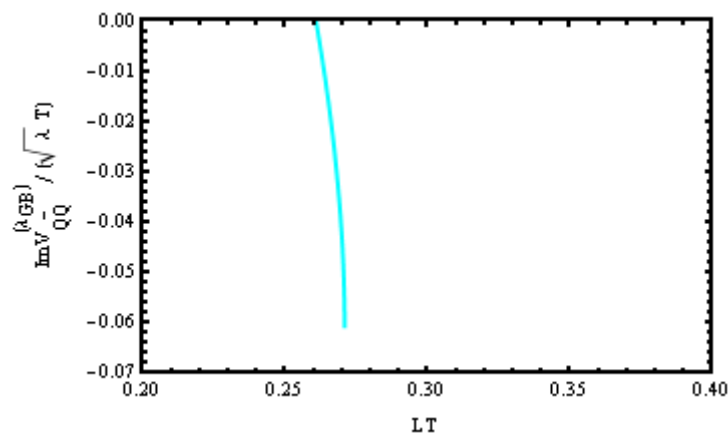
- از معادله V_2 - Y و V_1 - Y منحنی پتانسیل حقیقی را بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک و با استفاده از روش عددی که در زیر نوشته شده است رسم می‌کنیم:

```
ReV[ξ_] := (sqrt[λ] / (Pi a R^2)) Re[NIntegrate[(1 - V[Us] / V[U])^(3/2) - 1, {U, Us, Infinity}]] - Us
ParametricPlot[{LT[ξ], ReV[ξ] / (sqrt[λ] T)}, {ξ, 0, 0.850624803719209},
AspectRatio -> 1 / GoldenRatio, Frame -> True,
FrameStyle -> {{Thick, Thick}, {Thick, Thick}}, FrameLabel -> {"LT", "ReV_{00}^{(λGB)} / (sqrt[λ] T)"},
AxesOrigin -> {0, 0}, PlotStyle -> {Thick, Cyan}]
```



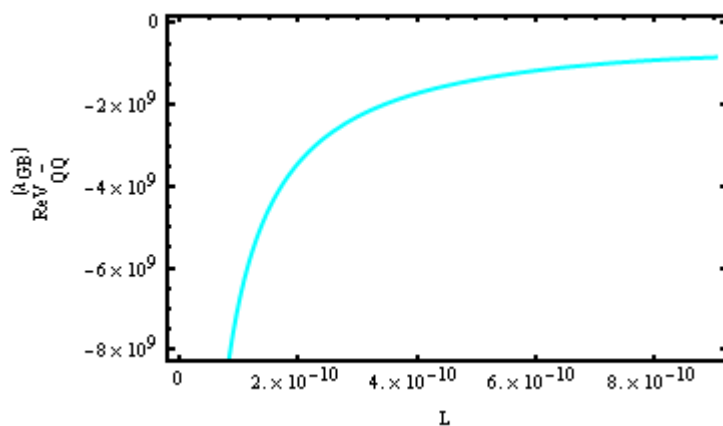
- با استفاده از معادله ۷۱-۲ و ۷۵-۲ منحنی پتانسیل مختلط بر حسب فاصله کوآرک-پادکوآرک را رسم می کنیم:

```
ParametricPlot[ {LT[ξ],  $\frac{\text{Im}V[\xi]}{\sqrt{\lambda} T}$ }, {ξ, 0.7604849024081826, 0.850624803719209},
  AspectRatio -> 1/GoldenRatio, PlotStyle -> {Thick, Cyan},
  PlotRange -> {{0.2, 0.4}, {-0.07, 0}}, Frame -> True,
  FrameStyle -> {{Thick, Thick}, {Thick, Thick}},
  FrameLabel -> {"LT", " $\text{Im}V_{\bar{Q}Q}^{(\lambda_{GB})} / (\sqrt{\lambda} T)$ "}]
```



- در این قسمت با استفاده از داده های پتانسیل حقیقی و فیت کردن داده ها بر روی تابع مورد نظر که در زیر نوشته شده است می توانیم مقدار ثابت بوهر را محاسبه کنیم:

```
R1 = ParametricPlot[{{LT[ξ], ReV[ξ]}, {ξ, 0, 0.850624803719209}},
  AspectRatio → 1 / GoldenRatio, Frame → True,
  FrameStyle → {{Thick, Thick}, {Thick, Thick}}, FrameLabel → {"L", "ReVq̄q̄(λGB)"},
  AxesOrigin → {0, 0}, PlotStyle → {Thick, Cyan}]
```



- با استفاده از دستور زیر داده های مربوط به پتانسیل را به دست می آوریم:

```
DATA = InputForm[Out[17]];
```

- که خروجی Out[17] مربوط به نمودار بالا می باشد

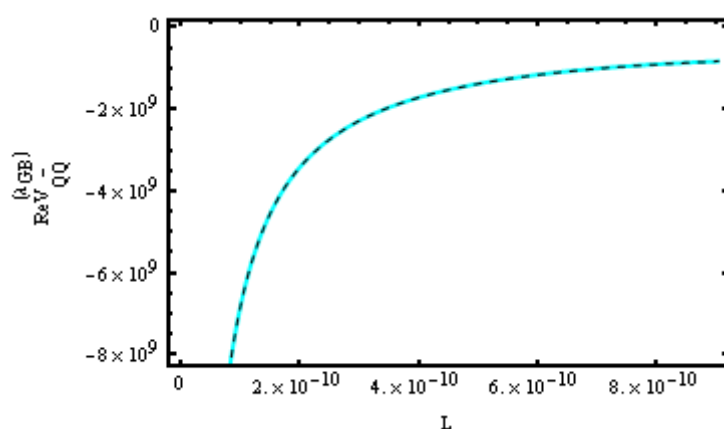
- داده های به دست آمده را بر روی منحنی مورد نظر فیت می کنیم و مقدار شعاع بوهر را به دست می آوریم

```

RR = Fit[DATA, { $\frac{1}{L}$ ,  $L^3$ }, L]
R2 = Plot[RR, {L, 1.624444609061313*^-14, 9.032536050536009*^-10},
  PlotStyle -> {Dashed, Black}];
Show[R1, R2]

```

$$-\frac{0.685426}{L} - 9.97598 \times 10^{34} L^3$$



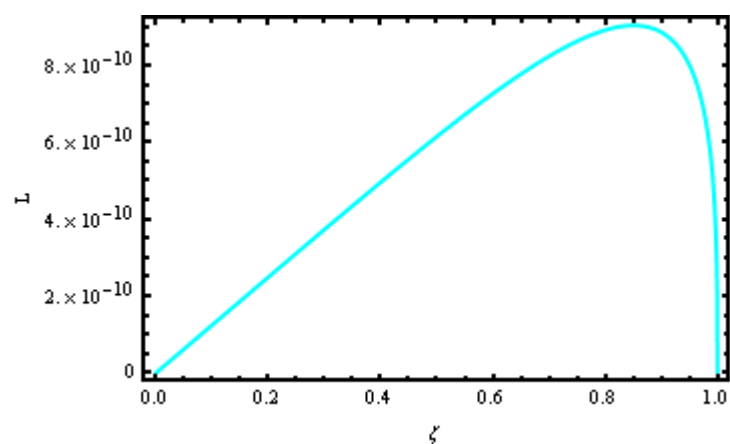
$$a_0 = \frac{2}{0.685426417835604 \cdot m_0} ;$$

- از معادله ۲-۷۱ و با استفاده از روش های عددی می خواهیم وابستگی بین طول مزون و ξ را به دست آوریم.

```

Plot[ $\frac{LT[\xi]}{T}$ , { $\xi$ , 0, 1}, PlotStyle -> {Thick, Cyan}, Frame -> True,
  FrameStyle -> {{Thick, Thick}, {Thick, Thick}}, FrameLabel -> {" $\xi$ ", "L"}]

```



```
DATA1 = InputForm[Out[25]];
```

```
LL = Interpolation[DATA1];
```

■ از معادله ۷۵-۲ و ۷۷-۲ مقدار پهنای دهایی را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

```
 $\zeta_{min} = 0.7604849024081826$ ;
```

```
 $\zeta_{max} = 0.850624803719209$ ;
```

```
 $TW = NIntegrate\left[-\frac{4}{a_0^3} \text{ImV}[\zeta] \text{Exp}\left[\frac{-2 \text{LL}[\zeta]}{a_0}\right] (\text{LL}[\zeta])^2 \text{LL}'[\zeta], \{\zeta, \zeta_{min}, \zeta_{max}\}\right]$ 
```

```
483182.
```

پیوست ب

ب- حالت کلی تری از نظریه ابر تقارن یانگ-میلز

متریک در اینجا به صورت زیر داده می شود [17]:

$$ds^2 = \frac{1}{R^2} \left(-U^{2z} f(U) dt^2 + U^2 d\vec{x}^2 + \frac{dU^2}{\frac{U^2}{R^4} f(U)} \right) \quad (\text{ب-1})$$

که در اینجا تابع متریک به صورت $f(U) = 1 - \left(\frac{U_h}{U} \right)^{z+d}$ تعریف می شود و افق سیاه چاله از

$$U_h = \left(\frac{4\pi R^2 T}{z+d} \right)^{\frac{1}{z}}$$

محاسبه می شود (d تعداد ابعاد فضا و z هم یک عدد می باشد).

از معادله (ب-1) داریم که $W(U) = U^{2(z-1)}$ و $V(U) = \frac{U^{2(z+1)}}{R^4} f(U)$ از معادله (2-16) طول

مزون به صورت زیر به دست می آید:

$$\frac{L}{2} = \int_{U_*}^{\infty} dU \left[U^4 D - \left(-1 + \zeta^{d+z} \right)^{-1} U^{6+2z} \zeta^{2(1+z)} D^2 \left(\frac{4\pi T}{d+z} \right)^{-2(1+z)/z} \right]^{-1/2} \quad (\text{ب-2})$$

$$D \equiv \left(-1 + U^{-d-z} \left(\frac{4\pi T}{d+z} \right)^{d+z/z} \right) \quad \text{که}$$

از معادله (26-2) داریم که پتانسیل حقیقی به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\text{Re } v_{Q\bar{Q}} = \frac{1}{\pi\alpha'} \left\{ \int_{U_*}^{\infty} dU \left[\left(U^{2(1-z)} - \frac{U^{-4z} U_s^{2(1+z)} (1 - m U_s^{-d-z})}{1 - m U^{-d-z}} \right)^{-1/2} - \lim_{U \rightarrow \infty} U^{z-1} \right] \right. \\ \left. - \int_0^{U_*} dU \lim_{U \rightarrow \infty} U^{z-1} \right\} \quad ; \quad m = \left(\frac{4\pi R^2 T}{d+z} \right)^{1+d/z} \quad (\text{ب-3})$$

برای محاسبه پتانسیل مختلط از معادله (41-2) داریم:

(ب-4)

$$\text{Im } v_{Q\bar{Q}} = \frac{U^{z-1} \sqrt{\lambda} (4\pi R^2 T)^{1/z}}{\sqrt{32} R^2 (z+d)^{1/z} \zeta} \\ \frac{4(z+z^2) - 2(-d+d^2+3(3z+z^2))\zeta^{d+z} + (d-2-z)(d-z)\zeta^{2(d+z)}}{(1+z)^2(4+8z) - (2d-4-6z)(d-2-z)(1+z)\zeta^{d+z} + (1-d+z)(2-d+z)^2 \zeta^{2(d+z)}}$$

در اینجا اگر $d=3$ و $z=1$ به نتایج مربوط به نظریه ابرتقارن یانگ-میلز می رسیم.

مراجع و منابع

- [1] Simon Hands, "The Phase Diagram of QCD," [arXiv: physics/0105022v1 [physics.ed-ph]]
- [2] Quark – Gluon Plasma by: Kohsuke Yagi, Tetsuo Hatsuda, Yasuo Miake, Cambridge University Press 2005
- [3] گریفیتس، دیوید جفری، "مقدمه ای بر ذرات بنیادی"، ترجمه نادر قهرمانی، تهران: نورپردازان، (1384)
- [4] بی تقصیر فدافن، کاظم، طرح پژوهشی: "مطالعه خواص پلاسمای کوارک گلوئونی با استفاده از نظریه ریسمان"، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، (1387)
- [5] Helmut Satz, "The States of Matter in QCD, " [arXiv: 0903.2778v1 [hep-ph]].
- [6] Y. Makeenko, "A Brief Introduction to Wilson Loops and Large N," Phys.Atom.Nucl.73, 874894 (2010) [arXiv: 0906.4487 [hep-ph]]
- [7] J. C. Solana and etc, "Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions," [arXiv: 1101.0618 [hep-ph]]
- [8] J. Noronha and A. Dumitru, " Thermal Width of the Upsilon at Large t' Hooft coupling, " Phys. Rev. Lett. 103, 152304 (2009) [arXiv: 0907.3062 [hep-th]]
- [9] S. I. Finazzo and J. Noronha, "Estimates for the Thermal Width of Heavy Quarkonia In Strongly Coupled Plasmas from Holography, " J. H. E. P. 103, 152304 (2013) [arXiv: 1306.2613v2 [hep-th]]
- [10] S. J. Rey, S. Theisen and J. T. Yee, "Wilson-Polyakov loop at finite temperature in large N gauge theory and anti-de Sitter Supergravity," Nucl. Phys. B 527, 171 (1998)[arXiv: hep-th/9803135]
- [11] J. M. Maldacena, Phys. Rev. Lett. 80, 4859 (1998).
- [12] S. J. Rey and J. T. Yee, Eur. Phys. J. C 22, 379 (2001).

- [13] M. Ali-Akbari and K. B. Fadafan, "Rotating mesons in the presence of higher derivative corrections from gauge–string duality, " Nucl. Phys. B 835 (2010) 221 [arXiv: 0908.3921 [hep-th]]
- [14] J. Noronha and A. Dumitru, "The Heavy Quark Potential as a Function of Shear Viscosity at Strong Coupling, " Phys. Rev. D. 80, 014007 (2009) [arXiv: 0903.2804 [hep-th]]
- [15] M. Brigante, H. Liu, R. C. Myers, S. Shenker and S. Yaida, "The Viscosity Bound and Causality Violation," arXiv: 0802.3318 [hep-th]. A. Buchel and R. C. Myers, "Causality Of Holographic Hydrodynamics," JHEP **0908** (2009) 016 [arXiv: 0906.2922 [hep-th]]. D. M. Hofman, "Higher Derivative Gravity, Causality and Positivity of Energy in a UV complete QFT," Nucl. Phys. B **823** (2009) 174 [arXiv: 0907.1625 [hep-th]].
- [16] C. Park, "The Dissociation of a heavy meson in the quark medium," Phys. Rev. D 81, 045009 (2010) [arXiv: 0907.0064 [hep-ph]]
- [17] K. B. Fadafan and E. Azimfard "On meson melting in the quark medium ," Nucl. Phy. B 10, 1016 (2012) [arXiv: 1203.3942 [hep-ph]]
- [18] K. B. Fadafan, "Drag force in asymptotically Lifshitz spacetimes ," [arXiv: 0912.4873 [hep-ph]]

Abstract

Already the potential of the quark-antiquark in string theory has been studied. In this thesis, we study the imaginary part of the potential by considering thermal fluctuations around the bottom of the classical string. Such an imaginary part arises also in perturbative Quantum Chromodynamics (pQCD). Therefore, energy levels in this potential are not sharp because they acquire a thermal width. In this thesis, our goal is study of thermal width of Quarkoniums with using the AdS/CFT correspondence. Already in theory Supersymmetric Yang-Mills (SYM) thermal width has been calculated and the results obtained in the paper [8]. Repeating the calculations, we show that the results should be changed after correcting errors of the integration path. For comparison with the experimental solutions, the gravitational corrections have been considered. The curvature squared corrections $\mathcal{R}^2$ are relevant to the geometry of the Gauss-Bonnet with a coupling constant λ_{GB} . In resumption, Upsilon Quarkonium thermal width spectrum for various values of λ_{GB} are computed and one finds that the thermal width becomes maximum in a special value of λ_{GB} and in this point thermal width becomes larger. Other correction is $\mathcal{R}^4$ correction which denoted by λ . Repeating the calculations of the thermal width spectrum for various values of λ (t'Hooft coupling), shows that these corrections decreases the values of thermal width. Other correction that we consider in this thesis is adding quark matter to the medium of the plasma. So, the charged black hole should be considered and for explanation of quark matter we must introduce a gauge field that satisfies Maxwell and Einstein equations. In the next, we calculate thermal width in the presence of chemical potential quantity and find that thermal width spectrum with respect to chemical potential has a maximum that this maximum is function of the temperature.



Shahrood University of technology

Faculty of physics

Master of Science Thesis

**Study of quarkonium imaginary potential
using string theory**

Seyed Kamal Tabatabaei

Supervisor:

Dr. K. Bitaghsir Fadafan

Advisor:

Dr. M. Ali-Akbari

February – 2014