





دانشکده: فیزیک

گرایش: ذرات بنیادی

مطالعه اثر تصحیحات گرانشی بر خواص ترابری کوارک سنگین با استفاده
از AdS/CFT

دانشجو: روح الله اکبری

استاد راهنما:

کاظم بی تقصیر فدافن

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ماه ۱۳۹۲

ای پدر از تو هر چه می گویم باز هم کم می آورم خورشیدی شدی که از

روشنایی ات جان

گرفتم و در ناامیدی ها نازم را کشیدی و لبریزم کردی از شوق. اکنون حاصل دستان

خسته ات رمز موفقیت شد به خودم تبریک می گویم که تورا دارم و دنیا با تمام

بزرگیش مثل تورا ندارد.....

و تو ای مادر، ای شوق زیبای نفس کشیدن

ای روح مهربان هستی ام

تو رنگ شادی هایم شدی و لحظه ها را با تمام وجود از من دور کردی و عمری

خستگی ها را به جان خریدی تا اکنون توانستی طعم خوش پیروزی را به من

بچشانی.

.... حال این برگ سبزی است تقدیم به پدرم به استواری کوه، مادرم به زلالی

چشمه، خواهرم به صمیمیت باران، خواهر زاده ی گلم مهسا به طراوت شبنم

سپاس و قدردانی

سپاس خدای را که سخنوران، در ستودن او بمانند و شمارندگان، شمردن نعمت‌های او ندانند و کوشندگان، حق او را گزاردن نتوانند و سلام و درود بر محمد و خاندان پاک او، طاهران معصوم همانان که وجودمان وامدار وجودشان است و نفرین پیوسته بر دشمنان ایشان تا روز رستاخیز.....

بدون شک جایگاه و منزلت معلم، اجل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی شائبه‌ی او، با زبان قاصر و دست ناتوان چیزی بنگارم . اما از آن جایی که تحلیل از معلم سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تامین و سلامت امانت‌هایی را که به دستش سپرده‌اند تضمین می‌کند بر حسب وظیفه و از باب « من لم یشکر المنعم من المخلوقین لم یشکر الله عز و جل » از استاد با کمالات و شایسته جناب آقایان دکتر کاظم بی تقصیر فدافن و دکتر احمد فرزانه و دکتر محمد رضا شجاعی که در کمال سعه صدر با حسن خلق و فروتنی از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ ننمودند و زحمت راهنمایی و داوری این رساله را بر عهده گرفتند، تشکر و قدردانی را دارم باشد که این خردترین، بخشی از زحمات آنان را سپاس گویند.

و همچنین دوستان گران مایه‌ام آقایان دانیال ثقفی، مسعود شهابی، علی یعقوبی، امین ناظری، میعاد ولی پور، حمید گیاه، محسن حیدری، مجید مرادی، کمال طباطبایی، خانم زاهدی، خانم قدیری که مرا صمیمانه و مشفقانه در انجام این پایان نامه‌یاری داده‌اند، بسیار سپاسگزارم.

تعهدنامه

اینجانب روح الله اکبری دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک ذرات بنیادی دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه : مطالعه اثر تصحیحات گرانشی بر خواص ترابری کوارک سنگین با استفاده از AdS/CFT تحت راهنمایی های دکتر کاظم بی تقصیر فدافن متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تاثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجودات زنده (یا بافت های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

آزمایش برخورد دهنده یون‌های سنگین نسبیتی^۱، باعث تولید پلاسمای کوارک-گلوئون با ثابت جفت-شدگی قوی می‌شود. روش کمی شناخته شده‌ای برای مطالعه پدیده‌هایی با جفت‌شدگی قوی در QCD که در نظریه‌های اختلالی قابل رؤیت نیست، وجود ندارد. یک روش جدید برای مطالعه جنبه‌های مختلف QGP تناظر AdS / CFT است. این تناظر در نظریه‌های پیمانه‌ای با جفت‌شدگی قوی که نظریه اختلالی در آن کاربرد ندارد استفاده می‌شود. در این پایان نامه از این روش استفاده کرده و مسأله پتانسیل کوارک-پادکوارک در پلاسمای کوارک گلوئون و خلأ بررسی می‌شود. برای مطالعه‌ی تصحیحات گرانشی، پتانسیل کوارک-پادکوارک در دو حالت، یعنی حلقه‌های ویلسون فضاگونه و حلقه‌های ویلسون زمان‌گونه در نظر گرفته شده است. مطابق دوگانگی AdS / CFT دوگان گرانش این مسأله ریسمانی U شکل است که در فضای حجم گسترش یافته است. در ابتدا با مطالعه‌ی منابع مورد نظر مروری بر خصوصیات ترابردی کوارک سنگین داریم سپس به عنوان نمونه انرژی بستگی کوارک-پادکوارک را برای محیط‌های پلازما و خلأ در این پایان نامه مورد تحقیق و بررسی قرار داده و روش‌های مختلفی برای حل عددی آن بررسی می‌کنیم. در نظریه ریسمان فضا-زمان ده بعدی است که به صورت $AdS_5 \times S^5$ نمایش داده می‌شود. در عموم مسایل مختصات کره پنج بعدی ثابت در نظر گرفته می‌شوند اما در این مسأله با در نظر گرفتن جهت‌گیری‌های کره پنج بعدی پتانسیل کوارک-پادکوارک مطالعه می‌شود. سپس به عنوان مسأله جدید، کوارک-پادکوارکی در نظر گرفته می‌شود که در غیاب جهت‌گیری‌های درونی در محیط کوارک-گلوئون-پلازما قرار گرفته و اثر تصحیحات گرانشی بر انرژی بستگی میان این زوج را بررسی می‌کنیم. طبق تناظر AdS / CFT این تصحیحات متناظر با تصحیحات در ثابت جفت‌شدگی است. یعنی در تناظر این ثابت بی‌نهایت است ولی با در نظر گرفتن تصحیحات مقدار آن محدود می‌شود که ما را به مسایل واقعی نزدیک‌تر می‌کند.

¹ RHIC

مقدمه

هنگامی که دو یون سنگین نسبیتی را به هم برخورد می دهند پلاسمای کوارک-گلوئون با ثابت جفت-شدگی قوی تولید می شود. به دلیل ایجاد فشار و گرمای بسیار بالا، کوارک ها و گلوئون ها برای مدت بسیار کوتاهی از هر قید و بندی آزاد هستند. از آن جایی که این کوارک در محیط کوارک-گلوئون-پلازما که یک سیال است در حال حرکت است بر آن نیروهای مختلفی از جمله نیروی کششی وارد می شود. از طرفی این احتمال هم وجود دارد که به دلیل بالا بودن ثابت جفت شدگی قوی پلازما، کوارکی که در این محیط قرار دارد، یک پادکوارک در مسیر خود پیدا کند و با جفت شدن به آن یک مزون را تشکیل دهد. با انجام این فرایند کوارک-پادکوارک با یک انرژی بستگی یا انرژی پتانسیل به هم مقید می شوند. برای محاسبه انرژی بستگی نمی توان از روش اختلالی استفاده کرد زیرا ضریب جفت شدگی زیاد است یکی از موارد بسیار مفید استفاده از دوگانگی (AdS / CFT) برای مطالعه این محیط می باشد. در دوگانگی AdS / CFT می توان تصحیحات گرانشی را به صورت جملات مشتق بالاتر وارد کرد. معنی این تصحیحات از دیدگاه نظریه میدان در مرز، محدود شدن مقدار ثابت جفت-شدگی است بنابراین می خواهیم ببینیم که اگر ثابت جفت شدگی محدود شود چه اثری بر ویژگی های کوارک سنگین در پلاسمای کوارک گلوئون خواهد داشت. این ویژگی ها شامل نیروی کششی، ضریب اصطکاک و ثابت پخش خواهند بود که عموماً از آن ها به عنوان خواص تراپردی یاد می شود. هدف این است که با در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی، تأثیر آن ها را بر این کمیت مطالعه کنیم. حتی می توان ضریب اصطکاک و ثابت پخش را هم در این حالت به دست آورد. سوال اساسی این است که آیا این خصوصیت ها با در نظر گرفتن تصحیحات کوچک تر یا بزرگ تر می شوند؟ حتی ممکن هست نتایج تغییری نکند. انجام این محاسبات از آن جا ضروری است که می خواهیم نتایج را با داده های آزمایشگاهی مقایسه کنیم پس بایستی از لحاظ نظری اثر تصحیحات را بشناسیم تا بتوانیم مقایسه درستی با آزمایش داشته باشیم. یکی دیگر از ویژگی های مورد مطالعه پتانسیل میان کوارک –

پادکوارک در حضور این تصحیحات است که بر اساس آن می‌توان فاصله میان کوارک - پاد کوارک را مطالعه کرد. به‌عنوان مثال نیروی کششی وارد بر کوارک از طرف محیط در مرجع [20] بررسی شده است و یا حرکت براونی کوارک سنگین و معادلات حاکم بر آن از موضوعات مورد توجه مرجع [12] است. در این پایان‌نامه به بررسی پتانسیل کوارک-پادکوارک پرداخته می‌شود. به‌عنوان مثال طول تفکیک به این محاسبه مربوط است و در پایان‌نامه [21] و در نتیجه در مقاله‌ی [22] ارائه گردیده است. این محاسبه برای اولین بار در مرجع [23] مطالعه شده است. در این تحقیق سیستم کوارک-پادکوارک در خلأ و دمای صفر قرار دارد. تعمیم این تحقیق به دمای مخالف صفر در مرجع [24] دنبال گردیده است. مقاله‌ی [3] این سیستم را با دقت بیشتری در نظر گرفته است یعنی علاوه بر تصحیحات گرانشی، زوایای کره‌ی S_5 را هم تغییر داده است. مطالعاتی که قبلاً توسط دیگران انجام شده این بود که این دوگانگی پیمانه/گرانش را در حضور تصحیحات بالاتر یعنی مرتبه‌های ۳ و ۲ از تانسور انحنا مورد بررسی قرار نمی‌دادند. از آنجایی که این زوج در مرز فضای AdS زندگی می‌کنند و روی مرز بی‌نهایت کره‌های پنج بعدی وجود دارد بنابراین هرکدام از این کوارک-پادکوارک می‌توانند درون این کره‌ها با زوایای نسبی اختیاری قرار بگیرند نکته‌ای که در مقاله [3] انجام شده است، در نظر گرفتن زوایای داخلی کوارک-پادکوارک بر پتانسیل میان آن‌ها است که در مطالعات قبلی که توسط دیگران انجام شده این زوایای داخلی خاموش بوده است. سپس با در نظر گرفتن مرتبه چهارم تانسور انحنا، اثر تصحیحات گرانشی به‌همراه زوایای داخلی بر پتانسیل میان کوارک-پادکوارک بررسی می‌شود. هدف از این پایان‌نامه مروری است بر مراجع فوق و یافتن ارتباط نتایج حاصل شده با فیزیک پلاسمای کوارک گلوئون می‌باشد. در فصل ۳ نتیجه ارائه شده است ولی به‌طور خلاصه درمی‌یابیم که در نظر گرفتن تصحیحات گرانشی کوارک-پادکوارک را مقید تر کرده و به دنبال آن طول تفکیک را افزایش داده ولی با در نظر گرفتن جهت‌گیری‌های کوارک-پادکوارک درون کره‌های پنج بعدی بستگی میان کوارک-پادکوارک کم‌تر شده و طول تفکیک کاهش می‌یابد.

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه

- ۱- کاظم بی تقصیر فدافن ، روح الله اکبری “مطالعه‌ی اثر فضای داخلی بر پتانسیل میان کوارک-پادکوارک در محیط خلأ با استفاده از AdS/CFT” کنفرانس بهار فیزیک ذرات بنیادی (IPM)، ۱-۲ خرداد ماه ۱۳۹۲

فهرست مطالب

فصل اول: آشنایی با ذرات بنیادی

- ۱-۱- دنیای ذرات بنیادی ۲
- ۱-۲- وحدت نیروها ۳
- ۱-۳- مدل استاندارد ۴
- ۱-۳-۱- کوارک ها ۴
- ۱-۳-۲- لپتون ها ۵
- ۱-۳-۳- بوزون ها ۶
- ۱-۳-۴- ذره هیگز ۶
- ۱-۴- پلاسمای کوارک گلوئون ۶
- ۱-۵- نظریه کوانتومی رنگ ۱۲

فصل دوم: نظریه ریسمان و تناظر AdS/CFT

- ۱-۲- تاریخچه نظریه ریسمان ۱۶
- ۲-۲- نظریه ریسمان ۱۷
- ۲-۳- نظریه ام ۲۰
- ۲-۴- انواع نظریه ریسمان ۲۱
- ۲-۵- سیاه چاله ها ۲۳
- ۲-۶- اصل هولوغرافی ۲۵
- ۲-۷- تناظر AdS/CFT ۲۶
- ۲-۸- کاربرد تناظر AdS/CFT ۲۷
- ۲-۹- ارتباط بین پارامترهای دو نظریه ۲۸
- ۲-۱۰- تصحیحات مرتبه بالاتر ۲۹

فصل سوم: محاسبه پتانسیل $Q\bar{Q}$ بادر نظر گرفتن جهت گیری های درونی و تصحیحات خمیدگی مرتبه های بالاتر در دماهای $T \geq 0$

36..... 3-1- مقدمه

37..... 3-2- محاسبه پتانسیل $q\bar{q}$ در دمای صفر و مستقل از فضای داخلی

40..... 3-3- محاسبه پتانسیل $q\bar{q}$ در دمای صفر و وابسته به فضای داخلی

43..... 3-4- حلقه های ویلسون متناظر با $q\bar{q}$ زمان گونه در دمای غیر صفر و در حضور تصحیحات خمیدگی مرتبه های بالاتر

62..... 3-5- بسط انتگرال ها در حلقه های ویلسون زمان گونه

66..... 3-6- حلقه های ویلسون متناظر با $q\bar{q}$ فضاگونه در دمای غیر صفر و در حضور تصحیحات خمیدگی مرتبه های بالاتر

67..... 3-7- بسط انتگرال ها در حلقه های ویلسون فضاگونه

70..... 3-8- اثر تصحیحات گرانشی بر محاسبه پتانسیل $q\bar{q}$ در غیاب جهت گیری های درونی کوارک-پادکوارک

پیوست ها

80..... پیوست الف : انتگرال های بیضوی

83..... پیوست ب : نمونه فایل محاسبات Mathematica

87..... پیوست ج : محاسبه دمای T از سیاه چاله

89..... پیوست د : محاسبه پتانسیل متناظر با حلقه های ویلسون فضاگونه

99..... پیوست ذ : پارامتر شیب

فهرست اشکال

2..... شکل 1-1: نمایی ساده از دانسته های فعلی ما از اجزای تشکیل دهنده مواد

8..... شکل 1-2: نمایی از پلاسمای کوارک-گلوئون

10..... شکل 1-3: نمایی از پارامتر برخورد سر به سر یون های سنگین

- شکل ۱-۴- نمایی از فراوانی ذرات بر اساس افزایش انرژی مرکز جرم..... ۱۱
- شکل ۱-۵- تغییرات ثابت جفت شدگی در محیط QCD و QED بر حسب مقیاس فاصله، انرژی و دما..... ۱۳
- شکل ۱-۶- نمودار فاینمن برای یک رأس..... ۱۴
- شکل ۱-۷- برهم‌کنش گلوئون ها..... ۱۴
- شکل ۲-۱- ارتعاش ریسمان‌های باز و بسته..... ۱۷
- شکل ۲-۲- روند پراکنده شدن دو ریسمان از هم..... ۱۸
- شکل ۲-۳- فضای دو بعدی با یک پایه متراکم ۱۹
- شکل ۲-۴- نمایی از فضای AdS ۲۶
- شکل ۲-۵- نمایی از حرکت کوآرک در محیط کوآرک-گلوئون-پلازما و دوگانگی AdS/CFT ۳۳
- شکل ۳-۱- نمایی از شکل ریسمان که کوآرک- پادکوآرک در انتهای آن زندگی می‌کنند..... ۳۸
- شکل ۳-۲- تصویری از جهت گیری‌های داخلی کوآرک-پادکوآرک در S^5 با استفاده از حلقه‌های ویلسون..... ۴۰
- شکل ۳-۳- نمایی از پتانسیل میان $q\bar{q}$ بر حسب فاصله بادر نظر گرفتن اثر فضای داخلی از پایین به بالا $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi$ ۴۳
- شکل ۳-۴- شماتیکی از دو ریسمان باز مستقیم که دو کوآرک آزاد سنگین را نشان می‌دهند که از مرز AdS شروع شده و تا افق سیاه‌چاله ادامه دارند..... ۵۴
- شکل ۳-۵- صفحه (l^2, δ^4) با منطقه G برای $\gamma = 0$. خطوط $\frac{1}{\pi}\Delta\theta$ برای مقادیر مختلف، و خط چین خطوط $V_1 = 0$ می- باشد..... ۵۸
- شکل ۳-۶- صفحه (l^2, δ^4) با منطقه G برای $\gamma = 0$. خطوط $\frac{\pi}{2}T.L$ برای مقادیر مختلف و خط چین خطوط $V_1 = 0$ می‌باشد..... ۵۹
- شکل ۳-۷- خطوط بحرانی $V_1 = 0$ در صفحه $(\frac{1}{\pi}\Delta\theta, \frac{\pi}{2}T.L)$ برای مقادیر مختلف از تصحیحات..... ۶۰
- شکل ۳-۸- $\frac{1}{R^2T}.V_1$ به عنوان تابعی از $\frac{\pi}{2}T.L$ در $\gamma = 0$ برای مقادیر مختلف از $\frac{1}{\pi}\Delta\theta$ ۶۱
- شکل ۳-۹- $\frac{1}{R^2T}.V_1$ به عنوان تابعی از $\frac{\pi}{2}T.L$ برای مقادیر مختلف از γ ۷۶

آشنایی با ذرات بنیادی

❖ دنیای ذرات بنیادی

❖ وحدت نیروها

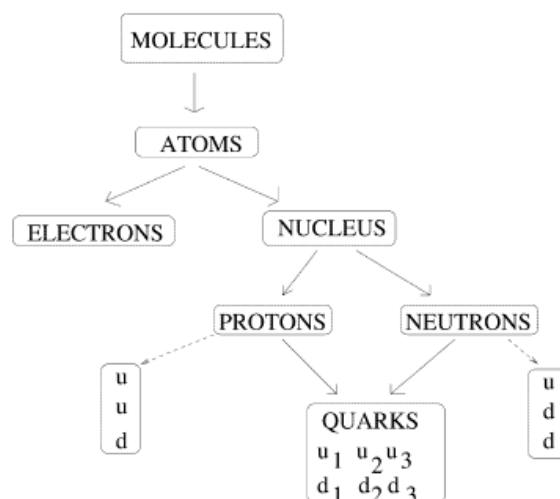
❖ مدل استاندارد

❖ پلاسمای کوارک گلوئون

❖ نظریه کوانتومی رنگ

۱-۱- دنیای ذرات بنیادی:

براساس دانسته‌های ما، آن‌چه که در اطراف ما وجود دارد، از تعدادی ذرات کوچک‌تر تشکیل شده است که ذرات بنیادی نامیده می‌شوند. شکل ۱، نمایی ساده از اطلاعات فعلی ما را راجع به ساختار مواد نشان می‌دهد:



شکل ۱-۱: نمایی ساده از دانسته‌های فعلی ما از اجزای تشکیل دهنده مواد

در ابتدایی‌ترین دیدگاه، هر ماده از تعدادی مولکول تشکیل شده است که ترکیب‌های مختلفی با هم دارند. می‌دانیم که هر مولکول از ذرات ریزتری به نام اتم ساخته شده است. همچنین در اوایل قرن بیستم کشف شد که اتم هم کوچک‌ترین بخش ماده نیست بلکه از الکترون و هسته تشکیل شده است. هسته نیز به بخش‌های کوچک‌تری به نام‌های پروتون و نوترون تقسیم می‌شود. پروتون‌ها و نوترون‌ها هم به ذرات کوچک‌تری به نام کوارک تقسیم بندی می‌شوند. بر اساس دانش فعلی ما، الکترون و کوارک تقسیم ناپذیرند.

البته می‌دانیم که این تصویر ظاهری، از شکل کامل ذرات بنیادی فاصله دارد به عنوان مثال کوارک-های u و d خود بر سه نوع هستند: $u_1, u_2, u_3, d_1, d_2, d_3$ که معمولاً به صورت نوع‌های قرمز، آبی و سبز خوانده می‌شوند. هر چند باید بدانیم که رنگ‌هایی که در این‌جا به عنوان عدد کوانتومی مطرح

می‌شوند، هیچ ربطی به رنگ‌های واقعی که در زندگی روزمره می‌بینیم، ندارند. کوارک‌هایی که در داخل پروتون و نوترون هستند، پیوسته رنگ خود را بر اثر فرآیندهای برهم‌کنش قوی، عوض می‌کنند.

۱-۲- وحدت نیروها:

از گذشته دور فیزیکدانان درصدد بودند که چهار نیروی بنیادی در طبیعت را با یکدیگر وحدت بخشند. در سال 1865م، ماکسول توانست نیروی الکتریسته و مغناطیس را یگانه‌سازی کند و نظریه الکترومغناطیس را بوجود آورد. در سال 1967م، استیون واینبرگ^۱ و عبدالسلام^۲ هرکدام جداگانه با مطرح کردن نظریه الکتروضعیف اولین گام را به سوی ایجاد وحدت برداشتند. در این نظریه، برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی و ضعیف، جنبه‌های مختلف یک نیروی بنیادی (نیروی الکتروضعیف) در نظر گرفته می‌شوند، درست همان‌طور که نیروی الکتریکی و مغناطیسی اجزای متفاوت یک پدیده واحد به نام الکترومغناطیس هستند. این نظریه وجود ذرات W و Z را پیش بینی کرد؛ کشف آنها در سال 1983م تأیید هیجان انگیز این نظریه بود.

گام بعدی در این نظریه، ترکیب نیروی الکتروضعیف و نیروی قوی در یک برهم‌کنش واحد می‌باشد [5]. نیروی قوی در سال 1966م، توسط نامبو ارائه و باعث بوجود آمدن نظریه دینامیک رنگ یا کرومودینامیک کوانتومی^۳ گردید. کوارک‌ها به دلیل داشتن درجه آزادی رنگ از طریق گلوئون‌ها که ذره تبدالی در نیروهای قوی، و حامل نیروی رنگ از یک کوارک به کوارک دیگر می‌باشد، نیروی هسته‌ای قوی به یکدیگر وارد می‌کنند و نظریه‌هایی که در جهت وحدت این نیروها می‌کوشند، نظریه وحدت بزرگ نامیده می‌شود. با گنجاندن لپتون‌ها و کوارک‌ها در یک نظریه واحد، بسیاری از پدیده‌های مشاهده شده مانند بار کسری کوارک‌ها و اختلاف بار واحد بین زوج کوارک‌ها و لپتون‌های هر

¹ Steven Weinberg

² Abdus salam

³ Quantum chromodynamics

نسل توجیه می‌شوند و همچنین پدیده‌های جدیدی، چون تبدیل کوارک‌ها به لپتون‌ها را پیش بینی می‌کند که باعث می‌شود یک پروتون با طول عمر 10^{31} سال به ذرات سبکتر واپاشی کند. فیزیکدانان توانسته‌اند با اعمال روش‌های کوانتش بر روی میدان‌های سه نیروی وحدت یافته، نظریه کوانتومی میدان این نیروها را بدست آورند. چهارمین نیرو، نیروی گرانش است که فیزیکدانان نتوانسته‌اند با سه نیروی دیگر یگانه سازی کنند. دانسته‌های ما نشان می‌دهد که این نیرو در ابعاد اتمی بسیار ضعیف می‌باشد.

۱-۳- مدل استاندارد:

در این بخش برخی از خواص پایه‌ای مدل استاندارد را توضیح خواهیم داد. سه پایه مهم این نظریه عبارتند از: مکانیک کوانتومی - نظریه نسبیت خاص - قوانین الکترومغناطیس و تعمیم آن به نیروهای قوی و ضعیف.

یک چارچوب ریاضی که به نظریه پیمانه‌ای^۱ معروف است وجود دارد که سه مطلب فوق را در بر می‌گیرد (در فیزیک نظریه پیمانه‌ای، یک دسته از نظریه‌ها وجود دارد که مبتنی بر این ایده است که تبدیلات متقارن می‌توانند به صورت تقارن موضعی یا تقارن سراسری انجام گیرند) یکی از شکل‌های تعریف این نظریه، نظریه ذرات بنیادی را توضیح می‌دهد که این نظریه خاص به نام مدل استاندارد شناخته می‌شود.

این نظریه قادر است خروجی هر حالت ممکن در آزمایشات مربوط به ذرات بنیادی را پیشگویی کند. برای مثال مدل استاندارد به ما می‌گوید که دقیقاً چه نوع ذرات بنیادی در دنیای ما وجود دارند. مطابق این مدل، ذرات بنیادی دنیای ما به چهار گروه تقسیم می‌شوند [4].

$$1-3-1 \text{ - کوارک های } b_1, b_2, b_3, t_1, t_2, t_3, s_1, s_2, s_3, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2, d_3, u_1, u_2, u_3$$

¹ Gauge theory

در این مجموعه، به عنوان مثال کوارک‌های u و d هر کدام در سه رنگ متفاوت هستند. در واقع طبیعت نوع دیگری کوارک علاوه بر کوارک‌های u و d را دارد که این کوارک‌ها عبارتند از: c^1, s^2, t^3 که هر کدام از این کوارک‌ها نیز سه رنگ متفاوت دارند. از این شش نوع کوارک، u, c, t بار $2/3$ حمل می‌کنند و اسپین آن‌ها صحیح است. طبق این نظریه، شش لپتون و شش کوارک (و پاد ذرات آن‌ها) به اضافه ذرات واسطه میدان (فوتون، سه بوزون ضعیف، هشت گلوئون) در مجموع شصت و یک ذره می‌باشد و یک ذره‌ی آن به نام هیگز می‌باشد و تنها ذره مدل استاندارد است که هنوز به صورت تجربی مشاهده نشده است. به تازگی نتایج LHC^5 شاهی بر وجود چنین ذره‌ای است هر چند هنوز اسپین آن همانند ذره‌ی هیگز نیست. مشاهده تجربی این ذره ممکن است بتواند درباره چگونگی جرم دار شدن ذرات واسطه، توضیح دهد. به طور خاص، بوزون هیگز احتمالاً می‌تواند دلایلی برای تفاوت‌های بین فوتون که بدون جرم است و بوزون W, Z که نسبتاً پرجرم هستند ارائه کند. بنابراین بوزون هیگز در صورت وجود، یک مؤلفه بسیار مهم در دنیای ماده است.

۱-۳-۲- لپتون‌ها :

$$e^-, \nu_e, \mu^-, \nu_\mu, \tau^-, \nu_\tau$$

در این مجموعه الکترون‌ها را با بار منفی مشاهده می‌کنیم که این علامت منفی به خاطر این است که الکترون منهای یک واحد بار الکتریکی حمل می‌کند یعنی باری معادل ولی عکس علامت بار پروتون . اگرچه میون بسیار سنگین‌تر از الکترون است با این حال جفت ذره μ^- و ν_μ خواص مشابه جفت ذره e^- و ν_e دارند. به همین ترتیب τ^- و ν_τ خواصی مشابه e^- و ν_e دارند با این تفاوت که ذره τ حتی سنگین‌تر از ذره میون است. به ازای هر لپتون یک پاد-لپتون نیز وجود دارد. به عنوان مثال الکترون پاد ذره‌ای به نام پوزیترون دارد که به صورت e^+ نمایش داده می‌شود.

¹ Charm

² Strange

³ Top

⁴ Bottom

⁵ Large Hadron Collider

۱-۳-۳-بوزون‌ها: فوتون‌های γ ، w^- ، w^+ ، Z . این‌ها ذرات واسطی هستند که پاد ذراتی ندارند.

۱-۳-۴-ذره هیگز ϕ : این ذره مرموزترین ذره مدل استاندارد است. برخلاف تمام ذرات دیگر در مجموعه بالا که به‌صورت آزمایش مشاهده گردیده‌اند، ذره هیگز تا به حال در هیچ آزمایشی به رغم ترتیب دادن آزمایش‌های فراوان دیده نشده است. با این حال، وجود این ذره توسط مدل استاندارد پیش بینی شده است و آزمایش‌های جدیدی برای مشاهده این ذره در حال طراحی است ولی در بزرگ‌ترین برخورد دهنده‌های ذرات در جهان یعنی سرن^۱ و تواترون^۲ نشان می‌دهد بوزون هیگز به‌زودی در دسترس خواهد بود. هردو شتاب‌دهنده در محل برخورد ذرات، انرژی زیادی کشف کرده‌اند که نشانه‌ای از ظهور این ذره است. در ۱۳ دسامبر ۲۰۱۱ مسئولان پروژه‌های اطلس و سی‌ام‌اس در این آزمایش‌ها ذراتی مشاهده کردند که معادل ۱۲۴ تا ۱۲۵ گیگاالکترون‌ولت جرم داشته‌اند.

مشکلات مختلفی در مدل استاندارد وجود دارند که دو تا از مهم‌ترین آن‌ها عبارتند از:

۱. در این مدل گرانش به‌علت ضعیف بودن بیش از اندازه در ابعاد اتمی، جایگاهی ندارد و نتوانستند با ۳ نیروی دیگر وحدت بدهند.

۲. حدود ۲۰ پارامتر است که در این مدل به صورت دستی وارد می‌شوند در نتیجه فیزیک نظریه یکتا نمی‌باشد و این یک ضعف در این مدل می‌باشد زیرا به ازای پارامترهای مختلف، فیزیک متفاوتی به دست می‌آید.

۱-۴- پلاسمای کوارک-گلوئون:

هنگامی که فیزیکدانان شتاب‌دهنده‌ی RHIC^۳ و LHC در آزمایش برخورد یون‌های سنگین دو باریکه از یون‌های سنگین نسبیتی متفاوت را باهم برخورد دادند، به دلیل این که این فرآیند با ایجاد فشار و گرمای بسیار بالایی همراه است، مشاهده نمودند که پروتون‌ها و نوترون‌های موجود در این یون‌ها و یا

^۱ Cern

^۲ Teatron

^۳ Relativistic Heavy Ion Collider

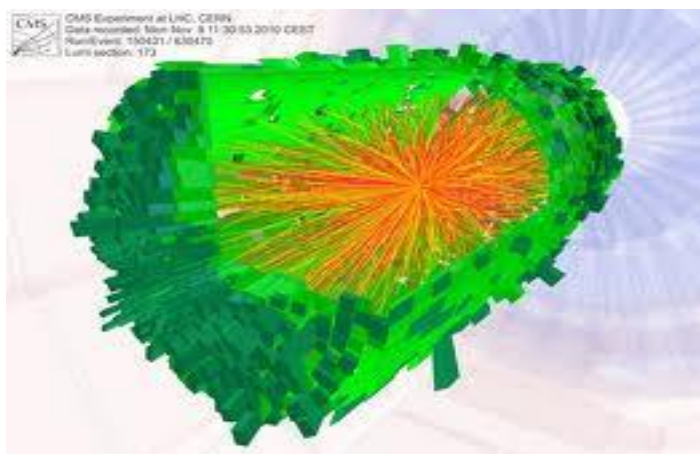
به طور کلی هادرون‌ها می‌توانند تغییر فاز بدهند و کوارک‌ها و گلوئون‌هایی که عامل نگه‌دارنده این کوارک‌ها هستند، برای مدت بسیار کوتاهی از هر قید و بندی آزاد هستند. یعنی محیطی به وجود آمد که در آن به دلیل بالا بودن دما (حدوداً 300 میلیون برابر دمای سطح خورشید) فاز حبس‌شدگی^۱ برقرار نیست و برای یک لحظه بسیار کوتاه (زمانی در حدود 10^{-23} ثانیه) کوارک آزاد داریم. به عبارتی یک محیط هیدرودینامیکی داریم که در آن کوارک‌ها و گلوئون‌های آزاد وجود دارند که به این محیط پلاسمای کوارک-گلوئون می‌گویند [6].

فیزیکدانان در شتابدهنده‌ی RHIC دو باریکه‌ی طلا را که انرژی مرکز جرم آن $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$ می‌باشد را به صورت سر به سر برخورد دادند. این برخورد باعث می‌شود نزدیک به 400 پروتون و نوترون در محل برخورد وجود داشته باشند. به خاطر بالا بودن دما در اثر این برخورد، دمای آن منطقه در حدود 300 میلیون برابر دمای سطح خورشید می‌شود که در این دما (که البته تقریباً نزدیک به دمای ثانیه‌ی اول جهان است) پروتون‌ها و نوترون‌ها دیگر نمی‌توانند به صورت ذره‌ای باشند و گلوئون-هایی که بین کوارک‌های پروتون‌ها و نوترون‌ها کشش ایجاد می‌کنند، آزاد می‌شوند و کوارک‌ها هم آزاد می‌شوند. پس محیطی از گلوئون و کوارک پدید می‌آورد که به QGP^2 یا پلاسمای کوارک-گلوئون معروف است.

در شکل ۱-۲ دیده می‌شود که برخورد دو یون سنگین، سبب تشکیل محیطی با دمای زیاد می‌شود که برای مدت بسیار کوتاهی ما کوارک و گلوئون آزاد را در مرکز خواهیم داشت.

¹ Confinement

² Quark-gluon plasma



شکل ۱-۲: نمایی از پلاسمای کوارک-گلوئون

اما در برخورد دهنده‌ی بزرگ هادرونی (LHC)، باریکه‌ای از یون‌های سرب را در محدوده انرژی مرکز جرم $\sqrt{s} = 5.5 \text{ TeV}$ با هم برخورد دادند تا محیطی از کوارک‌ها و گلوئون‌ها تحت عنوان پلاسمای کوارک-گلوئون تولید کنند.

اندازه‌گیری دمای این پلاسما با توجه به زمان کم بقای پلاسما (زمانی حدود 10^{-23} ثانیه) و همچنین گرمای فوق العاده آن توسط دماسنج‌های معمولی غیر ممکن است. در اثر برخورد باریکه یون‌های سرب، علاوه بر پلاسمای کوارک-گلوئون، جت^۱ ها هم تولید می‌شوند. یکی از نکات مهم در پخش شدن ذرات بعد از تولید پلاسمای کوارک-گلوئون این است که این ذرات ثانویه یا جت که انتظار می‌رفت به صورت جفت در جهت‌های مخالف هم دیده شوند نقص‌هایی داشتند، به این معنی که اگر جتی از یک طرف ظاهر شد، جفتش با همان تکانه در جهت مخالف مشاهده نمی‌شود که به این پدیده <<خاموشی جت^۲>> می‌گویند.

به طور نظری می‌دانیم که در محل برخورد دو باریکه‌ی طلا ناحیه‌ای وجود دارد که مثل یک دیواره‌ی آتش عمل می‌کند و اگر کوارکی از آن بیرون بیاید مشاهده‌پذیر می‌شود و قابل آشکارسازی، و اگر بیرون نیاید و آشکار نشود به این معنی است که کوارک در آن ناحیه به دام افتاده و برهم‌کنش کرده

¹ Jet

² Jet quenching

است پس قانون بقای تکانه به نحوی پایسته می‌ماند. پس از تشکیل فاز پلاسمای کوارک گلوئون، دمای محیط به مرور زمان کم و کم‌تر می‌شود و برهم‌کنش بین ذرات بیشتر می‌شود و در نتیجه ثابت جفت‌شدگی بزرگتر می‌شود و وارد فاز دیگری به نام فاز هادرونی می‌شود که یکی دیگر از فازهای نظریه کوانتومی رنگ^۱ می‌باشد.

QGP در دماهای بالا و چگالی باریونی بالا تولید می‌شود در طبیعت در سه مورد می‌توان محیط (QGP) را بیابیم که عبارتند از: عالم اولیه، قلب ستاره‌های نوترونی و برخورد یون‌های سنگین نسبیتی (RHIC) طلا با انرژی‌های بالا.

پنج پارامتر مهم در برخورد یون‌های سنگین عبارتست از:

۱- جهت‌گیری پرتوها^۲

۲- پارامتر تأثیر^۳

۳- صفحه برهم‌کنش^۴

۴- شبه سرعت^۵

۵- فراوانی^۶

جهت‌گیری پرتوها : محور برخورد دو ذره جهت‌گیری پرتوها نامیده می‌شود که به‌طور مثال معادل با محور z در فضای^۳ بعدی اطرافمان می‌باشد به‌این صورت که اگر یک ذره را در نظر بگیریم که در صفحه x-y تخته سیاه نشسته و ذره دیگر شخصی باشد که روبرو تخته سیاه نشسته باشد محور z

¹ Quantum chromo dynamics

² Beam direction

³ Impact parameter

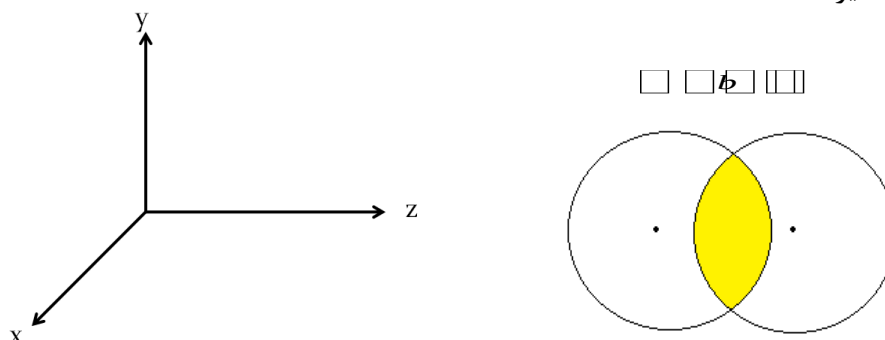
⁴ Reaction plane

⁵ Pseudo-rapidity

⁶ Multiplication

مربوط به این برخورد محور عمود بر تخته سیاه می باشد که این محور را محور جهت گیری پرتوها می گویند.

پارامتر تأثیر:



شکل ۱-۳: نمایی از پارامتر برخورد سر به سر یون های سنگین

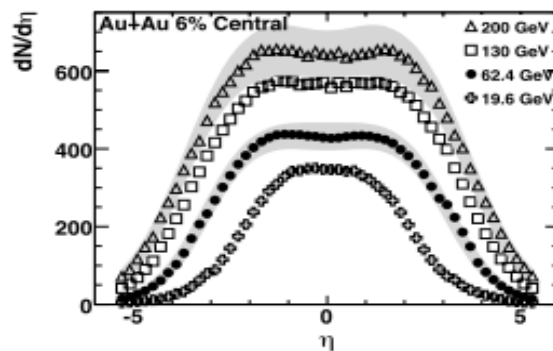
سر به سر برخورد کردن این دو یون سنگین نسبیتی با پارامتر برخورد b کنترل می شود. به این صورت که برخورد کاملاً سر به سر زمانی اتفاق می افتد که b برابر با صفر شود و یا به عبارتی فاصله ۲ تا مرکز به صفر میل کرده و ۲ مرکز روی هم قرار گیرند.

به عبارتی هرچه پارامتر برخورد کوچک تر باشد تعداد ذراتی که در اثر این برخورد آزاد می شود بیشتر است. لازم به ذکر است که ناحیه زرد نشان داده شده در شکل فوق بیانگر پروتون هایی هستند که با هم برخورد می کنند یا به اصطلاح، ذرات شرکت پذیر هستند و بقیه پروتون ها ذرات تماشاچی هستند.

صفحه برهم کنش: هنگامی که یون های سنگین باهم برخورد می کنند پس از برخورد ذرات جدیدی شروع به پخش شدن در محیط می کنند به صفحه ای که این پخش شدن ذرات برای آن اتفاق می افتد صفحه برهم کنش می گویند.

شبه سرعت: در فیزیک ذرات تجربی، مفهوم شبه سرعت η ، یک مختصه فضایی استفاده شده برای توصیف زاویه یک ذره نسبت به محور پرتو است که به طور معمول مورد استفاده قرار می گیرد [12].

فراوانی : فراوانی ذرات پس از برخورد می‌باشد که هرچه انرژی مرکز جرم بیشتر شود این فراوانی افزایش می‌یابد.



شکل ۱-۴: نمایی از فراوانی ذرات بر اساس افزایش انرژی مرکز جرم

۵-۱- نظریه کوانتومی رنگ:

نظریه مربوط به کوارک‌ها، گلوئون‌ها و دینامیک بین آن‌ها را نظریه دینامیک رنگ می‌نامند. می‌دانیم که نیروی قوی بین کوارک‌ها عمل می‌کند و کوارک‌ها علاوه بر بار الکتریکی معمولی، نوع دیگری بار را حمل می‌کنند که آن را بار-رنگ می‌نامند. در مورد QCD در مقیاس بزرگ، تمام ذرات بدون رنگ هستند. ترکیب بندی رنگ-پاد رنگ یا قرمز-آبی-سبز بدون رنگ خواهند بود. مطابق نظریه کوانتومی رنگ، کوارک دارای رنگ یا پاد رنگ است و گلوئون دارای رنگ به علاوه پاد رنگ یک رنگ متفاوت است. مانند قرمز و پاد آبی [5]. نظریه‌ای که برهم‌کنش موجود بین بارهای الکتریکی ذرات را از طریق مبادله‌ی یک فوتون توصیف می‌کند، الکترو دینامیک کوانتومی^۱ نامیده می‌شود. عبارت کوانتوم به ما می‌گوید که با ذرات سرو کار داریم و اصطلاح الکترو دینامیک نشان می‌دهد که با پدیده‌های الکترومغناطیسی مواجه هستیم. به‌طور مشابه، نظریه‌ای به منظور توصیف برهم‌کنش قوی، بر اساس

^۱ Quantum Electrodynamics

برهم‌کنشی شامل بار رنگی کوارک‌ها پایه ریزی شده است که آن را کرومودینامیک کوانتومی می‌نامند، که کرومو به رنگ مربوط می‌شود.

دو خصوصیت اصلی در کرومودینامیک کوانتومی عبارتند از:

۱. اصل حبس کوارکی^۱: طبق این اصل نمی‌توان کوارک را به صورت آزاد مشاهده نمود.

۲. آزادی مجانبی^۲: کوارک‌ها در داخل پروتون‌ها یا پیون‌ها، بدون برهم‌کنش زیاد، از این سو و آن سو حرکت می‌کنند.

شدت برهم‌کنش در الکترومدینامیک با ثابت α مشخص می‌شود و برابر $(\frac{1}{137})$ می‌باشد. در نظریه کوانتومی رنگ، شدت برهم‌کنش با ثابت جفت شدگی^۳ α_s و از نیروی بین دو پروتون محاسبه می‌شود. این شدت به فاصله بین ذرات برهم‌کنش کننده بستگی دارد و در انرژی‌های پایین بزرگتر از یک می‌باشد. در فاصله‌های کوتاه (کمتر از اندازه پروتون) این شدت برهم‌کنش کاملاً کوچک می‌شود. به عبارتی در انرژی‌های بالا برهم‌کنش کوچک است و کوارک‌ها و گلوئون‌ها به طور ضعیف با هم برهم‌کنش می‌کنند در انرژی‌های پایین برهم‌کنش زیاد می‌باشد. این مربوط به خصوصیت دوم یعنی آزادی مجانبی می‌باشد. آزادی مجانبی به خاصیت ضد استتار^۴ رنگ مربوط می‌شود. یک بار برهنه^۵ دارای رنگ است و گلوئون‌ها هم دارای رنگ می‌باشند، و هرگاه به کوارک رنگی نزدیک شوند از شدت برهم‌کنش رنگ کاسته می‌شود. در نتیجه با عبور کردن از ابر گلوئونی سهم کوچک‌تری از بار برهنه را می‌یابد که این متضاد با محیط QED می‌باشد. در محیط QED، ابر جفت الکترون-پوزیترون بار برهنه را محصور می‌کند، یعنی اینکه با دور شدن از بار برهنه، بار مؤثر کاهش می‌یابد و در نتیجه

¹ Confinement

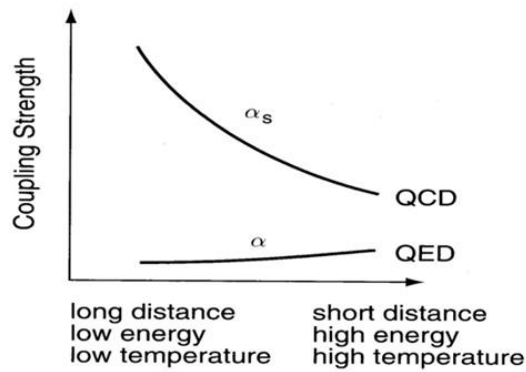
² Asymptotic freedom

³ Coupling Constant

⁴ Screening

⁵ Bare

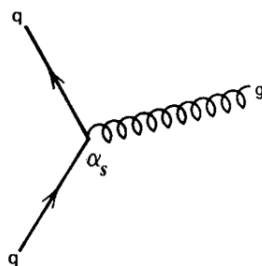
میدان مربوط به آن کوچک می‌شود، در نتیجه در فواصل کوتاه، جفت‌شدگی افزایش می‌یابد [4]. که این موضوع در شکل ۱-۵ نشان داده شده است.



شکل ۱-۵: تغییرات ثابت جفت‌شدگی در محیط QCD و

QED بر حسب مقیاس فاصله، انرژی و دما

رأس بنیادی در QCD طبق نمودارهای فاینمن به صورت زیر می‌باشد.



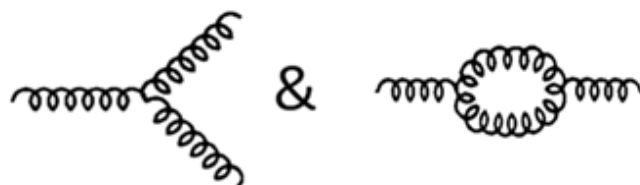
شکل ۱-۶: نمودار فاینمن برای یک رأس

ممکن است یک کوارک آبی به یک کوارک قرمز تبدیل شود. زیرا گلوئون‌ها با یکدیگر برهم‌کنش دارند که به مفهوم اساسی غیر آبلی^۱ یا نظریه پیمانه ای یانگ-میلز^۲ مربوط می‌شود. غیرآبلی بودن

^۱ Non abelian

^۲ Yong-Mills

نظریه باعث می‌شود که گلوئون‌ها با هم برهم‌کنش داشته باشند و طبق شکل زیر رأس‌های تازه‌ای به نمودار فاینمن^۱ اضافه می‌شود.



شکل ۱-۷: برهم‌کنش گلوئون‌ها

^۱ Feynman Diagrams

فصل دوم

نظریه ریسمان و تناظر AdS/CFT

- ❖ تاریخچه نظریه ریسمان
- ❖ نظریه ریسمان
- ❖ نظریه -ام
- ❖ انواع نظریه ریسمان
- ❖ سیاهچاله ها
- ❖ اصل هولوگرافی
- ❖ تناظر AdS/CFT
- ❖ کاربرد تناظر AdS/CFT
- ❖ ارتباط بین پارامتر های دو نظریه
- ❖ تصحیحات مرتبه بالاتر
- ❖ خواص ترابری کوارک سنگین

۲-۱- تاریخچه نظریه ریسمان:

نظریه ریسمان شاخه‌ای از فیزیک نظری و بیشتر مربوط به حوزه فیزیک انرژی‌های بالاست. این نظریه در ابتدا برای توجیه کامل نیروی هسته‌ای قوی به وجود آمد ولی پس از مدتی با گسترش نظریه کوانتومی رنگ کنار گذاشته شد و در حدود سال‌های ۱۹۸۰م دوباره برای اتحاد نیروی گرانشی و برطرف کردن ناهنجاری‌های نظریه ابرگرانش وارد صحنه شد. بنا بر آن ماده در بنیادین‌ترین صورت خود نه ذره بلکه ریسمان مانند است، یعنی تمام ذرات بنیادی (مثل الکترون، پوزیترون و فوتون) اگر با بزرگ‌نمایی خیلی زیاد نگریسته شوند ریسمان‌گونه هستند. ریسمان می‌تواند بسته (مثل حلقه) یا باز (مثل بند کفش) باشد.

همان‌طور که حالت‌های مختلف نوسانی در سیم‌های سازهای زهی مثل گیتار صداها (نتها)ی گوناگونی ایجاد می‌کند، حالت‌های مختلف نوسانی این ریسمان‌های بنیادی نیز به صورت ذرات بنیادی گوناگون جلوه‌گر می‌شود. خاصیت مهم ابرریسمان که فیزیکدانان را به سمت خود کشاند این بود که این نظریه به طرزی بسیار طبیعی، گرانش (نسبیت عام) و سه نیروی دیگر موجود در طبیعت (یعنی نیروی الکترومغناطیس، نیروی ضعیف و نیروی هسته‌ای قوی) را به هم مرتبط می‌سازد.

بعدها نظریه‌ی ریسمان به عنوان یک نظریه نامتناقض گرانش کوانتومی، از نو توسط برایان گرین^۱ و شوارتز^۲ مطرح شد. این بار اندازه و مقیاس ریسمان‌ها بسیار کوچک‌تر از ریسمان‌های توضیح دهنده‌ی نیروی ضعیف در نظر گرفته شد. به این احیای مجدد نظریه‌ی ریسمان، اصطلاحاً انقلاب نخست ابرریسمان گفته می‌شود. پیشوند ابر^۳ در ابتدای کلمه‌ی ریسمان به این دلیل آمده‌است که برای داشتن یک نظریه‌ی ریسمان فاقد تناقض و همچنین امکان داشتن ریسمان‌های فرمیونی (که در نهایت به توضیح خواص ذرات فرمیونی خواهد پرداخت)، نیاز به معرفی یک تقارن جدید موسوم به

^۱ Brian Greene

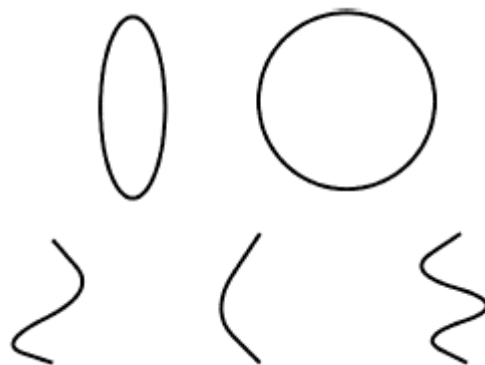
^۲ Schwarz

^۳ Super

ابرتقارن در کنش ریسمان داریم. به هر حال تنها پنج نظریه‌ی ریسمان نامتناقض داریم و این سؤال هم مطرح بود که کدام یک از این نظریه‌ها توصیف‌گر طبیعت‌اند.

۲-۲- نظریه ریسمان :

ایده اصلی نظریه ریسمان ساده است، طبق این نظریه اجزای تشکیل دهنده مواد، ذرات نقطه‌ای نیستند، بلکه این ذرات دارای یک بعد هستند این ذرات یک بعدی که به ریسمان‌های بنیادی معروف هستند، براساس مدهای مختلفی که می‌توانند ارتعاش کنند به گروه‌های مختلف تقسیم بندی می‌شوند. در اصل ارتعاشات مختلف آن‌ها است که "ذرات" بنیادی متفاوتی را ایجاد می‌کند. در نظریه-های ریسمان به جای داشتن انواع مختلف ذرات بنیادی، فقط یک نوع ریسمان بنیادی داریم که ساختمان مواد را تشکیل می‌دهد. شکل‌های زیر بعضی از حالت‌های ارتعاش ریسمان‌ها را نشان می‌دهند. طبق این شکل‌ها، ریسمان‌ها دو نوع ارتعاش دارند، ریسمان‌های بسته که مرزی ندارند و ریسمان‌های باز که نقطه شروع و انتها دارند که نماینده مرز مشخص آن‌ها است.

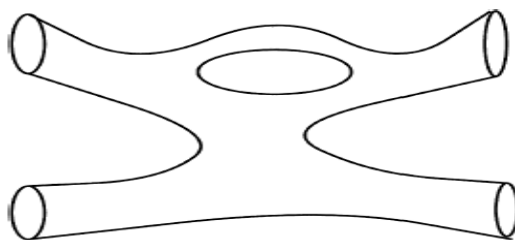


شکل ۲-۱: ارتعاش ریسمان‌های باز و بسته

از آن‌جا که نظریه ریسمان قرار است توصیف کننده جهان ما باشد، طبیعی است که هم باید قوانین کوانتوم مکانیک و هم قوانین نسبیت خاص را شامل شود. تنها راهی که می‌توانیم برای کنار هم گذاشتن این دو نظریه مجسم کنیم، این است که فرمول‌بندی نظریه ریسمان به طور عادی و در سه بعد نباشد، بلکه در یک فضای نه بعدی فرمول‌بندی شود. در این فضای نه بعدی، پنج نوع نظریه

ریسمان قابل فرمول‌بندی است که این پنج دسته ($I, IIA, IIB, E8 \times E8, SO(32)$) که در ادامه به‌طور مفصل در مورد آن‌ها بحث خواهیم کرد، وجه تمایزشان در نوع ارتعاشات مختلف آن‌ها می‌باشد، در نتیجه در هر دسته از این نظریه‌ها، یک ریسمان، حالت‌های ارتعاشی متفاوتی دارد که حالت‌های متفاوت ارتعاش در طیف ذرات بنیادی هر کدام از این نظریه‌ها مشهود است. نه بعد بودن فضا به‌ظاهر مشکلات جدی برای ما بوجود می‌آورد، اما به‌زودی نشان خواهیم داد که این مشکل بسیار ساده حل می‌شود. فعلاً این مشکل را رها می‌کنیم و نکات مثبت این نظریه را بیان می‌کنیم: اول از همه این که می‌توان ثابت کرد که یکی از حالت‌های ارتعاشی ریسمان خصلت‌هایی برابر ذره واسطه نیروی گرانش دارد.

یکی از نکات مثبت نظریه ریسمان این است که ما در محاسبات با مشکل "بی کرانی یا بی پایانی" مواجه نمی‌شویم. در نظریه ریسمان می‌توانیم مقدار متناهی برای نظریه کوانتومی گرانشی بدست آوریم. برای این که بدانیم چرا دامنه احتمالی که در نظریه ریسمان محاسبه می‌شود، کراندار است، به شکل ۲-۲ توجه می‌کنیم. این شکل روند پراکنده شدن دو ریسمان را نشان می‌دهد. درست مثل زمانی که در ذرات نقطه‌ای کار می‌کردیم، محاسبات مشخصی برای محاسبه دامنه احتمالی این فرایند وجود دارد.



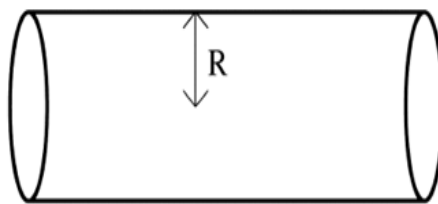
شکل ۲-۲: فرایند پراکنده شدن دو ریسمان از هم

این نکته قابل توجه این است که در این شکل هیچ نقطه‌ای وجود ندارد که اتفاق خاصی (مثل شکستن یک ریسمان به دو ریسمان) افتاده باشد [9]. این نمودار در همه جا هموار است، پس ما بحث واگرایی (را که در نظریه ذرات نقطه‌ای داشتیم) در اینجا نداریم. این دلیلی کاملاً شهودی برای

محدود بودن دامنه ریسمان‌هاست. در این‌جا باید یاد آوری کنیم که ذره جاذب تنها یکی از حالت‌های ارتعاشی فراوانی است که ریسمان‌های بنیادی دارند.

قوانین مکانیک کوانتوم به ما می‌گوید که یک ریسمان بنیادی، تعداد محدودی حالت ارتعاشی دارد. از آن‌جایی که هر یک از حالت‌های ارتعاشی مثل یک نوع از ذرات بنیادی رفتار می‌کنند، پس به‌نظر می‌رسد که تعداد حالات ارتعاشی هم باید محدود باشد.

حال به این مشکل بر می‌گردیم که چگونه نظریه ریسمان نه بعدی قرار است دنیای سه بعدی اطراف ما را توصیف کند؟ جواب این سوال روشی است که به فرآیند "متراکم سازی"^۱ معروف است. پیشگامان این نظر دو نفر به نام‌های "کالوزا"^۲ و "کلین"^۳ در نیمه اول قرن بیستم هستند. ما ایده اصلی این نظر را با یک مثال ساده بیان می‌کنیم. ما در ابتدا برای توصیف دنیای سه بعدی اطرافمان از یک مختصات دو بعدی شروع کردیم مثلاً برای توصیف سطح یک استوانه با شعاع R شکل ۲-۳ را در دو بعد رسم کردیم. اگر ما به‌صورت عمود بر صفحه حرکت کنیم، بعد از طی مسافت مشخصی که همان $2\pi R$ است، باید یک دور کل محیط را طی کنیم و به نقطه اولیه برگردیم. ما به این‌گونه مسیرها که بعد از طی مقدار مشخصی به مکان اولیه شان باز می‌گردند "متراکم"^۴ می‌گوییم و به مسیری که این‌گونه نباشد و به مکان اولیه‌اش باز نگردد، "غیر متراکم" می‌گوییم.



شکل ۲-۳: فضای دو بعدی با یک پایه متراکم

^۱ Compactification

^۲ Kaluza

^۳ Klein

^۴ Compact

اکنون حالتی را در نظر می‌گیریم که R بسیار کوچک باشد، مثلاً اگر $R \rightarrow 0$ ما یک فضای یک بعدی خواهیم داشت. پس در حقیقت اگر R را تا اندازه‌ای کوچک کنیم که توسط قوی‌ترین میکروسکوپ‌ها هم قابل اندازه‌گیری نباشد، آن‌گاه ناظری که درون آن دستگاه است فکر می‌کند که در دنیای تک بعدی زندگی می‌کند و هرگز نخواهد دانست که دنیایش دو بعدی است.

این موضوع را می‌توان تعمیم داد تا در دنیای نه بعدی که توسط نظریه ریسمان ایجاد می‌شود هم صدق کند. به این معنی که شش بعد از این نه بعد را مقدار کوچک k در نظر می‌گیریم. اگر k به قدر کافی کوچک باشد این دنیای نه بعدی به صورت سه بعد ظاهر خواهد شد.

۲-۳- نظریه ام^۱:

در سال ۱۹۹۵م ادوارد ویتن^۲ و دیگران ثابت کردند که پنج نظریه ابرریسمان موجود، بی‌ارتباط به هم نیستند و با گونه‌ای روابط همزادی^۳ به هم مربوط می‌شوند. وی نشان داد که این پنج نظریه درواقع پنج «جلوه» گوناگون از یک نظریه‌ی مادر و بزرگ‌تر هستند [18] یعنی این نظریه‌ی مادر که آنرا نظریه‌ی ام (تلفظ می‌شود نظریه‌ی ام) نام نهادند، در شرایط خاص به هر یک از این پنج نظریه تقلیل می‌یابد (بسته به شرایط به نظریه‌های مختلف). عموماً از این واقعه به عنوان انقلاب دوم ابرریسمان یاد می‌شود.

فیزیکدانان هنوز شناخت کاملی از نظریه‌ی ام ندارند، حتی بر سراینکه «ام» در نام نظریه دقیقاً مبین چیست اختلاف نظر وجود دارد بعضی می‌گویند «ام» به معنی مادر است برخی می‌گویند «ام» مخفف «ماتریس» است و برخی دیگر (البته به شوخی) می‌گویند «ام» (M) از واژگون کردن حرف نخست نام ویتن (W) می‌آید هرچه هست هم‌اکنون بسیاری از فیزیکدانان به دنبال کشف و درک نظریه‌ی ام

¹ M-Theory

² Witten

³ Duality

هستند . احتمالاً یافتن نظریه‌ی ام از بزرگ‌ترین دستاوردهای بشر خواهد بود، زیرا این نظریه قادر خواهد بود تمام دنیا را در بنیادی‌ترین حالت توصیف کند.

۲-4- انواع نظریه ریسمان:

همان‌طور که بیان شد این نظریه اصولاً برای شرح رفتار بوزون‌ها ارائه شد از این جهت یکی از شاخه‌های این نظریه به بوزون‌ها اختصاص دارد . این شاخه بوزونیک نامیده می‌شود که در آن تنها بوزون‌ها نقش ایفا می‌کنند یعنی فقط بوزون‌ها را شامل می‌شود و در آن هر دو نوع ریسمان‌ها ؛ یعنی ریسمان-ها باز و بسته وجود دارد . در این نوع نظریه تکیون‌ها نیز دارای نقش هستند . تکیون‌ها ذراتی با جرم موهومی هستند و هرگز مشاهده نشده اند. در این نوع از نظریه، تعداد ابعاد از تمام انواع این نظریه بیشتر است و بیست و شش بعد است .

نوع دیگر نظریه ریسمان که دارای ۱۰ بعد است ماده و نیرو را در بر می‌گیرد یعنی هم فرمیون‌ها و هم بوزون‌ها در آن نقش دارند و به وسیله‌ی ابر تقارن به هم ربط داده می‌شوند، نظریه ابر ریسمان نامیده می‌شود که نظریه تعمیم یافته‌ای است . در این نظریه که نوع I نامیده می‌شود هر دو نوع ریسمان باز و بسته نقش دارد ولی در آن تکیونی وجود ندارد و همچنین تقارن آن از نوع $(32) SO$ است .

نوع دیگر نظریه ریسمان که IIA نامیده می‌شود دارای ۱۰ بعد است که طبق معمول نه بعد فضایی و یک بعد زمان دارد . در این نوع تنها ریسمان‌های بسته خود نمایی کرده و نقش‌ها را بر عهده می‌گیرند . در آن تکیون وجود ندارد و نیرو و ماده، به عبارت دیگر فرمیون‌ها و بوزون‌ها نقش دارند ولی فرمیون-ها بدون جرم و با اسپین دو جهته فرض می‌شوند و در آن ابر تقارن نقش مهمی دارد .

نوع چهارم نظریه ریسمان تفاوتی اندکی با نوع سوم دارد . این نوع تئوری که IIB نامیده می‌شود در واقع ابر ریسمان است زیرا در آن ماده و نیرو به وسیله ابر تقارن با یکدیگر پیوسته شده‌اند و در قالب یک نظریه ریسمان درآمده‌اند . ابعاد در این نوع ۱۰ تا است، در آن تکیون وجود ندارد و ریسمان‌های بسته وجود دارند اما تفاوت آن در اسپین آن با نظریه قبلی است یعنی دارای فرمیون‌های بدون جرم

است که تنها در یک جهت اسپین دارند . نوع پنجم را HO می نامند این هم نوعی ابر ریسمان است که در آن ماده و نیرو به وسیله ی ابرتقارن به هم پیوند یافته اند . ابعاد در این نظریه معادل سه مدل قبلی یعنی ۱۰ تا است نوعی نظریه اکتشافی (هتروتیک) است، یعنی میان حرکت ریسمان در جهت- های مختلف مثلاً چپ و راست با یکدیگر تفاوت دارد گروه تقارن در آن مانند نوع دوم است یعنی SO (32) است، تاکیون وجود ندارد و فقط ریسمان های بسته وجود دارند .

نوع دیگر که HE نامیده می شود دارای ۱۰ بعد می باشد و مانند چهارنوع قبلی ابر ریسمان است و شامل نیرو و ماده است که به وسیله ی ابر تقارن به هم پیوند یافته اند با این تفاوت که گروه تقارن آن از نوع $E_8 \times E_8$ است در آن تاکیونی وجود ندارد؛ فقط ریسمان های بسته وجود دارند این نوع نیز مانند نوع پنجم هتروتیک یا اکتشافی است [9] .

Type	Spacetime dimensions	Tachyon	Type of String	Super string or string theory
Bosonic	۲۶	Yes	Both of them	String T
I	۱۰	No	Both of them	Superstring T
IIA	۱۰	No	Closed string	Superstring T
IIB	۱۰	No	Closed string	Superstring T
HO	۱۰	No	Closed string	Superstring T
HE	۱۰	No	Closed string	Superstring T

اما ممکن است برای شما این سؤال مطرح شده باشد گروه های تقارن چیست؟ در ریاضیات گروه های تقارن وجود دارد که انواع متفاوتی دارد و از آنجایی که زبان فیزیک، ریاضی است ما از آن ها در این جا استفاده می کنیم .

اینشتین کیهان را چهار بعدی فرض کرد که سه بعد فضایی دارد و یک بعد زمانی پیوسته به آن ها که بافت فضا-زمان را به وجود می آورند . حال سؤال این جا است که این ابعاد از کجا آمده اند و اصولاً نظریه ریسمان برای آن ها چه توجیه منطقی دارد؟ نظریه بوزونی ریسمان ابعاد خود را به این صورت

شرح می‌دهد که در این نظریه تعداد ابعاد آن قدر زیاد است که باید تعداد آن‌ها را با انگشتان دست درج کرد. در این شرایط ابعاد جهان به جای چهارتا به بیست و شش تا می‌رسد. هر چند که در نظریه M تعداد ابعاد آن‌ها به ۱۰ الی ۱۱ عدد می‌رسد.

متخصصان نظریه ریسمان برای شرح این موضوع دو راه مختلف را در نظر می‌گیرند. راه اول فشرده-گی ابعاد است که می‌گوید تعداد ابعاد اضافی در نظریه M که ۶ تا ۷ عدد هستند، آن قدر فشرده و کوچک هستند که در دوران ما در پدیده‌ها قابل کشف نیستند. یعنی این ۶ یا ۷ بعد در یک لوپ بر روی یکدیگر فشرده‌اند [17].

برای درک بهتر موضوع فشرده‌گی، همان‌طور که قبلاً ذکر شد می‌توان مثال دیگری را در نظر گرفت. یک تکه چوب را تصور کنید اگر شما در یک فاصله‌ی معین از آن قرار داشته باشید شما چوب را در یک بعد مشاهده می‌کنید که همان طول آن است. اگر شما از آن فاصله کمی جلوتر آید می‌توانید بعد دوم آن را نیز مشاهده کنید که با هم محیط چوب مورد نظر را می‌سازند؛ و اگر به همین ترتیب نزدیک و نزدیک‌تر شوید ابعاد اضافی را مشاهده خواهید کرد. تئوری ریسمان نیز برای مشاهده‌ی این ابعاد چنین توجیهی می‌کند در واقع این توجیه برای ابعاد اضافی نیز وجود دارد که در حوضه‌ی دید کنونی ما نیستند و درهم فشرده شده‌اند. دیگر توجیه این است که در دنیای $3+1$ خود فرو رفته‌ایم در این صورت این فرض یک چیز ریاضی به نام $D - Brane$ را وارد می‌کند که دنیا ما بر اساس این تئوری، برین است.

۲-۵- سیاه‌چاله‌ها^۱:

سیاه‌چاله ناحیه‌ای از فضا-زمان است که هیچ چیز حتی نور نمی‌تواند از میدان جاذبه‌ی آن بگریزد [10]

¹ Black hole

وجود سیاه‌چاله‌ها در نظریه نسبیت عام آلبرت اینشتین^۱ پیش‌بینی می‌شود. این نظریه پیش‌بینی می‌کند که یک جرم به اندازه کافی فشرده می‌تواند سبب تغییر شکل و خمیدگی فضا-زمان و تشکیل سیاه‌چاله شود. پیرامون سیاه‌چاله رویه‌ای ریاضی به نام افق رویداد تعریف می‌شود که هیچ چیزی پس از عبور از آن نمی‌تواند به بیرون برگردد و نقطه بدون بازگشت است. صفت «سیاه» در نام سیاه‌چاله به این دلیل است که همه نوری که به افق رویداد آن راه می‌یابد را به دام می‌اندازد که این دقیقاً مانند مفهوم جسم سیاه در ترمودینامیک می‌باشد [11] مکانیک کوانتوم پیش‌بینی می‌کند که سیاه‌چاله‌ها مانند یک جسم سیاه با دمای متناهی از خود تابش‌های گرمایی گسیل می‌کنند. این دما با جرم سیاه‌چاله نسبت وارونه دارد و از این روی، مشاهده این تابش برای سیاه‌چاله‌های ستاره‌ای و بزرگتر دشوار است.

اجسامی که به دلیل میدان گرانشی بسیار قوی اجازه گریز به نور نمی‌دهند برای اولین بار در سده ۱۸ (میلادی) توسط جان میشل^۲ و پیر سیمون لاپلاس^۳ مورد توجه قرار گرفتند. اولین راه حل نوین نسبیت عام که در واقع ویژگی‌های یک سیاه‌چاله را توصیف می‌نمود در سال ۱۹۱۶ میلادی توسط کارل شوارتزشیلد^۴ کشف شد [12] هر چند که تعبیر آن به صورت ناحیه‌ای از فضا که هیچ چیز نمی‌تواند از آن بگریزد، تا چهار دهه بعد به‌خوبی درک نشد. برای دوره‌ای طولانی این چالش مورد کنجکاوی ریاضیدانان بود تا اینکه در میانه دهه ۱۹۶۰، پژوهش‌های نظری نشان داد که سیاه‌چاله‌ها به‌راستی یکی از پیش‌بینی‌های نسبیت عام هستند. یافتن ستارگان نوترونی باعث شد تا وجود اجرام فشرده شده بر اثر رمبش گرانشی به‌عنوان یک واقعیت امکان‌پذیر فیزیکی مورد علاقه دانشمندان قرار گیرد. جرم یک سیاه‌چاله پس از شکل‌گیری می‌تواند با دریافت جرم از پیرامونش افزایش یابد. با جذب ستارگان پیرامون و بههم پیوستن سیاه‌چاله‌های گوناگون، سیاه‌چاله‌های کلان‌جرم با جرمی میلیون‌ها برابر خورشید تشکیل می‌شوند.

¹ Albert einstein

² Jean Michel

³ Pierre-Simon Laplace

⁴ Shoartez shield

یک سیاه‌چاله به دلیل این‌که نوری از آن خارج نمی‌گردد قابل مشاهده نیست اما می‌تواند بودن خود را از راه کنش و واکنش با ماده از پیرامون خود نشان دهد. از راه بررسی برهم‌کنش‌های میان ستاره‌ها، اخترشناسان نامزدهای احتمالی بسیاری برای بودن سیاه‌چاله در این منظومه‌ها شناسایی کرده‌اند. این باور جمعی در میان دانشمندان رو به گسترش است که در مرکز بیشتر کهکشان‌ها یک سیاه‌چاله کلان جرم وجود دارد. برای نمونه، دستاوردهای ارزشمندی بازگوی این واقعیت است که در مرکز کهکشان راه شیری ما نیز یک سیاه‌چاله کلان جرم با جرمی بیش از چهار میلیون برابر جرم خورشید وجود دارد.

همان‌طور که می‌دانیم سیاه‌چاله‌ها نتیجه‌ی معادلات اینشتین هستند و چون نظریه ریسمان وجود گرانش را می‌پذیرد و شامل معادلات اینشتین نیز می‌شود پس وجود سیاه‌چاله‌ها را نیز می‌پذیرد. بحث سیاه‌چاله در بافت نظریه ریسمان موضوعی جالب برای مطالعه هستند.

۲-۶- اصل هولوگرافی

این اصل که توسط خِرارد تُفت^۱ و لئونارد ساسکیند^۲ برای یک نظریه گرانش کوانتومی ارائه گردید، ابراز می‌دارد که تمام اطلاعات موجود در محدوده‌ای از فضا (یک حجم) را می‌توان بوسیله‌ی نظریه‌ای که بر روی مرز آن فضا (یک سطح) تعریف می‌شود به‌دست آورد. به‌زبانی ساده‌تر می‌توان حوادث داخل یک اتاق را با نظریه‌ای که بر روی دیوارهای اتاق تعریف می‌شود، مدل‌سازی کرد. به‌عبارت دیگر این اصل از نظر کمی و مفهومی مبتنی بر رابطه‌ی هاوکینگ - بکنشتاین است. بکنشتاین و هاوکینگ نشان دادند که سیاه‌چاله‌ها را می‌توان سیستم‌هایی از دما و آنتروپی در نظر گرفت (در پیوست با استفاده از روابط ریاضی دمای هاوکینگ مربوط به سیاه‌چاله را به‌دست می‌آوریم) دما مستقیماً به تابش جسم سیاه از سیاه‌چاله مرتبط است، در حالی که آنتروپی آن از طریق رابطه زیر به جای اینکه به حجم سیاه‌چاله مربوط شود به سطح افق سیاه‌چاله مرتبط می‌شود.

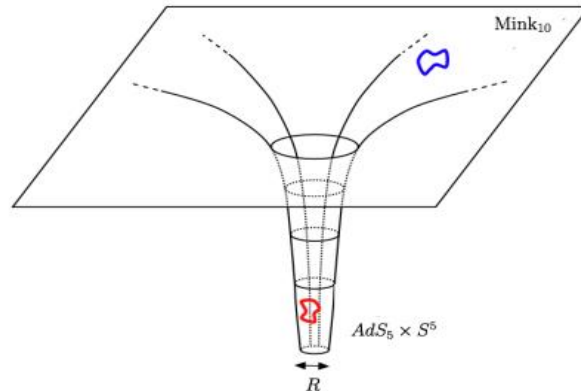
^۱ Gerard 't Hooft

^۲ Leonard Susskind

$$S = \frac{A}{4G} \quad (1-2)$$

۷-۲- تناظر AdS/CFT

AdS^1 یا فضای آنتی دوسیتیه، جواب‌های متقارن معادله میدان اینشتین با ثابت کیهان‌شناسی منفی می‌باشد. فضای آنتی دوسیتیه را به صورت AdS_5 نشان می‌دهند. فضا-زمان ده بعدی در این همسانی به شکل $AdS_5 \times S^5$ نشان داده می‌شود که پنج بعد آن روی ابرکره‌هایی پنج بعدی فشرده شده است و پنج بعد دیگر آن در فضای غیر فشرده آنتی دوسیتیه AdS_5 قرار دارد. این فضای پنج بعدی دارای سه بعد مکانی (همان ابعاد معمول فضایی) یک بعد زمانی و یک بعد هولوگرام می‌باشد. بعد هولوگرام یا بعد شعاعی^۲، بعدی است که در ابعاد بالاتر قرار دارد [8].



شکل ۲-۴: نمایی از فضای AdS

نظریه میدان همدیس^۳: نظریه میدان عنوان شده نظریه میدانی است که از تقارن همدیس پیروی می‌کند. تقارن همدیس، تقارن تحت تغییر مقیاس است. در حقیقت در این نوع تقارن، فیزیک مسئله تحت تغییر مقیاس تغییر نمی‌کند.

¹ Anti de sitter space

² Radial Dimension

³ Conformal Field Theory

به تبدیلهایی که از تقارن همدیس پیروی می‌کنند، تبدیلات همدیس می‌گویند. این تبدیلهای به-همراه تبدیلات لورنتس^۱، انتقال^۲ و دوران^۳ یک گروه را تشکیل می‌دهند که به آن گروه تقارنی همدیس^۴ گفته می‌شود.

۲-۸- کاربرد تناظر AdS/CFT

هم ارزی AdS/CFT یا حدس مالداسنا^۵ بیان کننده هم‌ارزی بین دو نظریه می‌باشد. این هم‌ارزی ابزار مناسبی برای حل مسائل میدان همدیس با جفت‌شدگی قوی ارائه می‌دهد. نکته‌ی جالب در هم ارزی AdS/CFT این است که اگر نظریه همدیس که روی مرز فضای AdS زندگی می‌کند دارای ثابت جفت‌شدگی بزرگ باشد آن‌گاه ثابت جفت‌شدگی نظریه ریسمان کوچک خواهد بود. بنابراین می‌توانیم کمیت‌های نظریه مرز که دارای ثابت جفت‌شدگی بزرگ است و در نتیجه روش اختلالی برای آن مفید نمی‌باشد را به وسیله‌ی دوگان آن که در فضای AdS زندگی می‌کند و دارای ثابت جفت‌شدگی کوچک است محاسبه کنیم. به این منظور باید از نگاشت بین کمیت‌های نظریه مرز و نظریه ریسمان استفاده کنیم.

بهترین مثال فهمیده شده در این هم‌ارزی یکسانی بین نظریه ابرمتقارن یانگ-میلز $N=4$ و نظریه ریسمان IIB در پس‌زمینه $AdS_5 \times S^5$ می‌باشد که حد جفت‌شدگی بزرگ نظریه میدان با حد ابرگرانش نظریه ریسمان معادل است. در نگاه اول معادل بودن دو نظریه کوانتومی در دو بعد مختلف عجیب به نظر می‌رسد ولی درواقع یکی از این نظریه‌ها گرانش کوانتومی است که خاصیت هولوگرافی برای آن‌ها شناخته شده است. طبق اصل هولوگرافی تعداد درجات آزادی برای توصیف گرانش کوانتومی درون یک حجم متناسب با سطح آن است، پس هم ارزی AdS/CFT را می‌توان به‌عنوان مثالی از اصل هولوگرافی تلقی کرد.

¹ Lorentz Transformations

² Transmission

³ Rotation

⁴ Conformal Symmetry Group

⁵ Maldacena

۲-۹- ارتباط بین پارامترها:

نظریه ریسمان شامل دو پارامتر بدون بعد می‌باشد که عبارتند از شعاع کره پنج بعدی در واحد طول ریسمان $\frac{R}{\sqrt{\alpha'}}$ (R انحنا فضا-زمان $AdS_5 \times S^5$ و α' به مربع طول ریسمان مربوط می‌باشد) و ثابت جفت شدگی ریسمان g_s که شدت برهم‌کنش بین ریسمان‌ها را نشان می‌دهد .

نظریه ابر تقارن یانگ-میلز شامل دو پارامتر بدون بعد می‌باشد که عبارتند از:

یکی N که تعداد رنگ‌ها است و دیگری ثابت جفت شدگی یانگ-میلز g_{YM} ، که قدرت برهم‌کنش بین ذرات را نشان می‌دهد. ثابت جفت شدگی توفت که مربوط به نظریه یانگ-میلز می‌باشد به صورت $\lambda = g_{YM}^2 N$ بیان می‌شود.

این دو نظریه هنگامی هم ارز می‌شوند که ارتباط بین پارامترهای دو طرف به صورت زیر باشد:

$$g_s = g_{YM}^2 \quad (2-2)$$

$$\lambda = g_{YM}^2 N = \frac{R^4}{\alpha'^2} \quad \text{و} \quad \alpha' = l_s^2 \quad (3-2)$$

طبق رابطه فوق اگر $1 \ll g_s N_c$ (ثابت جفت شدگی توفت) باشد در نتیجه $R \ll l_s$ می‌باشد یعنی اینکه مشخصه شعاعی اثرات گرانشی شامه‌ها نسبت به واحد طول ریسمان کوچک می‌شود در نتیجه خمش فضا زیاد می‌شود و کار کردن در این فضا بسیار سخت و محاسبات بسیار سنگین می‌شود [8]. برعکس، هنگامی که $1 \gg g_s N_c$ باشد در نتیجه $R \gg l_s$ آن‌گاه ریسمان را فقط به شکل یک ذره می‌بینیم و در این شرایط خمش فضا کم می‌شود و فضا به سمت فضای تخت^۱ پیش می‌رود و در نتیجه کار کردن در این فضا (با توجه به گرانش آن) و محاسبات آن آسان می‌شود ولی با زیاد شدن

^۱ Flat

ثابت جفت شدگی توفت برهم‌کنش بین ذرات در نظریه یانگ-میلز زیاد می‌شود و همچنین تعداد رنگ‌ها به سمت بی‌نهایت میل می‌کند $N \rightarrow \infty$ و محاسبات بسیار سنگین می‌شود.

۲-۱۰- تصحیحات مرتبه‌های بالاتر:

آزمایش برخورد دهنده یون‌های سنگین نسبیتی^۱ یک پلاسمای کوارک-گلوئون با ثابت جفت شدگی قوی تولید می‌کند. روش کمی شناخته شده‌ای برای مطالعه پدیده‌هایی با جفت شدگی قوی در QCD که در تئوری‌های اختلالی قابل رؤیت نیست، وجود ندارد. یک روش جدید برای مطالعه جنبه‌های مختلف QGP تناظر AdS/CFT است. این روش دیدگاه‌های خیلی مهمی به دینامیک نظریه‌های پیمانه‌ای با جفت شدگی قوی را نتیجه می‌دهد به عبارتی این تناظر در نظریه‌های پیمانه‌ای با جفت شدگی قوی که نظریه اختلالی در آن کاربرد ندارد، استفاده می‌شود. این تناظر از ارتباط فضای گرانش در AdS_5 و نظریه میدان همدیس با شرایط مرزی 4 بعدی پایه‌گذاری شده‌است که نشان می‌دهد فضای AdS با یک سیاه‌چاله، با نظریه میدان همدیس در دمای محدود دوگان است.

در این بخش دوگانگی پیمانه/گرانش را در حضور تصحیحات مشتقات بالاتر مطالعه می‌کنیم. این تصحیحات متناظر با تصحیحات جفت شدگی محدود بر روی خصوصیات مسأله مورد نظر در نظریه میدان همدیس می‌باشد. به عنوان مثال حرکت کوارک سنگینی را در پلاسمای کوارک-گلوئون در نظر می‌گیریم و اثرات این تصحیحات را روی انرژی بستگی و به تبع آن روی طول تفکیک جفت کوارک-پادکوارک را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

در این قسمت اثرات تصحیحات R^4 (تانسور انحنای می‌باشد) و زاویه داخلی میان کوارک-پادکوارک که مربوط به کره‌های پنج بعدی می‌باشد، را به عنوان تصحیحات در کنش گرانشی فضای AdS لحاظ

^۱ RHIC

می‌کنیم و نشان می‌دهیم که این تصحیحات چه اثری بر انرژی بستگی کوارک-پادکوارک که در محیط کوارک-گلوئون پلاسما در حال حرکت هستند، می‌گذارند.

حال شاید این سؤال مطرح شود که این تصحیحات از کجا ناشی می‌شود؟؟

باید توجه شود که نظریه ریسمان تصحیحات مشتقات بالاتر را که از اثرات کوانتومی ناشی می‌شود، شامل می‌شود به طوری که این تصحیحات متناظر با تصحیحات $\frac{1}{\lambda}$ و یا $\frac{1}{N}$ در نظریه پیمانه‌ای می‌باشد (همان نقش γ در فصل ۳ را دارد). نظریه ابر یانگ میلز با ابرتقارنی $N = 4$ با نظریه ریسمان نوع B که روی پس زمینه $AdS_5 \times S^5$ زندگی می‌کند، دوگان می‌باشد طوری که تصحیحات از مرتبه $\frac{1}{\lambda}$ ، از تصحیحات ریسمان به کنش مؤثر در حد انرژی پایین ابرگرانش نوع IIB ناشی می‌شود. بنابراین ما تأثیرات جفت‌شدگی محدود را در انرژی پتانسیل یک مزون سنگین که در پلاسمای ابر یانگ میلز حرکت می‌کند را در نظر می‌گیریم و می‌بینیم با استفاده از تناظر AdS / CFT با در نظر گرفتن این جفت‌شدگی محدود یا تصحیحات مشتقات بالاتر طول تفکیک افزایش می‌یابد [13].

برای درک بهتر تصحیحات وارد شده به کنش، متریک تصحیح نشده زیر را در نظر بگیرید

$$ds^2 = \alpha' \left[\frac{U^2}{R^2} (dt^2 + dx_i dx_i) + R^2 \frac{dU^2}{U^2} + R^2 d\Omega_5^2 \right] \quad (2-4)$$

متریک فوق، متریک در فضای ۱۰ بعدی $AdS_5 \times S^5$ می‌باشد که پنج بعد غیر فشرده آن عبارتند از:

۱- بعد اول جمله مربوط به مختصه زمانی (t)

۲- بعد دیگر جمله مربوط به مختصه فضایی z, y, x با $i=j=1,2,3$

۳- بعد پنجم بعد هولوگرام می‌باشد یعنی U نقش بعد هولوگرام را بازی می‌کند و R شعاع خمش و یا شعاع کره‌های پنج بعدی می‌باشد.

جمله $d\Omega_5^2$ پنج بعد فشرده شده در ابر کره‌ای پنج بعدی را نشان می‌دهد که جهت‌گیری‌های درونی میان کوارک-پادکوارک مربوط به این جمله از متریک می‌شود.

ضریب α' در فرمول (۴-۲) به پارامتر شیب معروف است. می‌دانیم که تنش ریسمان (T_0) تنها پارامتر بعد دار در کنش ریسمان است. پارامتر α' که به پارامتر شیب معروف است، به T_0 وابسته است به این صورت که می‌توانیم از یکی به جای دیگری (ارتباط میان این دو پارامتر به‌طور مفصل در پیوست بیان شده است) استفاده کنیم. پارامتر α' یک تعبیر فیزیکی جالبی دارد به‌صورتی که اگر یک چرخش ریسمان باز را در نظر بگیریم α' یک ثابت تناسب بی بعد است که مومنتوم زاویه‌ای J ریسمان را که بر واحد $\hbar$ اندازه‌گیری شده است را بر مربع انرژی مربوط می‌سازد.

$$\frac{J}{\hbar} = \alpha' E^2 \quad (۵-۲)$$

حال اگر تصحیحات ذکر شده را در نظر بگیریم متریک تصحیح شده به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$ds^2 = \alpha' \left\{ \frac{U^2}{R^2} \left(1 - \frac{U_T^4}{U^4} \right) e^{\gamma^A \left(\frac{U_T}{U} \right)} (dx^0)^2 + \frac{U^2}{R^2} e^{\gamma^C \left(\frac{U_T}{U} \right)} (dx^i)^2 + \frac{R^2}{U^2 \left(1 - \frac{U_T^4}{U^4} \right)} e^{\gamma^B \left(\frac{U_T}{U} \right)} (dU)^2 + R^2 e^{\gamma^D \left(\frac{U_T}{U} \right)} (d\Omega_5^2)^2 \right\} \quad (۶-۲)$$

که در متریک فوق A,B,C,D جمله‌های تصحیحات گرانشی مربوط به تانسور انحنای مرتبه ۴ می‌باشد که به‌صورت زیر می‌باشد

$$\begin{aligned} A(\rho) &= -75\rho^4 - \frac{1225}{16}\rho^8 + \frac{695}{16}\rho^{12} \\ B(\rho) &= 75\rho^4 + \frac{1175}{16}\rho^8 - \frac{4585}{16}\rho^{12} \\ C(\rho) &= -\frac{25}{16}\rho^8 - \frac{25}{16}\rho^{12} \\ D(\rho) &= \frac{15}{16}\rho^8 + \frac{15}{16}\rho^{12} \end{aligned} \quad (۷-۲)$$

برای اینکه بتوانیم اثر خمیدگی فضا را بیشتر کنیم عبارت اختلالی γ را که به صورت زیر تعریف می-شود به متریک تصحیح شده وارد می کنیم

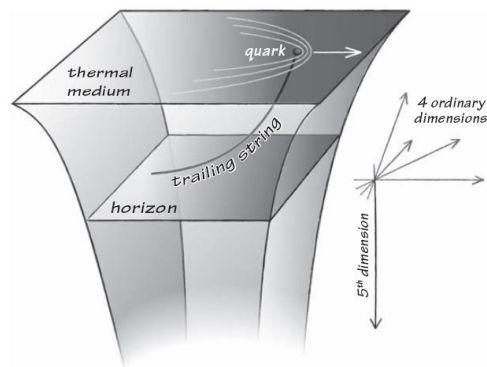
$$\gamma = \frac{1}{8} \xi(3) R^{-6} \quad (۸-۲)$$

که $\xi(3)$ تابع زتا می باشد . از آن جایی که با وارد شدن γ به مسأله، دما وارد می شود و هر جا که دما داشته باشیم سیاه چاله داریم، عبارت U_T را که به صورت زیر تعریف می شود و به دما ارتباط دارد به متریک تصحیح شده وارد می شود .

$$U_T = \pi R^2 T (1+15\gamma)^{-1} \quad (۹-۲)$$

۲-۱۱- خواص ترابری کوارک سنگین:

شکل ۲-۵ کوارکی را نشان می دهد که در محیط کوارک گلوئون پلاسما در حال حرکت است . در این محیط کوارک ها و گلوئون ها به حالت آزاد وجود داشته و بر هم کنش ها بین کوارک-کوارک، کوارک-گلوئون و گلوئون-گلوئون وجود دارند . برای مطالعه این محیط نمی توان از روش های اختلالی استفاده کرد، زیرا ضریب جفت شدگی زیاد است و نمی توان سهم مراتب بالاتر پراکندگی ها را در نمودارهای فاینمن نادیده گرفت . یکی از موارد بسیار مفید استفاده از دوگانی (AdS / CFT) برای مطالعه این محیط می باشد . برای مطالعه حرکت کوارک سنگین در این محیط با استفاده از دوگانی و نظریه ریسمان می توان ریسمانی با طول بی نهایت را که از محیط (فضا زمان چهار بعدی در مرز بی نهایت) تا افق سیاه چاله کشیده شده است را در نظر گرفت توجه شود که طول بی نهایت ریسمان متناظر با جرم زیاد کوارک است .



شکل ۲-۵: نمایی از حرکت کوارک در محیط
کوارک-گلوئون-پلازما و دوگانگی AdS/CFT

کوارک در فضا زمان چهار بعدی و در یک محیط گرمایی با بر همکنش های قوی در حال حرکت است که نظریه میدان همدیس (CFT) در آن برقرار است. این محیط همان محیط پلاسمای کوارک گلوئونی است که چون ثابت بر همکنش بالا است، نمی توان از روشهای اختلالی برای محاسبات استفاده کرد.

کشش نیرویی است که به یک شیء متحرک درون یک سیال وارد می شود. این نیرو همیشه در جهت جریان سیال است به همین جهت این نیرو را نیروی کششی نامیده اند. از آنجایی که این کوارک در محیط کوارک-گلوئون-پلازما که یک سیال است در حال حرکت است بر آن نیروهای مختلفی از جمله نیروی کششی که ذکر شد وارد می شود. دلیل این که کشش اتفاق می افتد این است که بین سیال و شیء در هنگام برخورد تکانه مبادله می شود و این تبادل تکانه باعث ایجاد یک نیروی مخالف با حرکت شیء می شود.

به طور کلی نیروی کششی که به آن نیروی پسا هم گفته می شود به سه عامل بستگی دارد:

- **سطح تماس جسم:** هر چه سطح تماس جسمی که در معرض تماس با سیال قرار دارد بیشتر باشد نیروی کششی بیشتر می شود.

- **سرعت جسم:** هر چه سرعت جسم بیشتر باشد (جریان نسبی سیال بیشتر باشد) نیروی کششی بزرگ‌تر خواهد بود .

- **اینرسی سیال:** هر چه سیال اینرسی (و یا تکانه) بیشتری داشته باشد یعنی چسبناکی و چگالی سیال بیشتر باشد، کشش بیشتر خواهد بود .

با استفاده از نظریه ریسمان، نیروی کششی وارد بر کوارک را می‌توان به‌عنوان خواص تراپردی در این محیط، به‌وسیله مطالعه دینامیک ریسمان متصل به آن تعیین کنیم که توسط مقاله‌های قبلی و کار دیگران این مورد محاسبه شده است .

اما همان‌طوری که ذکر شد در محیط کوارک گلوئون پلاسما ثابت جفت‌شدگی قوی بوده پس این احتمال نیز وجود دارد که کوارکی که در این محیط در حال حرکت است، یک پادکوارک در مسیر خود پیدا کند و با جفت شدن به آن یک مزون را تشکیل دهد . با انجام این فرایند این کوارک-پادکوارک با یک انرژی بستگی یا انرژی پتانسیل به هم مقید می‌شوند . کاری که ما در این پایان‌نامه انجام می‌دهیم با درنظر گرفتن تصحیحات گرانشی، به محاسبه پتانسیل میان این زوج به‌عنوان خواص تراپردی پرداخته و بررسی خواهیم کرد که این تصحیحات چه اثری بر خواص تراپردی کوارک-پادکوارک خواهد داشت .

فصل سوم

محاسبه پتانسیل $Q\bar{Q}$ با در نظر گرفتن جهت گیری های درونی و تصحیحات خمیدگی مرتبه های بالاتر

در دماهای $T \geq 0$

✓ مقدمه

✓ محاسبه پتانسیل $q\bar{q}$ در دمای صفر و مستقل از فضای داخلی

✓ محاسبه پتانسیل $q\bar{q}$ در دمای صفر و وابسته به فضای داخلی

✓ حلقه های ویلسون متناظر با $q\bar{q}$ زمان گونه در دمای غیر صفر و در حضور تصحیحات

خمیدگی مرتبه های بالاتر

✓ بسط انتگرال ها در حلقه های ویلسون زمان گونه

✓ حلقه های ویلسون متناظر با $q\bar{q}$ فضا گونه در دمای غیر صفر و در حضور تصحیحات

خمیدگی مرتبه های بالاتر

✓ بسط انتگرال ها در حلقه های ویلسون فضا گونه

✓ اثر تصحیحات گرانشی بر پتانسیل $q\bar{q}$ در غیاب جهت گیری های درونی کوارک -

پادکوارک

۳-۱- مقدمه:

فضای AdS خمیده است پس باید تصحیحات خمیدگی فضا را وارد کنیم . با استفاده از تقریب کلاسیکی پتانسیل $Q\bar{Q}$ را از طریق تناظر AdS/CFT برای دماهای صفر (خلا)، غیر صفر و برای کوارک‌هایی که دارای جهت گیری‌های اختیاری درونی صفر و غیر صفر هستند، به دست می‌آوریم . در ابتدا به دلیل انتخاب دماهای صفر و یا خلا QCD تصحیحات کوانتومی را نادیده گرفته و به تاثیرات فضای داخلی بر پتانسیل وقتی که زاویه نسبی میان کوارک و پادکوارک وجود داشته می‌پردازیم .

در این تحقیق کوارک-پادکوارک در نظریه میدان همدیس در نظر گرفته می‌شوند . از آنجایی که به-دلیل بالا بودن ثابت جفت‌شدگی در این محیط محاسبه مشکل می‌شود از دوغانگی AdS/CFT استفاده می‌شود . اما از آنجایی که بایستی در هر نقطه فضا-زمان کره‌های پنج بعدی را در نظر گرفت هر کوارک یا پادکوارک می‌توانند در داخل این کره‌ها با زاویه‌های مختلف قرار بگیرند، یعنی اگر چه فاصله‌ی آن‌ها ثابت است ولی جهت‌گیری آن‌ها در کره پنج بعدی مثل هم نیست . حال می‌خواهیم بادر نظر گرفتن این جهت‌گیری‌های اختیاری کوارک و پادکوارک، و در نظر گرفتن تصحیحات فضای خمیده، پتانسیل را محاسبه نموده و اثر این فضای داخلی را بر پتانسیل میان کوارک و پاد کوارک بررسی کنیم .

۳-۲- محاسبه پتانسیل $q\bar{q}$ در دمای صفر و مستقل از فضای داخلی:

در این بخش پتانسیل میان کوارک-پادکوارک را برای حالتی که زاویه نسبی میان کوارک-پادکوارک خاموش بوده و تصحیحات کوانتومی هم در نظر گرفته نشده است را در محیط خلأ مورد بررسی قرار می‌دهیم. برای به دست آوردن انرژی پتانسیل کوارک-پادکوارک با استفاده از ریسمان باز باید از هندسه AdS/CFT استفاده کنیم. همان‌طور که گفته شد محیط خلأ دارای دمای صفر می‌باشد پس طبق AdS/CFT دوگان گرانش آن سیاه‌چاله‌ای وجود ندارد و تابع متریک در این محیط یک می‌باشد بنابراین متریک در یک فضای $AdS_5 \times S^5$ عبارتست [2]:

$$ds^2 = \alpha' \left[\frac{U^2}{R^2} (dt^2 + dx_i dx_i) + R^2 \frac{dU^2}{U^2} + R^2 d\Omega_5^2 \right] \quad (1-3)$$

با توجه به این‌که ریسمان در جهت بعد هولوگرام U گسترش یافته است، می‌توانیم از پیمانۀ ایستا به شکل زیر استفاده کنیم:

$$x^\mu = (t, 0, 0, x, U(x)) \quad (2-3)$$

که در آن x^μ چاربردار مکان-زمان بوده به‌طوری‌که اندیس صفر μ مختصه زمانی و اندیس‌های باقیمانده μ مختصه فضایی جهان سطح ریسمان را نشان می‌دهد. از طرفی کنش ریسمان عبارتست از:

$$S = \frac{1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{\det G_{MN} \partial_\alpha x^M \partial_\beta x^N} \quad (3-3)$$

که τ به مختصه زمانی جهان سطح، σ به مختصه فضایی جهان سطح و ضریب α' به طول ریسمان مربوط می‌شود در حالی‌که G_{MN} معرف متریک زمینه مربوط به فضای گرانشی می‌باشد.

با استفاده از روابط (۲-۳) و (۳-۳) کنش نامبو-گوتو مربوط به ریسمان را به ترتیب زیر به دست می آوریم:

$$S = \frac{T}{2\pi} \int dx \sqrt{(\partial_x U)^2 + \frac{U^4}{R^4}} \quad (3-4)$$

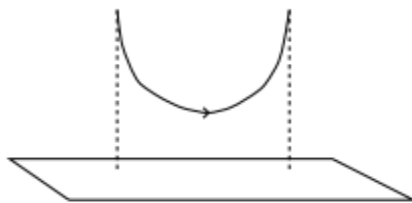
می توانیم انتگرال فوق را بر حسب چگالی لاگرانژی بنویسیم که در آن L به صورت زیر می باشد:

$$L = \frac{T}{2\pi} \sqrt{(\partial_x U)^2 + \frac{U^4}{R^4}} \quad (3-5)$$

به دلیل این که این که لاگرانژی به طور مستقیم به مختصه فضایی (x) وابسته نیست بنابراین می توان آن را به عنوان ثابت حرکت در نظر گرفت. در نتیجه چگالی هامیلتونی به دست می آید:

$$H = \frac{\partial L}{\partial U'} - L = -\frac{T}{2\pi R^4} \frac{U^4}{\sqrt{(\partial_x U)^2 + \frac{U^4}{R^4}}} \quad (3-6)$$

شکل ۱-۳ ریسمانی را نشان می دهد که کوارک و پادکوارک در انتهای ریسمان و روی مرز در $U = \infty$ قرار گرفته و نقطه برگشت، پایین ترین قسمت U شکل ریسمان می باشد که در این نقطه مشتق U نسبت به مختصه فضایی جهان سطح ریسمان صفر است.



شکل ۱-۳: نمایی از شکل ریسمان که کوارک-پادکوارک در انتهای آن زندگی می کنند

با توجه به پایداری انرژی می‌توان این چگالی هامیلتونی را با چگالی هامیلتونی در نقطه $U_{\min}$ یعنی نقطه برگشت ریسمان جایی که U' یعنی تغییرات بعد هولوگرام نسبت به مختصه فضایی برابر با صفر است، برابر گرفت و با استفاده از آن فاصله کوآرک-پادکوآرک را با در نظر گرفتن تغییر متغیر $U = yU_0$ به دست آوریم:

$$x = \frac{R^2}{U_0} \int_1^{\frac{U}{U_0}} \frac{dy}{y^2 \sqrt{y^4 - 1}} \quad (7-3)$$

از آن جایی که روی مرز $(U \rightarrow \infty \Rightarrow L = 2x)$ برای فاصله میان کوآرک-پادکوآرک داریم:

$$\frac{L}{2} = \frac{R^2}{U_0} \int_1^{\infty} \frac{dy}{y^2 \sqrt{y^4 - 1}} = \frac{R^2}{U_0} \frac{\sqrt{2}\pi^{\frac{3}{2}}}{\Gamma(1/4)^2} \quad (8-3)$$

با جایگذاری رابطه (۷-۳) در رابطه (۴-۳) انرژی پتانسیل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$E = \frac{2U_0}{2\pi} \int_1^{\infty} dy \frac{y^2}{\sqrt{y^4 - 1}} \quad (9-3)$$

رابطه فوق انرژی پتانسیل کوآرک-پادکوآرک را به ما می‌دهد. برای محاسبه انرژی بستگی، خود-انرژی مربوط به ریسمان را نیز محاسبه کرده و از رابطه فوق کم می‌کنیم بنابراین طبق تعریف، انرژی بستگی ریسمان به صورت زیر درمی‌آید:

$$E = \frac{2U_0}{2\pi} \left[\int_1^{\infty} dy \left(\frac{y^2}{\sqrt{y^4 - 1}} - 1 \right) - 1 \right] \quad (10-3)$$

با استفاده از حاصل انتگرال رابطه (8-3) در رابطه (10-3) برای انرژی پتانسیل رابطه زیر را بدست می‌آوریم:

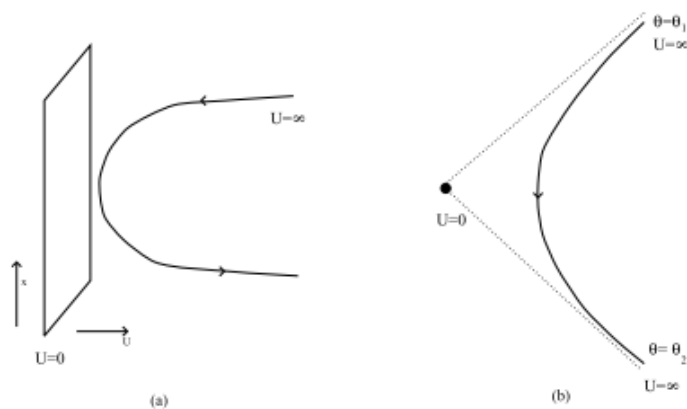
$$E = \frac{4\pi^2 (2g_{YM}^2 N)^{1/2}}{\Gamma(1/4)^4 L} \quad (11-3)$$

همان طور که از رابطه فوق نتیجه می شود انرژی پتانسیل با $\frac{1}{L}$ متناسب شد و این همان چیزی است که انتظار می رود زیرا وقتی فضای داخلی کوارک - پادکوارک در نظر گرفته نشود و انرژی با $(g_{YM} N)^{1/2}$ برخلاف حالت اختلالی (gN) متناسب شود باید همان پتانسیل کولنی به دست آید که رابطه فوق بیانگر همین موضوع می باشد.

انتگرال های فوق از نوع انتگرال های بیضوی است و توسط برنامه mathematica و روابط بین توابع گاما به دست می آید .

۳-۳- محاسبه پتانسیل $q\bar{q}$ در دمای صفر و وابسته به فضای داخلی

در این قسمت سمت گیری نسبی میان کوارک-پادکوارک را در کره های پنج بعدی با این نکته که هنوز ترم اختلالی وارد نشده در نظر می گیریم و تأثیر فضای داخلی بر پتانسیل را بررسی می کنیم . شکل ۲-۳ نشان می دهد از آن جایی که در مرز بی نهایت کره های پنج بعدی وجود دارد، هر کدام از این کوارک-پادکوارک ها در محیط می توانند در این کره ها با زاویه های نسبی نسبت به هم قرار گیرند که در شکل این زاویه ها که زاویه های نسبی و اختیاری می باشند با اندیس ۱ و ۲ نشان داده شده است .



شکل ۲-۳: تصویری از جهت گیری های داخلی کوارک- پادکوارک در S^5 با استفاده از حلقه های ویلسون

در این حالت چاربردار فضا-زمان به صورت زیر می باشد:

$$x^\mu = (t, 0, 0, x, U(x), \theta = \theta(x))$$

در این مورد برای کنش داریم:

$$S = \frac{T}{2\pi} \int dx \sqrt{(\partial_x U)^2 + U^2 (\partial_x \vec{\theta})^2 + \frac{U^4}{R^4}} \quad (12-3)$$

می توانیم انتگرال فوق را بر حسب چگالی لاگرانژی بنویسیم که به صورت زیر می باشد:

$$L = \sqrt{(\partial_x U)^2 + U^2 (\partial_x \vec{\theta})^2 + \frac{U^4}{R^4}} \quad (13-3)$$

می توانیم برای رابطه فوق معادله اوایلر-لاگرانژ را با در نظر گرفتن این حقیقت که لاگرانژی موجود به-
طور صریح وابسته به x و θ نمی باشد، حل کنیم و 2 کمیت پایسته زیر را بدست آوریم:

$$C_1 = H = \left(\frac{\partial L}{\partial U'} \right) U' + \left(\frac{\partial L}{\partial \theta'} \right) \theta' - L$$

برای به دست آوردن ثابت حرکت دومی از معادله حرکت اوایلر لاگرانژ استفاده می کنیم:

$$\frac{d}{d\sigma} \left(\frac{\partial L}{\partial q'_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

چون در لاگرانژی $\frac{\partial L}{\partial U} \neq 0$ ولی $\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$ پس برای ثابت حرکت دومی داریم:

$$\frac{d}{d\sigma} \left(\frac{\partial L}{\partial \theta'} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\partial L}{\partial \theta'} = cte = C_2$$

در نتیجه با محاسبه کردن، برای دو ثابت حرکت داریم:

$$x = \frac{R^2}{U_0} \sqrt{1-l^2} \int_1^{U/U_0} \frac{dy}{y^2 \sqrt{(y^2-1)(y^2+1-l^2)}} \quad (14-3)$$

$$\theta = l \int_1^{U/U_0} \frac{dy}{\sqrt{(y^2-1)(y^2+1-l^2)}} \quad (15-3)$$

که پارامترهای U_0 و l با شرایط زیر تعیین می‌شوند:

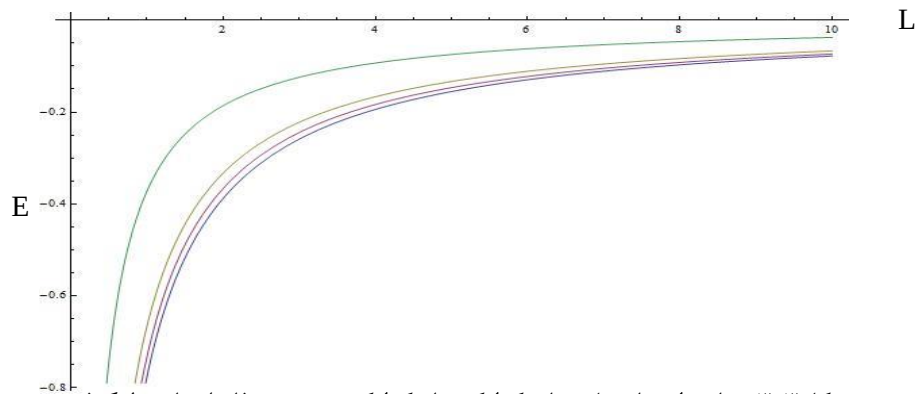
$$\begin{aligned} \frac{L}{2} = x(U = \infty) &= \frac{R^2}{U_0} \sqrt{1-l^2} I_1(l) \\ \frac{\Delta\theta}{2} = \theta(U = \infty) &= I_2(l) \end{aligned} \quad (16-3)$$

که شرایط فوق فاصله میان کوارک-پادکوارک و زاویه نسبی میان این زوج را در مرز نشان می‌دهد .
 $I_1(l)$ و $I_2(l)$ بر حسب انتگرال‌های بیضوی نوع F,E که به ترتیب انتگرال بیضوی نوع اول و دوم می‌باشد، نوشته می‌شود که در پیوست این انتگرال‌ها معرفی شده‌اند .

بنابراین انرژی بهنجار شده سیستم (با به حساب آوردن خودانرژی سیستم) با استفاده روابط (۳-۱۴) و (۳-۱۵) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$E = \frac{2U_0}{2\pi} \left[\int_1^\infty dy \left(\frac{y^2}{\sqrt{(y^2-1)(y^2+1-l^2)}} - 1 \right) - 1 \right] = -\frac{2}{\pi} \frac{(2g_{YM}^2 N)^{1/2}}{L} (1-l^2)^{3/2} I_1^2(l) \quad (17-3)$$

همان طوری که از رابطه (16-3) برمی‌آید l تابعی از زاویه می‌باشد، پس در نظر گرفتن جهت گیری‌های درونی میان زوج کوارک-پادکوارک با وارد شدن l ، پتانسیل را تحت تاثیر قرار داده است . برای درک بیشتر اثر فضای داخلی بر پتانسیل بهتر است نمودار مربوطه را رسم کنیم و تغییرات را بررسی کنیم:



شکل ۳-۳: نمایی از پتانسیل میان کوارک-پاد کوارک بر حسب فاصله بادر نظر گرفتن

اثر فضای داخلی از پایین به بالا $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi$

در نمودار فوق پایین ترین منحنی بازای $\theta = 0$ بوده که همان حالت مورد بررسی در بخش 2-3 است، با وارد شدن θ و تغییر دادن آن بازای مقادیر $\pi/4, \pi/2, \pi$ خواهیم دید که وقتی زاویه میان زوج کوارک-پاد کوارک در کره های S^5 افزایش یابد سریع تر کوارک و پاد کوارک از قید هم خارج شده و انرژی بستگی شان زودتر به صفر میل می کند و یا به عبارتی طول تفکیکشان کاهش می یابد.

۳-۴- حلقه های ویلسون متناظر با $q\bar{q}$ زمان گونه در دمای غیر صفر در

حضور تصحیحات خمیدگی مرتبه های بالاتر

همان طوری که گفتیم یک رفتار کلی در محاسبه پتانسیل کولنی $Q\bar{Q}$ این است که هم تصحیحات کوانتومی و هم تصحیحات مربوط به فضای هدف را در نظر بگیریم و رفتار پتانسیل را بررسی کنیم، برای این منظور متریک تصحیح شده [3] زیر را در نظر می گیریم:

$$ds^2 = \alpha' \left\{ \frac{U^2}{R^2} \left(1 - \frac{U_T^4}{U^4} \right) e^{\gamma^A \left(\frac{U_T}{U} \right)} (dx^0)^2 + \frac{U^2}{R^2} e^{\gamma^C \left(\frac{U_T}{U} \right)} (dx^i)^2 + \frac{R^2}{U^2 \left(1 - \frac{U_T^4}{U^4} \right)} e^{\gamma^B \left(\frac{U_T}{U} \right)} (dU)^2 + R^2 e^{\gamma^D \left(\frac{U_T}{U} \right)} (d\Omega_5)^2 \right\} \quad (18-3)$$

برای صورت کلی کنش داریم:

$$S = \frac{1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{\det g} \quad (19-3)$$

که g متریک القایی مربوط به جهان-سطح ریسمان می باشد به عبارتی داریم:

$$S = \frac{1}{2\pi\alpha'} \int d\tau d\sigma \sqrt{\det(G_{MN} \partial_\mu X^M \partial_\nu X^N)} \quad (20-3)$$

مساله را برای قرارگیری ریسمان در ۲ مورد زمان گونه و فضاگونه مورد بررسی قرار می دهیم، درمورد اول که زمان گونه نامیده می شود مرز جهان سطح ریسمان در $U \rightarrow \infty$ می باشد که شامل خطوط:

$$x^1 = \pm \frac{L}{2}, \quad x^2 = x^3 = 0, \quad \bar{\theta} = \bar{\theta}_Q \text{ or } \bar{\theta}_{\bar{Q}} \quad (21-3)$$

در مورد دوم که فضاگونه نامیده می شود خطوط مرزی در $U \rightarrow \infty$ به صورت

$$x^1 = \pm \frac{L}{2}, \quad x^0 = x^3 = 0, \quad \bar{\theta} = \bar{\theta}_Q \text{ or } \bar{\theta}_{\bar{Q}} \quad (22-3)$$

می باشد. برای تقریب های کلاسیکی از طریق تناظر AdS/CFT مشخص شده برای کنش مربوط به حلقه های ویلسون زمان گونه داریم:

$$S_{\text{case 1}} = \frac{1}{T} V_1(L, \Delta\theta, T) \quad (23-3)$$

و برای مورد دوم (که Y بازه بزرگ x^2 را اندازه گیری می کند) داریم:

$$S_{\text{case 2}} = Y V_2(L, \Delta\theta) \quad (24-3)$$

ابتدا مورد اول، حلقه های ویلسون زمان گونه را بررسی می کنیم. مختصات در این مورد عبارتست از:

$$x^\mu = (x^0 = \tau, x^1 = \sigma, x^2 = x^3 = \text{const}, \theta(\sigma) = \theta, U = U(\sigma)) \quad (25-3)$$

همچنین برای متریک زمینه داریم:

$$G_{MN} = \begin{pmatrix} G_{00} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{UU} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{\theta\theta} \end{pmatrix}$$

که در آن

$$\begin{cases} G_{00} = \alpha' \frac{1}{R^2} \left(\frac{U^4 - U_T^4}{U^2} \right) e^{\gamma A \left(\frac{U_T}{U} \right)} \\ G_{11} = G_{22} = G_{33} = \alpha' \frac{U^2}{R^2} e^{\gamma C \left(\frac{U_T}{U} \right)} \\ G_{UU} = \alpha' \frac{R^2 U^2}{U^4 - U_T^4} e^{\gamma B \left(\frac{U_T}{U} \right)} \\ G_{\theta\theta} = \alpha' R^2 e^{\gamma D \left(\frac{U_T}{U} \right)} \end{cases} \quad (26-3)$$

در روابط بالا U_T بعد هولوگرام مسأله می باشد که تا افق سیاهچاله کشیده شده است. لازم به ذکر می باشد که چون دما وارد شده است، سیاهچاله و به دنبال آن افق سیاهچاله تعریف می کنیم.

با استفاده از روابط (۲۵-۳) و (۲۶-۳) داریم:

$$g_{MN} = G_{MN} \partial_\mu x^M \partial_\nu x^N = G_{00} \partial_M x^0 \partial_N x^0 + G_{11} \partial_M x^1 \partial_N x^1 + G_{22} \partial_M x^2 \partial_N x^2 + G_{33} \partial_M x^3 \partial_N x^3 + G_{UU} \partial_M U \partial_N U + G_{\theta\theta} \partial_M \theta \partial_N \theta \quad (27-3)$$

$$\begin{aligned} g_{MN} = & G_{00} \begin{pmatrix} \frac{\partial x^0}{\partial \tau} \frac{\partial x^0}{\partial \tau} & \frac{\partial x^0}{\partial \tau} \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \frac{\partial x^0}{\partial \tau} & \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \frac{\partial x^0}{\partial \sigma} \end{pmatrix} + G_{11} \begin{pmatrix} \frac{\partial x^1}{\partial \tau} \frac{\partial x^1}{\partial \tau} & \frac{\partial x^1}{\partial \tau} \frac{\partial x^1}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^1}{\partial \sigma} \frac{\partial x^1}{\partial \tau} & \frac{\partial x^1}{\partial \sigma} \frac{\partial x^1}{\partial \sigma} \end{pmatrix} + G_{22} \begin{pmatrix} \frac{\partial x^2}{\partial \tau} \frac{\partial x^2}{\partial \tau} & \frac{\partial x^2}{\partial \tau} \frac{\partial x^2}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^2}{\partial \sigma} \frac{\partial x^2}{\partial \tau} & \frac{\partial x^2}{\partial \sigma} \frac{\partial x^2}{\partial \sigma} \end{pmatrix} \\ & + G_{33} \begin{pmatrix} \frac{\partial x^3}{\partial \tau} \frac{\partial x^3}{\partial \tau} & \frac{\partial x^3}{\partial \tau} \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \frac{\partial x^3}{\partial \tau} & \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \frac{\partial x^3}{\partial \sigma} \end{pmatrix} + G_{UU} \begin{pmatrix} \frac{\partial U}{\partial \tau} \frac{\partial U}{\partial \tau} & \frac{\partial U}{\partial \tau} \frac{\partial U}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial U}{\partial \sigma} \frac{\partial U}{\partial \tau} & \frac{\partial U}{\partial \sigma} \frac{\partial U}{\partial \sigma} \end{pmatrix} + G_{\theta\theta} \begin{pmatrix} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} & \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} & \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (28-3)$$

$$= G_{00} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + G_{11} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + G_{22} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + G_{33} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + G_{UU} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & U^2 \end{pmatrix} + G_{\theta\theta} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \theta^2 \end{pmatrix}$$

که در بخش قبل به دلیل اینکه پتانسیل مستقل از فضای داخلی را بررسی کردیم $G_{\theta\theta} = 0$ را در نظر گرفته ایم.

در روابط فوق $\theta' = \frac{d\theta}{d\sigma}$ و $U' = \frac{dU}{d\sigma}$ مشتق نسبت به مختصه فضایی می باشد در نتیجه:

$$g_{MN} = \begin{pmatrix} G_{00} & 0 \\ 0 & G_{11} + G_{UU}U^2 + G_{\theta\theta}\theta^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(g_{MN}) = G_{00}(G_{11} + G_{UU}U^2 + G_{\theta\theta}\theta^2) \quad (29-3)$$

با جای گذاری رابطه (29-3) در رابطه (30-3) و با استفاده از رابطه (3-26) داریم:

$$S = \frac{1}{2\pi T} \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} d\sigma e^{\frac{\gamma_A}{2} \left(\frac{U_T}{U} \right)} \sqrt{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma_C \left(\frac{U_T}{U} \right)} + U^2 e^{\gamma_B \left(\frac{U_T}{U} \right)} + \frac{U^4 - U_T^4}{U^2} \theta^2 e^{\gamma_D \left(\frac{U_T}{U} \right)}} \quad (30-3)$$

از آنجایی که لاگرانژی موجود در مسأله بطور صریح به مکان و زاویه های درونی کوارک-پادکوارک وابسته نمی باشد ۲ ثابت حرکت می توانیم داشته باشیم که یکی از آنها را با استفاده از معادله هامیلتونی به دست می آوریم:

$$H = \sum P_i \dot{q}_i - L \quad (31-3)$$

که $p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$ می باشد و چون فقط مشتق گیری نسبت به مختصه فضایی تعریف می شود داریم:

$$\frac{d}{d\tau} \rightarrow \frac{d}{d\sigma} \quad \text{بنابراین} \quad \dot{q}_i \rightarrow q'_i \quad \text{حال با جایگذاری داریم:}$$

$$C_1 = H = \left(\frac{\partial L}{\partial U'} \right) U' + \left(\frac{\partial L}{\partial \theta'} \right) \theta' - L \quad (32-3)$$

برای به دست آوردن ثابت حرکت دومی از معادله حرکت اویلر لاگرانژ استفاده می کنیم:

$$\frac{d}{d\sigma} \left(\frac{\partial L}{\partial q'_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

چون در لاگرانژی $\frac{\partial L}{\partial U} \neq 0$ ولی $\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$ پس برای ثابت حرکت دومی داریم:

$$\frac{d}{d\sigma} \left(\frac{\partial L}{\partial \theta'} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\partial L}{\partial \theta'} = cte = C_2 \quad (33-3)$$

که در محاسبات قبلی [2,21] این ثابت صفر بوده است. حال با استفاده از رابطه (۳-۳۰) به محاسبه ثابت‌های حرکت می‌پردازیم

$$C_2 = \frac{\partial L}{\partial \theta'} = \frac{\frac{U^4 - U_T^4}{U^2} e^{\gamma^D \left(\frac{U_T}{U} \right)} e^{\frac{\gamma}{2} A \left(\frac{U_T}{U} \right)} \theta'}{\sqrt{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma^C \left(\frac{U_T}{U} \right)} + U^2 e^{\gamma^B \left(\frac{U_T}{U} \right)} + \frac{U^4 - U_T^4}{U^2} \theta'^2 e^{\gamma^D \left(\frac{U_T}{U} \right)}}$$

با توجه به U شکل بودن ریسمان، در نقطه $U_0 = U(0)$ داریم که $U'_0 = 0$ در نتیجه

$$C_2 = \frac{U_0 R^2 \sqrt{(1-\delta^4)} e^{\gamma \left\{ \frac{A}{2}(\delta) + D(\delta) \right\}} \theta'}{\sqrt{U_0^2 e^{\gamma^C(\delta)} + \theta'^2 R^4 e^{\gamma^D(\delta)}}} = U_0 l \Rightarrow l = \frac{R^2 \sqrt{(1-\delta^4)} e^{\gamma \left\{ \frac{A}{2}(\delta) + D(\delta) \right\}} \theta'}{\sqrt{U_0^2 e^{\gamma^C(\delta)} + \theta'^2 R^4 e^{\gamma^D(\delta)}}} \quad (34-3)$$

که در روابط بالا از تغییر متغیر $\delta = \frac{U_T}{U_0}$ استفاده کردیم.

حال به محاسبه C_1 می‌پردازیم:

$$C_1 = \frac{2 U^2 e^{\gamma^B \left(\frac{U_T}{U} \right)} e^{\frac{\gamma}{2} A \left(\frac{U_T}{U} \right)}}{2 \sqrt{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma^C \left(\frac{U_T}{U} \right)} + U^2 e^{\gamma^B \left(\frac{U_T}{U} \right)} + \frac{U^4 - U_T^4}{U^2} \theta'^2 e^{\gamma^D \left(\frac{U_T}{U} \right)}}} + \frac{2 e^{\frac{\gamma}{2} A \left(\frac{U_T}{U} \right)} \theta'^2 \frac{U^4 - U_T^4}{U^2} e^{\gamma^D \left(\frac{U_T}{U} \right)}}{2 \sqrt{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma^C \left(\frac{U_T}{U} \right)} + U^2 e^{\gamma^B \left(\frac{U_T}{U} \right)} + \frac{U^4 - U_T^4}{U^2} \theta'^2 e^{\gamma^D \left(\frac{U_T}{U} \right)}}} \\ - e^{\frac{\gamma}{2} A \left(\frac{U_T}{U} \right)} \frac{\sqrt{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma^C \left(\frac{U_T}{U} \right)} + U^2 e^{\gamma^B \left(\frac{U_T}{U} \right)} + \frac{U^4 - U_T^4}{U^2} \theta'^2 e^{\gamma^D \left(\frac{U_T}{U} \right)}}}{\sqrt{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma^C \left(\frac{U_T}{U} \right)} + U^2 e^{\gamma^B \left(\frac{U_T}{U} \right)} + \frac{U^4 - U_T^4}{U^2} \theta'^2 e^{\gamma^D \left(\frac{U_T}{U} \right)}}} = - \frac{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\frac{\gamma}{2} A \left(\frac{U_T}{U} \right)} e^{\gamma^C \left(\frac{U_T}{U} \right)}}{\sqrt{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma^C \left(\frac{U_T}{U} \right)} + U^2 e^{\gamma^B \left(\frac{U_T}{U} \right)} + \frac{U^4 - U_T^4}{U^2} \theta'^2 e^{\gamma^D \left(\frac{U_T}{U} \right)}}}$$

باز در نقطه $U_0 = U(0)$ داریم:

$$C_1 = -\frac{U_0^2}{R^2} e^{\frac{\gamma}{2}\{C(\delta)-D(\delta)\}} \frac{\sqrt{1-\delta^4}}{\sqrt{e^{-\gamma\{A(\delta)+D(\delta)\}} + \theta^2 \frac{R^4}{U_0^2} e^{-\gamma\{A(\delta)+C(\delta)\}}}} \quad (30-3)$$

با جایگذاری رابطه (۳۴-۳) در عبارت $\sqrt{(1-\delta^4)e^{\gamma\{A(\delta)+D(\delta)\}} - l^2}$ داریم:

$$\sqrt{(1-\delta^4)e^{\gamma\{A(\delta)+D(\delta)\}} - \frac{R^4(1-\delta^4)e^{\gamma\{A(\delta)+2D(\delta)\}}\theta^2}{U_0^2 e^{\gamma C(\delta)} + \theta^2 R^4 e^{\gamma D(\delta)}}} = \frac{\sqrt{1-\delta^4}}{\sqrt{e^{-\gamma\{A(\delta)+D(\delta)\}} + \theta^2 \frac{R^4}{U_0^2} e^{-\gamma\{A(\delta)+C(\delta)\}}}} \quad (36-3)$$

با استفاده از رابطه (۳۶-۳) برای (۳۵-۳) داریم:

$$C_1 = -\frac{U_0^2}{R^2} e^{\frac{\gamma}{2}\{C(\delta)-D(\delta)\}} \sqrt{(1-\delta^4)e^{\gamma\{A(\delta)+D(\delta)\}} - l^2} \quad (37-3)$$

حال با در نظر گرفتن رابطه زیر به محاسبه مختصات σ و θ که هر ۲ آن‌ها وابسته به بعد هولوگرام U می‌باشد می‌پردازیم:

$$f_\gamma(y, \delta) = (y^4 - \delta^4) e^{\gamma\left\{A\left(\frac{\delta}{y}\right) + c\left(\frac{\delta}{y}\right) - C(\delta) + D(\delta)\right\}} - l^2 y^2 e^{\gamma\left\{c\left(\frac{\delta}{y}\right) - D\left(\frac{\delta}{y}\right) + D(\delta) - C(\delta)\right\}} \quad (38-3)$$

$$\frac{\delta}{y} = \frac{U_T}{U} \quad (39-3)$$

از آن جایی که هامیلتونی سیستم به دلیل وابستگی صریح نداشتن به مختصه فضایی ثابت حرکت است، بنابراین انتظار داریم که این کمیت در دو نقطه، یعنی نقطه برگشت ریسمان و نقاط دیگر باهم برابر باشد در نتیجه:

$$C_1 = \frac{-\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\frac{\gamma}{2}A\left(\frac{U_T}{U}\right)} e^{\gamma c\left(\frac{U_T}{U}\right)}}{\sqrt{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma c\left(\frac{U_T}{U}\right)} + U^2 e^{\gamma B\left(\frac{U_T}{U}\right)} + \frac{U^4 - U_T^4}{U^2} \theta^2 e^{\gamma D\left(\frac{U_T}{U}\right)}}} = -\frac{U_0^2}{R^2} e^{\frac{\gamma}{2}\{C(\delta)-D(\delta)\}} \sqrt{(1-\delta^4)e^{\gamma\{A(\delta)+D(\delta)\}} - l^2} \quad (40-3)$$

همچنین برای C_2 داریم:

$$C_2 = \frac{\frac{U^4 - U_T^4}{U^2} e^{\gamma D \left(\frac{U_T}{U} \right)} e^{\frac{\gamma}{2} A \left(\frac{U_T}{U} \right)} \theta'}{\sqrt{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma C \left(\frac{U_T}{U} \right)} + U^2 e^{\gamma B \left(\frac{U_T}{U} \right)} + \frac{U^4 - U_T^4}{U^2} \theta'^2 e^{\gamma D \left(\frac{U_T}{U} \right)}}} = U_0 l \quad (41-3)$$

از رابطه (۴۰-۳) به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma C \left(\frac{\delta}{y} \right)} + U^2 e^{\gamma B \left(\frac{\delta}{y} \right)} + \frac{U^4 - U_T^4}{U^2} \theta'^2 e^{\gamma D \left(\frac{\delta}{y} \right)}} &= \frac{U^4}{R^4} \frac{1}{y^4} (y^4 - \delta^4) e^{\gamma \left\{ \frac{A}{2} \left(\frac{\delta}{y} \right) + C \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} e^{\frac{\gamma}{2} \{D(\delta) - C(\delta)\}} \\ &= \frac{U_0^2}{R^2} \sqrt{(1 - \delta^4) e^{\gamma \{A(\delta) + D(\delta)\}} - l^2} \\ &= \frac{U_0^2}{R^2} (y^4 - \delta^4) \frac{e^{\gamma \left\{ \frac{A}{2} \left(\frac{\delta}{y} \right) + C \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} e^{\frac{\gamma}{2} \{D(\delta) - C(\delta)\}}}{\sqrt{(1 - \delta^4) e^{\gamma \{A(\delta) + D(\delta)\}} - l^2}} \end{aligned}$$

حال رابطه فوق را در (۴۱-۳) جایگزین می کنیم و θ' را به دست می آوریم:

$$e^{\gamma \left\{ \frac{A}{2} \left(\frac{\delta}{y} \right) + D \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} y^2 U_0^2 \frac{y^4 - \delta^4}{y^4} \theta' = U_0 l \frac{U_0^2}{R^2} (y^4 - \delta^4) e^{\gamma \left\{ \frac{A}{2} \left(\frac{\delta}{y} \right) + C \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} \frac{e^{\frac{\gamma}{2} \{D(\delta) - C(\delta)\}}}{\sqrt{(1 - \delta^4) e^{\gamma \{A(\delta) + D(\delta)\}} - l^2}}$$

بنابراین برای تغییرات زاویه میان کوارک-پادکواریک نسبت به مختصه فضایی در نقطه غیر از نقطه برگشت ریسمان به دست می آوریم:

$$\theta' = \frac{U_0 l y^2 e^{\gamma \left\{ C \left(\frac{\delta}{y} \right) - D \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} e^{\frac{\gamma}{2} \{D(\delta) - C(\delta)\}}}{R^2 \sqrt{(1 - \delta^4) e^{\gamma \{A(\delta) + D(\delta)\}} - l^2}} \quad (42-3)$$

که پرایم مشتق نسبت به مختصه فضایی σ می باشد.

با استفاده مجدد از معادله (۴۰-۳) فاصله میان کوارک-پادکواریک را به دست می آوریم:

$$-\frac{U_0^2}{R^2} e^{\frac{\gamma}{2} \{C(\delta) - D(\delta)\}} \sqrt{(1 - \delta^4) e^{\gamma \{A(\delta) + D(\delta)\}} - l^2} = -\frac{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\frac{\gamma}{2} A \left(\frac{U_T}{U} \right)} e^{\gamma C \left(\frac{U_T}{U} \right)}}{\sqrt{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma C \left(\frac{U_T}{U} \right)} + U^2 e^{\gamma B \left(\frac{U_T}{U} \right)} + \frac{U^4 - U_T^4}{U^2} \theta'^2 e^{\gamma D \left(\frac{U_T}{U} \right)}}}$$

با ساده سازی و با توان ۲ رساندن طرفین داریم:

$$e^{\gamma\{C(\delta)-D(\delta)\}} \left((1-\delta^4) e^{\gamma\{A(\delta)+D(\delta)\}} - l^2 \right) = \frac{\frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4)^2 e^{\gamma\left\{\frac{A}{2}\left(\frac{\delta}{y}\right) + 2C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}}}{\frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) e^{\gamma C\left(\frac{\delta}{y}\right)} + \left(\frac{dU}{d\sigma}\right)^2 e^{\gamma B\left(\frac{U_T}{U}\right)} + \frac{U_0^2}{y^2} \theta^2 (y^4 - \delta^4) e^{\gamma D\left(\frac{U_T}{U}\right)}}$$

عبارت $e^{\gamma\{C(\delta)-D(\delta)\}} \left((1-\delta^4) e^{\gamma\{A(\delta)+D(\delta)\}} - l^2 \right)$ را برابر با X می‌گیریم و محاسبات را انجام می‌دهیم:

$$\frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) e^{\gamma C\left(\frac{\delta}{y}\right)} + X + X \left(\frac{dU}{d\sigma}\right)^2 e^{\gamma B\left(\frac{U_T}{U}\right)} + X \frac{U_0^2}{y^2} \theta^2 (y^4 - \delta^4) e^{\gamma D\left(\frac{U_T}{U}\right)} = \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4)^2 e^{\gamma\left\{\frac{A}{2}\left(\frac{\delta}{y}\right) + 2C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}}$$

حال θ بدست آمده در (۳-۴۲) را در رابطه فوق جایگزین می‌کنیم و پس از ساده سازی و با استفاده دوباره از این نکته که $U = yU_0$ داریم:

$$U_0^2 X dy^2 e^{\gamma B\left(\frac{\delta}{y}\right)} = d\sigma^2 \left\{ \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4)^2 e^{\gamma\left\{\frac{A}{2}\left(\frac{\delta}{y}\right) + 2C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} - \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) l^2 y^2 e^{\gamma\left\{2C\left(\frac{\delta}{y}\right) - D\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} - \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) e^{\gamma C\left(\frac{\delta}{y}\right)} X \right\}$$

در نتیجه با ضرب $e^{-\gamma C\left(\frac{\delta}{y}\right)}$ در طرفین و جایگذاری مقدار X داریم:

$$d\sigma^2 = \frac{U_0^2 e^{\gamma\{C(\delta)-D(\delta)\}} \left((1-\delta^4) e^{\gamma\{A(\delta)+D(\delta)\}} - l^2 \right) e^{\gamma\left\{B\left(\frac{\delta}{y}\right) - C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} dy^2}{\frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) \left\{ e^{\gamma\left\{\frac{A}{2}\left(\frac{\delta}{y}\right) + C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} (y^4 - \delta^4) - l^2 y^2 e^{\gamma\left\{C\left(\frac{\delta}{y}\right) - D\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} - \left((1-\delta^4) e^{\gamma\{A(\delta)+D(\delta)\}} - l^2 \right) \right\}}$$

با استفاده از رابطه (۳-۳۸) داریم:

$$f_\gamma(1, \delta) = (1 - \delta^4) e^{\gamma\{A(\delta)+D(\delta)\}} - l^2 \quad (۳-۴۳)$$

بنابراین با استفاده از رابطه (۳-۳۸) و با ساده سازی نتیجه می‌شود:

$$\sigma(U) = \frac{R^2}{U_T} \delta \sqrt{f_\gamma(1, \delta)} \int_1^{\frac{U}{U_0}} \frac{e^{\frac{\gamma}{2}\left\{B\left(\frac{\delta}{y}\right) - C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} dy}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}} \quad (۳-۴۴)$$

که در روابط بالا از تغییر متغیر $\delta = \frac{U_T}{U}$ استفاده کردیم. از آنجایی که روی مرز $(U \rightarrow \infty)$ $L = 2\sigma$ برای فاصله میان کوارک-پادکوارک داریم:

$$L = \frac{2R^2}{U_T} \delta \sqrt{f_\gamma(1, \delta)} \int_1^{\frac{U}{U_0}} \frac{e^{\frac{\gamma}{2}\left\{B\left(\frac{\delta}{y}\right) - C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} dy}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}} \quad (۳-۴۵)$$

حال به محاسبه $\theta(U)$ می پردازیم همان طوری که از رابطه (۳-۲۴) داریم θ وابسته به مختصه فضایی جهان-سطح می باشد برای نوشتن بر حسب بعد هولوگرام از مشتقات زنجیری استفاده می کنیم . از رابطه (۳-۴۱) داریم:

$$U_0 l = \frac{\partial L}{\partial \theta} = \frac{e^{\frac{\gamma_A(\delta)}{2}} \frac{U^4 - U_T^4}{U^2} e^{\gamma_D(\frac{\delta}{y})} \theta'}{\sqrt{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma_C(\frac{U_T}{U})} + U^2 e^{\gamma_B(\frac{U_T}{U})} + \frac{U^4 - U_T^4}{U^2} \theta^2 e^{\gamma_D(\frac{U_T}{U})}}}$$

با استفاده از رابطه (۳-۳۹) و این قضیه که $U = yU_0$ است برای رابطه فوق داریم:

$$l^2 \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) e^{\gamma_C(\frac{U_T}{U})} + l^2 U^2 e^{\gamma_B(\frac{U_T}{U})} + l^2 U_0^2 \theta^2 \left(\frac{y^4 - \delta^4}{y^2} \right) e^{\gamma_D(\frac{U_T}{U})} = \frac{U_0^2}{y^4} (y^4 - \delta^4)^2 e^{\gamma \left\{ A(\frac{\delta}{y}) + 2D(\frac{\delta}{y}) \right\}} \theta^2$$

با استفاده از مشتق زنجیره ای داریم:

$$\theta' = \frac{d\theta}{d\sigma} = \frac{d\theta}{dU} \frac{dU}{d\sigma}$$

در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} & l^2 \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) e^{\gamma_C(\frac{U_T}{U})} + l^2 U^2 e^{\gamma_B(\frac{U_T}{U})} \\ &= \frac{U_0^2}{y^4} (y^4 - \delta^4) \left\{ (y^4 - \delta^4) e^{\gamma \left\{ A(\frac{\delta}{y}) + 2D(\frac{\delta}{y}) \right\}} - l^2 y^2 e^{\gamma_D(\frac{U_T}{U})} \right\} \left(\frac{d\theta}{dU} \right)^2 \left(\frac{dU}{d\sigma} \right)^2 \end{aligned} \quad (۳-۴۶)$$

از رابطه (۳-۴۴) و این که $dU = U_0 dy$ داریم:

$$\frac{d\sigma}{dU} = \frac{R^2}{U_0^2} \sqrt{f_\gamma(1, \delta)} \frac{e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B(\frac{\delta}{y}) - C(\frac{\delta}{y}) \right\}}}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}} \quad (۳-۴۷)$$

$\Rightarrow$

$$\left(\frac{dU}{d\sigma} \right)^2 = U^2 = \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) \frac{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}{f_\gamma(1, \delta)} e^{\gamma \left\{ C(\frac{\delta}{y}) - B(\frac{\delta}{y}) \right\}} \quad (۳-۴۸)$$

با جایگذاری رابطه (۴۸-۳) در رابطه (۴۶-۳)، حذف $f_\gamma(1, \delta)$ و $\frac{U_0^4}{R^4}(y^4 - \delta^4)$ ، ضرب طرفین در عبارت $e^{\gamma\left\{-2D\left(\frac{\delta}{y}\right)+B\left(\frac{\delta}{y}\right)+D(\delta)-C(\delta)\right\}}$ و با استفاده از تعریف موجود در (۳۸-۳) داریم:

$$l^2 f_\gamma(y, \delta) e^{\gamma\{D(\delta)-C(\delta)\}} e^{\gamma\left\{C\left(\frac{\delta}{y}\right)-2D\left(\frac{\delta}{y}\right)+B\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} (dU)^2 \\ = \frac{U_0^2}{y^4} (y^4 - \delta^4) f_\gamma(y, \delta) (f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)) (d\theta)^2$$

با حذف $f_\gamma(y, \delta)$ از طرفین رابطه فوق برای جهت گیری های درونی کوارک-پادکووارک در کره های پنج بعدی به دست می آید:

$$\theta(U) = l e^{\frac{\gamma}{2}\{D(\delta)-C(\delta)\}} \int_1^U \frac{y^2 e^{\frac{\gamma}{2}\left\{B\left(\frac{\delta}{y}\right)+C\left(\frac{\delta}{y}\right)-2D\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}}}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}} dy \quad (۴۹-۳)$$

با استفاده از رابطه (۱۹-۳)، (۴۵-۳) و (۴۹-۳) برای $L = 2\sigma(U \rightarrow \infty)$ و $\Delta\theta = 2\theta(U \rightarrow \infty)$ داریم:

$$L.T = \frac{2}{\pi} (1 + 15\gamma) \delta \sqrt{f_\gamma(1, \delta)} \int_1^\infty \frac{e^{\frac{\gamma}{2}\left\{B\left(\frac{\delta}{y}\right)-C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} dy}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}} \quad (۵۰-۳)$$

$$\Delta\theta = 2l e^{\frac{\gamma}{2}\{D(\delta)-C(\delta)\}} \int_1^\infty \frac{y^2 e^{\frac{\gamma}{2}\left\{B\left(\frac{\delta}{y}\right)+C\left(\frac{\delta}{y}\right)-2D\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}}}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}} dy \quad (۵۱-۳)$$

از رابطه (۴۸-۳) و (۴۹-۳) و از آنجایی که $dU = U_0 dy$ است برای تغییرات طول ریسمان و زاویه نسبی میان کووارک و پادکووارک نسبت به مختصه فضایی داریم:

$$\begin{cases} \theta' = \frac{d\theta}{d\sigma} = \frac{d\theta}{dU} \frac{dU}{d\sigma} = l \frac{U_0}{R^2} \frac{y^2}{\sqrt{f_\gamma(1, \delta)}} e^{\frac{\gamma}{2}\left\{2C\left(\frac{\delta}{y}\right)-2D\left(\frac{\delta}{y}\right)+D(\delta)-C(\delta)\right\}} \\ U' = \frac{dU}{d\sigma} = \frac{U_0^2}{R^2} \sqrt{(y^4 - \delta^4)} \sqrt{\frac{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}{f_\gamma(1, \delta)}} e^{\frac{\gamma}{2}\left\{C\left(\frac{\delta}{y}\right)-B\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} \end{cases} \quad (۵۲-۳)$$

با قرار دادن حل فوق در کنش بنیادی (۳۰-۳) و با بهره بردن از رابطه (23-3) انرژی بستگی میان کووارک-پادکووارک به صورت زیر به دست می آید:

$$V_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} d\sigma e^{\frac{\gamma}{2} A \left(\frac{U_T}{U} \right)} \sqrt{\frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) e^{\gamma C \left(\frac{U_T}{U} \right)} + \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) \frac{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}{f_\gamma(1, \delta)} e^{\gamma C \left(\frac{\delta}{y} \right)} + \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) e^{\gamma C \left(\frac{\delta}{y} \right)} \frac{1}{f_\gamma(1, \delta)} l^2 y^2 e^{\gamma \left\{ C \left(\frac{\delta}{y} \right) - D \left(\frac{\delta}{y} \right) + D(\delta) - C(\delta) \right\}}}$$

$$V_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{L}{2}} d\sigma e^{\frac{\gamma}{2} A \left(\frac{U_T}{U} \right)} \sqrt{\frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) e^{\gamma C \left(\frac{U_T}{U} \right)} + \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) \frac{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}{f_\gamma(1, \delta)} e^{\gamma C \left(\frac{\delta}{y} \right)} + \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) e^{\gamma C \left(\frac{\delta}{y} \right)} \frac{1}{f_\gamma(1, \delta)} l^2 y^2 e^{\gamma \left\{ C \left(\frac{\delta}{y} \right) - D \left(\frac{\delta}{y} \right) + D(\delta) - C(\delta) \right\}}}$$

با استفاده از رابطه (۳-۴۷) بجای $d\sigma$ روی متغیر $dU = U_0 dy$ انتگرال گیری می کنیم:

$$V_1 = \frac{1}{\pi} \int_1^{\frac{U}{U_0}} dy \frac{R^2}{U_0} \sqrt{f_\gamma(1, \delta)} \frac{e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B \left(\frac{\delta}{y} \right) - C \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} e^{\frac{\gamma}{2} A \left(\frac{U_T}{U} \right)}}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}} \frac{U_0^2}{R^2} \sqrt{y^4 - \delta^4} e^{\gamma C \left(\frac{\delta}{y} \right)} \times \sqrt{1 + \frac{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}{f_\gamma(1, \delta)} + \frac{1}{f_\gamma(1, \delta)} l^2 y^2 e^{\gamma \left\{ C \left(\frac{\delta}{y} \right) - D \left(\frac{\delta}{y} \right) + D(\delta) - C(\delta) \right\}}}$$

(۳-۵۳)

با استفاده از رابطه $\delta = \frac{U_T}{U_0} \Rightarrow U_0 = U_T \delta^{-1}$ و با استفاده از رابطه (3-38) پتانسیل فوق را به صورت

زیر به دست می آوریم:

$$V_1 = \frac{U_T \delta^{-1}}{\pi} \int_1^{\frac{U}{U_0}} dy \frac{e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ A \left(\frac{\delta}{y} \right) + B \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}}}{\sqrt{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}} \sqrt{(y^4 - \delta^4) e^{\gamma \left\{ A \left(\frac{\delta}{y} \right) + C \left(\frac{\delta}{y} \right) - C(\delta) + D(\delta) \right\}}}$$

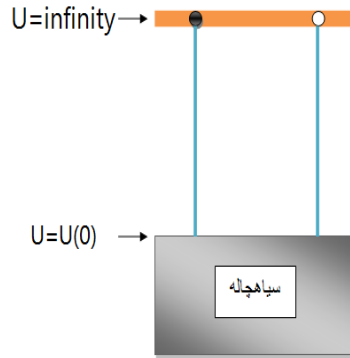
با توجه به رفتار انتگرال، در مقادیر بزرگ U انتگرال فوق واگرا می شود با انتخاب $\Lambda = \text{cutoff}$ برای انتگرال فوق داریم:

$$V_1^{(\Lambda)} = \frac{U_T \delta^{-1}}{\pi} \int_1^{\frac{\Lambda}{U_0}} dy \frac{\sqrt{(y^4 - \delta^4)} e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ 2A \left(\frac{\delta}{y} \right) + B \left(\frac{\delta}{y} \right) + C \left(\frac{\delta}{y} \right) + D(\delta) - C(\delta) \right\}}}{\sqrt{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}} \quad (۳-۵۴)$$

که در رابطه بالا از آنجایی که $U \rightarrow \infty$ میل می کند برای از بین بردن بی نهایت از پارامتر قطع استفاده کردیم که بعد این Λ را برابر با ∞ قرار می دهیم.

پتانسیل $V_1^{(\Lambda)}$ واگرا است اگر این واگرایی را از بین ببریم یک پتانسیل بهنجار نتیجه می شود. برای بهنجار کردن پتانسیل، همان طوری که از شکل ۳-۴ برمی آید، دو رسمانی که به طور مستقیم از $U = \Lambda$ تا U_T کشیده شده و کووارک-پادکووارک در موقعیت $x_1 = \pm \frac{L}{2}$ و $\theta = \pm \frac{\Delta\theta}{2}$ قرار گرفته را در

نظر می گیریم



شکل ۳-۴: شماتیکی از دو ریسمان باز مستقیم که دو کوارک آزاد سنگین را نشان می‌دهد که از مرز AdS شروع شده و تا افق سیاهچاله ادامه دارند.

برای دو ریسمان که به‌طور مستقیم تا افق سیاهچاله کشیده شده است مختصات را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$x^\mu = (x^0 = \tau, x^1 = x^2 = x^3 = \theta(\sigma) = \text{const}, U(\sigma) = \sigma)$$

با استفاده از رابطه (۳-۲۷) داریم:

$$g_{MN} = G_{00} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + G_{UU} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{00} & 0 \\ 0 & G_{UU} \end{pmatrix} \Rightarrow \det(g_{MN}) = G_{00} G_{UU} \quad (۳-۵۵)$$

از رابطه (۳-۲۰) و (۳-۲۶) داریم:

$$S_{01} = \frac{1}{2\pi\alpha'} \iint d\tau d\sigma \sqrt{G_{00} G_{UU}} = \frac{1}{2\pi\alpha'} \iint d\tau d\sigma \sqrt{\alpha'^2 e^{\gamma \left\{ A \left(\frac{\delta}{y} \right) + B \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}}} = \frac{1}{2\pi T} \int d\sigma e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ A \left(\frac{\delta}{y} \right) + B \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}}$$

از آن جایی که به‌خاطر کشیده شدن ریسمان تا افق سیاهچاله $U_T = U_0$ می‌شود بنابراین $\delta = 1$ داریم:

$$S_{01} = \frac{1}{2\pi T} \int d\sigma e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ A(y^{-1}) + B(y^{-1}) \right\}}$$

چون ۲ تا ریسمان داریم بنابراین خود انرژی فوق که برای یک ریسمان است دو برابر می‌شود:

$$S_{01} = \frac{1}{\pi T} \int d\sigma e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ A(y^{-1}) + B(y^{-1}) \right\}} \quad (۳-۵۶)$$

که عبارت فوق عبارتست از خود انرژی دو ریسمان عمودی که از U تا U_T کشیده شده است.

از رابطه (23-3) داریم:

$$V_{pssc}^{(\Lambda)} = \frac{1}{\pi} \int d\sigma e^{\frac{\gamma}{2}\{A(y^{-1})+B(y^{-1})\}}$$

از آن جایی که در مختصات موجود در محاسبه خودانرژی

$$U(\sigma) = \sigma \Rightarrow dU = d\sigma \Rightarrow U_0 dy = d\sigma$$

در نتیجه داریم:

$$V_{pssc}^{(\Lambda)} = \frac{U_0}{\pi} \int_1^{\frac{U}{U_T}} e^{\frac{\gamma}{2}\{A(y^{-1})+B(y^{-1})\}} dy \quad (57-3)$$

چون در محاسبه خودانرژی ۲ ریسمان عمودی که تا $U = U_T$ کشیده شده اند نقطه برگشت ریسمان همان $U_0 = U_T$ می باشد و از آن جایی که $U \rightarrow \infty$ میل می کند برای از بین بردن بی نهایت از پارامتر قطع استفاده می کنیم بنابراین برای رابطه (57-3) داریم:

$$V_{pssc}^{(\Lambda)} = \frac{U_T}{\pi} \int_1^{\frac{\Lambda}{U_T}} e^{\frac{\gamma}{2}\{A(y^{-1})+B(y^{-1})\}} dy \quad (58-3)$$

حال به محاسبه خودانرژی ریسمان کشیده شده در $U = U_T$ می پردازیم در این حالت مختصات مربوطه به صورت

$$x^\mu = (x^0 = \tau, x^1 = \sigma, x^2 = x^3 = U(\sigma) = \theta(\sigma) = \text{const}) \quad (59-3)$$

می باشد. با استفاده از رابطه (۲۷-۳) داریم:

$$g_{MN} = G_{00} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + G_{11} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 0 + 0 = \begin{pmatrix} G_{00} & 0 \\ 0 & G_{11} \end{pmatrix}$$

از آن جایی که در $U = U_T$ با استفاده از رابطه (۲۶-۳)، G_{00} برابر با صفر است، بنابراین:

$$\det(g_{MN}) = G_{00}G_{11} = 0$$

از رابطه (۳-۲۰) خود انرژی مربوط به ریسمان افقی صفر می‌شود، در نتیجه ریسمان افقی در $U = U_T$ هیچ سهمی در محاسبه خودانرژی ندارد.

از رابطه (۳-۵۸) داریم:

$$V_{pssc}^{(\Lambda)} = \frac{U_T}{\pi} \int_1^{\frac{\Lambda}{U_T}} e^{\frac{\gamma}{2} \{A(y^{-1}) + B(y^{-1})\}} dy$$

اگر تصحیحات را در نظر نگیریم یعنی $\gamma = 0$ جمله کاهشی فوق برای بهنجار کردن پتانسیل میان کوآرک-پادکوآرک به صورت

$$V_{pssc}^{(\Lambda)} = \frac{U_T}{\pi} \int_1^{\frac{\Lambda}{U_T}} dy = \frac{U_T}{\pi} \left(\frac{\Lambda}{U_T} - 1 \right) = \frac{U_T}{\pi} \left(\frac{\Lambda - U_T}{U_T} \right) = \frac{\Lambda - U_T}{\pi} \quad (۳-۶۰)$$

می‌شود.

اکنون با انتخاب $V_{pssc}^{(\Lambda)}$ به عنوان ثابت کاهشی از $V_1^{(\Lambda)}$ پتانسیل بهنجار V_1 را با استفاده از رابطه (۳-۵۴) به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$V_1 = \lim_{\Lambda \rightarrow \infty} (V_1^{(\Lambda)} - V_{pssc}^{(\Lambda)}) \quad (۳-۶۱)$$

اگر روابط (۳-۵۴) و (۳-۵۸) در رابطه (۳-۶۱) قرار دهیم داریم:

$$V_1 = \lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \frac{U_T}{\pi} \left\{ \delta^{-1} \int_1^{\frac{\Lambda}{U_0}} dy \frac{\sqrt{(y^4 - \delta^4)} e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ 2A\left(\frac{\delta}{y}\right) + B\left(\frac{\delta}{y}\right) + C\left(\frac{\delta}{y}\right) + D(\delta) - C(\delta) \right\}}}{\sqrt{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}} - \int_1^{\frac{\Lambda}{U_T}} e^{\frac{\gamma}{2} \{A(y^{-1}) + B(y^{-1})\}} dy \right\} \quad (۳-۶۲)$$

با استفاده از رابطه (3-19) به جای $\frac{U_T}{\pi}$ عبارت $R^2 T (1 + 15\gamma)^{-1}$ قرار می‌دهیم در نتیجه :

$$\frac{V_1}{R^2 T} = (1 + 15\gamma)^{-1} \left\{ \delta^{-1} \int_1^\infty dy \frac{\sqrt{(y^4 - \delta^4)} e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ 2A\left(\frac{\delta}{y}\right) + B\left(\frac{\delta}{y}\right) + C\left(\frac{\delta}{y}\right) + D(\delta) - C(\delta) \right\}}}{\sqrt{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}} - \int_1^\infty e^{\frac{\gamma}{2} \{A(y^{-1}) + B(y^{-1})\}} dy \right\}$$

یا به عبارتی

$$\frac{V_1}{R^2 T} = (1+15\gamma)^{-1} \left\{ \delta^{-1} \int_1^\infty \frac{\sqrt{(y^4 - \delta^4)} e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ 2A\left(\frac{\delta}{y}\right) + B\left(\frac{\delta}{y}\right) + C\left(\frac{\delta}{y}\right) + D(\delta) - C(\delta) \right\}}}{\sqrt{f_\gamma(y, \delta) - f_\gamma(1, \delta)}} - 1 \right\} dy + 1 - \delta^{-1} + \int_1^\infty (1 - e^{\frac{\gamma}{2} \{ A(y^{-1}) + B(y^{-1}) \}}) dy \} \quad (۶۳-۳)$$

بنابراین توانسته‌ایم با محاسبات فوق رابطه مربوط به انرژی پتانسیل میان کوارک-پادکوارک را به دست آوریم. از آنجایی که از روابط (۵۰-۳) و (۵۱-۳)، δ و l را می‌توان بر حسب $L, \Delta\theta$ نوشت یعنی $\delta = \delta(L, \Delta\theta)$, $l = l(L, \Delta\theta)$ ، آن‌گاه با جایگذاری پارامتر δ و l در رابطه (۶۳-۳) پانسیل بر حسب $L, \Delta\theta$ به دست می‌آید که با رسم نمودار پتانسیل بر حسب $L, \Delta\theta$ تاثیر تغییرات $L, \Delta\theta$ بر پتانسیل را به‌طور جداگانه مورد بررسی قرار می‌دهیم.

به این دلیل که نقطه برگشت ریسمان می‌تواند در بازه‌ی $U_T \leq U_0 < \infty$ قرار گیرد، بازه‌ای که برای

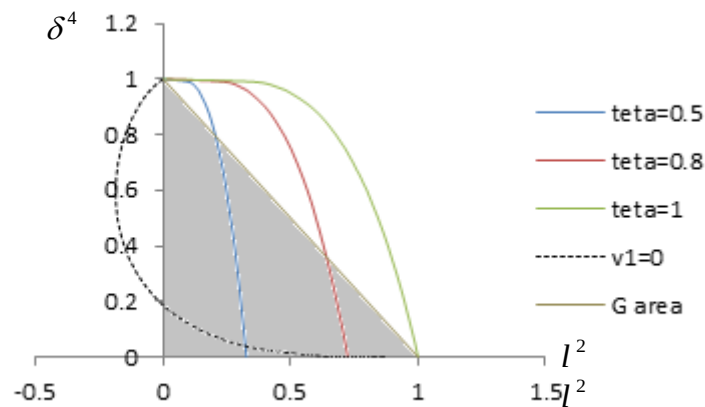
تغییر متغیر $\delta = \frac{U_T}{U_0}$ در نظر می‌گیریم عبارتست از:

$$0 \leq \delta \leq 1 \quad (۶۴-۳)$$

علاوه بر این، از فرمول (۵۱-۳) برداشت می‌شود که $l^2 \geq 0$ است در حالی که از فرمول (۳۷-۳) نتیجه می‌شود که $l^2 \geq (1 - \delta^4) e^{\gamma \{ A(\delta) + D(\delta) \}}$. با در نظر گرفتن همه این‌ها، کل فرمول‌ها را در منطقه G معرفی می‌کنیم.

$$G = \{ (l^2, \delta^4) \mid 0 \leq l^2 \leq (1 - \delta^4) e^{\gamma \{ A(\delta) + D(\delta) \}}, \delta^4 \geq 0 \} \quad (۶۵-۳)$$

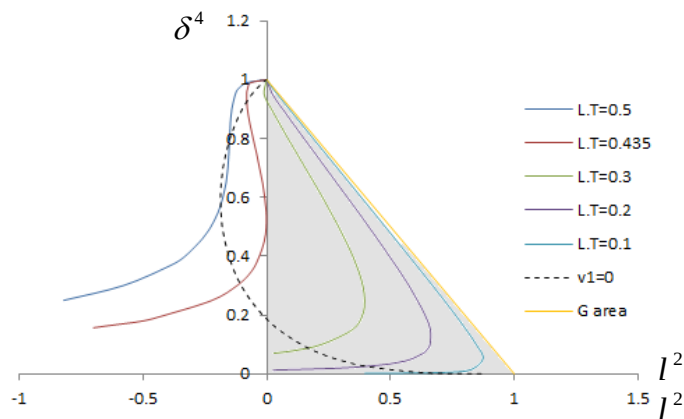
برای درک بهتر از خاموشی کامل پتانسیل برای $\Delta\theta \rightarrow \pi$ در شکل (5-3) حالت $\gamma = 0$ را در نظر می‌گیریم و صفحه (l^2, δ^4) را که فضای پارامترها می‌باشد در منطقه G رسم می‌کنیم. همچنین خطوط شمارنده $V_1 = 0$ و خطوط $\Delta\theta$ را در منطقه G و خارج منطقه رسم می‌کنیم. در ابتدا با خطوط $\Delta\theta$ در $0 \leq \delta^4 \leq 1$ و $0 \leq l^2 \leq 2$ شروع می‌کنیم ابتدا شکل زیر را در نظر می‌گیریم.



شکل ۳-۵: نمودار خطوط $\frac{1}{\pi}\Delta\theta$ با توجه به صفحه (l^2, δ^4) در دو منطقه خارج و داخل منطقه G (منطقه‌ای که با سایه روشن مشخص شده است) برای $\gamma = 0$ و مقادیر مختلف زاویه داخلی رسم شده و خط چین خطوط $V_1 = 0$ می‌باشد

در نمودار فوق همه خطوط از $\Delta\theta = 0$ تا $\Delta\theta = \infty$ در نظر گرفته شده است به طوری که $(l^2, \delta^4) = (0, 1)$ یک نقطه تکین است. خط $\Delta\theta = 0$ از نقطه $(0, 1)$ مستقیم شروع شده و به سمت پایین تا نقطه $(0, 0)$ می‌رود چون $\Delta\theta$ از رابطه (۳-۵۱) با l رابطه مستقیم دارد، $\Delta\theta = 0$ فقط بازای l های برابر با صفر ناشی می‌شود. خط $\Delta\theta = \infty$ ابتدا به صورت موازی با محور l^2 تا نقطه $(2, 1)$ می‌رود و سپس مستقیم رو به پایین یعنی $(2, 0)$ ادامه دارد. خط $\Delta\theta = \pi$ در مختصات $(l^2, \delta^4) = (1, 0)$ اتفاق می‌افتد. همان طوری که از شکل (۳-۳) برمی‌آید خط $\Delta\theta = \pi$ فقط در نقطه $(1, 0)$ منطقه G را احساس می‌کند.

حال خطوط L را تفسیر می‌کنیم برای این منظور شکل (۳-۶) را در نظر می‌گیریم:

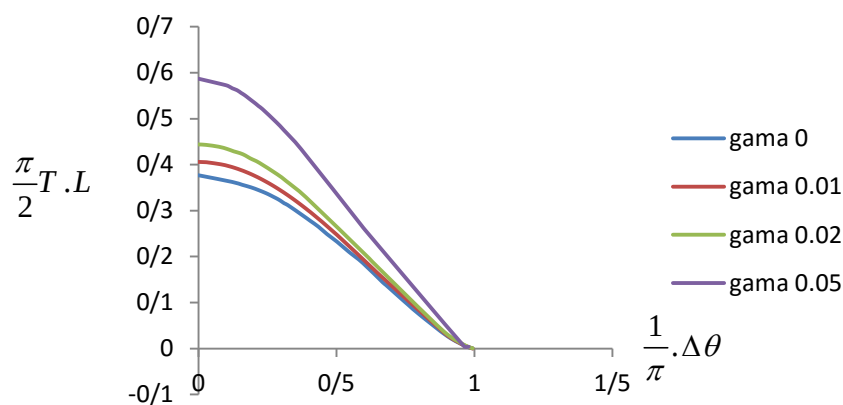


شکل ۳-۶: نمودار خطوط $\frac{\pi}{2} T.L$ با توجه به صفحه (l^2, δ^4) در دو منطقه خارج و داخل منطقه G (منطقه‌ای که با سایه روشن مشخص شده‌است) برای مقادیر مختلف رسم شده و خط چین خطوط $V_1 = 0$ می‌باشد

در این حالت هم مجدداً نقطه $(0,1)$ نقطه تکین است. در این جا خطوط $L = \infty$ در $\delta^4 = 1$ و بازای $-\infty < l^2 < 0$ و خط مستقیم که از مختصات $(1,0)$ به $(0,1)$ می‌رود، روی می‌دهد. بنابراین همه‌ی خطوط با $L > 0$ به سمت خط $L = \infty$ در ناحیه‌ی $l^2 < 0$ متمایل می‌شوند. برای مقادیر کافی و کوچک L این خطوط باید به ناحیه $l^2 > 0$ بچرخند. با همه‌ی این‌ها، خطوط L مربوط به مقادیر بیشینه‌ی $L_{\max}$ محور δ^4 را در نقطه $(0,0.5)$ قطع می‌کند. خط L ای که محور δ^4 را قطع می‌کند متناظر با $L_{\max} = 0.435$ می‌باشد.

در نهایت برای V_1 ، در نقطه $(l^2, \delta^4) = (1,0)$ یک تکینگی داریم. روی محور l^2 ، V_1 بازای $l^2 > 1$ به ∞ میل می‌کند و بازای $l^2 < 1$ تمایل به $-\infty$ شدن دارد. همچنین $l^2 = 2$ و $0 \leq \delta^4 < 1$ یک خط از $V_1 = \infty$ است. از سوی دیگر V_1 ، مقادیر محدود روی $\delta^4 = 1$ و $l^2 < 2$ را می‌پذیرد. مخصوصاً $V_1 = 0$ در نقطه $(0,1)$ اتفاق می‌افتد. خط صفر V_1 از $(0,1)$ به $(1,0)$ خط بحرانی است که ما در جستجوی آن هستیم. بالاتر از این خط بحرانی دیگر هیچ نیرویی بین جفت $Q\bar{Q}$ وجود ندارد.

بعد از بحث‌های کیفی رفتار پتانسیل، نتایج محاسبات عددی را بیان می‌کنیم. در شکل (3-6) خطوط بحرانی $V_1 = 0$ در صفحه $(\frac{1}{\pi} \Delta\theta, \frac{\pi}{2} T.L)$ برای مقادیر گوناگون نشان داده شده است. همان‌طور که ذکر شد بالاتر از این خط بحرانی دیگر هیچ نیرویی بین جفت $Q\bar{Q}$ وجود ندارد. همچنین برای $\gamma = 0$ یعنی برای مرتبه صفرم متریک استفاده شده در مرجع [2]، پتانسیل وابسته به R می‌باشد درحالی‌که خطوط $V_1 = 0$ در صفحه $(\Delta\theta, L)$ مستقل از R است. با در نظر گرفتن اولین مرتبه متریک تصحیح شده [3,14] وابستگی به R ، از وابستگی به γ همان‌طوری‌که از (۳-۵۳) مشخص است، نتیجه می‌شود.



شکل ۳-۷: خطوط بحرانی $V_1 = 0$ در صفحه $(\frac{1}{\pi} \Delta\theta, \frac{\pi}{2} T.L)$

برای مقادیر مختلف از تصحیحات

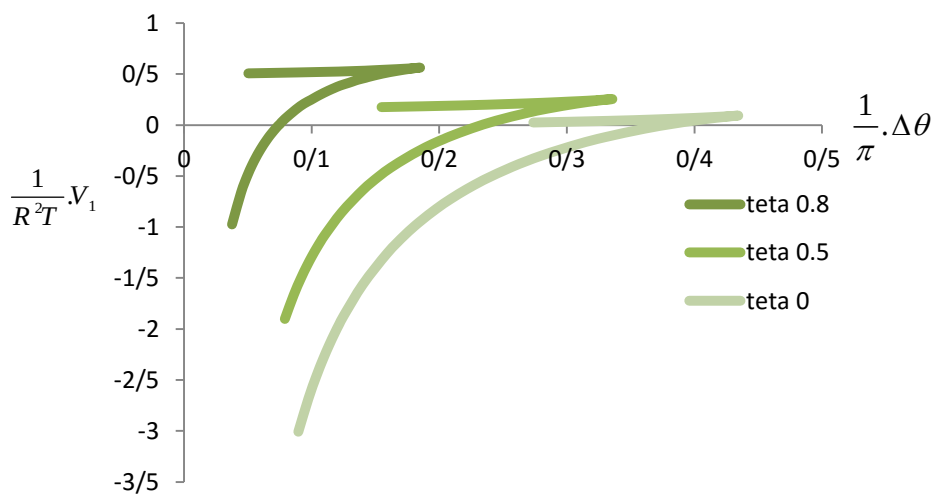
همان‌طور که از شکل ۳-۷ برمی‌آید تصحیحات به‌طور مستقیم عمل کرده و طول تفکیک به فاصله‌های بزرگ‌تر روی همه‌ی رنج $\Delta\theta$ منتقل می‌شود. یعنی بازای $\Delta\theta$ ثابت، هرچه تصحیحات یعنی γ بیشتر شود، طول تفکیک میان کوارک-پادکوارک بزرگ‌تر می‌شود. به‌طور مثال روی محور عمودی وقتی زاویه نسبی میان کوارک-پادکوارک در نظر گرفته نشود ($\Delta\theta = 0$)، زمانی که تصحیحات هم در نظر گرفته نشود، طول تفکیک ۰/۳۷۷ می‌باشد اما با افزایش تصحیحات به‌ترتیب بازای ۰/۰۱، ۰/۰۲، ۰/۰۱، ۰/۰۲

و ۰/۰۵ طول تفکیک ۰/۴۰۶ ، ۰/۴۴۴ و ۰/۵۸۷ است . اما وقتی زاویه نسبی میان کوارک-پادکوارک روشن شود، طول تفکیک نسبت به حالتی که $(\Delta\theta = 0)$ بوده کمتر می شود ولی افزایش تصحیحات طول تفکیک را بیشتر می کند .

این مسأله با انتخاب $(\Delta\theta = 0.3, 1/\pi)$ بیشتر درک می شود . در این حالت بدون تصحیحات، طول تفکیک ۰/۳۱۶ بوده که در مقایسه با حالت $(\Delta\theta = 0)$ طول تفکیک که مقدارش ۰/۳۷۷ بوده، کمتر شده ولی اگر تصحیحات به ترتیب بصورت ۰/۰۱، ۰/۰۲ و ۰/۰۵ افزایش یابد، طول تفکیک به صورت ۰/۳۶۴، ۰/۳۴۳ و ۰/۴۷۵ افزایش می یابد به طور کلی اگر $\Delta\theta$ افزایش یابد طول تفکیک نسبت به حالتی- که $\Delta\theta$ خاموش بوده کمتر می شود.

در نهایت $\Delta\theta$ طول تفکیک را کاهش داده و باعث می شود که قیدکوارک-پادکوارک کمتر شده و یا باصطلاح کوارک-پادکوارک شل تر شده ولی تصحیحات طول تفکیک را بزرگ تر می کند و یا به عبارتی کوارک-پادکوارک را مقیدتر می کند . برای به دست آوردن تأثیرات $\Delta\theta$ روی پتانسیل در شکل ۳-7،

$\frac{1}{R^2T}.V_1$ را به عنوان تابعی از $\frac{\pi}{2}.L.T$ برای مقادیر گوناگون $\frac{1}{\pi}.\Delta\theta$ مربوط به مرتبه صفر متریک یعنی $\gamma = 0$ رسم می کنیم.



شکل ۳-8: $\frac{1}{R^2T}.V_1$ به عنوان تابعی از $\frac{\pi}{2}.L.T$ در $\gamma = 0$ برای مقادیر

مختلف از $\frac{1}{\pi}.\Delta\theta$

همان طوری که مشخص است جایی که نمودار محور افقی را قطع می کند جایی است که $V_1 = 0$ می باشد به عبارتی هر نقطه ای که نمودار، محور افقی را قطع می کند بیانگر طول تفکیک می باشد که از شکل برمی آید هرچه از راست به چپ زاویه نسبی میان کوارک-پادکوارک بیشتر شود طول تفکیک کمتر می شود و این با بحثی که در بخش قبل کردیم در تطابق است.

۳-۵- بسط انتگرال ها در حلقه های ویلسون زمان گونه

این بخش را با نتایج بسط $(3-50)$ ، $(3-51)$ و برای δ های کوچک که مربوط به $T \rightarrow 0$ در فاصله ثابت یا فاصله های کوچک در دمای ثابت می باشد، به اتمام می رسانیم .

با این بسط شخص با انتگرال هایی که از وابستگی l^2 پیروی می کند مواجه می شود، انتگرال هایی که توسط توابع فوق هندسی F و انتگرال های بیضوی K و E توصیف می شود که عبارتست از:

$$b_{2n}(l) = \int_1^{\infty} \frac{dy}{y^{2n} \sqrt{(y^2-1)(y^2+1-l^2)}} = \frac{1}{2} B\left(n + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) F\left(n + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, n+1, l^2-1\right) \quad (3-66)$$

$$b_{-2}(l) = \int_1^{\infty} \left(\frac{y^2}{\sqrt{(y^2-1)(y^2+1-l^2)}} - 1 \right) dy$$

$$= 1 + \frac{\pi}{2\sqrt{2-l^2}} F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \frac{1-l^2}{2-l^2}\right) - \frac{\pi}{2} \sqrt{2-l^2} F\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, \frac{1-l^2}{2-l^2}\right)$$

که در آن تمام $b(l)$ ها به طور یکنواخت با l^2 افزایش می یابد . برخی از مقادیر ویژه عبارتست از:

$$b_{2n}(0) = \frac{1}{4} B\left(n + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$b_{-2}(0) = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(K\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 2E\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \right) \approx 0.401 \quad (3-67)$$

$$b_{2n}(1) = \frac{1}{2} B\left(n + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$b_{-2}(1)=1$$

و

$$C(\delta) = \int_1^{\infty} (1 - e^{\frac{\delta}{2}(A(\frac{1}{x}) + B(\frac{1}{x}))}) dx \quad (۶۸-۳)$$

با استفاده از تعاریف بالا و این نکته که چون δ مقداری کوچک است، از توان‌های بالاتر از δ^4 صرف‌نظر می‌کنیم، رابطه (۳۸-۳) را بسط می‌دهیم و به جای A,B,C,D از رابطه (۱۹-۳) مقدار آن‌ها را قرارداده تا رابطه (۵۰-۳) را برای δ کوچک بازنویسی کنیم:

$$e^{\gamma \left\{ A\left(\frac{\delta}{y}\right) + c\left(\frac{\delta}{y}\right) - C(\delta) + D(\delta) \right\}} = e^{\gamma \left\{ -75\frac{\delta^4}{y^4} - 78.125\frac{\delta^8}{y^8} + 2.5\delta^8 + \dots \right\}} = e^{-75\gamma\frac{\delta^4}{y^4}}$$

$$e^{\gamma \left\{ c\left(\frac{\delta}{y}\right) - D\left(\frac{\delta}{y}\right) + D(\delta) - C(\delta) \right\}} = e^{\gamma \left\{ -\frac{40}{16}\frac{\delta^8}{y^8} - \frac{40}{16}\frac{\delta^{12}}{y^{12}} + \frac{40}{16}\delta^8 + \frac{40}{16}\delta^{12} + \dots \right\}} \approx e^0 = 1$$

در روابط بالا از این نکته استفاده کردیم که چون δ مقدار کوچکی است از توان‌های بالای δ^4 صرف‌نظر می‌کنیم در نتیجه برای تعریف موجود در رابطه (۳۸-۳) داریم:

$$f_{\gamma}(y, \delta) = (y^4 - \delta^4) e^{-75\gamma\frac{\delta^4}{y^4}} - l^2 y^2 = (y^4 - \delta^4) \left(1 - 75\gamma\frac{\delta^4}{y^4} \right) - l^2 y^2 \quad (۶۹-۳)$$

$$= y^4 - 75\gamma\delta^4 - \delta^4 + 75\gamma\frac{\delta^8}{y^4} - l^2 y^2 \cong y^4 - 75\gamma\delta^4 - \delta^4 - l^2 y^2$$

برای $f_{\gamma}(1, \delta)$ هم داریم:

$$f_{\gamma}(1, \delta) = (1 - \delta^4) e^{\gamma \{ A(\delta) + D(\delta) \}} - l^2 = (1 - \delta^4) e^{-75\gamma\delta^4} - l^2 = (1 - \delta^4) (1 - 75\gamma\delta^4) - l^2 \quad (۷۰-۳)$$

$$= 1 - 75\gamma\delta^4 - \delta^4 + 75\gamma\delta^8 - l^2 \cong 1 - 75\gamma\delta^4 - \delta^4 - l^2$$

با استفاده از روابط (۶۹-۳) و (۷۰-۳)

$$f_{\gamma}(y, \delta) - f_{\gamma}(1, \delta) = y^4 - 75\gamma\delta^4 - \delta^4 - l^2 y^2 - 1 + 75\gamma\delta^4 + \delta^4 + l^2 = (y^4 - 1) - l^2 (y^2 - 1)$$

$$= (y^2 - 1)(y^2 + 1) - l^2 (y^2 - 1) = (y^2 - 1)(y^2 + 1 - l^2)$$

در نتیجه:

$$\sqrt{f_{\gamma}(y, \delta) - f_{\gamma}(1, \delta)} \square \sqrt{(y^2 - 1)(y^2 + 1 - l^2)} \quad (71-3)$$

همچنین از رابطه (70-3) داریم:

$$\begin{aligned} \sqrt{f_{\gamma}(1, \delta)} &= \sqrt{1 - (1 + 75\gamma)\delta^4 - l^2 + O(\delta^8)} = \sqrt{1 - l^2 - (1 + 75\gamma)\delta^4 + O(\delta^8)} \\ &\cong \sqrt{1 - l^2 - (1 + 75\gamma)\delta^4} \end{aligned} \quad (72-3)$$

بنابراین با استفاده از (71-3) و (72-3) برای (50-3) داریم:

$$L.T = \frac{2}{\pi} (1 + 15\gamma) \delta \sqrt{1 - l^2 - (1 + 75\gamma)\delta^4 + O(\delta^8)} \int_1^{\infty} \frac{e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B\left(\frac{\delta}{y}\right) - C\left(\frac{\delta}{y}\right) \right\}} dy}{y^2 \sqrt{1 - \left(\frac{\delta}{y}\right)^4} \sqrt{(y^2 - 1)(y^2 + 1 - l^2)}}$$

با بسط انتگرالده داریم:

$$\begin{aligned} \int_1^{\infty} \frac{(1 - \left(\frac{\delta}{y}\right)^4)^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ 75\gamma \frac{\delta^4}{y^4} \right\}} dy}{y^2 \sqrt{(y^2 - 1)(y^2 + 1 - l^2)}} &= \int_1^{\infty} \frac{(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\delta}{y}\right)^4) e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ 75\gamma \frac{\delta^4}{y^4} \right\}} dy}{y^2 \sqrt{(y^2 - 1)(y^2 + 1 - l^2)}} = \int_1^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{2} \left(\frac{\delta}{y}\right)^4} e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ 75\gamma \frac{\delta^4}{y^4} \right\}} dy}{y^2 \sqrt{(y^2 - 1)(y^2 + 1 - l^2)}} \\ &= \int_1^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{2} \{1 + 75\gamma\} \frac{\delta^4}{y^4}} dy}{y^2 \sqrt{(y^2 - 1)(y^2 + 1 - l^2)}} = \int_1^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\delta^4}{y^4} + \frac{75}{2} \gamma \frac{\delta^4}{y^4}\right) \frac{dy}{y^2 \sqrt{(y^2 - 1)(y^2 + 1 - l^2)}} \\ &= \int_1^{\infty} \frac{dy}{y^2 \sqrt{(y^2 - 1)(y^2 + 1 - l^2)}} + \frac{1}{2} \delta^4 \int_1^{\infty} \frac{dy}{y^6 \sqrt{(y^2 - 1)(y^2 + 1 - l^2)}} + \frac{75}{2} \gamma \delta^4 \int_1^{\infty} \frac{dy}{y^6 \sqrt{(y^2 - 1)(y^2 + 1 - l^2)}} \end{aligned}$$

با استفاده از تعاریف موجود در روابط (66-3) و (67-3) و بسط انتگرالده برای $L.T$ داریم:

$$L.T = \frac{2}{\pi} (1 + 15\gamma) \sqrt{1 - l^2 - (1 + 75\gamma)\delta^4 + O(\delta^8)} \cdot (b_2(l)\delta + \frac{1 + 75\gamma}{2} b_6(l)\delta^5 + O(\delta^9))$$

از رابطه (51-3) به طور مشابه داریم:

$$\Delta\theta = 2le^{\frac{\gamma}{2} \{D(\delta) - C(\delta)\}} \int_1^{\infty} \frac{y^2 e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B\left(\frac{\delta}{y}\right) + C\left(\frac{\delta}{y}\right) - 2D\left(\frac{\delta}{y}\right) \right\}} dy}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{f_{\gamma}(y, \delta) - f_{\gamma}(1, \delta)}}$$

چون در $D(\frac{\delta}{y}), D(\delta), C(\delta)$ و $C\left(\frac{\delta}{y}\right)$ توان های δ^8 و بالاتر وجود دارند که بخاطر کوچک بودن δ از آن ها صرف نظر می کنیم و با استفاده از رابطه (۷۱-۳) داریم:

$$e^{\frac{\gamma}{2}\{D(\delta)-C(\delta)\}} = e^{\gamma\left\{\frac{40}{16}\delta^8 + \frac{40}{16}\delta^{12}\right\}} \approx e^0 \cong 1$$

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= 2l \int_1^\infty \frac{e^{\frac{\gamma}{2}\left\{75\gamma\frac{\delta^4}{y^4}\right\}}}{\left(1-\left(\frac{\delta}{y}\right)^4\right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{(y^2-1)+(y^2+1-l^2)}} dy = 2l \int_1^\infty \frac{\left(1-\left(\frac{\delta}{y}\right)^4\right)^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{\gamma}{2}\left\{75\gamma\frac{\delta^4}{y^4}\right\}}}{\sqrt{(y^2-1)+(y^2+1-l^2)}} dy \\ &= 2l \int_1^\infty \left(1 + \frac{1}{2}\frac{\delta^4}{y^4} + \frac{75}{2}\gamma\frac{\delta^4}{y^4}\right) \frac{1}{\sqrt{(y^2-1)+(y^2+1-l^2)}} dy \end{aligned}$$

در نتیجه

$$\Delta\theta = 2l \left\{ \int_1^\infty \frac{dy}{\sqrt{(y^2-1)+(y^2+1-l^2)}} + \frac{1+75\gamma}{2} \delta^4 \int_1^\infty \frac{dy}{y^4 \sqrt{(y^2-1)+(y^2+1-l^2)}} \right\}$$

با استفاده از تعاریف موجود در روابط (۶۶-۳) و (۶۷-۳) داریم:

$$\Delta\theta = 2l \left(b_0(l) + \frac{1+75\gamma}{2} b_4(l) \delta^4 + O(\delta^8) \right) \quad (۷۳-۳)$$

همچنین برای رابطه (۶۳-۳) با استفاده از تعریف (۶۸-۳) داریم:

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{R^2 T} &= (1+15\gamma)^{-1} \left\{ \delta^{-1} \int_1^\infty \frac{\sqrt{(y^4-\delta^4)} e^{\frac{\gamma}{2}\left\{2A\left(\frac{\delta}{y}\right)+B\left(\frac{\delta}{y}\right)+C\left(\frac{\delta}{y}\right)+D(\delta)-C(\delta)\right\}}}{\sqrt{f_\gamma(y,\delta)-f_\gamma(1,\delta)}} - 1 \right\} dy + 1 - \delta^{-1} + \int_1^\infty (1 - e^{\frac{\gamma}{2}\{A(y^{-1})+B(y^{-1})\}}) dy \} \\ &= \frac{1}{1+15\gamma} \left\{ \delta^{-1} \int_1^\infty \frac{y^2 \left(1-\left(\frac{\delta}{y}\right)^4\right)^{\frac{1}{2}} (e^{\frac{\gamma}{2}\left\{-150\frac{\delta^4}{y^4}+75\frac{\delta^4}{y^4}+\dots\right\}})}{\sqrt{(y^2-1)+(y^2+1-l^2)}} - 1 \right\} dy + 1 - \delta^{-1} + C(\gamma) \} \end{aligned}$$

از آن جایی که $e^{\frac{1}{2}\left(\frac{\delta}{y}\right)^4} \approx 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\delta}{y}\right)^4 \approx 1 - \left(\frac{\delta}{y}\right)^4$ داریم:

$$\begin{aligned}\frac{V_1}{R^2 T} &= \frac{1}{1+15\gamma} \left\{ \delta^{-1} \int_1^\infty \frac{y^2 e^{\frac{1}{2} \left[-\frac{75\delta^4}{y^4} - \frac{\delta^4}{y^4} \right]}}{\sqrt{(y^2-1)+(y^2+1-l^2)}} - 1 \right\} dy + 1 - \delta^{-1} + C(\gamma) \\ &= \frac{1}{1+15\gamma} \left\{ \left\{ \delta^{-1} \int_1^\infty \left(1 - \frac{1+75\gamma}{2} \frac{\delta^4}{y^4} \right) \frac{y^2}{\sqrt{(y^2-1)+(y^2+1-l^2)}} - 1 \right\} dy \right\} - \delta^{-1} \int_1^\infty dy + 1 - \delta^{-1} + C(\gamma) \end{aligned}$$

با باز کردن روابط فوق داریم:

$$\begin{aligned}\frac{V_1}{R^2 T} &= \frac{1}{1+15\gamma} \left\{ \delta^{-1} \int_1^\infty \frac{y^2}{\sqrt{(y^2-1)+(y^2+1-l^2)}} - 1 \right\} dy \\ &- \frac{1}{1+15\gamma} \left(\left\{ \delta^{-1} \frac{1+75\gamma}{2} \int_1^\infty \frac{y^2}{y^2 \sqrt{(y^2-1)+(y^2+1-l^2)}} \delta^4 \right\} + 1 + C(\gamma) \right) \end{aligned}$$

و در نهایت با استفاده از تعاریف موجود در روابط (۶۶-۳) و (۶۷-۳) داریم:

$$\frac{V_1}{R^2 T} = \frac{1}{1+15\gamma} \left\{ \frac{b_{-2}(l)-1}{\delta} + 1 + C(\gamma) - \frac{1+75\gamma}{2} b_2(l) \delta^3 + O(\delta^7) \right\} \quad (74-3)$$

بنابراین توانستیم انتگرال‌های موجود را برای δ های کوچک بسط دهیم که نتیجه مطلوبی است.

۳-۶- حلقه‌های ویلسون متناظر با $q\bar{q}$ فضاگونه در دمای غیر صفر در حضور تصحیحات خمیدگی مرتبه‌های بالاتر

در بخش ۳-۴ در مورد پتانسیل $q\bar{q}$ متناظر با حلقه‌های ویلسون زمان‌گونه، صحبت کردیم، حال در این بخش فرض می‌کنیم اگرناظر ریسمانی که کوارک-پادکوارک در انتها آن زندگی می‌کنند با سرعتی کمتر از سرعت نور (حلقه‌های ویلسون فضاگونه) در محیط کوارک-گلوئون-پلازما حرکت می‌کند را مشاهده کند، پتانسیل مورد نظر چگونه تغییر می‌کند.

برای توصیف جهان سطح ریسمان که شرایط مرزی (3-22) را برآورده کند، مناسب است تا پیمانه $x^1 = \sigma$ و $x^2 = \tau$ را انتخاب کنیم. از آنجایی که محور مکانی (x^2) را به‌عنوان محور زمانی در

پیمانه ایستا در نظر گرفتیم، ریسمان متناظر با کوارک-پادکوارک، به حلقه‌های ویلسون فضاگونه نامیده شده است .

با انجام محاسباتی که به دلیل تشابه با بخش قبلی در پیوست د آمده‌است پتانسیل به صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{V_2(L, \Delta\theta)}{R^2 T} = (1+15\gamma)^{-1} \left\{ \delta^{-1} \left(\int_1^\infty dy \left(\frac{y^4 e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B\left(\frac{\delta}{y}\right) + 3c\left(\frac{\delta}{y}\right) - 2C(\delta) \right\}}}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}} - 1 \right) + 1 - \delta^{-1} \right\} \right. \\ \left. (75-3) \right.$$

از آنجایی که محاسبه پتانسیل زمان گونه مورد بحث می‌باشد تمام نمودارهای ممکن و بحث‌های فیزیکی در این مورد انجام شده است و از بحث در مورد پتانسیل زمان گونه صرف نظر می‌کنیم .

۷-۳- بسط انتگرال‌ها در حلقه‌های ویلسون فضاگونه

همه انتگرال‌های موجود در روابط (د-۱۹)، (د-۲۶) و (د-۳۰) را برای $\delta \rightarrow 1$ و $y \rightarrow 1$ بسط می‌دهیم .
تعریف زیر را برای ثابت $\varepsilon > 0$ در نظر می‌گیریم:

$$I(\varepsilon, l) = \int_1^{1+\varepsilon} \frac{dy}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}} \quad (76-3)$$

با استفاده از تعاریف موجود، رابطه‌های (د-۱۹)، (د-۲۶) و (د-۳۰) را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$L \cdot T = \frac{2}{\pi} (1+15\gamma) \sqrt{g_\gamma(1, 1)} e^{\frac{\gamma}{2} \{B(1) - c(1)\}} (I(\varepsilon, l) + O(1)) \quad (77-3)$$

$$\Delta\theta = 2l e^{\frac{\gamma}{2} \{B(1) - C(1) - 2D(1)\}} (I(\varepsilon, l) + O(1)) \quad (78-3)$$

$$\frac{V_2(L, \Delta\theta)}{R^2 T} = (1+15\gamma)^{-1} e^{\frac{\gamma}{2} \{B(1) + c(1)\}} (I(\varepsilon, l) + O(1)) \quad (79-3)$$

با استفاده از رابطه‌ی (۷۷-۳) به دست می‌آید

$$(I(\varepsilon, l) + O(1)) = \frac{\pi}{2} L T \frac{(1+15\gamma)^{-1}}{\sqrt{g_\gamma(1, 1)}} e^{\frac{\gamma}{2} \{C(1) - B(1)\}}$$

با جایگذاری رابطه فوق در (۷۹-۳) برای حذف $I(\varepsilon, l)$ داریم:

$$\frac{V_2(L, \Delta\theta)}{R^2 T} = \frac{\pi}{2} (1+15\gamma)^{-2} T \cdot \frac{L}{\sqrt{g_\gamma(1,1)}} e^{\frac{\gamma}{2}\{2c(1)\}}$$

در نتیجه

$$V_2(L, \Delta\theta) = \frac{\pi R^2 T^2}{2} (1+15\gamma)^{-2} \cdot \frac{L}{\sqrt{g_\gamma(1,1)}} e^{\gamma c(1)} + O(1) \quad (۸۰-۳)$$

از تعریف موجود در رابطه (د-۱۲)، $g_\gamma(1,1)$ را به دست می آوریم:

$$g_\gamma(1,1) = 1 - l^2 e^{-\gamma\{D(1)+C(1)\}}$$

اگر از تعریف موجود در رابطه (۳-۱۹) مقادیر D, C را جایگزین کنیم به دست می آید:

$$g_\gamma(1,1) = 1 - l^2 e^{\frac{5}{4}\gamma} \quad (۸۱-۳)$$

و همچنین برای $(1+15\gamma)^{-2} e^{\gamma c(1)}$ در رابطه (۳-۸۰) داریم:

$$(1+15\gamma)^{-2} e^{\gamma c(1)} = (1+15\gamma)^{-2} e^{-\frac{25}{8}\gamma} \square (1-30\gamma) \left(1 - \frac{25}{8}\gamma\right) \square \left(1 - \frac{25}{8}\gamma - 30\gamma + O(\gamma^2)\right)$$

با صرف نظر کردن از توان دوم γ داریم:

$$(1+15\gamma)^{-2} e^{\gamma c(1)} \square \left(1 - \frac{25}{8}\gamma - 30\gamma\right) \square \left(1 - \frac{265}{8}\gamma\right) \quad (۸۲-۳)$$

با جایگذاری رابطه (۸۱-۳) و (۸۲-۳) در رابطه (۳-۸۰) داریم:

$$V_2(L, \Delta\theta) = \frac{\pi R^2 T^2}{2} \left(1 - \frac{265}{8}\gamma\right) \cdot \frac{L}{\sqrt{1-l^2 e^{\frac{5}{4}\gamma}}} + O(1) \quad (۸۳-۳)$$

در پایان می خواهیم پتانسیل را برای $\Delta\theta$ ثابت به دست آوریم، با استفاده از رابطه (۳-۷۷) در (۳-۷۸) و حذف $I(\varepsilon, l)$ داریم:

$$\begin{aligned}
\Delta\theta &= 2le^{\frac{\gamma}{2}\{B(1)-C(1)-2D(1)\}} \left(I(\varepsilon, l) + O(1) \right) = 2le^{\frac{\gamma}{2}\{B(1)-C(1)-2D(1)\}} \frac{\pi}{2} L.T \frac{(1+15\gamma)^{-1}}{\sqrt{g_\gamma(1,1)}} e^{\frac{\gamma}{2}\{c(1)-B(1)\}} \\
&= \pi L.T (1+15\gamma)^{-1} e^{-\gamma D(1)} \frac{1}{\sqrt{g_\gamma(1,1)}} = \pi L.T l e^{-15\gamma} e^{-\gamma D(1)} (1-l^2 e^{\frac{5}{4}\gamma})^{-\frac{1}{2}} \\
&= \pi L.T l e^{-\gamma\{D(1)+15\}} (1+\frac{1}{2}l^2 e^{\frac{5}{4}\gamma})
\end{aligned}$$

که اگر از توان های بالاتر l به خاطر کوچک بودنش صرف نظر کنیم داریم:

$$\Delta\theta = \pi L.T l e^{-\gamma\{D(1)+15\}} \Rightarrow l = \frac{\Delta\theta}{\pi L.T} e^{\gamma\{D(1)+15\}} + O\left(\frac{1}{L}\right) \quad (۸۴-۳)$$

از رابطه (۸۳-۳) اگر به جای عبارت رادیکالی عبارت معادل آن را قرار دهیم به دست می آید

$$\begin{aligned}
V_2(L, \Delta\theta) &= \frac{\pi R^2 T^2}{2} \left(1 - \frac{265}{8}\gamma\right) . L \left(1 + \frac{1}{2}l^2 e^{\frac{5}{4}\gamma}\right) + O(1) \\
&= \frac{\pi R^2 T^2}{2} \left(1 - \frac{265}{8}\gamma\right) . L + \frac{\pi R^2 T^2}{4} \left(1 - \frac{265}{8}\gamma\right) . L l^2 e^{\frac{5}{4}\gamma}
\end{aligned}$$

حال اگر بجای l از رابطه (۸۳-۳) مقدارش را در رابطه فوق قرار دهیم داریم:

$$V_2(L, \Delta\theta) = \frac{\pi R^2 T^2}{2} \left(1 - \frac{265}{8}\gamma\right) . L + \frac{\pi R^2 T^2}{4} \left(1 - \frac{265}{8}\gamma\right) . L \frac{\Delta\theta^2}{\pi^2 L^2 T^2} e^{2\gamma\{D(1)+15\}} e^{\frac{5}{4}\gamma}$$

در نتیجه

$$\begin{aligned}
V_2(L, \Delta\theta) &= \frac{\pi R^2 T^2}{2} \left(1 - \frac{265}{8}\gamma\right) . L + \frac{\Delta\theta^2}{4\pi} R^2 \left(1 - \frac{265}{8}\gamma\right) \left(1 + \frac{140}{4}\gamma\right) . \frac{1}{L} \\
&= \frac{\pi R^2 T^2}{2} \left(1 - \frac{265}{8}\gamma\right) . L + \frac{1}{4\pi} \Delta\theta^2 R^2 \left(1 + \frac{140}{4}\gamma - \frac{265}{8}\gamma + O(\gamma^2)\right) . \frac{1}{L}
\end{aligned}$$

باز هم با صرف نظر کردن از توان دوم γ داریم:

$$V_2(L, \Delta\theta) = \frac{\pi R^2 T^2}{2} \left(1 - \frac{265}{8}\gamma\right) . L + \frac{1}{4\pi} \Delta\theta^2 R^2 \left(1 + \frac{15}{8}\gamma\right) . \frac{1}{L} + O(1) \quad (۸۵-۳)$$

که عبارت فوق پتانسیل مربوط به حلقه های ویلسون فضاگونه می باشد که به صورت رابطه (۲۴-۳) تعریف شده است .

۳-۸- اثر تصحیحات گرانشی بر محاسبه پتانسیل $q\bar{q}$ در غیاب جهت

گیری‌های درونی کوارک-پادکوارک

در این بخش می‌خواهیم تصحیحات گرانشی را در حالی که زاویه نسبی میان کوارک-پادکوارک خاموش است در نظر بگیریم و ببینیم این تصحیحات چه اثری بر پتانسیل میان جفت کوارک-پادکوارک خواهد داشت بدیهی می‌باشد که نتیجه‌ای که به دست می‌آید منطبق با نتیجه‌ای باشد که در بخش ۳-۴ حاصل شد زمانی که ترم مربوط به زاویه نسبی θ برابر با صفر در نظر گرفته شود.

بدین منظور برای مختصات مربوطه داریم:

$$x^\mu = (x^0 = \tau, x^1 = \sigma, x^2 = x^3 = \text{const}, U = U(\sigma)) \quad (۳-۸۶)$$

بنابراین برای ماتریس G_{MN} مشابه موارد قبل داریم:

$$G_{MN} = \begin{pmatrix} G_{00} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{UU} \end{pmatrix} \quad (۳-۸۷)$$

با توجه به روابط بالا و مشابه موارد قبل

$$g_{MN} = G_{00} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + G_{11} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + G_{22} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + G_{33} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + G_{UU} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & U'^2 \end{pmatrix}$$

در نتیجه

$$\det(G_{MN}) = G_{00} (G_{11} + G_{UU} U'^2)$$

با جایگذاری رابطه فوق در رابطه (۳-۲۰) برای کنش در این مورد به دست می‌آید

$$S = \frac{1}{2\pi T} \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} d\sigma e^{\frac{\gamma}{2}A\left(\frac{U_T}{U}\right)} \sqrt{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma C\left(\frac{U_T}{U}\right)} + U^2 e^{\gamma B\left(\frac{U_T}{U}\right)}} \quad (۳-۸۸)$$

بنابراین برای چگالی لاگرانژی داریم:

$$L = e^{\frac{\gamma}{2}A\left(\frac{U_T}{U}\right)} \sqrt{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma C\left(\frac{U_T}{U}\right)} + U^2 e^{\gamma B\left(\frac{U_T}{U}\right)}} \quad (۳-۸۹)$$

به طور مشابه از آن جایی که لاگرانژی موجود در مسأله بطور صریح به مکان یا مختصه فضایی وابسته نمی‌باشد یکی از ثوابت حرکت هامیلتونی سیستم می‌باشد بنابراین

$$C_1 = H = \left(\frac{\partial L}{\partial U'} \right) U' - L$$

$$C_1 = - \frac{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\frac{\gamma}{2}A\left(\frac{U_T}{U}\right)} e^{\gamma C\left(\frac{U_T}{U}\right)}}{\sqrt{\frac{U^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma C\left(\frac{U_T}{U}\right)} + U^2 e^{\gamma B\left(\frac{U_T}{U}\right)}}} \quad (۳-۹۰)$$

در نقطه برگشت ریمان یعنی $U = U_0$ برای رابطه فوق داریم

$$C_1 = - \frac{\frac{U_0^4 - U_T^4}{R^4} e^{\frac{\gamma}{2}A\left(\frac{U_T}{U_0}\right)} e^{\gamma C\left(\frac{U_T}{U_0}\right)}}{\sqrt{\frac{U_0^4 - U_T^4}{R^4} e^{\gamma C\left(\frac{U_T}{U_0}\right)}}} = - \frac{\left(\frac{U_0^4}{R^4}\right) \frac{U_0^4 - U_T^4}{U_0^4} e^{\gamma \left\{ \frac{A}{2}(\delta) + C(\delta) \right\}}}{\sqrt{\left(\frac{U_0^4}{R^4}\right) \frac{U_0^4 - U_T^4}{U_0^4} e^{\gamma C(\delta)}}} = - \frac{U_0^2}{R^2} e^{\frac{\gamma}{2}\{A(\delta) + C(\delta)\}} \sqrt{1 - \delta^4}$$

از آن جایی که هامیلتونی سیستم به دلیل وابستگی صریح نداشتن به مختصه فضایی، ثابت حرکت است بنابراین این کمیت در دو نقطه، یعنی نقطه برگشت ریمان و نقاط دیگر باید باهم برابر باشد عبارتی

$$C_1 = \frac{-\frac{U_0^2}{R^2}(y^4 - \delta^4)e^{\gamma\left\{\frac{A}{2}\left(\frac{\delta}{y}\right) + C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}}}{\sqrt{\frac{U_0^4}{R^4}(y^4 - \delta^4)e^{\gamma C\left(\frac{\delta}{y}\right)} + \left(\frac{dU}{d\sigma}\right)^2 e^{\gamma B\left(\frac{\delta}{y}\right)}}} = -\frac{U_0^2}{R^2} e^{\frac{\gamma}{2}\{C(\delta) - D(\delta)\}} \sqrt{(1 - \delta^4)}$$

با ساده سازی و در نظر گرفتن تعریف

$$e^{\gamma\{A(\delta) + C(\delta)\}} (1 - \delta^4) = x$$

داریم:

$$x \left(\frac{dU}{d\sigma}\right)^2 e^{\gamma B\left(\frac{\delta}{y}\right)} = \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) \left\{ (y^4 - \delta^4) e^{\gamma\left\{A\left(\frac{\delta}{y}\right) + 2C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} - x e^{\gamma C\left(\frac{\delta}{y}\right)} \right\}$$

با ضرب طرفین فوق در $e^{-\gamma C(\delta)}$ به دست می آید:

$$d\sigma^2 = \frac{U_0^2 e^{\gamma\{A(\delta) + C(\delta)\}} (1 - \delta^4) e^{\gamma\left\{B\left(\frac{\delta}{y}\right) - C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}}}{\frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) \left\{ (y^4 - \delta^4) e^{\gamma\left\{A\left(\frac{\delta}{y}\right) + C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} - (1 - \delta^4) e^{\gamma\{A(\delta) + D(\delta)\}} \right\}} dy^2$$

با تعریف

$$h_\gamma(y, \delta) = (y^4 - \delta^4) e^{\gamma\left\{A\left(\frac{\delta}{y}\right) + C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} \quad (91-3)$$

$$h_\gamma(1, \delta) = (1 - \delta^4) e^{\gamma\{A(\delta) + C(\delta)\}}$$

به دست می آید:

$$d\sigma = \frac{R^2}{U_0} \sqrt{h_\gamma(1, \delta)} \frac{e^{\frac{\gamma}{2}\left\{B\left(\frac{\delta}{y}\right) - C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}}}{\sqrt{(y^4 - \delta^4) h_\gamma(y, \delta) - h_\gamma(1, \delta)}} dy \quad (92-3)$$

با استفاده مجدد از تغییر متغیر $\delta = \frac{U_T}{U_0}$ به دست می آید:

$$\sigma = \frac{R^2}{U_T} \delta \sqrt{h_\gamma(1, \delta)} \int_1^{\frac{U}{U_0}} \frac{e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B\left(\frac{\delta}{y}\right) - C\left(\frac{\delta}{y}\right) \right\}}}{\sqrt{(y^4 - \delta^4)} \sqrt{h_\gamma(y, \delta) - h_\gamma(1, \delta)}} dy \quad (93-3)$$

از آن جایی که روی مرز $L = 2\sigma$ برای فاصله میان کوارک-پادکواریک با بهره بردن از تعریف (۹۳-۳) نتیجه می شود:

$$L.T = \frac{2}{\pi} (1+15\gamma) \delta \sqrt{h_\gamma(1, \delta)} \int_1^\infty \frac{e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B\left(\frac{\delta}{y}\right) - C\left(\frac{\delta}{y}\right) \right\}}}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{h_\gamma(y, \delta) - h_\gamma(1, \delta)}} dy \quad (94-3)$$

از رابطه (۹۲-۳) نتیجه می شود

$$U' = \frac{dU}{d\sigma} = \frac{U_0^2}{R^2} \sqrt{y^4 - \delta^4} \frac{\sqrt{h_\gamma(y, \delta) - h_\gamma(1, \delta)}}{\sqrt{h_\gamma(1, \delta)}} e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ C\left(\frac{\delta}{y}\right) - B\left(\frac{\delta}{y}\right) \right\}} \quad (95-3)$$

با قرار دادن حل فوق (۹۵-۳) در کنش بنیادی (۸۸-۳) و با بهره بردن از رابطه (۲۳-۳) انرژی بستگی میان کواریک-پادکواریک به صورت زیر به دست می آید:

$$V_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} d\sigma e^{\frac{\gamma}{2} A\left(\frac{\delta}{y}\right)} \sqrt{\frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) e^{\gamma C\left(\frac{\delta}{y}\right)} + \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) \frac{h_\gamma(y, \delta) - h_\gamma(1, \delta)}{h_\gamma(1, \delta)} e^{\gamma C\left(\frac{\delta}{y}\right)}}$$

با استفاده از رابطه (۴۷-۳) بجای $d\sigma$ روی متغیر $dU = U_0 dy$ انتگرال گیری می کنیم، در نتیجه:

$$V_1 = \frac{U_T \delta^{-1} \frac{U}{U_0}}{\pi} \int_1^{\frac{U}{U_0}} dy \frac{e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ A\left(\frac{\delta}{y}\right) + B\left(\frac{\delta}{y}\right) \right\}}}{\sqrt{h_\gamma(y, \delta) - h_\gamma(1, \delta)}} \sqrt{(y^4 - \delta^4) e^{\gamma \left\{ A\left(\frac{\delta}{y}\right) + C\left(\frac{\delta}{y}\right) \right\}}}$$

با توجه به رفتار انتگرال، در مقادیر بزرگ U انتگرال فوق واگرا می شود با انتخاب $\Lambda = \text{cutoff}$ برای انتگرال فوق داریم:

$$V_1^{(\Lambda)} = \frac{U_T \delta^{-1} \frac{\Lambda}{U_0}}{\pi} \int_1^{\frac{\Lambda}{U_0}} dy \frac{\sqrt{(y^4 - \delta^4)} e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ 2A\left(\frac{\delta}{y}\right) + B\left(\frac{\delta}{y}\right) + C\left(\frac{\delta}{y}\right) \right\}}}{\sqrt{h_\gamma(y, \delta) - h_\gamma(1, \delta)}} \quad (96-3)$$

پتانسیل $V_1^{(\Lambda)}$ واگرای خطی است از بین بردن واگرایی، یک پتانسیل بهنجار را نتیجه می دهد . برای بهنجار کردن پتانسیل دو رسیمانی که به طور مستقیم از $U = \Lambda$ تا U_T کشیده شده و کووارک-پاد کووارک در موقعیت $x_1 = \pm \frac{L}{2}$ قرار گرفته را در نظر می گیریم:

$$x^\mu = (x^0 = \tau, x^1 = \text{const}, U(\sigma) = \sigma)$$

با استفاده از رابطه (۲۷-۳) داریم:

$$g_{MN} = G_{00} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + G_{UU} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{00} & 0 \\ 0 & G_{UU} \end{pmatrix} \Rightarrow \det(g_{MN}) = G_{00} G_{UU} \quad (۹۷-۳)$$

از رابطه (۲۰-۳) و (۲۶-۳) داریم:

$$S_0 = \frac{1}{2\pi\alpha'} \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} d\sigma \sqrt{G_{00} G_{UU}} = \frac{1}{2\pi\alpha'} \iint d\tau d\sigma \sqrt{\alpha'^2 e^{\gamma \left\{ A \left(\frac{\delta}{y} \right) + B \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}}} = \frac{1}{2\pi T} \int d\sigma e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ A \left(\frac{\delta}{y} \right) + B \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}}$$

از آن جایی که به خاطر کشیده شدن ریسمان تا افق سیاهچاله $U_T = U_0$ می شود بنابراین $\delta = 1$ می باشد، پس داریم:

$$S_0 = \frac{1}{2\pi T} \int d\sigma e^{\frac{\gamma}{2} \{ A(y^{-1}) + B(y^{-1}) \}}$$

چون γ تا ریسمان داریم بنابراین خودانرژی فوق که برای یک ریسمان است دوبرابر می شود:

$$S_0 = \frac{1}{\pi T} \int d\sigma e^{\frac{\gamma}{2} \{ A(y^{-1}) + B(y^{-1}) \}} \quad (۹۸-۳)$$

که عبارت فوق عبارتست از خودانرژی دو ریسمان عمودی که از U تا U_T کشیده شده است.

از رابطه (23-3) داریم:

$$V_{pssc}^{(\Lambda)} = \frac{1}{\pi} \int d\sigma e^{\frac{\gamma}{2} \{ A(y^{-1}) + B(y^{-1}) \}}$$

از آن جایی که در مختصات موجود در محاسبه خودانرژی

$$U(\sigma) = \sigma \Rightarrow dU = d\sigma \Rightarrow U_0 dy = d\sigma$$

در نتیجه داریم:

$$V_{pssc}^{(\Lambda)} = \frac{U_0}{\pi} \int_1^{\frac{U}{U_T}} e^{\frac{\gamma}{2}\{A(y^{-1})+B(y^{-1})\}} dy \quad (99-3)$$

چون در محاسبه خودانرژی^۲ ریسمان عمودی که تا $U = U_T$ کشیده شده اند نقطه برگشت ریسمان همان $U_0 = U_T$ می باشد و از آنجایی که $U \rightarrow \infty$ میل می کند برای از بین بردن بی نهایت از پارامتر قطع استفاده می کنیم بنابراین برای رابطه (۹۹-۳) داریم:

$$V_{pssc}^{(\Lambda)} = \frac{U_T}{\pi} \int_1^{\frac{\Lambda}{U_T}} e^{\frac{\gamma}{2}\{A(y^{-1})+B(y^{-1})\}} dy \quad (100-3)$$

اکنون با انتخاب $V_{pssc}^{(\Lambda)}$ به عنوان ثابت کاهشی از $V^{(\Lambda)}$ پتانسیل بهنجار V را با استفاده از رابطه (۹۶-۳) به صورت زیر بدست می آوریم

$$V = \lim_{\Lambda \rightarrow \infty} (V^{(\Lambda)} - V_{pssc}^{(\Lambda)})$$

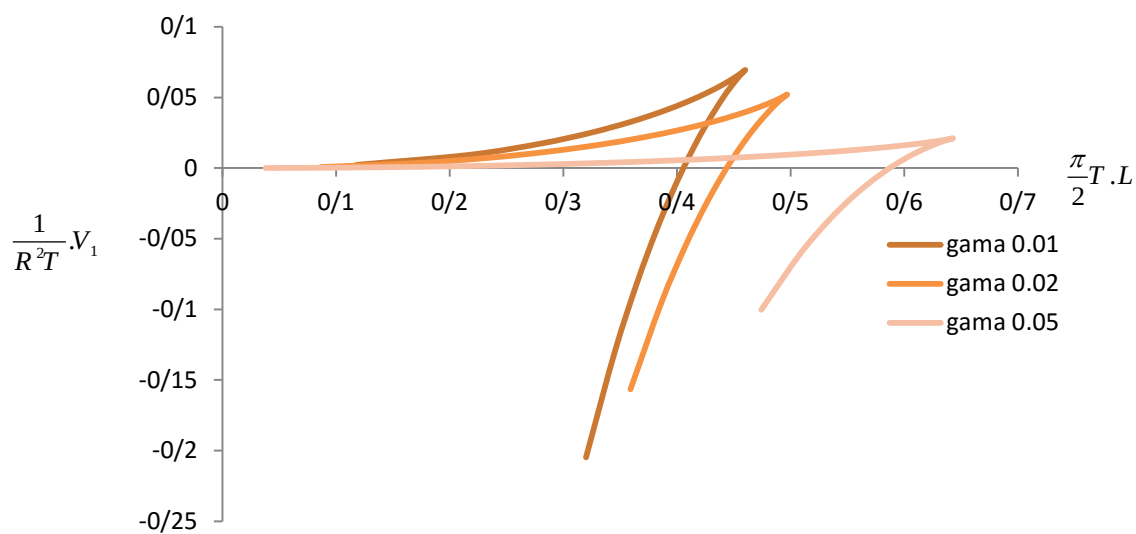
بنابراین نتیجه می شود

$$V = \lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \frac{U_T}{\pi} \left\{ \delta^{-1} \int_1^{\frac{\Lambda}{U_0}} dy \frac{\sqrt{(y^4 - \delta^4)} e^{\frac{\gamma}{2}\{2A(\frac{\delta}{y})+B(\frac{\delta}{y})+C(\frac{\delta}{y})\}}}{\sqrt{h_{\gamma}(y, \delta) - h_{\gamma}(1, \delta)}} - \int_1^{\frac{\Lambda}{U_T}} e^{\frac{\gamma}{2}\{A(y^{-1})+B(y^{-1})\}} dy \right\}$$

با استفاده از رابطه (19-3) بجای $\frac{U_T}{\pi}$ عبارت $R^2 T (1+15\gamma)^{-1}$ قرار می دهیم در نتیجه :

$$\begin{aligned} \frac{V}{R^2 T} = (1+15\gamma)^{-1} \{ & \delta^{-1} \int_1^{\infty} \frac{\sqrt{(y^4 - \delta^4)} e^{\frac{\gamma}{2}\{2A(\frac{\delta}{y})+B(\frac{\delta}{y})+C(\frac{\delta}{y})\}}}{\sqrt{h_{\gamma}(y, \delta) - h_{\gamma}(1, \delta)}} - 1) dy \\ & + 1 - \delta^{-1} + \int_1^{\infty} (1 - e^{\frac{\gamma}{2}\{A(y^{-1})+B(y^{-1})\}}) dy \} \end{aligned} \quad (101-3)$$

با رسم نمودار رابطه فوق برای اثر تصحیحات گرانشی بر پتانسیل کوارک-پادکوارک خواهیم داشت



شکل ۳-۹: $\frac{1}{R^2 T} \cdot V_1$ به عنوان تابعی از $\frac{\pi}{2} \cdot L$ برای مقادیر مختلف از γ

همان طور که از نمودار برمی آید طول تفکیک یعنی جایی که منحنی محور افقی را قطع می کند، با افزایش تصحیحات بیشتر می شود که این نتیجه با برداشتی که در بخش پیش داشتیم مطابقت دارد.

نتیجه گیری:

در این پایان نامه ما با استفاده از نظریه ریسمان و تناظر AdS/CFT به مطالعه انرژی پتانسیل میان زوج کوارک-پادکوارک، در حضور تصحیحات و در محیط های خلأ و کوارک-گلوئون-پلازما پرداختیم. با استفاده از تناظر AdS/CFT معادلات حرکت ریسمان را به دست آورده و به دنبال آن انرژی پتانسیل میان این زوج را تعیین کردیم. تمام محاسبات در دو حالت دمای صفر و غیر صفر انجام شده است.

با توجه به روابط به دست آمده از این محاسبات می توان به نتایج زیر دست یافت:

✓ محاسبه پتانسیل در دمای صفر و مستقل از فضای داخلی

نتیجه: انرژی پتانسیل با $\frac{1}{L}$ متناسب شد و این همان چیزی است که انتظار می رود زیرا وقتی فضای داخلی کوارک - پادکوارک در نظر گرفته نشود و انرژی با $(g_{YM} N)^{1/2}$ برخلاف حالت اختلالی (gN) متناسب شود باید همان پتانسیل کولنی به دست آید که رابطه (۳-۱۱) بیانگر همین موضوع می باشد.

✓ محاسبه پتانسیل در دمای صفر و وابسته به فضای داخلی

نتیجه: دیدیم که با در نظر گرفتن جهت گیری های درونی میان زوج کوارک-پادکوارک با وارد شدن پارامتر l پتانسیل را تحت تأثیر قرار داده است به طوری که با وارد شدن θ و افزایش آن به ازای مقادیر مختلف دیدیم که وقتی زاویه میان زوج کوارک-پادکوارک در کره های S^5 افزایش یابد سریع تر کوارک و پادکوارک از قید هم خارج شده و طول تفکیک میان این زوج کاهش می یابد.

✓ محاسبه پتانسیل در دمای غیر صفر و وابسته به فضای داخلی در حضور تصحیحات

نتیجه: در این حالت تصحیحات به طور مستقیم عمل کرده و طول تفکیک به فاصله های بزرگتر روی همه ی رنج $\Delta\theta$ منتقل می شود. یعنی به ازای $\Delta\theta$ ثابت، هرچه تصحیحات یعنی γ بیشتر شود، طول

تفکیک میان کوارک-پادکوارک بزرگ‌تر می‌شود. اما وقتی زاویه نسبی میان کوارک-پادکوارک روشن شود، طول تفکیک نسبت به حالتی که $(\Delta\theta=0)$ بوده کم‌تر می‌شود ولی افزایش تصحیحات طول تفکیک را بیشتر می‌کند.

✓ اثر تصحیحات گرانشی بر محاسبه پتانسیل در غیاب جهت‌گیری‌های درونی کوارک-پادکوارک نتیجه: این حالت مانند حالت قبل است وقتی که اثر زاویه نسبی میان کوارک-پاد کوارک را نادیده بگیریم . در این حالت دیدیم که هرچه تصحیحات بیشتر شود طول تفکیک هم افزایش می‌یابد.

پیوست

❖ انتگرال‌های بیضوی

❖ نمونه فایل محاسبات Mathematica

❖ محاسبه‌ی دمای T از سیاه‌چاله

❖ محاسبه پتانسیل متناظر با حلقه‌های ویلسون فضاگونه

❖ پارامتر شیب

پیوست الف

الف-انتگرال های بیضوی

انتگرال های بیضوی تابعی از دو آرگومان a و φ هستند . آرگومان a به صورت زیر بیان می شود [16]:

$$k = \sin a \quad , \quad m = k^2 = \sin^2 a \quad (\text{الف-۱})$$

آرگومان φ عبارت است از:

$$x = \sin \varphi = \sin u \quad , \quad \cos \varphi = \cos u \quad , \quad \sqrt{1 - m \sin^2 \varphi} = \cos u \quad (\text{الف-۲})$$

انتگرال بیضوی ناکامل نوع اول:

انتگرال بیضوی ناکامل نوع اول F به شکل های زیر نوشته می شود:

$$F(\varphi, k) = F(\varphi | k) = F(\sin \varphi; k) = \int_0^\varphi \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} \quad (\text{الف-۳})$$

که این معادله شکل مثلثاتی انتگرال است و با تغییر متغیر زیر:

$$t = \sin \theta \quad , \quad x = \sin \varphi \quad (\text{الف-۴})$$

شکل ژاکوبی انتگرال عبارت است از:

$$F(x; k) = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2 t^2)}} \quad (\text{الف-۵})$$

این انتگرال همچنین به صورت زیر نوشته می شود [۱۶]:

$$F(\varphi, \alpha) = F(\varphi, \sin \alpha) = \int_0^\varphi \frac{d\theta}{\sqrt{1 - (\sin \theta \sin \alpha)^2}} \quad (\text{الف-۶})$$

انتگرال بیضوی ناکامل نوع دوم

شکل مثلثاتی انتگرال بیضوی ناکامل نوع دوم E ، به صورت زیر است:

$$E(\varphi, k) = E(\varphi | k^2) = E(\sin \varphi; k) = \int_0^\varphi d\theta \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} \quad (\text{الف-۷})$$

با جایگزینی $t = \sin \theta, x = \sin \varphi$ شکل ژاکوبی E برابر است با:

$$E(x; k) = \int_0^x dt \frac{\sqrt{1 - k^2 t^2}}{\sqrt{1 - t^2}} \quad (\text{الف-۸})$$

صورت دیگر E عبارت است از:

$$E(\varphi | k) = E(\varphi; \sin \alpha) = \int_0^\varphi d\theta \sqrt{1 - (\sin \theta \sin \alpha)^2} \quad (\text{الف-۹})$$

انتگرال بیضوی کامل نوع اول:

انتگرال‌های بیضوی، وقتی که $\varphi = \frac{\pi}{2}$ یا اینکه $x = 1$ باشد، کامل هستند. در نتیجه انتگرال بیضوی

کامل نوع اول عبارت است از:

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}} = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{(1 - t^2)(1 - k^2 t^2)}} \quad (\text{الف-۱۱})$$

به طور خلاصه می‌توان نوشت:

$$K(k) = F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = F(1; k) \quad (\text{الف-۱۲})$$

همچنین این انتگرال بر حسب سری توانی عبارت است از:

$$K(k) = \frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(2n)!}{2^{2n} (n!)^2} \right]^2 k^{2n} \quad (\text{الف-۱۳})$$

مقادیر خاص انتگرال:

$$K(0) = \frac{\pi}{2}, \quad K(1) = \frac{\pi}{2}, \quad K\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{1}{4}\right)^2 \quad (\text{الف-۱۴})$$

مشتقات و معادله دیفرانسیل انتگرال بیضوی کامل نوع اول [16]:

$$\frac{dK(k)}{dk} = \frac{E(k)}{k(1-k^2)} - \frac{K(k)}{k} \quad (\text{الف-۱۵})$$

$$\frac{d}{dk} \left[k(1-k^2) \frac{dK(k)}{dk} \right] = kK(k)$$

انتگرال بیضوی کامل نوع دوم:

انتگرال بیضوی کامل نوع دوم E به صورت زیر است:

$$E(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta} = \int_0^1 dt \frac{\sqrt{1-k^2 t^2}}{\sqrt{1-t^2}} \quad (\text{الف-۱۶})$$

به طور خلاصه می‌توان نوشت:

$$E(k) = E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = E(1; k) \quad (\text{الف-۱۷})$$

سری توانی $E(k)$ عبارت است از:

$$E(k) = \frac{\pi}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(2n)!}{2^{2n} (n!)^2} \right]^2 \frac{k^{2n}}{1-2n} \quad (\text{الف-۱۸})$$

مقادیر خاص انتگرال:

$$E(0) = \frac{\pi}{2}, \quad E'(0) = 0, \quad E\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi^{\frac{3}{2}} \Gamma\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + \frac{1}{8\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{1}{4}\right)^2 \quad (\text{الف-۱۹})$$

مشتقات و معادله دیفرانسیل:

$$\frac{dE(k)}{dk} = \frac{E(k) - K(k)}{k} \quad (\text{الف-۲۰})$$

$$(k^2 - 1) \frac{d}{dk} \left[k \frac{dE(k)}{dk} \right] = kE(k)$$

پیوست ب

ب-نمونه فایل محاسبات Mathematica

برنامه محاسبه پتانسیل:

ابتدا بطور عددی مقدار دلخواه 0.045 را با توجه به منطقه G به δ^4 می‌دهیم و سپس پتانسیل‌های

مختلف را به دست می‌آوریم:

```
Quit[]
γ = 0;
δ = (0.045)1/4;
ρ = δ/γ;
ρ1 = δ;
ρ2 = 1/γ;

A = -75 ρ4 - 1225/16 ρ8 + 695/16 ρ12;
B = 75 ρ4 + 1175/16 ρ8 - 4585/16 ρ12;
C0 = -25/16 ρ8 - 25/16 ρ12;
D0 = 15/16 ρ8 + 15/16 ρ12;
A1 = -75 ρ14 - 1225/16 ρ18 + 695/16 ρ112;
B1 = 75 ρ14 + 1175/16 ρ18 - 4585/16 ρ112;
C1 = -25/16 ρ18 - 25/16 ρ112;
D1 = 15/16 ρ18 + 15/16 ρ112;
A2 = -75 ρ24 - 1225/16 ρ28 + 695/16 ρ212;
B2 = 75 ρ24 + 1175/16 ρ28 - 4585/16 ρ212;
F = (γ4 - δ4) Exp[γ (A + C0 - C1 + D1)] - p1 γ2 Exp[γ (C0 - D0 - C1 + D1)];
F1 = (1 - δ4) Exp[γ (A1 + D1)] - p1;

Do[
Print [Re[(1 + 15 γ)-1 δ-1 (NIntegrate[ $\frac{\sqrt{\gamma^4 - \delta^4} \text{Exp}[\frac{\gamma}{2} (2A + B + C0 + D1 - C1)]}{\sqrt{F - F1}}$  - 1, {γ, 1, Infinity})] +
(1 + 15 γ)-1 (1 - δ-1 + NIntegrate[1 - Exp[ $\frac{\gamma}{2} (A2 + B2)$ ], {γ, 1, Infinity})] ]], "
",
"p1=", p1], {p1, 0,  $\sqrt{1 - \delta^4} \text{Exp}[\frac{\gamma}{2} (A1 + D1)]$ , 0.001}] ]
```

برنامه محاسبه فاصله میان کوارک-پادکوارک:

ابتدا بطور عددی مقدار دلخواه ۰,۹۷ را با توجه به منطقه G به δ^4 می‌دهیم و سپس L های مختلف را

به دست می‌آوریم:

```
Quit[]
γ = 0;
δ = (0.97)^(1/4);
ρ = δ/γ;
ρ1 = δ;
ρ2 = 1/γ;
A = -75 ρ^4 - 1225/16 ρ^8 + 695/16 ρ^12;
B = 75 ρ^4 + 1175/16 ρ^8 - 4585/16 ρ^12;
C0 = -25/16 ρ^8 - 25/16 ρ^12;
D0 = 15/16 ρ^8 + 15/16 ρ^12;
A1 = -75 ρ1^4 - 1225/16 ρ1^8 + 695/16 ρ1^12;
B1 = 75 ρ1^4 + 1175/16 ρ1^8 - 4585/16 ρ1^12;
C1 = -25/16 ρ1^8 - 25/16 ρ1^12;
D1 = 15/16 ρ1^8 + 15/16 ρ1^12;
A2 = -75 ρ2^4 - 1225/16 ρ2^8 + 695/16 ρ2^12;
B2 = 75 ρ2^4 + 1175/16 ρ2^8 - 4585/16 ρ2^12;
F = (γ^4 - δ^4) Exp[γ (A + C0 - C1 + D1)] - p1 γ^2 Exp[γ (C0 - D0 - C1 + D1)];
F1 = (1 - δ^4) Exp[γ (A1 + D1)] - p1;

Do[Print[Re[(1 + 15 γ) δ Sqrt[F1] (NIntegrate[Exp[(γ/2) (B - C0)] / (Sqrt[γ^4 - δ^4] Sqrt[F - F1]), {γ, 1, Infinity}])]], "
    "p1=", p1], {p1, 0, 1 - δ^4 Exp[γ (A1 + D1)], 0.0001}]
```

برنامه محاسبه زاویه داخلی میان کوارک-پادکوارک:

ابتدا به طور عددی مقدار دلخواه 0.17 را با توجه به منطقه G به δ^4 می دهیم و سپس زاویه های

مختلف را به دست می آوریم:

```
Quit[]
γ = 0;
δ = (0.17)1/4;
ρ = δ / γ;
ρ1 = δ;
ρ2 = 1 / γ;
A = -75 ρ4 - 1225 / 16 ρ8 + 695 / 16 ρ12;
B = 75 ρ4 + 1175 / 16 ρ8 - 4585 / 16 ρ12;
C0 = -25 / 16 ρ8 - 25 / 16 ρ12;
D0 = 15 / 16 ρ8 + 15 / 16 ρ12;
A1 = -75 ρ14 - 1225 / 16 ρ18 + 695 / 16 ρ112;
B1 = 75 ρ14 + 1175 / 16 ρ18 - 4585 / 16 ρ112;
C1 = -25 / 16 ρ18 - 25 / 16 ρ112;
D1 = 15 / 16 ρ18 + 15 / 16 ρ112;
A2 = -75 ρ24 - 1225 / 16 ρ28 + 695 / 16 ρ212;
B2 = 75 ρ24 + 1175 / 16 ρ28 - 4585 / 16 ρ212;
F = (γ4 - δ4) Exp[γ (A + C0 - C1 + D1)] - p1 γ2 Exp[γ (C0 - D0 - C1 + D1)];
F1 = (1 - δ4) Exp[γ (A1 + D1)] - p1;

Do[Print[Re[2 × 1 / 3.14 Exp[γ / 2 (D1 - C1)]] (NIntegrate[
  (γ2 Exp[γ / 2 (B + C0 - 2 D0)]) / (sqrt[γ4 - δ4] sqrt[F - F1]), {γ, 1, Infinity})]],
  ", "12=", 12], {1, 0, sqrt[1 - δ4] Exp[γ / 2 (A1 + D1)], 0.001}]]
```

پیوست ج

ج-محاسبه دمای T از سیاه چاله

در اینجا ما دمای هاوکینگ را برای متریک سیاه چاله کلی زیر به دست می آوریم:

$$ds^2 = g(r)[-f(r)dt^2 + d\vec{x}^2] + \frac{1}{h(r)}dr^2 \quad \text{ج-۱}$$

با استفاده از بسط تیلور حول نقطه‌ی r_0 یعنی افق سیاه چاله داریم:

$$f(r) = f(r_0) + (r-r_0)f'(r_0) + (r-r_0)^2 f''(r_0) + \dots \quad \text{ج-۲}$$

$$\text{که } f(r) = 1 - \frac{r_0^4}{r^4} \text{ می باشد.}$$

و همچنین برای $h(r)$ به طور مشابه داریم:

$$h(r) = h(r_0) + (r-r_0)h'(r_0) + (r-r_0)^2 h''(r_0) + \dots \quad \text{ج-۳}$$

چون $f(r)$ و $h(r)$ صفرهای مرتبه اول در افق $r=r_0$ هستند، پس $f(r_0)=h(r_0)=0$

همچنین اگر از مرتبه‌های بالاتر مشتق صرف نظر کنیم با بسط $g(r)$ حول نقطه $r=r_0$ داریم:

$$\begin{cases} f(r) \approx (r-r_0)f'(r_0) + \dots \\ h(r) \approx (r-r_0)h'(r_0) + \dots \\ g(r) = g(r_0) + (r-r_0)g'(r_0) + \dots \end{cases} \quad \text{ج-۴}$$

اگر زمان را اقلیدسی کنیم یعنی $t \rightarrow -it_E$ با جایگذاری عبارت ج-۴ در ج-۱ داریم:

$$ds^2 \approx g(r_0) + (r-r_0)g'(r_0)[(r-r_0)f'(r_0)dt_E^2 + dx^2] + \frac{1}{(r-r_0)h'(r_0)}dr^2 \quad \text{ج-۵}$$

حال می خواهیم اثبات کنیم که رابطه فوق با رابطه

ج-۶

$$ds^2 \approx \rho^2 d\theta^2 + d\rho^2 + g(r_0)dx^2$$

معادل است که در آن تغییر متغیرهای زیر را داریم:

$$\begin{cases} \rho = 2\sqrt{\frac{r-r_0}{h'(r_0)}} \rightarrow d\rho = \sqrt{\frac{1}{(r-r_0)h'(r_0)}}dr \\ \theta = \frac{t_E}{2}\sqrt{g(r_0)f'(r_0)h'(r_0)} \rightarrow d\theta = \frac{1}{2}\sqrt{g(r_0)f'(r_0)h'(r_0)}dt_E \end{cases} \quad \text{ج-۷}$$

حال با جایگذاری رابطه ج-۷ در رابطه ج-۶ خواهیم داشت:

$$ds^2 \approx (r-r_0)g(r_0)f'(r_0)dt_E^2 + \frac{1}{(r-r_0)h'(r_0)}dr^2 + g(r_0)dx^2 \quad \text{ج-۸}$$

از رابطه ج-۵ داریم:

$$ds^2 \approx g(r_0) + (r-r_0)g'(r_0)[(r-r_0)f'(r_0)dt_E^2 + dx^2] + \frac{1}{(r-r_0)h'(r_0)}dr^2$$

با توجه به غیر صفر بودن $g(r)$ در $r=r_0$ از عبارت $(r-r_0)g'(r_0)$ در جمله دوم عبارت فوق صرفنظر می‌کنیم در نتیجه به دست می‌آید:

$$ds^2 \approx (r-r_0)g(r_0)f'(r_0)dt_E^2 + \frac{1}{(r-r_0)h'(r_0)}dr^2 + g(r_0)dx^2$$

که همان عبارت ج-۸ می‌باشد پس صادق بودن روابط ج-۷ اثبات شد.

به منظور جلوگیری از تکینگی مخروطی در $\rho=0$ نیازمند است که θ دوره‌ای برابر با 2π داشته باشد. از رابطه ج-۷ داریم:

$$t_E = \frac{2\theta}{\sqrt{g(r_0)f'(r_0)h'(r_0)}} \rightarrow (\theta = 2\pi) \rightarrow t_E = \frac{4\pi}{\sqrt{g(r_0)f'(r_0)h'(r_0)}} \quad \text{ج-۹}$$

با توجه به رابطه فوق دوره $\beta = \frac{1}{T}$ از زمان اقلیدسی به صورت زیر می‌باشد

$$\beta = \frac{1}{T} = \frac{4\pi}{\sqrt{g(r_0)f'(r_0)h'(r_0)}} \rightarrow T = \frac{\sqrt{g(r_0)f'(r_0)h'(r_0)}}{4\pi} \quad \text{ج-۱۰}$$

که عبارت فوق همان دمای هاوکینگ از سیاه‌چاله می‌باشد.

پیوست د

د-محاسبه پتانسیل متناظر با حلقه‌های ویلسون فضاگونه

مختصات مورد استفاده در مورد فضاگونه به صورت زیر است:

$$x^\mu = (x^0 = \text{const}, x^1 = \sigma, x^2 = \tau, x^3 = \text{const}, \theta(\sigma) = \theta, U = U(\sigma)) \quad (\text{د-۱})$$

بدین معنی که $\partial_\sigma x^0 = \partial_\sigma x^3 = 0$ و $\partial_\tau x^M = \delta_2^M$.

با استفاده از رابطه (20-3)، (26-3) و (28-3) مشابه مورد اول داریم:

$$g_{MN} = G_{11} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + G_{22} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + G_{UU} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & U^2 \end{pmatrix} + G_{\theta\theta} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \theta^2 \end{pmatrix}$$

$$g_{MN} = \begin{pmatrix} G_{22} & 0 \\ 0 & G_{11} + G_{UU}U^2 + G_{\theta\theta}\theta^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(g_{MN}) = G_{22} (G_{11} + G_{UU}U^2 + G_{\theta\theta}\theta^2) \quad (\text{د-۲})$$

با جایگذاری رابطه (د-۲) در رابطه (۳-۲۰) و با استفاده از رابطه (۳-۲۶) برای کنش داریم:

$$s = \frac{1}{2\pi\alpha'} \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} d\sigma \sqrt{G_{22} (G_{11} + G_{UU}U^2 + G_{\theta\theta}\theta^2)}$$

بنابراین

$$S_{\text{case 2}} = \frac{1}{2\pi} \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} d\sigma e^{\frac{\gamma_C}{2} \left(\frac{U_T}{U} \right)} \sqrt{\frac{U^4}{R^4} e^{\gamma_C \left(\frac{U_T}{U} \right)} + U^2 \frac{U^4}{U^4 - U_T^4} e^{\gamma_B \left(\frac{U_T}{U} \right)} + U^2 \theta^2 e^{\gamma_D \left(\frac{U_T}{U} \right)}}$$

از آن جایی که طبق قرارداد مسأله و رابطه (۳-۲۴)، مقادیر بزرگ بازه x^2 را اندازه‌گیری می‌کند پس

$$Y = \int d\tau \text{ در نهایت برای کنش در این مورد داریم:}$$

$$S_{\text{case 2}} = \frac{Y}{2\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} d\sigma e^{\frac{\gamma}{2}C\left(\frac{U_T}{U}\right)} \sqrt{\frac{U^4}{R^4} e^{\gamma C\left(\frac{U_T}{U}\right)} + U^2 \frac{U^4}{U^4 - U_T^4} e^{\gamma B\left(\frac{U_T}{U}\right)} + U^2 \theta^2 e^{\gamma D\left(\frac{U_T}{U}\right)}} \quad (3-d)$$

در نتیجه چگالی لاگرانژی به صورت زیر است:

$$L = e^{\frac{\gamma}{2}C\left(\frac{U_T}{U}\right)} \sqrt{\frac{U^4}{R^4} e^{\gamma C\left(\frac{U_T}{U}\right)} + U^2 \frac{U^4}{U^4 - U_T^4} e^{\gamma B\left(\frac{U_T}{U}\right)} + U^2 \theta^2 e^{\gamma D\left(\frac{U_T}{U}\right)}} \quad (4-d)$$

با توجه به لاگرانژی موجود در رابطه (4-d) به محاسبه دو ثابت می پردازیم:

$$\tilde{C}_2 = \frac{\partial L}{\partial \theta'} = \frac{U^2 e^{\gamma D\left(\frac{U_T}{U}\right)} e^{\frac{\gamma}{2}C\left(\frac{U_T}{U}\right)} \theta'}{\sqrt{\frac{U^4}{R^4} e^{\gamma C\left(\frac{U_T}{U}\right)} + U^2 \frac{U^4}{U^4 - U_T^4} e^{\gamma B\left(\frac{U_T}{U}\right)} + U^2 \theta^2 e^{\gamma D\left(\frac{U_T}{U}\right)}}} \quad (5-d)$$

با توجه به U شکل بودن ریسمان در نقطه $U_0 = U(0)$ داریم $U'_0 = 0$ در نتیجه رابطه (5-d) به صورت زیر درمی آید:

$$\tilde{C}_2 = \frac{U_0^2 e^{\gamma\left\{\frac{C}{2}(\delta) + D(\delta)\right\}} \theta'}{\sqrt{\frac{U_0^4}{R^4} e^{\gamma C(\delta)} + U_0^2 \theta^2 e^{\gamma D(\delta)}}} = \frac{U_0 R^2 e^{\gamma\left\{\frac{C}{2}(\delta) + D(\delta)\right\}} \theta'}{\sqrt{U_0^2 e^{\gamma C(\delta)} + \theta^2 R^4 e^{\gamma D(\delta)}}} = U_0 l \quad (6-d)$$

که در آن

$$l = \frac{R^2 e^{\gamma\left\{\frac{C}{2}(\delta) + D(\delta)\right\}} \theta'}{\sqrt{U_0^2 e^{\gamma C(\delta)} + \theta^2 R^4 e^{\gamma D(\delta)}}} \quad (7-d)$$

و برای ثابت بعدی داریم:

$$\tilde{C}_1 = - \frac{\frac{U^4}{R^4} e^{\gamma\left\{C\left(\frac{U_T}{U}\right) + \frac{C}{2}\left(\frac{U_T}{U}\right)\right\}}}{\sqrt{\frac{U^4}{R^4} e^{\gamma C\left(\frac{U_T}{U}\right)} + U^2 \frac{U^4}{U^4 - U_T^4} e^{\gamma B\left(\frac{U_T}{U}\right)} + U^2 \theta^2 e^{\gamma D\left(\frac{U_T}{U}\right)}}} \quad (8-d)$$

با استفاده مجدد از این نکته که در $U_0 = U(0)$ داریم که $U'_0 = 0$:

$$\tilde{C}_1 = -\frac{\frac{U_0^4}{R^4} e^{\gamma\left\{C(\delta)+\frac{C}{2}(\delta)\right\}}}{\sqrt{\frac{U_0^4}{R^4} e^{\gamma C(\delta)} + U_0^2 \theta^2 e^{\gamma D(\delta)}}} = -\frac{U_0^2}{R^2} e^{\gamma C(\delta)} \frac{U_0 e^{\frac{\gamma}{2} C(\delta)}}{\sqrt{U_0^2 e^{\gamma C(\delta)} + R^4 \theta^2 e^{\gamma D(\delta)}}} \quad (9-د)$$

حال با تعریف موجود در رابطه (د-۷) اثبات می‌کنیم که رابطه (د-۹) فرمی به صورت

$$\tilde{C}_1 = -\frac{U_0^2}{R^2} e^{\gamma C(\delta)} \sqrt{1-l^2 e^{-\gamma\{C(\delta)+D(\delta)\}}}$$

پیدا می‌کند.

$$\begin{aligned} \sqrt{1-l^2 e^{-\gamma\{C(\delta)+D(\delta)\}}} &= \sqrt{1-\frac{R^4 \theta^2 e^{\gamma\{C(\delta)+2D(\delta)\}} e^{-\gamma\{C(\delta)+D(\delta)\}}}{U_0^2 e^{\gamma C(\delta)} + \theta^2 R^4 e^{\gamma D(\delta)}}} = \sqrt{\frac{U_0^2 e^{\gamma C(\delta)}}{U_0^2 e^{\gamma C(\delta)} + \theta^2 R^4 e^{\gamma D(\delta)}}} \\ &= \frac{U_0 e^{\frac{\gamma}{2} C(\delta)}}{\sqrt{U_0^2 e^{\gamma C(\delta)} + \theta^2 R^4 e^{\gamma D(\delta)}}} \quad (10-د) \end{aligned}$$

بنابراین با استفاده از رابطه (د-۱۰) برای رابطه (د-۹) داریم:

$$\tilde{C}_1 = -\frac{U_0^2}{R^2} e^{\gamma C(\delta)} \sqrt{1-l^2 e^{-\gamma\{C(\delta)+D(\delta)\}}} \quad (11-د)$$

با استفاده از تعریف مشابه در مورد اول، برای مورد دوم داریم:

$$g_\gamma(y, \delta) = y^4 e^{2\gamma\left\{c\left(\frac{\delta}{y}\right)-C(\delta)+\right\}} - l^2 y^2 e^{\gamma\left\{c\left(\frac{\delta}{y}\right)-D\left(\frac{\delta}{y}\right)-2C(\delta)\right\}} \quad (12-د)$$

از آن‌جای که هامیلتونی سیستم ثابت حرکت است، این کمیت در نقطه برگشت ریسمان و نقاط دیگر

باید باهم برابر باشد. بنابراین با استفاده از رابطه (د-۸) و (د-۱۱) داریم:

$$\tilde{C}_1 = -\frac{U_0^2}{R^2} e^{\gamma C(\delta)} \sqrt{1-l^2 e^{-\gamma\{C(\delta)+D(\delta)\}}} = -\frac{\frac{U^4}{R^4} e^{\gamma\left\{c\left(\frac{U_T}{U}\right)+\frac{C}{2}\left(\frac{U_T}{U}\right)\right\}}}{\sqrt{\frac{U^4}{R^4} e^{\gamma C\left(\frac{U_T}{U}\right)} + U^2 \frac{U^4}{U^4-U_T^4} e^{\gamma B\left(\frac{U_T}{U}\right)} + U^2 \theta^2 e^{\gamma D\left(\frac{U_T}{U}\right)}}} \quad (13-د)$$

در نتیجه

$$\sqrt{\frac{U^4}{R^4} e^{\gamma C \left(\frac{U_T}{U} \right)} + U^2 \frac{U^4}{U^4 - U_T^4} e^{\gamma B \left(\frac{U_T}{U} \right)} + U^2 \theta^2 e^{\gamma D \left(\frac{U_T}{U} \right)}} = \frac{U_0^2 y^4}{R^2 \sqrt{1 - l^2} e^{-\gamma \{C(\delta) + D(\delta)\}}} e^{\gamma \left\{ \frac{C}{2} \left(\frac{\delta}{y} \right) + C \left(\frac{\delta}{y} \right) - C(\delta) \right\}} \quad (14-د)$$

با توجه به روابط (د-۵) و (د-۶) و از آن جایی که $\tilde{C}_2$ هم ثابت حرکت است داریم:

$$\tilde{C}_2 = \frac{U^2 e^{\gamma D \left(\frac{U_T}{U} \right)} e^{\frac{\gamma}{2} C \left(\frac{U_T}{U} \right)} \theta'}{\sqrt{\frac{U^4}{R^4} e^{\gamma C \left(\frac{U_T}{U} \right)} + U^2 \frac{U^4}{U^4 - U_T^4} e^{\gamma B \left(\frac{U_T}{U} \right)} + U^2 \theta^2 e^{\gamma D \left(\frac{U_T}{U} \right)}}} = U_0 l$$

با استفاده از رابطه (د-۱۴) اگر به جای رادیکال عبارت معادل آن را در رابطه فوق قراردهیم داریم:

$$U_0^2 y^2 \theta' e^{\gamma D \left(\frac{U_T}{U} \right)} e^{\frac{\gamma}{2} C \left(\frac{U_T}{U} \right)} = \times \frac{U_0^2 y^4}{R^2} \frac{e^{\gamma \left\{ \frac{C}{2} \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} e^{\gamma \left\{ C \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} e^{-\gamma \{C(\delta)\}}}{\sqrt{1 - l^2} e^{-\gamma \{C(\delta) + D(\delta)\}}}$$

$$\theta' = \frac{U_0 l y^2 e^{\gamma \left\{ C \left(\frac{\delta}{y} \right) - D \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} e^{-\gamma \{C(\delta)\}}}{R^2 \sqrt{1 - l^2} e^{-\gamma \{C(\delta) + D(\delta)\}}} \quad (15-د)$$

رابطه فوق تغییرات زاویه نسبی میان کوارک-پادکووارک نسبت به مختصه فضایی σ برای هر نقطه از مختصات ریسمان جز نقطه برگشت ریسمان می باشد.

از رابطه (د-۱۳) داریم:

$$e^{2\gamma C(\delta)} (1 - l^2 e^{-\gamma \{C(\delta) + D(\delta)\}}) = \frac{y^8 \frac{U_0^4}{R^4} e^{\gamma \left\{ 3C \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}}}{y^4 \frac{U_0^4}{R^4} e^{\gamma C \left(\frac{\delta}{y} \right)} + \left(\frac{dU}{d\sigma} \right)^2 \frac{y^4}{y^4 - \delta^4} e^{\gamma B \left(\frac{\delta}{y} \right)} + y^2 U_0^2 \theta'^2 e^{\gamma D \left(\frac{\delta}{y} \right)}} \quad (16-د)$$

برای ساده سازی

$$(1 - l^2) e^{-\gamma \{C(\delta) + D(\delta)\}} = x \quad (17-د)$$

با جایگذاری رابطه (د-۱۵) در رابطه (د-۱۶)، با بهره بردن از رابطه (د-۱۷) و ضرب طرفین در $e^{-\gamma C \left(\frac{\delta}{y} \right)}$

نتیجه می‌شود:

$$\left(\frac{dy}{d\sigma}\right)^2 \frac{y^4}{y^4 - \delta^4} U_0^2 e^{\gamma\left\{B\left(\frac{\delta}{y}\right) - C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} e^{2\gamma C(\delta)} \times x = y^8 \frac{U_0^4}{R^4} e^{2\gamma C(\delta)} - \frac{U_0^4}{R^4} l^2 y^6 e^{\gamma\left\{C\left(\frac{\delta}{y}\right) - D\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} - y^4 \frac{U_0^4}{R^4} (1 - l^2 e^{-\gamma\{C(\delta) + D(\delta)\}}) e^{2\gamma C(\delta)}$$

با جایگذاری x از (د-۱۷) و با استفاده از رابطه (د-۱۲) در رابطه فوق داریم:

$$\frac{y^4}{y^4 - \delta^4} U_0^2 (dy)^2 e^{\gamma\left\{B\left(\frac{\delta}{y}\right) - C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} g_\gamma(1, \delta) = d\sigma^2 \left\{ y^8 \frac{U_0^4}{R^4} e^{2\gamma\left\{C\left(\frac{\delta}{y}\right) - C(\delta)\right\}} - \frac{U_0^4}{R^4} l^2 y^6 e^{\gamma\left\{C\left(\frac{\delta}{y}\right) - D\left(\frac{\delta}{y}\right) - 2C(\delta)\right\}} - y^4 \frac{U_0^4}{R^4} g_\gamma(1, \delta) \right\}$$

در نتیجه با استفاده مجدد از رابطه (د-۱۲) در رابطه فوق داریم:

$$d\sigma^2 = \frac{U_0^2 g_\gamma(1, \delta) e^{\gamma\left\{B\left(\frac{\delta}{y}\right) - C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} dy^2}{(y^4 - \delta^4) \frac{U_0^4}{R^4} \{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)\}}$$

در نهایت برای مختصه فضایی در حلقه‌های ویلسون فضاگونه داریم:

$$\sigma = \frac{R^2}{U_T} \delta \sqrt{g_\gamma(1, \delta)} \int_1^\infty \frac{e^{\frac{\gamma}{2}\left\{B\left(\frac{\delta}{y}\right) - C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}} dy}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}} \quad (د-۱۸)$$

با استفاده از تعاریف موجود در رابطه (۳-۱۹) با جایگذاری U_T در رابطه (د-۱۸) برای فاصله میان

کوارک-پادکوارک داریم:

$$L.T = \frac{2}{\pi} (1 + 15\gamma) \sqrt{g_\gamma(1, \delta)} \delta \int_1^\infty \frac{e^{\frac{\gamma}{2}\left\{B\left(\frac{\delta}{y}\right) - C\left(\frac{\delta}{y}\right)\right\}}}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}} \quad (د-۱۹)$$

حال به محاسبه زاویه‌نسبی میان کوارک و پادکوارک در کره‌های ۵ بعدی درمورد دوم می‌پردازیم.

از رابطه $\tilde{C}_2 = \frac{\partial L}{\partial \theta} = U_0 l$ چون $\tilde{C}_2$ ثابت حرکت است در هر نقطه از مختصه فضایی جهان سطح

ریسمان، باید $\tilde{C}_2 = U_0 l$ برقرار باشد یعنی:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = \frac{y^2 U_0^2 e^{\gamma \left\{ \frac{C}{2} \left(\frac{\delta}{y} \right) + D \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} \theta}{\sqrt{\frac{U_0^4}{R^4} y^4 e^{\gamma C \left(\frac{\delta}{y} \right)} + \left(\frac{dU}{d\sigma} \right)^2 \frac{y^4}{y^4 - \delta^4} e^{\gamma B \left(\frac{\delta}{y} \right)} + U_0^2 y^2 \theta^2 e^{\gamma D \left(\frac{\delta}{y} \right)}}} = U_0 l \quad (20-d)$$

که در رابطه بالا از $U = y U_0$ استفاده کردیم. از رابطه فوق داریم:

$$\begin{aligned} l^2 \frac{U_0^4}{R^4} y^4 e^{\gamma C \left(\frac{\delta}{y} \right)} + l^2 \frac{y^4}{y^4 - \delta^4} e^{\gamma B \left(\frac{\delta}{y} \right)} \left(\frac{dU}{d\sigma} \right)^2 &= \left\{ y^4 U_0^2 e^{\gamma \left\{ C \left(\frac{\delta}{y} \right) + 2D \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} - l^2 U_0^2 y^2 e^{\gamma D \left(\frac{\delta}{y} \right)} \right\} \theta^2 \\ &= U_0^2 \left\{ y^4 e^{\gamma \left\{ C \left(\frac{\delta}{y} \right) + D \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} - l^2 y^2 \right\} e^{\gamma D \left(\frac{\delta}{y} \right)} \left(\frac{d\theta}{dU} \right)^2 \left(\frac{dU}{d\sigma} \right)^2 \end{aligned} \quad (21-d)$$

با استفاده از رابطه (د-۱۸) و با استفاده دوباره این نکته که $dU = U_0 dy$ نتیجه می شود :

$$\frac{d\sigma}{dU} = \frac{R^2}{U_0^2} \sqrt{g_\gamma(1, \delta)} \frac{e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B \left(\frac{\delta}{y} \right) - C \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}}}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}} \quad (22-d)$$

همچنین نتیجه می شود

$$\left(\frac{dU}{d\sigma} \right)^2 = \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) \frac{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}{g_\gamma(1, \delta)} e^{\gamma \left\{ C \left(\frac{\delta}{y} \right) - B \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} \quad (23-d)$$

با جایگذاری رابطه (د-۲۳) در رابطه (د-۲۱) داریم:

$$\begin{aligned} l^2 \frac{U_0^4}{R^4} y^4 e^{\gamma C \left(\frac{\delta}{y} \right)} + l^2 \frac{y^4}{y^4 - \delta^4} \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) \frac{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}{g_\gamma(1, \delta)} e^{\gamma C \left(\frac{\delta}{y} \right)} \\ = U_0^2 \left\{ y^4 e^{\gamma \left\{ C \left(\frac{\delta}{y} \right) + D \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} - l^2 y^2 \right\} e^{\gamma D \left(\frac{\delta}{y} \right)} \left(\frac{d\theta}{dU} \right)^2 \frac{U_0^4}{R^4} (y^4 - \delta^4) \frac{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}{g_\gamma(1, \delta)} e^{\gamma \left\{ C \left(\frac{\delta}{y} \right) - B \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} \end{aligned}$$

در نتیجه با حذف عامل های مشترک و ضرب طرفین فوق در $e^{-\gamma D \left(\frac{\delta}{y} \right)} e^{-2\gamma C(\delta)}$ داریم:

$$l^2 y^4 g_\gamma(y, \delta) e^{\gamma \left\{ B \left(\frac{\delta}{y} \right) + C \left(\frac{\delta}{y} \right) - 2D \left(\frac{\delta}{y} \right) - 2C(\delta) \right\}} dy^2 = \left\{ y^4 e^{2\gamma \left\{ C \left(\frac{\delta}{y} \right) - C(\delta) \right\}} - l^2 y^2 e^{\gamma \left\{ C \left(\frac{\delta}{y} \right) - D \left(\frac{\delta}{y} \right) - 2C(\delta) \right\}} \right\} \times$$

$$(y^4 - \delta^4) g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta) d\theta^2$$

با استفاده از تعریف (د-۱۲) برای جمله داخل آکولاد و با حذف $g_\gamma(y, \delta)$ از طرفین داریم:

$$d\theta = l \frac{y^2 e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B \left(\frac{\delta}{y} \right) + C \left(\frac{\delta}{y} \right) - 2D \left(\frac{\delta}{y} \right) - 2C(\delta) \right\}}}{\sqrt{(y^4 - \delta^4)} \sqrt{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}} dy \quad (د-۲۴)$$

با انتگرال گیری برای تغییرات زاویه نسبی میان کوارک-پاک کوارک نسبت به بعد هولوگرام داریم:

$$\theta(U) = l \int_1^\infty \frac{y^2 e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B \left(\frac{\delta}{y} \right) + C \left(\frac{\delta}{y} \right) - 2D \left(\frac{\delta}{y} \right) - 2C(\delta) \right\}}}{\sqrt{(y^4 - \delta^4)} \sqrt{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}} dy \quad (د-۲۵)$$

و در نهایت

$$\Delta\theta = 2\theta(U) = 2l \int_1^\infty \frac{y^2 e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B \left(\frac{\delta}{y} \right) + C \left(\frac{\delta}{y} \right) - 2D \left(\frac{\delta}{y} \right) - 2C(\delta) \right\}}}{\sqrt{(y^4 - \delta^4)} \sqrt{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}} \quad (د-۲۶)$$

حال به محاسبه پتانسیل میان کوارک-پادکوارک در مورد دوم می پردازیم از رابطه (د-۲۳) و (د-۲۴) داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dU}{d\sigma} &= \frac{U_0^2}{R^2} \sqrt{y^4 - \delta^4} \frac{\sqrt{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}}{\sqrt{g_\gamma(1, \delta)}} e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ C \left(\frac{\delta}{y} \right) - B \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} \\ \frac{d\theta}{dU} &= \frac{l}{U_0} \frac{y^2 e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B \left(\frac{\delta}{y} \right) + C \left(\frac{\delta}{y} \right) - 2D \left(\frac{\delta}{y} \right) - 2C(\delta) \right\}}}{\sqrt{(y^4 - \delta^4)} \sqrt{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}} \end{aligned} \right. \quad (د-۲۸)$$

با به کارگیری رابطه فوق در نهایت به دست می آید:

$$\theta' = \frac{d\theta}{dU} \frac{dU}{d\sigma} = l \frac{U_0}{R^2} \frac{y^2}{\sqrt{g_\gamma(1, \delta)}} e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ 2C \left(\frac{\delta}{y} \right) - 2D \left(\frac{\delta}{y} \right) - 2C(\delta) \right\}} \quad (د-۲۸)$$

که عبارت فوق تغییرات زاویه نسبی میان کوارک-پاک کوارک را نسبت به بعد مختصه فضایی σ نشان می‌دهد.

با استفاده از رابطه (۳-۲۴) و (۳-۲۳) برای پتانسیل به دست می‌آید

$$V_2(L, \Delta\theta) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{L}{2}} d\sigma e^{\frac{\gamma}{2} C\left(\frac{\delta}{y}\right)} \sqrt{\frac{U^4}{R^4} e^{\gamma C\left(\frac{\delta}{y}\right)} + U^2 \frac{U^4}{U^4 - U_T^4} e^{\gamma B\left(\frac{\delta}{y}\right)} + U^2 \theta^2 e^{\gamma D\left(\frac{\delta}{y}\right)}} \quad (۲۹-د)$$

با جایگذاری روابط (۲۷-د) و (۲۸-د) در رابطه (۲۹-د) داریم:

$$V_2(L, \Delta\theta) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{L}{2}} d\sigma \frac{U_0^2}{R^2} e^{\gamma C\left(\frac{\delta}{y}\right)} y^2 \sqrt{1 + \frac{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}{g_\gamma(1, \delta)} + l^2 \frac{y^2}{g_\gamma(1, \delta)} e^{\gamma \left\{ C\left(\frac{\delta}{y}\right) - D\left(\frac{\delta}{y}\right) - 2C(\delta) \right\}}}$$

با جایگذاری رابطه (۲۲-د) در رابطه فوق بجای $d\sigma$ و با جایگذاری تعریف موجود (۱۲-د) در رابطه فوق داریم:

$$\begin{aligned} V_2(L, \Delta\theta) &= \frac{1}{\pi} \int_1^\infty dy U_0 y^2 \frac{e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B\left(\frac{\delta}{y}\right) + C\left(\frac{\delta}{y}\right) \right\}}}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}} \sqrt{y^4 e^{2\gamma \left\{ C\left(\frac{\delta}{y}\right) - C(\delta) \right\}}} \\ &= \frac{U_T \delta^{-1}}{\pi} \int_1^\infty dy \frac{y^4 e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B\left(\frac{\delta}{y}\right) + 3C\left(\frac{\delta}{y}\right) - 2C(\delta) \right\}}}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}} \end{aligned}$$

و در نهایت با جایگذاری U_T از رابطه (۳-۱۹) برای پتانسیل به دست می‌آید

$$\frac{V_2(L, \Delta\theta)}{R^2 T} = (1 + 15\gamma)^{-1} \left\{ \delta^{-1} \left(\int_1^\infty dy \left(\frac{y^4 e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B\left(\frac{\delta}{y}\right) + 3C\left(\frac{\delta}{y}\right) - 2C(\delta) \right\}}}{\sqrt{y^4 - \delta^4} \sqrt{g_\gamma(y, \delta) - g_\gamma(1, \delta)}} - 1 \right) + 1 - \delta^{-1} \right) \right\} \quad (۳۰-د)$$

حال به محاسبه خودانرژی ریسمان در مورد دوم می‌پردازیم تا با استفاده از آن پتانسیل $V_2(L, \Delta\theta)$ را بهنجار کنیم. در مورد دوم، مختصات موجود به صورت

$$x^\mu = (x^0 = \text{const}, x^1 = \text{const}, x^2 = \tau, x^3 = \text{const}, U(\sigma) = \sigma)$$

می‌باشد. مشابه مورد اول با استفاده از رابطه (۳-۲۷) داریم:

$$G_{MN} = G_{22} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + G_{UU} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{22} & 0 \\ 0 & G_{UU} \end{pmatrix} \Rightarrow \det(G_{MN}) = G_{22} G_{UU}$$

با استفاده از رابطه (۲۰-۳) و (۲۶-۳) به دست می آید:

$$\begin{aligned} S_{02} &= \frac{1}{2\pi\alpha'} \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} d\sigma \sqrt{G_{22} G_{UU}} = \frac{1}{2\pi\alpha'} \iint d\tau d\sigma \sqrt{\alpha'^2 \frac{U^4}{U^4 - U_T^4}} e^{\gamma \left\{ B \left(\frac{\delta}{y} \right) + C \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} \\ &= \frac{Y}{2\pi} \int d\sigma \sqrt{\frac{U^4}{U^4 - U_T^4}} e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B \left(\frac{\delta}{y} \right) + C \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} \end{aligned}$$

که در رابطه فوق چون Y مقادیر بزرگ $x^2 = \tau$ را اندازه گیری می کند از $\int d\tau = Y$ استفاده کردیم.

عبارت فوق خودانرژی یک ریسمان می باشد برای محاسبه خودانرژی ۲ ریسمان داریم:

$$S_{02} = \frac{Y}{\pi} \int d\sigma \sqrt{\frac{U^4}{U^4 - U_T^4}} e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B \left(\frac{\delta}{y} \right) + C \left(\frac{\delta}{y} \right) \right\}} \quad (۳۱-د)$$

چون $U(\sigma) = \sigma \Rightarrow dU = d\sigma \Rightarrow U_0 dy = d\sigma$ داریم:

$$S_{02} = \frac{Y}{\pi} \times (U_0 = U_T) \int_1^\infty \sqrt{\frac{y^4}{y^4 - 1}} e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B(y^{-1}) + C(y^{-1}) \right\}} = \frac{Y}{\pi} U_T \int_1^\infty \frac{y^2}{\sqrt{y^4 - 1}} e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B(y^{-1}) + C(y^{-1}) \right\}} dy$$

$$V_2(L, \Delta\theta) = \frac{U_T}{\pi} \int_1^\infty \frac{y^2}{\sqrt{y^4 - 1}} e^{\frac{\gamma}{2} \left\{ B(y^{-1}) + C(y^{-1}) \right\}} dy \quad (۳۲-د)$$

حال به محاسبه خود انرژی ریسمان افقی می پردازیم و با عبارت (۳۰-د) جمع می کنیم تا خود انرژی کل به دست آید برای این حالت داریم:

$$x^\mu = (x^0 = \text{const}, x^1 = \sigma, x^2 = \tau, x^3 = \text{const}, U(\sigma) = \theta(\sigma) = \text{const})$$

بنابراین به طور مشابه

$$g_{MN} = G_{11} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + G_{22} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & 0 \\ 0 & G_{22} \end{pmatrix} \Rightarrow \det(g_{MN}) = G_{11} G_{22}$$

تفاوت آن با خود انرژی در مورد اول در این است که در مورد دوم $U = U_T$ ، چون $G_{11} = G_{22} \neq 0$ ، است علاوه بر محاسبه خود انرژی دو ریسمان موازی یا عمودی باید خودانرژی ریسمان افقی را محاسبه نموده و پتانسیل ناشی از آن را با رابطه (د-۳۲) جمع کرد.

با استفاده از رابطه (۳-۲۶) داریم:

$$S_{03} = \frac{1}{2\pi\alpha'} \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} d\sigma \sqrt{\det(G_{MN})} = \frac{1}{2\pi\alpha'} \int_{\tau_i}^{\tau_f} d\tau \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} d\sigma \sqrt{G_{11}G_{22}} = \frac{Y}{2\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \frac{U^2}{R^2} e^{\gamma_C\left(\frac{\delta}{y}\right)} d\sigma$$

چون ریسمانی که در حالت افقی است و خودانرژی آن را می‌خواهیم محاسبه کنیم در $U = U_T$ قرار دارد داریم:

$$S_{03} = \frac{Y}{2\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \frac{U_T^2}{R^2} e^{\gamma_C\left(\frac{\delta}{y}\right)} d\sigma = \frac{Y}{2\pi} .L \frac{U_T^2}{R^2} e^{\gamma_C(1)}$$

که S_{03} خودانرژی ریسمان افقی و S_{02} خودانرژی ریسمان عمودی در مورد فضاگونه است. در نتیجه

$$V_2(L, \Delta\theta) = \frac{1}{Y} S_{03} = \frac{U_T^2}{2\pi R^2} e^{\gamma_C(1)}.L \quad (33-د)$$

در نتیجه خود انرژی کل ریسمان در مورد دوم از جمع خود انرژی ریسمان افقی و عمودی به دست می‌آید پس با جمع روابط (د-۳۲) و (د-۳۳) داریم:

$$V_{2\,pssc}(L, \Delta\theta) = \frac{U_T^2}{2\pi R^2} e^{\gamma_C(1)}.L + \frac{U_T}{\pi} \int_1^\infty \frac{y^2}{\sqrt{y^4 - 1}} e^{\frac{\gamma}{2}\{B(y^{-1}) + C(y^{-1})\}} dy \quad (34-د)$$

چون در این حالت هم باید پتانسیل $V_{2\,pssc}(L, \Delta\theta)$ بهنجار باشد باید جمله کاهشی به صورت

$$\frac{\Lambda - U_T}{\pi} \text{ در } U = U_T \text{ داشته باشیم:}$$

$$-\frac{U_T}{\pi} \int_1^\infty dy = -\frac{U_T}{\pi} \int_1^{\frac{\Lambda}{U_T}} dy = -\frac{U_T}{\pi} \int_1^{\frac{\Lambda}{U_T}} dy = -\frac{U_T}{\pi} \left(\frac{\Lambda - U_T}{\pi} \right) = -\left(\frac{\Lambda - U_T}{\pi} \right)$$

در نتیجه عبارت $-\frac{U_T}{\pi} \int_1^\infty dy$ را به عنوان جمله کاهشی برای بهنجار کردن پتانسیل (د-۳۴) اضافه می-کنیم:

$$V_{2\text{ pssc}}(L, \Delta\theta) = \frac{U_T^2}{2\pi R^2} e^{\gamma C(1)} \cdot L + \frac{U_T}{\pi} \int_1^\infty \left(\frac{y^2}{\sqrt{y^4 - 1}} e^{\frac{\gamma}{2} \{B(y^{-1}) + C(y^{-1})\}} - 1 \right) dy \quad (\text{د-۳۵})$$

پیوست ذ

ذ-پارامتر شیب

وابستگی α' به تنش ریسمان شامل $\bar{h}$ است که این ارتباط زمانی که ما از تنش ریسمان به جای α' استفاده کنیم شامل $\bar{h}$ نمی-شود. برای تحقیق کردن این ثابت تناسب در معادله (۲-۵) یک ریسمان باز که دارای انرژی E است و در صفحه (x, y) دوران می-کند را در نظر بگیرید. تنها مؤلفه غیر صفر مومنتوم زاویه ای M_{12} است و اندازه آن به وسیله $J = |M_{12}|$ نشان داده شده است [19].

$$M_{\mu\nu} = \int (x_\mu P_\nu^\tau - x_\nu P_\mu^\tau) d\sigma \quad (\text{ذ-۱})$$

در نتیجه

$$M_{12} = \int_0^{\sigma_1} (x_1 P_2^\tau - x_2 P_1^\tau) d\sigma \quad (\text{ذ-۲})$$

برای محاسبه این انتگرال ما به موقعیت و مومنتوم ریسمان چرخشی نیاز داریم از معادله (۷-۶۳)

مرجع [19] داریم:

$$\vec{x}(t, \sigma) = \frac{\sigma_1}{\pi} \cos \frac{\pi\sigma}{\sigma_1} \left(\cos \frac{\pi ct}{\sigma_1}, \sin \frac{\pi ct}{\sigma_1} \right) \quad (\text{ذ-۳})$$

همچنین از معادله (۷-۳۱) مرجع [19] داریم:

$$\vec{P}^{\tau} = \frac{T_0}{c^2} \frac{\partial \chi^{\mu}}{\partial t} = \frac{T_0}{c} \cos \frac{\pi \sigma}{\sigma_1} \left(-\sin \frac{\pi ct}{\sigma_1}, \cos \frac{\pi ct}{\sigma_1} \right) \quad (4-ذ)$$

بنابراین با استفاده از روابط فوق داریم:

$$M_{12} = \frac{\sigma_1 T_0}{\pi c} \int_0^{\sigma_1} \frac{\pi \sigma}{\sigma_1} d\sigma = \frac{\sigma_1^2 T_0}{2\pi c} \quad (5-ذ)$$

از آن جایی که $J = |M_{12}|$ و $\sigma_1 = \frac{E}{T_0}$ داریم:

$$J = \frac{1}{2\pi T_0 c} E^2 \quad (6-ذ)$$

با مقایسه رابطه ذ-۶ با رابطه (۲-۵) بدست می آید:

$$\alpha' = \frac{1}{2\pi \hbar T_0 c} \quad (7-ذ)$$

مراجع و منابع

- [1]. K. B. Fadafan, H. Liu, K. Rajagopal, and U. A. Wiedemann, "Stirring Strongly Coupled Plasma," *Eur. Phys. J. C* 61 (2009) 553-567
- [2]. Juan Maldacena, "Wilson loops in large N field theories," [[arXiv:hep-th/9803002](https://arxiv.org/abs/hep-th/9803002)] *Phys. Rev. Lett.* 80 (1998) 4859-4862
- [3]. H. Dorn, H.-J. Otto, " $Q \bar{Q}$ potential from AdS-CFT relation at $T \geq 0$: Dependence on orientation in internal space and higher curvature corrections," [[arXiv:hep-th/9807093](https://arxiv.org/abs/hep-th/9807093)] *JHEP* 9809 (1998) 021
- [۴] گریفیث، دیوید جفری، "مقدمه‌ای بر ذرات بنیادی"، ترجمه حمید رضا مشفق، سلیمه کیمیاگر، تهران: مرکز نشر دانشگاهی، (۱۳۸۵).
- [5] کنت اس. کرین، "فیزیک جدید"، ترجمه منیژه رهبر، بهرام معلمی، تهران: مرکز نشر دانشگاهی، (1382).
- [۶] ابی‌تقصیر فدافن، کاظم، طرح پژوهشی "مطالعه خواص پلاسمای کوارک گلوئونی با استفاده از نظریه ریسمان"، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، (۱۳۸۷).
- [7]. Lars-Göran Johansson, Keizo Matsubara, "String Theory and General Methodology; a Reciprocal Evaluation" [arXiv:0912.3160v2](https://arxiv.org/abs/0912.3160v2) [physics.hist-ph]
- [8]. Jan de Boer, "Introduction to the AdS/CFT Correspondence" *Instituut voor Theoretische Fysica* Valckenierstraat 65, 1018XE Amsterdam, The Netherlands
- [9]. Polchinski, Joseph (1998). *String theory*, Cambridge University Press.
- [10]. Robert M., Wald. "Black Holes". In *General Relativity*. The University of Chicago Press, 1984. ISBN 0226870332. Retrieved 09 Nov 2011
- [11]. Davies, P. C. "Thermodynamics of Black Holes". *Reports on Progress in Physics* (IOP Publishing) 41, no. 8 (1978): 1355–1313. Bibcode: 1978RPPh...41.1313D
- [12]. Jorge Casalderreg-Solana (CERN), Hong Liu (MIT, LNS), David Mateos (ICREA, Barcelona & ICC, Barcelona U. & Barcelona U.), Krishna Rajagopal (MIT, LNS), Urs

Achim Wiedemann (CERN). Jan 2011. 294 pp. "Gauge/String Duality, Hot QCD and Heavy Ion Collisions". arXiv: 1101.0618 [hep-th]

[13]. K. Bitaghsir Fadafan, " Heavy quarks in the presence of higher derivative corrections from AdS/CFT," Eur.Phys.J. C71 (2011) 1799 arXiv: 1102.2289 [hep-th]

[14]. M. Ali-Akbari and K. Bitaghsir Fadafan, " Rotating mesons in the presence of higher derivative corrections from gauge-string duality," Nucl.Phys. B835 (2010) 221-237
arXiv: 0908.3921 [hep-th]

[15]. Harald Dorn, Thanh Hai Ngo, "On the internal space dependence of the static quark-anti quark potential in $N = 4$ SYM plasma wind," Humboldt-Universität zu Berlin, Institut für Physik Newtonstr. 15, D-12489 Berlin arXiv: 0707.2754v2[hep-th]

[16] A Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Scientists by: Paul F. Byrd · Morris D. Friedman, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1971

[17]. Duff, Michael J. *M-Theory (the Theory Formerly Known as Strings)*, *International Journal of Modern Physics A*, 11 (1996) 5623–5642, online at Cornell University's arXiv ePrint server

[18]. Kaku, Michio. "M-Theory: The Mother of all SuperStrings". Retrieved January 17, 2009.

[19]. A First Course In String Theory by : Barton Zwiebach Cambridge University Press 2009

[20] حسن نیازی، " مطالعه اتلاف انرژی کوآرک سنگین با استفاده از سیاهچاله های RN"، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، (۱۳۹۰).

[21] احسان عظیم فرد، " مطالعه پتانسیل کوآرک-پادکوآرک با استفاده از همسانی AdS/CFT"، دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، (۱۳۹۰).

[22] بی‌تقصیر فدافن، کاظم ؛ عظیم فرد، احسان " محاسبه پتانسیل کوآرک-پادکوآرک با استفاده از AdS / CFT " اولین کنفرانس سالیانه فیزیک ذرات بنیادی (دانشگاه یزد، ۶ و ۷ بهمن ماه ۱۳۸۹)

[23]. S. J. Rey, S. Theisen and J. T. Yee, "Wilson-Polyakov loop at finite temperature in large N gauge theory and anti-de Sitter supergravity," Nucl. Phys. B 527, 171 (1998)

[arXiv:hep-th/9803135]

Abstract

Relativistic heavy ion collision produced quark-gluon plasma with strongly coupled constant. There is no quantitative method to study phenomena with strongly coupling constant in QCD . One way study different properties of

QGP is AdS/CFT correspondence. This correspondence is used in gauge theories with strong coupling constant that we cannot use perturbation approach.

In this thesis we use this method & we study the potential of quark - antiquark in QGP & vacuum. by considering the gravitational corrections, we study the potential of quark-antiquark in two cases. It means that one time we use space-like Wilson loop & one time-like Wilson-loop.

According to AdS/CFT correspondence, gravity dual of this problem is a U like string that is in the bulk. We start with studying different references to understand transport properties of heavy quark. Then we study binding energy of quark-antiquark in QGP & vacuum. We study different way for numerical solution in string theory that space like which display as $AdS_5 \times S^5$, is ten dimensional. In general problems five dimensional coordinates of sphere is considered to be fixed but in this thesis we study potential of quark-antiquark with regard to the orientation then as a new problem we consider quark-antiquark in the absence of internal orientation in QGP & we study the effect of gravitational corrections on binding energy between quark-antiquark .

According to AdS/CFT correspondence this corrections is correspond to correction of coupling constant. in correspondence this constant is infinite but by considering corrections, it become finite that gets us closer to real issues



Shahrood University

Faculty of physics

Master of Science Thesis

Study of the effect of gravitational corrections on the transport properties of a heavy quark from AdS/CFT

University of Shahrood

Faculty of physics

Master of Science Thesis

Rohollah akbari

Supervisor:

Dr. K. Bitaghsir Fadafan

september – 2013