





دانشگاه صنعتی شاهرود
دانشکده فیزیک

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد فیزیک

مطالعه‌ی رفتار خطی و غیر خطی پلاسماهای کوانتومی در محدوده‌ی
فرکانس‌های بالا

وحید نجفی

استاد راهنما :

دکتر مهدی مومنی

شهریور ۱۳۹۱

پیوست شماره ۲

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده فیزیک

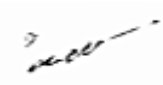
پایان نامه ارشد

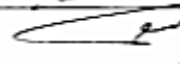
تحت عنوان:

مطالعه رفتار غطی و غیر غطی پلاسماهای کوانتومی در محدوده فرکانس بالا

در تاریخ ۹۸/۶/ ۲۷ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با

درجه عالی مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید راهنما:	امضاء	اساتید مشاور:
	نام و نام خانوادگی: دکتر مهدی مومنی		نام و نام خانوادگی:
	نام و نام خانوادگی:		نام و نام خانوادگی:

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور:
	نام و نام خانوادگی: دکتر محمد باقر رحمانی		نام و نام خانوادگی: دکتر محمد رضا شجاعی
			نام و نام خانوادگی: دکتر سعید حسامی یلمرود

تقدیم بہ:

پدر و مادر مہربانم کہ دعایشان ہموارہ بدرقہ مسیر زندگی ام بودہ
و خواہران عزیزتر از جانم کہ وجودشان مایہ آرامش و تکیہ گاہ من
در مواجہہ با مشکلات ہستند...

شکر و قدردانی:

حمد و سپاس خدای را که توفیق کسب دانش و معرفت را به ما عطا فرمود. تحقیق حاضر ثمره مساعدتها و تلاشهای بسیاری از عزیزانی بوده که همواره مرا مورد لطف و عنایت خود قرار داده و با دلسوزی تمام در کنار من بوده‌اند. شایسته است اکنون که به فضل الهی این تحقیق به پایان رسیده است، از تلاشهای دلسوزانه استاد راهنمای عزیزم، جناب آقای دکتر مهدی مومنی که همواره با صبر و حوصله به راهنمایی‌ام پرداخته‌اند صمیمانه تشکر نمایم.

همچنین از مساعدت و همکاری بی‌شائبه دوستان عزیزم جناب آقای مهندس حامد کریم نیا و سرکار خانم نوروزی که زمینه ساز انجام هر چه بهتر و کامل‌تر این تحقیق بوده‌اند سپاسگزاری می‌گردد.

در انتها از خانواده‌ام که در تمامی مراحل زندگی یار و همراه من بوده‌اند، تشکر و قدردانی می‌کنم.

تعهد نامه

اینجانب وحید نجفی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه مطالعه رفتار خطی و غیر خطی پلاسماهای کوانتومی در محدوده فرکانس های بالا تحت راهنمایی دکتر مهدی مومنی متعهد می شوم .

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ: ۹۱/۷/۱۰

امضای دانشجو: وحید نجفی

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده

پلاسماهای چگال که ترکیبی از یون‌ها، الکترون‌های تبهگن، پوزیترون‌ها و یا حفره‌ها می‌باشند، به عنوان یک پلاسمای کوانتومی شناخته می‌شوند. در این نوع پلاسماهای ذرات سبک‌تر مانند الکترون‌ها و پوزیترون‌ها در چگالی‌های بالا و دماهای نسبتاً پایین تبهگن می‌شوند. اثرات کوانتومی هنگامی اهمیت پیدا می‌کند که طول موج دبروی گرمایی از فاصله متوسط ذرات کوچک باشد یا هنگامی که دمای سیستم با دمای فرمی برابر می‌شود. اخیراً با توجه به دسترسی به دماهای بسیار پایین و همچنین علاقه مندی به مطالعه در ابعاد نانو، توجه به خواص کوانتومی پلاسما افزایش یافته است. همچنین مطالعه‌ی این پلاسماهای چگال به دلیل این‌که چگالی‌هایی قابل مقایسه با چگالی جامدات و دماهایی در حدود چند الکترون ولت دارند و می‌توان آن‌ها را زیر مجموعه‌ای از فیزیک ماده چگال در نظر گرفت و پدیده‌هایی همچون پدیده‌ی تونل زنی، دیودهای کوانتومی، لیزرهای حالت جامد و غیره را با استفاده از آن‌ها توصیف کرد، ضروری خواهد بود. در این تحقیق به بررسی رفتار خطی و غیرخطی یک پلاسمای کوانتومی در محدوده‌ی فرکانس‌های بالا می‌پردازیم. ابتدا محدوده‌ای از دما و چگالی که اثرات کوانتومی در آن محسوس می‌شود را مشخص کرده و سپس چون مدل‌های توصیف پلاسماهای کلاسیکی قادر به توضیح رفتار پلاسماهای کوانتومی نخواهند بود، مدل‌های جدیدی برای توصیف این پلاسماهای ارائه می‌دهیم. روش‌هایی که در حل مسائل خود سازگار رفتار پلاسما استفاده می‌شود را به عنوان یک مدل توصیف پلاسما در نظر می‌گیریم. برای بررسی اثرات خطی پلاسما، مانند رابطه‌ی پاشندگی خطی امواج برانگیخته در آن از تئوری خطی‌سازی استفاده می‌کنیم. اساس تئوری خطی بر تقریب کوچک بودن دامنه امواج استوار است. در این محدوده از تمام جملات غیرخطی و مشتق‌های مرتبه‌ی دوم و بالاتر صرف نظر می‌کنیم. طبق این تئوری هر اختلال فیزیکی در سیستم، تناوبی و به طور مستقل رفتار می‌کند و انتشار امواج را در آن با رابطه‌ی پاشندگی خطی بصورت $\omega = \omega(k)$ نمایش داده می‌شود. منظور ما از اثرات غیرخطی، رفتارهایی از پلاسماست که

با استفاده از تئوری خطی قابل توجیه نیست. اساساً این رفتارها هنگامی که دامنه‌ی موج بزرگ می‌شود، ظاهر می‌گردند. اثرات غیر خطی دیگری مانند پدیده‌ی میرایی لاندائو نیز در غیرخطی شدن رفتار پلاسما نقش دارند. سالیتون‌ها مهمترین جواب‌های معادلات غیر خطی در پلاسماها هستند و بنابراین با استفاده از این معادلات به بررسی سولیتون‌های الکتروستاتیک و الکترومغناطیسی برانگیخته در پلاسماهای کوانتومی و همچنین تعادل و پایداری آن‌ها در این تحقیق پرداخته‌ایم.

کلمات کلیدی: پلاسماهای کوانتومی - طول موج دبروی گرمایی - دمای فرمی - رفتار خطی و غیرخطی مدل‌های توصیف پلاسماهای کوانتومی - رابطه‌ی پاشندگی خطی امواج - معادلات غیر خطی - سالیتون‌ها

مقاله مستخرج از پایان نامه

۱- " ناپایداری چند جریانی در پلاسماهای کوانتومی ". کنفرانس فیزیک ایران. شهریور ماه

۱۳۹۱، یزد- ایران

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه..... ۱

۱-۱ کلیات ۲

۱-۱-۱ پلاسماهای کوانتومی ۴

۲-۱-۱ محدوده‌ی حضور اثرات کوانتومی در پلاسما ۴

۱-۲-۱-۱ پارامتر جفت شدگی ۶

۳-۱-۱ اثرات خطی و غیر خطی ۷

۴-۱-۱ مفهوم مطالعه‌ی پلاسما در فرکانس‌های بالا ۸

۲-۱ ضرورت و اهداف مطالعه ۹

۳-۱ ساختار پایان‌نامه ۱۰

فصل دوم: ارائه‌ی مدل‌های توصیف پلاسماهای کوانتومی ۱۲

۱-۲ مقدمه ۱۳

۲-۲ مدل‌های توصیف پلاسماهای کلاسیکی ۱۴

۱-۲-۲ مدل سیالی برای پلاسماهای کلاسیکی (HD) ۱۴

۲-۲-۲ مدل نظریه‌ی جنبشی برای پلاسماهای کلاسیکی ۱۶

۱-۲-۲-۲ تابع توزیع ماکسول بولتزمن ۱۶

۲-۲-۲-۲ معادلات نظریه‌ی جنبشی برای پلاسماهای کلاسیکی ۱۷

۳-۲ مدل‌های توصیف پلاسماهای کوانتومی ۱۸

۱-۳-۲ تقریب هارتری-فک ۱۹

۲-۳-۲ مدل سیالی برای پلاسماهای کوانتومی (QHD) ۲۰

۳-۳-۲ مدل نظریه‌ی جنبشی برای پلاسماهای کوانتومی ۲۳

۱-۳-۳-۲ تابع توزیع ویگنر ۲۳

۲۴	۲-۳-۳-۲ معادلات نظریه‌ی جنبشی برای پلاسماهای کوانتومی
۲۶	۱-۲-۳-۳-۲ معادله‌ی ویگنر-پواسون
۲۷	۲-۲-۳-۳-۲ انطباق معادله‌ی ویگنر پواسون و ولاسوف در محدوده‌ی کلاسیکی
۲۹	۳-۲-۳-۳-۲ بدست آوردن معادلات سیالی کوانتومی از معادله‌ی ویگنر پواسون
۳۲	۴-۲-۳-۳-۲ معادله‌ی ویگنر-ماکسول
۳۵	۶-۲ جمع‌بندی
۳۷	فصل سوم: مطالعه‌ی رفتارهای خطی در پلاسماهای کوانتومی
۳۸	۱-۳ مقدمه
۳۹	۲-۳ حفاظ دبی
۴۱	۳-۳ تانسور رسانندگی برای یک پلاسمای کوانتومی سرد
۴۴	۱-۳-۳ چگالی جریان در یک پلاسمای کوانتومی
۴۵	۲-۳-۳ تانسور گذردهی برای یک پلاسمای کوانتومی
۴۶	۴-۳ رابطه‌ی پاشندگی خطی امواج در پلاسمای کوانتومی
۴۶	۱-۴-۳ رابطه‌ی پاشندگی برای امواج با فرکانس بالا در پلاسماهای کوانتومی
۴۷	۱-۱-۴-۳ مدهای موازی
۵۱	۲-۱-۴-۳ مدهای عمودی
۵۷	۵-۳ بررسی تعادل و پایداری در پلاسماهای کوانتومی
۵۷	۱-۵-۳ ناپایداری بر اثر در نظر گرفتن برخوردها
۵۹	۱-۱-۵-۳ بررسی امواج لانگمور در حضور جمله‌ی برخورد
۶۱	۲-۱-۵-۳ بررسی امواج غیرعادی در حضور جمله‌ی برخورد
۶۴	۲-۵-۳ ناپایداری چند جریانی
۷۴	۶-۳ جمع‌بندی

فصل چهارم: مطالعه‌ی رفتارهای غیر خطی در پلاسماهای کوانتومی ۷۶

۱-۴ مقدمه ۷۷

۱-۱-۴ معادلات فیزیک پلاسمای غیرخطی ۷۸

۲-۴ معادله‌ی کورته‌وگ-دووری ۷۹

۱-۲-۴ جواب‌های غیر خطی الکتروستاتیک در پلاسماهای کوانتومی ۸۰

۲-۲-۴ جواب‌های غیر خطی الکترومغناطیسی در پلاسماهای کوانتومی ۸۶

۳-۴ معادله‌ی شرودینگر غیرخطی ۹۱

۴-۴ جمع‌بندی ۹۸

فصل پنجم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات ۱۰۰

۱-۵ مقدمه ۱۰۱

۲-۵ نتیجه‌گیری ۱۰۲

۳-۵ پیشنهادات ۱۰۳

منابع ۱۰۵

پیوست ۱۰۸

فهرست شکل‌ها

- شکل (۱-۱). محدوده‌ی پلاسماهای کوانتومی و کلاسیکی و اهمیت نقش برخوردها ۶
- شکل (۲-۱). تعداد مقالات چاپ شده با موضوع پلاسماهای کوانتومی در نشریات ۹
- شکل (۳-۱). فلوجارت سازماندهی پایان‌نامه ۱۱
- شکل (۱-۲). یک شکل تابع توزیع ماکسولی ۱۷
- شکل (۱-۳). امواج الکترونی لانگمور در یک پلاسمای کوانتومی ۵۰
- شکل (۲-۳). نمودار پاشندگی امواج عادی الکترونی ۵۳
- شکل (۳-۳). نمودار پاشندگی امواج الکترونی غیر عادی بین فرکانس‌های قطع چپ و راست ۵۶
- شکل (۴-۳). نمودار پاشندگی امواج الکترونی غیر عادی در فرکانس‌های بسیار بالا ۵۶
- شکل (۵-۳). محدوده‌ی طول موج‌های پایدار بر اثر برخوردها ۶۱
- شکل (۶-۳). نقش اثرات برخورد بر روی امواج غیرعادی الکترونی در یک پلاسمای کوانتومی بین دو فرکانس قطع چپ و راست ۶۴
- شکل (۷-۳). محدوده‌ی پایداری امواج الکترونی لانگمیر با وجود یک جریان اولیه ۶۷
- شکل (۸-۳). امواج لانگمیر الکترونی در حضور جریان اولیه در یک پلاسمای کلاسیکی ۶۸
- شکل (۹-۳). امواج لانگمیر الکترونی در حضور جریان اولیه در یک پلاسمای کوانتومی ۶۸
- شکل (۱۰-۳). محدوده‌ی طول موج‌های پایدار و ناپایدار بر حسب اثرات کوانتومی در یک پلاسمای کوانتومی دو جریانی ۷۰
- شکل (۱۱-۳). نرخ رشد دامنه‌ی ناپایداری امواج الکترونی لانگمیر در یک پلاسمای کوانتومی دو جریانی ۷۰
- شکل (۱۲-۳). پایداری و ناپایداری امواج دورگه‌ی لانگمیر در یک پلاسمای کلاسیکی ۷۳
- شکل (۱۳-۳). پایداری و ناپایداری امواج دورگه‌ی لانگمیر در یک پلاسمای کوانتومی ۷۳
- شکل (۱۴-۳). پایداری و ناپایداری امواج دورگه‌ی لانگمیر در یک پلاسمای کوانتومی ۷۴
- شکل (۱-۴). موج تغییرات کمیت‌های پلاسمایی با سرعت فاز ۷۸

- شکل (۲-۴). امواج سالیونی الکتروستاتیک در یک پلاسمای کوانتومی با نسبتهای متفاوت دمای فرمی پوزیترونی به دمای فرمی الکترونی ۸۵
- شکل (۳-۴). امواج سالیونی الکتروستاتیک در یک پلاسمای کوانتومی با اثرات کوانتومی متفاوت ۸۶
- شکل (۴-۴). امواج سالیونی برای یک پلاسمای کوانتومی مغناطیده با نسبتهای متفاوت دمای فرمی پوزیترونی به دمای فرمی الکترون‌ها ۸۹
- شکل (۵-۴). امواج سالیونی برای یک پلاسمای کوانتومی مغناطیده با نسبتهای متفاوت سرعت فرمی الکترونی به سرعت آلفنی الکترونی ۹۰
- شکل (۶-۴). امواج سالیونی برای یک پلاسمای کوانتومی مغناطیده با اثرات کوانتومی متفاوت ۹۰
- شکل (۸-۴). محدوده پایداری سالیون‌ها در یک پلاسمای کوانتومی ۱۰۰

فصل اول

مقدمه

۱ فصل اول: مقدمه

۱-۱ کلیات

پلاسما به حالتی از ماده، یا به عبارت بهتر به گازی اطلاق می‌شود که کسر بسیار مهمی از اتم‌های آن یونیزه^۱ باشند [۱]. پدیده یونیزه شدن در یک گاز در دمای بسیار بالا اتفاق می‌افتد زیرا در این حالت انرژی اکترون‌های آزاد با ثابت بولتزمن^۲ به دمای آن‌ها وابسته است. در این دما الکترون‌های آزاد انرژی کافی دارند تا طی برخوردهایی که با اتم‌ها دارند، بتوانند الکترون دیگری را از قید هسته جدا کنند. انرژی لازم برای جدا شدن الکترون از قید هسته، که انرژی یونش نامیده می‌شود، در فرایند برخورد با الکترون آزاد تأمین شده و الکترون‌های آزاد دیگری تولید می‌شوند که خود موجب ادامه یونش می‌شوند و گاز به حالت پلاسما در می‌آید. طبق رابطه‌ی ساها^۳ هرگاه نسبت اتم‌های یونیزه به اتم‌های خنثی تقریباً برابر مقدار زیر باشد می‌توان آن گاز را پلاسما در نظر گرفت.

$$\frac{n_i}{n_n} \approx 2.4 \times 10^{21} \frac{T^{\frac{3}{2}}}{n_i} e^{-U_i/kT} \quad (1-1)$$

که در آن n_i و n_n به ترتیب تعداد اتم‌های یونیزه و خنثی هستند. همچنین T دمای پلاسما، k ثابت بولتزمن و U انرژی یونش گاز می‌باشد [۱].

هنگامی که گاز به حالت پلاسما می‌رود، رفتار متفاوتی از خود نشان می‌دهد. دو تفاوت اساسی که

بین یک پلاسما و گاز خنثی وجود دارد، رفتار جمعی^۴ ذرات و شبه خنثی^۵ بودن یک پلاسماست [۲].

¹ Ionization

² Boltzman constant

³ Saha

⁴ Collective behavior

⁵ Quasineutral

پلاسمایها را با توجه به دو پارامتر چگالی و دمای آنها دسته بندی می کنند. گستره ی وسیع چگالی و دمای یک پلاسما، آن را به یک حالت منحصر به فرد تبدیل کرده است. چگالی یک پلاسما می تواند بین 10^6 تا $10^{36} m^{-3}$ باشد و انرژی ذرات آن که همانطور که قبلا گفتیم به دمای پلاسما وابسته است، می تواند بین 0.1 تا $10^6 eV$ تغییر کند [۳]. پلاسمایها با دمای بالا و چگالی کم در محدوده ی پلاسمای کلاسیکی^۱ قرار می گیرند. دلیل اینکه این پلاسمایها را کلاسیکی می نامیم این است که ذرات تشکیل دهنده ی این پلاسمایها، از توابع توزیع ذرات کلاسیکی، یعنی تابع توزیع ماکسول بولتزمن پیروی می کنند. نزدیک ترین نوع از این پلاسمایها به کره ی زمین، یونسفر^۲ است که از ۱۵۰ کیلومتری سطح زمین شروع می شود و به طرف بالا ادامه می یابد. لایه های بالای یونسفر به شکل پلاسما هستند که توسط تابش امواج کوتاه برد در حوزه وسیعی، از طیف اشعه ی فرابنفش گرفته تا پرتوهای ایکس و همچنین به وسیله پرتوهای کیهانی و الکترون هایی که به آن برخورد می کنند یونیزه می شوند. مطالعه ی پلاسمای یونسفری به دلیل جذب پرتوهای ایکس، فرابنفش، بازتاب امواج کوتاه و پدیده ی قطع فرکانس های رادیویی اهمیت اساسی برای محققین دارد [۴]. ملاحظات نظری نشان می دهد که در دیگر سیاره های منظومه ی شمسی نظیر مشتری، زحل، اورانوس و نپتون نیز پلاسما در یونسفرهای آنها وجود خواهد داشت. فضای بین سیاره ای نیز از پلاسما تشکیل شده است که شامل یک میدان مغناطیسی ضعیف است. بادهای خورشیدی، تخلیه های الکتریکی و پلاسمای درون راکتورهای همجوشی هسته ای از انواع دیگر این پلاسمایها هستند.

¹ Classical plasma

² Ionospheric

۱-۱-۱ پلاسماهای کوانتومی

هنگامی که یک پلاسما سرد می‌شود، انرژی آن کاهش یافته و ذرات پلاسما به سمت تبهگن شدن پیش می‌روند. در این حالت تابع توزیع ذرات تغییر کرده و ذرات رفتار متفاوتی از خود نشان می‌دهند. چون در یک پلاسما الکترون‌ها و پوزیترون‌ها زودتر از باقی ذرات سنگین‌تر تبهگن می‌شوند، تابع توزیع آنها از تابع ماکسول-بولتزمن به تابع فرمی-دیراک که یک تابع توزیع برای ذرات کوانتومی می‌باشد، تغییر می‌کند. به عبارت دیگر، کاهش انرژی ذرات و نزدیک شدن آنها به سمت انرژی فرمی باعث می‌شود ماهیت کوانتومی این فرمیون‌ها به میزان قابل توجهی خواص ماکروسکوپی‌شان را تحت تاثیر قرار دهد. بنابراین اصطلاحاً می‌گوییم پلاسما کوانتومی شده و یا اثرات کوانتومی در آن محسوس شده است. در این هنگام فیزیک حاکم بر پلاسما با نظریات کلاسیکی قابل توجیه نیست و باید از مفاهیم کوانتومی بهره ببریم.

۱-۱-۲ محدوده‌ی حضور اثرات کوانتومی در پلاسما

رفتارهای کوانتومی در پلاسماهایی با دما و چگالی معمولی قابل نظر کردن هستند. اما با کاهش دما هنگامی که دمای پلاسما به سمت دمای فرمی نزدیک می‌شود این رفتارها پررنگ‌تر می‌گردند. انرژی فرمی برای یک سیستم فرمیونی با رابطه‌ی زیر داده می‌شود.

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2)^{2/3} n^{2/3} \quad (۲-۱)$$

و بنابراین دمای فرمی برابر است با:

$$T_F = \frac{E_F}{k_B} = \frac{\hbar^2}{2m_e k_B} (3\pi^2)^{2/3} n_e^{2/3} \quad (۳-۱)$$

نسبت دمای فرمی به دمای پلاسما را با λ نمایش می‌دهیم و پارامتر تبهگنی می‌نامیم. هر گاه این پارامتر بزرگ‌تر یا مساوی یک باشد، تمام ذرات در سطح فرمی هستند و کاملاً تبهگن شده‌اند و بنابراین

پلازما کوانتومی می‌شود:

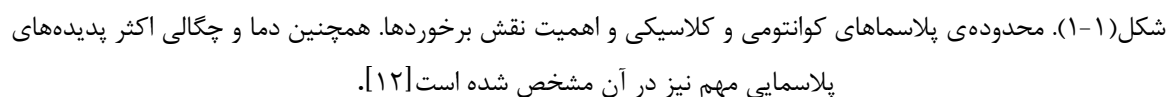
$$\chi = \frac{T_F}{T} = \frac{\hbar^2}{2m_e k_B T} (3\pi^2)^{2/3} n_e^{2/3} \quad (۴-۱)$$

دمای یک پلازما کمیتی بسیار متغیر است و اندازه‌گیری آن دشوار است. اما به جای آن اگر در پلازما چشمه و چاه نداشته باشیم، چگالی ذرات ثابت است. بنابراین می‌توانیم رابطه‌ی (۴-۱) را برحسب چگالی بنویسیم. با معرفی طول موج گرمایی دبروی^۱، $\lambda_B = \frac{\hbar}{(2\pi m k_B T)^{1/2}}$ و شرط $\chi \geq 1$ در رابطه‌ی (۴-۱) خواهیم داشت.

$$\frac{1}{2} (3\pi^2)^{2/3} (n_e \lambda_B^3)^{2/3} \geq 1 \quad (۵-۱)$$

بنابراین شرط اینکه پلازما کوانتومی شود این است که $\lambda_B \geq n^{-1/3}$. در یک تعریف کاملاً یکسان می‌توان گفت، با افزایش چگالی در یک پلازما، اثرات کوانتومی در آن محسوس می‌شود. از این رو پلاسماهای کوانتومی را گاهی پلاسماهای چگال نیز می‌نامند. شکل (۱-۱) که از رسم لگاریتمی رابطه‌ی (۴-۱) به‌دست آمده است، به طرز روشنی محدوده‌ی پلاسماهای کوانتومی و کلاسیکی را به ازای مقادیر مختلف چگالی و دمای پلازما نشان می‌دهد. پدیده‌های پلاسمایی با چگالی و دمای متفاوت نیز در آن گنجانیده شده تا بهتر درک شود.

¹ De Broglie



به دلیل متحرک بودن ذرات یک پلاسما ، پدیده‌ی برخورد بین ذرات در یک پلاسما همواره وجود دارد. برخوردها در یک پلاسما از نوع کولنی هستند و می‌توانند بین ذرات همانام و یا غیر همانام صورت گیرند. این که چه هنگام اثر برخوردها در یک پلاسما مهم شده و بر روی رفتار سیستم تاثیر می‌گذارد، توسط پارامتر جفت شدگی تعیین می‌گردد. پارامتر جفت شدگی نسبت انرژی داخلی پلاسما E_{in} به متوسط انرژی جنبشی ذرات تشکیل دهنده‌ی آن E_k می‌باشد و آن را با Γ نشان می‌دهیم. انرژی داخلی پلاسما برای تمام پلاسماها با چگالی آن‌ها بصورت زیر رابطه دارد.

بنابراین برای پلاسماهای کلاسیکی پارامتر جفت شدگی خواهد شد:

7

$$\Gamma_C = \frac{E_{\text{int}}}{E_K} = \frac{e^2 n_e^{1/3}}{k_B T} \quad (Y-1)$$

اگر در یک پلاسمای کلاسیکی این پارامتر بزرگتر از یک شود یعنی انرژی داخلی در قیاس با انرژی جنبشی بزرگتر باشد باید برخوردها را در نظر گرفت، در غیر این صورت می‌توان از برخوردها صرف نظر نمود. محدوده‌ی این پارامتر در پلاسما نیز در شکل (۱-۱) مشخص شده است. برای یک پلاسمای کاملاً تبهگن تمام ذرات در سطح فرمی هستند و دارای انرژی فرمی هستند. پارامتر جفت شدگی برای این پلاسماها با رابطه‌ی زیر داده شده است.

$$\Gamma_Q = \frac{E_{\text{int}}}{E_K} = \frac{E_{\text{int}}}{E_F} = \frac{2}{(3\pi^2)^{2/3}} \frac{m_e e^2}{\hbar^2 n_e^{1/3}} \sim \left(\frac{\hbar \omega_p}{2k_B T_F} \right)^2 \quad (\lambda-1)$$

مانند مشابه کلاسیکی، هرگاه این پارامتر برای یک پلاسمای کوانتومی بزرگتر از یک شود، نقش برخوردها در این پلاسماها مهم شده و در معادلات توصیف پلاسماهای کوانتومی باید در نظر گرفته شود. در فصل سوم به طور مفصل به این موضوع خواهیم پرداخت.

۱-۱-۳ اثرات خطی و غیر خطی

منظور ما از اثرات خطی، توصیف رفتار پلاسما با استفاده از معادلاتی است که در آن‌ها متغیرهای وابسته با توان‌های بیشتر از یک وارد نمی‌شوند. در فرایند خطی سازی جملات مرتبه‌ی بالاتر را بسیار کوچک در نظر می‌گیریم تا این امکان را داشته باشیم که در یک زمان تنها یک مولفه‌ی فوریه را در نظر بگیریم و اطمینان داشته باشیم که هر موج سینوسی را می‌توان به سادگی با تشکیل توزیع مناسبی از مولفه‌های فوریه بررسی کرد. تا هنگامی که دامنه‌ی موج به اندازه‌ی کافی کوچک باشد که معادلات خطی معتبر بمانند، این بسیار مفید خواهد بود. اما در بسیاری از آزمایش‌ها، امواج را به هنگام مشاهده نمی‌توان با خطی‌سازی توصیف کرد. زیرا طبق نظریه‌ی خطی دامنه‌ی آن‌ها باید به طور نمایی افزایش یابد اما در واقعیت دامنه‌ی این امواج دامنه نمو بیشتری پیدا نمی‌کند و این به این معناست که نظریه خطی دیگر

اعتبار ندارد و اثرهای غیرخطی دامنه را محدود می‌کند. این اثرات غیر خطی می‌توانند به دلیل میرایی لاندائو، از بین رفتن موج و تبدیل شدن به انرژی گرمایی و یا تغییر شکل موج از سینوسی به مثلثی غیر متقارن و... باشند.

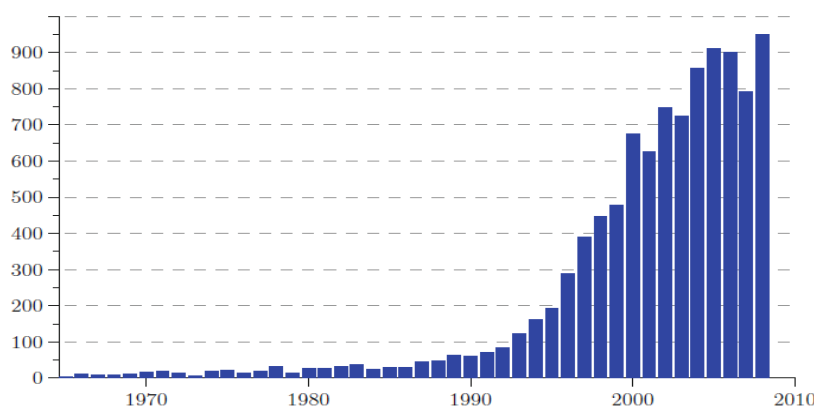
۱-۴ مفهوم مطالعه‌ی پلاسما در فرکانس‌های بالا

منظور از فرکانس بررسی یک پلاسما، مقیاس بازه‌ی زمانی مشاهده‌ی پدیده‌ها و رفتارهای یک پلاسماست. اگر بازه زمانی مشاهدات خیلی کوچک باشد و پدیده‌های سریعی که خیلی زود از بین می‌روند را بررسی کنیم، پلاسما را در فرکانس بالا بررسی کرده‌ایم. بسیاری از امواج در مقیاس زمانی خیلی کوچک یعنی فرکانس‌های بالا قابل مشاهده هستند. اما اگر بازه‌ی زمانی مطالعه را به اندازه‌ی کافی بزرگ بگیریم و به سیستم اجازه دهیم تا رفتارهای بلند مدت‌تر خود را نشان دهد، آنگاه پلاسما را در مقیاس فرکانس پایین بررسی کرده‌ایم. امواج آکوستیکی، مغناطوسوتی و آلفنی در فرکانس‌های پایین قابل مطالعه می‌باشند. یک مثال ساده برای درک بهتر موضوع، پدیده‌ی شبه خنثائیت در یک پلاسماست. این پدیده از مهمترین خصوصیات یک پلاسماست. اگر در پلاسما تعداد ذرات با بارهای مخالف نامساوی باشند، یک چگالی الکتریکی موضعی خالص در پلاسما ایجاد می‌شود. نیروی حاصل از میدان الکتریکی این بار خالص، تمایل به همگن شدن چگالی موضعی دارد. حال این رفتار پلاسما را در دو مقیاس فرکانس بالا و پایین بررسی می‌کنیم. در فرکانس‌های پایین که مقیاس زمانی به اندازه کافی بزرگ است، سیستم این فرصت را دارد تا در ناحیه‌ای که چگالی موضعی وجود دارد از تعداد گونه‌ی بیشتر کاسته و چگالی ذرات با بارهای مثبت و منفی در سیستم کاملاً باهم برابر می‌شود ($n_+ = n_-$) که به شرط شبه خنثائیت مشهور است. اما در بررسی فرکانس بالا ما قبل از اینکه سیستم این فرصت را داشته باشد، پلاسما را مورد مطالعه قرار می‌دهیم و چگالی بار هنوز وجود دارد. بنابراین به جای شرط شبه خنثائیت از معادله پواسون $\nabla \cdot E = q(n_+ - n_-)$ استفاده می‌شود. بنابراین مفهوم فرکانس بالا و پایین تنها به مقیاس زمانی مشاهدات

مربوط می‌شود.

۲-۱ ضرورت و اهداف مطالعه

اخیرا با توجه به دسترسی به دماهای بسیار پایین، توجه به خواص کوانتومی پلاسما در میان علاقمندان افزایش یافته است. شکل (۲-۱) تعداد مقالات چاپ شده در مجلات معتبر با موضوع پلاسماهای کوانتومی را از سال ۱۹۶۰ نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشخص است، تعداد این مقالات در طی دهه‌های اخیر افزایش خیره‌کننده‌ای داشته است.



شکل (۲-۱). تعداد مقالات چاپ شده با موضوع پلاسماهای کوانتومی در نشریات بین‌المللی در هر سال [۶].

بنابراین با افزایش روزافزون مقالات و نشریات در مورد پلاسماهای کوانتومی، عدم تجزیه و تحلیل دقیق از فرضیات ساخته شده و محدودیت‌های مربوط به اکثر مدل‌های کوانتومی که برای پلاسما بکار می‌رود، به طور فزاینده آشکار است. یکی از اهداف ما در این پایان‌نامه ارائه‌ی مدل‌هایی جامع برای توصیف پلاسماهای کوانتومی بوده که در فرکانس‌های بالا و پایین معتبر باشد. همچنین مطالعه‌ی این پلاسماها به دلیل اینکه چگالی‌هایی قابل مقایسه با چگالی جامدات و دماهایی در حدود چند الکترون ولت دارند و می‌توان آن‌ها را زیر مجموعه‌ای از فیزیک ماده چگال در نظر گرفت و پدیده‌هایی همچون پدیده تونل‌زنی، دیودهای کوانتومی، لیزرهای حالت جامد و غیره را با استفاده از آن‌ها توصیف کرد، ضروری

خواهد بود [۱۲]. رفتار جمعی شبه پلاسمایی ذرات کوانتومی در فلزات بطور تئوری و آزمایشگاهی در فیزیک حالت جامد مطالعه می‌شود و مدهای اپتیکی و مدهای الکتروستاتیکی مانند پلاسمون‌ها و فونون‌ها را توصیف می‌کند [۱۳، ۱۴]. اثرات کوانتومی همچنین امواج خطی و غیر خطی برانگیخته شده در پلاسما مانند امواج یون-آکوستیکی را متحول کرده که برای توصیف آن‌ها به روابط پاشندگی جدیدی نیاز می‌باشد. از سوی دیگر این پلاسماها اخیراً کاربرد وسیعی در علوم جدید پیدا کرده‌اند و مطالعه‌ی آن‌ها از این نظر نیز بسیار مفید خواهد بود. از جمله‌ی این کاربردها، لیزرهای اشعه ایکس بوده که به تازگی با متمرکز نمودن توالی شدیدی از تابش مافوق کوتاه نور قرمز به روی ذرات پلاسمای کوانتومی ساخته شده است. چنین لیزری می‌تواند یک منبع آزمایشگاهی فشرده پرتوهای ایکس را مانند یک پرتوی لیزر در یک جهت ساطع نمایند و اجازه خواهد داد تصاویر اشعه ایکس با وضوح بسیار بالاتر و سطوح بسیار کوچک‌تری ثبت شود. میکروسکوپ مجهز با این منبع اندازه نانومتری مولکول‌های زیستی را در محیط طبیعی داخل بدن قابل مشاهده خواهد ساخت [۶]. استفاده از این پلاسماها در ساخت قطعات فوق ریز پلاسمونیک، نیم رساناها و قطعات نانو از دیگر کاربرد این پلاسماها خواهد بود [۱۲].

۳-۱ ساختار پایان‌نامه

این پایان‌نامه مشتمل بر پنج فصل تدوین شده است:

پس از مقدمه فصل اول، در فصل دوم مروری بر مدل‌های توصیف پلاسماهای کلاسیکی پرداخته و سپس چند نمونه از مدل‌های جدیدی که بر اساس مفاهیم و ریاضیات غیرکلاسیکی بنا شده است را ارائه می‌دهیم. از این مدل‌ها در فصل‌های بعدی پایان‌نامه برای توصیف رفتار پلاسماهای کوانتومی بهره می‌بریم. در فصل سوم با استفاده از معادلات سیالی کوانتومی (QHD)^۱ که در فصل قبل به آن دست یافته بودیم، به بررسی روابط پاشندگی خطی امواج در فرکانس‌های بالا و پایین و تعادل و پایداری آن‌ها در

¹ Quantum Hydrodynamic

```
graph TD; A[فصل اول: مقدمه] --> B[فصل دوم: ارائه‌ی مدل‌های توصیف پلاسماهای کوانت]; B --> C[فصل سوم: مطالعه‌ی رفتارهای خطی پلاسماهای کوانت]; C --> D[فصل چهارم: مطالعه‌ی رفتارهای غیرخطی پلاسماهای کوانت]; D --> E[فصل پنجم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات];
```

فصل اول: مقدمه

فصل دوم: ارائه‌ی مدل‌های توصیف پلاسماهای کوانت

فصل سوم: مطالعه‌ی رفتارهای خطی پلاسماهای کوانت

فصل چهارم: مطالعه‌ی رفتارهای غیرخطی پلاسماهای کوانت

فصل پنجم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات

“ ”

فصل دوم

ارائه‌ی مدل‌های توصیف پلاسماهای
کوانتومی

۲ فصل دوم: ارائه‌ی مدل‌های توصیف پلاسماهای کوانتومی

۱-۲ مقدمه

آنچه تحلیل پلاسما را مشکل می‌سازد گستره‌ی بسیار وسیع چگالی آن است. پلاسما می‌تواند بسیار رقیق باشد بطوریکه برای توصیف آن مسیرهای حرکت هر ذره را به تنهایی مورد مطالعه قرار داد. گاهی دارای چگالی متوسطی در حدود یک سیال معمولی هستند و رفتار آن‌ها در معادلات ساده هیدرودینامیکی صدق می‌کند و اخیراً نیز مطالعه‌ی پلاسماهای بسیار چگال مورد توجه قرار گرفته که در برخی موارد چگالی‌ای در حدود چند برابر چگالی یک فلز خواهند داشت [۱۲]. تفاوتی که در توصیف یک پلاسما با سیال معمولی وجود دارد این است که ذرات تشکیل دهنده‌ی پلاسما حاوی بارهای الکتریکی هستند و این موجب ایجاد میدان‌های خودسازگار در پلاسما شده که بر روی حرکت ذرات تاثیر می‌گذارد. برای بررسی پاسخ پلاسما به میدان‌های خود سازگار E و B از معادلات ماکسول استفاده می‌کنیم. روش‌هایی که در حل این مسئله خود سازگار برای پلاسما به کار می‌روند را یک مدل توصیف پلاسما می‌نامند. یک مدل توصیف پلاسما باید این توانایی را داشته باشد که بطور قابل قبولی رفتار یک پلاسما را شرح دهد. ساده‌ترین مدلی که برای یک پلاسما بکار می‌رود بررسی رفتار تک تک ذرات با استفاده از نیروی لورنتس می‌باشد. با این مدل ساده بسیاری از رفتارهای ذرات پلاسما مانند بسامد سیکلوترونی، شعاع لارمور و بسیاری از سرعت‌های سوق ذرات تشکیل دهنده‌ی پلاسما را می‌توان به دست آورد اما به طور کلی یک مدل خام بوده و در بسیاری از موارد قابل استفاده نیست. برای مثال برای بررسی یک پلاسمای کوانتومی با چگالی 10^{36} ذره بر متر مکعب این مدل غیر قابل کاربرد خواهد بود. مدل دیگری که در توصیف پلاسما به کار می‌رود مدل سیالی بوده که در آن از حرکت تک تک ذرات صرف نظر کرده و

تمام اجزای پلاسما را به عنوان جزیی از یک سیال در نظر می‌گیرند. روابط مدل سیالی برای پلاسمای کلاسیکی از معادلات هیدرودینامیک کلاسیکی به همراه معادلات الکترومغناطیسی و برای پلاسماهای کوانتومی که تمرکز اصلی ما بر روی آن خواهد بود از مفاهیم کوانتومی و تابع موج کوانتومی که در بخش‌های بعد مفصل به آن می‌پردازیم، به دست می‌آید. مدل دیگری که برای توصیف پلاسما مورد استفاده قرار می‌گیرد، به مدل نظریه‌ی جنبشی مشهور است و در آن از تابع توزیع اندازه حرکت ذرات پلاسما، برای تشریح رفتار آن بهره می‌برند. در این فصل بطور خیلی خلاصه به مدل سیالی (HD) و مدل نظریه‌ی جنبشی در پلاسماهای کلاسیکی می‌پردازیم و سپس با استفاده از مفاهیم اصلی مکانیک کوانتومی به عنوان اساس کار، شکل جدید این دو مدل را برای پلاسماهای کوانتومی به دست می‌آوریم.

۲-۲ مدل‌های توصیف پلاسماهای کلاسیکی

۱-۲-۲ مدل سیالی برای پلاسماهای کلاسیکی (HD)

رفتار یک سیال معمولی همواره از معادله ناویر-استوکس^۱ پیروی می‌کند [۱].

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right] = -\nabla p + \rho \nu \nabla^2 \vec{u} \quad (۱-۲)$$

که در آن ρ چگالی، u سرعت سیالی، p فشار سیال و ν فرکانس برخورد می‌باشد. اکثر پلاسماهای مهم کلاسیکی که مورد بررسی قرار می‌گیرند را می‌توان به عنوان یک سیال مغناطیده در نظر گرفت. بنابراین می‌توان شکل جدیدی از رابطه‌ی (۱-۲) که اثرات الکترومغناطیس در آن لحاظ شده باشد را برای بررسی این پلاسماها به کار برد. برای شروع، نیروی لورنتس که اساس مدل تک ذره ای می‌باشد را معرفی می‌کنیم.

¹ Navier-Stokes

$$m \frac{dV}{dt} = q(E + V \times B) \quad (2-2)$$

این رابطه برای یک ذره‌ی منفرد به کار می‌رود اما اگر ما یک جز از سیال را در نظر بگیریم باید به جای مشتق زمانی رابطه‌ی بالا، مشتق همرفتی را جایگزین نماییم. همچنین در طرف راست علاوه بر نیروهای الکترومغناطیسی باید نیروی ناشی از فشار سیال را نیز وارد کنیم. بنابراین خواهیم داشت.

$$mn \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \right) \vec{u} = nq(E + \vec{u} \times B) - \nabla p \quad (3-2)$$

که در آن n چگالی ذرات در واحد حجم می‌باشد. رابطه‌ی (۳-۲) را معادله‌ی حرکت برای یک پلاسمای کلاسیکی می‌نامند و اولین معادله از سری معادلات سیالی (HD) می‌باشد.

دومین رابطه‌ی از مدل سیالی معادله‌ی پیوستگی^۱ بوده و از شرط پایستگی تعداد کل ذرات در حجم V پلازما به دست می‌آید. اگر چشمه و چاهک در سیستم وجود نداشته باشد، شکل معادله پیوستگی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\vec{u}) = 0 \quad (4-2)$$

معادله‌ی پیوستگی و حرکت به همراه معادلات ماکسول، دستگاه معادلات مدل سیالی کلاسیکی را تشکیل می‌دهند. اگر فشار گرمایی نیز در پلازما وجود داشته باشد، باید معادله‌ی حالت^۲ که با رابطه‌ی (۵-۲) نشان داده شده است را نیز به آن‌ها اضافه کنیم.

$$p = C\rho^\gamma \quad (5-2)$$

که در آن $\rho = mn$ و γ نسبت گرمای ویژه در فشار ثابت به گرمای ویژه به حجم ثابت و C عددی ثابت می‌باشد.

^۱Equation of continuity

^۲Equation of state

۲-۲-۲ مدل نظریه‌ی جنبشی برای پلاسماهای کلاسیکی

نظریه‌ی سیالی که تاکنون توضیح دادیم، سادترین توصیف پلاسماست. با اینکه این مدل می‌تواند اکثر پدیده‌های مشاهده شده در پلاسما را توصیف کند، اما پدیده‌هایی وجود دارند که بررسی سیالی برای توصیف آن‌ها کافی نیست. میرایی لاندائو^۱ یا همان میرایی موج در پلاسما بدون اتلاف انرژی، یکی از مهمترین پدیده‌هایی است که توسط نظریه سیالی قابل توجیه نیست. یکی دیگر از روش‌های توصیف پلاسما نظریه‌ی جنبشی می‌باشد، که در آن برای بررسی پلاسما توزیع سرعت ذرات تشکیل دهنده‌ی آن را در نظر می‌گیرند. سرعت ذرات در پلاسمای کلاسیکی از تابع توزیع سرعت ماکسول-بولتزمن پیروی می‌کنند. از آنجا که دمای بالا و چگالی کم از مشخصه‌های بارز پلاسماهای کلاسیکی است، برخوردها در آن به ندرت صورت می‌گیرند. بنابراین انحراف تابع توزیع سرعت ذرات، از توزیع ماکسولی در اثر اتلاف انرژی بر اثر برخورد خیلی آهسته خواهد بود. انحراف تابع توزیع ذرات یک پلاسمای کلاسیکی از تابع توزیع ماکسولی موجب ناپایداری در پلاسما خواهد شد [۲].

۲-۲-۱ تابع توزیع ماکسول بولتزمن

در یک پلاسمای کلاسیکی، که ذرات آن توزیع‌های آماری کلاسیکی دارند، سرعت تمام ذرات در همه جا ماکسولی در نظر گرفته می‌شود یعنی ذرات آن از تابع سرعت ماکسول-بولتزمن پیروی می‌کنند. تابع سرعت ماکسولی شامل هفت متغیر، سه مولفه‌ی سرعت، سه مولفه‌ی مکان و زمان بوده که به اختصار به صورت زیر نشان داده می‌شود.

$$f = f(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad (۲-۶)$$

چگالی ذراتی که در یک زمان و مکان مشخص، سرعت بین V و $V + dV$ را دارند با انتگرال گیری

^۱Landau damping

از رابطه بالا به دست می‌آید.

$$n(r, t) = \int_v^{v+dv} f(\vec{r}, \vec{v}, t) d^3v \quad (7-2)$$

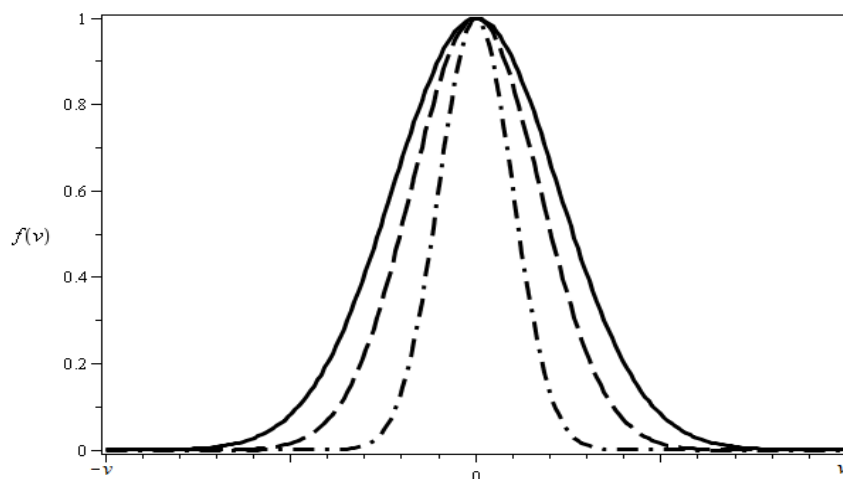
بنابراین می‌توان چگالی کل ذرات در هر لحظه در پلاسما را از انتگرال گیری رابطه‌ی فوق از $-\infty$ تا $+\infty$

بدست آورد. یک شکل بهنجار شده تابع توزیع ماکسولی در پلاسماهای کلاسیکی داغ با رابطه‌ی (۸-۲) نشان داده شده است.

$$f_m = \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp(-v^2 / v_{th}^2) \quad (8-2)$$

که در آن k_B ثابت بولتزمن، T دمای پلاسما و v_{th} سرعت گرمایی ذرات می‌باشد. شکل (۱-۲) نمودار

این تابع توزیع را نشان می‌دهد.



شکل (۱-۲). یک شکل تابع توزیع ماکسولی سرعت که به چگالی نرمالایز شده است برای سرعت‌های گرمایی متفاوت. با افزایش سرعت گرمایی نمودار پهن‌تر می‌شود.

۲-۲-۲-۲ معادلات نظریه‌ی جنبشی برای پلاسماهای کلاسیکی

در مدل جنبشی کلاسیکی از تغییرات تابع توزیع سرعت نسبت به زمان استفاده می‌کنیم.

$$\frac{df}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c \quad (9-2)$$

جمله داخل پرانتز تغییرات تابع توزیع سرعت بر اثر برخورد را نشان می‌دهد. چون تابع توزیع شامل

هفت متغیر می‌باشد، مشتق زمانی رابطه‌ی (۹-۲) را بصورت مشتق‌های جزئی می‌نویسیم.

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial v_x} \frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial v_y} \frac{\partial v_y}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial v_z} \frac{\partial v_z}{\partial t} \quad (10-2)$$

با قرار دادن نیروی لورنتس به جای نیرو $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$ در رابطه (۱۰-۲)، می‌توانیم رابطه‌ی (۹-۲) را به صورت

زیر بنویسیم.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f + \frac{1}{m} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c \quad (11-2)$$

رابطه‌ی فوق به رابطه‌ی بولتزمن معروف می‌باشد. همانطور که قبلاً گفتیم در یک پلاسما به اندازه

کافی داغ می‌توان از تغییرات تابع توزیع بر اثر برخوردها صرف نظر نمود. بنابراین معادله‌ی (۱۱-۲) را به

شکل زیر که معادله ولاسوف^۱ نامیده می‌شود، می‌نویسیم.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f + \frac{1}{m} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (12-2)$$

این معادله به علت سادگی، متداول‌ترین رابطه‌ای است که در نظریه جنبشی کلاسیک استفاده

می‌شود.

۳-۲ مدل‌های توصیف پلاسماهای کوانتومی

پس از این مقدمه در مورد مدل‌های پلاسماهای کلاسیکی، حال نوبت آن رسیده تا در مورد مدل‌هایی

که می‌توانیم بوسیله‌ی آن‌ها پلاسماهای کوانتومی را تشریح کنیم، بحث نماییم. کلیه‌ی مدل‌های توصیف

پلاسماهای کوانتومی از یک یا چند طریق، بر مبنای معادله‌ی شرودینگر برای توابع موج ذرات تشکیل

دهنده‌ی پلاسما بدست آمده‌اند. همچنین تمامی آن‌ها غیر نسبیتی هستند یعنی بدلیل اینکه سرعت فاز

¹ Vlasov equation

در آن‌ها خیلی کوچک‌تر از سرعت نور است، از اثرات نسبیتی در آن‌ها صرف نظر شده است. در ارائه‌ی مدل‌های پلاسمای کوانتومی باید تمام ذرات را کوانتومی فرض کنیم. یعنی ذرات تشکیل دهنده‌ی پلازما را متشکل از فرمیون‌ها و بوزون‌ها که توابع توزیع کوانتومی دارند، در نظر بگیریم. همان‌طور که می‌دانیم در مکانیک کوانتومی از مفاهیم احتمال استفاده می‌کنیم، بنابراین باید در به‌دست آوردن شکل جدید معادلات، احتمال حضور ذره را در نظر بگیریم. یکی دیگر از محدودیت‌هایی که به ذرات کوانتومی وارد می‌شود اصل عدم قطعیت است که امکان اندازه‌گیری مکان و تکانه یک ذره را در یک لحظه بخصوص غیر ممکن می‌سازد. یک اصل در هر دو مدلی که برای پلاسمای کوانتومی ارائه می‌دهیم مشترک است و آن تقریبی است که در آن‌ها به کار می‌بریم. با معرفی این تقریب که به تقریب هارتری-فوک^۱ معروف است این بخش را آغاز می‌کنیم.

۲-۳-۱ تقریب هارتری-فوک

در مدل سیالی کلاسیک، هر ذره را جز یک سیال فرض کردیم و از رفتار تک تک ذرات صرف نظر کردیم. یک رهیافت متفاوت در مکانیک کوانتومی منجر به تقریب هارتری می‌شود. طبق این تقریب N معادله‌ی شرودینگر مستقل برای N ذره‌ی باردار با تابع موج ψ می‌توانند با یکدیگر کوپل شده و در یک معادله‌ی شرودینگر صدق کنند. به عبارت دیگر در این تقریب به جای توابع موج تمام ذرات، یک تابع موج کل برای تمام ذرات پلازما در نظر می‌گیریم [۱۱].

$$\psi(q_1, q_2, \dots, q_{N-1}, q_N, t) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} \psi_1(q_1, t) & \psi_2(q_1, t) & \psi_3(q_1, t) & \dots & \psi_N(q_1, t) \\ \psi_1(q_2, t) & \psi_2(q_2, t) & \psi_3(q_2, t) & \dots & \psi_N(q_2, t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_1(q_N, t) & \psi_2(q_N, t) & \psi_3(q_N, t) & \dots & \psi_N(q_N, t) \end{vmatrix} \quad (۱۳-۲)$$

^۱Hartree-Fock Approximation

همچنین مانند بخش قبل هنگامی که پلاسما را بصورت یک مجموعه کلی از این ذرات در نظر می‌گیریم، تنها یک میدان کلی (مغناطیسی یا الکتریکی) که متوسط این میدان‌ها می‌باشد را به عنوان میدان خودسازگار در نظر می‌گیریم. ابتدا مدل سیالی را برای پلاسمای کوانتومی شرح می‌دهیم.

۲-۳-۲ مدل سیالی برای پلاسماهای کوانتومی (QHD)

در پلاسماهای کوانتومی، معادلات مگنوهیدرودینامیک کوانتومی (QHD) از پایستگی الکترون، تکانه الکترون و همچنین معادله‌ی پواسون بوسیله‌ی مدلاسیون تابع موج الکترون در معادله‌ی شرودینگر غیر خطی بدست می‌آیند. معادله‌ی شرودینگر غیرخطی همان معادله‌ی شرودینگر آشنای مکانیک کوانتومی می‌باشد با این تفاوت که پتانسیل در جمله‌ی آخر آن به خود ψ وابسته بوده و در نتیجه معادله، یک معادله غیر خطی می‌شود. این معادله کاربرد گسترده‌ای در توجیه پدیده‌های غیرخطی فیزیک کوانتوم دارد. در اپتیک غیر خطی از آن برای بررسی امواج در ارتباطات فوق سریع استفاده می‌شود [۹]. همچنین در مکانیک سیالات کوانتومی برای مطالعه‌ی دامنه‌ی یک موج غیر خطی در یک سیال و در پلاسمها برای بررسی تعادل و پایداری سالیتون‌های تاریک از این معادله استفاده می‌شود [۱۲].

برای شروع، معادله‌ی شرودینگر غیر خطی را که با رابطه‌ی (۲-۱۴) نشان داده شده است را معرفی می‌کنیم.

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi - U_0(|\psi|^2)\psi = 0 \quad (2-14)$$

در رابطه‌ی فوق جمله‌ی $U_0(|\psi|^2)$ همان پتانسیل غیر خطی می‌باشد. برای به دست آوردن معادلات سیالی کوانتومی (QHD)، باید مفهوم شبه سیال کوانتومی^۱ را برای یک سیستم N ذره ای از ذرات کوانتومی به کار ببریم. همانطور که اشاره شد چگالی پلاسماهای کوانتومی بسیار بیشتر از سیالات

^۱ Quantum fluid-like

کلاسیکی می‌باشد اما چون ذرات تشکیل دهنده‌ی یک پلاسمای کوانتومی مقید نیستند، از خود رفتار یک سیال را نشان می‌دهند، به همین دلیل پلاسماهای کوانتومی را شبه سیال می‌نامیم. بنابراین از تابع موجی که خاصیت سیالی پلاسمای را در برداشته باشد، استفاده می‌کنیم. با این کار اصطلاحاً تابع موج را مدوله کرده‌ایم یعنی به ذرات کوانتومی خاصیت شبه سیالی بخشیده‌ایم. برای این منظور از تابع موج زیر استفاده می‌کنیم.

$$\psi = \sqrt{n} e^{i\varphi/\hbar} \quad (15-2)$$

که در رابطه‌ی فوق n چگالی و φ دارای بعد انرژی می‌باشد. با قرار دادن این رابطه در رابطه (۱۴-۲) خواهیم داشت.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (\sqrt{n} e^{i\varphi/\hbar}) + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 (\sqrt{n} e^{i\varphi/\hbar}) - U_0 (n \sqrt{n} e^{i\varphi/\hbar}) = 0 \quad (16-2)$$

پس از ساده سازی رابطه‌ی فوق به رابطه‌ی زیر می‌رسیم.

$$i\hbar \frac{\partial \sqrt{n}}{\partial t} - \sqrt{n} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} [\nabla^2 \sqrt{n} - \frac{\sqrt{n}}{\hbar^2} (\nabla \varphi)^2 + \frac{i\sqrt{n}}{\hbar} \nabla^2 \varphi + 2 \frac{i}{\hbar} (\nabla \sqrt{n} \cdot \nabla \varphi)] - U_0 (n \sqrt{n}) = 0 \quad (17-2)$$

قسمت‌های حقیقی و موهومی رابطه‌ی (۱۷-۲) را جداگانه برابر صفر قرار می‌دهیم. قسمت‌های حقیقی با رابطه‌ی (۱۸-۲) نشان داده شده است.

$$-\sqrt{n} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \sqrt{n} - \frac{\sqrt{n}}{2m} (\nabla \varphi)^2 - U_0 (n \sqrt{n}) = 0 \quad (18-2)$$

از طرفین رابطه‌ی (۱۸-۲) گرادینان می‌گیریم و پس از ساده سازی به رابطه‌ی زیر می‌رسیم.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \varphi) = \frac{\hbar^2}{2m} (\nabla \cdot \frac{\nabla^2 \sqrt{n}}{\sqrt{n}}) - \nabla \cdot \frac{(\nabla \varphi)^2}{2m} - \nabla (n U_0) \quad (19-2)$$

همانطور که در بالا ذکر شد، φ کمیتی است که بعد انرژی دارد، بنابراین $\nabla \varphi$ از جنس تکانه خواهد

بود و آن را به صورت $m u$ می‌نویسیم. با جایگذاری در (۱۹-۲) خواهیم داشت.

$$\frac{\partial}{\partial t}(mu) = \frac{\hbar^2}{2m}(\nabla \cdot \frac{\nabla^2 \sqrt{n}}{\sqrt{n}}) - mu \cdot \nabla u - F \quad (20-2)$$

و یا بطور معادل:

$$(\frac{\partial}{\partial t} + u \cdot \nabla) u = -\frac{e}{m}(E + u \times B) + \frac{\hbar^2}{2m^2}(\nabla \cdot \frac{\nabla^2 \sqrt{n}}{\sqrt{n}}) \quad (21-2)$$

که در آن به جای $F = n\nabla U_0$ ، نیروی لورنتس را جایگزین کرده‌ایم. این رابطه اولین معادله از سری معادلات سیالی کوانتومی می‌باشد. جمله‌ی آخر در رابطه‌ی (۲۱-۲)، پتانسیل بوهم^۱ می‌باشد که گاهی آن را فشار کوانتومی نیز می‌نامند. همانطور که مشخص است، رابطه‌ی فوق در $\hbar \rightarrow 0$ به معادله‌ی حرکت در مدل سیالی کلاسیک تبدیل می‌شود و این اعتباری برای درستی رابطه‌ای که بدست آوردیم خواهد بود. حال قسمت‌های موهومی رابطه‌ی (۱۷-۲) را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$\frac{\partial \sqrt{n}}{\partial t} + \frac{\sqrt{n}}{2m} \nabla^2 \varphi + \nabla \sqrt{n} \cdot \frac{\nabla \varphi}{m} = 0 \quad (22-2)$$

دوباره با قرار دادن مقدار $\nabla \varphi$ در رابطه‌ی (۲۱-۲) به دومین معادله معادلات (QHD) یا معادله‌ی

پیوستگی می‌رسیم.

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (nu) = 0 \quad (23-2)$$

معادلات QHD برای مطالعه و بررسی برهمکنش‌های جمعی مانند انواع متفاوت امواج، عدم تعادل، آشفستگی (تلاطم) در سیال کوانتومی و ساختارهای غیر خطی مفید است. همچنین اخیراً تمایل رو به رشدی نسبت به بررسی جنبه‌های جدید فیزیک پلاسمای کوانتومی با توسعه‌ی معادلات غیر نسبیتی QHD، از جمله مطالعه‌ی نیروی کوانتومی در بردارنده‌ی پدیده‌ی تونل‌زنی در پلاسما توسط پتانسیل بوهم، بروز کرده است [۱۳].

^۱ Bohm potential

۳-۳-۲ مدل نظریه‌ی جنبشی برای پلاسماهای کوانتومی

مدل بعدی که برای پلاسماهای کوانتومی بررسی می‌کنیم، مدل نظریه جنبشی کوانتومی می‌باشد. از نظر فیزیکی این مدل کاملاً با مشابه کلاسیکی خود تفاوت دارد زیرا در توضیح تابع توزیع سرعت برای پلاسماهای کلاسیکی بیان می‌شود که ذرات در زمان و مکان دارای سرعت‌های متفاوتی می‌باشند. این تعریف برای ذرات کوانتومی کاملاً بی‌معنی می‌باشد، زیرا طبق اصل عدم قطعیت امکان داشتن دقیق مکان و ذرات در یک لحظه وجود ندارد. بنابراین باید به دنبال تابع توزیع جدیدی باشیم که بر اساس احتمال مکان ذرات و سرعت آن‌ها پایه‌ریزی شده باشد. همانطور که در بخش قبل اشاره کردیم در تقریب هارتری، هر الکترون بوسیله یک تابع موج تک ذره‌ای که از معادله شرودینگر تبعیت می‌کند توصیف می‌شود، و نیروی الکتروستاتیکی که بر آن وارد می‌شود از معادله پواسون منتج می‌شود. ما می‌توانیم با استفاده از تقریب هارتری بدنبال یک تابع توزیع جدید باشیم. این تابع توزیع در پلاسماهای کوانتومی، تابع توزیع ویگنر^۱ نامیده می‌شود [۲۳].

۳-۳-۲-۱ تابع توزیع ویگنر

مدل هارتری می‌تواند در یک قالب فشرده‌تر، با استفاده از توابع ویگنر نوشته شود. نمایش ویگنر یک وسیله مفید در بیان مکانیک کوانتومی در یک ساختار فضای فاز است. بطور کلی توزیع ویگنر، چگالی توزیع احتمال ذرات یک سیستم کوانتومی در فضای ممنتوم می‌باشد. شکل کلی تابع توزیع ویگنر بصورت زیر است [۲۳].

$$f_w(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{1}{\pi \hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle p - p' | \hat{\rho} | p + p' \rangle e^{i \vec{r} \cdot \vec{p}'} d^3 p' \quad (2-24)$$

و یا بطور معادل می‌توان به صورت زیر نوشت.

¹ Wigner distribution

$$f_w(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{1}{\pi \hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle r - r' | \hat{\rho} | r + r' \rangle e^{-i p r'} d^3 r' \quad (25-2)$$

که در روابط بالا ρ عملگر چگالی می‌باشد. می‌توانیم با استفاده از روابطی که در مکانیک کوانتومی داریم روابط (۲۳-۲) و (۲۴-۲) را بر حسب توابع موج در فضای مکان و تکانه بنویسیم.

$$f_w(x, p) = \frac{1}{\pi \hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^*(x + x') \psi(x - x') e^{2ipx'/\hbar} dx' \quad (26-2)$$

$$f_w(x, p) = \frac{1}{\pi \hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi^*(p + p') \phi(p - p') e^{2ixp'/\hbar} dp' \quad (27-2)$$

که در آن‌ها ψ و ϕ توابع موج در فضای تکانه و مکان هستند. برای تابع توزیع ویگنر نیز مانند تابع

توزیع ماکسولی رابطه‌ی $n = \int_{-\infty}^{+\infty} f_w(x, p) dp$ برقرار می‌باشد. برای نشان دادن این تساوی از رابطه‌ی زیر

استفاده می‌کنیم [۲۳].

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_w(x, p) dp = \langle x | \hat{\rho} | x \rangle = |\psi|^2 = \psi \psi^* \quad (28-2)$$

اکنون در رابطه‌ی فوق تابع موجی را که با رابطه‌ی (۱۵-۲) معرفی کردیم، قرار داده و نهایتاً تساوی به‌دست می‌آید. از تابع ویگنر برای به‌دست آوردن معادلات نظریه‌ی جنبشی پلاسماهای کوانتومی استفاده می‌کنیم که در ادامه به آن خواهیم پرداخت.

۲-۳-۳-۲ معادلات نظریه‌ی جنبشی برای پلاسماهای کوانتومی

همانند روشی که برای پلاسماهای کلاسیکی به کار بردیم، تغییرات تابع توزیع ویگنر که در قسمت قبل شرح داده شد نسبت به زمان منجر به معادلات نظریه جنبشی کوانتومی می‌شود. برای بررسی پلاسماهای کوانتومی با این مدل، تغییرات تابع ویگنر نسبت به زمان با معادلات پواسون و ماکسول جفت می‌شود و معادلات ویگنر-پواسون و ویگنر-ماکسول که معادلات نظریه جنبشی برای پلاسماهای

کوانتومی می‌باشد را نتیجه می‌دهد. اگر در پلاسما تنها اثرات الکتروستاتیک خود سازگار را در نظر بگیریم، از معادله‌ی ویگنر-پواسون استفاده می‌کنیم. اما اگر هدف ما بررسی اثرات الکترو مغناطیس خود سازگار در پلاسما باشد، مانند نقش اسپین ذرات که منجر به یک میدان مغناطیسی برای هر ذره می‌شود، معادله ویگنر-ماکسول را به کار می‌بریم. روش به دست آوردن هر دو رابطه یکسان است. برای این منظور از تغییرات تابع ویگنر نسبت به زمان شروع می‌کنیم. در مکانیک کوانتومی تغییرات زمانی هر عملگر، در معادله‌ی حرکت هایزنبرگ صدق می‌کند.

$$\frac{dA}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[A, H] \quad (29-2)$$

که در رابطه‌ی فوق H هامیلتونی سیستم می‌باشد. اما برای تغییرات زمانی توابع احتمال در فضای فاز مانند تابع ویگنر در رابطه‌ی بالا به جای براکت از کروشه‌ی موایل^۱ استفاده می‌شود [۲۵].

$$\frac{df_w(x, p, t)}{dt} = -\{\{f_w(x, p, t), H(x, p)\}\} \quad (30-2)$$

برای هر تابع احتمال در فضای فاز درون کروشه‌ی مایبول رابطه‌ی زیر برقرار است.

$$\{\{f, H\}\}(x, p) = \frac{2}{\hbar\pi} \int dp' dp'' dx' dx'' f(x+x', p+p', t) H(x+x', p+p') \times \sin\left(\frac{2}{\hbar}(x'p'' - x''p')\right) \quad (31-2)$$

با انتخاب تغییر متغیرهای مکانی $x' = q$ و $x'' = \lambda$ و تغییر متغیرهای تکانه $p' = \eta$ و $p'' = \zeta$ در

رابطه‌ی فوق و همچنین قرار دادن $\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$ ، رابطه‌ی (۳۱-۲) را به صورت زیر می‌نویسیم.

$$\begin{aligned} \frac{df_w}{dt} = & \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda d\zeta dq d\eta [H(q - \frac{1}{2}\hbar\lambda, \eta + \frac{1}{2}\hbar\zeta) - H(q + \frac{1}{2}\hbar\lambda, \eta - \frac{1}{2}\hbar\zeta)] f_w(q, \eta, t) \\ & \times \exp i[\lambda.(\eta - p) + \zeta.(q - r)] \end{aligned} \quad (32-2)$$

رابطه‌ی فوق با معادلات ماکسول و پواسون جفت می‌شود و معادلات ویگنر-ماکسول و ویگنر-پواسون

¹ Moyal bracket

را نتیجه می‌دهد. ابتدا به بررسی معادله ویگنر-پواسون می‌پردازیم.

۲-۳-۱-۲ معادله ویگنر - پواسون

برای به دست آوردن معادله ویگنر پواسون، از بسط تابع هامیلتونی در رابطه‌ی (۲-۳۲) استفاده می‌کنیم. هامیلتونی در یک سیستم از ذرات باردار و بدون در نظر گرفتن اسپین که با میدان الکتروستاتیکی خود در اندرکنش می‌باشد، با رابطه‌ی زیر داده می‌شود.

$$H = \frac{P^2}{2m} - eU(r) \quad (2-33)$$

با بسط هامیلتونی برحسب متغیرهایی که در بخش قبل معرفی کردیم، خواهیم داشت.

$$H(\eta \pm \frac{1}{2}\hbar\zeta, q \pm \frac{1}{2}\hbar\lambda) = H(\eta, q \pm \frac{1}{2}\hbar\lambda) \pm \frac{1}{2}\hbar(\zeta \cdot \nabla)\eta \cdot H(\eta, q \pm \frac{1}{2}\hbar\lambda) + \dots \quad (2-34)$$

از رابطه‌ی (۲-۳۴) فقط جمله‌ی اول را در نظر گرفته و مقدار آن از رابطه‌ی (۲-۳۳) جایگذاری می‌کنیم.

$$H(\eta, q \pm \frac{1}{2}\hbar\lambda) = \frac{p^2(\eta)}{2m} - e\phi(q \pm \hbar\lambda/2) \quad (2-35)$$

اکنون رابطه‌ی (۲-۳۵) را به جای هامیلتونی در رابطه‌ی (۲-۳۲) قرار می‌دهیم.

$$\frac{df_w}{dt} = \frac{1}{2\pi} \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda d\zeta dq d\eta [e\phi(q - \hbar\lambda/2) - e\phi(q + \hbar\lambda/2)] f_w(q, \eta, t) e^{i[\lambda \cdot (\eta - p) + \zeta \cdot (q - r)]} \quad (2-36)$$

با حل اولین انتگرال نسبت به ζ خواهیم داشت:

$$\frac{df_w}{dt} = \frac{1}{2\pi} \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda dq d\eta [e\phi(q - \hbar\lambda/2) - e\phi(q + \hbar\lambda/2)] f_w(q, \eta, t) e^{i\lambda \cdot (\eta - p)} \delta(q - r) \quad (2-37)$$

انتگرال بعدی را نسبت به q می‌گیریم. بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{df_w}{dt} = \frac{1}{2\pi} \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda d\eta [e\phi(r - \hbar\lambda/2) - e\phi(r + \hbar\lambda/2)] f_w(r, \eta, t) e^{i\lambda \cdot (\eta - p)} \quad (2-38)$$

مانند قبل مشتق کامل در طرف چپ رابطه‌ی (۲-۳۸) را باز کرده و به صورت مشتق‌های جزئی

می‌نویسیم.

$$\frac{\partial f_w}{\partial t} + \frac{p}{m} \frac{\partial f_w}{\partial r} = \frac{1}{2\pi} \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda d\eta [e\varphi(r - \hbar\lambda/2) - e\varphi(r + \hbar\lambda/2)] f_w(r, \eta, t) e^{i\lambda(\eta-p)} \quad (۲-۳۹)$$

رابطه‌ی فوق، معادله‌ی ویگنر-پواسون می‌باشد و برای بررسی پلاسماهای کوانتومی با استفاده از نظریه‌ی جنبشی کوانتومی، هنگامی که از اثرات مغناطیسی خودسازگار در سیستم صرف نظر می‌کنیم، استفاده می‌شود. معادله ویگنر-پواسون به دلیل سادگی نسبی کاربرد بیشتری نسبت به معادله‌ی ویگنر-ماکسول در بررسی رفتار پلاسماهای کوانتومی دارد. البته برای توجیه برخی از رفتارهای پلاسما نمی‌توان از اثرات مغناطیسی صرف نظر کرد و باید از معادله‌ی ویگنر-ماکسول که در بخش‌های بعد ارائه می‌شود، استفاده کرد.

۲-۲-۳-۳-۲ انطباق معادله‌ی ویگنر-پواسون و ولاسوف در محدوده‌ی کلاسیکی

یکی از شرایط اعتبار مدل‌هایی که برای یک پلاسما کوانتومی می‌نویسیم این است که در شرایط حدی به مشابه کلاسیکی خود تبدیل گردند. بنابراین می‌توان نشان داد که هنگامی که اثرات کوانتومی در سیستم قابل صرف نظر کردن است، یعنی هنگامی که $\hbar \rightarrow 0$ میل می‌کند، معادله‌ی ویگنر-پواسون به معادله‌ی ولاسوف تبدیل می‌شود. برای این منظور پس از اعمال یک تغییر متغیر در تابع پتانسیل معادله‌ی ویگنر-پواسون، آن را تا مرتبه‌ی سوم بسط می‌دهیم.

$$\lambda = \frac{\hbar \xi}{m} \quad (۲-۴۰)$$

$$\varphi(r \pm \frac{\hbar \xi}{2m}, t) \approx \varphi(r, t) \pm \frac{\hbar}{2m} (\xi \cdot \nabla) \varphi(r, t) + \frac{1}{2!} \left(\frac{\hbar}{2m}\right)^2 (\xi \cdot \nabla)^2 \varphi(r, t) \pm \frac{1}{3!} \left(\frac{\hbar}{2m}\right)^3 (\xi \cdot \nabla)^3 \varphi(r, t) + \dots \quad (۲-۴۱)$$

همچنین دو متغیری که برای تکانه تعریف کرده بودیم را بصورت زیر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned}\eta &= mv' \\ p &= mv\end{aligned}\quad (42-2)$$

با جایگذاری روابط (۴۰-۲) و (۴۱-۲) در معادله‌ی ویگنر-پواسون خواهیم داشت:

$$\frac{\partial f_w}{\partial t} + \frac{p}{m} \frac{\partial f_w}{\partial r} \approx \frac{-ie}{2\pi m} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi dv' [(\xi \cdot \nabla) \varphi(r, t) + \frac{\hbar^2}{24m^2} (\xi \cdot \nabla)^3 \varphi(r, t)] f_w(r, \eta, t) e^{i\xi \cdot (v-v')} \quad (43-2)$$

اکنون باید انتگرال فوق را حل کنیم، ابتدا تابع نمایی در رابطه‌ی (۴۳-۲) را بصورت زیر می‌نویسیم:

$$\exp[i\xi \cdot (v-v')] = \frac{i}{\xi} \frac{\partial}{\partial v'} \exp[i\xi \cdot (v-v')] \quad (44-2)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{\partial f_w}{\partial t} + \frac{p}{m} \frac{\partial f_w}{\partial r} \approx \frac{-ie}{2\pi m} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi dv' [(\nabla_{v'} \cdot \nabla) + \frac{\hbar^2}{24m^2} (\nabla_{v'} \cdot \nabla)^3] \varphi(r, t) f_w(r, \eta, t) e^{i\xi \cdot (v-v')} \quad (45-2)$$

پس از انتگرال گیری از رابطه‌ی (۴۵-۲) نسبت به ξ به رابطه‌ی زیر می‌رسیم:

$$\frac{\partial f_w}{\partial t} + \frac{p}{m} \frac{\partial f_w}{\partial r} \approx \frac{-ie}{m} \int_{-\infty}^{+\infty} dv' \delta(v-v') [(\nabla_{v'} \cdot \nabla) + \frac{\hbar^2}{24m^2} (\nabla_{v'} \cdot \nabla)^3] \varphi(r, t) f_w(r, \eta, t) \quad (46-2)$$

که در آن از رابطه‌ی انتگرالی زیر استفاده کردیم.

$$\int d\xi \exp[i\xi \cdot (v-v')] = 2\pi \delta(v-v') \quad (47-2)$$

اکنون از رابطه‌ی (۴۶-۲) نسبت به v' انتگرال می‌گیریم و در نهایت به معادله‌ی زیر می‌رسیم:

$$\frac{\partial f_w}{\partial t} + \frac{p}{m} \frac{\partial f_w}{\partial r} = \frac{q}{m} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial r} \frac{\partial f_w}{\partial v} - \frac{\hbar^2}{24m^2} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial r^3} \frac{\partial^3 f_w}{\partial v^3} \right] \quad (48-2)$$

با قرار دادن $E = -\frac{\partial \varphi}{\partial r}$ به رابطه‌ی زیر می‌رسیم.

$$\frac{\partial f_w}{\partial t} + \frac{p}{m} \frac{\partial f_w}{\partial r} + \frac{qE}{m} \frac{\partial f_w}{\partial v} = -\frac{e\hbar^2}{24m^3} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial r^3} \frac{\partial^3 f_w}{\partial v^3} \quad (49-2)$$

همانطور که مشاهده می‌شود، در محدوده فیزیک کلاسیک، $\hbar \rightarrow 0$ ، رابطه‌ی (۴۹-۲) به معادله‌ی

ولاسوف بدون در نظر گرفتن اثرات مغناطیسی تبدیل می‌شود.

۲-۳-۳-۳ بدست آوردن معادلات سیالی کوانتومی از معادله‌ی ویگنر پواسون

می‌توان نشان داد که معادلات سیالی کوانتومی (QHD) که در بخش قبل به آن پرداختیم، بطور ساده گشتاورهای رابطه‌ی ویگنر-پواسون هستند. با توجه به اینکه در ابتدا معادلات سیالی را با تقریب هارتری از معادله‌ی شرودینگر بدست آوردیم، این خود دلیلی بر منطبق بود توزیع ویگنر بر تقریب هارتری، که در ابتدای فصل جاری به آن اشاره کردیم، خواهد بود. از بسط تابع ویگنر پواسون استفاده می‌کنیم.

$$\frac{\partial f_w}{\partial t} + \frac{p}{m} \frac{\partial f_w}{\partial r} + \frac{qE}{m} \frac{\partial f_w}{\partial v} + \frac{eh^2}{24m^3} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial r^3} \frac{\partial^3 f_w}{\partial v^3} = 0 \quad (50-2)$$

برای به دست آوردن اولین معادله‌ی QHD، اولین گشتاور رابطه‌ی (50-2) را به دست می‌آوریم. برای

این منظور از طرفین رابطه‌ی فوق نسبت به p انتگرال می‌گیریم.

$$\int \frac{\partial f_w}{\partial t} dp + \frac{1}{m} \int p \frac{\partial f_w}{\partial r} dp + q \int E \frac{\partial f_w}{\partial p} dp + \frac{eh^2}{24} \int \frac{\partial^3 \varphi}{\partial r^3} \frac{\partial^3 f_w}{\partial p^3} dp = 0 \quad (51-2)$$

برای انتگرال اول خواهیم داشت.

$$\int \frac{\partial f_w}{\partial t} dp = \frac{\partial}{\partial t} \int f_w dp = \frac{\partial n}{\partial t} \quad (52-2)$$

با حل دومین انتگرال به رابطه‌ی زیر می‌رسیم.

$$\int p \frac{\partial f_w}{\partial r} dp = \nabla \cdot \int p f_w dp = \nabla \cdot (n \bar{p}) = m \nabla \cdot (n u) \quad (53-2)$$

که در آن از تساوی زیر استفاده کردیم.

$$u = \frac{\langle p \rangle}{m} = \frac{1}{nm} \int f_w p dp \quad (54-2)$$

انتگرال‌های بعدی به دلیل اینکه انتگرال گیری از دیورژانس کامل، مقدار $f_w E$ در سطح $v = \infty$ به ما

می‌دهد و مانند هر توزیع با انرژی معین، در اینجا نیز هرگاه $v \rightarrow \infty$ میل کند، f_w سریعتر از هر توان v

کاهش می‌یابد و بنابراین انتگرال صفر می‌گردد. با قرار دادن روابط (۵۲-۲) و (۵۳-۲) در (۵۱-۲) به معادله‌ی پیوستگی می‌رسیم.

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (nu) = 0 \quad (۵۵-۲)$$

برای بدست آوردن معادله‌ی بعدی مدل سیالی کوانتومی، باید دومین گشتاور معادله‌ی ویگنر-پواسون را به دست بیاوریم. برای این منظور طرفین رابطه‌ی (۵۰-۲) را در p ضرب کرده و سپس انتگرال می‌گیریم.

$$\int \frac{\partial f_w}{\partial t} p dp + \frac{1}{m} \int p(p \cdot \nabla) dp + e \int E \frac{\partial f_w}{\partial p} p dp + \frac{e \hbar^2}{24} \int \frac{\partial^3 \phi}{\partial r^3} \frac{\partial^3 f_w}{\partial p^3} p dp = 0 \quad (۵۷-۲)$$

با حل اولین انتگرال از رابطه‌ی (۵۷-۲)، خواهیم داشت.

$$\int \frac{\partial f_w}{\partial t} p dp = \frac{\partial}{\partial t} \int p f_w dp = \frac{\partial}{\partial t} (n \bar{p}) = mn \frac{\partial u}{\partial t} \quad (۵۸-۲)$$

دومین انتگرال را بصورت زیر حل می‌کنیم.

$$\frac{1}{m} \int p(p \cdot \nabla) f_w dp = \frac{1}{m} \int \nabla \cdot (f_w p p) dp = \frac{1}{m} \nabla \cdot \int (f_w p p) dv = \frac{1}{m} \nabla \cdot [n < p p >] \quad (۵۹-۲)$$

در رابطه‌ی (۵۹-۲) مقدار چشم داشتی $< p p >$ از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$< p p > = m^2 u u + [\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2] \quad (۶۰-۲)$$

با قرار دادن این مقدار در رابطه‌ی (۵۹-۲) خواهیم داشت.

$$\frac{1}{m} \nabla \cdot [n < p p >] = m \nabla \cdot (n u u) + \frac{1}{m} \nabla \cdot (n [\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2]) = m \nabla \cdot (n u u) + \nabla \cdot P \quad (۶۱-۲)$$

برای جمله‌ی اول رابطه‌ی (۶۱-۲) می‌توانیم بنویسیم.

$$m \nabla \cdot (n u u) = m u \nabla \cdot (n u) + n m (u \cdot \nabla) u \quad (۶۲-۲)$$

حال جمله‌ی دوم که آن را بصورت گرادیان فشار نوشته بودیم را بسط می‌دهیم:

$$P = \frac{n}{m} [\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2] = \left[\frac{1}{m} \int f_w p^2 dp - \frac{1}{nm} \left[\int f_w p dp \right]^2 \right] \quad (۶۳-۲)$$

با قرار دادن مقدار توزیع ویگنر f_w ، رابطه‌ی (۲-۲۶)، در رابطه‌ی (۲-۶۳) فشار را به صورت زیر می‌نویسیم.

$$P = \frac{\hbar^2}{4m} \left(2 \left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|^2 - \psi^* \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \psi \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^2} \right) + \frac{\hbar^2}{4mn} \left[\left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial x} \right) \right]^2 \quad (۶۴-۲)$$

فشاری که در بالا معرفی کردیم از دو جمله‌ی فشار کلاسیکی P^C و فشار کوانتومی P^Q یا همان پتانسیل بوهم تشکیل شده است. حال تابع موج رابطه‌ی (۲-۱۵) $\psi = \sqrt{n} e^{i\phi/\hbar}$ را در رابطه‌ی بالا قرار داده و هر یک را جداگانه به دست می‌آوریم. با قرار دادن رابطه‌ی (۲-۱۵)، برای فشار کوانتومی خواهیم داشت.

$$P^Q = \frac{\hbar^2}{2m} \left[\left(\frac{\partial \sqrt{n}}{\partial x} \right)^2 - \sqrt{n} \frac{\partial^2 \sqrt{n}}{\partial x^2} \right] = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\nabla^2 \sqrt{n}}{\sqrt{n}} \right) \quad (۶۵-۲)$$

و برای فشار کلاسیکی، چون سرعت ذرات در اثرات کلاسیکی فقط سرعت گرمایی v_{th} می‌باشد از

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi = mv_{th}$$

استفاده کرده و آن را در P^C قرار می‌دهیم. بنابراین خواهیم داشت.

$$P^C = \frac{1}{2mn} n^2 \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right]^2 = nm \frac{v_{th}^2}{2} \quad (۶۶-۲)$$

و در نهایت با حل انتگرال سوم از معادله‌ی (۲-۵۷) خواهیم داشت.

$$\int E \frac{\partial f_w}{\partial p} p dp = \left[\int \frac{\partial}{\partial p} (f_w \cdot p \cdot E) dp + \int f_w \cdot p \frac{\partial E}{\partial p} dp + \int f_w \cdot E \frac{\partial p}{\partial p} dp \right] \quad (۶۷-۲)$$

انتگرال‌های اول و دوم به دلیلی که قبلاً ذکر شد صفر می‌شود و تنها سومین انتگرال را بصورت زیر

می‌نویسیم.

$$\int f_w E \cdot \frac{\partial p}{\partial p} dp = \int f_w E dp = E \int f_w dp = nE \quad (۶۸-۲)$$

مقدار انتگرال چهارم رابطه‌ی (۵۷-۲) نیز صفر می‌شود. با کنار هم قرار دادن روابط (۵۸-۲)، (۶۲-۲)،

(۶۵-۲)، (۶۶-۲) و (۶۸-۲) به معادله‌ی حرکت در مدل سیالی کوانتومی می‌رسیم.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \nabla \cdot u\right) u = \frac{q}{m} E - \frac{1}{mn} \nabla \cdot P^c + \frac{\hbar^2}{2m^2} (\nabla \cdot \frac{\nabla^2 \sqrt{n}}{\sqrt{n}}) \quad (۶۹-۲)$$

چون در معادله‌ی ویگنر-پواسون اثرات مغناطیسی در نظر گرفته نشده است، این اثرات در نیروی

لورنتس معادله‌ی حرکت مدل سیالی نیز ظاهر نمی‌شود. در بخش بعد به بررسی معادله‌ی ویگنر-ماکسول

که به دلیل در نظر گرفتن اثرات مغناطیسی خودسازگار در سیستم، مدل کامل‌تری نسبت به معادله‌ی

ویگنر-پواسون می‌باشد، خواهیم پرداخت.

۴-۲-۳-۳-۲ معادله‌ی ویگنر-ماکسول

اگر در پلاسمای مورد مطالعه، برهمکنش ذرات با میدان‌های الکترومغناطیسی خودسازگار برای ما

مهم باشد، باید از معادله‌ی ویگنر-ماکسول استفاده کنیم. هامیلتونی برای این سیستم به صورت زیر

خواهد بود.

$$H = \frac{\Pi^2}{2m} - e\phi \quad (۷۰-۲)$$

که در رابطه‌ی فوق، ϕ پتانسیل الکتروستاتیکی و Π عملگر تکانه‌ی کانونیک بوده که در کتاب‌های

مکانیک کوانتومی آن را با رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\Pi = p - eA(r)/c \quad (۷۱-۲)$$

در رابطه‌ی (۷۱-۲)، p عملگر تکانه‌ی سینماتیک، A پتانسیل برداری و c سرعت نور می‌باشد. با قرار

دادن این مقدار در رابطه‌ی (۷۰-۲)، هامیلتونی را به صورت زیر می‌نویسیم.

$$H = \frac{p^2}{2m} - \frac{e}{2mc} (pA + Ap) + \frac{e^2}{2mc^2} A^2 - e\phi \quad (۷۲-۲)$$

از مکانیک کوانتومی می‌دانیم می‌توان به جای عملگر تکانه از $P = -i\hbar\nabla$ استفاده کرد. با قرار دادن

در رابطه‌ی (۷۲-۲)، شکل جدید هامیلتونی و مزدوج مختلط آن را بدست می‌آوریم.

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \frac{ie\hbar}{2mc}(A\nabla + \nabla A) + \frac{e^2}{2mc^2}A^2 - e\varphi \quad (۷۳-۲)$$

$$H^* = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla'^2 - \frac{ie\hbar}{2mc}(A'\nabla + \nabla'A') + \frac{e^2}{2mc^2}A'^2 - e\varphi$$

اکنون با داشتن هامیلتونی سیستم می‌توانیم مانند قبل تغییرات تابع ویگنر را به دست بیاوریم.

محاسبه‌ی مستقیم کروهی مویال برای این هامیلتونی بسیار دشوار است. بنابراین از یک روش آسان‌تر

بهره می‌بریم. در بخش‌های قبل طبق رابطه‌ی (۲۳-۲) رابطه‌ی بین عملگر ماتریس چگالی و توزیع ویگنر

را بیان کردیم. در این روش ابتدا تغییرات زمانی عملگر ماتریس چگالی را که با معادله‌ی حرکت هایزنبرگ

بیان می‌شود را به دست آورده و سپس با استفاده از رابطه‌ی اشاره شده، تغییرات زمانی توزیع ویگنر را به

دست می‌آوریم. با استفاده از معادله‌ی حرکت هایزنبرگ برای عملگر ماتریس چگالی خواهیم داشت.

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = H\rho - H^*\rho \quad (۷۴-۲)$$

با قرار دادن رابطه‌ی (۷۳-۲) در رابطه‌ی فوق خواهیم داشت.

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}(\nabla^2\rho - \nabla'^2\rho) + \frac{ie\hbar}{2mc}[(A\nabla\rho + A'\nabla'\rho) + \rho(\nabla A + \nabla'A)] \\ + \frac{e^2}{2mc^2}[A^2 - A'^2] + e\varphi' - e\varphi \quad (۷۵-۲)$$

ماتریس چگالی بر حسب تابع ویگنر با رابطه‌ی زیر نشان داده می‌شود [۱].

$$\rho(R, R', t) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int f\left(\frac{R+R'}{2}, p, t\right) e^{ip(R-R')/\hbar} dp \quad (۷۶-۲)$$

که از تبدیل فوریه رابطه‌ی (۲۳-۲) و تغییر متغیرهای $R = r + \lambda/2$ و $R' = r - \lambda/2$ به دست آمده

است. با قرار دادن رابطه‌ی فوق در رابطه‌ی (۷۵-۲) خواهیم داشت.

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{2\pi\hbar} \int \left\{ -\frac{i\hbar}{m} p' \nabla f_w + \frac{ie\hbar}{2mc} [A(R,t) + A(R',t)] \nabla f_w - \frac{e}{mc} [A(R,t) - A(R',t)] p' f_w \right. \\ \left. + \frac{ie\hbar}{2mc} [\nabla \cdot A(R,t) + \nabla \cdot A(R',t)] f_w + \frac{e^2}{2mc^2} [A^2(R,t) - A^2(R',t)] f_w \right. \\ \left. - e[\varphi(R,t) - \varphi(R',t)] \right\} e^{ip'(R-R')/\hbar} dp'. \quad (77-2)$$

طرفین رابطه‌ی بالا را بر $i\hbar$ تقسیم کرده و در $\exp(\frac{-ip\lambda}{\hbar})$ ضرب می‌کنیم. سپس تغییر متغیرهایی

که در بالا تعریف کردیم، $R = r + \lambda/2$ و $R' = r - \lambda/2$ را در آن قرار داده و در نهایت نسبت به λ انتگرال می‌گیریم. در نهایت رابطه‌ی (77-2) بصورت زیر در می‌آید:

$$\frac{\partial f_w}{\partial t} = \int dp' d\lambda \left\{ \underbrace{-\frac{p}{m} \nabla f_w + \frac{e}{2mc} [A(r+\lambda/2, t) + A(r-\lambda/2, t)] \nabla f_w}_{2} + \frac{ie}{mch} [A(r+\lambda/2, t) - A(r-\lambda/2, t)] p' f_w \right. \\ \left. + \underbrace{\frac{e}{2mc} [\nabla \cdot A(r+\lambda/2, t) + \nabla \cdot A(r-\lambda/2, t)] f_w}_{3} - \frac{ie^2}{2mc^2\hbar} [A^2(r+\lambda/2, t) - A^2(r-\lambda/2, t)] f_w \right. \\ \left. - e[\varphi(r-\lambda/2, t) - \varphi(r+\lambda/2, t)] \right\} \cdot \exp(i\lambda(p-p')/\hbar) \quad (78-2)$$

اکنون باید انتگرال‌هایی که با شماره در رابطه‌ی بالا مشخص نموده‌ایم را حل کنیم. با انتگرال‌گیری از

اولین جمله در رابطه‌ی (78-2) خواهیم داشت.

$$\frac{1}{m} \int dp' d\lambda p' (\nabla f_w) e^{i\lambda(p'-p)/\hbar} = \frac{1}{m} \nabla \int p' f_w \delta(p' - p) dp' = \frac{p}{m} \nabla f_w \quad (79-2)$$

به جملات داخل کروشه در جمله‌ی شماره‌ی دو، $\pm 2A(r, t)$ را اضافه نموده و سپس انتگرال

می‌گیریم.

$$\frac{e}{mc} \int dp' d\lambda A(r, t) (\nabla f_w(p')) e^{i\lambda(p'-p)/\hbar} = \frac{e}{mc} A(r, t) \nabla f_w(p) \quad (80-2)$$

برای آخرین انتگرال، به جملات شماره سه، $\pm \nabla \cdot A(r, t)$ را اضافه کرده و انتگرال می‌گیریم.

$$\frac{e}{mc} \int dp' d\lambda \nabla \cdot A(r, t) f_w(p') e^{i\lambda(p'-p)/\hbar} = \frac{e}{mc} \nabla \cdot A(r, t) f_w(p) \quad (81-2)$$

حال روابط (۷۹-۲)، (۸۰-۲) و (۸۱-۲) را در رابطه‌ی (۷۸-۲) قرار می‌دهیم و در نهایت معادله‌ی

ویگنر-ماکسول حاصل می‌گردد.

$$\frac{\partial f_w}{\partial t} + \frac{1}{m} \left(p - \frac{e}{c} A \right) \nabla f_w - \frac{e}{mc} [\nabla \cdot A(r, t)] f_w = I_q \quad (82-2)$$

که I_q در طرف راست معادله‌ی ویگنر-ماکسول، جملات باقی مانده از رابطه‌ی (۷۸-۲) بوده و با

رابطه‌ی زیر نمایش داده می‌شود.

$$I_q = \frac{1}{2\pi\hbar} \int d\lambda dp' \left\{ \frac{e}{2mc} [A(r+\lambda/2, t) + A(r-\lambda/2, t) - 2A(r, t)] \nabla f - \frac{ie^2}{2mc^2\hbar} [A^2(r+\lambda/2, t) - A^2(r-\lambda/2, t)] f_w \right. \\ \left. + \frac{ie}{2mc} [A(r+\lambda/2, t) - A(r-\lambda/2, t)] p' f_w + \frac{e}{2mc} [\nabla \cdot A(r+\lambda/2, t) + \nabla \cdot A(r-\lambda/2, t) - 2\nabla \cdot A(r, t)] f_w \right. \\ \left. - \frac{ie}{\hbar} [\varphi(r+\lambda/2, t) - \varphi(r-\lambda/2, t)] f_w \right\} e^{i\lambda(p'-p)/\hbar} \quad (83-2)$$

رابطه‌ی (۸۲-۲) به معادله‌ی ویگنر-ماکسول معروف است. استفاده از این رابطه در توصیف پلاسما

بسیار دشوار بوده اما به دلیل کاربرد آن در به دست آوردن تانسور دی الکتریک برای یک پلاسمای

کوانتومی با استفاده از مدل نظریه جنبشی بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد. این تانسور در مراجع [۱۸] و

[۱۹] برای یک پلاسمای کوانتومی، با استفاده از معادله‌ی ویگنر-ماکسول به دست آمده است.

۲-۶ جمع بندی

در این فصل ابتدا مدل‌های توصیف پلاسماهای کلاسیکی را معرفی نموده و سپس به ارائه‌ی مدل‌های

توصیف پلاسمای کوانتومی پرداختیم. دو مدل سیالی کوانتومی (QHD) و مدل نظریه‌ی جنبشی کوانتومی

که توسط دو معادله‌ی ویگنر-ماکسول و ویگنر-پواسون ارائه می‌شود، برای پلاسماهای کوانتومی مورد

استفاده قرار می‌گیرد. هریک از این مدل‌ها مزایا و معایب خاص خود را دارند و در شرایط به خصوصی از

پلاسما مورد استفاده قرار می‌گیرند. در این بخش به طور خلاصه نتایجی که در این فصل به دست آمد را

شرح می‌دهیم.

- تمام مدل‌های توصیف پلاسمای کوانتومی براساس تقریب هارتری- فک مبتنی هستند. طبق این تقریب، به جای در نظر گرفتن تابع موج هر یک از ذرات، یک تابع موج کلی برای تمام ذرات پلاسما در نظر می‌گیریم.
- با در نظر گرفتن تابع موجی که خاصیت سیالی پلاسما را در برداشته باشد و قرار دادن آن در معادله‌ی شرودینگر غیر خطی معادلات سیالی کوانتومی را به دست می‌آیند. این معادلات در محدوده‌ی فیزیک کلاسیک، $\hbar \rightarrow 0$ ، به معادلات سیالی کلاسیکی تبدیل می‌شوند.
- ذرات یک پلاسمای کوانتومی داری تابع توزیع متفاوتی نسبت به ذرات یک پلاسمای کلاسیکی هستند که بر پایه مفاهیم احتمال استوار است. این تابع توزیع که به تابع توزیع ویگنر معروف است، به طور کلی چگالی توزیع احتمال ذرات یک سیستم کوانتومی در فضای ممنوم می‌باشد.
- با استفاده از تغییرات تابع توزیع ویگنر نسبت زمان و استفاده از معادلات ماکسول و پواسون، معادلات ویگنر- پواسون و ویگنر- ماکسول را به دست آوردیم. این معادلات برای توصیف پلاسما با استفاده از مدل نظریه جنبشی کوانتومی استفاده می‌شوند. در محدوده‌ی فیزیک کلاسیک این روابط به معادله‌ی ولاسوف که برای توصیف پلاسماهای کلاسیکی مورد استفاده قرار می‌گیرند، تبدیل می‌شوند.
- با انتگرال گیری از روابط نظریه جنبشی، معادلات سیالی کوانتومی را به دست آوردیم. این نتیجه نشان می‌دهد که تمام مدل‌های توصیف پلاسماهای کوانتومی در واقع بر یک اصل استوار هستند.

فصل سوم

مطالعه‌ی رفتارهای خطی در پلاسماهای
کوانتومی

۳ فصل سوم: مطالعه‌ی رفتارهای خطی در پلاسماهای کوانتومی

۳-۱ مقدمه

هر حرکت دوره‌ای یک سیال را می‌توان توسط آنالیز فوریه^۱ به برهم‌نهی از نوسان‌های سینوسی با بسامدهای مختلف ω و طول موج‌های مختلف λ تجزیه نمود [۸]. هر یک از این مولفه‌ها یک موج ساده است. هنگامی که دامنه موج کوچک است، شکل موج به طور کلی سینوسی می‌باشد. به عبارت دیگر هرگاه در بررسی پلاسما، به مطالعه اثرات کم دامنه یا همان اثراتی که در اولین مرتبه آشفتگی^۲ حاصل می‌شوند بپردازیم، هر کمیت نوسان کننده که می‌تواند چگالی، سرعت، میدان‌های الکتریکی و یا مغناطیسی باشند را به دو مولفه تعادلی و اختلالی تقسیم می‌کنیم که قسمت اختلالی بصورت یک موج سینوسی نوسان می‌کند. قسمت تعادلی نیز حالت پلاسما را در غیاب نوسان بیان می‌کند. بطور مثال برای چگالی در اولین مرتبه‌ی آشفتگی که از این پس آن را مرتبه‌ی خطی می‌نامیم، می‌توانیم بنویسیم [۱].

$$n = n_0 + n_1 \quad (۱-۳)$$

$$n_1 = \hat{n} \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)]$$

که $\hat{n}$ دامنه موج، $\vec{k}$ بردار موج و ω بسامد می‌باشد. هنگامی که از تبدیلات فوق در معادلات سیالی،

برای بررسی اثرات مرتبه خطی در پلاسما استفاده می‌کنیم، اصطلاحاً خطی‌سازی انجام داده‌ایم.

در این فصل به بررسی طول دبای، بررسی تانسور رسانندگی، رابطه پاشندگی مدهای مختلف امواج در

یک پلاسمای کوانتومی و تعادل و پایداری این امواج در حضور اثرات کوانتومی، که همگی را می‌توان با

تقریب قابل قبولی در مرتبه خطی به دست آورد، می‌پردازیم. برای به دست آوردن این اثرات می‌توانیم از

مدل نظریه‌ی جنبشی و یا مدل سیالی کوانتومی استفاده کرده و سپس معادلات این مدل‌ها را خطی‌سازی

¹Fourier analysis

²Tribulation

نماییم. در این فصل ما با استفاده از معادلات سیالی کوانتومی (QHD) رفتارهای خطی یک پلاسمای کوانتومی مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۲-۳ حفاظ دبای^۱

یکی از مشخصات اساسی دیگر رفتار پلاسما توانایی آن برای دفع پتانسیل‌های الکتریکی است که به آن اعمال می‌شود. رهیافت تقریباً متفاوتی در توضیح شبه خنثایت به کمیت مهمی به نام طول دبای منجر می‌شود. اگر بخواهیم با وارد کردن دو گلوله‌ی فلزی متصل به یک اختلاف پتانسیل یک میدان الکتریکی در داخل پلاسما ایجاد کنیم، خواهیم دید این گلوله‌ها ذره‌های با بار مخالف را جذب کرده و بلافاصله ابری از ذرات اطراف گلوله‌ها تشکیل می‌شود و تشکیل حفاظی را می‌دهند که باعث می‌شود میدان به طور نمائی کاهش یابد و اصطلاحاً پرده‌ای در جلوی ذرات ایجاد می‌شود. اگر حرکت گرمایی داخل پلاسما وجود نداشت، حفاظ کامل می‌شد و میدان الکتریکی خارج از ناحیه ابرها وجود نداشت. اما حرکت گرمایی باعث می‌شود تا پتانسیل به داخل پلاسما نشت کند و باعث ایجاد میدان‌های الکتریکی متناهی در آن شوند. در پی اثبات این پدیده برای پلاسمای کلاسیکی نیستیم زیرا در تمامی کتاب‌های پلاسما بطور کامل ذکر شده است. پتانسیل در هر نقطه به فاصله‌ی x از گلوله از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید [۱].

$$\varphi = \varphi_0 e^{-|x|/\lambda_D} \quad (2-3)$$

در رابطه بالا کمیت λ_D که ضخامت لایه غلاف می‌باشد، طول دبای نامیده می‌شود. برای پلاسماهای

$$\lambda_D \equiv \left(\frac{\epsilon_0 kT}{ne^2} \right)^{1/2} = \frac{v_{th}}{\omega_p} \quad [1]$$

کلاسیکی طول دبای برابر است با $\frac{v_{th}}{\omega_p}$

حال می‌خواهیم این کمیت را برای پلاسماهای کوانتومی به دست بیاوریم. برای این منظور معادلات

^۱ Debye shield

سیالی کوانتومی و معادله پواسون را می‌نویسیم:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j \vec{u}_j) = 0 \quad (3-3)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} + \vec{u}_j \cdot \nabla \vec{u}_j = -\frac{\nabla p_j}{m_j n_j} + \frac{q_j}{m_j} (\vec{E} + \vec{u}_j \times \vec{B}) + \frac{\hbar^2}{2m_j^2} \nabla \left(\frac{\nabla^2 \sqrt{n_j}}{\sqrt{n_j}} \right) \quad (4-3)$$

$$\varepsilon \nabla \cdot \vec{E} = \sum_j q_j n_j \quad (5-3)$$

جهت انتشار امواج و جهت میدان مغناطیسی را در راستای x در نظر می‌گیریم. همچنین در رابطه

فوق فرض می‌کنیم پلاسما کاملاً تبه‌گن باشد بنابراین برای فشار در معادلات (QHD) از فشار فرمی

استفاده می‌کنیم. پس از خطی سازی معادلات بالا به روابط زیر می‌رسیم.

$$u_{1xj} = \frac{\omega}{k} \frac{n_{1j}}{n_{0j}} \quad (6-3)$$

$$\omega u_{1xj} = \frac{q_j}{m_j} k \varphi_1 + k V_{Fj} \frac{n_{1j}}{n_{0j}} + \frac{\hbar^2 k^3}{4m_j^2} \frac{n_{1j}}{n_{0j}} - \chi \varepsilon_0 k^2 \varphi_1 = \sum_j q_j n_{1j} \quad (7-3)$$

در رابطه (۷-۳) χ پذیرفتاری الکتریکی بوده و نسبت ضریب گذردهی پلاسما به ضریب گذردهی

خلا می‌باشد. اکنون از رابطه‌ی (۶-۳) مقدار چگالی اختلالی را به دست آورده و از برابر قرار دادن این

مقدار با چگالی اختلالی در رابطه (۷-۳) مقدار χ بدست می‌آید.

$$\chi = \sum_j \chi_j = - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2 - k^2 V_{F(j)}^2 - \omega_{qj}^2} \quad (8-3)$$

در رابطه‌ی (۸-۳) ω_{qj} ، فرکانس نوسانات کوانتومی نامیده می‌شود و بصورت $\omega_{qj} = \frac{\hbar k^2}{2m_j}$ نشان داده

می‌شود. اکنون از دو رابطه‌ی زیر که رابطه‌ی بین ثابت دی‌الکتریک با پذیرفتاری و طول دبای را نشان

می‌دهد، استفاده می‌کنیم [۵].

$$\varepsilon(\omega, k) = 1 + \chi \quad (9-3 \text{ الف})$$

$$\varepsilon(\omega, k) = 1 + \frac{1}{k^2 \lambda_D^2} \quad (۹-۳)$$

از تساوی دو رابطه (۹-۳ الف) و (۹-۳ ب) می‌توانیم طول دبای را برای یک پلاسمای کوانتومی به

دست بیاوریم.

$$k^2 \lambda_{Dj}^2 = \frac{k^2 V_{F(j)}^2 + \omega_{qj}^2}{\omega_{pj}^2} \quad (۱۰-۳ الف)$$

و یا بصورت:

$$\lambda_{Dj} = \frac{V_{F(j)}}{\omega_{pj}} (1 + \gamma_{Qj})^{\frac{1}{2}} \quad (۱۰-۳ ب)$$

که در رابطه (۱۰-۳ ب) γ_{Qj} نسبت فرکانس اثرات کوانتومی به فرکانس فرمی $\gamma_{Qj} = \frac{\omega_{qj}^2}{k^2 V_{F(j)}^2}$

می‌باشد. همانطور که در رابطه فوق دیده می‌شود، اثرات کوانتومی باعث افزایش طول دبای می‌شوند.

۳-۳ تانسور رسانندگی برای یک پلاسمای کوانتومی سرد

در این بخش به بررسی تانسور رسانندگی برای یک پلاسمای کوانتومی می‌پردازیم. واکنش محیط دی

الکتریک به میدان الکتریکی با تانسورهای پذیرفتاری و در محیط رسانا مانند پلاسما با تانسورهای

رسانندگی مشخص می‌شود. برای این منظور یک پلاسمای همگن و سرد را در نظر می‌گیریم و با در نظر

گرفتن جمله کوانتومی معادلات سیالی کوانتومی را برای آن می‌نویسیم. از فشار در پلاسما صرف نظر

می‌کنیم و پلاسما را سرد در نظر می‌گیریم. همچنین فرض می‌کنیم پلاسما تحت تاثیر یک میدان

مغناطیسی خارجی که در راستای محور z می‌باشد، $\vec{B}_0 = B_0 \hat{k}$ قرار دارد.

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j \vec{u}_j) = 0 \quad (۳-۳)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} + \vec{u}_j \cdot \nabla \vec{u}_j = -\frac{\nabla p_j}{m_j n_j} + \frac{q_j}{m_j} (\vec{E} + \vec{u}_j \times \vec{B}) + \frac{\hbar^2}{2m_j^2} \nabla \left(\frac{\nabla^2 \sqrt{n_j}}{\sqrt{n_j}} \right). \quad (۴-۳)$$

که در معادلات فوق $p_j, \vec{u}_j, n_j$ و m_j به ترتیب به عدد چگالی، سرعت، فشار و جرم نوع ذره مورد نظر

که می‌تواند الکترون، پوزیترون و یا یون باشد، اشاره دارد. برای خطی سازی جهت انتشار را در دو راستای عمود و موازی جهت میدان مغناطیسی در نظر می‌گیریم. بنابراین بردار موج را می‌توانیم بصورت زیر بنویسیم.

$$\vec{k} = k_x \hat{i} + k_z \hat{k} = k_{\perp} + k_{\parallel} \quad (11-3)$$

$$k_{\perp} = k \sin \theta \quad k_{\parallel} = k \cos \theta$$

که در رابطه (۱۱-۳)، θ زاویه بین راستای انتشار و میدان مغناطیسی می‌باشد. ابتدا معادله‌ی

پیوستگی را خطی سازی نموده و سپس تبدیل فوریه انجام می‌دهیم.

$$-i\omega n_{1j} + i\vec{k} \cdot n_{0j} \vec{u}_{1j} = 0 \quad (12-3)$$

$$\frac{n_{1j}}{n_{0j}} = \frac{\vec{k} \cdot \vec{u}_{1j}}{\omega} \quad (13-3)$$

و به همین صورت برای معادله حرکت خواهیم داشت:

$$-i\omega \vec{u}_{1j} = \frac{q_j}{m_j} \vec{E}_1 + \frac{q_j}{m_j} \vec{u}_{1j} \times \vec{B}_0 - \frac{1}{2} \frac{ik^2 \hbar^2}{2m_j^2 \omega} (\vec{k} \cdot \vec{u}_{1j}) \vec{k} \quad (14-3)$$

$$-i\omega \vec{u}_{1j} = \frac{q_j}{m_j} \vec{E}_1 + \frac{q_j}{m_j} \vec{u}_{1j} \times \vec{B}_0 + Q(\vec{k} \cdot \vec{u}_{1j}) \vec{k} \quad (15-3)$$

کمیت $Q = -\frac{1}{2} \frac{ik^2 \hbar^2}{2m_j^2 \omega}$ ، را که شامل متغیرهای کوانتومی می‌باشد را معرفی می‌نماییم. در حد

فیزیک کلاسیک که $\hbar \rightarrow 0$ میل می‌کند، کمیت Q صفر شده و معادلات هیدرودینامیکی کلاسیکی

بدست خواهد آمد. برای به دست آوردن تانسور رسانندگی باید رابطه (۱۵-۳) را بصورت تابع صریحی از

میدان الکتریکی اختلالی بنویسیم. برای این کار از رابطه بالا $\vec{u}_{1j}$ را به دست می‌آوریم.

$$\vec{u}_{1j} = -\frac{q_j}{m_j} \frac{\vec{E}_1}{(Qk^2 + i\omega)} - \frac{q_j}{m_j (Qk^2 + i\omega)} \vec{u}_{1j} \times \vec{B}_0 \quad (16-3)$$

و این مقدار را به جای سرعت اختلالی در جمله سوم رابطه (۱۵-۳) قرار می‌دهیم و رابطه را دوباره

بازنویسی می‌کنیم.

$$-i\omega \vec{u}_{1j} = \frac{q_j}{m_j} \vec{E}_1 + \frac{q_j}{m_j} \vec{u}_{1j} \times \vec{B}_0 - \frac{q_j}{m_j} \frac{Q}{(Qk^2 + i\omega)} (\vec{k} \cdot \vec{E}_1) \vec{k} - \frac{q_j}{m_j} \frac{Q}{(Qk^2 + i\omega)} (\vec{k} \cdot (u_{1yj} B_0 \hat{e}_x - u_{1xj} B_0 \hat{e}_y)) \vec{k} \quad (۱۷-۳)$$

پس از ساده سازی و قرار دادن $Q' = \frac{Q}{(Qk^2 + i\omega)}$ در رابطه (۱۷-۳) به رابطه اصلی خواهیم رسید.

$$-i\omega \vec{u}_{1j} = \frac{q_j}{m_j} \vec{E}_1 + \frac{q_j}{m_j} \vec{u}_{1j} \times \vec{B}_0 - \frac{q_j}{m_j} Q' (\vec{k} \cdot \vec{E}_1) \vec{k} - \frac{q_j}{m_j} Q' (k_{\perp} u_{1yj} B_0) \vec{k} \quad (۱۸-۳)$$

حال این رابطه بالا را در سه راستا تجزیه کرده و سرعت را در تمام جهات بدست می‌آوریم. برای

راستای x خواهیم داشت.

$$-i\omega u_{1xj} = \frac{q_j}{m_j} E_{1x} + \frac{B_0 q_j}{m_j} u_{1yj} - \frac{q_j}{m_j} Q' (\vec{k} \cdot \vec{E}_1) k_{\perp} - \frac{q_j}{m_j} Q' (k_{\perp}^2 u_{1yj} B_0) \quad (۱۹-۳)$$

و بصورت مشابه برای راستای y رابطه را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$-i\omega u_{1yj} = \frac{q_j}{m_j} E_{1y} - \frac{B_0 q_j}{m_j} u_{1xj} \quad (۲۰-۳)$$

از رابطه بالا u_{1yj} را به دست آورده و در رابطه (۱۹-۳) قرار می‌دهیم. پس از ساده سازی سرعت در

راستای x بصورت زیر خواهد بود.

$$(\omega_{cj}^2 - \omega^2 - Q' \omega_{cj}^2 k_{\perp}^2) u_{1xj} = -i\omega \frac{q_j}{m_j} (E_{x1} - Q' k_{\perp} (\vec{k} \cdot \vec{E}_1)) + \frac{q_j}{m_j} \omega_{cj} (1 - Q' k_{\perp}^2) E_{y1} \quad (۲۱-۳)$$

سرعت در راستای x را از رابطه (۲۱-۳) در (۲۰-۳) قرار داده و سرعت را در راستای محور y به

دست می‌آوریم.

$$(\omega_{cj}^2 - \omega^2 - Q' \omega_{cj}^2 k_{\perp}^2) u_{1yj} = -i\omega \frac{q_j}{m_j} E_{y1} - \frac{q_j}{m_j} \omega_{cj} (E_{x1} - Q' k_{\perp} (\vec{k} \cdot \vec{E}_1)) \quad (۲۲-۳)$$

نهایتاً برای به دست آوردن سرعت در راستای محور z از مولفه‌ی z رابطه (۱۸-۳) خواهیم داشت:

$$-i\omega u_{1zj} = \frac{q_j}{m_j} E_{1z} - \frac{q_j}{m_j} Q' (\vec{k} \cdot \vec{E}_1) k_{\parallel} - \frac{B_0 q_j}{m_j} Q' k_{\perp} k_{\parallel} u_{1yj} \quad (۲۳-۳)$$

حال طرفین رابطه فوق را در $\alpha = (\omega_{cj}^2 - \omega^2 - Q' \omega_{cj}^2 k_{\perp}^2)$ ضرب نموده و مقدار u_{1yj} را در آن از

معادله‌ی (۲۱-۳) جایگزین می‌کنیم.

$$(\omega_{cj}^2 - \omega^2 - Q'\omega_{cj}^2 k_{\perp}^2)u_{1zj} = \frac{\alpha q_j}{-i\omega m_j} (E_{1z} - Q'(\vec{k} \cdot \vec{E}_1)k_{\parallel}) + \frac{\omega_{cj}}{i\omega} Q'k_{\perp}k_{\parallel}(-i\omega \frac{q_j}{m_j} E_{y1} - \frac{q_j}{m_j} \omega_{cj} (E_{x1} - Q'k_{\perp}(\vec{k} \cdot \vec{E}_1))) \quad (24-3)$$

۳-۱ چگالی جریان در یک پلاسمای کوانتومی

یکی از مشخصه‌های هر رسانا کمیت برداری چگالی جریان می‌باشد و از آنجا که پلاسما یک هادی جریان الکتریکی می‌باشد می‌توان برای آن چگالی جریان تعریف نمود. با داشتن سرعت اختلالی در تمام

جهات، با استفاده از رابطه‌ی $\vec{J}_j = \sum_j n_{0j} q_j \vec{u}_j$ چگالی جریان را برای ذره نوع j ، در تمام راستاها به دست می‌آوریم.

$$J_x = \sum_j \frac{n_{0j} q_j}{\alpha} \left[-i\omega \frac{q_j}{m_j} (E_{x1} - Q'k_{\perp}(\vec{k} \cdot \vec{E}_1)) + \frac{q_j}{m_j} \omega_{cj} (1 - Q'k_{\perp}^2) E_{y1} \right] \quad (25-3)$$

$$J_y = \sum_j \frac{n_{0j} q_j}{\alpha} \left[-i\omega \frac{q_j}{m_j} E_{y1} - \frac{q_j}{m_j} \omega_{cj} (E_{x1} - Q'k_{\perp}(\vec{k} \cdot \vec{E}_1)) \right] \quad (26-3)$$

$$J_z = \sum_j \frac{n_{0j} q_j}{\alpha} \left[\frac{\alpha q_j}{-i\omega m_j} (E_{1z} - Q'(\vec{k} \cdot \vec{E}_1)k_{\parallel}) + \frac{q_j \omega_{cj}}{m_j i\omega} Q'k_{\perp}k_{\parallel} (-i\omega E_{y1} - \omega_{cj} (E_{x1} - Q'k_{\perp}(\vec{k} \cdot \vec{E}_1))) \right] \quad (27-3)$$

چگالی جریان از طریق تانسور رسانندگی با میدان الکتریکی ارتباط دارد. حال با داشتن چگالی جریان و رابطه زیر که رابطه بین تانسور رسانندگی و چگالی جریان را نشان می‌دهد می‌توان مولفه‌های تانسور رسانندگی را به دست آورد.

$$\begin{pmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (28-3)$$

مولفه‌های تانسور رسانندگی رابطه‌ی (۲۸-۳) بصورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= \sum_j \frac{-i\omega n_{0j} q_j^2}{m_j \alpha} (1 - Q' k_{\perp}^2) & \sigma_{xy} &= \sum_j \frac{\omega_{cj} n_{0j} q_j^2}{m_j \alpha} (1 - Q' k_{\perp}^2) & \sigma_{xz} &= \sum_j \frac{i\omega n_{0j} q_j^2}{m_j \alpha} Q' k_{\perp} k_{\parallel} \\
\sigma_{yx} &= \sum_j \frac{-\omega_{cj} n_{0j} q_j^2}{m_j \alpha} (1 - Q' k_{\perp}^2) & \sigma_{yy} &= \sum_j \frac{-i\omega n_{0j} q_j^2}{m_j \alpha} & \sigma_{yz} &= \sum_j \frac{\omega_{cj} n_{0j} q_j^2}{m_j \alpha} Q' k_{\perp} k_{\parallel} \\
\sigma_{zx} &= \sum_j \frac{-i\omega n_{0j} q_j^2}{m_j} Q' k_{\perp} k_{\parallel} & \sigma_{zy} &= \sum_j \frac{-n_{0j} q_j^2}{m_j \alpha} \omega_{cj} Q' k_{\perp} k_{\parallel} & \sigma_{zz} &= \sum_j \frac{n_{0j} q_j^2}{-i\omega m_j} ((1 - Q' k_{\parallel}^2) - \frac{\omega_{cj}^2}{\alpha} Q'^2 k_{\perp}^2 k_{\parallel}^2)
\end{aligned}$$

همانطور که از شکل تانسور رسانندگی در رابطه (۳-۲۸) مشخص می‌باشد، اثرات کوانتومی باعث

تغییر در پاسخ پلاسما به میدان الکتریکی می‌شوند. با قرار دادن $Q' \rightarrow 0$ پلاسما در برخی راستاها هیچ واکنشی به میدان نداشته و در برخی دیگر پاسخ شدیدتری از خود نشان می‌دهد.

۳-۲-۳ تانسور دی‌الکتریک برای یک پلاسمای کوانتومی

با داشتن مولفه‌های تانسور رسانندگی، می‌توانیم تانسور دی‌الکتریک را برای سیستم به دست آوریم.

در فصل دوم در مورد به‌دست آوردن این تانسور با استفاده از معادله‌ی ویگنر-ماکسول اشاره کردیم. در

این بخش این تانسور را با استفاده از معادلات سیالی کوانتومی به‌دست می‌آوریم. از تانسور دی‌الکتریک

برای به‌دست آوردن رابطه پاشندگی امواج، که در بخش بعد توضیح خواهیم داد، استفاده خواهیم کرد.

مولفه‌های تانسور گذردهی و تانسور رسانندگی با رابطه‌ی تانسوری (۳-۲۹) ارتباط پیدا می‌کنند [۲].

$$\varepsilon_{ij} = 1 + \frac{i}{\varepsilon_0 \omega} \sigma_{ij} \quad (۳-۲۹)$$

با استفاده از رابطه فوق، تانسور دی‌الکتریک را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2 \alpha} \begin{pmatrix} -\omega^2 (1 - Q' k_{\perp}^2) & -i\omega \omega_{cj} (1 - Q' k_{\perp}^2) & \omega^2 Q' k_{\perp} k_{\parallel} \\ i\omega \omega_{cj} (1 - Q' k_{\perp}^2) & -\omega^2 & -i\omega \omega_{cj} Q' k_{\perp} k_{\parallel} \\ \omega^2 Q' k_{\perp} k_{\parallel} & -i\omega \omega_{cj} Q' k_{\perp} k_{\parallel} & \alpha (1 - Q' k_{\parallel}^2) - \omega_{cj}^2 Q' k_{\perp}^2 k_{\parallel}^2 \end{pmatrix} \quad (۳-۳۰)$$

در آن $\omega_{pj} = \left(\frac{n_{0j} q_j^2}{\varepsilon_0 m_j} \right)^{\frac{1}{2}}$ فرکانس نوسانات پلاسما می‌باشد.

۳-۴ رابطه‌ی پاشندگی خطی امواج در پلاسمای کوانتومی

هر نوسانی که در یک پلاسما اتفاق می‌افتد را می‌توان یک موج نامید. مدهای مختلفی از امواج با توجه به جهتی که راستای انتشار این امواج با میدان‌های خارجی دارند در یک پلاسما تولید می‌شود. ساده‌ترین امواج برانگیخته در یک پلاسما نوسانات پلاسما هستند. یک روش ساده برای برانگیختن امواج در پلاسما، اعمال یک پتانسیل نوسان کننده به یک شبکه یا رشته‌ای از شبکه‌ها در یک پلاسما می‌باشد. در این بخش به بررسی امواج الکترونی و یونی در محدوده‌ی فرکانس بالا می‌پردازیم. امواج با فرکانس بالا اساساً امواجی با بسامد ثابت هستند، ولی در طول موج‌های بزرگ به امواج تک سرعت تبدیل می‌شوند. وجود اثرات کوانتومی در پلاسما به دلیل وجود توان‌های مرتبه‌ی بالا k در رابطه پاشندگی باعث تسریع این امر می‌گردد که به آن خواهیم پرداخت.

۳-۴-۱ رابطه‌ی پاشندگی برای امواج با فرکانس بالا در پلاسماهای کوانتومی

برای بدست آوردن رابطه پاشندگی مدهای مختلف امواج با فرکانس بالا از تانسور گذردهی که در بخش قبل به دست آوردیم استفاده می‌کنیم. برای این منظور از معادله موج که با رابطه (۳-۳۱) بیان می‌شود، استفاده خواهیم کرد [۲].

$$\hat{\epsilon} \cdot \vec{E} + \vec{N} \times \vec{N} \times \vec{E} = 0 \quad (۳-۳۱)$$

در رابطه فوق، $\vec{N} = \frac{c\vec{k}}{\omega}$ ضریب شکست پلاسما و c سرعت نور می‌باشد. شکل تانسوری رابطه بالا را

می‌توان بصورت زیر نوشت.

$$\left[\begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} + \frac{c^2}{\omega^2} \begin{pmatrix} -k_{\parallel}^2 & 0 & k_{\perp} k_{\parallel} \\ 0 & -1 & 0 \\ k_{\perp} k_{\parallel} & 0 & -k_{\perp}^2 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0 \quad (۳-۳۲)$$

ابتدا ماتریس بالا را تشکیل می‌دهیم. برای اینکه رابطه (۳-۳۲) جواب داشته باشد، باید دترمینان

ماتریس داخل کروشه برابر صفر باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\det \begin{vmatrix} 1 + \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\alpha} (1 - Q'k^2 \sin^2 \theta) - N^2 \cos^2 \theta & \sum_j \frac{-i\omega_{pj}^2}{\omega\alpha} \omega_{qj} (1 - Q'k^2 \sin^2 \theta) & \sum_j \left(\frac{\omega_{pj}^2}{\alpha} Q'k^2 + N^2 \right) \sin \theta \cos \theta \\ \sum_j \frac{i\omega_{pj}^2 \omega_{qj}}{\omega\alpha} (1 - Q'k^2 \sin^2 \theta) & 1 + \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\alpha} - N^2 & \sum_j \frac{-i\omega_{pj}^2 \omega_{qj}}{\omega\alpha} Q'k^2 \sin \theta \cos \theta \\ \sum_j \left(\frac{\omega_{pj}^2}{\alpha} Q'k^2 + N^2 \right) \sin \theta \cos \theta & \sum_j \frac{-i\omega_{pj}^2}{\omega\alpha} \omega_{qj} Q'k^2 \sin \theta \cos \theta & 1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2 \alpha} \left[\alpha (1 - Q'k^2 \cos^2 \theta) - \omega_{qj}^2 Q'k^4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right] - N^2 \sin^2 \theta \end{vmatrix} = 0 \quad (33-3)$$

حال به بررسی جواب‌هایی که باعث صفر شدن دترمینان می‌شوند می‌پردازیم. هر یک از این حالت‌ها به رابطه‌ی پاشندگی اموج متفاوتی منجر می‌شود. قبل از آن، چند اصطلاح در مورد امواج را به طور کلی ذکر می‌کنیم. مد موازی و عمودی به زاویه‌ی بین راستای انتشار امواج و میدان مغناطیسی خارجی بستگی دارد. بطوری‌که اگر انتشار کاملاً در راستای میدان مغناطیسی باشد یک مد موازی و اگر عمود بر جهت آن باشد یک مد عمودی خواهیم داشت. اگر امواج در راستایی غیر از این دو جهت منتشر شوند، موج برانگیخته برهم‌نهی از هر دو مد خواهد بود. هر مد موازی یا عمود می‌تواند طولی یا عرضی باشد. به این ترتیب اگر بردار موج بر میدان الکتریکی نوسان‌کننده عمود باشد، موج یک مد طولی و اگر موازی میدان الکتریکی در نظر بگیریم یک مد عرضی خواهیم داشت.

۳-۴-۱-۱ مدهای موازی

در این قسمت راستای انتشار را فقط در جهت موازی با میدان مغناطیسی در نظر می‌گیریم و امواج برانگیخته در این مد را بررسی می‌کنیم. بنابراین $\theta = 0$ قرار داده و $k_{\perp} = 0$ و $\vec{k} = k_{\parallel}$ می‌باشد. با اعمال این شرایط، رابطه‌ی (۳۳-۳) به ماتریس زیر تبدیل می‌شود.

$$\det \begin{pmatrix} \varepsilon_A - N^2 & i\varepsilon_B & 0 \\ -i\varepsilon_B & \varepsilon_A - N^2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_C \end{pmatrix} = 0 \quad (34-3)$$

که مولفه‌های ε_A و ε_B و ε_C در روابط (۳۵-۳) تا (۳۷-۳) نشان داده شده است.

$$\varepsilon_A = 1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2 - \omega_{cj}^2} \quad (3-35)$$

$$\varepsilon_B = - \sum_j \frac{\omega_{cj} \omega_{pj}^2}{\omega(\omega^2 - \omega_{cj}^2)} \quad (3-36)$$

$$\varepsilon_C = 1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2} \left(1 - \frac{Qk^2}{Qk^2 + i\omega}\right) \quad (3-37)$$

اکنون دترمینان ماتریس (۳-۳۴) را محاسبه کرده و برابر صفر قرار می‌دهیم. جواب‌های این معادله با

رابطه‌ی (۳-۳۹) نشان داده شده است:

$$\varepsilon_C [(\varepsilon_A - N^2)^2 - \varepsilon_B^2] = 0 \quad (3-38)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_C = 0 \\ N^2 = \varepsilon_A \pm \varepsilon_B \end{cases} \quad (3-39)$$

اکنون هر یک از جواب‌های رابطه‌ی (۳-۳۹) را که موجب صفر شدن دترمینان تانسور (۳-۳۴)

می‌شوند را بررسی می‌کنیم. حالت $\varepsilon_C = 0$ به صورت زیر می‌باشد.

$$1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2} \left(1 - \frac{Qk^2}{Qk^2 + i\omega}\right) = 0 \quad (3-40)$$

حال مقدار Q را جایگزین می‌کنیم. با قرار دادن فرکانس نوسانات کوانتومی بصورت $\omega_{qj} = \frac{\hbar k^2}{2m_j}$ در

رابطه‌ی (۳-۴۰) خواهیم داشت.

$$1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2 - \omega_{qj}^2} = 0 \quad (3-41)$$

به طور معادل، رابطه‌ی (۳-۴۱) را می‌توان به شکل زیر نیز نوشت.

$$\omega^2 = \sum_j \omega_{pj}^2 + \omega_{qj}^2 \quad (3-42)$$

این رابطه، رابطه‌ی پاشندگی امواج لانگمیر^۱ با صرف نظر از حرکات گرمایی در یک پلاسمای

¹ Langmuir wave

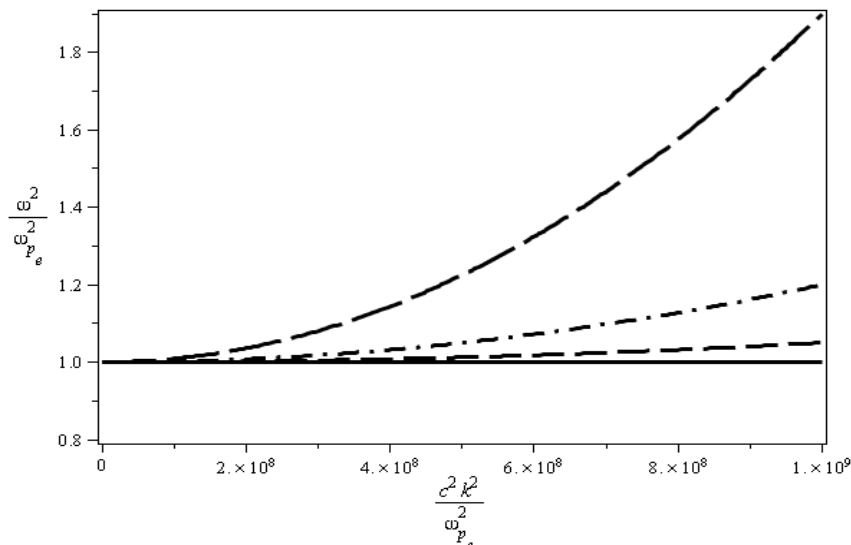
کوانتومی می‌باشد. امواج لانگمیر در یک پلاسمای کلاسیکی بدون در نظر گرفتن اثرات گرمایی، فقط نوسان‌های الکتروستاتیکی ساده هستند که سرعت فاز و گروه برای آنها صفر است. بنابراین این امواج در پلاسما منتشر نمی‌شوند. با در نظر گرفتن پتانسیل بوهم در معادلات سیالی برای یک پلاسمای کوانتومی، رابطه‌ی پاشندگی این امواج تغییر می‌کند و موجب انتشار این امواج در پلاسما می‌گردد. اگر از حرکت یون‌ها در پلاسما صرف نظر کرده و فقط رفتار الکترون‌ها را بررسی کنیم، علامت جمع در رابطه (۳-۴۲) حذف شده و می‌توانیم سرعت گروه را برای امواج الکترونی لانگمیر در پلاسمای کوانتومی به‌دست بیاوریم.

$$v_g = \frac{\hbar^2 k^3 / 2m^2}{\sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{qe}^2}} \quad (۳-۴۳)$$

همانطور که در رابطه (۳-۴۳) مشخص است، در حدود کلاسیکی $\hbar \rightarrow 0$ سرعت گروه این امواج در

پلاسماهای کلاسیکی صفر خواهد شد. شکل (۳-۱)، نمودار پاشندگی امواج لانگمیر در پلاسماهای

کوانتومی را نشان می‌دهد.



شکل (۳-۱) امواج الکترونی لانگمیر در یک پلاسمای کوانتومی. خط توپر برای پلاسماهای کلاسیکی، خط فاصله پلاسماهای کوانتومی با چگالی $n_e = 10^{20}$ ، خط و نقطه پلاسماهای کوانتومی با چگالی $n_e = 10^{23}$ و خط فاصله بزرگ برای پلاسماهای کوانتومی با چگالی $n_e = 10^{26}$

همانطور که در شکل (۳-۱) مشخص می‌شود با افزایش اثرات کوانتومی که در چگالی‌های بزرگ‌تر اتفاق می‌افتد، سیستم پاشنده‌تر می‌شود.

برای دومین جواب از معادله‌ی (۳-۳۹)، حالت $N^2 = \varepsilon_A \pm \varepsilon_B$ را بررسی می‌کنیم. با قرار دادن مقادیر ε_A و ε_B از سری معادلات (۳-۳۵) و (۳-۳۶) رابطه زیر را به دست می‌آوریم.

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2 - \omega_{cj}^2} \mp \frac{\omega_{cj} \omega_{pj}^2}{\omega(\omega^2 - \omega_{cj}^2)} \quad (۳-۴۴)$$

و پس از ساده سازی به رابطه پاشندگی برای امواج چپ گرد^۱ با علامت مثبت و راست گرد^۲ با علامت منفی در مخرج کسر، می‌رسیم.

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \sum_j \frac{\frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2}}{1 \mp \frac{\omega_{cj}}{\omega}} \quad (۳-۴۵)$$

امواج R و L امواج قطبیده‌ی دایروی هستند. به همین دلیل اگر از حرکت یونها صرف نظر کنیم، امواج راست گرد الکترونی در $\omega = \omega_c$ دچار تشدید می‌شوند زیرا برای موج R جهت چرخش صفحه‌ی قطبش با جهت چرخش الکترون‌ها همسو می‌باشد. همچنین برای این امواج فرکانس‌های قطع که در آنها، ضریب شکست صفر شده و موجب می‌شود موج منعکس گردد، با قرار دادن $k = 0$ به دست می‌آیند.

$$\omega_R = \frac{1}{2} \left[\omega_{ce} + (\omega_{ce}^2 + 4\omega_{pe}^2)^{1/2} \right] \quad (۳-۴۶)$$

$$\omega_L = \frac{1}{2} \left[-\omega_{ce} + (\omega_{ce}^2 + 4\omega_{pe}^2)^{1/2} \right]$$

فرکانس‌های قطع و تشدید نمودار را به دو ناحیه انتشار و غیر انتشار که در آن ضریب شکست منفی بود و هیچ موجی منتشر نمی‌شود، تقسیم می‌کنند.

نتیجه مهم دیگری که از رابطه (۳-۴۵) مشخص می‌شود، این است که اثرات کوانتومی تاثیری بر روی

^۱ L wave

^۲ R wave

پاشندگی این امواج نخواهند داشت و رابطه‌ی پاشندگی آنها در پلاسماهای کوانتومی و کلاسیکی یکسان می‌باشد.

۳-۴-۱-۲ مدهای عمودی

در این بخش مدهای عمودی یا همان حالتی که راستای انتشار بر جهت میدان مغناطیسی عمود

باشد را بررسی می‌کنیم. در این حالت $\theta = \frac{\pi}{2}$ قرار داده و بنابراین $k_{\parallel} = 0$ و بردار موج برابر $\vec{k} = k_{\perp}$

می‌باشد. پس از اعمال شرایط بالا، شکل ماتریس (۳-۳۳) به صورت زیر خواهد بود.

$$\det \begin{pmatrix} \varepsilon_{A'} & i\varepsilon_{A''} & 0 \\ -i\varepsilon_{A''} & \varepsilon_{B'} - N^2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{C'} - N^2 \end{pmatrix} = 0 \quad (۳-۴۷)$$

که کمیت‌های $\varepsilon_{A'}$ ، $\varepsilon_{A''}$ ، $\varepsilon_{B'}$ و $\varepsilon_{C'}$ با روابط (۳-۴۸) تا (۳-۵۱) در زیر نشان داده شده‌اند.

$$\varepsilon_{A'} = 1 + \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\alpha} (1 - Q'k^2) \quad (۳-۴۸)$$

$$\varepsilon_{A''} = \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega \alpha} \omega_{cj} (1 - Q'k^2) \quad (۳-۴۹)$$

$$\varepsilon_{B'} = 1 + \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\alpha} \quad (۳-۵۰)$$

$$\varepsilon_{C'} = 1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2} \quad (۳-۵۱)$$

همانند بخش قبل دترمینان ماتریس (۳-۴۷) را محاسبه نموده و برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$[(\varepsilon_{C'} - N^2)][\varepsilon_{A'}(\varepsilon_{B'} - N^2) - \varepsilon_{A''}^2] = 0 \quad (۳-۵۲)$$

بنابراین به دو جواب زیر که با رابطه‌ی (۳-۵۳) داده شده است می‌رسیم و هر یک را جداگانه بررسی

می‌کنیم.

$$N^2 = \varepsilon_{C'} \quad (53-3)$$

$$N^2 = \frac{\varepsilon_{A'}\varepsilon_{B'} - \varepsilon_{A''}^2}{\varepsilon_{A'}}$$

ابتدا حالت اول از رابطه (53-3) را بررسی می‌کنیم. با قرار دادن مقدار $\varepsilon_{C'}$ از رابطه‌ی (51-3) خواهیم

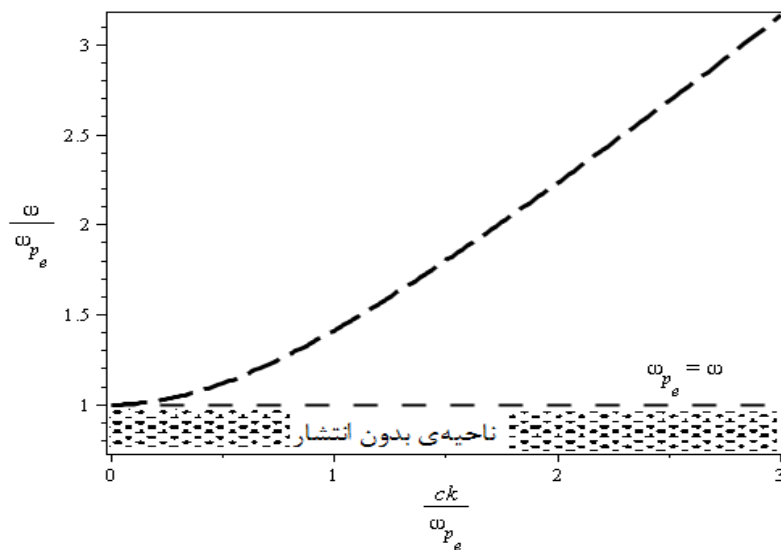
داشت.

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2} \quad (54-3)$$

رابطه پاشندگی فوق مربوط به امواج عادی^۱ در پلاسما می‌باشد. امواج عادی الکترونی فرکانس تشدید

ندارند و فرکانس قطع آنها تنها در $\omega = \omega_{pe}$ اتفاق می‌افتد. در شکل (2-3) نمودار پاشندگی امواج عادی

نشان داده شده است.



شکل (2-3). نمودار پاشندگی امواج عادی الکترونی. فرکانس قطع در $\omega = \omega_{pe}$ صورت می‌گیرد

طبق رابطه‌ی (54-3) اثرات کوانتومی در این رابطه نیز ظاهر نمی‌شوند و رابطه‌ی پاشندگی امواج

عادی نیز برای پلاسماهای کوانتومی و کلاسیکی یکسان است.

اکنون حالت بعدی را بررسی می‌کنیم. با قرار دادن مقادیر $\varepsilon_{A'}$ ، $\varepsilon_{A''}$ و $\varepsilon_{B'}$ از معادلات بالا در

¹ O wave

$$N^2 = \frac{\epsilon_{A'} \epsilon_{B'} - \epsilon_{A'}^2}{\epsilon_{A'}} \quad \text{به رابطه‌ی زیر می‌رسیم.}$$

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \sum_j \frac{[1 + \frac{\omega_{pj}^2}{\alpha} (1 - Q'k^2)][1 + \frac{\omega_{pj}^2}{\alpha}] - [\frac{\omega_{pj}^2}{\omega \alpha} \omega_{cj} (1 - Q'k^2)]^2}{1 + \frac{\omega_{pj}^2}{\alpha} (1 - Q'k^2)} \quad (55-3)$$

با قرار دادن مقدار α و کمی عملیات جبری رابطه (55-3) را بصورت زیر می‌نویسیم.

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2} \frac{\omega_{pj}^2 (1 - Q'k^2)(\omega_{cj}^2 - \omega^2 - \omega_{cj}^2 Q'k^2) - \omega^2 (\omega_{cj}^2 - \omega^2 - Q' \omega_{cj}^2 k^2)}{(\omega_{cj}^2 - \omega^2 - Q' \omega_{cj}^2 k^2)^2 + \omega_{pj}^2 (1 - Q'k^2)(\omega_{cj}^2 - \omega^2 - Q' \omega_{cj}^2 k^2)} \quad (56-3)$$

پس از ساده سازی و حذف عامل‌های مشترک از صورت و مخرج خواهیم داشت.

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - (1 - \frac{Qk^2}{Qk^2 + i\omega}) \omega_{pj}^2}{\omega^2 - (1 - \frac{Qk^2}{Qk^2 + i\omega})(\omega_{cj}^2 + \omega_{pj}^2)} \quad (57-3)$$

با قرار دادن مقدار Q و جای‌گذاری فرکانس نوسانات کوانتومی، به رابطه پاشندگی زیر می‌رسیم.

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - (\frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{qj}^2}) \omega_{pj}^2}{\omega^2 - (\frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{qj}^2}) \omega_{hj}^2} \quad (58-3)$$

رابطه‌ی پاشندگی فوق مربوط به امواج غیرعادی^۱ در یک پلاسمای کوانتومی می‌باشد. ω_{hj} در مخرج

کسر رابطه‌ی (58-3) بسامد دورگه‌ی بالاست و برابر $\omega_{hj}^2 = \omega_{pj}^2 + \omega_{cj}^2$ می‌باشد. امواج غیر عادی امواج

قطبیده‌ی بیضوی هستند و هنگامی که چنین موجی در پلاسما منتشر می‌شود، قسمتی عرضی و قسمتی

طولی می‌باشد. به این دلیل این امواج را غیرعادی می‌نامند. در حدود کلاسیکی، با قرار دادن $\hbar \rightarrow 0$ در

رابطه‌ی (58-3) به رابطه پاشندگی امواج غیرعادی در یک پلاسمای کلاسیکی خواهیم رسید [۱].

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_h^2} \quad (59-3)$$

اکنون به بررسی قطع‌ها و تشدیدهای امواج غیر عادی در حضور اثرات کوانتومی می‌پردازیم. از حرکت

¹ X wave

یون‌ها در پلاسما صرف نظر کرده و امواج را الکترونی در نظر می‌گیریم. برای به دست آوردن فرکانس‌های قطع، در رابطه‌ی (۳-۵۸)، $k=0$ قرار می‌دهیم. چون فرکانس نوسانات کوانتومی به بردار موج بستگی دارد، در نتیجه $\omega_{qe}=0$ می‌شود و فرکانس‌های قطع با فرکانس‌های قطع امواج غیرعادی در پلاسماهای کلاسیکی برابر می‌شود. بنابراین اثرات کوانتومی تأثیری در فرکانس‌های قطع نخواهند داشت. فرکانس‌های قطع برای امواج غیرعادی از روابط زیر به دست می‌آیند.

$$\omega_R = \frac{1}{2} \left[\omega_{ce} + (\omega_{ce}^2 + 4\omega_{pe}^2)^{1/2} \right] \quad (۳-۴۶)$$

$$\omega_L = \frac{1}{2} \left[-\omega_{ce} + (\omega_{ce}^2 + 4\omega_{pe}^2)^{1/2} \right]$$

همانطور که از رابطه‌ی (۳-۴۶) مشخص است، امواج غیر عادی دارای دو فرکانس قطع بوده که با فرکانس‌های قطع امواج راست‌گرد و چپ‌گرد برابر می‌باشد. فرکانس‌های تشدید امواج غیر عادی در یک پلاسمای کلاسیکی از صفر شدن مخرج در طرف راست معادله‌ی (۳-۵۹) به دست می‌آید. بنابراین امواج غیرعادی در پلاسماهای کلاسیکی در فرکانس دورگه‌ی بالا ω_{he} دچار تشدید می‌شوند. برای بدست آوردن فرکانس‌های تشدید این امواج در پلاسماهای کوانتومی، ابتدا رابطه‌ی (۳-۵۸) را بر حسب k مرتب می‌کنیم و سپس جواب‌هایی که مخرج را در طرف دیگر صفر می‌کند و باعث می‌شوند $k \rightarrow \infty$ میل کند، را به عنوان فرکانس‌های تشدید در نظر می‌گیریم. برای این کار ابتدا متغیرهای زیر را تعریف می‌کنیم.

$$Y_1 = \frac{c^2 k^2}{\omega_{pe}^2} \quad X_1 = \frac{\omega^2}{\omega_{pe}^2} \quad \beta = \frac{\omega_{ce}^2}{\omega_{pe}^2} \quad Q_1 = \frac{\hbar^2 \omega_{pe}^2}{4c^4 m_e^2} \quad (۳-۶۰)$$

با قرار دادن این کمیت‌ها در رابطه‌ی (۳-۵۸) به رابطه‌ی زیر می‌رسیم.

$$Y_1 = X_1 - \frac{X_1 - Q_1 Y_1^2 - 1}{X_1 - Q_1 Y_1^2 - (1 + \beta)} \quad (۳-۶۱)$$

با توجه به رابطه‌ی (۳-۶۱) در محدوده‌ی پلاسماهای کلاسیکی که $Q_1=0$ می‌باشد، تشدید در $\omega_{pe}^2(1+\beta)$ صورت می‌گیرد که همان فرکانس دورگه‌ی بالاست. پس از ساده‌سازی رابطه‌ی فوق، معادله‌ی درجه سوم زیر را خواهیم داشت.

$$Q_1 Y_1^3 - Q_1 (X_1 - 1) Y_1^2 - (X_1 - \beta - 1) Y_1 + X_1 (X_1 - \beta - 2) + 1 = 0 \quad (۶۲-۳)$$

با حل معادله‌ی (۶۲-۳) برحسب Y_1 به سه جواب خواهیم رسید. ریشه‌های مخرج هر جواب، فرکانس

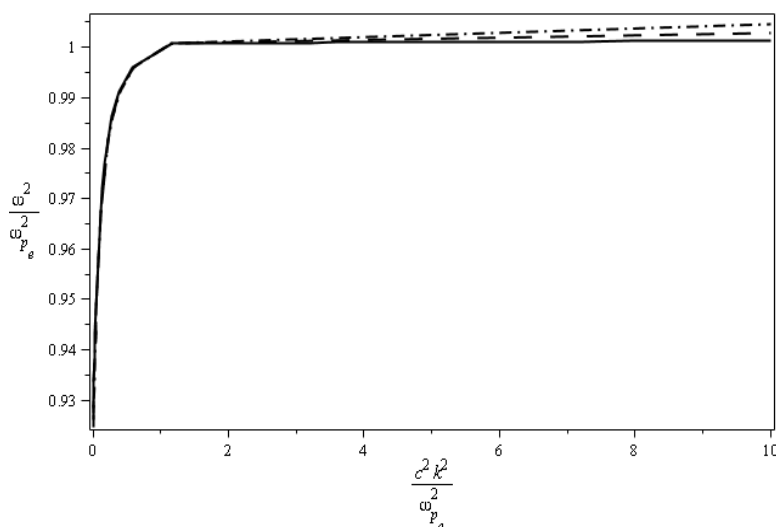
تشدید امواج غیرعادی در پلاسمای کوانتومی را به ما می‌دهد..

شکل (۳-۳) نمودار پاشندگی امواج غیر عادی را بین دو فرکانس قطع چپ ω_L و فرکانس قطع راست

ω_R نشان می‌دهد. طبق شکل نمودار پاشندگی امواج غیر عادی در پلاسمای کلاسیکی و کوانتومی در

طول موج‌های کوچک یکسان است، زیرا همانطور که اشاره کردیم اثرات کوانتومی در طول موج‌های بلند

مهم می‌شوند.

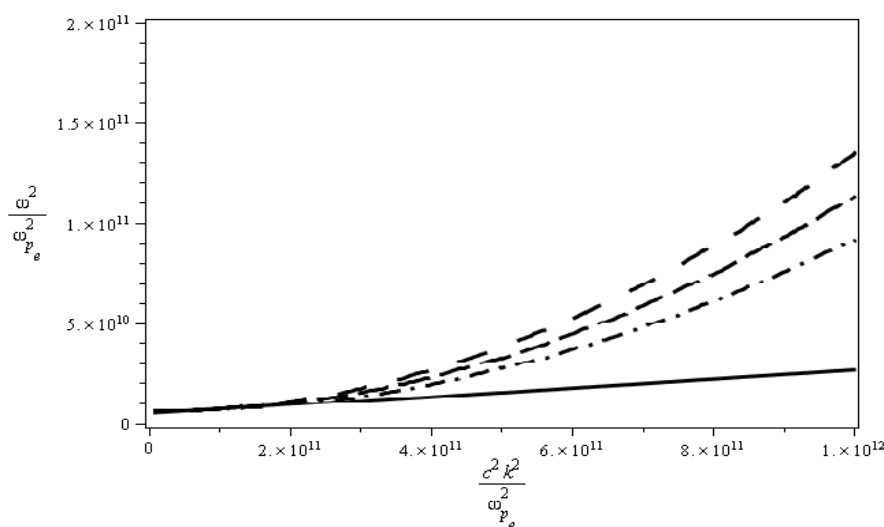


شکل (۳-۳). نمودار پاشندگی امواج الکترونی غیرعادی بین فرکانس‌های قطع چپ و راست. خط تو پر امواج غیرعادی در پلاسمای کلاسیکی. خط چین امواج در پلاسمای کوانتومی با چگالی $n_e = 10^{23}$ خط و نقطه در پلاسمای کوانتومی با چگالی

$$n_e = 10^{26} \text{ برای تمام نمودارها } \omega_c = 10^7 \text{ Hz}$$

شکل (۴-۳) نمودار پاشندگی امواج فوق را در فرکانس‌های خیلی بالا $\omega \gg \omega_R$ نشان می‌دهد. در

طول موج‌های بلند اثرات کوانتومی در رفتار امواج غیرعادی محسوس‌تر می‌گردد.



شکل (۳-۴). نمودار پاشندگی امواج الکترونی غیرعادی در فرکانس‌های بسیار بالا. خط تو پر امواج غیرعادی در پلاسما کلاسیکی. خط و نقطه امواج در پلاسما کوانتومی با چگالی $n_e = 10^{20}$ خط چین در پلاسما کوانتومی با چگالی $n_e = 10^{23}$ و خط فاصله برای $n_e = 10^{26}$. برای تمام نمودارها $\omega_c = 10^7 \text{ Hz}$

۳-۵ بررسی تعادل و پایداری در پلاسماهای کوانتومی

علاوه بر به دست آوردن رابطه پاشندگی امواج در مرتبه‌ی خطی، می‌توان تعادل و پایداری این امواج را هنگامی که یک عامل اختلالی باعث ناپایداری در سیستم می‌گردد را نیز با خطی‌سازی بررسی نمود. در بخش قبل حالت ناآشفته‌ای از پلاسما را فرض کردیم که در یک تعادل ترمودینامیکی کامل بود. در چنین حالتی آنتروپی در سیستم بیشترین مقدار خود را دارد و انرژی آزاد در سیستم وجود ندارد [۱۳]. بنابراین ما امواج را در پلاسما با یک عامل خارجی برانگیخته می‌کردیم. اما در واقعیت عوامل ناپایداری زیادی در یک پلاسما وجود دارد که باعث خود برانگیخته شدن امواج می‌گردند. این امواج همواره پایدار نیستند و در طول موج‌های خاصی از بین می‌روند. به طور کلی ناپایداری عاملی است که انرژی آزاد را در پلاسما کاهش می‌دهد و باعث می‌شود سیستم به تعادل ترمودینامیکی نزدیک‌تر شود. از جمله عوامل ناپایداری در پلاسما می‌توان به در نظر گرفتن برخوردها، وجود جریان اولیه، وجود گرادیان چگالی که به ناپایداری

ریلی تیلور^۱ مشهور است، اشاره نمود. در این بخش تنها به بررسی پایداری امواج در حضور برخوردها و جریان اولیه در یک پلاسمای کوانتومی اشاره می‌کنیم. نتایج ما نشان می‌دهد که اثرات کوانتومی باعث تغییر در شرایط پایداری می‌گردد.

۳-۵-۱ ناپایداری بر اثر در نظر گرفتن برخوردها

به دلیل حرکت ذرات در یک پلاسما، پدیده‌ی برخورد بین ذرات در یک پلاسما همواره وجود دارد. برخوردها در یک پلاسما از نوع کولنی هستند و می‌تواند بین ذرات همانام و یا غیر همانام صورت گیرد. اگر در یک پلاسما نرخ انتقال اندازه حرکت ذرات در اثر برخورد با یکدیگر مقدار بزرگی باشد، مدهای سیستم به شدت ناپایدار شده و رابطه پاشندگی تغییر خواهد کرد. این که در یک پلاسما چه هنگام نقش برخوردها مهم بوده و باید آن‌ها را در نظر گرفت، با پارامتر جفت‌شدگی^۲ تعیین می‌گردد. در فصل اول در مورد پارامتر جفت‌شدگی در پلاسماهای کلاسیکی و کوانتومی توضیح دادیم. در یک پلاسمای کوانتومی، هنگامی که پارامتر جفت‌شدگی کوانتومی، $\Gamma_Q \approx (\frac{\hbar\omega_p}{2k_B T_F})^2$ ، بزرگ‌تر از یک باشد، دیگر نمی‌توان از وجود برخوردها در پلاسما صرف نظر نمود. برای پلاسماهایی با چگالی بین 10^{19} تا 10^{23} ذره بر متر مربع این پارامتر بزرگتر از یک می‌شود [۱۲، ۱۳]. با توجه به این که چگالی پلاسمای نوار رسانش فلزات نیز در این محدوده قرار می‌گیرد، می‌توان پلاسماهای فلزی را در محدوده‌ی پلاسماهای کوانتومی برخوردی قرار داد [۱۶، ۱۷]. از این رو این پلاسماهای فیزیک ماده چگال اهمیت فوق‌العاده‌ای خواهند داشت. در این بخش ما به بررسی رابطه پاشندگی و شرایط پایداری امواج فرکانس بالا در یک پلاسمای کوانتومی با حضور برخوردها می‌پردازیم. به دلیل اینکه هدف ما مطالعه‌ی نقش اثرات کوانتومی در تعادل و پایداری این امواج می‌باشد، صرفاً به بررسی امواجی می‌پردازیم که اثرات کوانتومی در آنها ظاهر شده‌اند. فرض می‌-

¹ Rayleigh-Taylor

² Coupling parameter

کنیم پلاسمای کوانتومی سرد و یکنواخت باشد و در یک میدان خارجی فرو رفته باشد. در این بخش و بخش بعدی برای پرهیز از اضافه نویسی، روابط پاشندگی امواج را به جای استفاده از تانسور رسانندگی، مستقیماً از معادلات سیالی به دست می‌آوریم. بنابراین در مجموعه معادلات سیالی کوانتومی (QHD) مورد استفاده، باید با توجه با شرایط حاکم، باید یکی از معادلات ماکسول را نیز اضافه نماییم.

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j \vec{u}_j) = 0 \quad (3-3)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} + \vec{u}_j \cdot \nabla \vec{u}_j = \frac{q_j}{m_j} (\vec{E} + \vec{u}_j \times \vec{B}) + \frac{\hbar^2}{2m_j^2} \nabla \left(\frac{\nabla^2 \sqrt{n_j}}{\sqrt{n_j}} \right) - \nu_\delta \vec{u}_j \quad (3-8)$$

در رابطه (3-8)، ν_δ فرکانس برخورد می‌باشد که می‌تواند فرکانس برخورد بین دو نوع ذره یکسان، مثلاً فرکانس برخورد بین الکترون‌ها با یکدیگر و یا دو نوع ذره غیر همسان مانند الکترون‌ها و یون‌ها باشد. در پلاسماهای کوانتومی فرکانس برخورد بین الکترون-الکترون در دمای اتاق خیلی کوچک‌تر از فرکانس نوسانات پلازما $\omega_p \ll \nu_{ee}$ بوده و می‌توان از آن صرف نظر کرد [۱۶]. اما فرکانس برخورد بین الکترون‌ها و ذرات سنگین‌تر مانند یون‌ها (اتم‌های شبکه در پلاسماهای فلزی) قابل اغماض نبوده و مهمترین برخوردها در یک پلاسمای کوانتومی از این نوع برخوردها می‌باشد.

۳-۵-۱-۱ بررسی امواج لانگمیر در حضور جمله‌ی برخورد

اکنون به بررسی مدهای موازی می‌پردازیم. چون راستای انتشار این امواج در راستای میدان مغناطیسی می‌باشد، میدان مغناطیسی بر روی آن‌ها تاثیر نخواهد داشت. همانطور که اشاره شد، در این مد تنها امواج لانگمیر تحت تاثیر اثرات کوانتومی قرار می‌گرفتند. بنابراین تنها این امواج را بررسی خواهیم نمود. با خطی سازی معادلات (3-3) و (3-8) به روابط زیر می‌رسیم.

$$\frac{n_{1j}}{n_{0j}} = \frac{\vec{k} \cdot \vec{u}_{1j}}{\omega} \quad (3-84)$$

$$-i(\omega + i\nu_\delta) \vec{u}_{1j} = \frac{q_j}{m_j} E_1 - \frac{\hbar^2 k^2}{4m_j^2} i \vec{k} \frac{n_{1j}}{n_{0j}} \quad (3-85)$$

چون امواج لانگمور، امواجی الکتروستاتیک هستند از معادله پواسون استفاده می‌کنیم.

$$\epsilon \nabla \cdot E = \sum_j q_j n_j \quad (۸۶-۳)$$

پس از خطی‌سازی معادله‌ی پواسون، مقدار میدان الکتریکی را از این رابطه در رابطه‌ی (۸۵-۳) قرار می‌دهیم. از رابطه‌ی (۸۴-۳) نیز سرعت سیالی را در این رابطه جایگذاری می‌کنیم. پس از قرار دادن فرکانس نوسانات پلاسما و فرکانس اثرات کوانتومی به رابطه‌ی پاشندگی امواج لانگمیر در حضور برخوردها خواهیم رسید.

$$\omega(\omega + i\nu_\delta) = \sum_j \omega_{pj}^2 + \omega_{qj}^2 \quad (۸۷-۳)$$

همانطور که مشاهده می‌شود با قرار دادن $\nu \rightarrow 0$ رابطه پاشندگی امواج لانگمیری در پلاسمای کوانتومی برخوردی به رابطه این امواج بدون در نظر گرفتن ترم برخوردی در پلاسمای کوانتومی تبدیل می‌شود که قبلاً به دست آورده بودیم. به دلیل وجود ترم موهومی در رابطه‌ی پاشندگی فوق، این امواج ناپایدار هستند و باید شرایط تعادل و پایداری آن‌ها را بررسی نمود. برای این منظور از تبدیل $\omega = \omega_R + i\gamma$ استفاده می‌کنیم و به این ترتیب قسمت‌های حقیقی و موهومی رابطه پاشندگی را از هم جدا می‌کنیم.

$$(\omega_R + i\gamma)(\omega_R + i(\nu + \gamma)) = \sum_j \omega_{pj}^2 + \omega_{qj}^2 \quad (۸۸-۳)$$

$$\omega_R^2 + 2i\omega_R\gamma + i\omega_R\nu - \gamma^2 - \nu\gamma = \sum_j \omega_{pj}^2 + \omega_{qj}^2$$

حال قسمت‌های موهومی و حقیقی رابطه‌ی (۸۸-۳) را جدا کرده و جداگانه برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$\omega_R^2 - \gamma^2 - \nu\gamma = \sum_j \omega_{pj}^2 + \omega_{qj}^2 \quad (۸۹-۳)$$

$$2\gamma + \nu = 0 \quad (۹۰-۳)$$

با قرار دادن مقدار γ از رابطه‌ی (۹۰-۳) در (۸۹-۳) می‌توانیم رابطه پاشندگی را در فرکانس‌های

حقیقی، یا در همان فرکانس‌هایی که موج در آن‌ها انتشار دارد، به دست بیاوریم.

$$\omega_R = \sqrt{\sum_j \omega_{pj}^2 + \omega_{qj}^2 - \frac{v_{ie}^2}{4}} \quad (۹۱-۳)$$

برای درک بهتر شرایط پایداری، مانند قبل از حرکت یون‌ها صرف نظر کرده و موج را الکترونی فرض

می‌کنیم. شرط حقیقی بودن طرف راست این است که زیر رادیکال منفی نباشد. بنابراین به شرط پایداری زیر می‌رسیم.

$$\omega_{pe}^2 + \omega_{qe}^2 \geq \frac{v_{ie}^2}{4} \quad (۹۱-۳)$$

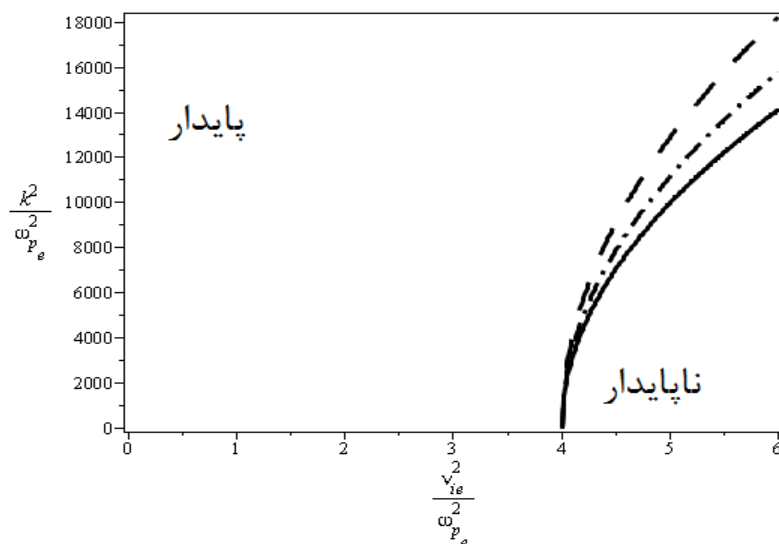
شکل (۵-۳) محدوده‌ی طول موج‌های پایدار برای فرکانس‌های برخورد مختلف را نشان می‌دهد. با

توجه به شکل (۵-۳)، برای فرکانس‌های برخورد کوچک‌تر از $2\omega_{pe}$ این امواج برای تمامی طول موج‌ها

پایدار می‌باشند. با افزایش فرکانس برخورد ناپایداری‌ها شروع می‌گردد. همانطور که مشاهده می‌شود با

افزایش اثرات کوانتومی محدوده‌ی ناپایداری کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر اثرات کوانتومی نقش ناپایداری

بر اثر برخورد را در امواج لانگمیر کمرنگ می‌کند.



شکل (۵-۳) محدوده‌ی طول موج‌های پایدار بر اثر برخوردها. خط پررنگ برای پلاسمای کوانتومی با چگالی $n_e = 10^{26}$ خط و نقطه برای پلاسمایی با چگالی $n_e = 10^{23}$ و خط فاصله برای پلاسمایی با چگالی $n_e = 10^{20}$.

۳-۵-۱-۲ بررسی امواج غیرعادی در حضور جمله‌ی برخورد

برای حالت بعدی مدهای عمودی را در نظر می‌گیریم. در این حالت تنها امواج غیر عادی تحت تاثیر اثرات کوانتومی قرار می‌گیرند. بنابراین تنها به بررسی این امواج می‌پردازیم. معادلات سیالی (۳-۳) و (۸۳-۳) را برای این حالت دوباره می‌نویسیم.

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j \vec{u}_j) = 0 \quad (۳-۳)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} + \vec{u}_j \cdot \nabla \vec{u}_j = \frac{q_j}{m_j} (\vec{E} + \vec{u}_j \times \vec{B}) + \frac{\hbar^2}{2m_j^2} \nabla \left(\frac{\nabla^2 \sqrt{n_j}}{\sqrt{n_j}} \right) - \nu_\delta \vec{u}_j \quad (۸۳-۳)$$

جهت میدان مغناطیسی را بر روی محور z ، راستای انتشار را عمود بر میدان مغناطیسی و در جهت محور x و میدان الکتریکی اختلالی را نیز در راستای y در نظر می‌گیریم. با خطی سازی و تبدیل فوریه روابط فوق می‌توان مولفه‌های سرعت را بدست آورد. امواج غیر عادی، امواج الکترومغناطیسی هستند و بنابراین در سری معادلات سیالی آن‌ها به جای معادله‌ی پواسون از معادله‌ی دوم ماکسول استفاده می‌کنیم.

$$c^2 \nabla \times B = \frac{\partial E}{\partial t} + \sum_j j_j \quad (۹۲-۳)$$

با خطی‌سازی و تبدیل فوریه رابطه‌ی فوق و پس از ساده‌سازی به رابطه‌ی زیر که معادله‌ی موج نامیده می‌شود، می‌رسیم.

$$-\vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{E}_1) + k^2 \vec{E}_1 - \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}_1 = \frac{i\omega}{\epsilon_0 c^2} \sum_j \vec{j}_1 \quad (۹۳-۳)$$

از مولفه‌های سرعت، چگالی جریان را در دو راستای x و y به دست می‌آوریم و در رابطه‌ی (۹۳-۳) قرار می‌دهیم. پس از مرتب سازی به دو رابطه‌ی زیر می‌رسیم:

$$\sum_j \left[\omega^2 \left(1 - \frac{\omega_{cj}^2 \omega}{\omega(\omega + i\nu)^2 - \omega_{qj}^2(\omega + i\nu)} \right) - \frac{\omega}{(\omega + i\nu)} \omega_{pj}^2 \right] E_{1x} + \sum_j \left[\frac{i\omega_{pj}^2 \omega_{cj} \omega^2}{\omega(\omega + i\nu)^2 - \omega_{qj}^2(\omega + i\nu)} \right] E_{1y} = 0 \quad (94-3)$$

$$\sum_j \left[(\omega^2 - c^2 k^2) \left(1 - \frac{\omega_{cj}^2 \omega}{\omega(\omega + i\nu)^2 - \omega_{qj}^2(\omega + i\nu)} \right) - \frac{\omega}{(\omega + i\nu)} \omega_{pj}^2 \right] E_{1y} - \sum_j \left[\frac{i\omega_{pj}^2 \omega_{cj} \omega^2}{\omega(\omega + i\nu)^2 - \omega_{qj}^2(\omega + i\nu)} \right] E_{1x} = 0 \quad (95-3)$$

شرط وجود جواب‌های بدیهی و غیر صفر این است که دترمینان ماتریس ضرایب E_x و E_y در روابط

(94-3) و (95-3) صفر شود. با اعمال این شرط به رابطه‌ی پاشندگی برای امواج الکترونی غیر عادی در

یک پلاسمای کوانتومی برخوردی می‌رسیم.

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \left(\frac{\omega^2}{\omega(\omega + i\nu) - \omega_{qj}^2} \right) \omega_{pj}^2}{\omega^2 - \left(\frac{\omega^2}{\omega(\omega + i\nu) - \omega_{qj}^2} \right) \omega_{hj}^2 + i \left(\frac{\omega(\omega + i\nu) - \omega_{pj}^2}{\omega(\omega + i\nu) - \omega_{qj}^2} \right) \nu \omega} \quad (96-3)$$

با قرار دادن $\nu = 0$ در رابطه‌ی (96-3) به رابطه‌ی (58-3) که در بخش قبل به دست آورده بودیم

می‌رسیم. به منظور بررسی ناپایداری‌های سیستم و بدست آوردن دامنه میرایی یا رشد امواج الکترونی

غیرعادی، مجدداً از $\omega = \omega_R + i\gamma$ در رابطه (96-3) استفاده کرده و قسمت‌های حقیقی و موهومی را بطور

مجزا مساوی با صفر قرار داده که روابط زیر حاصل می‌شوند.

$$\omega_R^4 + 5\gamma^4 - 10\omega_R^2 \gamma^2 - 8\nu_{ie} \omega_R^2 \gamma + 8\nu_{ie} \gamma^3 + (3\gamma^2 - \omega_R^2)(\omega_{qe}^2 + \omega_{pe}^2 + \omega_{he}^2 + \nu_{ie}^2 + c^2 k^2) + \omega_{pe}^2 \omega_{qe}^2 + \omega_{pe}^4 + 4\gamma \nu_{ie} (\omega_{pe}^2 + c^2 k^2) + c^2 k^2 (\omega_{qe}^2 + \omega_{he}^2 + \nu_{ie}^2) = 0 \quad (97-3)$$

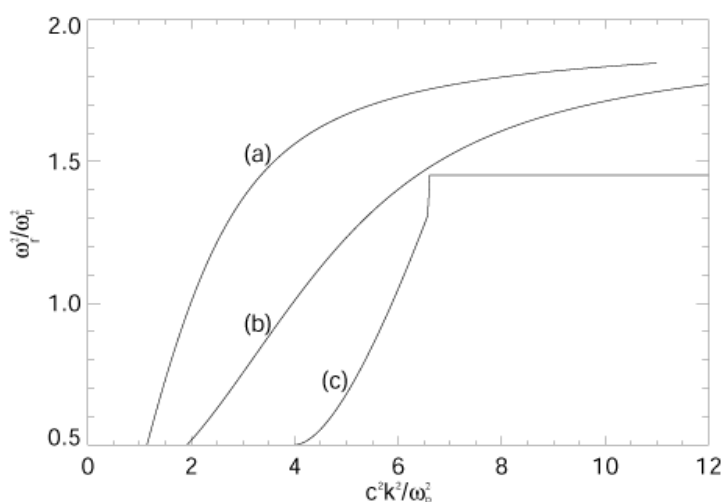
$$-\gamma^5 - 2\nu \omega_R^4 - 5\omega_R^4 \gamma + 10\omega_R^2 \gamma^3 - 2\nu_{ie} \gamma^4 + 12\nu_{ie} \omega_R^2 \gamma^2 + (3\omega_R^2 \gamma - \gamma^3)(\omega_{pe}^2 + \omega_{qe}^2 + \omega_{he}^2 + \nu_{ie}^2 + c^2 k^2) + 2\nu_{ie} (\omega_R^2 - \gamma^2)(\omega_{pe}^2 + c^2 k^2) - c^2 k^2 \gamma (\omega_{qe}^2 + \omega_{he}^2 + \nu_{ie}^2) - \gamma (\omega_{pe}^2 \omega_{qe}^2 + \omega_{pe}^4) - c^2 k^2 \nu_{ie} \omega_{pe}^2 = 0 \quad (98-3)$$

به دلیل پیچیدگی روابط بالا، نمی‌توان مانند بخش قبل آن‌ها را بطور صریح حل نمود. بنابراین با حل

همزمان روابط (97-3) و (98-3) بطور عددی، نمودار بهنجار شده تغییرات قسمت حقیقی رابطه‌ی

پاشندگی برحسب طول موج به دست می‌آید. شکل (۶-۳) اثرات برخورد روی رابطه پاشندگی را نشان

می‌دهد. برای منحنی (a)، حالت بدون برخورد $v=0$ ، و برای منحنی (b) با فرکانس برخورد $v=\omega_p$ ، در حد طول موج‌های خیلی کوتاه فرکانس موج به یک مقدار ثابت می‌رسد. سرعت فاز و سرعت گروه به سمت صفر میل می‌کند و در این حالت هیچ موجی انتشار نمی‌یابد. همان طور که از شکل نمایان است با افزایش فرکانس برخورد (در منحنی (c) که $v=5\omega_p$) انتشار در طول موج نسبتاً بلندتر کاملاً متوقف می‌شود. این نشان می‌دهد که با وجود اثرات کوانتومی، حتی در دماهای پایین برخورد ذرات (الکترون‌ها با اتم‌های شبکه) نقش مهمی در میرایی امواج برانگیخته شده بازی می‌کنند. این می‌تواند ناشی از حالتی باشد که در آن سیستم به طور جزئی تبه‌گن شده باشد.



شکل (۳-۶). نقش اثرات برخورد بر روی امواج غیرعادی الکترونی در یک پلاسمای کوانتومی بین دو فرکانس قطع چپ و راست. نمودار (a) $v=0$ ، نمودار (b) $v=\omega_{pe}$ ، نمودار (c) $v=5\omega_{pe}$ → (c). برای تمام نمودارها $n_e = 10^{26}$ و $B_0 = 10 \mu G$. به دلیل رسم عددی نمودار با نرم افزار IDL رسم شده است.

۳-۵-۲ ناپایداری چند جریانی

یکی دیگر از صورت‌های ناپایداری در یک پلاسما، ناپایداری چند جریانی بوده که می‌تواند در اثر عبور یک یا چند باریکه‌ی پر انرژی از ذرات از درون پلاسما به وجود آید و یا به وسیله‌ی عاملی خارجی که موجب ایجاد سرعت سوق گونه‌های مختلف در پلاسما شده و در نتیجه‌ی آن جریانی در پلاسما تولید

گردد. هدف ما در این بخش مطالعه‌ی نقش اثرات کوانتومی در ناپایداری چند جریانی، هنگامی که یک یا چند جریان اولیه در سیستم داشته باشیم، می‌باشد. نقش اثرات کوانتومی در یک پلاسمای دو یا چند جریانی اولین بار توسط هاس و همکارانش، با استفاده از مدل نظریه‌ی جنبشی بررسی شد و ناپایداری‌های مربوط به آن و حالت‌های ایستای گاز الکترونی توسط آن‌ها مورد مطالعه قرار گرفت. در این بررسی ما با استفاده از معادلات سیالی کوانتومی (QHD)، وجود یک یا دو جریان اولیه را در یک پلاسمای کوانتومی هنگامی که پلاسما به طور جزئی تبهگن شده باشد و ذرات هنوز سرعت گرمایی داشته باشند مورد مطالعه قرار می‌دهیم. با این فرض ذرات پلاسما علاوه بر سرعت سوق جریانی، سرعت گرمایی نیز خواهند داشت و پلاسمای مورد بحث به واقعیت نزدیک‌تر خواهد شد. همچنین ضمن اینکه به بررسی اثرات کوانتومی در پایداری این امواج در حضور جریان اولیه می‌پردازیم، می‌توانیم مقایسه‌ای در نتایج آن با نقش اثرات کلاسیکی در این ناپایداری داشته باشیم. مزیت دیگر این فرض این است که در حدود $u_0 \rightarrow 0$ می‌توانیم شکل جدید رابطه‌ی پاشندگی امواجی را که در بخش قبل بررسی کردیم را در حضور اثرات گرمایی نیز مورد مطالعه قرار دهیم. برای این منظور، معادلات حرکت مدل سیالی را با در نظر گرفتن فشار کلاسیکی برای این پلاسما می‌نویسیم.

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j \vec{u}_j) = 0 \quad (3-3)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} + \vec{u}_j \cdot \nabla \vec{u}_j = -\frac{\nabla p_j}{m_j n_j} + \frac{q_j}{m_j} (\vec{E} + \vec{u}_j \times \vec{B}) + \frac{\hbar^2}{2m_j^2} \nabla \left(\frac{\nabla^2 \sqrt{n_j}}{\sqrt{n_j}} \right) \quad (3-94)$$

در معادلات بالا n چگالی، u سرعت، m جرم، p فشار کلاسیکی $p = n\gamma kT$ ، γ نسبت گرماهای ویژه در فشار ثابت به گرمای ویژه در حجم ثابت و مانند بخش‌های گذشته، اندیس j نشان دهنده‌ی نوع ذرات می‌باشد. باخطی سازی و تبدیل فوریه روابط (3-3) و (3-94) با در نظر گرفتن وجود جریان اولیه، خواهیم داشت.

$$n_{1j} = \frac{\vec{k} \cdot \vec{u}_{1j}}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{u}_{0j}} n_{0j} \quad (95-3)$$

$$-i(\omega - \vec{k} \cdot \vec{u}_{0j}) \vec{u}_{1j} = \frac{q_j}{m_j} (E_1 + \vec{u}_{1j} \times \vec{B}_0) - \frac{\gamma_j k_B T_j}{m_j} i\vec{k} \frac{n_{1j}}{n_{0j}} - \frac{\hbar^2 k^2}{4m_j^2} i\vec{k} \frac{n_{1j}}{n_{0j}} \quad (96-3)$$

در این بخش فقط به بررسی مد موازی و امواج لانگمور در حضور وجود یک یا چند جریان اولیه در

پلاسمای می‌پردازیم. روش کار برای بررسی امواج غیر عادی نیز مشابه به همین روش خواهد بود. بنابراین

جهت انتشار k ، میدان مغناطیسی ناآشفته B_0 و جریان اولیه u_0 را در دستگاه مختصات دکارتی در جهت

z در نظر می‌گیریم. پس از خطی‌سازی و تبدیل فوریه معادله‌ی پواسون چگالی اختلالی را از رابطه‌ی

(96-3) در آن قرار می‌دهیم.

$$\frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} + \vec{u}_j \cdot \nabla \vec{u}_j = -\frac{\nabla p_j}{m_j n_j} + \frac{q_j}{m_j} (\vec{E} + \vec{u}_j \times \vec{B}) + \frac{\hbar^2}{2m_j^2} \nabla \left(\frac{\nabla^2 \sqrt{n_j}}{\sqrt{n_j}} \right) \quad (94-3)$$

$$(\omega - \vec{k} \cdot \vec{u}_{0j}) \vec{u}_{1j} - \frac{1}{2} \gamma_j k^2 v_{th(j)} \frac{\vec{u}_{1j}}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{u}_{0j}} n_{0j} - \frac{\hbar^2 k^4}{4m_j^2} \frac{\vec{u}_{1j}}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{u}_{0j}} = \sum_j \frac{q_j^2}{\epsilon_0 m_j} \frac{\vec{u}_{1j}}{\omega - \vec{k} \cdot \vec{u}_{0j}} n_{0j} \quad (97-3)$$

و در نهایت به رابطه پاشندگی امواج لانگمیری با در نظر گرفتن وجود جریان اولیه و در حضور اثرات

گرمایی و کوانتومی خواهیم رسید.

$$1 - \sum_j \frac{\omega_{pj}^2}{(\omega - k \cdot u_{0j})^2 - \omega_{qj}^2 - \frac{1}{2} \gamma_j k^2 v_{th(j)}^2} = 0 \quad (98-3)$$

که در آن $v_{th(j)} = \left(\frac{2k_B T_j}{m_j} \right)^{1/2}$ سرعت گرمایی ذرات می‌باشد.

برای بررسی پایداری این امواج در حضور جریان اولیه، سه حالت را در نظر می‌گیریم. درحالت اول

مانند قبل از حرکت یونها صرف نظر کرده و موج را الکترونی فرض می‌کنیم. البته این فرض بسیار خام

بوده ولی برای هدف ما که بررسی اثرات کوانتومی در پایداری این سیستم خواهد بود کفایت می‌کند. بنابر

این از عمل جمع صرف نظر کرده و رابطه‌ی پاشندگی امواج الکترونی لانگمیر در یک پلاسمای کوانتومی

دارای یک جریان اولیه از طریق رابطه (۳-۹۸) به صورت زیر خواهد بود.

$$(\omega - k \cdot u_{0e})^2 = \omega_{pe}^2 + \omega_{qe}^2 + \frac{1}{2} \gamma_j k^2 v_{th(e)}^2 \quad (۳-۹۹)$$

$$\omega - k \cdot u_{0e} = \sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{qe}^2 + \frac{1}{2} \gamma_j k^2 v_{th(e)}^2}$$

با توجه به رابطه‌ی فوق شرط وجود جواب مثبت بودن طرف چپ معادله‌ی (۳-۹۹) می‌باشد. بنابراین

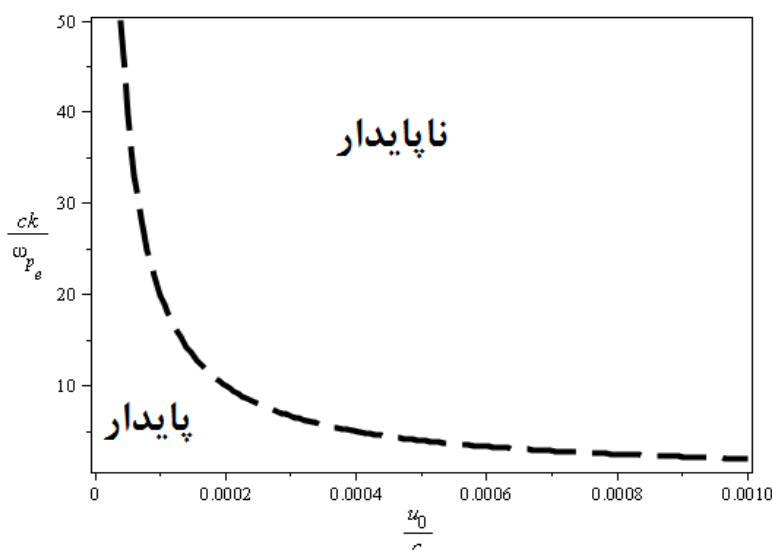
شرط پایداری این امواج در حضور جریان اولیه به صورت زیر می‌باشد.

$$\omega \geq k u_{0e} \quad (۳-۱۰۰)$$

شکل (۳-۶) محدوده‌ی طول موج‌های پایدار را در جریان‌های مختلف اولیه نشان می‌دهد. با توجه به

شکل مشخص می‌شود با افزایش جریان اولیه، پلاسما در طول موج‌های بزرگ به شدت ناپایدار می‌شود.

بنابراین این امواج تنها تا زمانی که $v_\phi \geq u_0$ باشد، پایدار هستند.



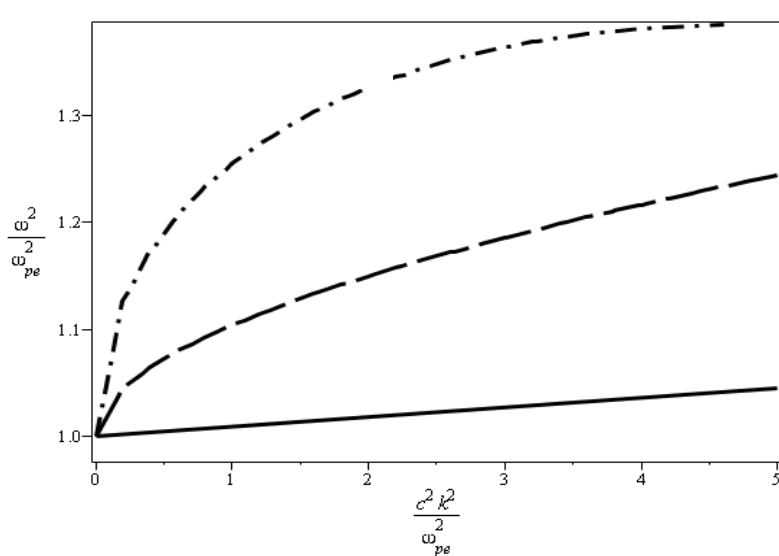
شکل (۳-۶). محدوده‌ی پایداری امواج الکترونی لانگمور با وجود یک جریان اولیه

تاثیر سرعت جریان u_0 برای یک پلاسمای کلاسیکی، $\omega_q = 0$ ، در محدوده‌ی طول موج‌های مجاز با

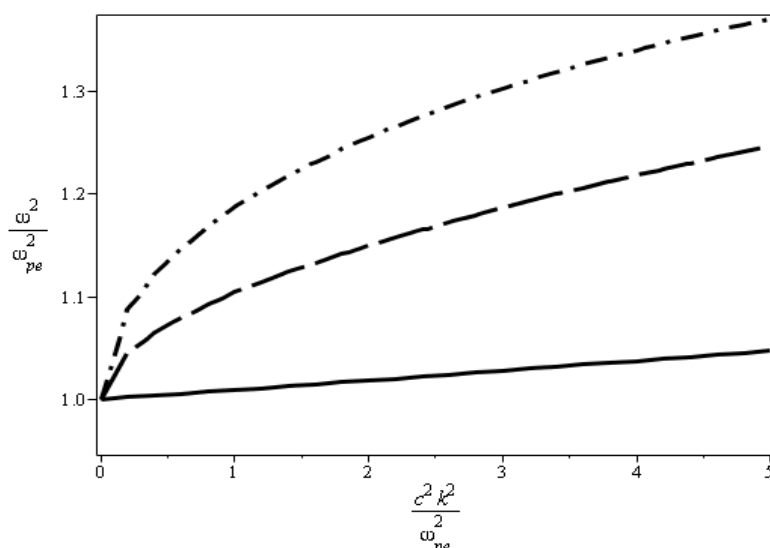
شکل (۳-۷) نشان داده شده است. با افزایش u_0 شیب منحنی در طول موج‌های کوچک افزایش می‌یابد

و بنابراین سرعت گروه نیز زیاد می‌شود. اما نکته قابل اهمیت این است که اساساً دامنه امواج پلاسما در

u_0 کوچک، کوچکتر می‌باشد و به ازای سرعت‌های بالا فرکانس به یک مقدار ثابت می‌رسد و انتشاری در پلاسما صورت نمی‌گیرد. در حضور جملات کوانتومی رفتار رابطه پاشندگی در شکل (۳-۸) نشان داده شده است. با توجه به شکل (۳-۶) در سرعت‌های بالا، امواج تنها در طول موجهای کوچک پایدار هستند، بنابراین برای اینکه اثرات کوانتومی در طول موجهای کوچک محسوس باشند، چگالی پلاسما را خیلی بزرگ فرض می‌کنیم تا اثرات کوانتومی پررنگ‌تر گردد. با توجه به شکل (۳-۸)، این امواج نسبت به حالت کلاسیکی در طول موجهای بالاتری قطع می‌شوند و شیب هر منحنی به ازای مقادیر متفاوت u_0 بر حسب طول موج تقریباً ثابت می‌ماند. در پلاسماهای کوانتومی قطع در سرعت‌های بالاتر اتفاق می‌افتد. به عبارت دیگر اثرات کوانتومی باعث می‌شود تا در یک جریان خاص پلاسماهای کوانتومی در مقایسه با پلاسمای کلاسیکی پاشنده بمانند.



شکل (۳-۷). امواج لانگمور الکترونی در حضور جریان اولیه در یک پلاسمای کلاسیکی. خط توپر بدون جریان اولیه $u_{0e} = 0$. خط فاصله برای سرعت جریان اولیه $u_{0e} = 0.0001c$. خط و نقطه برای سرعت جریان اولیه $u_{0e} = 0.001c$. c سرعت نور.



شکل (۳-۸). امواج لانگمور الکترونی در حضور جریان اولیه در یک پلاسمای کوانتومی با چگالی $n_e = 10^{32}$. خط توپر بدون جریان اولیه $u_{0e} = 0$. خط فاصله برای سرعت جریان اولیه $u_{0e} = 0.0001c$. خط و نقطه برای سرعت جریان اولیه $u_{0e} = 0.001c$. سرعت نور c .

برای حالت دوم شرایط پایداری و ناپایداری رابطه پاشندگی یک پلاسمای دو جریانی را بررسی می‌کنیم. برای این حالت دو جمعیت الکترونی با جریان اولیه برابر اما مخالف هم، با سرعت $\pm V$ و چگالی $n'_e = \frac{n_e}{2}$ و دمای یکسان در نظر می‌گیریم. بنابراین معادله‌ی (۳-۹۸) را به‌صورت زیر می‌نویسیم.

$$1 - \frac{\omega_{pe}'^2}{(\omega - k \cdot V)^2 - \omega_{qe}^2 - \frac{1}{2} \gamma k^2 V_{th}^2} - \frac{\omega_{pe}'^2}{(\omega + k \cdot V)^2 - \omega_{qe}^2 - \frac{1}{2} \gamma k^2 V_{th}^2} = 0 \quad (۳-۱۰۱)$$

که در آن $\omega_{pe} = 2\omega_{pe}'$ می‌باشد. پس از ساده سازی رابطه‌ی بالا خواهیم داشت.

$$\omega^4 - \omega^2 \left[2k^2 \left(V^2 + \frac{1}{2} \gamma V_{th}^2 \right) + 2(\omega_{pe}'^2 + \omega_{qe}^2) \right] + \left[k^2 \left(V^2 - \frac{1}{2} \gamma V_{th}^2 \right) - \omega_{qe}^2 \right] \left[k^2 \left(V^2 - \frac{1}{2} \gamma V_{th}^2 \right) - \omega_{qe}^2 - 2\omega_{pe}'^2 \right] = 0 \quad (۳-۱۰۲)$$

اکنون تغییر متغیرهای زیر را که با رابطه‌ی (۳-۱۰۳) نشان داده شده است را در رابطه‌ی (۳-۱۰۲) قرار

قرار داده و رابطه را دوباره باز نویسی می‌کنیم.

$$Y_2 = \omega / 2\omega_{pe}' \quad K = kV / 2\omega_{pe}' \quad Q_2 = \frac{2\hbar\omega_{pe}'}{m_e V^2} \quad C^2 = \frac{\gamma V_{th}^2}{V^2} \quad (۳-۱۰۳)$$

بنابراین خواهیم داشت.

$$Y_2^4 - Y_2^2(2K^2 + C^2K^2 + 1 + \frac{1}{2}Q_2^2K^4) + (K^2 - \frac{1}{2}C^2K^2 - \frac{1}{4}Q_2^2K^4)(K^2 - \frac{1}{2}C^2K^2 - \frac{1}{4}Q_2^2K^4 - 1) = 0 \quad (104-3)$$

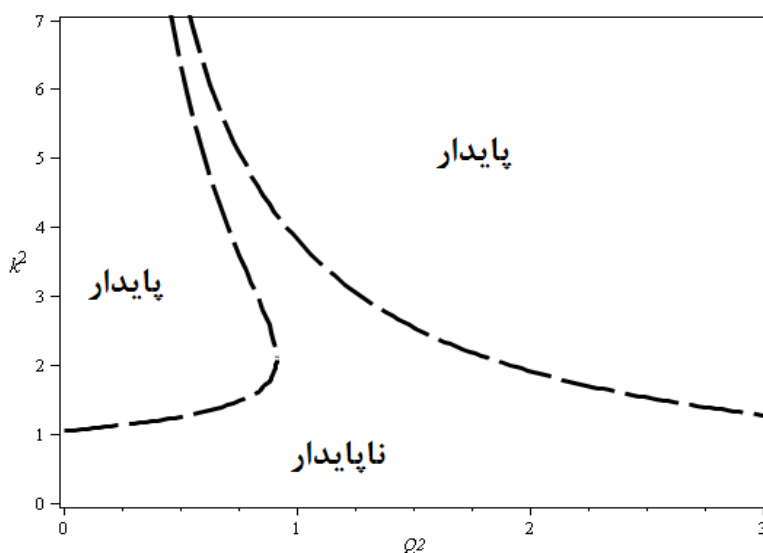
رابطه‌ی (104-3) را برحسب Y_2^2 حل نموده و جواب‌های آن را پیدا می‌کنیم.

$$Y_2^2 = \frac{1}{2} + K^2 + \frac{1}{4}Q_2^2K^4 + \frac{1}{2}C^2K^2 \pm \frac{1}{2}(4Q_2^2K^6 + 8K^2 + 1 + 8C^2K^4)^{1/2} \quad (105-3)$$

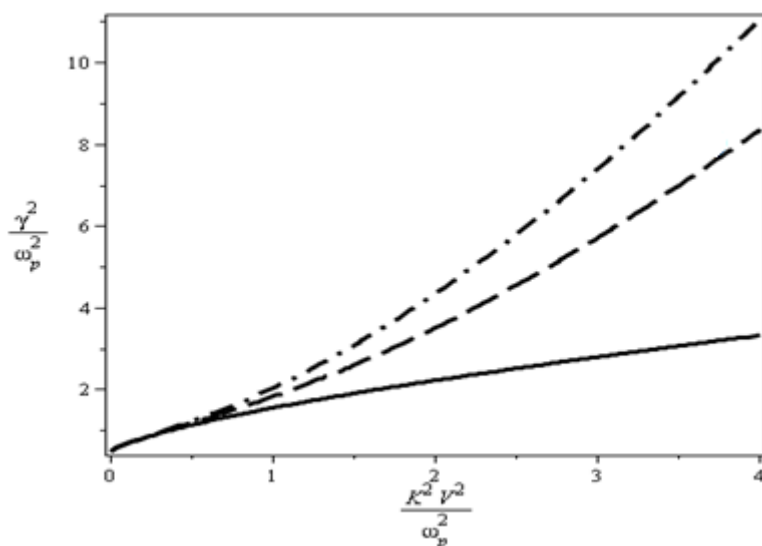
اگر طرف راست رابطه‌ی (105-3) از صفر کوچکتر شود، آنگاه Y_2^2 منفی و Y_2 موهومی می‌شود، بنابراین ناپایداری در سیستم اتفاق می‌افتد. با اعمال این شرط می‌توانیم محدوده پایداری و ناپایداری را برحسب متغیر کوانتومی Q_2 مشخص نماییم.

$$0 < Q_2^2 K^2 < 2 - C^2 - \sqrt{(2 - C^2)^2 - 4Q_2^2} \quad (106-3)$$

با استفاده از این نامساوی می‌توان نواحی پایدار و ناپایدار را بدست آورد که در شکل (9-3) نشان داده شده است. این نواحی به پارامتر کوانتومی و سرعت جریانی V وابسته است. با افزایش V نواحی ناپایدار گسترش می‌یابند. نرخ رشد امواج در شکل (10-3) نشان داده شده است. با افزایش جمله کوانتومی دامنه‌ی رشد افزایش می‌یابد و سیستم ناپایدارتر می‌شود.



شکل (9-3). محدوده‌ی طول موج‌های پایدار و ناپایدار بر حسب اثرات کوانتومی در یک پلاسمای کوانتومی دو جریانی. متغیر اثرات کلاسیکی ثابت در نظر گرفته شده است. $C = 0.3$



شکل (۳-۱۰). نرخ رشد دامنه‌ی ناپایداری امواج الکترونی لانگمور در یک پلاسمای کوانتومی دو جریانی. خط توپر حالت کلاسیکی $Q_2^2 = 0$. خط چین برای پلاسمای کوانتومی با $Q_2^2 = 1$. خط و نقطه برای پلاسمای کوانتومی با $Q_2^2 = 1.3$. در تمام نمودارها متغیر اثرات کلاسیکی ثابت فرض شده $C = 0.3$

همانطور که از شکل مشخص است در پلاسماهای دو جریانی ناپایداری در سیستم دیده می‌شود. این ناپایداری به اثرات کوانتومی و گرمایی وابسته است. در محدوده خطی دامنه رشد بطور فزاینده افزایش می‌یابد. از جنبه فیزیکی جملات غیر خطی و اثرات جنبشی که در این بخش از آنها صرف نظر شده است می‌توانند دامنه رشد را کنترل نمایند.

برای حالت سوم، همزمان حرکت الکترون‌ها و یون‌ها را با هم در نظر می‌گیریم. بنابراین امواج برانگیخته در این مد، امواج دورگه‌ی لانگمور هستند. یون‌ها را سرد فرض کرده و به دلیل اینکه جرم بالاتری نسبت به الکترون‌ها دارند، فرض می‌کنیم جریان اولیه تأثیری بر روی آن‌ها نداشته و تنها الکترون‌ها دارای جریان اولیه باشند. همان‌طور که در بخش‌های قبل اشاره شد، اثرات کوانتومی با جرم ذرات نسبت عکس دارند. بنابراین این اثرات برای یون‌ها، در چگالی‌های بالاتری رخ می‌دهد و می‌توانیم یون‌ها را کلاسیکی در نظر بگیریم. اکنون با توجه به رابطه‌ی (۳-۹۸)، رابطه‌ی پاشندگی امواج دورگه‌ی لانگمور را بصورت زیر می‌نویسیم.

$$\frac{\omega_{pe}^2}{(\omega - k \cdot u_{0e})^2 - \omega_{qe}^2 - \frac{1}{2} \gamma_e k^2 v_{th(e)}^2} + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} = 1 \quad (۱۰۷-۳)$$

با فرض اینکه چگالی غیراختلالی یون‌ها و الکترون‌ها در پلاسما با هم برابر است می‌توانیم از

$$\omega_{pi}^2 = \frac{m_e}{m_i} \omega_{pe}^2 \text{ استفاده کرده و رابطه‌ی (۱۰۷-۳) را به شکل زیر بنویسیم.}$$

$$\omega_{pe}^2 \left(\frac{m_e / m_i}{\omega^2} + \frac{1}{(\omega - k \cdot u_{0e})^2 - \omega_{qe}^2 - \frac{1}{2} \gamma_e k^2 v_{th(e)}^2} \right) = 1 \quad (۱۰۸-۳)$$

به منظور بررسی تعادل و پایداری این موج تغییر متغیرهای زیر را در نظر گرفته و در رابطه‌ی

(۱۰۸-۳) قرار می‌دهیم.

$$X_3 = \frac{\omega}{\omega_{pe}} \quad Y_3 = \frac{k u_{0e}}{\omega_{pe}} \quad Q_3 = \frac{\hbar \omega_{pe}}{2 m_e u_{0e}} \quad C_3^2 = \gamma \left(\frac{v_{th(e)}^2}{2 u_{0e}^2} \right) \quad \sigma_e = \frac{m_e}{m_i} \quad (۱۰۹-۳)$$

بنابراین خواهیم داشت.

$$\frac{\sigma_e}{X_3^2} + \frac{1}{(X_3 - Y_3)^2 - Q_3^2 Y_3^4 - C_3^2 Y_3^2} = 1 \quad (۱۱۰-۳)$$

رابطه‌ی (۱۱۰-۳) دارای جواب‌های موهومی بوده اما حل مستقیم آن بسیار پیچیده خواهد بود.

بنابراین برای اینکه ببینیم جواب‌های موهومی یا همان ناپایداری‌ها به ازای چه مقادیری از متغیر Q_3 اتفاق

می‌افتد، از روش متفاوتی استفاده می‌کنیم. برای این منظور تابع $F(X_3, Y_3)$ را که با رابطه‌ی (۱۱۱-۳)

داده شده و تابع $F'(X_3, Y_3) = 1$ ، را به طور جداگانه، به ازای مقادیر متفاوت Q_3 ، بر حسب X_3 رسم

می‌کنیم. امواج تنها زمانی پایدار هستند که دو نمودار در تمام نقاط یکدیگر را قطع نمایند و یا به عبارت

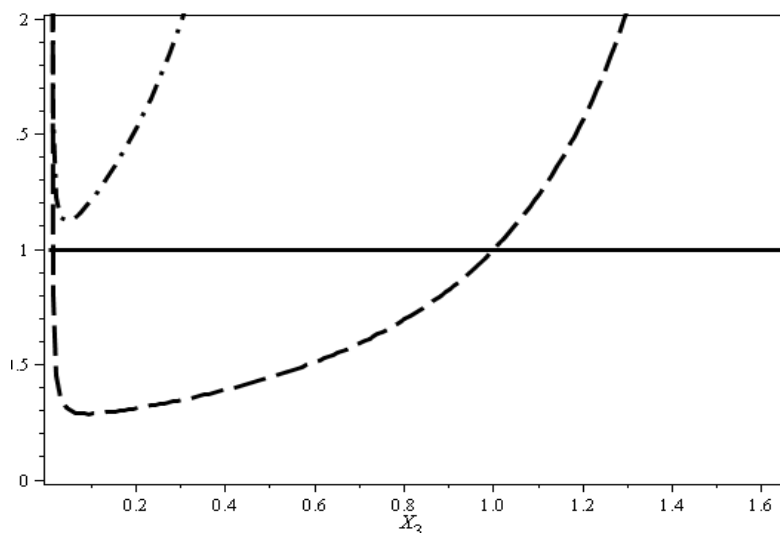
دیگر تمام جواب‌ها حقیقی باشند.

$$F(X_3, Y_3) \equiv \frac{\sigma_e}{X_3^2} + \frac{1}{(X_3 - Y_3)^2 - Q_3^2 Y_3^4 - C_3^2 Y_3^2} \quad (۱۱۱-۳)$$

تابع $F(X_3, Y_3)$ در نقاط $X_3 = 0$ و $Y_3 = \left(1 \pm \sqrt{Q_3^2 Y_3^2 + C_3^2} \right)$ دارای تکینگی می‌باشد. بنابراین نمودار

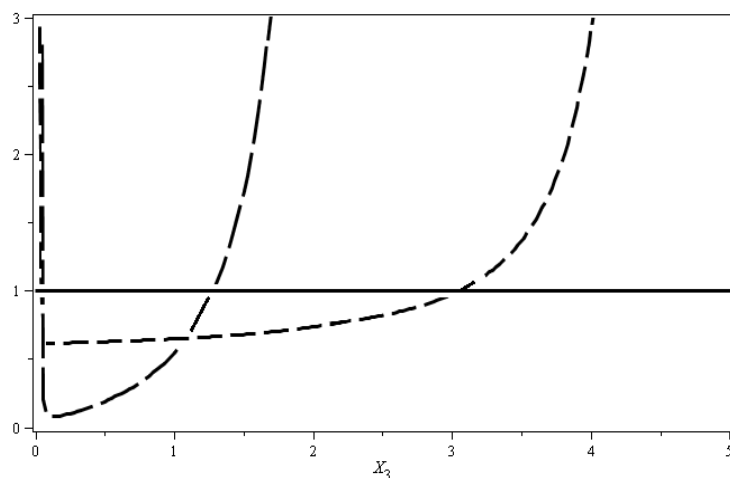
این تابع را بین این دو نقطه رسم می‌کنیم. شکل (۱۱-۳) پایداری این امواج را در یک پلاسمای کلاسیکی

با $Q_3 = 0$ نشان می‌دهد. در غیاب اثرات کوانتومی ناپایداری در طول موج‌های کوچک اتفاق می‌افتد. نموداری که با خط و فاصله نشان داده شده است، تابع $F'(X_3, Y_3)$ را در دو نقطه‌ی ممکن قطع می‌کند. بنابراین تساوی (۱۱۰-۳) همواره جواب داشته و موج پایدار می‌ماند. نمودار دوم که با خط و نقطه نشان داده شده، تابع $F(X_3, Y_3)$ را در طول موج‌های کوچک نشان داده که در این شرایط موج ناپایدار خواهد بود.

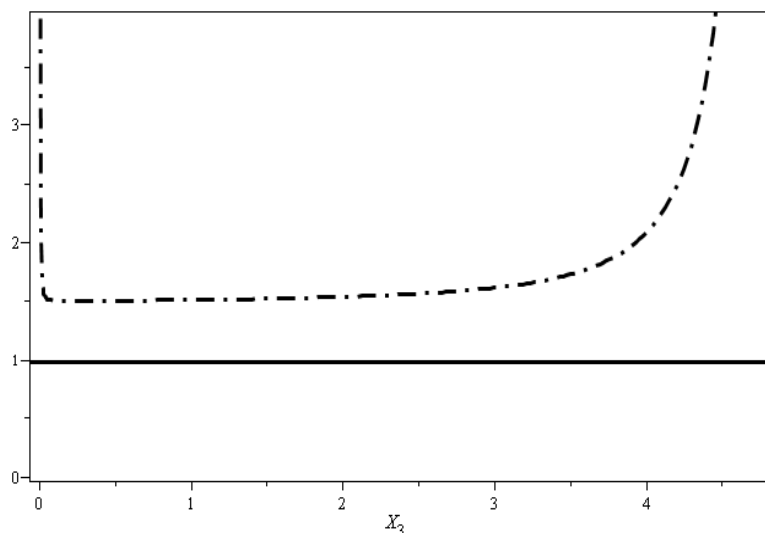


شکل (۱۱-۳). پایداری و ناپایداری امواج دورگه‌ی لانگمیر در یک پلاسمای کلاسیکی. خط تو پر تابع $F'(X_3, Y_3)$. خط و فاصله نمودار $F(X_3, Y_3)$ در طول موج‌های به حد کافی بلند. خط و نقطه همان تابع در طول موج‌های کوچک. برای تمام نمودارها $C_3 = 0.3$ و $\sigma = 0.0001$

با انتخاب طول موج‌های به حد کافی بلند برای بررسی اثرات کوانتومی، مشخص می‌شود که با افزایش مقدار Q_3 ناپایداری در سیستم افزایش پیدا می‌کند. در شکل (۱۲-۳)، تابع $F(X_3, Y_3)$ را برای دو موج پایدار در دو پلاسمای کوانتومی متفاوت نشان می‌دهد. با افزایش اثرات کوانتومی موج دوم به سمت ناپایداری پیش می‌رود و پس از آن کاملاً ناپایدار شده که در شکل (۱۳-۳) نشان داده شده است.



شکل (۳-۱۲). پایداری و ناپایداری امواج دورگه‌ی لانگمور در یک پلاسمای کوانتومی. خط توپر $F'(X_3, Y_3)$ خط و فاصله نمودار $F(X_3, Y_3)$ در پلاسمایی با چگالی $n_e = 10^{23}$. خط چین همان تابع در پلاسمایی با چگالی $n_e = 10^{26}$ برای تمام نمودارها $Y_3 = 1.25$ و $\sigma = 0.0001 \cdot C_3 = 0.3$



شکل (۳-۱۳). پایداری و ناپایداری امواج دورگه‌ی لانگمور در یک پلاسمای کوانتومی. خط توپر $F'(X_3, Y_3)$ خط و فاصله نمودار $F(X_3, Y_3)$ در پلاسمایی با چگالی $n_e = 10^{29}$. خط چین همان تابع در پلاسمایی با چگالی $n_e = 10^{26}$ برای تمام نمودارها $Y_3 = 1.25$ و $\sigma = 0.0001 \cdot C_3 = 0.3$

۳-۶ جمع‌بندی

در این فصل به بررسی اثراتی که در یک پلاسمای کوانتومی در مرتبه‌ی خطی رخ می‌دهد پرداختیم.

برای توصیف این رفتارها مدل سیالی کوانتومی (QHD) را انتخاب کرده و سپس معادلات این مدل را

- خطی‌سازی نمودیم. در این بخش به ذکر نتایجی که در این فصل به‌دست آمد، به‌طور خلاصه می‌پردازیم.
- طول دمای در یک پلاسمای کوانتومی با مشابه کلاسیکی خود تفاوت داشته و به اثرات کوانتومی وابسته می‌باشد. بطوری‌که افزایش اثرات کوانتومی در یک پلاسما موجب افزایش این کمیت می‌گردد.
 - همچنین اثرات کوانتومی باعث تغییر در پاسخ پلاسما به میدان الکتریکی می‌شوند. با صرف نظر از اثرات کوانتومی در تانسور رسانندگی که برای یک پلاسمای کوانتومی به‌دست آورده بودیم، پلاسما در برخی راستاها هیچ واکنشی به میدان نداشته و در برخی دیگر پاسخ شدیدتری از خود نشان می‌دهد. از نظر فیزیکی دلیل این امر وجود فرکانس نوسانات کوانتومی در سیستم بوده که باعث تشدید و زنش در فرکانس نوسانات پلاسما می‌شود.
 - اثرات کوانتومی باعث تغییر رابطه‌ی پاشندگی خطی امواج لانگمیر که در راستای موازی با میدان مغناطیسی و امواج غیرعادی که در جهت عمود بر میدان مغناطیسی برانگیخته می‌شوند، خواهد شد. همچنین این اثرات، تاثیری بر رابطه‌ی پاشندگی امواج عادی، راست‌گرد و چپ‌گرد نخواهد داشت و شکل رابطه‌ی پاشندگی این امواج در یک پلاسمای کلاسیکی و کوانتومی یکسان می‌باشد.
 - اثرات کوانتومی موجب افزایش ناحیه‌ی طول موج‌های پایدار در ناپایداری برخوردی امواج لانگمیر الکترونی می‌شوند. همچنین در ناپایداری امواج غیرعادی، این اثرات موجب افزایش پاشندگی امواج غیرعادی کوانتومی نسبت به مشابه کلاسیکی خود در یک فرکانس برخورد یکسان، می‌شوند.
 - در حضور یک جریان اولیه در یک پلاسمای کوانتومی، اثرات کوانتومی موجب تغییر رابطه‌ی پاشندگی امواج لانگمیر نسبت به مشابه کلاسیکی خود می‌شود اما در تعیین اندازه‌ی محدوده‌ی

طول‌موج‌های پایدار تاثیری نخواهند داشت. این محدوده در یک پلاسمای دوجریانی به اثرات

کوانتومی وابسته می‌باشد.

فصل چهارم

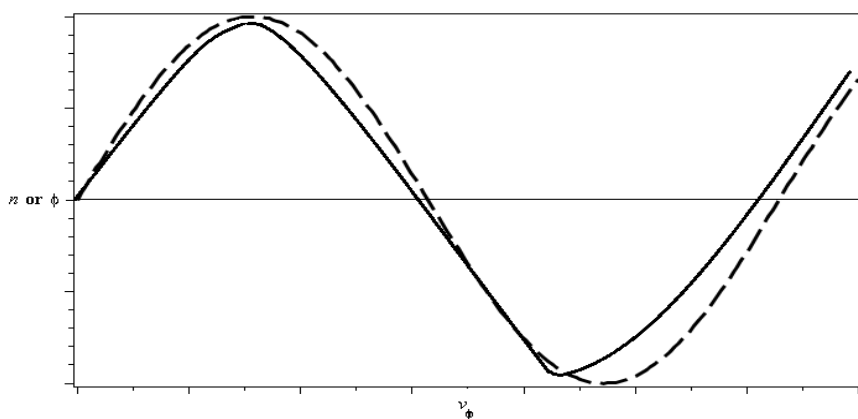
مطالعه‌ی رفتارهای غیر خطی در

پلاسماهای کوانتومی

۴ فصل چهارم: مطالعه‌ی رفتارهای غیر خطی در پلاسماهای کوانتومی

۴-۱ مقدمه

اساس تئوری خطی موج بر تقریب کوچک بودن دامنه موج استوار بود. در این محدوده از تمام جملات غیرخطی مرتبه‌ی دوم و بالاتر و مشتق‌های آن‌ها صرف نظر شده است. طبق این تئوری هر اختلال فیزیکی در سیستم، تناوبی و به طور مستقل رفتار می‌کند و انتشار امواج را در آن با رابطه‌ی پاشندگی خطی بصورت $\omega = \omega(k)$ و شکل کلی موج سینوسی و بطور خطی با فرکانس و عدد موج نمایش داده می‌شود. اما این تئوری به آسانی بی‌اعتبار می‌شود [۹]. برای مثال در یک مورد آزمایشگاهی، قبل از انتشار، امواج با رشد بزرگ دامنه همراه شده و اثرات غیر خطی در آن مهم‌تر از آن است که صرف نظر شود. اثرات غیر خطی، بطور خیلی پیچیده در یک سیستم ظاهر می‌شوند و آنالیز آن بسیار دشوار است [۸، ۱۲]. در یک سیستم عوامل غیرخطی زیادی وجود دارد و در برخی از آنها سرعت انتشار به دامنه‌ی موج وابسته است. برای مثال، یک افزایش در سرعت موج موجب شیبدار شدن دامنه‌ی موج شده و باعث تغییر شکل سینوسی آن می‌گردد. شکل (۴-۱) تغییرات دو متغیر پلاسما را در دو محدوده‌ی خطی و غیر خطی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود اثرات غیر خطی باعث شیب دار شدن دامنه‌ی موج می‌گردد. علاوه بر عامل فوق، عوامل دیگری نیز موجب غیرخطی شدن رفتار پلاسما می‌گردند، که می‌توان به میرایی لاندائو، نیروی غیرخطی لورنتس و .. اشاره کرد. همچنین در هنگام وجود ناپایداری‌ها در پلاسما، عوامل غیرخطی باعث تعدیل افزایش فزاینده‌ی دامنه‌ی رشد که در محدوده‌ی خطی مشاهده می‌شود، می‌گردد [۱۳].



شکل (۴-۱). تغییرات کمیت‌های پلاسمایی با سرعت فاز. نمودار خط چین تغییرات n_0 یا ϕ_0 با سرعت فاز در تئوری خطی. خط توپر همان تغییرات در تئوری غیرخطی. اثرات غیرخطی باعث شیب‌دار شدن موج و تغییر شکل سینوسی آن می‌شود.

اثرات غیرخطی در پلاسما موجب ایجاد مدهای جدیدی از امواج جایگزیده مانند امواج سولیتاری یا همان سالیتون‌ها، امواج شوک یا ضربه و دولایه‌ها و... می‌شود که نقش مهمی در جنبه‌های مشترک بین بررسی کارهای تئوری و آزمایشگاهی دارند [۹].

در این فصل نیز مانند فصل قبل از مدل سیالی کوانتومی استفاده می‌کنیم. با استفاده از روش‌های حل غیرخطی معادلات این مدل، معادلات غیرخطی را برای یک پلاسمای کوانتومی کاملاً تبیین به‌دست آورده و به بررسی نقش پارامترهای مختلف بر روی جواب‌های این معادلات می‌پردازیم. سپس پایداری این جواب‌ها و نقش پارامترها بر روی این پایداری‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۴-۱-۱ معادلات فیزیک پلاسمای غیرخطی

دو معادله‌ی غیرخطی وجود دارند که در ارتباط با امواج پلاسمای غیرخطی به‌طور گسترده‌ای بررسی شده‌اند. معادله‌ی کورته‌وگ-دووری^۱ و معادله‌ی شرودینگر غیرخطی^۲ [۱۴، ۱۲، ۸، ۱]. هر یک از این معادله‌ها با نوع متفاوتی از نواحی غیرخطی سروکار دارند. هر گاه یک موج دامنه‌ای بزرگ پیدا کند، اثر غیرخطی عمده‌ی آن شیب‌دار شدن موج است که ناشی از وجود جمله‌ی $u \cdot \nabla u$ در معادله‌ی حرکت

^۱ Korteweg-de Vries Equation (KdV)

^۲ Nonlinear Schrödinger Equation (NLSE)

می‌باشد و از نظر ریاضی با معادله‌ی کورته‌وگ- دووری بیان می‌شود. جواب‌های سالیتمی از این معادله پیش‌بینی می‌شود. این جواب‌ها برای معادله‌ی شرودینگر غیرخطی نیز صادق هستند. با در نظر گرفتن تفاوت الگوی فیزیکی و صورت ریاضی معادله‌های حاکم، شگفت‌انگیز است که این جواب‌ها برای هر دو معادله یکسان است.

۴-۲ معادله‌ی کورته‌وگ-دووری

در میان پدیده‌های غیرخطی، سالیتم‌ها به دلیل کاربرد وسیع در فیزیک اهمیت ویژه‌ای در بین محققین پیدا کرده‌اند. سالیتم‌ها برای اولین بار بیش از یک و نیم قرن پیش توسط جی اس راسول^۱ در سطح آب مشاهده شد. در سال ۱۸۹۵، داچ کورته‌وگ و دووری به معادله‌ای دست یافتند که رفتار انتشار یک‌بعدی امواجی که در سطح آب منتشر می‌شدند را تشریح می‌کرد. آن‌ها نشان دادند که جواب‌های هماهنگ این معادله که امروزه آن‌را به اختصار معادله‌ی (KdV) می‌نامند، سالیتم‌های جایگزیده‌ای هستند که به صورت یک برآمدگی ویا تپ مثبت خود را نشان می‌دهند [۹،۱۲]. معادله‌ی (KdV) برای مطالعه‌ی سالیتم‌ها ابتدا در هیدرودینامیک و پس از آن در پلازما بررسی شد. هرچند که استفاده از این معادله و تئوری سالیتمی یک مطالعه‌ی میان رشته‌ای بوده که شاخه‌های مختلف فیزیک از جمله فیزیک محاسباتی، مکانیک آماری، فیزیک حالت جامد و مکانیک کوانتومی را در بر می‌گیرد [۹].

برای به‌دست آوردن معادله‌ی (KdV) باید دامنه‌ی موج را بسط دهیم و جملات یک مرتبه بالاتر از نظریه‌ی خطی را نگه داریم. برای این کار از روش تقلیل آشفتگی^۲ (RP-method) [۸] استفاده می‌کنیم. در این روش متغیرهای چگالی، سرعت، میدان الکتریکی و مغناطیسی را مانند رابطه‌ی (۴-۱) بر حسب مرتبه‌ی آشفتگی در معادلات سیالی بسط داده و عوامل هم مرتبه را برابر هم قرار می‌دهیم.

¹ J.S.Russel

² Reduction perturbation

$$\begin{bmatrix} n_j \\ u_j \\ \phi \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} + \varepsilon^n \begin{bmatrix} n_j^{(1)} \\ u_j^{(1)} \\ \phi^{(1)} \\ B^{(1)} \end{bmatrix} + \varepsilon^{n+m} \begin{bmatrix} n_j^{(2)} \\ u_j^{(2)} \\ \phi^{(2)} \\ B^{(2)} \end{bmatrix} + \varepsilon^{n+2m} \begin{bmatrix} n_j^{(3)} \\ u_j^{(3)} \\ \phi^{(3)} \\ B^{(3)} \end{bmatrix} + \dots \quad (۱-۴)$$

در رابطه‌ی بالا n, m و $C_{1,2,3,4}$ اعدادی ثابت بوده و با توجه به شرایط مسئله در نظر گرفته می‌شوند. ε نیز مرتبه‌ی آشفتگی بوده که عدد بسیار کوچکی می‌باشد [۸]. در هر مرتبه توان‌های یکسان ε که مرتبه‌ی های یکسانی از آشفتگی متغیرهای اختلالی هستند را برابر هم قرار می‌دهیم تا نهایتاً معادله‌ی KdV ظاهر گردد. شکل کلی این معادله‌ی به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + A U \frac{\partial U}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} = 0 \quad (۲-۴)$$

که در آن U دامنه‌ی موج هر یک از متغیرهای اختلالی و τ و ξ متغیرهای زمان گونه و فضاگونه هستند. A و B نیز با توجه به شرایط حاکم بر پلاسما به دست می‌آیند و ارتفاع و دامنه‌ی جواب‌های سالیتمی را تعیین می‌کنند. پیدایش سالیتم‌ها به شرایط اولیه بستگی دارد. اگر آشفتگی اولیه انرژی کافی داشته باشد و فازها مناسب باشند، سالیتم‌ها می‌توانند به وجود آیند در غیر این صورت یک موج بزرگ دامنه پدیدار خواهد شد. هر قدر انرژی بزرگ‌تر باشد، سرعت و دامنه‌ی سالیتم‌ها بزرگ‌تر و پهنا باریک‌تر می‌شود.

۴-۲-۱ جواب‌های غیر خطی الکتروستاتیک در پلاسماهای کوانتومی

در این بخش معادله‌ی (KdV) را برای یک پلاسمای کوانتومی، بدون در نظر گرفتن اثرات مغناطیسی به دست می‌آوریم. برای این منظور یک پلاسمای الکترون-پوزیترونی کوانتومی بسیار ایده‌آل متشکل از پوزیترون‌ها و الکترون‌های تبهگن را در نظر می‌گیریم. فشار حاکم بر پلاسما را فشار فرمی فرض می‌کنیم. این پلاسما بخش بزرگی از فضای بین ستاره‌ای را شامل می‌شود [۳۵] و کاربرد وسیعی در مطالعه‌ی پرتوهای کیهانی، منشا پیدایش کیهان و ... دارد [۳۶]. ابتدا معادلات QHD را برای پوزیترون‌ها و الکترون-

های این سیستم می‌نویسیم.

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j \vec{u}_j) = 0 \quad (3-4)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} + \vec{u}_j \cdot \nabla \vec{u}_j = -\frac{\nabla p_j}{m_j n_j} - \frac{q_j}{m_j} \vec{E} + \frac{\hbar^2}{2m_j^2} \nabla \left(\frac{\nabla^2 \sqrt{n_j}}{\sqrt{n_j}} \right) \quad (4-4)$$

$$\epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = \sum_j q_j n_j \quad (5-4)$$

که در آن‌ها مانند قبل j نشان دهنده‌ی نوع ذرات، $j = p, e$ و $p_j = \frac{m_j v_{F(j)}^2}{3n_{0j}^2} n_j^3$ فشار فرمی بوده که

در آن سرعت فرمی برابر $v_{F(j)} = (2k_B T_{F(j)} / m_j)^{1/2}$ می‌باشد. جهت انتشار را نیز در راستای محور x در نظر

می‌گیریم. قبل از استفاده از تکنیک تقلیل آشفتگی برای متغیرها در معادلات فوق ابتدا باید این معادلات

را بدون بعد کنیم. بنابراین واحد طول و زمان را بصورت $x \rightarrow \frac{\omega_{pe}}{v_{Fe}} x$ و $t \rightarrow t \omega_{pe}$ ، سرعت سیالی را به

سرعت فرمی الکترونی $u_j \rightarrow \frac{u_j}{v_{Fe}}$ ، چگالی را به چگالی غیرآشفته $n_j \rightarrow \frac{n_j}{n_{0j}}$ و پتانسیل الکتریکی را نیز به

صورت $\phi \rightarrow \frac{e\phi}{2k_B T_{Fe}}$ بدون بعد می‌کنیم. بنابراین معادلات QHD برای این پلاسما را با شرایط جدید

بازنویسی می‌کنیم.

معادله‌ی پیوستگی برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها پس از بهنجارش به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_j \vec{u}_j) = 0 \quad (6-4)$$

و معادله‌ی حرکت برای الکترون‌ها $j = e$ و پوزیترون‌ها $j = p$:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_{ex} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right) u_e = \frac{\partial \phi}{\partial x} - n_e \frac{\partial n_e}{\partial x} + \frac{H^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sqrt{n_e}} \frac{\partial^2 \sqrt{n_e}}{\partial x^2} \right) \quad (7-4)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_{px} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right) u_p = -\frac{\partial \phi}{\partial x} - \sigma n_p \frac{\partial n_p}{\partial x} + \frac{H^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sqrt{n_p}} \frac{\partial^2 \sqrt{n_p}}{\partial x^2} \right) x \quad (8-4)$$

که در روابط فوق $\sigma = \frac{T_{Fp}}{T_{Fe}}$ و $H = \frac{\hbar\omega_{pe}}{2k_B T_{Fe}}$ می‌باشد. نهایتاً معادله‌ی پواسون را پس از بهنجارش، به صورت زیر می‌نویسیم.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = n_e - n_p \quad (9-4)$$

اکنون متغیرهای معادلات فوق را برحسب مرتبه‌ی آشفتگی، ε ، بصورت زیر بسط می‌دهیم.

$$\begin{bmatrix} n_e \\ n_p \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} n_e^{(1)} \\ n_p^{(1)} \\ \phi^{(1)} \end{bmatrix} + \varepsilon^2 \begin{bmatrix} n_e^{(2)} \\ n_p^{(2)} \\ \phi^{(2)} \end{bmatrix} + \varepsilon^3 \begin{bmatrix} n_e^{(3)} \\ n_p^{(3)} \\ \phi^{(3)} \end{bmatrix} + \dots \quad \begin{bmatrix} u_p \\ u_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} u_p^{(1)} \\ u_e^{(1)} \end{bmatrix} + \varepsilon^2 \begin{bmatrix} u_p^{(2)} \\ u_e^{(2)} \end{bmatrix} + \varepsilon^3 \begin{bmatrix} u_p^{(3)} \\ u_e^{(3)} \end{bmatrix} + \dots \quad (10-4)$$

متغیرهای جدید مکان گونه ξ و زمان گونه τ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \xi &= \varepsilon^{1/2} (x - v_g t) \\ \tau &= \varepsilon^{3/2} t \end{aligned} \quad (11-4)$$

در رابطه‌ی بالا v_g سرعت گروه موج می‌باشد. با قراردادن بسط متغیرهای چگالی، سرعت و پتانسیل

الکتریکی و همچنین جایگزین کردن مشتق‌های زمانی و مکانی با مشتق‌های متغیرهای رابطه‌ی (۱۱-۴)

در روابط (۶-۴) تا (۹-۴) و انتخاب پایین‌ترین مرتبه خواهیم داشت. (پیوست ۱)

$$\frac{\partial u_e^{(1)}}{\partial \xi} - v_g \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} = 0, \quad \frac{\partial u_p^{(1)}}{\partial \xi} - v_g \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} = 0, \quad n_e^{(1)} - n_p^{(1)} = 0 \quad (12-4)$$

$$\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} + v_g \frac{\partial u_e^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} = 0, \quad -\frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial \xi} + v_g \frac{\partial u_p^{(1)}}{\partial \xi} - \sigma \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} = 0$$

رابطه‌ی (۱۲-۴) مجموعه معادلات اولین مرتبه‌ی آشفتگی را نشان می‌دهد. این روابط از برابر قرار

دادن ضرایب $\varepsilon^{3/2}$ در معادلات حرکت و پیوستگی و ضرایب ε در معادله‌ی پواسون به دست می‌آیند. با

استفاده از روابط فوق، آشفتگی مرتبه‌ی اول چگالی و سرعت را برحسب پتانسیل الکتریکی و همچنین

سرعت گروه را به دست می‌آوریم.

$$n_e^{(1)} = n_p^{(1)} = \frac{1}{(-v_g^2 + 1)} \varphi^{(1)} \quad (۱۳-۴)$$

$$u_e^{(1)} = u_p^{(1)} = \frac{v_g}{(-v_g^2 + 1)} \varphi^{(1)}$$

$$v_g^2 = \frac{\sigma + 1}{2}$$

اکنون سری معادلات دومین مرتبه‌ی آشفتگی را به دست می‌آوریم. این معادلات از تساوی ضرایب $\varepsilon^{5/2}$ در

معادلات پیوستگی و حرکت الکترون و پوزیترون و ضرایب ε^2 در معادله‌ی پواسون به دست می‌آیند. روابط

(۱۴-۴) تا (۱۸-۴) این معادلات را نشان می‌دهد.

$$\frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \tau} - v_g \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (n_e^{(1)} u_e^{(1)} + u_e^{(2)}) = 0 \quad (۱۴-۴)$$

$$\frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \tau} - v_g \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (n_p^{(1)} u_p^{(1)} + u_p^{(2)}) = 0 \quad (۱۵-۴)$$

$$\frac{\partial u_e^{(1)}}{\partial \tau} - v_g \frac{\partial u_e^{(2)}}{\partial \xi} + u_e^{(1)} \frac{\partial u_e^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} + n_e^{(1)} \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{H^2}{4} \frac{\partial^3 n_e^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (۱۶-۴)$$

$$\frac{\partial u_p^{(1)}}{\partial \tau} - v_g \frac{\partial u_p^{(2)}}{\partial \xi} + u_p^{(1)} \frac{\partial u_p^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial \xi} + \sigma \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} + \sigma n_p^{(1)} \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{H^2}{4} \frac{\partial^3 n_p^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (۱۷-۴)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial \xi^2} = n_e^{(2)} - n_p^{(2)} \quad (۱۸-۴)$$

با قرار دادن مقادیر متغیرهای مرتبه اول بر حسب پتانسیل الکتریکی مرتبه‌ی اول آشفتگی و حذف

متغیرهای مرتبه‌ی دوم آشفتگی، پس از اندکی معادلات جبری به رابطه‌ی زیر می‌رسیم.

$$\left[\frac{2v_g}{(\sigma - v_g^2)(1 - v_g^2)} - \frac{2v_g}{(1 - v_g^2)^2} \right] \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial \tau} + \left[\frac{3v_g^2 + \sigma}{(\sigma - v_g^2)(1 - v_g^2)^2} - \frac{4v_g^2}{(1 - v_g^2)^3} \right] \varphi^{(1)} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial \xi} + \left[\frac{H^2}{4(1 - v_g^2)^2} - \frac{H^2}{4(1 - v_g^2)(\sigma - v_g^2)} - 1 \right] \frac{\partial^3 \varphi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (۱۹-۴)$$

که همان معادله‌ی KdV با جوابهای الکتروستاتیک می‌باشد.

$$\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial \tau} + A \varphi^{(1)} \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \varphi^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (۲۰-۴)$$

که در روابط فوق A و B با رابطه‌ی (۲۱-۴) نشان داده شده است.

$$A = \frac{(3v_g^2 + \sigma)(1 - v_g^2) - 4v_g^2(\sigma - v_g^2)}{2v_g(1 - v_g^2)(1 - \sigma)} \quad (21-4)$$

$$B = \frac{H^2((\sigma - v_g^2) - (1 - v_g^2)) - 4(1 - v_g^2)^2(\sigma - v_g^2)}{8v_g[(1 - v_g^2) - (\sigma - v_g^2)]}$$

همانطور که قبلاً اشاره کردیم جواب‌های معادله‌ی دیفرانسیلی KdV، سالیتون‌ها بوده و از رابطه‌ی

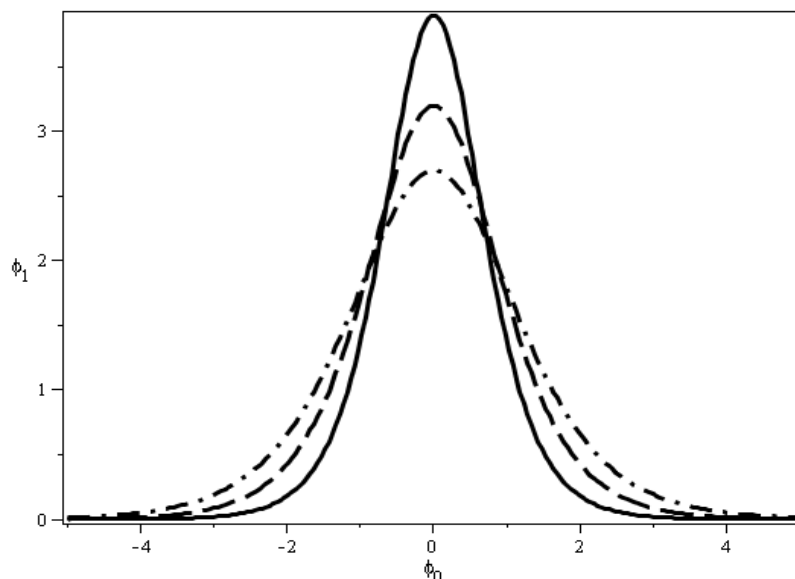
زیر به دست می‌آیند:

$$\varphi^{(1)} = \varphi_0 \sec h^2 \left[\frac{(\xi - u\tau)}{\Delta} \right] \quad (22-4)$$

$$\varphi_0 = \frac{3u}{2A}, \Delta = 2\sqrt{\frac{u}{B}}$$

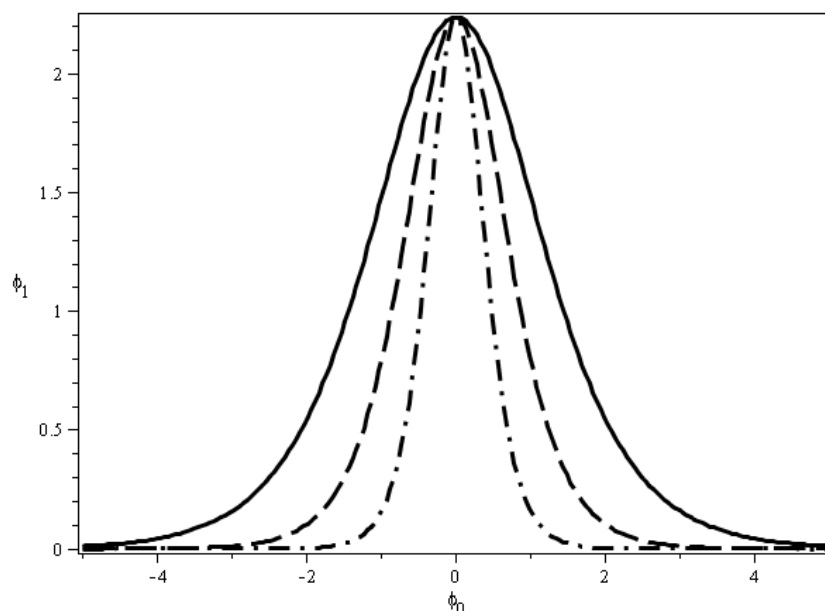
در روابط فوق φ_0 دامنه‌ی سولیتونی و u سرعت انتشار سالیتون‌ها می‌باشد. شکل‌های (۲-۴) و (۳-۴)

جواب‌های سالیتون‌گونه‌ی رابطه‌ی (۲۶-۴) را به ازای مقادیر متفاوت اثرات کوانتومی و σ نشان می‌دهند.



شکل (۲-۴). امواج سالیتونی الکتروستاتیک در یک پلاسمای کوانتومی با نسبت‌های متفاوت دمای فرمی پوزیترونی به دمای

فرمی الکترونی. خط توپر $\sigma = 0.2$ ، خط چین $\sigma = 0.4$ و خط نقطه $\sigma = 0.6$. برای تمامی نمودارها $H = 1.12$



شکل (۳-۴). امواج سالیتمونی الکتروستاتیک در یک پلاسمای کوانتومی با اثرات کوانتومی متفاوت. خط توپر $H = 1.12$ ، خط چین $H = 1.25$ و خط و نقطه $H = 1.36$. برای تمامی نمودارها $\sigma = 0.6$

شکل (۲-۴) امواج سالیتمونی برای یک پلاسمای کوانتومی با دماهای فرمی الکترونی متفاوت رسم شده است. همانطور که در این شکل مشخص است با کاهش σ و در نتیجه‌ی آن افزایش نسبت دمای فرمی الکترونی به دمای فرمی پوزیترون‌ها، پهنای این سالیتمون‌ها کاهش یافته و ارتفاع آن‌ها افزایش می‌یابد و این نشان می‌دهد که انرژی امواج سالیتمون‌گونه افزایش یافته است. از آنجا که دمای فرمی با چگالی رابطه‌ی مستقیم دارد، می‌توان نتیجه گرفت افزایش یا کاهش نسبت چگالی آشفته‌ی الکترون‌ها به پوزیترون‌ها در یک پلاسما موجب تغییر شکل سالیتمون‌های برانگیخته می‌گردد و هر چه این اختلاف بیشتر باشد سالیتمون‌هایی با انرژی بیشتری برانگیخته خواهند شد. شکل (۳-۴) تغییر رفتار سالیتمون‌ها را نسبت به افزایش اثرات کوانتومی نشان می‌دهد. با افزایش این اثرات تا مقدار مشخصی انرژی سالیتمون‌های برانگیخته شده افزایش می‌یابد. اما همانطور که قبلاً اشاره شد افزایش فزاینده‌ی اثرات کوانتومی موجب ناپایداری در پلاسما گردیده و بنابراین با افزایش این اثرات در پلاسما موجی برانگیخته نخواهد شد.

۲-۲-۴ جواب‌های غیر خطی الکترومغناطیسی در پلاسماهای کوانتومی

در این بخش به بررسی جواب‌های سالیتون گونه در یک پلاسمای مغناطیده می‌پردازیم. دوباره یک پلاسمای کوانتومی کاملاً تبهگن با همان فرضیات بخش قبل را در نظر می‌گیریم با این تفاوت که این بار از نقش اثرات مغناطیسی خودسازگار در آن صرف نظر نمی‌کنیم. بنابراین به مجموعه‌ی معادلات QHD، معادله‌ی آمپر را نیز اضافه می‌کنیم.

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j \vec{u}_j) = 0 \quad (23-4)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_j}{\partial t} + \vec{u}_j \cdot \nabla \vec{u}_j = -\frac{\nabla p_j}{m_j n_j} + \frac{q_j}{m_j} (\vec{E} + \vec{u}_j \times \vec{B}) + \frac{\hbar^2}{2m_j^2} \nabla \left(\frac{\nabla^2 \sqrt{n_j}}{\sqrt{n_j}} \right) \quad (24-4)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (25-4)$$

$$\mu_0^{-1} \nabla \times \vec{B} - \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \sum_j \vec{j}$$

مجدداً راستای انتشار را در راستای محور x فرض می‌کنیم. برای انتشار امواج الکترومغناطیسی باید راستای انتشار، میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی بر یکدیگر عمود باشند. بنابراین میدان مغناطیسی را در جهت محور z و میدان الکتریکی اختلالی را در راستای محور y در نظر می‌گیریم. همانطور که قبلاً در فصل سوم اشاره کردیم، میدان الکتریکی اختلالی، یک مولفه نیز در راستای انتشار خواهد داشت. از خطی سازی و تبدیل فوریه روابط (۲۳-۴) تا (۳۵-۴) با فرضیات فوق، رابطه‌ی پاشندگی امواج غیر عادی به دست می‌آید. اکنون برای به دست آوردن معادله‌ی KdV روابط فوق را مانند قبل ابتدا بهنجار می‌کنیم.

برای این منظور متغیر مکان را به صورت $x \rightarrow \frac{\omega_{ce}}{v_{A_e}} x$ که در آن ω_{ce} بسامد سیکلوترونی الکترون‌ها و

$$v_{A_e} = \frac{B_0}{(\mu_0 m_e n_e)^{1/2}}$$

سرعت موج آلفنی الکترونی می‌باشد، بهنجار می‌کنیم. همین‌طور متغیر زمانی را به

بسامد سیکلوترونی الکترون‌ها $t \rightarrow t \omega_{ce}$ ، میدان مغناطیسی را به میدان مغناطیسی غیرآشفته $B \rightarrow \frac{B}{B_0}$ ،

میدان الکتریکی را به صورت $E \rightarrow \frac{eE}{mv_{A_e} \omega_{ce}}$ ، چگالی را به چگالی غیرآشفته $n_j \rightarrow \frac{n_j}{n_{0j}}$ و نهایتاً سرعت

سیالی را به سرعت آلفنی الکترونی $u_j \rightarrow \frac{u_j}{v_{A_e}}$ بهنجار می‌کنیم. بنابراین شکل جدید معادلات سیالی برای

این پلاسما به صورت زیر خواهد بود.

معادله‌ی پیوستگی برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_j \bar{u}_j) = 0 \quad (26-4)$$

معادله‌ی حرکت برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها:

$$\frac{\partial \bar{u}_e}{\partial t} + (u_{ex} \cdot \frac{\partial}{\partial x}) \bar{u}_e = -\beta n_e \frac{\partial n_e}{\partial x} - \bar{E} - \bar{u}_e \times \bar{B} + \frac{H^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\sqrt{n_e}} \frac{\partial^2 \sqrt{n_e}}{\partial x^2} \right] \quad (27-4)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_p}{\partial t} + (u_{px} \cdot \frac{\partial}{\partial x}) \bar{u}_p = -\sigma \beta n_p \frac{\partial n_p}{\partial x} + E + \bar{u}_p \times \bar{B} + \frac{H^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\sqrt{n_p}} \frac{\partial^2 \sqrt{n_p}}{\partial x^2} \right] \quad (28-4)$$

در روابط فوق $H = \frac{\hbar \omega_{ce}}{mv_{A_e}^2}$ ، $\beta = \frac{v_{Fe}^2}{v_{A_e}^2}$ ، $\sigma = \frac{T_{Fp}}{T_{Fe}}$ و می‌باشد. شکل جدید معادلات آمپر و پواسون نیز به-

صورت زیر می‌باشد:

$$\nabla \times \bar{B} - \alpha \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = (n_p u_p - n_e u_e) \quad (29-4)$$

$$\nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad (30-4)$$

در رابطه‌ی (۲۹-۴) از تساوی $\frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}^2} = \frac{c^2}{v_{A_e}^2} = \alpha$ استفاده کردیم. به دلیل وجود ضرب خارجی و برای

نشان دادن اثرات مغناطیسی بر روی سالیتون‌ها، برخلاف بخش قبل معادلات QHD را در راستای

محورهای مختصات تجزیه می‌کنیم. اکنون متغیرهای معادلات فوق را با روابط (۳۱-۴) بسط داده و

مجدداً از تغییر متغیرهای مکان گونه و زمان گونه (۳۲-۴) در آن‌ها استفاده می‌کنیم.

$$\begin{bmatrix} n_e \\ n_p \\ u_{px} \\ u_{ex} \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} n_e^{(1)} \\ n_i^{(1)} \\ u_{ix}^{(1)} \\ u_{ex}^{(1)} \\ B_z^{(1)} \end{bmatrix} + \varepsilon^2 \begin{bmatrix} n_e^{(2)} \\ n_i^{(2)} \\ u_{ix}^{(2)} \\ u_{ex}^{(2)} \\ B_z^{(2)} \end{bmatrix} + \varepsilon^3 \begin{bmatrix} n_e^{(3)} \\ n_i^{(3)} \\ u_{ix}^{(3)} \\ u_{ex}^{(3)} \\ B_z^{(3)} \end{bmatrix} + \dots \quad (31-4)$$

$$\begin{bmatrix} u_{py} \\ u_{ey} \\ E_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \varepsilon^{3/2} \begin{bmatrix} u_{iy}^{(1)} \\ u_{ey}^{(1)} \\ E^{(1)} \end{bmatrix} + \varepsilon^{5/2} \begin{bmatrix} u_{iy}^{(2)} \\ u_{ey}^{(2)} \\ E^{(2)} \end{bmatrix} + \varepsilon^{7/2} \begin{bmatrix} u_{iy}^{(3)} \\ u_{ey}^{(3)} \\ E^{(3)} \end{bmatrix} + \dots$$

متغیرهای زمان گونه و فضاگونه‌ی مورد استفاده را مانند قبل به صورت زیر در نظر می‌گیریم.

$$\xi = \varepsilon^{1/2} (x - v_g t) \quad (32-4)$$

$$\tau = \varepsilon^{3/2} t$$

مانند بخش قبل مجموعه معادلات اولین مرتبه‌ی آشفتگی را تشکیل می‌دهیم. (پیوست ۲). با استفاده

از این مجموعه معادلات، تمامی متغیرهای اختلالی مرتبه‌ی اول را بر حسب متغیر $B_z^{(1)}$ می‌نویسیم.

$$u_{ex}^{(1)} = u_{px}^{(1)} = v_g n_e^{(1)} = v_g n_p^{(1)} = v_g B_z^{(1)} \quad (33-4)$$

$$(v_g^2 - \beta) \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} = E^{(1)} + u_{ey}^{(1)}$$

$$(-v_g^2 + \sigma\beta) \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} = E^{(1)} + u_{py}^{(1)}$$

$$(1 + \alpha v_g^2) \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} = u_{py}^{(1)} - u_{ey}^{(1)}$$

از معادلات فوق خواهیم داشت:

$$v_g^2 = \frac{\beta(\sigma + 1) - 1}{(\alpha + 2)} \quad (34-4)$$

$$n_e^{(1)} = n_p^{(1)} = B_z^{(1)}$$

$$u_{ex}^{(1)} = u_{px}^{(1)} = v_g B_z^{(1)}$$

$$E^{(1)} = v_g^2 \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi}$$

$$u_{ey}^{(1)} = -\beta \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi}$$

$$u_{py}^{(1)} = (\sigma\beta - 2v_g^2) \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi}$$

اکنون مجموعه معادلات مرتبه‌ی دوم آشفتگی را در نظر می‌گیریم (پیوست ۲). با جایگزین کردن

روابط (۳۴-۴) در این معادلات به جای متغیرهای آشفتگی مرتبه اول و حذف متغیرهای آشفتگی مرتبه

دوم و پس از کمی عملیات جبری نهایتاً به معادله‌ی KdV برای یک پلاسما کوانتومی مغناطیده با

الکترون‌ها و پوزیترون‌ها خواهیم رسید.

$$\frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \tau} + a B_z^{(1)} \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 B_z^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (۳۵-۴)$$

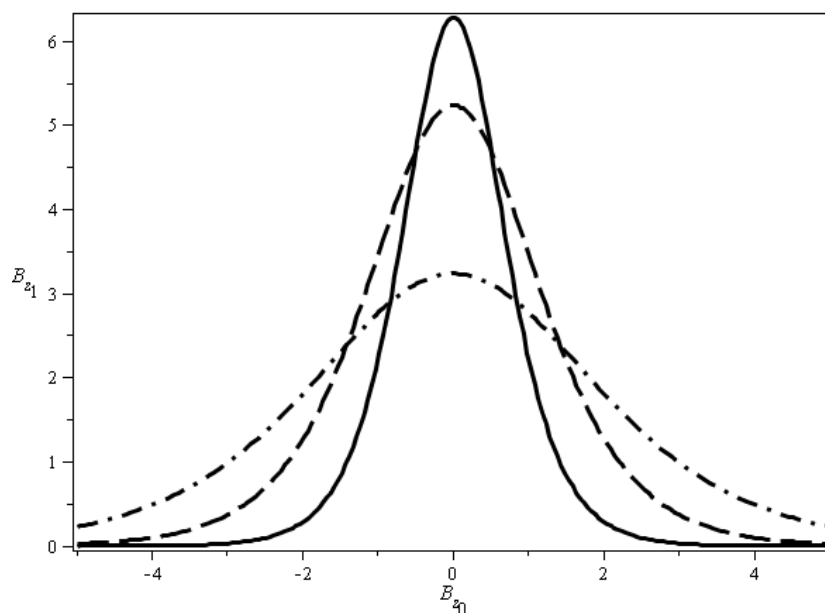
$$a = \frac{B}{A}, b = \frac{C}{A}$$

که ضرایب A ، B و C به صورت زیر می‌باشند:

$$A = \left(\frac{2\beta(\sigma+1)-2}{v_g} \right) \quad (۳۶-۴)$$

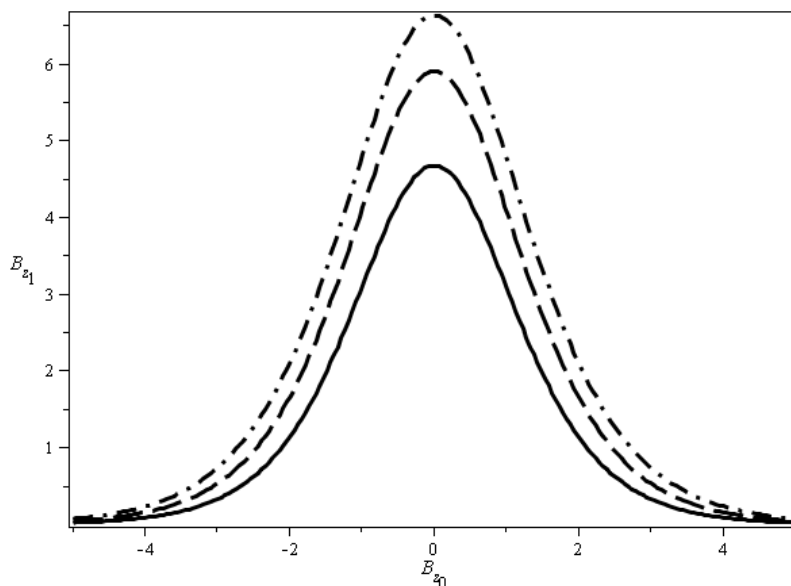
$$B = \left[v_g^2 (4 - 2(\alpha+1)) + 3\beta(\sigma+1) + 2 \right]$$

$$C = \left[(\sigma\beta - 2v_g^2) + \alpha v_g^2 (-3v_g^2 + \beta(\sigma+1)) - \frac{H^2}{2} \right]$$

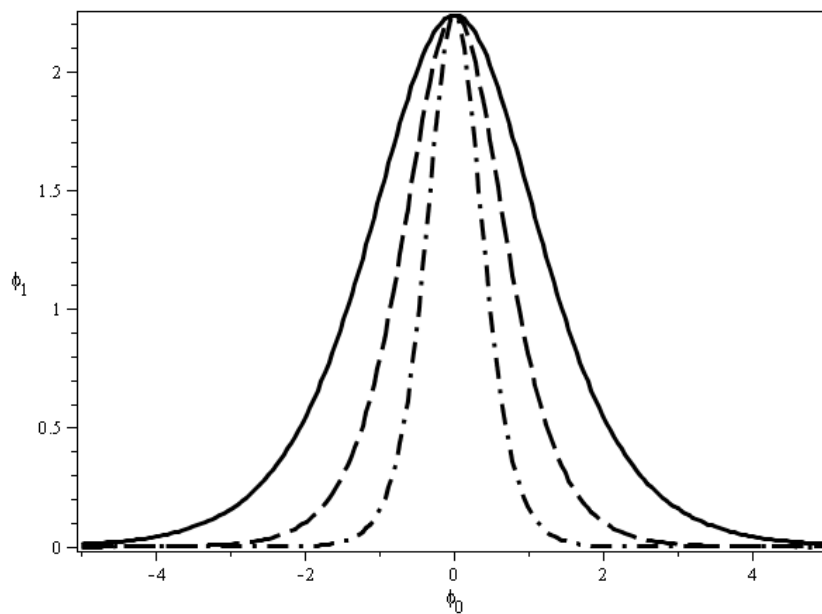


شکل (۴-۴). امواج سالیتمی برای یک پلاسمای کوانتومی مغناطیده با نسبت‌های متفاوت دمای فرمی پوزیترونی به دمای فرمی الکترونی. خط توپر $\sigma = 0.2$ ، خط چین $\sigma = 0.4$ و خطونقطه $\sigma = 0.6$. برای تمامی نمودارها $H = 1.12$ و

$$\beta = 0.25$$



شکل (۴-۵). امواج سالیتمونی برای یک پلاسمای کوانتومی مغناطیده با نسبتهای متفاوت سرعت فرمی الکترونی به سرعت آلفنی الکترونی. خط توپر $\beta = 0.25$ ، خط چین $\beta = 0.16$ و خطونقطه $\beta = 0.09$. برای تمامی نمودارها $H = 1.12$ و $\sigma = 0.2$



شکل (۴-۶). امواج سالیتمونی برای یک پلاسمای کوانتومی مغناطیده با اثرات کوانتومی متفاوت. خط توپر $H = 1.12$ ، خط-چین $H = 1.25$ و خط و نقطه $H = 1.36$. برای تمامی نمودارها $\sigma = 0.6$ ، $\beta = 0.25$

۴-۴ معادله‌ی شرودینگر غیر خطی

برای بررسی تعادل و پایداری امواج برانگیخته در مرتبه‌ی غیرخطی برای یک پلاسما از معادله‌ی شرودینگر غیرخطی استفاده می‌کنیم. در فصل دوم خیلی خلاصه به این معادله پرداختیم. شکل کلی تر این معادله بصورت زیر نشان داده می‌شود.

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + p \nabla^2 \psi = q |\psi|^2 \psi \quad (۴-۳۷)$$

که در رابطه‌ی فوق p و q پارامترهایی هستند که توسط شرایط حاکم بر پلاسما تعیین شده و با حل غیرخطی معادلات (QHD) با استفاده از روش تقلیل آشفتگی چندگانه^۱ که بعداً در مورد آن بحث خواهیم کرد، به دست می‌آیند. همانطور که قبلاً بحث کردیم در یک پلاسمای کلاسیکی و بدون محدودیت امواج برانگیخته به ازای تمام مقادیر از طول موج پایدار هستند. وجود اثرات کوانتومی در سیستم باعث گاهی موجب ناپایداری می‌گردد. در فصل پیش در مرتبه‌ی خطی به نقش اثرات کوانتومی در ناپایداری به وسیله‌ی یک عامل دیگر در پلاسماهای کوانتومی پرداختیم اما ناپایداری به دلیل وجود خود این اثرات، در این مرتبه ظاهر نمی‌گردد. برای این منظور به مطالعه‌ی این ناپایداری‌ها در مرتبه‌ی غیر خطی می‌پردازیم که این اثرات در آن بسیار محسوس‌تر خواهد بود. بنابراین معادله‌ی شرودینگر غیرخطی را از معادلات سیالی کوانتومی به دست آورده و سپس پارامترهای p و q را از آن تعیین می‌کنیم. اگر $pq < 0$ باشد، سالیون‌های موج برانگیخته ناپایدار خواهند بود، یعنی یک موجک بر روی پوش سالیونی تمایل به نمو دارد [۱]. برای سادگی بحث، تنها به بررسی پایداری سالیون‌های الکتروستاتیک می‌پردازیم، بنابراین دوباره سیستم پلاسمای بخش ۴-۲-۱ را در نظر می‌گیریم.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_e \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right) u_e = \frac{\partial \phi}{\partial x} - n_e \frac{\partial n_e}{\partial x} + \frac{H^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sqrt{n_e}} \frac{\partial^2 \sqrt{n_e}}{\partial x^2} \right) \quad (۴-۳۸)$$

¹ Multi Reduction perturbation

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_{p,x} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\right) u_p = -\frac{\partial \phi}{\partial x} - \sigma n_p \frac{\partial n_p}{\partial x} + \frac{H^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sqrt{n_p}} \frac{\partial^2 \sqrt{n_p}}{\partial x^2} \right) \quad (39-4)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = n_e - n_p \quad (40-4)$$

هدف ما به دست آوردن معادله‌ی شرودینگر غیرخطی برای این سیستم خواهد بود، بنابراین از روش تقلیل آشفتگی چندگانه استفاده می‌کنیم [۸]. در این روش ابتدا متغیرها را برحسب هماهنگ‌های مرتبه‌ی مختلف بسط داده و سپس آنها را برحسب مرتبه‌ی آشفتگی بسط می‌دهیم. هماهنگ‌های متغیرهای الکترونی به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} n_e \\ u_e \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \varepsilon^2 \begin{bmatrix} n_{e0} \\ u_{e0} \\ \phi_0 \end{bmatrix} + \sum_{s=1}^{\infty} \varepsilon^s \left\{ \begin{bmatrix} n_{es} \\ u_{es} \\ \phi_s \end{bmatrix} \cdot \exp i \cdot (kx - \omega t) + \begin{bmatrix} n_{es}^* \\ u_{es}^* \\ \phi_s^* \end{bmatrix} \cdot \exp -i \cdot (kx - \omega t) \right\} \quad (41-4)$$

همچنین هماهنگ‌های پوزیترونی را به صورت زیر می‌نویسیم.

$$\begin{bmatrix} n_p \\ u_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \varepsilon^2 \begin{bmatrix} n_{p0} \\ u_{p0} \end{bmatrix} \quad (42-4)$$

و تمام متغیرهای بالا را برحسب مرتبه‌ی آشفتگی بسط می‌دهیم.

$$\begin{bmatrix} n_{es} \\ u_{es} \\ \phi_s \\ n_{e0} \\ u_{e0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{es}^{(1)} \\ u_{es}^{(1)} \\ \phi_s^{(1)} \\ n_{e0}^{(1)} \\ u_{e0}^{(1)} \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} n_{es}^{(2)} \\ u_{es}^{(2)} \\ \phi_s^{(2)} \\ n_{e0}^{(2)} \\ u_{e0}^{(2)} \end{bmatrix} + \varepsilon^2 \begin{bmatrix} n_{es}^{(3)} \\ u_{es}^{(3)} \\ \phi_s^{(3)} \\ n_{e0}^{(3)} \\ u_{e0}^{(3)} \end{bmatrix} + \dots, \quad \begin{bmatrix} n_{i0} \\ u_{i0} \\ \phi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{i0}^{(1)} \\ u_{i0}^{(1)} \\ \phi_0^{(1)} \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} n_{i0}^{(2)} \\ u_{i0}^{(2)} \\ \phi_0^{(2)} \end{bmatrix} + \varepsilon^2 \begin{bmatrix} n_{i0}^{(3)} \\ u_{i0}^{(3)} \\ \phi_0^{(3)} \end{bmatrix} + \dots \quad (43-4)$$

ابتدا متغیرهای روابط (۳۸-۴) تا (۴۰-۴) را طبق روابط (۴۱-۴) و (۴۲-۴) برحسب هماهنگ‌هایشان بسط می‌دهیم. با قرار $\psi = kx - \omega t$ این معادلات را به سه دسته تقسیم می‌کنیم. متغیرهایی که ضرایب $e^{i\psi}$ هستند را سری معادلات I، متغیرهایی که دارای ضریب $e^{2i\psi}$ هستند را سری معادلات II و ضرایبی که مستقل از ضریب نمایی هستند، سری معادلات III را تشکیل می‌دهند.

بنابراین برای معادله‌ی پیوستگی الکترون خواهیم داشت:

$$\frac{\partial}{\partial t} (1 + \varepsilon^2 n_{e0} + \varepsilon n_{e1} \cdot e^{i\psi} + \varepsilon n_{e1}^* \cdot e^{-i\psi} + \varepsilon^2 n_{e2} \cdot e^{2i\psi} + \varepsilon^2 n_{e2}^* \cdot e^{-2i\psi} + \dots) + \quad (44-4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[(1 + \varepsilon^2 n_{e0} + \varepsilon n_{e1} \cdot e^{i\psi} + \varepsilon n_{e1}^* \cdot e^{-i\psi} + \varepsilon^2 n_{e2} \cdot e^{2i\psi} + \varepsilon^2 n_{e2}^* \cdot e^{-2i\psi} + \dots) \right. \\ \left. \times (\varepsilon^2 u_{e0} + \varepsilon u_{e1} \cdot e^{i\psi} + \varepsilon u_{e1}^* \cdot e^{-i\psi} + \varepsilon^2 u_{e2} \cdot e^{2i\psi} + \varepsilon^2 u_{e2}^* \cdot e^{-2i\psi} + \dots) \right] = 0$$

ضرایب $e^{i\psi}$ در (44-4)، معادله‌ی پیوستگی الکترون از سری معادلات I را به ما می‌دهد.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon n_{e1} \cdot e^{i\psi}) + \frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon u_{e1} \cdot e^{i\psi} + \varepsilon^3 u_{e0} n_{e1} \cdot e^{i\psi} + \varepsilon^3 n_{e0} u_{e1} \cdot e^{i\psi}) = 0 \quad (45-4)$$

حال متغیرهای رابطه‌ی فوق را بر حسب مرتبه‌ی آشفتگی طبق رابطه‌ی (43-4) بسط داده و ضرایب پایین‌ترین توان ε یا اولین مرتبه‌ی آشفتگی را در نظر می‌گیریم.

$$-i\omega n_{e1}^{(1)} + iku_{e1}^{(1)} = 0 \quad (46-4)$$

مانند رابطه‌ی پیوستگی، برای معادله‌ی حرکت الکترون نیز ابتدا متغیرهای آن را بر حسب مرتبه‌ی هماهنگ‌هایش بسط می‌دهیم:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon^2 u_{e0} + \varepsilon u_{e1} \cdot e^{i\psi} + \varepsilon u_{e1}^* \cdot e^{-i\psi} + \varepsilon^2 u_{e2} \cdot e^{2i\psi} + \varepsilon^2 u_{e2}^* \cdot e^{-2i\psi} + \dots) + (\varepsilon^2 u_{e0} + \varepsilon u_{e1} \cdot e^{i\psi} + \varepsilon u_{e1}^* \cdot e^{-i\psi} \\ + \varepsilon^2 u_{e2} \cdot e^{2i\psi} + \varepsilon^2 u_{e2}^* \cdot e^{-2i\psi} + \dots) \frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon^2 u_{e0} + \varepsilon u_{e1} \cdot e^{i\psi} + \varepsilon u_{e1}^* \cdot e^{-i\psi} + \varepsilon^2 u_{e2} \cdot e^{2i\psi} + \varepsilon^2 u_{e2}^* \cdot e^{-2i\psi} + \dots) = \\ \frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon^2 \phi_0 + \varepsilon \phi_1 \cdot e^{i\psi} + \varepsilon \phi_1^* \cdot e^{-i\psi} + \varepsilon^2 \phi_2 \cdot e^{2i\psi} + \varepsilon^2 \phi_2^* \cdot e^{-2i\psi} + \dots) - (1 + \varepsilon^2 n_{e0} + \varepsilon n_{e1} \cdot e^{i\psi} + \varepsilon n_{e1}^* \cdot e^{-i\psi} \\ + \varepsilon^2 n_{e2} \cdot e^{2i\psi} + \varepsilon^2 n_{e2}^* \cdot e^{-2i\psi} + \dots) \frac{\partial}{\partial x} (1 + \varepsilon^2 n_{e0} + \varepsilon n_{e1} \cdot e^{i\psi} + \varepsilon n_{e1}^* \cdot e^{-i\psi} + \varepsilon^2 n_{e2} \cdot e^{2i\psi} + \varepsilon^2 n_{e2}^* \cdot e^{-2i\psi} + \dots) \\ + \frac{H^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[(1 + \varepsilon^2 n_{e0} + \varepsilon n_{e1} \cdot e^{i\psi} + \varepsilon n_{e1}^* \cdot e^{-i\psi} + \varepsilon^2 n_{e2} \cdot e^{2i\psi} + \varepsilon^2 n_{e2}^* \cdot e^{-2i\psi} + \dots)^{-1/2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (1 + \varepsilon^2 n_{e0} + \right. \\ \left. + \varepsilon n_{e1} \cdot e^{i\psi} + \varepsilon n_{e1}^* \cdot e^{-i\psi} + \varepsilon^2 n_{e2} \cdot e^{2i\psi} + \varepsilon^2 n_{e2}^* \cdot e^{-2i\psi} + \dots)^{1/2} \right]$$

برای داشتن معادله‌ی حرکت الکترون از سری معادلات I، ضرایب $e^{i\psi}$ رابطه‌ی (47-4) را مانند قبل در نظر می‌گیریم.

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (u_{e1} \cdot e^{i\psi}) + \varepsilon^3 u_{e0} \frac{\partial}{\partial x} (u_{e1} \cdot e^{i\psi}) = \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} (\varphi_1 \cdot e^{i\psi}) - \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} (n_{e1} \cdot e^{i\psi}) - \varepsilon^3 n_{e0} \frac{\partial}{\partial x} (n_{e1} \cdot e^{i\psi}) - \\ - \varepsilon^3 n_{e1} \cdot e^{i\psi} \frac{\partial n_{e0}}{\partial x} + \frac{H^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2} \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial x^2} (n_{e1} \cdot e^{i\psi}) - \frac{1}{4} \varepsilon^3 n_{e0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (n_{e1} \cdot e^{i\psi}) - \frac{1}{2} \varepsilon^3 n_{e1} \cdot e^{i\psi} \frac{\partial^2 n_{e0}}{\partial x^2} \right] \end{aligned} \quad (4-48)$$

پس از قرار دادن بسط متغیرهای $\varphi_1, u_{e1}, u_{e0}, n_{e1}$ و n_{e0} طبق رابطه‌ی (4-63) و انتخاب پایین‌ترین مرتبه‌ی ε در رابطه‌ی فوق خواهیم داشت:

$$-i\omega u_{e1}^{(1)} = ik \varphi_1^{(1)} - ik n_{e1}^{(1)} - i \frac{H^2}{4} (k^3 n_{e1}^{(1)}) \quad (4-69)$$

و نهایتاً تکنیک فوق را برای معادله‌ی پواسون انجام می‌دهیم:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (\varepsilon^2 \varphi_0 + \varepsilon \varphi_1 \cdot e^{i\psi} + \varepsilon \varphi_1^* \cdot e^{-i\psi} + \varepsilon^2 \varphi_2 \cdot e^{2i\psi} + \varepsilon^2 \varphi_2^* \cdot e^{-2i\psi} + \dots) = \quad (4-50)$$

$$(1 + \varepsilon^2 n_{e0} + \varepsilon n_{e1} \cdot e^{i\psi} + \varepsilon n_{e1}^* \cdot e^{-i\psi} + \varepsilon^2 n_{e2} \cdot e^{2i\psi} + \varepsilon^2 n_{e2}^* \cdot e^{-2i\psi} + \dots) - (1 + \varepsilon^2 n_p)$$

معادله‌ی پواسون برای سری معادلات I یا همان ضرایب $e^{i\psi}$ در رابطه‌ی فوق، بصورت زیر است:

$$\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\varphi_1 \cdot e^{i\psi}) = \varepsilon n_{e1} \cdot e^{i\psi} \quad (4-51)$$

با بسط φ_1 و n_{e1} برحسب مرتبه‌ی آشفتگی طبق رابطه‌ی (4-43) و انتخاب پایین‌ترین مرتبه‌ی ε خواهیم داشت:

$$-k^2 \varphi_1^{(1)} = n_{e1}^{(1)} \quad (4-52)$$

با استفاده از روابط (4-52) و (4-49) و (4-46) به رابطه‌ی زیر می‌رسیم.

$$\omega^2 = 1 + k^2 + \frac{\hbar^2 k^4}{4m_e^2} \left(\frac{\omega_{pe}^2}{v_{Fe}^4} \right) \quad (4-53)$$

که همان شکل بهنجار شده‌ی رابطه‌ی پاشندگی خطی امواج لانگمیر الکترونی می‌باشد.

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + k^2 v_{Fe}^2 + \frac{\hbar^2 k^4}{4m_e^2} = \omega_{pe}^2 + k^2 v_{Fe}^2 + \omega_{qe}^2 \quad (4-54)$$

بنابراین همانطور که مشخص بود پایترین مرتبه‌ی آشفتگی از اولین هماهنگ، شکل معادلات را در تئوری خطی بیان می‌کند و منجر به رابطه‌ی پاشندگی خطی امواج می‌گردد. اگر از رابطه‌ی بالا نسبت به k

مشتق بگیریم سرعت گروه به دست می آید.

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{k + \frac{H^2 k^3}{2}}{\sqrt{1 + k^2 \left(1 + \frac{H^2 k^2}{4}\right)}} \quad (55-4)$$

حال به بررسی سری معادلات II که ضرایب $e^{2i\psi}$ در روابط (44-4)، (47-4) و (50-4) هستند، می پردازیم. برای معادله‌ی پیوستگی الکترون خواهیم داشت.

$$\varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial t} (n_{e2} \cdot e^{2i\psi}) + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial x} (u_{e2} \cdot e^{2i\psi} + u_{e1} n_{e1} \cdot e^{2i\psi}) = 0 \quad (56-4)$$

مانند قبل بسط مرتبه‌ی آشفتگی متغیرهای $n_{e1}, u_{e1}, u_{e2}, n_{e2}$ را در رابطه‌ی فوق قرار داده و ضرایب کمترین مرتبه‌ی ε را در نظر می گیریم. بنابراین به رابطه‌ی زیر می رسیم:

$$-2i\omega n_{e2}^{(1)} + 2ik n_{e1}^{(1)} u_{e1}^{(1)} + 2ik u_{e2}^{(1)} = 0$$

با قرار دادن مقدار $n_{e1}^{(1)}$ و $u_{e1}^{(1)}$ از (52-4) و (64-4) در رابطه‌ی بالا به می توانیم آن را بصورت زیر بنویسیم.

$$u_{e2}^{(1)} = \frac{\omega}{k} n_{e2}^{(1)} - \omega k^3 (\varphi_1^{(1)})^2 \quad (57-4)$$

رابطه‌ی زیر معادله‌ی حرکت الکترون از سری معادلات II، را نشان می دهد.

$$\varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial t} (u_{e2} \cdot e^{2i\psi}) + \varepsilon^2 u_{e1} \cdot e^{i\psi} \frac{\partial}{\partial x} (u_{e1} \cdot e^{i\psi}) = \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial x} (\varphi_2 \cdot e^{2i\psi}) - \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial x} (n_{e2} \cdot e^{2i\psi}) -$$

$$- \varepsilon^2 n_{e1} \cdot e^{i\psi} \frac{\partial}{\partial x} (n_{e1} \cdot e^{i\psi}) + \frac{H^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2} \varepsilon^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} (n_{e1} \cdot e^{2i\psi}) - \frac{1}{4} \varepsilon^2 n_{e1} \cdot e^{i\psi} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (n_{e1} \cdot e^{i\psi}) \right] \quad (58-4)$$

با بسط متغیرهای الکترونی در رابطه‌ی فوق برحسب مرتبه‌ی آشفتگی و انتخاب پایین ترین مرتبه‌ی ε خواهیم داشت.

$$-2i\omega u_{e2}^{(1)} + ik(u_{e1}^{(1)})^2 = 2ik\varphi_2^{(1)} - 2ikn_{e2}^{(1)} - ik(n_{e1}^{(1)})^2 + \frac{H^2}{2} \left[\frac{-1}{2} 8ik^3 n_{e2}^{(1)} + \frac{1}{4} ik^3 (n_{e1}^{(1)})^2 \right] \quad (59-4)$$

مجدداً مقدار متغیرهای $u_{e1}^{(1)}$ و $n_{e1}^{(1)}$ و همچنین مقدار $u_{e2}^{(1)}$ را از رابطه‌ی (56-4) در رابطه‌ی بالا قرار داده و پس از ساده سازی به رابطه‌ی زیر می رسیم.

$$8\omega^2 k \varphi_2^{(1)} + 3k^3 \omega^2 (\varphi_1^{(1)})^2 = 2k \varphi_2^{(1)} + 8k^3 \varphi_2^{(1)} - k^5 (\varphi_1^{(1)})^2 + 8H^2 k^5 \varphi_2^{(1)} + \frac{H^2}{4} k^7 (\varphi_1^{(1)})^2 \quad (۶۰-۴)$$

$$\varphi_2^{(1)} = -\frac{k^2 (3\omega^2 + k^2 - H^2 k^4 / 4)}{8(\omega^2 - k^2 - H^2 k^4 - 1/4)} (\varphi_1^{(1)})^2 \quad (۶۱-۴)$$

معادله‌ی پواسون از سری معادلات II به صورت زیر می باشد:

$$\varepsilon^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\varphi_2 \cdot e^{2i\psi}) = \varepsilon^2 n_{e2} \cdot e^{2i\psi} \quad (۶۲-۴)$$

که با قرار دادن بسط φ_2 و n_{e2} بر حسب مرتبه‌ی آشفتگی و انتخاب پایین‌ترین مرتبه ε ، خواهیم داشت:

$$n_{e2}^{(1)} = -4k^2 \varphi_2^{(1)} \quad (۶۳-۴)$$

اکنون به بررسی سری معادلات III، شامل معادلاتی که دارای متغیرهای مستقل از جمله‌ی نمایی هستند، می‌پردازیم. جملات باقی مانده در معادلات سیالی برای الکترون و تمام جملات معادلات سیالی پوزیترون-ها، سری معادلات III را تشکیل می‌دهند. بنابراین از این معادلات خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \varphi_0^{(1)} &= \frac{k^2 (1 + 4k^2 + \frac{3H^2 k^2}{2})}{\left[1 + \frac{(v_g^2 - 1)}{(v_g^2 - \sigma)}\right]} (\varphi_1^{(1)})^2 = b_0 (\varphi_1^{(1)})^2 & u_{p0}^{(1)} &= \frac{v_g k^2 (1 + 4k^2 + \frac{3H^2 k^2}{2})}{(v_g^2 - \sigma) \left[1 + \frac{(v_g^2 - 1)}{(v_g^2 - \sigma)}\right]} (\varphi_1^{(1)})^2 = b_1 v_g (\varphi_1^{(1)})^2 \\ n_{e0}^{(1)} &= n_{p0}^{(1)} = \frac{k^2 (1 + 4k^2 + \frac{3H^2 k^2}{2})}{(v_g^2 - \sigma) \left[1 + \frac{(v_g^2 - 1)}{(v_g^2 - \sigma)}\right]} (\varphi_1^{(1)})^2 = b_1 (\varphi_1^{(1)})^2 & u_{e0}^{(1)} &= \frac{v_g k^2 (1 + 4k^2 + \frac{3H^2 k^2}{2})}{(v_g^2 - \sigma) \left[1 + \frac{(v_g^2 - 1)}{(v_g^2 - \sigma)}\right]} - 2\omega k^3 = (b_1 v_g - 2\omega k^3) (\varphi_1^{(1)})^2 \end{aligned} \quad (۶۴-۴)$$

اکنون با داشتن مرتبه‌ی اول آشفتگی تمامی هماهنگ‌های مرتبه‌ی صفر، اول و دوم متغیرهای پلازما، می‌توانیم معادله‌ی شرودینگر غیرخطی را به دست بیاوریم. برای این منظور بطور همزمان متغیرهای پلاسمایی را بر حسب مرتبه‌ی آشفتگی و هماهنگ‌هایشان بدون در نظر گرفتن هماهنگ‌های خطی بسط داده و در معادلات سیالی کوانتومی قرار می‌دهیم. همچنین مجدداً از تغییر متغیرهای زمان گونه و مکان گونه‌ی رابطه‌ی (۴-۱۱) استفاده می‌کنیم.

$$\xi = \varepsilon^{1/2} (x - v_g t) \quad (65-4)$$

$$\tau = \varepsilon^{3/2} t$$

با در نظر گرفتن دومین مرتبه‌ی آشفتگی از این روابط و قرار دادن روابط (۴-۴۹)، (۴-۵۲)، (۴-۵۷)، (۴-۶۱)، (۴-۶۳) و (۴-۶۴) به معادله‌ی شرودینگر غیرخطی برای یک پلاسمای کوانتومی خواهیم رسید.

$$i \frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial \tau} + P \frac{\partial^2 \phi_1^{(1)}}{\partial \xi^2} = Q \phi_1^{(1)} (\phi_1^{(1)})^2 \quad (66-4)$$

که پارامترهای P و Q بصورت زیر می‌باشند:

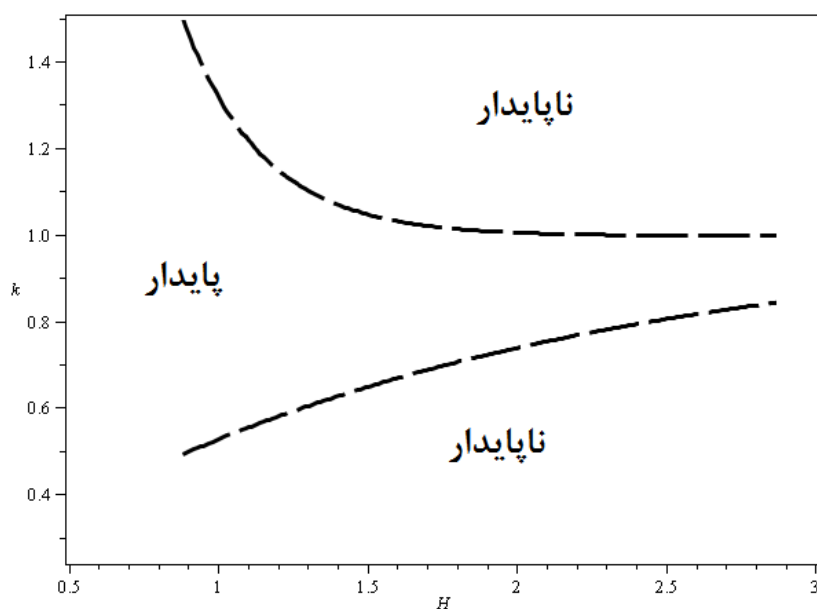
$$P = \frac{1}{2\omega} (1 - v_g^2 + \frac{3}{2} H^2 k^2) \quad (67-4)$$

$$Q = \frac{\omega}{2} [b_1 + 8b_2 k^2 - 3k^4] + \frac{k}{2} [2b_1 v_g + 4b_2 k \omega - 3k^3 \omega] \\ + \frac{k^2}{2\omega} \left[b_1 + (4b_2 - \frac{H^2}{2}) k^2 - \frac{5}{2} b_2 H^2 k^4 \right]$$

با استفاده از ضرایب P و Q به بررسی تعادل و پایداری امواج الکتروستاتیک در یک پلاسمای کوانتومی در مرتبه‌ی غیرخطی می‌پردازیم. اگر به‌ازای مقادیر مختلف پارامترهای رابطه‌ی (۴-۶۷) $PQ > 0$ باشد، امواج در این شرایط پایدار هستند در غیر این صورت ناپایداری در سیستم رخ خواهد داد. در شرایط حدی کلاسیکی، $H \rightarrow 0$ ، مقدار PQ از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$PQ = \frac{1}{4} (1 - v_g^2) [b_1 + 8b_2 k^2 - 3k^4] + (1 - v_g^2) \left[\frac{k}{\omega} b_1 v_g + 2b_2 k^2 \omega - \frac{3}{2} k^4 \right] + \frac{k^2}{4\omega^2} (1 - v_g^2) [b_1 + (4b_2) k^2] \quad (68-4)$$

جملات داخل کروشه‌های رابطه‌ی (۴-۶۸) همگی مثبت هستند و چون همواره $v_g^2 < 1$ می‌باشد، مقدار $PQ > 0$ همیشه مثبت خواهد بود. بنابراین امواج الکتروستاتیکی در یک پلاسمای کلاسیکی بدون وجود عوامل خارجی همواره پایدار هستند. برای بررسی نقش اثرات کوانتومی در پایداری امواج سالیونی، مانند فصل سوم محدوده‌ی طول‌موج‌های پایدار را برای مقادیر مختلف پارامتر اثرات کوانتومی رسم می‌کنیم. شکل (۴-۷) این محدوده را برای یک پلاسمای کوانتومی نشان می‌دهد.



شکل (۴-۷). محدوده‌ی طول موج‌های پایدار بر حسب پارامتر اثرات کوانتومی. به ازای $\sigma = 0.4$

همانطور که در شکل مشخص است با افزایش اثرات کوانتومی ناحیه‌ی پایداری کاهش می‌یابد. همچنین شکل فوق نشان می‌دهد برای پارامتر اثرات کوانتومی کوچکتر از یک، $H < 1$ ، امواج سولیتونی به ازای تمامی طول موج‌ها پایدار خواهند بود.

۵-۴ جمع‌بندی

در این فصل به بررسی رفتار غیر خطی در یک پلاسمای کوانتومی پرداختیم. به‌منظور این مطالعه با استفاده از معادلات مدل سیالی کوانتومی، معادلات غیرخطی را برای یک پلاسمای کوانتومی کاملاً تبه‌گن به‌دست آوردیم. دو معادله‌ی غیرخطی وجود دارند که در ارتباط با امواج پلاسمای غیرخطی به‌طور گسترده‌ای بررسی شده‌اند. معادله‌ی کورته‌وگ-دووری و معادله‌ی شرودینگر غیرخطی. هر یک از این معادله‌ها با نوع متفاوتی از نواحی غیرخطی سروکار دارند. جواب‌های معادله‌ی KdV، سالیتون‌ها هستند. با به‌دست آوردن این معادله برای یک پلاسمای کوانتومی به بررسی نقش پارامترهای مختلف بر روی شکل جواب‌های سالیتونی آن پرداختیم. سپس پایداری این جواب‌ها و نقش پارامتر اثرات کوانتومی بر روی این

پایداری‌ها را با استفاده از معادله‌ی شرودینگر غیرخطی مورد بررسی قرار دادیم. در این بخش نتایجی را که در این فصل به دست آوردیم به طور خلاصه شرح خواهیم داد.

- معادله‌ی KdV برای یک پلاسمای کوانتومی، از بسط متغیرهای کوانتومی و استفاده از روش تقلیل آشفستگی در معادلات سیالی کوانتومی به دست می‌آید.

- در یک پلاسمای کوانتومی بدون در نظر گرفتن اثرات مغناطیسی، اثرات کوانتومی بر روی جواب‌های سالیتمونی این معادله تاثیر داشته و افزایش این اثرات موجب کاهش عرض دامنه‌ی پتانسیل سالیتمونی خواهد شد.

- نسبت دمای فرمی پوزیترونی به دمای فرمی الکترون‌ها در شکل جواب‌های سالیتمونی تاثیر داشته و در یک پلاسمای کوانتومی تبهگن با افزایش این پارامتر انرژی سالیتمون‌ها کاهش می‌یابد.

- در یک پلاسمای کوانتومی مغناطیده، شکل پتانسیل سالیتمونی به نسبت دمای فرمی پوزیترونی به دمای فرمی الکترونی، نسبت سرعت فرمی الکترونی به سرعت آلفنی الکترونی و اثرات کوانتومی وابسته خواهد بود.

- معادله‌ی شرودینگر غیرخطی برای یک پلاسمای کوانتومی با استفاده از روش تقلیل آشفستگی چندگانه در معادلات سیالی کوانتومی به دست می‌آید. با استفاده از این معادله به بررسی پایداری امواج برانگیخته در مرتبه‌ی غیرخطی می‌پردازیم. نتایج ما نشان داد که در شرایط حدی کلاسیکی، این امواج برای یک پلاسمای کلاسیکی همواره پایدار هستند.

- برای یک پلاسمای کوانتومی، اثرات کوانتومی در محدوده‌ی فیزیک غیرخطی موجب ناپایداری امواج در محدوده‌ی خاصی از طول موج‌ها می‌گردد. نتایج ما نشان می‌دهد با افزایش فزاینده‌ی این اثرات در پلاسمای محدوده‌ی طول موج‌های پایدار به شدت کاهش می‌یابند.

فصل پنجم

نتیجه گیری و پیشنهادات

۵ فصل پنجم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات

۵-۱ مقدمه

هدف از این تحقیق بررسی اثرات خطی و غیرخطی در پلاسماهای کوانتومی بوده است. بدین منظور پس از معرفی پلاسماهای کوانتومی، مدل‌های جدیدی برای مطالعه‌ی این پلاسماهای ارائه دادیم. هر یک از این مدل‌ها دارای ویژگی‌ها و محدودیت‌های خاص خود می‌باشد. سپس با استفاده از این مدل‌ها در تئوری خطی و غیرخطی به بررسی رفتار پلاسماهای کوانتومی پرداختیم و با مشابه کلاسیکی خود مقایسه نمودیم. بطور خلاصه آنچه در این پایان نامه حاصل گردید به شرح زیر می‌باشد.

- به معرفی پلاسماهای کوانتومی، دلیل حضور اثرات کوانتومی و محدوده‌ی حضور اثرات کوانتومی در یک پلازما پرداخته و ضرورت مطالعه‌ی این پلاسماهای را بیان نمودیم.
 - شکل جدید مدل‌های توصیف پلازما را برای یک پلاسمای کوانتومی ارائه دادیم و نشان دادیم این مدل‌ها در شرایط حدی، به مشابه کلاسیکی خود تبدیل می‌شوند.
 - به بررسی طول دمای، تانسور رسانندگی، رابطه پاشندگی مدهای مختلف امواج در یک پلاسمای کوانتومی و تعادل و پایداری این امواج در حضور اثرات کوانتومی در محدوده‌ی اعتبار تئوری خطی پرداختیم.
 - با استفاده از روش‌های حل غیرخطی، معادلات غیرخطی را برای یک پلاسمای کوانتومی به دست آورده و به بررسی نقش پارامترهای مختلف بر روی جواب‌های این معادلات پرداختیم.
- در این فصل نتایج بدست آمده، به صورت موردی آورده شده و در نهایت نیز بر اساس نتایج بدست آمده، پیشنهاداتی به منظور ادامه کارهای بعدی ارائه شده است.

۵-۲ نتیجه‌گیری

- ۱- تمام مدل‌های توصیف پلاسمای کوانتومی براساس تقریب هارتری-فک مبتنی هستند. طبق این تقریب، به جای در نظر گرفتن تابع موج هر یک از ذرات، یک تابع موج کلی برای تمام ذرات پلاسما در نظر می‌گیریم. با در نظر گرفتن تابع موجی که خاصیت سیالی پلاسما را در برداشته باشد و قرار دادن آن در معادله‌ی شرودینگر غیر خطی معادلات سیالی کوانتومی به‌دست می‌آید.
- ۲- ذرات یک پلاسمای کوانتومی دارای تابع توزیع سرعت متفاوتی نسبت به ذرات یک پلاسماهای کلاسیکی هستند که بر پایه مفاهیم احتمال استوار است و به تابع توزیع ویگنر معروف است. تغییرات تابع توزیع ویگنر نسبت زمان منجر به معادلات نظریه‌ی جنبشی برای یک پلاسمای کوانتومی می‌شود.
- ۳- با انتگرال‌گیری از روابط نظریه جنبشی، معادلات سیالی کوانتومی را به‌دست آمده و این نتیجه نشان می‌دهد که تمام مدل‌های توصیف پلاسماهای کوانتومی در واقع بر یک اصل استوار هستند.
- ۴- طول دبی و تانسور رسانندگی در یک پلاسمای کوانتومی با مشابه کلاسیکی خود تفاوت داشته و به اثرات کوانتومی وابسته می‌باشند.
- ۵- اثرات کوانتومی باعث تغییر رابطه‌ی پاشندگی خطی امواج لانگمیر و امواج غیرعادی خواهد شد و تاثیری بر رابطه‌ی پاشندگی امواج عادی، راست‌گرد و چپ‌گرد نخواهد داشت.
- ۶- در ناپایداری بر اثر حضور برخوردها، اثرات کوانتومی موجب افزایش ناحیه‌ی طول موج‌های پایدار امواج لانگمیر الکترونی و امواج غیرعادی الکترونی می‌شوند.
- ۷- محدوده‌ی طول موج‌های پایدار در یک پلاسمای کوانتومی دوجریانی به اثرات کوانتومی وابسته می‌باشد.

۸- اثرات کوانتومی موجب تغییر شکل معادله‌ی KdV و جواب‌های سالیتمی آن می‌شود. در یک پلاسمای کوانتومی، پهنا و ارتفاع شکل امواج سولیتونی به اثرات کوانتومی وابسته می‌باشد. با افزایش اثرات کوانتومی و قبل از شروع ناپایداری بر اثر این افزایش، این اثرات موجب افزایش انرژی سالیتم‌ها می‌گردند.

۹- اثرات کوانتومی در محدوده‌ی فیزیک غیرخطی در یک پلاسمای کوانتومی موجب ناپایداری در سیستم شده و با افزایش این اثرات محدوده‌ی طول‌موج‌های پایدار به شدت کاهش می‌یابند.

۳-۵ پیشنهادات

- ۱- در این تحقیق رفتار پلاسماهای کوانتومی در محدوده‌ی فرکانس‌های بالا بررسی شده است. همانطور که در فصل اول اشاره شد، بررسی در این محدوده بسیار جامع‌تر از مطالعه‌ی رفتار پلاسما در فرکانس پایین خواهد بود اما برخی از رفتارهای مهم پلاسما در تئوری خطی و غیرخطی، نظیر رابطه‌ی پاشندگی خطی و سولیتون‌های غیر خطی امواج آلفنی و مغناطوسوتی در محدوده‌ی فرکانس‌های پایین ظاهر خواهند شد. بنابراین پیشنهاد می‌گردد با در نظر گرفتن پلاسمایی با الکترون‌های تبهگن و یون‌های غیر تبهگن به بررسی این رفتارها نیز پرداخته شود.
- ۲- در این تحقیق همچنین از نقش اثرات اسپینی و نسبیتی صرف نظر شده است. این جملات موجب پیچیدگی بیشتری در تحلیل رفتار پلاسماهای کلاسیکی و کوانتومی می‌گردد. پیشنهاد می‌گردد با در نظر گرفتن اسپین و پتانسیل بوهم در معادلات توصیف پلاسما، نقش اثرات اسپینی در پلاسماهای کوانتومی بررسی گردد.

- ۳- در فصل سوم که بررسی نقش اثرات کوانتومی در ناپایداری‌ها پرداختیم، تنها به ناپایداری در اثر برخوردها و جریان اولیه اشاره کردیم. بررسی نقش اثرات کوانتومی در سایر ناپایداری‌ها نظیر ناپایداری ریلی-تیلور بسیار قابل اهمیت خواهد بود که پیشنهاد می‌شود به آن پرداخته شود.
- ۴- یکی از مهمترین پدیده‌هایی که در پلاسما رخ می‌دهد میرایی لاندائو بوده که پیشنهاد می‌گردد به نقش اثرات کوانتومی در این ناپایداری نیز پرداخته شود.

منابع

- [1] Chen.F.F (1986), “**Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion**”, Vol. 1, Springer, New York. Second Edition.
- [2] Swanson.D.G (1983), “ **Plasma Waves**”, Vol. 1, Auburn University Press , USA. Second Edition.
- [3] Bellan.P.M (2004), “**Fundamentals of Plasma Physics**”, Colifornia.
- [4] Diver.D.A (2001), “**A Plasma Formulary For Physics, Technology and Astrophysics**”, Vol. 1, Wiley- Vch, Berlin.
- [5] Akhiezer.A.I (1975), “**Plasma Electrodynamics**”, Vol. 1, Pergamon Press,Oxford.
- [6] Bonitz.M (2010), “**Introduction to Complex Plasmas**”, Vol. 1, Springer-Verlag, New York.
- [7] Markowich.P.A (1990), “**Semiconductor Equations**”, Vol. 1, Springer-Verlag, New York.
- [8] Nayfeh.A.H (1994), “**Introduction to Perturbation Techniques**”, Vol. 1, John Wiley & Sons, New York.
- [9] Shivamoggi.B.K (1988), “**Introduction to Nonlinear Fluid-Plasma Waves** ”, Vol. 1, Kluwer Academic Publishers, USA.
- [10] Ashcroft.N.W (1975), “**Solid State Physics**”, Vol. 1, Butterworth - Heinemann , Oxford. Second Edition.
- [11] Pathria.R.K (1972), “**Statistical Mechanic**”, Vol. Oxford. Second Edition.
- [12] Shukla.P.K, Eliasson.B, “**Nonlinear aspects of quantum plasma physics**”, *Physics – Uspekhi*, **53** (2010), p.51 -76
- [13] Haas.F, Manfredi.G, and Feix.M, *Phs. Rev.E*, **76**, 2763 (2000).
- [14] Rehman.U,” **Linear and nonlinear quantum ion acoustic waves in a plasma with positive, negative ions and Fermi electron gas**”*Phys. Plasma*, **17**, 062303 (2010).

- [15] Rehman.U, Akhtar.N and Shah.N," **Nonlinear quantum ion acoustic waves in a Fermi plasma**" *Phys. Plasma*, **18**, 032303 (2011).
- [16] Kull H.J, and Plagne.L, "**Quantum-mechanical dielectric model of the electron-ion collision frequency in strong laser field** " , *Phys. Plasma*, **8**, (2001).
- [17] Bret.A, Haas.F," **Quantum kinetic theory of the filamentation instability**", *Phys. Plasma*, **18**, 072108 (2011).
- [18] Stix.T.H, "**Wave in Plasmas**", *American Institute of Physics*, New York, (1992) ,P.25.
- [19]A. A. Vedenov, E. P. Velikhov, and R.Z. Sagdeev,*Yarden Sintez*, **1**, 82 (1961).
- [20] Calvayrac.F, Reinhard.P.G, and Ullrich.C, "**Nonlinear electron dynamics in metal clusters**". *Phys .Rep*, **337**, (2000),p. 493-578
- [21] Brorson.D, Fujimoto.j.G and Ippen.E.P, "**Femtosecond electronic heat-transport dynamics in thin gold film**", *Phys.Rev*, **59**, (2000), p. 1962-1965
- [22] Hussain.S, Mahmood.S,"**Magnetoacoustic solitons in quantum plasma**", *Phys. Plasma*,**18**, 082109 (2011).
- [23] Wigner.E.P, "**On the quantum correction for thermodynamic equilibrium**", *Phys. Rev.* **40** (1932), p. 749–759.
- [24] Groenewold.H.J, "**On the Principles of elementary quantum mechanics**", *Physica*,**12** (1946) ,p. 405–460.
- [25] Moyal.J.E, "**Quantum mechanics as a statistical theory**", *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, **45**, (1949), P. 99–124
- [26] M.P. Robinson, B. Laburthe Tolra, and P. Pillet, *Phys. Rev*, **85**, 4466 (2000).
- [27] J. Keane, A. Mushtaq, and M. S. Wheatland," **Alfvén solitons in a Fermionic quantum plasma**", *Phys. Rev. E*, **83**, 066407, (2011) .
- [28] F. Haas.F, "**A magnetohydrodynamic model for quantum plasmas**", *Phys. Plasmas*, **12**, 062117 (2005) .
- [29] Haas.F, and Manfredi.G, "**Multistream model for quantum plasmas**", *Phys. Rev. E*, **62**, 2763 (2000).

- [30] Ren.H, Wu.Z and Chu.P.K," **Dispersion of linear waves in quantum plasmas**",*Phys. Plasma*, **14**, 062102 (2007).
- [31] Masood.W and Mushtaq.A, " **Electron acoustic soliton in a quantum magnetoplasma**", *Phys. Plasmas*, **15**, 022306 (2008).
- [32] W. Masood," **Obliquely propagating low frequency electromagnetic shock waves in two dimensional quantum magnetoplasmas**",*Phys. Plasmas*, **16**, 042314 (2009).
- [33] Jung.Y. D," **Quantum-mechanical effects on electron–electron scattering in dense high-temperature plasmas**", *Phys. Plasmas*, **8**, 3842 (2001).
- [34] Mushtaq.A and Qamar.A," **Parametric studies of nonlinear magnetosonic waves in two-dimensional quantum magnetoplasmas**", *Phys.Plasmas*, **16**, 022301 (2008).
- [35] Shukl.P.K, Eliasson.B and Stenflo.L, "**Electromagnetic solitary pulses in a magnetized Electron-Positron plasma**", *Phys. Rev. E*, **84**, 037401 (2011).
- [36] Liu.S.Q, Chen.H.Y and Li.X.Q, "**Modulation instability of intense leaser beam in an electron-positron plasma**", *optic journal*, 51899 (2011).
- [37] Tiwari.R.S,"**Ion-acoustic dressed soliton in electron-positron-ion plasma**", *Phys. Letters A*, **327** (2008),p.3461-3466
- [38] Pakzad.H.R, "**Ion acoustic solitary waves in plasma whith nonthrmal electron-positron**", *Phys.Letters A*,**327**(2009),p.847-850
- [39] Markus H.Thoma "**Ultrarelativistic Electron-Positron plasma**", *arXiv:0810.0909v1* (2008).
- [40] Tsintsadze.L, Tsintsadze.N and Murtaza.G, "**New Longitudinal Waves in Electron-Positron-Ion Quantum Plasmas**", *arXiv:1008.2258v1* (2011).

پیوست

پیوست ۱

محاسبات روش تقلیل آشفستگی برای به دست آوردن معادله ی KdV در یک پلاسمای

کوانتومی الکترون - پوزیترونی کاملاً تبهگن غیر مغناطیده

معادله ی پیوستگی الکترون ها:

$$\varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) - \varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) + \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) (\varepsilon u_e^{(1)} + \varepsilon^2 u_e^{(2)} + \dots) \right] = 0 \quad (\text{پ-۱})$$

معادله ی پیوستگی پوزیترون ها:

$$\varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) - \varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) + \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) (\varepsilon u_p^{(1)} + \varepsilon^2 u_p^{(2)} + \dots) \right] = 0 \quad (\text{پ-۲})$$

معادله ی حرکت الکترون ها:

$$\varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon u_e^{(1)} + \varepsilon^2 u_e^{(2)} + \dots) - v_g \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_e^{(1)} + \varepsilon^2 u_e^{(2)} + \dots) + (\varepsilon u_e^{(1)} + \varepsilon^2 u_e^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_e^{(1)} + \varepsilon^2 u_e^{(2)} + \dots) = \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon \varphi^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi^{(2)} + \dots) - (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) + \frac{H^2}{2} \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots)^{-1/2} \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots)^{1/2} \right] \quad (\text{پ-۳})$$

معادله ی حرکت برای پوزیترون ها:

$$\varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon u_p^{(1)} + \varepsilon^2 u_p^{(2)} + \dots) - v_g \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_p^{(1)} + \varepsilon^2 u_p^{(2)} + \dots) + (\varepsilon u_p^{(1)} + \varepsilon^2 u_p^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_p^{(1)} + \varepsilon^2 u_p^{(2)} + \dots) = -\varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon \varphi^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi^{(2)} + \dots) - \sigma (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) + \frac{H^2}{2} \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots)^{-1/2} \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots)^{1/2} \right] \quad (\text{پ-۴})$$

معادله‌ی پواسون برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها:

$$\varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (\varepsilon \varphi^{(1)} + \varepsilon^2 \varphi^{(2)} + \dots) = (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) - (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) \quad (\text{پ-۵})$$

الف: معادلات مرتبه‌ی اول آشفتگی

$$\frac{\partial u_e^{(1)}}{\partial \xi} - v_g \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{پ-۶})$$

$$\frac{\partial u_p^{(1)}}{\partial \xi} - v_g \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{پ-۷})$$

$$\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial \xi} + v_g \frac{\partial u_e^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{پ-۸})$$

$$-\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial \xi} + v_g \frac{\partial u_p^{(1)}}{\partial \xi} - \sigma \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{پ-۹})$$

$$n_e^{(1)} - n_p^{(1)} = 0 \quad (\text{پ-۱۰})$$

ب: معادلات مرتبه‌ی دوم آشفتگی

$$\frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \tau} - v_g \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (n_e^{(1)} u_e^{(1)} + u_e^{(2)}) = 0 \quad (\text{پ-۱۱})$$

$$\frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \tau} - v_g \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (n_p^{(1)} u_p^{(1)} + u_p^{(2)}) = 0 \quad (\text{پ-۱۲})$$

$$\frac{\partial u_e^{(1)}}{\partial \tau} - v_g \frac{\partial u_e^{(2)}}{\partial \xi} + u_e^{(1)} \frac{\partial u_e^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} + n_e^{(1)} \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{H^2}{4} \frac{\partial^3 n_e^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (\text{پ-۱۳})$$

$$\frac{\partial u_p^{(1)}}{\partial \tau} - v_g \frac{\partial u_p^{(2)}}{\partial \xi} + u_p^{(1)} \frac{\partial u_p^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \varphi^{(2)}}{\partial \xi} + \sigma \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} + \sigma n_p^{(1)} \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{H^2}{4} \frac{\partial^3 n_p^{(1)}}{\partial \xi^3} = 0 \quad (\text{پ-۱۴})$$

$$\frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial \xi^2} = n_e^{(2)} - n_p^{(2)} \quad (\text{پ-۱۵})$$

پیوست ۲

محاسبات روش تقلیل آشفته‌گی برای به‌دست آوردن معادله‌ی KdV در یک پلاسمای

کوانتومی الکترون - پوزیترونی کاملاً تبه‌گن مغناطیده

ابتدا روابط را در راستای محورهای مختصات تجزیه می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \cdot (n_e u_{ex}) = 0 \\ \frac{\partial u_{ex}}{\partial t} + u_{ex} \cdot \frac{\partial u_{ex}}{\partial x} = -\beta n_e \frac{\partial n_e}{\partial x} - E_x - u_{ey} B_z + \frac{H^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\sqrt{n_e}} \frac{\partial^2 \sqrt{n_e}}{\partial x^2} \right] \\ \frac{\partial u_{ey}}{\partial t} + u_{ex} \cdot \frac{\partial u_{ey}}{\partial x} = -E_y + u_{ex} B_z \end{array} \right. \quad (\text{پ-۱۶})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial n_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \cdot (n_p u_{px}) = 0 \\ \frac{\partial u_{px}}{\partial t} + u_{px} \cdot \frac{\partial u_{px}}{\partial x} = -\beta n_p \frac{\partial n_p}{\partial x} + E_x + u_{py} B_z + \frac{H^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\sqrt{n_p}} \frac{\partial^2 \sqrt{n_p}}{\partial x^2} \right] \\ \frac{\partial u_{py}}{\partial t} + u_{px} \cdot \frac{\partial u_{py}}{\partial x} = E_y - u_{px} B_z \end{array} \right. \quad (\text{پ-۱۷})$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad (\text{پ-۱۸})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\alpha \frac{\partial E_x}{\partial t} = n_p u_{px} - n_e u_{ex} \\ \frac{\partial B_z}{\partial x} - \alpha \frac{\partial E_y}{\partial t} = n_p u_{py} - n_e u_{ey} \end{array} \right. \quad (\text{پ-۱۹})$$

مقدار E_y را از رابطه‌ی سوم (پ-۱۷) به‌دست آورده و در باقی روابط جایگزین می‌کنیم:

$$E_y = \frac{\partial u_{py}}{\partial t} + u_{px} \cdot \frac{\partial u_{py}}{\partial x} + u_{px} B_z \quad (\text{پ-۲۰})$$

اکنون به هشت رابطه‌ی زیر می‌رسیم و این روابط را با استفاده از تکنیک تقلیل آشفته‌گی بسط می‌دهیم:

$$(1): \frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \cdot (n_e u_{ex}) = 0 \quad (پ-۲۱)$$

$$(2): \frac{\partial u_{ex}}{\partial t} + u_{ex} \frac{\partial u_{ex}}{\partial x} = -\beta n_e \frac{\partial n_e}{\partial x} - E_x - u_{ey} B_z + \frac{H^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\sqrt{n_e}} \frac{\partial^2 \sqrt{n_e}}{\partial x^2} \right]$$

$$(3): \frac{\partial u_{ey}}{\partial t} + u_{ex} \cdot \frac{\partial u_{ey}}{\partial x} + \frac{\partial u_{py}}{\partial t} + u_{px} \cdot \frac{\partial u_{py}}{\partial x} = (u_{ex} - u_{px}) B_z$$

$$(4): \frac{\partial n_p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \cdot (n_p u_{px}) = 0$$

$$(5): \frac{\partial u_{px}}{\partial t} + u_{px} \cdot \frac{\partial u_{px}}{\partial x} = -\sigma \beta n_p \frac{\partial n_p}{\partial x} + E_x + u_{py} B_z + \frac{H^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\sqrt{n_p}} \frac{\partial^2 \sqrt{n_p}}{\partial x^2} \right]$$

$$(6): \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u_{py}}{\partial t} + u_{px} \cdot \frac{\partial u_{py}}{\partial x} \right] = -\frac{\partial B_z}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} (u_{px} B_z)$$

$$(7): -\alpha \frac{\partial E_x}{\partial t} = n_p u_{px} - n_e u_{ex}$$

$$(8): \frac{\partial B_z}{\partial x} - \alpha \frac{\partial}{\partial t} (u_{px} B_z) - \alpha \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial u_{py}}{\partial t} + u_{px} \cdot \frac{\partial u_{py}}{\partial x} \right] = n_p u_{py} - n_e u_{ey}$$

رابطه‌ی (۱)

$$\begin{aligned} \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) - \varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) \\ + \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) (\varepsilon u_{ex}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{ex}^{(2)} + \dots) \right] = 0 \end{aligned} \quad (پ-۲۲)$$

رابطه‌ی (۲)

$$\begin{aligned} \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon u_{ex}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{ex}^{(2)} + \dots) - \varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_{ex}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{ex}^{(2)} + \dots) + (\varepsilon u_{ex}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{ex}^{(2)} + \dots) \times \\ \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_{ex}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{ex}^{(2)} + \dots) = -\beta (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) - \\ (\varepsilon^{3/2} u_{ey}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{ey}^{(2)} + \dots) (1 + \varepsilon B_z^{(1)} + \varepsilon^2 B_z^{(2)} + \dots) - (\varepsilon^{3/2} E^{(1)} + \varepsilon^{5/2} E^{(2)} + \dots) \\ + \frac{H^2}{2} \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots)^{-1/2} \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots)^{1/2} \right] \end{aligned} \quad (پ-۲۳)$$

رابطه‌ی (۳)

$$\begin{aligned}
& \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon^{3/2} u_{ey}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{ey}^{(2)} + \dots) - \varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon^{3/2} u_{ey}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{ey}^{(2)} + \dots) + \\
& (\varepsilon u_{ex}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{ex}^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon^{3/2} u_{ey}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{ey}^{(2)} + \dots) + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon^{3/2} u_{py}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{py}^{(2)} + \dots) \\
& - \varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon^{3/2} u_{py}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{py}^{(2)} + \dots) + (\varepsilon u_{px}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{px}^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon^{3/2} u_{px}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{px}^{(2)} + \dots) \\
& = (\varepsilon u_{ex}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{ex}^{(2)} + \dots)(1 + \varepsilon B_z^{(1)} + \varepsilon^2 B_z^{(2)} + \dots) - (\varepsilon u_{px}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{px}^{(2)} + \dots)(1 + \varepsilon B_z^{(1)} + \varepsilon^2 B_z^{(2)} + \dots)
\end{aligned} \tag{۲۴-پ}$$

رابطه‌ی (۴)

$$\begin{aligned}
& \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) - \varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) \\
& + \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} [(1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots)(\varepsilon u_{px}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{px}^{(2)} + \dots)] = 0
\end{aligned} \tag{۲۵-پ}$$

رابطه‌ی (۵)

$$\begin{aligned}
& \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon u_{px}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{px}^{(2)} + \dots) - \varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_{px}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{px}^{(2)} + \dots) + (\varepsilon u_{px}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{px}^{(2)} + \dots) \\
& \times \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_{px}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{px}^{(2)} + \dots) = -\sigma \beta (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) \\
& + (\varepsilon^{3/2} u_{py}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{py}^{(2)} + \dots)(1 + \varepsilon B_z^{(1)} + \varepsilon^2 B_z^{(2)} + \dots) + (\varepsilon^{3/2} E^{(1)} + \varepsilon^{5/2} E^{(2)} + \dots) \\
& + \frac{H^2}{2} \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots)^{-1/2} \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} (1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots)^{1/2} \right]
\end{aligned} \tag{۲۶-پ}$$

رابطه‌ی (۶)

$$\begin{aligned}
& \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon^{3/2} u_{py}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{py}^{(2)} + \dots) - \varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon^{3/2} u_{py}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{py}^{(2)} + \dots) \right] \\
& + \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(\varepsilon u_{px}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{px}^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon^{3/2} u_{py}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{py}^{(2)} + \dots) \right] = \\
& - \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (1 + \varepsilon B_z^{(1)} + \varepsilon^2 B_z^{(2)} + \dots) + \varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon B_z^{(1)} + \varepsilon^2 B_z^{(2)} + \dots) \\
& - \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} [(\varepsilon u_{px}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{px}^{(2)} + \dots)(1 + \varepsilon B_z^{(1)} + \varepsilon^2 B_z^{(2)} + \dots)]
\end{aligned} \tag{۲۷-پ}$$

رابطه‌ی (۷)

$$\begin{aligned}
 & -\alpha \left[\varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon^{3/2} E^{(1)} + \varepsilon^{5/2} E^{(2)} + \dots) - \varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon^{3/2} E^{(1)} + \varepsilon^{5/2} E^{(2)} + \dots) \right] \\
 & = \left[(\varepsilon u_{ex}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{ex}^{(2)} + \dots)(1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots) - (\varepsilon u_{px}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{px}^{(2)} + \dots)(1 + \varepsilon n_p^{(1)} + \varepsilon^2 n_p^{(2)} + \dots) \right]
 \end{aligned}
 \tag{پ-۲۸}$$

رابطه‌ی (۸)

$$\begin{aligned}
 & \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (1 + \varepsilon B_z^{(1)} + \varepsilon^2 B_z^{(2)} + \dots) - \alpha \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon u_{ix}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{ix}^{(2)} + \dots)(1 + \varepsilon B_z^{(1)} + \varepsilon^2 B_z^{(2)} + \dots) \\
 & -\alpha \left[-\varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon u_{ix}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{ix}^{(2)} + \dots)(1 + \varepsilon B_z^{(1)} + \varepsilon^2 B_z^{(2)} + \dots) \right] - \alpha \varepsilon^3 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} (\varepsilon^{3/2} u_{iy}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{iy}^{(2)} + \dots) \\
 & -\alpha \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[-\varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon^{3/2} u_{iy}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{iy}^{(2)} + \dots) + (\varepsilon u_{ix}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{ix}^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon^{3/2} u_{iy}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{iy}^{(2)} + \dots) \right] \\
 & + \alpha \varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \tau} (\varepsilon^{3/2} u_{iy}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{iy}^{(2)} + \dots) - \varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon^{3/2} u_{iy}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{iy}^{(2)} + \dots) \right] \\
 & + \alpha \varepsilon^{1/2} v_g \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(\varepsilon u_{ix}^{(1)} + \varepsilon^2 u_{ix}^{(2)} + \dots) \varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} (\varepsilon^{3/2} u_{iy}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{iy}^{(2)} + \dots) \right] = \\
 & = (\varepsilon^{3/2} u_{iy}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{iy}^{(2)} + \dots)(1 + \varepsilon n_i^{(1)} + \varepsilon^2 n_i^{(2)} + \dots) - (\varepsilon^{3/2} u_{ey}^{(1)} + \varepsilon^{5/2} u_{ey}^{(2)} + \dots)(1 + \varepsilon n_e^{(1)} + \varepsilon^2 n_e^{(2)} + \dots)
 \end{aligned}
 \tag{پ-۲۹}$$

الف: مجموعه معادلات مرتبه‌ی اول

$$(1): -v_g \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{ex}^{(1)}}{\partial \xi} = 0
 \tag{پ-۳۰}$$

$$(2): -v_g \frac{\partial u_{ex}^{(1)}}{\partial \xi} = -\beta \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} - E^{(1)} - u_{ey}^{(1)}$$

$$(3), (7): u_{ex}^{(1)} = u_{px}^{(1)}$$

$$(4): -v_g \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{px}^{(1)}}{\partial \xi} = 0$$

$$(5): -v_g \frac{\partial u_{px}^{(1)}}{\partial \xi} = -\sigma \beta \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} + E^{(1)} + u_{iy}^{(1)}$$

$$(6): v_g \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial u_{px}^{(1)}}{\partial \xi} = 0$$

$$(8): \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} + \alpha v_g \frac{\partial u_{px}^{(1)}}{\partial \xi} = u_{py}^{(1)} - u_{ey}^{(1)}$$

ب: مجموعه معادلات مرتبه‌ی دوم

$$\begin{aligned}
 (1): \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \tau} - v_g \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (n_e^{(1)} u_{ex}^{(1)} + u_{ex}^{(2)}) &= 0 & (\text{پ-۳۱}) \\
 (2): \frac{\partial u_{ex}^{(1)}}{\partial \tau} - v_g \frac{\partial u_{ex}^{(2)}}{\partial \xi} + u_{ex}^{(1)} \frac{\partial u_{ex}^{(1)}}{\partial \xi} &= -\beta \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} - \beta n_e^{(1)} \frac{\partial n_e^{(1)}}{\partial \xi} - u_{ey}^{(2)} - u_{ey}^{(1)} B_z^{(1)} - E^{(2)} + \frac{H^2}{4} \frac{\partial^3 n_e^{(1)}}{\partial \xi^3} \\
 (3): -v_g \frac{\partial u_{ey}^{(1)}}{\partial \xi} - v_g \frac{\partial u_{py}^{(1)}}{\partial \xi} &= u_{ex}^{(2)} - u_{px}^{(2)} + u_{ex}^{(1)} B_z^{(1)} - u_{px}^{(1)} B_z^{(1)} \\
 (4): \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \tau} - v_g \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} (n_p^{(1)} u_{px}^{(1)} + u_{px}^{(2)}) &= 0 \\
 (5): \frac{\partial u_{px}^{(1)}}{\partial \tau} - v_g \frac{\partial u_{px}^{(2)}}{\partial \xi} + u_{px}^{(1)} \frac{\partial u_{px}^{(1)}}{\partial \xi} &= -\sigma \beta \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} - \sigma \beta n_p^{(1)} \frac{\partial n_p^{(1)}}{\partial \xi} + [u_{py}^{(2)} + u_{py}^{(1)} B_z^{(1)} + E^{(2)}] + \frac{H^2}{4} \frac{\partial^3 n_p^{(1)}}{\partial \xi^3} \\
 (6): -v_g \frac{\partial^2 u_{py}^{(1)}}{\partial \xi^2} &= -\frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \tau} + v_g \frac{\partial B_z^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial \xi} [u_{px}^{(2)} + u_{px}^{(1)} B_z^{(1)}] \\
 (7): \alpha v_g \frac{\partial E^{(1)}}{\partial \xi} &= u_{ex}^{(2)} + u_{ex}^{(1)} n_e^{(1)} - u_{px}^{(2)} - u_{px}^{(1)} n_p^{(1)} \\
 (8): \frac{\partial B_z^{(2)}}{\partial \xi} - \alpha \frac{\partial u_{px}^{(1)}}{\partial \tau} + \alpha v_g \frac{\partial u_{px}^{(2)}}{\partial \xi} + \alpha v_g \frac{\partial}{\partial \xi} [u_{px}^{(1)} B_z^{(1)}] &- \alpha v_g^2 \frac{\partial^2 u_{py}^{(1)}}{\partial \xi^2} = u_{py}^{(1)} n_p^{(1)} + u_{py}^{(2)} - u_{ey}^{(1)} n_e^{(1)} - u_{ey}^{(2)}
 \end{aligned}$$

پس از قرار دادن مقادیر اولین مرتبه‌ی آشفته‌گی در روابط فوق خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
 (1): \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \tau} - v_g \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} + 2v_g B_z^{(1)} \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{ex}^{(2)}}{\partial \xi} &= 0 & (\text{پ-۳۲}) \\
 (2): v_g \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \tau} + v_g^2 B_z^{(1)} \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{H^2}{4} \frac{\partial^3 B_z^{(1)}}{\partial \xi^3} &= -\beta \frac{\partial n_e^{(2)}}{\partial \xi} - u_{ey}^{(2)} - E^{(2)} + v_g \frac{\partial u_{ex}^{(2)}}{\partial \xi} \\
 (3): [\beta v_g (1 - \sigma) + 2v_g^3] \frac{\partial^3 B_z^{(1)}}{\partial \xi^3} &= \frac{\partial u_{ex}^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial u_{px}^{(2)}}{\partial \xi} \\
 (4): \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \tau} - v_g \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} + 2v_g B_z^{(1)} \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{px}^{(2)}}{\partial \xi} &= 0 \\
 (5): v_g \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \tau} + 3v_g^2 B_z^{(1)} \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{H^2}{4} \frac{\partial^3 B_z^{(1)}}{\partial \xi^3} &= -\sigma \beta \frac{\partial n_p^{(2)}}{\partial \xi} + u_{py}^{(2)} + E^{(2)} + v_g \frac{\partial u_{px}^{(2)}}{\partial \xi} \\
 (6): -v_g (\sigma \beta - 2v_g^2) \frac{\partial^3 B_z^{(1)}}{\partial \xi^3} &= -\frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \tau} + v_g \frac{\partial B_z^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial u_{px}^{(2)}}{\partial \xi} - 2v_g B_z^{(1)} \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} \\
 (7): \alpha v_g^3 \frac{\partial^3 B_z^{(1)}}{\partial \xi^3} &= \frac{\partial u_{ex}^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial u_{px}^{(2)}}{\partial \xi} \\
 (8): \frac{\partial B_z^{(2)}}{\partial \xi} - \alpha v_g \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \tau} + \alpha v_g \frac{\partial u_{px}^{(2)}}{\partial \xi} - \alpha v_g^2 (\sigma \beta - 2v_g^2) \frac{\partial^3 B_z^{(1)}}{\partial \xi^3} &= [\beta (\sigma + 1) - 2v_g^2 (\alpha + 1)] B_z^{(1)} \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} + u_{py}^{(2)} - u_{ey}^{(2)}
 \end{aligned}$$

پس از ساده سازی معادلات فوق خواهیم داشت:

$$(1,2): \left(v_g + \frac{\beta}{v_g} \right) \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \tau} + (v_g^2 + 2\beta) B_z^{(1)} \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{H^2}{4} \frac{\partial^3 B_z^{(1)}}{\partial \xi^3} = \left(-\frac{\beta}{v_g} + v_g \right) \frac{\partial u_{ex}^{(2)}}{\partial \xi} - u_{ey}^{(2)} - E^{(2)} \quad (\text{پ-۳۳})$$

$$(4,5): \left(v_g + \frac{\sigma\beta}{v_g} \right) \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \tau} + (3v_g^2 + 2\sigma\beta) B_z^{(1)} \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{H^2}{4} \frac{\partial^3 B_z^{(1)}}{\partial \xi^3} = \left(-\frac{\sigma\beta}{v_g} + v_g \right) \frac{\partial u_{px}^{(2)}}{\partial \xi} + u_{py}^{(2)} + E^{(2)}$$

$$(1,2), (4,5) \Rightarrow \left(\frac{2v_g^2 + \beta(\sigma+1)}{v_g} \right) \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \tau} + (4v_g^2 + 2\beta(\sigma+1)) B_z^{(1)} \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{H^2}{2} \frac{\partial^3 B_z^{(1)}}{\partial \xi^3} =$$

$$\left(\frac{v_g^2 - \beta}{v_g} \right) \frac{\partial u_{ex}^{(2)}}{\partial \xi} + \left(\frac{v_g^2 - \sigma\beta}{v_g} \right) \frac{\partial u_{px}^{(2)}}{\partial \xi} + u_{py}^{(2)} - u_{ey}^{(2)}$$

(1,2), (4,5) & (7):

$$\left(\frac{2v_g^2 + \beta(\sigma+1)}{v_g} \right) \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \tau} + (4v_g^2 + 2\beta(\sigma+1)) B_z^{(1)} \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{H^2}{2} \frac{\partial^3 B_z^{(1)}}{\partial \xi^3} =$$

$$\left(\frac{v_g^2 - \beta}{v_g} \right) \left(\alpha v_g^3 \frac{\partial^3 B_z^{(1)}}{\partial \xi^3} \right) + \left(\frac{2v_g^2 - \beta(\sigma+1)}{v_g} \right) \frac{\partial u_{px}^{(2)}}{\partial \xi} + u_{py}^{(2)} - u_{ey}^{(2)}$$

$$(8,6): -(1 + \alpha v_g^2)(\sigma\beta - 2v_g^2) \frac{\partial^3 B_z^{(1)}}{\partial \xi^3} + \left(\frac{1}{v_g} - \alpha v_g \right) \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \tau} + (\alpha v_g + \frac{1}{v_g}) \frac{\partial u_{px}^{(2)}}{\partial \xi} \quad (\text{پ-۳۴})$$

$$= \left[\beta(\sigma+1) - 2v_g^2(\alpha+1) + 2 \right] B_z^{(1)} \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} + u_{py}^{(2)} - u_{ey}^{(2)}$$

و نهایتاً خواهیم داشت:

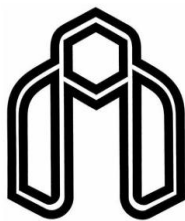
$$\left(\frac{2\beta(\sigma+1) - 2}{v_g} \right) \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \tau} + \left[\beta(\sigma+1) - 2v_g^2(\alpha+1) + 2 + 4v_g^2 + 2\beta(\sigma+1) \right] B_z^{(1)} \frac{\partial B_z^{(1)}}{\partial \xi} \quad (\text{پ-۳۵})$$

$$+ \left[(1 + \alpha v_g^2)(\sigma\beta - 2v_g^2) - \alpha v_g^2(v_g^2 - \beta) - \frac{H^2}{2} \right] \frac{\partial^3 B_z^{(1)}}{\partial \xi^3} = \left(\frac{2v_g^2 - \beta(\sigma+1) + \alpha v_g^2 + 1}{v_g} \right) \frac{\partial u_{px}^{(2)}}{\partial \xi}$$

Abstract

Dense plasma by a combination of ions and degenerate positrons and electrons are to be known as a quantum plasma. Plasmas in this type of light particles like electrons and positrons at high density and temperature relatively low can be degenerate. Quantum effects become important when the thermal wavelength de-Broglie is small then average distance particles or when the system temperature same with the Fermi temperature. Recently, due to extremely low temperatures and also the interest to study the nanoscale, quantum properties of the plasma is increased. whereas density of this plasma are comparable to the density of solids and there have temperatures of a few electron volts, they can be a subset of the physics of condensed matter and described phenomena such as cool and tunneling phenomena, quantum diodes, lasers-solid ,etc by them. so study quantum plasma will be necessary. In this study, we peruse the behavior of linear and nonlinear quantum plasma in a small interval. First we set the range of temperature and density that quantum effects will be felt and whereas the classical plasma models describing quantum plasma behavior will not be able to explain, to describe these plasmas provide new models. Plasma behavior is consistent in the ways of solving their issues to consider as a model to describe plasma. For linear plasma effects, such as the linear dispersion relation of waves excited in the use of linear theory. Linear theory is based on the approximation of small amplitude waves. In this range, we ignored of all second-and higher-order nonlinear terms and their derivatives. According to this theory, any physical disorder in the system, periodic and behave independently, and the propagation of waves is shown with linear dispersion relation $\omega = \omega(k)$. We mean the effects of nonlinear behavior of the plasma using the linear theory is justified. When these behaviors are basically of large amplitude waves can appear. Other factors such as the Landao damping phenomenon also involved in the plasma nonlinear behavior. The solitary waves or Solitons are most important solutions of nonlinear equations are solved these plasmas.

Key Word: Quantum plasma, thermal wavelength, Fermi temperature, linear and nonlinear behavior, linear relation dispersion



Shahrood University of Technology

Faculty of physics

**Linear and Nonlinear Study of Quantum Plasma in High Frequency
Range**

Vahid Najafi

Supervisor

Dr. M.Momeni

**Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the
Requirements for the Degree of Master of Science (M.Sc.)
in
Atomic and Molecular Physics**

September 2012