دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده علوم ریاضی

گروه ریاضی

پایان‌نامه کارشناسی ارشد ریاضی

عنوان

بررسی مساله مکانیابی هاب

نگارش

فاطمه سادین

استاد راهنما

دکتر جعفر فتحعلی

تاریخ

صفحة تصویب نامه توسط هیأت داوران (فرم پیوست ۳ یا ۴ با امضای اصل هیأت داوران مورد قبول است)

قدردانی

تقدیم به پدر و مادر مهربانم

چکیده

در این پایان‌نامه به مطالعه مکانیابی هاب می پردازیم. به این ترتیب که در فصل اول به معرفی تعاریف اولیه مکانیابی و مکانیابی هاب می پردازیم و در فصل دوم مدل های اصلی مکانیابی هاب را بیان می کنیم. در فصل سوم به ذکر دو نمونه از مکانیابی هاب در شبکه بسنده می کنیم تا در فصل چهارم به بیان روش های اصلی بکار رفته تا کنون، برای حل این مسائل بپردازیم. در فصل پنجم مدل های جدیدی را برای مساله مکانیابی هاب در شبکه ارائه خواهیم کرد. فصل ششم را با ذکر خلاصه ای از تحلیل پوششی داده ها شروع می کنیم و در ادامه مدل تلفیقی تحلیل پوششی داده ها و مکانیابی هاب را عنوان می کنیم .

پیشگفتار

انسان از ابتدای خلقتش در فکر ارتقای کیفیت زندگی خود بوده است. این امر به همراه حس کنجکاوی او را به تحقیق در امور گوناگون واداشته است. از جمله علوم موثر در زندگی بشر، علم ریاضیات است، که نقش محوری آن در علوم کاربردی غیر قابل انکار است. به همین دلیل بسیاری از دانشمندان ریاضیات را به عنوان مادر علوم معرفی کرده اند.

ریاضیات دارای دو شاخه اصلی ریاضیات محض و کاربردی است. ریاضیات محض که در آن به بیان و اثبات روابط پایه ای، بدون توجه به کاربرد آنها در زندگی طبیعی بشر پرداخته می شود و ریاضیات کاربردی که نقش بکارگیری ریاضیات محض در راستای ارتقای کیفیت زندگی بشر را ایفا می کند. در حقیقت هر یک همانند پایی برای حرکت بشر در مسیر پیشرفت است. آنچنان که آدمی با یک پا توان قدم برداشتن ندارد، ریاضیات نیز برای تکامل به هر دو گرایش نیازمند است.

موضوع تحقیق ما از زیر شاخه های ریاضیایات کاربردی است. مسئله ای تحت عنوان مسئله مکانیابی هاب که از زیر شاخه های مسائل مکانیابی است. مطالعات مکانیابی، یکی از اقدامات کلیدی در جریان تعیین محل تسهیلات محسوب می شود، بطوری که در مورد مراکز فعال نیز، بازبینی صورت می پذیرد و گاهی این بازبینی منجر به تغییر محل تسهیلات می گردد. امروزه در بسیاری از مسائل ارتباطی، مکانیابی هاب مطرح می شود. کارهای انجام شده در این زمینه با توجه به دشواری حل، در برخی ویژگی ها مشترک هستند که در ادامه به بیان آنها می پردازیم.

فهرست مطالب

فصل ۱

تعریف‌ها و نمادهای مقدماتی

۱.۱ مقدمه و تاریخچه

پیشینه علم مکانیابی به قرن هفدهم میلادی، و به مساله فرما [۱] بر می گردد. مساله ای که در آن با فرض مشخص بودن مکان سه نقطه در صفحه، می بایست نقطه چهارم را بگونه ای یافت که مجموع فاصله های آن نقطه تا سه نقطه مفروض کمینه شود. توسعه ی این علم از اوایل قرن بیستم آغاز شد. شرایط متفاوت موجود در مسائل مطرح شده باعث پدید آمدن انواع خاصی از این مساله شد. مسائلی چون مکانیابی تدافعی [۲]، مکانیابی تسهیلات [۳]، مکانیابی رقابتی [۴]، مکانیابی هاب [۵] و بسیاری دیگر که مجال بیان نیست. در این تحقیق به بررسی مسائل مکانیابی هاب پرداخته می شود.

تحقیق روی مسائل مکانیابی هاب در دهه های اخیر بخش مهمی از نظریه مکانیابی است، بطوری که به قسمت بزرگی از کاربردهای شبکه های هاب در حمل و نقل و سیستم های ارتباطی می پردازد. این سیستم ها انتقال و ارتباط بین تعداد زیادی مبدا و مقصد را با در نظر گرفتن مقیاس هزینه سامان دهی می کنند. یک شبکه هاب از طریق یک مجموعه کوچک از مسیر های بین مبدا ها، مقصد ها و هاب ها و نیز مسیر های بین هاب ها، روند سرویس دهی را بهبود می بخشد. در مساله مکانیابی هاب تقاضا به عنوان جریانی بین تعداد زیادی مبدا و تعداد زیادی مقصد مشخص شده است و سرویس دهنده های هاب به عنوان رابط نقاط، برای عبور جریان های مذکور مورد استفاده قرار می گیرند.

[۱] Fermat
[۲] Defensive Location Problem
[۳] Fasility Location Problem
[۴] Competitive Location Problem
[۵] Hub Location Problem

یک هاب می تواند جریان های کوچک بسیاری را مثل یک تابع ترکیب، با هم ترکیب کند و نیز برعکس یک تابع برای از هم گسستن جریان های بزرگ و تبدیل آنها به جریان های کوچک از هم جدا برای مقاصد متفاوت، باشد. درواقع هاب ها نقاط میانی در طول مسیر های جریان بین مبدا و مقصد هستند.

برخی از کاربرد های مکانیابی هاب در مسائل حمل و نقل عبارتند از حمل و نقل هوایی و زمینی (مسافر وکالا)، انتقال محموله های ویژه از قبیل سیستم های تحویل شبانه و سیستم های بزرگ مبادله کالا، سیستم های ترانزیت ویژه و خدمات پستی و مخابراتی. تقاضا معمولا به عنوان جریانی از مسافر یا کالا، بین جفت شهر ها (مبداومقصد) مشخص شده، و این جریان ها از طرق انواع وسایل نقلیه، جابجا می شوند.

تحقیقات اولیه روی مکانیابی هاب توسط کمبل [۶] [۱۰] و اوکیلی [۷] و میلر [۸] در سال (۱۹۹۴) [۵۰] انجام شد. کمبل خلاصه ای از تحقیقات روی مکانیابی هاب در شبکه را فراهم کرد و یک طبقه بندی برای مدل های متفاوت مکانیابی هاب و مسائل مطرح شده در این مورد ارائه نمود. اوکیلی و میلر بیشتر روی روش های موجود توپولوژیکی کار کردند که در ادامه ی کارهای اوکیلی در زمینه مکانیابی پیوسته [۴۷] و گسسته [۴۸] بود.

شاید اولین مدل مکانیابی هاب مدل گلدمن [۹] در (۱۹۶۹) [۳۱] باشد که خاصیت نقطه بهینه حکیمی [۱۰] در سالهای (۱۹۶۴) و (۱۹۶۵) [۳۳]، [۳۲] را توسعه داد که در واقع همان مساله هاب میانه است. در (۱۹۹۸)، کلین سوییز [۱۱] کاری در زمینه مخابرات، شامل طراحی شبکه های هاب و تعیین محل گره های هاب ارائه کرد [۴۳] و در (۱۹۹۹) اولین کار در زمینه حمل و نقل هوایی و بازیابی مسیرها توسط اوکیلی و برایان[۱۲] [۹] انجام شد. مکانیابی هاب از دیدگاه های متفاوتی چون علم زمین شناسی، شهر سازی، تحقیق در عملیات، علم رایانه، حمل و نقل و مخابرات مورد مطالعه قرار گرفته است.

در مروری که خانم آلومور [۱۳] وکارا [۱۴] در سال (۲۰۰۸) بروی مقالات ارائه شده در حوزه مکانیابی هاب داشته اند می توان متوجه

[۶] Campbell
[۷] O'kelly
[۸] Miller
[۹] Goldman
[۱۰] Hakimi
[۱۱] Klincewicz
[۱۲] Brayan
[۱۳] Alumur
[۱۴] Kara

شد که در بیشتر مدل ها به کاهش هزینه های شبکه پرداخته شده است تا زمان جابجایی کالا [۴] . سیم [15]و همکارانش در (۲۰۰۹) مدل زمانی برای هاب میانه با تخصیص چندگانه پیشنهاد کردند [۵۳] . در هر حال تحقیقات زیادی روی مسائل مکانیابی هاب انجام شده که البته بیشتر آنها در نحوه ی تخصیص مشابه هستند. برای بررسی جامع تر به بیان مفاهیم اولیه در این رابطه می پردازیم.

۲.۱ مفاهیم اولیه

تعریف ۱.۲.۱. مساله بهینه سازی

یک مساله بهینه سازی به طور کلی به صورت زیر نشان داده می شود:

$$min\{f(x) \mid x \in X, X \subseteq S\}$$

که در آن S ، X ، x و f ،به ترتیب نشان دهنده فضای جواب، مجموعه شدنی، یک جواب شدنی و تابع هدف با مقادیر حقیقی می باشند. اگر S یک مجموعه متناهی اما با اندازه بزرگ باشد، به یک مساله بهینه سازی ترکیباتی میرسیم. اگر $S = \mathbb{R}^n$ ،به بهینه سازی پیوسته خواهیم رسید. ما در این مسائل به دنبال یافتن جوابی با بهترین مقادیر ممکن که مطابق با شرایط مساله باشد هستیم. برای مثال می توان مساله فروشنده دورگرد [16] را نام برد که توسط ویلیام همیلتون [17] و توماس کرکمن [18] مطرح شد و از جمله مسائل مشهور ریاضیات می باشد.

تعریف ۲.۲.۱. بهینه‌سازی ترکیبی

بهینه‌سازی ترکیبی [19] ، جستجو برای یافتن نقطه بهینه توابع با متغیرهای گسسته [20]می‌باشد.

تعریف ۳.۲.۱. هاب

هاب [21]ها تسهیلاتی هستند که برای جمع آوری و توزیع کالا مورد استفاده قرار می گیرند. در آنها به جای ارتباط مستقیم میان هر دو نقطه، نقاط عرضه و تقاضا (مبدا ومقصد) به هاب و از طریق آن با اتصالات کمتر و غیر مستقیم به سایر نقاط مرتبط می شوند.

[15] Sim
[16] Traveling Salesman Problem
[17] Viliam Hamilton
[18] Thomas Chricman
[19] Combinational Optimization
[20] Discrete Variables
[21] Hub

تعریف ۴.۲.۱. مساله مکانیابی هاب

مساله مکانیابی هاب از دسته مسائل بهینه سازی است و در یک مساله مکانیابی هاب، هدف یافتن مکان هاب ها و مسیرهای انتقال کالا از نقاط مبدا به نقاط مقصد است به گونه ای که فرآیند جمع آوری و توزیع، بهینه شود. هدف این روش کاهش هزینه ها (تاسیس هاب و هزینه انتقال در هر مسیر) و در برخی موارد انتقال در زمان مناسب می باشد.

تعریف ۵.۲.۱. مساله تصمیم

در این گونه مسائل بدنبال این هستیم که مشخص کنیم یک دستور درست است یا نادرست. مساله های تصمیم در واقع دارای جواب بله یا خیر می باشند.

تعریف ۶.۲.۱. تابع O

اگر $f(h)$ و $g(h)$ دو تابع از h باشند، و همواره $g(h) \neq ۰$ و داشته باشیم

$$lim_{h\to o}\frac{f(h)}{g(h)} = C \neq ۰$$

در این صورت می گوییم $f(h) = O(g(h))$. در حالت خاص که $g(h) = h^p$ ، که در آن p عدد حقیقی مثبتی است، داریم

$$f(h) = O(h^p)$$

هرچه p بزرگتر باشد $f(h)$ سریعتر به صفر میل می کند.

تعریف ۷.۲.۱. تابعo

اگر $f(h)$ و $g(h)$ دو تابع از h باشند، و همواره $g(h) \neq ۰$ و داشته باشیم

$$lim_{h\to o}\frac{f(h)}{g(h)} = ۰$$

در این صورت می گوییم $f(h) = o(g(h))$ و اگر $g(h) = h^p$ آن گاه $f(h) = o(h^p)$ به عبارت دیگر، $f(h)$ سریعتر از h^p به صفر میل می کند.

تعریف ۸.۲.۱. پیچیدگی زمانی

پیچیدگی زمانی یک مساله تعداد گام های مورد نیاز برای حل مساله به عنوان تابعی از اندازه ورودی های الگوریتم می باشد. برای درک بهتر مفهوم پیچیدگی زمانی فرض کنید مساله ای با n ورودی دارید که در $n^۲$ گام حل می شود. در این صورت می گوییم مساله با پیچیدگی $n^۲$ است و با $O(n^۲)$ نمایش داده می شود.تعداد گام های لازم برای حل به زبان برنامه نویسی و سیستم بستگی دارد برای حل این مشکل از نماد O استفاده می شود. در این صورت برای محاسبه ی پیچیدگی زمانی تنها عملیات کلیدی و پر تکرار مورد توجه قرار می گیرد، مانند توابع بازگشتی .

واضح است ترتیب صعودی پیچیدگی زمانی الگوریتم ها به صورت زیر است:

$$\log n \le n \le n \log n \le ... \le n!$$

کلاس های پیچیدگی

نظریه پیچیدگی زمانی به نوعی مشخص کننده میزان سختی در حل یک مساله خواهد بود. برای سادگی کار مساله ها به کلاس هایی تقسیم می شوند به طوری که مساله های یک کلاس از حیث زمان یا فضای مورد نیاز با هم مشابهت دارند. این کلاس ها در اصطلاح کلاس های پیچیدگی نامیده می شوند. معروف ترین کلاس های پیچیدگی P و NP هستند.

تعریف ۹.۲.۱. کلاس P[۲۲]

به طور شهودی می توان گفت، کلاس P شامل مساله هایی است که الگوریتم های سریع برای پیدا کردن جواب آنها وجود دارد به عبارت دیگر تمامی مساله های تصمیم که دارای جوابی از مرتبه چند جمله ای باشند در این کلاس قرار دارند. تعریف دیگری که از مساله های کلاس P ارائه می شود این است که هر گاه الگوریتمی وجود داشته باشد که قادر باشد به ازای هر ورودی به طول n در حداکثر cn^k مرحله (k و c اعداد ثابت مستقل از n) جواب درست بدهد آنگاه گوییم مساله می تواند در زمان چند جمله ای حل شودو آنرا در کلاس P قرار می دهیم و با $O(n^k)$ نمایش می دهیم.

تعریف ۱۰.۲.۱. کلاس NP[۲۳]

[۲۲] polynomial
[۲۳] Non-deterministic polynomial time

کلاس NP شامل آندسته از مسائلی است که در مورد آنها نمی توان پاسخ قطعی داد که الگوریتم زمان چند جمله ای برای حل آنها وجود دارد یا خیر. اگرچه ممکن است پیدا کردن جواب برای آنها نیاز به زمان زیادی داشته باشد اما چک کردن جواب به وسیله یک الگوریتم ممکن است. به عبارت دیگر اگر مسائلی باشند که بتوان روشی برای حل آنها حدث زد و در زمان نزدیک به زمان خطی و یا در زمان چند جمله ای صحت درستی آن روش را بررسی کرد آن مسائل NP خواهند بود.

درحالت کلی تمامی مسائلی که جواب آنها با الگوریتم زمان چند جمله ای قابل بررسی می باشد مسائل NP هستند. لذا هر مساله P یک مساله NP خواهد بود. مسائل NP به چندین دسته از جمله NP- کامل و NP- سخت تقسیم می شوند.

NP- کامل ها مسائلی هستند که به سرعت قابل حل نیستند. در نظریه پیچیدگی مسائل NP- کامل دشوارترین مسائل NP هستند در دسته مسائلی هستند که احتمال حضورشان در کلاس P بسیار کم است. وقتی مساله ای در کلاس NP- کامل معرفی می شود در واقع اینطور قلمداد می شود که هیچ الگوریتم زمان چند جمله ای برای حل آنها وجود ندارد. به طور مثال پیدا کردن مسیر ساده ای (فاقد راس و یال تکراری) بین دو راس s و t به طول دلخواه k از این مسائل است.

برای مشخص کردن اینکه آیا مساله ای در این کلاس قرار دارد یا خیر روش اثباتی وجود ندارد و تنها با متناظر کردن مساله ی جدید با یکی از مساله هایی که قبلا در این کلاس قرار گرفته است به گونه ای که راه حل یکی برای دیگری نیز کاربرد داشته باشد این مساله ی جدید نیز در کلاس NP- کامل قرار خواهد گرفت.

مساله های کلاس NP- سخت اگر چه راه حل های سختی دارند اما احتمال حضورشان در کلاس P از مساله های NP- کامل بیشتر است. مانند مساله ی فروشنده دورگرد که در این کلاس قرار می گیرد.

تعریف ۱.۲.۱۱. گراف

گراف G، یک سه تایی مرتب $(V(G), E(G), \psi_G)$ است که تشکیل شده از یک مجموعه ناتهی $V(G)$ از گره ها، یک مجموع $E(G)$ از یال ها و یک تابع وقوع ψ_G که به هر یال یک زوج نامرتب از گره های G را نسبت می دهد. در صورتی که این زوج ها مرتب باشند گراف جهتدار نامیده می شود. اگر e یک یال و u و v دو گره باشند به طوری که $\psi_G(e) = uv$ در این صورت گفته می شود که e، گره های u و v را به یکدیگر وصل کرده است و گره های u و v دو سر یال e نامیده می شوند.

تعریف ۱۲.۲.۱. درخت

گرافی که دور ندارد درخت نامیده می شود. در هر درخت هر دو راس دقیقا با یک مسیر به هم متصل می باشد. درخت را با $T(V,E)$ نمایش می دهند.

تعریف ۱۳.۲.۱. مسیر

یک مسیرازگراف G ، دنباله ناصفر متناهی بصورت $P = v_۰e_۱v_۱e_۲...e_kv_k$ است به طوری که جملات آن یک در میان از گره ها و یال های متمایز تشکیل شده و به ازای $۱ \leq i \leq k$ ، $v_iv_{i-۱}$ دو سر یال e می باشند.

تعریف ۱۴.۲.۱. شبکه

یک شبکه گرافی است که به مجموعه رئوس آن، مجموعه گره ها و به مجموعه یال های آن، مجموعه کمان ها گفته می شود و هر کدام از کمان ها دارای برچسب عددی هستند. این برچسب ها معمولا نشان دهنده هزینه، ظرفیت یا عرضه و تقاضا هستند. در شبکه ممکن است گره ها نیز دارای بر چسب باشند که اصطلاحا وزن راس نامیده می شوند. اینگونه شبکه ها، شبکه راس–وزین [۲۴] نامیده می شوند.

تعریف ۱۵.۲.۱. ستاره

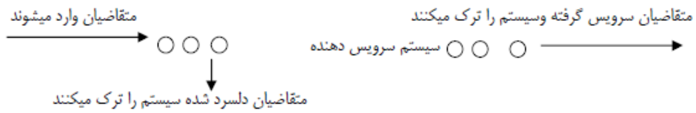
یک ستاره گرافی است که حداکثر یک راس با درجه بزرگتر از دو داشته باشد.

تعریف ۱۶.۲.۱. صف $M/D/c$

یک سیستم صف بندی را میتوان به صورت زیر توصیف کرد .

متقاضیان برای اخذ سرویس مراجعه کرده و اگر ارائه سرویس بلافاصله مقدور نباشد به انتظار سرویس میایستند و بعد از اخذ سرویس سیستم را ترک میکنند .شکل زیر سیستم ورود وخروج متقاضیان را نشان میدهد .

[۲۴] Vertex-weighted network



شکل ۱.۱:   نمایی از یک صف

مشخصه های فرایند صف بندی عبارتند از:

۱) نحوه ورود متقاضیان

نحوه ورود متقاضیان اکثرا برحسب متوسط تعداد واردین در واحد زمان (میانگین نرخ ورودی) یا به وسیله متوسط زمان بین دو مراجعه متوالی (میانگین فاصله زمانی دو ورود متوالی) اندازه گیری می شود .

۲) نحوه سرویس به متقاضیان

نحوه سرویس به متقاضیان توسط نرخ سرویس (تعداد متقاضیانی که در واحد زمان سرویس می شوند و یا زمان لازم برای سرویس یک متقاضی توصیف می شود .

۳) نظم صف

نظم صف به روشی اطلاق می شود که طی آن زمانی که صف شکل گرفته است متقاضیان را جهت سرویس انتخاب میکنیم و اکثرا در نظم های معمولی در زندگی روزمره سرویس به ترتیب زمان ورود است .

۴) ظرفیت سیستم

ظرفیت سیستم در بعضی ازفرایند های صف بندی محدودیتی از نظر فضای مکان انتظار موجود است بدین ترتیب اگر طول صف به اندازه معینی رسید متقاضیان دیگری تا منقضی شدن سرویس و فراهم آمدن فضای خالی مجاز به داخل شدن به صف نیستند .

۵) تعدادباجه های سرویس

تعدادباجه های سرویس به تعداد سرویس دهنده هایی که متقاضیان را متشابها سرویس می کنند اطلاق می شود .

۶) مراحل سرویس

مراحل سرویس یک سیستم صف بندی ممکن است تنها یک مرحله سرویس داشته باشد مانند یک آرایشگاه یا یک سوپر مارکت و یا یک سیستم صف بندی چند مرحله ای باشد مانند آزمایشگاه پزشکی.

یک فرآیند صف بندی توسط یک عده حروف و خطوط مورب به صورت $A/B/X/Y/Z$ توصیف می شود. که در آن A مبین چگونگی توزیع فواصل زمانی ورود متقاضیان و B نحوه سرویس یعنی چگونگی احتمال زمان سرویس، X تعدادکانالهای سرویس، Y گنجایش سیستم و Z بیانگر نظم صف است . به عنوان مثال $M/D/C$ مبین یک فرآیند صف بندی با توزیع نمایی برای فاصله زمانی مراجعات و سرویس به صورت قطعی با C سرویس دهنده را نشان می دهد و از آنجا که برای ظرفیت و نظم صف چیزی عنوان نشده لذا ظرفیت نامحدود و نظم صف به ترتیب ورود متقاضیان می باشد.

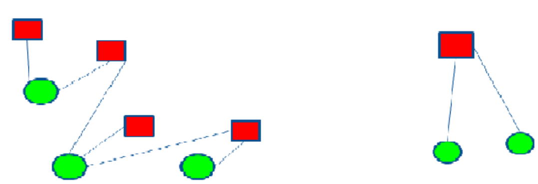
تعریف ۱.۲.۱۷. تخصیص

گوییم گره i به هاب j تخصیص داده شده است در صورتی که یک مسیر مستقیم بین گره i و هاب j موجود باشد. در مسائل مکانیابی هاب دو نوع تخصیص تعریف می شود:

۱)تخصیص منفرد : هر گاه هر گره تنها بتواند به یک هاب تخصیص داده شود.

۲)تخصیص چند گانه: هر گاه هر گره بتواند به بیش از یک گره تخصیص داده شود.

در شکل (۲.۱) با این فرض که اشکال دایره ای گرههای نهایی و مربعها هاب هستند، نمایی از هر دو نوع تخصیص ارائه شده است.



شکل ۲.۱: تخصیص منفرد تخصیص چندگانه

فصل ۲

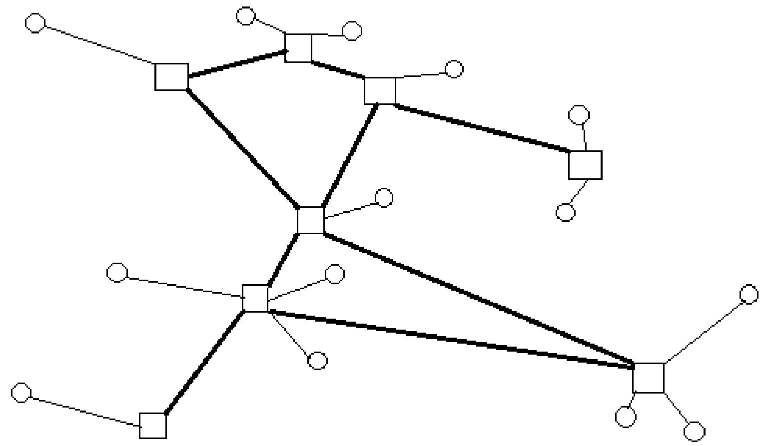
دسته بندی مسائل مکانیابی هاب

۱.۲ مقدمه

همانطور که از نام مسائل مکانیابی واضح است اینگونه مسائل به یافتن مجموعه ای از نقاط می پردازد با این شرط که هزینه های تعریف شده برای مساله را کمینه کند. قابل ذکر است که هزینه مطرح شده در مساله می تواند طول بزرگترین مسیر در مساله و یا مجموعه هزینه های استقرار و اتصال گره ها باشد.

یکی از زیر شاخه های مسائل مکانیابی، مسائل مکانیابی هاب می باشد. در این دسته از مسائل مکانیابی باید مجموعه ای از نقاط را تحت عنوان هاب بگونه ای یافت که هزینه تعریف شده در مساله کمینه شود و بین هر دو نقطه (گره موجود در شبکه) حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. همانطور که در فصل اول عنوان شد هاب ها تسهیلاتی هستند که برای جمع آوری و توزیع کالا مورد استفاده قرار می گیرند. در آنها به جای ارتباط مستقیم میان هر دو نقطه، نقاط عرضه و تقاضا (مبدا و مقصد) به هاب و از طریق آن با اتصالات کمتر و غیر مستقیم به سایر نقاط مرتبط می شوند. در واقع هاب ها گره های میانی در مسیر ها هستند و در هر مسیر متصل کننده دو گره حداقل یک هاب وجود دارد و گره هایی که هاب نیستند گره نهایی نام می گیرند. برای درک بهتر شکل [۱.۲] را در نظر بگیرید. در این شکل مربع ها گره های هاب و دایره ها گره های نهایی هستند. می بینیم که مسیر متصل کننده ی هردو گره نهایی حداقل شامل یک هاب می باشد و هر گره نهایی به یک هاب تخصیص داده شده است.

فرض کنیم مجموعه ی $I \;;\; |I| = ۲۲$ مجموعه ی تمام گره های موجود باشد. فرض کنیم که هر دو گره برای ارسال کالا به یکدیگر تمایل داشته باشند بطوریکه اگر w_{ij} مقدار کالایی باشد که باید از گره i به گره j ارسال شود باید $w_{ij} \geq ۰$. از آنجا که



شکل ۱.۲: نمایی از شبکه تولید شده ی یک مساله مکانیابی هاب

هزینه ارسال کالا در یک شبکه کامل بسیار زیاد است لذا می خواهیم زیر مجموعه ای از I را تحت عنوان مجموعه ی هاب ها انتخاب کنیم، بگونه ای که ارسال کالا بین هر دو گره I از طریق این هاب ها انجام شود و در هر ارسال حداقل یک هاب در مسیر باشد. با ایجاد اتصالات مابین گره های نهایی و هاب ها و نیز اتصالات مابین هاب ها،یک شبکه تولید می شود که کامل نیست اما بین هر دو گره حداقل یک مسیر وجود دارد. حال اگر انتخاب هاب ها و اتصالات بین گره ها را با شرط کمینه شدن هزینه کلی ارسال کالا در شبکه در نظر بگیریم یک مساله مکانیابی هاب پیش روی ما است.

مسائل مکانیابی هاب دارای ویژگی هایی هستند که بطور اجمالی به بیان آنها می پردازیم:

۱)نوع تابع هدف:تابع هدف می تواند به دو صورت حداقل مجموع [۱] و منیماکس [۲] باشد. تابع هدف حداقل مجموع، تابع میانه [۳] نامیده می شود و مجموع متغیرها را حداقل می کند. در مساله مکانیابی هاب این تابع مجموع هزینه های استقرار و اتصالات را کمینه می کند. تابع هدف مینیماکس، تابع مرکز [۴] نامیده می شود و سعی در حداقل کردن بزرگترین متغیر در تابع را دارد. برای مثال در مساله مکانیابی هاب هدف کمینه کردن فاصله دورترین هاب ها از هم می باشد.

۲)گسسته یا پیوسته بودن فضا: در مسائل پیوسته، هدف پیداکردن محل بهینه هاب ها در صفحه است. در واقع نقاط مشخصی به

[۱] Minsum
[۲] Minmax
[۳] Median
[۴] Center

عنوان نقاط کاندید هاب نداریم. در حالت گسسته یک مجموعه معین از نقاط داریم که هاب ها از این مجموعه نقاط انتخاب می شوند.

۳)تعداد هابها: تعداد هاب ها در برخی مسائل از پیش تعیین شده، این مسائل p–هاب [۵] نامیده می شوند. و در برخی محدودیتی برای تعداد هاب ها نداریم.

۴)متغیر تابع هدف: اهداف مطرح شده در زمینه هاب، معمولا از جنس هزینه، زمان سفر، میزان پوشش تقاضا در مسائل رقابتی و حداقل کردن تراکم می باشد، که با توجه به اهمیت هزینه در طراحی شبکه ها، بیشترین تمرکز روی تابع هدف، مبتنی بر حداقل کردن مجموع هزینه بوده است.

۵)محدودیت ظرفیت: برای هر هاب و گاهی هر یال، متناسب با نوع مساله می توان محدودیت در نظر گرفت. برای مثال در مساله ترافیک محدودیت در ظرفیت یک هاب یا محدودیت روی کمان ها را می توان در نظر گرفت.

۶)هزینه ایجاد واستقرار هاب: به ازای تاسیس هر واحد هاب می توان هزینه ای تحت عنوان هزینه استقرار تعریف کرد. برای مثال در مساله تبادل اطلاعات هزینه های ارسال و استقرار ماهواره را به عنوان هزینه ایجاد و استقرار هاب میتوان در نظر گرفت.

۷)تخصیص از لحاظ تعداد هاب: مساله می تواند دارای تخصیص منفرد یا چندگانه باشد. تعریف هر دو نوع تخصیص در فصل قبل بیان شده است.

۸)تعداد تابع هدف: تابع هدف مساله می تواند شامل یک یا چند تابع باشد که باید بهینه شوند.

از آنجا که به ازای هر مساله مکانیابی کلاسیک (مساله مکانیابی با ظرفیت نا محدود، مساله مکانیابی p – میانه، مساله مکانیابی پوششی ، مساله مکانیابی p – مرکز) مسئله مشابهی در مکانیابی هاب وجود دارد [۵۰] ، میتوان مسائل اصلی مکانیابی هاب را در چهار دسته بصورت زیر طبقه بندی کرد:

۱)مساله مکانیابی هاب با ظرفیت نا محدود $(UHLP)$ [۶]

۲)مساله مکانیابی p – هاب میانه $(pHMP)$ [۷]

۳)مساله مکانیابی پوششی هاب $(HCLP)$ [۸]

[۵] p-hub
[۶] The Uncapacitated Hub Location Problem
[۷] The p-Hub Median Problem
[۸] The Hub Covering Location Problem

۴)مساله مکانیابی p -هاب مرکز $(pHCP)$ [۹]

در ادامه به معرفی مدل سازی این چهار مساله می پردازیم. برای این کار ابتدا پارامتر های بکار رفته در مدلها را معرفی می کنیم.

N :مجموعه گره های موجود در شبکه

d_{ij} : فاصله بین گره i و j (یا فاصله زمانی بین گره i و j)

w_{ij} : جریانی از گره i به عنوان مبدا به گره j به عنوان مقصد

$O_i = \sum_{j\in N} w_{ij}$: مجموع جریان های خروجی از i

$D_i = \sum_{j\in N} w_{ji}$: مجموع جریان های ورودی به i

F_k : هزینه استقرار و فعالیت یک هاب درگره k

ϱ : هزینه انتقال یک واحد کالا از هاب به هاب

χ : هزینه توزیع یک واحد کالا از مبدا به هاب

δ : هزینه دریافت یک واحد کالا از هاب به مقصد

۲.۲ معرفی مساله مکانیابی هاب با ظرفیت نامحدود

در مساله مکانیابی هاب با ظرفیت نامحدود $UHLP$ تابع هدف مجموع هزینه های استقرار و انتقال جریان های تقاضا در شبکه را کمینه می کند.

در این زمینه کمبل و همکارانش در (۲۰۰۲) [۱۴] فرمول زیر را برای $UHLP$ با معرفی متغیر $y^i_{kl} \geq ۰ \quad ; \quad i,k,l \in N$ ارائه دادند. با این تعریف که متغیر y^i_{kl} نشان دهنده ی میزان جریان ارسالی با مبدا گره i است که از طریق مسیری شامل کمان بین دو گره k و l که هر دوی k و l هاب می باشند و هاب k قبل از هاب l در مسیر واقع شده باشد. همچنین با این فرض که متغیر $\forall i,k \in N \quad Z_{ik}$ برابر ۱ باشد اگر و تنها اگر گره i به هاب k تخصیص یافته باشد و در غیراینصورت صفر است. و $Z_{kk} = ۱ \ , \ k \in N$ هر گاه گره k به عنوان هاب انتخاب شده باشد.

در نهایت فرمول $UHLP$ ارائه شده توسط کمبل بصورت زیر است:

[۹] The p-Hub Center Problem

$$UHLP\ \ min \quad : \sum_{k\in N} F_k Z_k + \varrho \sum_{i,k,l\in N} d_{kl} y^i_{kl} + \sum_{i,k\in N} d_{ik}(\chi O_i + \delta D_i) Z_{ik} \tag{۱.۲}$$

$$s.t. \quad Z_{ik} \leq Z_{kk} \quad \forall i,k \in N \tag{۲.۲}$$

$$\sum_{k\in N} Z_{ik} = ۱ \quad \forall i \in N \tag{۳.۲}$$

$$\sum_{j\in N} w_{ij} Z_{jk} + \sum_{l\in N} y^i_{kl} = \sum_{l\in N} y^i_{lk} + O_i Z_{ik} \quad \forall i,k \in N \tag{۴.۲}$$

$$y^i_{kl} \geq ۰ \quad \forall i,k,l \in N \tag{۵.۲}$$

$$Z_{ik} \in \{۰,۱\} \quad \forall i,k \in N \tag{۶.۲}$$

تابع هدف (۱.۲) مجموع هزینه های استقرار هاب ها، هزینه جابجایی تقاضا در شبکه هاب و هزینه جابجایی تقاضا بین جفت هایی از یک هاب و یک گره غیر هاب می باشد. قید (۲.۲) تخصیص هر گره به یک گره هاب فعال را ایجاب می کند. قید (۳.۲)منفرد بودن تخصیص در مساله را ایجاب می کند . مجموعه قیدهای (۴.۲) پایستگی جریان در هاب ها را عنوان می کند. به این ترتیب که :

اگر فرض کنیم گره i به هاب k تخصیص داده شده باشد لذا از سمت چپ مجموع جریان های خروجی از گره i به گره های تخصیص یافته به هاب k بعلاوه جریان های خروجی از آن به گره هایی که به k تخصیص داده نشده اند را داریم و در سمت راست حاصلجمعی که بنا به تعریف متغیر y^i_{lk} برابر صفر است (زیرا فرض کردیم که گره i به هاب k تخصیص داده شده باشد، پس در هر ارسال از گره i باید هاب k قبل از هر هاب دیگری در مسیر واقع شده باشد) بعلاوه مجموع جریان های خروجی از گره i .

و اگر فرض کنیم گره i به هاب k تخصیص داده نشده باشد در سمت چپ مجموع جریان های خروجی از گره i به گره های تخصیص یافته به هاب k بعلاوه جریان های خروجی از گره i به دیگر گره ها با این شرط که از هاب k بگذرد را داریم. و در سمت راست جریان های خروجی از گره i به دیگر گره ها با این شرط که از هاب k بگذرد بعلاوه مجموع جریان های خروجی از گره i به گره های که به هاب k تخصیص داده شده اند.

بعبارت دیگر در هر حالت تخصیص، جریان خروجی از گره i که وارد هاب k می شود برابر با جریان خروجی از هاب k با مبدا i می باشد. و در نهایت قیدهای (۵.۲) و (۶.۲) برای معرفی متغیر های مساله می باشد.

در مواردی که تخصیص چند گانه نیاز باشد با حذف کردن قید (۳.۲) و تعریف متغیر پیوسته Z_{ik} به عنوان تابع تقاضای جریان از گره i به گره k ، به نتیجه مطلوب می رسیم. برای درک بهتر شکل [۱.۱] را مد نظر قرار دهید، در تخصیص منفرد جریان های خروجی از گره i از مسیرهایی عبور می کند که اولین راس آنها مشترک است، اما در تخصیص چندگانه این شرط وجود ندارد. به این ترتیب تابع هدف تغییر نکرده و به جز قید (۳.۲) سایر قید ها بدون تغییر باقی می مانند.

از دیگر کارهای انجام شده در این زمینه با شرط محدودیت روی هاب می توان به مقالات [۵]، [۵۰]، [۸]، [۴۵] و [۵۲] و با شرط محدودیت روی یال ها به مقالات [۶۳] و [۶۴] اشاره کرد. کمبل در(۱۹۹۴) مسئله هاب را با دید جریان کمینه روی یال ها مطرح کرد. ماریانو[۱۰] و سرا[۱۱] روند متفاوتی رادر قیدها از نوع ظرفیت در نظر گرفتند. مدل های دیگری درزمینه حمل ونقل هوایی مطرح شد. برای مثال در نظر گرفتن صف $M/D/c$ و محدودیت گذاشتن روی بیشترین تعداد هواپیمایی که میتواند در یک صف باشد (ظرفیت صف محدود باشد). با گسترش کاربرد مسائل هاب در مسائل ارائه تسهیلات، جنبه های دیگر این مسائل نیز مورد توجه واقع شد. برای اطلاعات بیشتر در این زمینه میتوان به مراجع [۶۴]، [۶۳]، [۴۵] و [۴۴] نیز رجوع کرد.

برای پاسخگویی به این مسائل، روش هایی همچون روش دوگان [۱۲] [۱۵]، [۴۲] ترکبب روش الگوریتم ژنتیک و روش شاخه و کران [۱۳] [۲] و [۱۸] ،روش جستجوی ممنوع [۱۴] [۶۴]، روش شاخه و برش [۱۵] [۴۵]، [۶۴]، [۶۰] و روش های ابتکاری دیگر [۱۶] [۱۷] و [۱] بکار رفته اند. در حقیقت برای مسائلی با اندازه کوچک (در حدود ۲۵ گره) روش های دقیقی با جواب بهینه وجود دارد وبرای مسائلی با اندازه بزرگ (بیش از ۲۰۰ گره) روش های ابتکاری مورد استفاده قرار می گیرند.

برای اطلاعات ابتدایی بیشتر در مورد $UHLP$ می توانید به مراجع [۵۰]، [۴۹]، [۴۲] مراجعه کنید.

[۱۰] Marianov
[۱۱] Serra
[۱۲] Dual-ascent method
[۱۳] Genetic algorithm based branch-and-bound method
[۱۴] Tabu search
[۱۵] Branch-and-Cut approach
[۱۶] Heuristic approaches

۳.۲ معرفی مساله مکانیابی p – هاب میانه

در مساله p– هاب میانه $(pHMP)$ هدف یافتن p مکان از N مکان موجود (در حالتی که مساله در فضای گسسته مطرح شده باشد) برای استقرار هاب ها در شبکه می باشد، بطوریکه مجموع هزینه های انتقال کالا در شبکه کمینه شود. بر خلاف $(UHLP)$ تعداد هاب ها در $(pHMP)$ معین است. اوکیلی در (۱۹۸۷) [۴۸] اولین فرمول بندی را برای $(pHMP)$ ارائه کرد. و سپس کمبل در (۱۹۹۴) متغیری با چهار اندیس را معرفی و مدلی خطی برای مساله ارائه داد [۵۰] . در (۱۹۹۶) ارنست [۱۷] و کریشنامورتی [۱۸] فرمول بندی جدیدی برای $(pHMP)$ مشابه با فرمول $UHLP$ ارائه شده در بخش قبل مطرح کردند [۲۲] . فرمول ارائه شده توسط آنها برای $(pHMP)$ بصورت زیر است:

$$pHMP\ \ min \quad : \quad \varrho \sum_{i,k,l\in N} d_{kl} y^i_{kl} + \sum_{i,k\in N} d_{ik}(\chi O_i + \delta D_i) Z_{ik} \tag{۷.۲}$$

$$s.t. \quad \sum_{k\in N} Z_{kk} = p \tag{۸.۲}$$

$$Z_{ik} \le Z_{kk} \quad \forall i,k \in N \tag{۹.۲}$$

$$\sum_{k\in N} Z_{ik} = ۱ \quad \forall i \in N \tag{۱۰.۲}$$

$$\sum_{j\in N} w_{ij} Z_{jk} + \sum_{l\in N} y^i_{kl} = \sum_{l\in N} y^i_{lk} + O_i Z_{ik} \quad \forall i,k \in N \tag{۱۱.۲}$$

$$y^i_{kl} \le ۰ \quad \forall i,k,l \in N \tag{۱۲.۲}$$

$$Z_{ik} \in \{۰,۱\} \forall i,k \in N \tag{۱۳.۲}$$

فرمول $(pHMP)$ شبیه به فرمول $(UHMP)$ است با این تفاوت که هزینه استقرار هاب ها در تابع هدف حذف و قید (۸.۲) که ایجاب می کند دقیقا p هاب وجود داشته باشد، اضافه شده است.

[۱۷] Ernst
[۱۸] Krishnamoorthy

روش های پاسخگویی به مساله مکانیابی p- هاب میانه شامل روش ابتکاری جستجوی همسایگی موضعی[۱۹][۴۰] روش شاخه و کران [۲۲]، روش جستجوی ممنوع [۴۱]، [۵۴]، روش $GRASP$ [۴۱]، الگوریتم های ژنتیک [۳۹] و روش شبکه های عصبی[۲۰] [۱۹] می باشد.

مشابه مسائل $(UHLP)$ درباره ی مسائل $(pHMP)$ نیز می توان گفت مسائلی با اندازه کوچک (در حدود ۲۵ گره) روش های دقیقی با جواب بهینه وجود دارد و برای مسائلی با اندازه بزرگ (بیش از ۲۰۰ گره) روش های ابتکاری مورد استفاده قرار می گیرند.

۴.۲ مساله مکانیابی پوششی هاب

در مساله مکانیابی پوششی هاب $(HCLP)$ هدف یافتن مکان هایی برای هاب ها است بطوریکه هزینه استقرار هاب ها کمینه شود و شرط پوشش نیز برقرار باشد. سه نوع شرط برای مفهوم پوشش می توان بیان کرد، با این قرارداد که ارسال از طریق مسیری شامل کمان بین دو گره k و l که هر دوی k و l هاب می باشند و هاب k قبل از هاب l در مسیر واقع شده باشد، انجام شود، شرایط به شرح زیر می باشند :

۱) مجموع فواصل از گره i تا گره j ، از مقدار معیینی تجاوز نکند.

۲) اندازه هر کمان در مسیر از گره i تا گره j ، از مقدار معیینی تجاوز نکند.

۳)اندازه هر کمان بین گره های هاب و غیر هاب (و نیز در موارد ویژه بین دو هاب) در مسیر از گره i تا گره j ، از مقدار معیینی تجاوز نکند.

اولین فرمول چاپ شده برای $(HCLP)$ فرمولی مسیر محور بوده، که توسط کمبل در (۱۹۹۴) [۵۰] بیان شد. بطوریکه تمام مسیر های ممکن بین هر جفت گره مبدا و مقصد را بر می شمارد. کمبل متغیر $\forall i,j,k,l \in N$; y_{ijkl} را بخشی از جریان مابین گره i و گره j معرفی کرد که از طریق هاب k در ابتدا و سپس هاب l منتقل می شود.مسیری شامل کمان بین دو گره k و l که هر دوی k و l هاب می باشند و هاب k قبل از هاب l در مسیر واقع شده باشد. در واقع وی برای معرفی جریان گذرنده از

[۱۹] Local Neighborhood Search Heuristic
[۲۰] Neural Network Approach

مسیر $(i \to k \to l \to j)$ از این متغیر استفاده کرده است.

به علاوه فرض کنیم مقدار متغیر $x_k \; ; \; \forall k \in N$ برابر با یک باشد اگر گره k به عنوان هاب انتخاب شده باشد و در غیر اینصورت مقدارش صفر باشد. و متغیر $A_{ijkl} \; ; \; \forall i,j,k,l \in N$ برابر یک باشد اگر هاب های l و k ، جفت (i,j) را پوشش دهند و در غیر اینصورت صفر.

با توجه به تعاریف مذکور مدل مسیر محور ارائه شده توسط کمبل در (۱۹۹۴) بصورت زیر می باشد:

$$HCLp-path \; min \quad : \quad \sum_{k\in N} F_k x_k \tag{۱۴.۲}$$

$$s.t. \qquad y_{ijkl} \le x_k \quad \forall i,j,k,l \in N \tag{۱۵.۲}$$

$$y_{ijkl} \le x_l \quad \forall i,j,k,l \in N \tag{۱۶.۲}$$

$$\sum A_{ijkl} y_{ijkl} \le ۱ \qquad \forall i,j \in N \tag{۱۷.۲}$$

$$x_k \in \{۰,۱\} \qquad \forall k \in N \tag{۱۸.۲}$$

$$y_{ijkl} \in \{۰,۱\} \qquad \forall i,j,k,l \in N \tag{۱۹.۲}$$

تابع هدف (۱۴.۲) هزینه استقرار هاب را کمینه می کند. از آنجا که در هر گره می توان یک هاب قرار بگیرد قیدهای (۱۵.۲) و (۱۶.۲) ایجاب می کنند که جریان توسط گره هایی که در آنها هاب مستقر شده (اصطلاحا هاب های باز) انجام شود. وقید (۱۷.۲) شرط پوشش را اعمال می کند.

کارا و تنسل [۲۱] در (۲۰۰۳) چندین مدل برنامه ریزی خطی صحیح و مختلط برای مساله مکانیابی هاب متناسب با شرط اول ارائه شده برای پوشش مطرح کردند [۳۸] . وانر[۲۲] در سال ۲۰۰۷ بر اساس ساختار ارائه شده توسط کارا و تنسل کار جدیدی را ارائه داد [۶۲] . وی با ثابت در نظر گرفتن برخی از متغیر ها و کوچک کردن مساله توسط حذف قید های زاید کار جدیدی در این زمینه ارائه کرد. مدل حاصل از این تغییرات نسبت به مدل قبل، نتایج محاسباتی بهتری بدست آورد. وی همچنین برای مساله با تخصیص

[۲۱] Tansel
[۲۲] Wagner

چندگانه روندهای پیش پردازش مشابهی را مطرح کرد. او در مورد تخصیص منفرد یک عامل کاهشی $o \leq \alpha \leq ۱$; α را بکار گرفت که مختص جریان های مابین هاب ها بود. α در کاهش هزینه های مابین هابی ایفای نقش می کند. نمونه ای از کاربرد عامل کاهشی α در بخش ۴.۳ آمده است.

۵.۲ مساله مکانیابی p -هاب مرکز

درمساله مکانیابی p -هاب مرکز $(pHCP)$ تابع هدف به طور همزمان، p مکان بهینه برای هاب ها و نیز نحوه تخصیص نقاط غیر هاب به هاب ها را طوری در شبکه انتخاب می کند که طول بزرگترین مسیر در شبکه کمینه شود. اوکیلی و میلر [۲۳] [۵۱] در (۱۹۹۱) اولین مطالب را در این زمینه به ازای $(p = ۱)$ به همراه چندین روش حل مکانیابی هاب ارائه دادند. سپس کمبل در (۱۹۹۴) اولین مدل برنامه ریزی صحیح را برای $(pHCP)$مطرح کرد. کارا وتنسل در (۲۰۰۰) [۳۷] چندین مدل دیگر که از نظر محاسباتی نسبت به مدل کمبل بهتر بود، را پیشنهاد کردند. مدل مسیر محور ارائه شده توسط کمبل بصورت زیر است:

$$pHCP - path: \quad min \qquad max_{i,j,k,l \in N} \quad \{c_{ijkl}\ y_{ijkl}\} \tag{۲۰.۲}$$

$$s.t. \qquad y_{ijkl} \leq x_k \qquad \forall i,j,k,l \in N \tag{۲۱.۲}$$

$$y_{ijkl} \leq x_l \quad \forall i,j,k,l \in N \tag{۲۲.۲}$$

$$\sum_{k,l \in N} y_{ijkl} = ۱ \qquad \forall i,j \in N \tag{۲۳.۲}$$

$$\sum_{k \in N} x_k = p \tag{۲۴.۲}$$

$$x_k \in \{۰,۱\} \qquad \forall k \in N \tag{۲۵.۲}$$

$$y_{ijkl} \in \{۰,۱\} \qquad \forall i,j,k,l \in N \tag{۲۶.۲}$$

بطوریکه $c_{ijkl} = d_{ik} + \alpha d_{kl} + d_{jl}$ طول مسیر $i \to k \to l \to j$ است.

[۲۳] Miller

تابع هدف (۲۰.۲) طول بزرگترین مسیر شبکه را کمینه می کند. قید های (۲۱.۲) و (۲۲.۲) مشابه قیود (۱۵.۲) و (۱۶.۲) می باشند. (۲۳.۲) تا (۲۵.۲) الزام تخصیص منفرد و وجود دقیقا p هاب را ایجاب می کنند. در صورتی که تخصیص چند گانه مورد نظر باشدکافی است (۲۳.۲) را بصورت $\sum_{k,l\in N} y_{ijkl} \geq ۱ \ ; \ \ \forall i,j \in N$ بنویسیم.

کارا و تنسل در سال (۲۰۰۱)، [۳۷] $(pHCP)$ را در یک مساله کاربردی مطرح کردند. به این ترتیب که در یک فرودگاه، هواپیماهای خروجی از یک هاب نمی توانند هاب را ترک کنند تا زمانی که همه هواپیماهایی که درحال رسیدن به هاب هستند به آنجا رسیده باشند.

وانر در مقاله ای که در سال (۲۰۰۴) [۶۱] ارائه کرد نشان داد که مدل $min - max$ ، مساله مکان یابی آخرین هاب های رسیده که توسط کارا و تنسل پیشنهاد شده بود، با مساله p-هاب مرکز متفاوت نیست. زیرا مسیری که طولانی ترین راه را در شبکه تعیین می کند همان مسیری است که زمان انتظار در هاب ها برایش صفر است. مساله آخرین هاب های رسیده درشبکه توسط یامان و همکارانش در سال (۲۰۰۷) [۶۵] دارای ویژگی خاصی است به این ترتیب که توقف در محل هایی بین گره های هاب و غیر هاب اجازه داده شده است. (یعنی مسیر از یک گره غیر هاب به هاب ممکن است شامل یک اقامت کوتاه در گره غیر هاب دیگری باشد).

ارنست در سال (۲۰۰۶) [۲۶] مدلی برنامه ریزی خطی برای تخصیص منفرد و چندگانه مسالهp -هاب مرکز پیشنهاد کرد که بر یک مفهوم که به شعاع هاب ها وابسته است، پایه ریزی شده است. مولفان کران هایی را روی تابع عینی، و بر پایه ابتکارات مختلف، پیش بینی کردند و یک کوتاه ترین مسیر را به روش شاخه و کران برای مساله با تخصیص چندگانه پیشنهاد دادند. این روش شاخه و کران شبیه مدل پیشنهاد شده توسط ارنست و کریشنامورتی در سال (۱۹۹۸) [۲۳] است. مولفان آزمایشات محاسباتی مساله را روی مجموعه هایی با بیش از ۲۰۰ گره اجرا کردند. کمبل و همکارانش در سال (۲۰۰۷) [۱۳] مدل تخصیص منفرد و چندگانه مساله را بررسی کردند و نشان دادند که چندین مورد مخصوص از این دو مساله را می توان در زمان چندجمله ای حل کرد. ارنست و همکارانش نیز [۲۷] یک مدل جدید برای مساله تخصیص منفرد بر اساس نظریه محدوده یک هاب پیشنهاد کردند. آنها نشان دادند که مساله NP- سخت است و کران هایی را روی تابع فراهم می آورد که ارزش آن با استفاده از ابتکارات مختلف بدست می آید. و یک روش حل فرا ابتکاری جمعیت محور را پیشنهاد می کند.

فصل ۳

مساله مکانیابی هاب در شبکه

۱.۳ مقدمه

در جهان واقعی، مساله حمل و نقل اغلب بصورت جفت های مبدا و مقصد است، که بیشتر اطلاعات، مسافر، کالا و غیره مبادله می شود. در نگاه اول ممکن است که یک شبکه کامل از مسیر هایی بین هر جفت، مطلوب به نظر رسد، اما هزینه استقرار یک شبکه کامل بیش از حد زیاد است. لذا مدل های مکانیابی هاب، راهکاری موثر در برابر حمل و نقل در شبکه کامل است.

همانطور که در فصل اول بیان شد یک شبکه گرافی است که به مجموعه رئوس آن، مجموعه گره ها و به مجموعه یال های آن، مجموعه کمان ها گفته می شود و هر کدام از کمان ها دارای برچسب عددی هستند. این برچسب ها معمولا نشان دهنده هزینه، ظرفیت یا عرضه و تقاضا هستند. در شبکه ممکن است گره ها نیز دارای بر چسب باشند که اصطلاحا وزن راس نامیده می شوند. مساله مکانیابی هاب در شبکه به دنبال زیر مجموعه ای از گره ها برای استقرار هاب ها و زیر مجموعه ای از کمان ها برای اتصالات هاب ها و گره های نهایی می باشد، بطوری که تابع هدف مساله بهینه شود. در واقع هدف این مساله انتقال کالا بین رئوس با کمترین هزینه است.

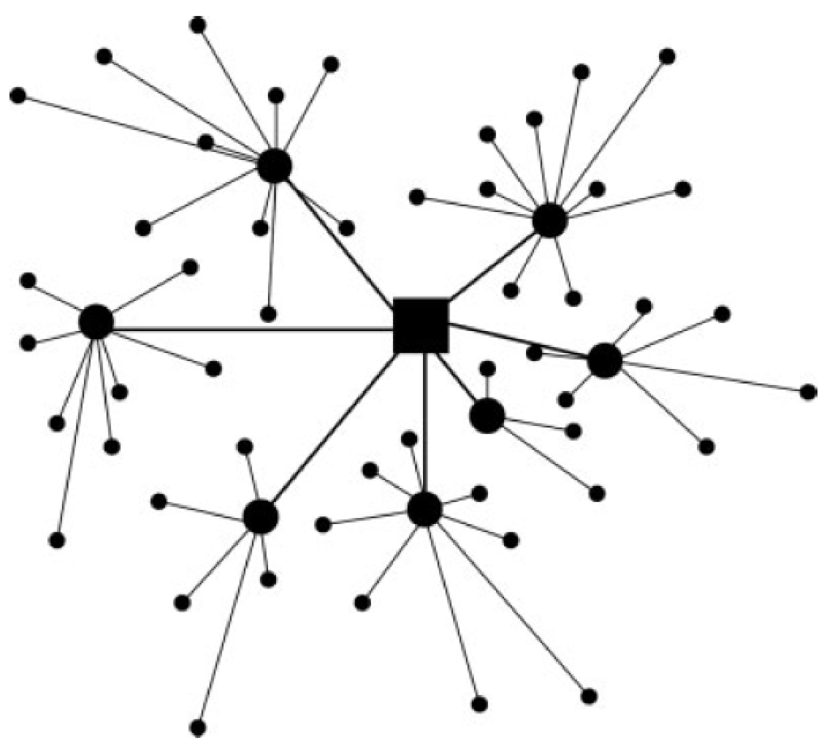
تذکر: نماد های بکار رفته در این فصل در صورتی که در فصلهای قبل معرفی شده باشند همان معنی را دارند در غیر اینصورت مفهوم جدید آنها را بیان خواهیم کرد.

در این فصل ابتدا مساله استقرار هاب ها را در یک شبکه ارتباطی ستاره گون مورد بررسی قرار می دهیم و سپس به بیان مساله ای در شبکه ای درختی می پردازیم.

۲.۳ شبکه ستاره گون

فرض کنیم شبکه اولیه کامل باشد. می خواهیم پاسخ مساله یک شبکه ستاره گون باشد.

درشبکه ارتباطی ستاره گون، هاب ها بطور مستقیم به یک گره مرکزی متصل هستند و هر گره نهایی بطور مستقیم به یک هاب متصل است و تخصیص از نوع منفرد می باشد. در واقع ابتدا باید یک زیر مجموعه از گره ها را به عنوان هاب انتخاب کنیم. هاب ها بطور مستقیم به گره مرکزی متصل هستند لذا در این مرحله اتصالات گره مرکزی انتخاب می شود. سپس تخصیص نقاط باقی مانده که گره نهایی نامیده می شوند، انجام می شود. شبکه اتصالات هر هاب و گره های نهایی اختصاص یافته به آن و نیز شبکه اتصالات گره مرکزی و هاب ها همانند یک ستاره است. لذا کل شبکه حاصل، ستاره گون [1]نامیده شده است. [شکل (۱.۳)].



شکل ۱.۳: شبکه ستاره گون

در شبکه ستاره گون همانطور که هیچ دو گره نهایی نمی توانند بطور مستقیم (توسط یک یال) بهم متصل شوند، هیچ دو گره هاب

[1] Star-Star Network

نیز بطور مستقیم بهم متصل نمی گردند. برای ارائه مدلی مناسب با این شبکه ابتدا به معرفی نمادهای اولیه مسئله می پردازیم.

فرض کنیم مجموعه I , $|I|=N\ , N\geq ۳$, شامل یک گره مرکزی O و N گره دیگر باشد بطوریکه در هر گره بتوان یک هاب مستقر کرد. هر جفت از گره های نهایی نیازمند برقراری ارتباط با یکدیگر هستند. بطوری که این ارتباط از طریق هاب ها مسیریابی می شود. فرض کنیم مقدار کالایی که باید ازگره i به گره j منتقل شود را با t_{ij} نشان دهیم. سه نوع هزینه در این مساله وجود دارد:

۱)هزینه وابسته به استقرار یک هاب در یک گره. هزینه استقرار یک هاب در گره $j\in I$ را با c_{jj} نشان می دهیم.

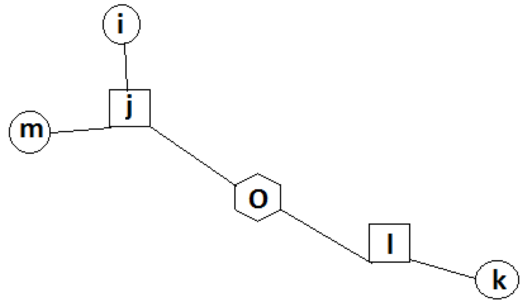
۲)هزینه وابسته به تخصیص گره نهایی به یک هاب. هزینه تخصیص گره $i\in I$ به هاب $j\in I\backslash\{i\}$ را با c_{ij} نشان می دهیم.

۳)هزینه وابسته به تعیین مسیر و داد و ستد کالا روی اتصالات بین هاب ها و گره مرکزی. هزینه وابسته به داد و ستد یک واحد کالا بین هاب $j\in I$ و گره مرکزی را با B_j نشان می دهیم.

اگر دو گره i و m به هاب یکسانی اختصاص یافته باشند و آن هاب با j بیان شود،انتقال کالا بین دو گره i و m روی مسیر $i\to j\to m$ انجام می شود. این مسیر از گره مرکزی نمی گذرد. و اگر گره i به گره j اختصاص یافته باشد و گره k به گره l اختصاص یافته باشد، (که هر دوی l و j هاب هستند) لذا انتقال کالا بین i و k روی مسیر $i\to j\to O\to l\to k$ انجام می گیرد، به این معنی که اگر دو گره نهایی به دو هاب متفاوت اختصاص یافته باشند، انتقال کالا باید از مسیری شامل گره مرکزی انجام شود. [شکل (۲.۳)]. با توجه مطالب بالا مبادلاتی که روی اتصالات بین هاب j و گره مرکزی O انجام میشود، برابر با مجموع مبادلات بین تمام گره های اختصاص داده شده به j و همه ی گره هایی که به j اختصاص داده نشده اند، می باشد. در نهایت پس از حل مساله یک شبکه ستاره گون تشکیل می شود که حمل و نقل بر اساس آن انجام می شود.

۳.۳ مدل مساله

برای ارئه مدل تعریف می کنیم $A=\{(i,j):i\in I\ ,\ j\in I\setminus\{i\}\}$ و فرض می کنیم که K و K' بترتیب مجموعه هایی از همه ی جفت های جهت دار و بی جهت گره های I به صورت زیر باشند:



شکل ۲.۳: انواع مسیر ها

$K = \{(i, j) : i, j \in I\ \}$

$K' = \{\{i, j\} : i \in I\ ,\ J \in I \setminus \{i\}\}$

با توجه به اینکه میزان کالایی که باید از گره i به گره m منتقل شود را t_{im} معرفی کردیم و $t_{ii} = ۰$ است، لذا میتوان تمامی کالایی که باید بین دو گره i و m مبادله شود را بصورت $T_{\{i,m\}} = t_{im} + t_{mi}$ بیان کرد. البته با این فرض که داشته باشیم :

$\forall i \in I\ ,\ \exists m \in I \setminus \{i\}\ ;\ T_{\{i,m\}} > ۰$

متغیر x_{ij} را به اینصورت تعریف می کنیم که $x_{ij} = ۱$ هرگاه گره i به هاب j تخصیص داده شده باشد و در غیر اینصورت صفراست. به این ترتیب اگر تخصیص از نوع منفرد در نظر گرفته شود داریم $\forall i \in I \quad \sum_{j \in I} x_{ij} = ۱$. اگر j هاب باشد گوییم به خودش واگذار شده است و داریم $x_{jj} = ۱$ و در غیر اینصورت صفر.

اگر برای هر $j \in I\ \ ,\ B_j = ۰$ مساله بصورت زیر فرمول بندی می شود:

$$
\begin{aligned}
min \quad &: \sum_{i\in I}\sum_{j\in I} c_{ij}x_{ij} && (۱.۳)\\
s.t. \quad & \sum_{j\in I} x_{ij} = ۱ \quad \forall i \in I && (۲.۳)\\
& x_{ij} \leq x_{jj} \quad \forall i,j \in I,\ i \neq j && (۳.۳)\\
& x_{ij} \in \{۰,۱\} \quad \forall i,j \in I && (۴.۳)
\end{aligned}
$$

قید های (۲.۳) و (۴.۳) منفرد بودن تخصیص را ایجاب میکنند و قید (۳.۳) ایجاب می کند هر گره یا یک هاب باشد یا به یک هاب تخصیص یابد. این حالت از مساله، مساله مکانیابی متمرکز کننده $(UCLP)$ [۲]نامیده می شود. که از دسته مسائل NP-سخت است. حال با فرض اینکه B_j برای هر گره صفر نباشد مساله به دو صورت قابل بیان است. که ما به بیان یک مورد آن اکتفا می کنیم. برای این کار ابتدا متغیر $u^j_{\{i,m\}}$ را معرفی میکنیم. گوییم $u^j_{\{i,m\}} = ۱$ اگر و تنها اگر یکی از متغیر های i و m به هاب j واگذار شده باشند و در غیر اینصورت صفر. به عبارت دیگر $u^j_{\{i,m\}} = ۱$ برابر یک است اگر برای مبادله کالا بین گره های i و m از اتصالات گره j و گره مرکزی استفاده شود و در غیر اینصورت صفر. بر حسب بردار تخصیص مفروض x_{ij}، می توان متغیر $u^j_{\{i,m\}}$ را بصورت زیر محاسبه کرد:

$$u^j_{\{i,m\}} = x_{ij}(۱ - x_{mj}) + x_{mj}(۱ - x_{ij}) = \mid x_{ij} - x_{mj} \mid \qquad \{i,m\} \in K' \quad j \in I$$

به این ترتیب مدل مساله مکانیابی هاب بدون محدودیت ظرفیت در شبکه ستاره گون [۳] مطرح شده در [۵۳] بصورت زیر بیان شده است:

[۲] Uncapacitateted Concentrator Location Problem
[۳] Uncapacitateted Hub Location Problem in Star-Star Network

$$min \quad : \sum_{i\in I}\sum_{j\in I} c_{ij}x_{ij} + \sum_{j\in I} B_j \sum_{i,m\in K'} T_{i,m}u^j_{\{i,m\}} \tag{۵.۳}$$

$$s.t. \ (۲\cdot۳),(۳\cdot۳) and (۴\cdot۳) \tag{۶.۳}$$

$$u^j_{\{i,m\}} \geq x_{ij} - x_{mj} \ \ i,m\in K' \quad j\in I \tag{۷.۳}$$

$$u^j_{\{i,m\}} \geq x_{mj} - x_{ij} \ \ i,m\in K' \quad j\in I \tag{۸.۳}$$

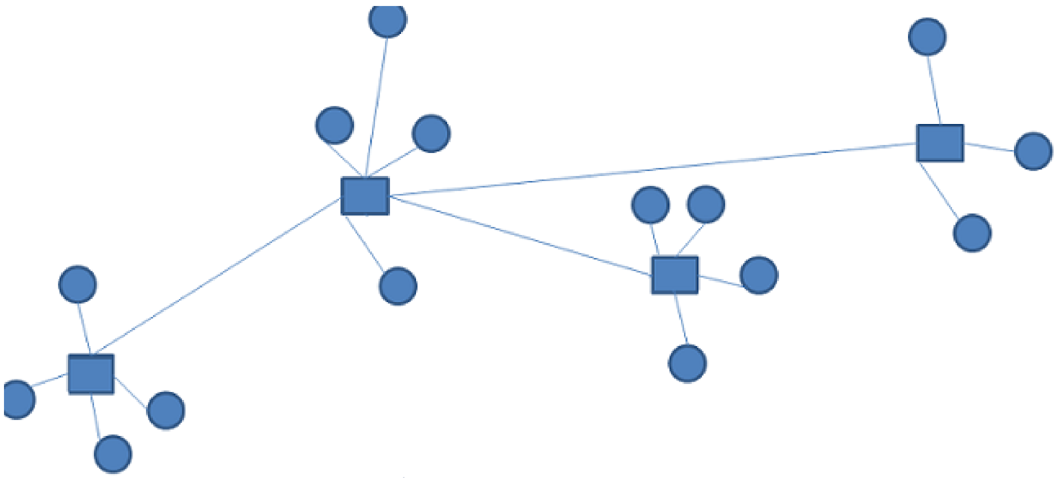
تابع هدف مجموع هزینه های اختصاص گره های غیر هاب (گره های نهایی) به هاب و هزینه انتقال کالا در شبکه می باشد. قید های (۷.۳) و (۸.۳) متغیر $u^j_{\{i,m\}}$ رامتناسب با x محاسبه میکنند.

در بخش بعد شبکه ای فاقد گره مرکزی و همراه با یک شرط اصلی برای گراف تشکیل دهنده شبکه حاصل، را مورد بررسی قرار می دهیم.

۴.۳ شبکه درختی

در مساله مکانیابی هاب درختی $THLP$ [۴] با تخصیص منفرد و تعداد ثابت هاب که باید مکانیابی شوند، مجموعه اتصالات هاب ها و گره های نهایی یک درخت تشکیل می دهند، بطوریکه هاب ها توسط تنه اصلی درخت بهم متصل هستند و گره های نهایی برگهای درخت می باشند شکل [(۳.۳)]. مساله ترکیبی از چند دیدگاه مکانیابی ، مسیر یابی و طراحی شبکه می باشد. کاربرد اینگونه شبکه ها در سیستم های حمل و نقل و مخابرات می باشد. هنگامی که هزینه اتصال هاب ها بسیار بالا باشد، برقراری تمامی اتصالات داخلی هاب ها کاری عبث و از نظر اقتصادی زیان آور است. لذا کاستن اتصالات داخلی هاب ها، مقرون به صرفه است. ابتدا به ترسیم مساله می پردازیم. گراف کامل جهت دار بدون طوقه $G=(N,A)$ را در نظر می گیریم. بطوریکه $N=۱,...,n$ مجموعه گره های مساله باشد. انتقال کالا بین هر دو گره که به هاب یکسانی اختصاص یافته اند دقیقا مشابه با انتقال کالا بین دو گره اختصاص یافته به یک هاب در مساله مکانیابی هاب در شبکه ستاره گون است. تنها تفاوت مساله حاضر با نوع مشابه در شبکه ستاره گون انتقال کالا مابین دو هاب است. برخلاف مدل شبکه ستاره گون که برای انتقال کالا حداکثر دو هاب در مسیر وجود داشت، درمدل شبکه درختی

[۴]The Tree of Hubs Location Problem



شکل ۳.۳: مکانیابی هاب در شبکه درختی

تعدادی هاب میانجی وجود دارد که با توجه به مساله، ممکن است برای انتقال کالا بین دو گره تمامی هاب ها در مسیر انتقال وجود داشته باشند. تفاوت دیگر این دو مساله در این است که در مدل درختی برای یال های مابین هاب، یک عامل کاهش دهنده هزینه با نماد α (مراجعه به بخش ۴.۲) در نظر گرفته شده است.

از آنجا که در هر مسیر انتقال کالا تمامی گره های میانجی، هاب هستند لذا یال های مسیر انتقال بجز دو یال ابتدایی و انتهایی، یال های مابین هاب ها هستند، اینجاست که بکارگیری عامل کاهشی α نقش بسزای در کاهش هزینه ها ایفا می کند. به عبارت دیگر اگر انتقال کالا بین دو هاب باشد عامل کاهش هزینه α برای تمامی یالها بکار می رود و در صورتی که حداقل یکی هاب نباشد و هر دو گره مبدا و مقصد به هاب یکسانی اختصاص نیافته باشند، این عامل حداکثر برای دو یال استفاده نمی شود و تنها در صورتی که هر دو گره مبدا و مقصد به هاب یکسانی اختصاص داده شده باشند عامل کاهشی بکار نمی رود. باید مد نظر داشت که نامساوی مثلثی در مورد هزینه مابین گره ها برقرار نیست. به این معنی که ممکن است هزینه ارسال کالا بین دو هاب l و j بطور مستقیم (ازطریق یالی با دو سر l و j) بیشتر از هزینه ارسال کالا بین این دو هاب از طریق مسیری با یک یا چند هاب میانجی باشد. و برای هر جفت $(i,j) \in (NN)$ داریم:

$$w_{ij} + w_{ji} > ۰$$

در مساله مذکور ما می خواهیم :

۱) p گره را مکانیابی کنیم بطوریکه هاب ها و اتصالات بین شان یک درخت باشد.

۲) هر گره غیر هاب به یک هاب اختصاص یابد.

۳) هزینه کلی ارسال کالا در شبکه کمینه شود.

هدف مساله ی حاضر کمینه کردن مجموع هزینه های ارسال کالا بین هرجفت از گره ها می باشد. در این مورد برای استقرار هاب در یک گره هزینه ای قائل نمی شویم. هزینه ها به این که هر کدام از رئوس انتهایی یک یال هاب است یا نه بستگی دارد. برای ارزیابی تابع هدف باید بتوانیم اولا تمامی مسیر هایی را که دارای یک جهت هستند تجسم کنیم و ثانیا یال هایی که دارای عامل کاهشی هستند را تشخیص دهیم. برا ی تجسم مسیر های بین هر مبدا و مقصد متغیری را با سه اندیس در نظر می گیریم که توسط ارنست و کریشنامورتی در مورد مساله مکانیابی هاب با تخصیص چندگانه و ظرفیت نامحدود مطرح شده است. این متغیر ها معرف میزان جریانی که از مبدا معینی سرچشمه گرفته و از یال معینی عبور می کنند، می باشندبه این ترتیب که میزان جریان گذرنده از یال (k,m) با مبدا i را با نماد x_{ikm} نشان می دهیم. حال به ازای هر $k,m \in N$; $m > k$ متغیر دودویی y_{km} را معرفی می کنیم بطوریکه $y_{km} = ۱$ است اگر یال (k,m) دو هاب را به هم متصل کرده باشد، و در غیر اینصورت صفر است. و برای هر $i,k \in N$; $i \neq k$ متغیر $z_{ik} = ۱$ اگر گره غیر هاب i به هاب k تخصیص داده شده باشد و در غیر اینصورت صفر است. و $z_{kk} = ۱$ تنها در صورتی که یک هاب در گره k مستقر شود.

حال توسط متغیر های معرفی شده می توان برای $THLP$ مدل زیر را معرفی کرد:

$$(THLP)\, min \quad : \quad \sum_{i\in N}\sum_{k\in N}(c_{ik}O_i + c_{ki}D_i)z_{ik} \; + \; \sum_{i\in N}\sum_{k\in N}\sum_{m\in N m\neq k}\alpha c_{km}x_{ikm} \qquad (۹.۳)$$

$$s.t \qquad \sum_{k\in N} z_{ik} = ۱ \qquad \forall i \in N \qquad (۱۰.۳)$$

$$\sum_{k\in N} z_{kk} = p \qquad (۱۱.۳)$$

$$z_{km} + y_{km} \leq z_{mm} \qquad \forall k,\; m \in N;\;\; m > k \qquad (۱۲.۳)$$

$$z_{mk} + y_{km} \leq z_{kk} \qquad \forall k,\; m \in N;\;\; m > k \qquad (۱۳.۳)$$

$$x_{ikm} + x_{imk} \leq O_i y_{km} \qquad \forall i,\; k,\; m \in N;\; m > k \qquad (۱۴.۳)$$

$$O_i z_{ik} + \sum_{m\in N m\neq k} x_{imk} = \sum_{m\in N m\neq k} x_{ikm} \qquad (۱۵.۳)$$

$$+ \sum_{m\in N} w_{im} z_{mk} \qquad \forall i,\; k \in N; \qquad k \neq i$$

$$\sum_{k\in N}\sum_{m\in N} y_{km} = p - ۱ \qquad (۱۶.۳)$$

$$x_{ikm} \geq ۰ \qquad \forall i,\; k,\; m \in N \qquad (۱۷.۳)$$

$$z_{km},\; y_{km} \in ۰, ۱ \qquad \forall k,\; m \in N \qquad (۱۸.۳)$$

تابع هدف (۹.۳) مجموع هزینه های ارسال کالا را با در نظر گرفتن عامل کاهشی هزینه α محاسبه می کند. قید های (۱۰.۳) تا (۱۳.۳) p-میانه بودن و تخصیص منفرد بودن را ایجاب می کنند. به این معنی که دقیقا p هاب باز داشته باشیم و گره های غیر هاب به هاب ها اختصاص داده شده باشند. قید های (۱۴.۳) مشخص می کنند که جریان بین هاب ها روی کوچکترین درخت حرکت می کندهر قید در خانواده ی قید های نوع (۱۵.۳) پایستگی جریان با مبدا i در گره k را تضمین می کند (در بخش های قبلی پایستگی جریان را مطرح کرده ایم). برای مثال فرض کنیم گره i به هاب k تخصیص داده نشده باشد، بنابراین در سمت چپ تساوی فوق مجموع جریان های خروجی از گره i که از مسیر های شامل گره k عبور می کند، محاسبه می کند. و در سمت راست مجموع جریان خروجی از گره i به گره های تخصیص داده شده به گره k و سایر گره ها که برای ارسال کالا از i به آنها باید از مسیری شامل گره

k گذشت، محاسبه می کند.

سرانجام توسط قیدهای خانواده (۱۶.۳) یک درخت تعریف می شود. که با توجه به مفهوم درخت $p-۱$ یال خواهیم داشت.

فصل ۴

روش های حل مسائل مکانیابی هاب

۱.۴ مقدمه

تنها تعداد محدودی کار روی تحلیل و پیچیدگی مسائل هاب انجام شده است که عمدتا هم روی مسئله مکانیابی هاب میانه با تخصیص منفرد می باشند. مسئله مکانیابی هاب میانه با تخصیص منفرد به عنوان یک مسئله NP- سخت مطرح شده است. در حقیقت حتی برای تعداد معین هاب، تخصیص بهینه نقاط غیر هاب به هاب، عموما NP- سخت است [۳۶] .

سوان [۱] و پارک [۲] در سال(۱۹۹۷) نشان دادند که مساله مکانیابی ۲-ها ب با تخصیص منفرد با زمان چند جمله ای قابل حل است [۵۵] .مسئله تخصیص چندگانه، با بکار بردن مسئله کوتاهترین مسیر به ازای هر دو جفت از گره ها و مشروط به نامحدود بودن ظرفیت هاب ها، نیز با زمان چندجمله ای حل شده است [۵۶]، [۲۳] . مطلب فوق برای هردو مسئله هاب میانه (با تابع هدف $\sum_{flow}$)وهاب مرکز صادق است .فرض کنیم $H \subset V$ یک مجموعه معین از هاب ها باشد. لذا مسئله مینیمم هزینه برای تخصیص چندگانه به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$c'_{kj} = min_{l\in H}\{\alpha d_{kl} + \delta d_{lj}\} \quad for\ all \quad k \in H, j \in V \qquad (۱.۴)$$

$$c_{ij} = min_{k\in H}\{\chi d_{ik} + c'_{kj}\} \quad for\ all \quad i, j \in V \qquad (۲.۴)$$

$$C = \sum_{i,j\in V} w_{ij} c_{ij} \qquad (۳.۴)$$

[۱] Sohn
[۲] Park

الگوریتم بالا هزینه کمینه را برای توزیع جریان های w_{ij} ازطریق مجموعه معین هاب (H) ارائه می دهد. بطوری که c_{ij} کمترین هزینه مسیر از i به j است.

همان طور که بیان کردیم مساله مکانیابی از دسته مسائل بهینه سازی است. بهینه‌سازی یک فعالیت مهم و تعیین‌کننده در طراحی ساختاری است. طراحان زمانی قادر خواهند بود طرح‌های بهتری تولید کنند که بتوانند با روش‌های بهینه‌سازی در صرف زمان و هزینه طراحی صرفه‌جویی نمایند. بسیاری از مسائل بهینه‌سازی در مهندسی، طبیعتاً پیچیده‌تر و مشکل‌تر از آن هستند که با روش‌های مرسوم بهینه‌سازی نظیر روش برنامه‌ریزی ریاضی و نظایر آن قابل حل باشند. امروزه بسیاری از مسائل بهینه‌سازی ترکیبی که اغلب از جمله مسائل با درجه غیر چندجمله‌ای NP - سخت هستند، به صورت تقریبی با کامپیوترهای موجود قابل حل می‌باشند. از جمله راه‌حل‌های موجود در برخورد با این گونه مسائل، استفاده از الگوریتم‌های تقریبی یا ابتکاری است. این الگوریتم‌ها تضمینی نمی‌دهند که جواب به دست آمده بهینه باشد و تنها با صرف زمان بسیار می‌توان جواب نسبتاً دقیقی به دست آورد و در حقیقت بسته به زمان صرف شده، دقت جواب تغییر می‌کند.

در ادامه نمونه هایی از کارهای انجام شده در زمینه حل مسائل مکانیابی هاب را بیان می کنیم.

۲.۴ الگوریتم های شمارشی

از آنجا که مساله تخصیص چندگانه برای تعداد معین هاب (p - هاب) را می توان خیلی راحت (مراجعه به بخش ۳.۲) حل کرد و تعداد متغیرهای صحیح (مکان هاب ها) در مساله تخصیص چندگانه نسبتا کوچک است لذا پیشنهاد می شود که از الگوریتم های شمارشی [۳] به عنوان روشی منطقی برای حل مسئله مکانیابی هاب استفاده شود [۶]، [۲۴] . در روش‌های شمارشی در هر تکرار فقط یک نقطه متعلق به فضای دامنه تابع هدف بررسی می‌شود. این روش‌ها برای پیاده‌سازی، ساده‌تر از روش‌های دیگر می‌باشند؛ اما به محاسبات قابل توجهی نیاز دارند. در این روش‌ها سازوکاری برای کاستن دامنه جستجو وجود ندارد و دامنه فضای جستجو شده با این روش خیلی بزرگ است.

ساده ترین راه استفاده از الگوریتم کوتاهترین مسیر برای مساله تخصیص شمردن همه مکان های ممکن هاب برای یک مساله همانند مسئله p - هاب میانه با تخصیص چندگانه می باشد. [۱۲]، [۲۴].

[۳] Enumerative Algorithms

برای مثال هایی با تعداد هاب بیشتر می توان از ترکیب الگوریتم کوتاهترین مسیر و الگوریتم شاخه وکران برای تعیین مکان هاب ها استفاده کرد[۲۳].

روند شمارشی دیگری با استفاده از الگوریتم کوتاهترین مسیر به عنوان کران پایین برای مساله مکانیابی هاب با تخصیص منفرد (در تعداد هاب محدودیتی منظور نشده است) توسط آبدینور-هلم و ون کاتارامانان در (۱۹۹۸) ارائه شد [۲] . کلین سوییز در (۲۰۰۰) نشان داد مدل های ارائه شده توسط برایان در (۱۹۹۸) و برایان و اوکلی در (۱۹۹۸) با استفاده از یک روند شمارشی، بطور بهینه، به عنوان یک مساله مکانیابی سرویس دهنده قابل حل است.

روشن است که شیوه شمارش کامل، نهایتاً به جواب دقیق مسأله منتهی می‌شود؛ اما در عمل به دلیل زیاد بودن تعداد جواب‌های امکان‌پذیر، استفاده از آن غیرممکن است. با توجه به مشکلات مربوط به روش شمارش کامل، همواره بر ایجاد روش‌های مؤثرتر و کاراتر تأکید شده است. در این زمینه، الگوریتم‌های مختلفی به وجود آمده است که مشهورترین نمونه آنها، روش سیمپلکس برای حل برنامه‌های خطی و روش شاخه و کرانه برای حل برنامه‌های خطی با متغیرهای صحیح است. برای مسائلی با ابعاد بزرگ، روش سیمپلکس از کارایی بسیار خوبی برخوردار است، ولی روش شاخه و کران کارایی خود را از دست می‌دهد و عملکرد بهتری از شمارش کامل نخواهد داشت. به دلایل فوق، اخیراً تمرکز بیشتری بر روش‌های ابتکاری [۴] یا فرا ابتکاری [۵] یا جستجوی تصادفی [۶] صورت گرفته است. روش‌های جستجوی ابتکاری، روش‌هایی هستند که می‌توانند جوابی خوب (نزدیک به بهینه) در زمانی محدود برای یک مسأله ارائه کنند. روش‌های جستجوی ابتکاری عمدتاً بر مبنای روش‌های شمارشی می‌باشند، با این تفاوت که از اطلاعات اضافی برای هدایت جستجو استفاده می‌کنند. این روش‌ها از نظر حوزه کاربرد، کاملاً عمومی هستند و می‌توانند مسائل خیلی پیچیده را حل کنند. عمده این روش‌ها، تصادفی بوده و از طبیعت الهام گرفته شده‌اند.

۳.۴ الگوریتم های ابتکاری

برای روش‌های ابتکاری نمی‌توان تعریفی جامع ارائه کرد. با وجود این، در اینجا کوشش می‌شود تعریفی تا حد امکان مناسب برای آن عنوان شود:

[۴] Heuristic
[۵] Metaheuristic
[۶] Random Method

روش جستجوی ابتکاری، روشی است که می‌تواند جوابی خوب (نزدیک به بهینه) در زمانی محدود برای یک مسأله ارائه کند. هیچ تضمینی برای بهینه بودن جواب وجود ندارد و متأسفانه نمی‌توان میزان نزدیکی جواب به دست آمده به جواب بهینه را تعیین کرد. در اینجا مفاهیم برخی از روش‌های اصلی ابتکاری بدون وارد شدن به جزییات معرفی می‌شود.

۱- آزادسازی

آزادسازی [۷]، یکی از روش‌های ابتکاری در بهینه‌سازی است. در این روش، ابتدا مسأله به شکل یک مسأله برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح (LIP) [۸] مختلط (MIP) [۹] (و گاهی اوقات کمی غیر خطی)، فرموله می‌شود. سپس با برداشتن محدودیت‌های عدد صحیح بودن، یک مسأله آزاد شده به دست آمده و حل می‌شود. یک جواب خوب (و نه لزوماً بهینه) برای مسأله اصلی می‌تواند از روند حل کردن جواب مسأله آزاد شده (برای رسیدن به یک جواب موجه نزدیک به جواب مسأله آزاد شده)، به دست آید؛ اگر چه روند حل کردن جواب برای رسیدن به یک جواب لزوماً کار آسانی نیست، اما در مورد بسیاری از مدل‌های معمول، به آسانی قابل انجام است.

۲- تجزیه

بسیاری اوقات آنچه که حل یک مسأله را از روش‌های قطعی بسیار مشکل می‌کند، این است که بیش از یک مورد تصمیم‌گیری وجود دارد، مانند موقعیت ماشین‌آلات و تخصیص کار، تخصیص بار به وسائل نقلیه و مسیریابی. هر یک از این موارد تصمیم‌گیری ممکن است به تنهایی پیچیده نباشند، اما در نظر گرفتن همه آنها در یک مدل به طور همزمان، چندان آسان نیست. روش ابتکاری تجزیه [۱۰] می‌تواند در چنین مسائلی مفید واقع شود. در این روش، جواب به دو یا چند بخش (که فرض می‌شود از هم مستقل هستند) تجزیه شده و هر یک جداگانه حل می‌شوند؛ سپس یک روش برای هماهنگ کردن و ترکیب این جواب‌های جزیی و به دست آوردن یک جواب خوب ابتکاری، به کار گرفته می‌شود.

۱-۲- تکرار

یکی از روش‌های تجزیه، تکرار [۱۱] است. در این روش، مسأله به زیرمسأله‌های جداگانه‌ای تبدیل می‌شود و در هر زمان یکی

[۷] Relaxation
[۸] Linear Integar Programming (LIP)
[۹] Mixed Integer Programming (MIP)
[۱۰] Decomposition
[۱۱] Iteration

از زیرمسأله‌ها با ثابت در نظر گرفتن متغیرهای تصمیم موجود در سایر زیرمسأله‌ها در بهترین مقدار شناخته شده‌شان، بهینه می‌شود؛ سپس یکی دیگر از زیرمسأله‌ها در نظر گرفته می‌شود و این عمل به طور متناوب تا رسیدن به یک جواب رضایت‌بخش، ادامه می‌یابد.

۲-۲- روش تولید ستون [۱۲]

این نیز یکی از روش‌های تجزیه است که عموماً برای مسائلی که دارای عناصر زیادی هستند (مانند مسأله کاهش ضایعات برش با تعداد الگوهای زیاد) کاربرد دارد. در این روش، حل مسأله به دو قسمت تقسیم می‌شود:

۱) یافتن ستون‌ها (یا عناصر) جواب (مثلاً در مسأله کاهش ضایعات برش و یافتن الگوهای برش).

۲) یافتن ترکیب بهینه این عناصر، با توجه به محدودیت‌ها (در مسأله کاهش ضایعات برش و یافتن ترکیب مناسب الگوها).

۳- جستجوی سازنده [۱۳]

در این روش، با شروع از یک جواب تهی، تصمیم‌ها مرحله به مرحله گرفته می‌شود تا یک جواب کامل به دست آید. هر تصمیم، یک تصمیم آزمند است؛ یعنی قصد دارد با استفاده از اطلاعات به دست آمده از آنچه که تا کنون انجام شده است، بهترین تصمیم را بگیرد.

آنچه که یک الگوریتم سازنده و یک الگوریتم آزمند را از هم متمایز می‌کند، نحوه ساختن جواب‌ها می‌باشد. یک الگوریتم سازنده، جواب را به هر طریق ممکن تولید می‌کند، اما در یک الگوریتم آزمند، جواب مرحله به مرحله و با توجه به یافته‌ها، ساخته می‌شود (در هر مرحله، بخشی از جواب ساخته می‌شود). جستجوی سازنده در مسائلی مانند زمانبندی ماشین و بودجه‌بندی سرمایه کاربرد داشته است. در اینجا مثال مسیریابی کامیون مطرح می‌شود. در این مسأله کالا باید به نقاط مشخصی (هر یک با میزان مشخصی از تقاضا برای کالا) حمل شود؛ مسأله، سازماندهی این نقاط در مسیرهای مشخص با توجه به محدودیت ظرفیت کامیون است.

۴- جستجوی بهبود یافته [۱۴]

بر خلاف روش جستجوی سازنده، این روش با جواب‌های کامل کار می‌کند. جستجو با یک یا چند جواب (مجموعه‌ای از مقادیر متغیرهای تصمیم) شروع می‌شود و در هر مرحله، حرکت‌ها یا تغییرات مشخصی در مجموعه فعلی در نظر گرفته می‌شود و حرکت‌هایی

[۱۲] Column Generation
[۱۳] Constructive Search
[۱۴] Improving Search

که بیشترین بهبود را ایجاد می‌کنند، انجام می‌شود و عمل جستجو ادامه می‌یابد. یک مسأله در طراحی این روش، انتخاب جواب اولیه است. گاهی اوقات جواب اولیه یک جواب تصادفی است و گاهی نیز برای ساختن یک جواب اولیه، از روش‌هایی نظیر جستجوی سازنده استفاده می‌شود. مسأله دیگر، تعیین حرکت‌ها یا به عبارتی، تعریف همسایگی (مجموعه جواب‌هایی که با یک حرکت از جواب فعلی قابل دسترسی هستند) در مسأله است.

۴-۱- روش جستجوی همسایه [۱۵]

استفاده از الگوریتم مبتنی بر تکرار مستلزم وجود یک سازوکار تولید جواب است. سازوکار تولید جواب، برای هر جواب i یک همسایه به وجود می‌آورد که می‌توان از i به آن منتقل شد. الگوریتم‌های تکراری به عنوان جستجوی همسایه یا جستجوی محلی نیز شناخته می‌شوند. الگوریتم بدین صورت بیان می‌شود که از یک نقطه (جواب) شروع می‌شود و در هر تکرار، از نقطه جاری به یک نقطه همسایه جابه‌جایی صورت می‌گیرد. اگر جواب همسایه مقدار کمتری داشته باشد، جایگزین جواب جاری (در مسأله حداقل‌سازی) می‌شود و در غیر این صورت، نقطه همسایه دیگری انتخاب می‌شود. هنگامی که مقدار جواب از جواب تمام نقاط همسایه آن کمتر باشد، الگوریتم پایان می‌یابد. حل مساله مکانیابی هاب به کمک روش جستجوی همسایه علاوه بر مطالبی که در فصل دوم بیان شد می توان به مرجع [۳] اشاره کرد. اشکالات الگوریتم فوق بدین شرح است:

۱- ممکن است الگوریتم در یک بهینه محلی متوقف شود، اما مشخص نباشد که آیا جواب به دست آمده یک جواب بهینه محلی است یا یک جواب بهینه سراسری است.

۲- بهینه محلی به دست آمده به جواب اولیه وابسته است و در مورد چگونگی انتخاب جواب اولیه هیچ راه حلی در دسترسی نیست.

۳- به طور معمول نمی‌توان یک حد بالا برای زمان اجرا تعیین کرد.

البته الگوریتم‌های مبتنی بر تکرار مزایایی نیز دارند؛ از جمله اینکه یافتن جواب اولیه، تعیین مقدار تابع و سازوکار تولید جواب همسایه به طور معمول ساده است. با وجود آنکه تعیین حد بالای زمان اجرا امکان‌پذیر نیست، ولی با اطمینان می‌توان گفت که یک تکرار از الگوریتم در زمان مشخص قابل اجراست.

[۱۵] Neighbourhood Search

عموما مسائل مکانیابی هاب به سختی قابل حل هستند بطوریکه بهترین مدل های موجود نیز با بیش از ۵۰ گره، قابل حل نمی باشند. مگراینکه تعداد هاب ها محدود شده باشد. این امر منجر به تولید روش های ابتکاری برای حل گونه های متفاوت مسائل هاب شد.

تعداد بسیاری از روش های ابتکاری موجود در زمینه هاب، به مکانیابی p – هاب میانه با تخصیص منفرد پرداخته اند. برای مثال کلین سوییز در (۱۹۹۱) [۴۰] روشی ابتکاری بر مبنای جستجوی همسایگی موضعی و دسته بندی گره ها [۱۶] و نیز در سال (۱۹۹۲) با استفاده از روش جستجوی ممنوع و روش $GRASP$ کار جدیدی ارائه داد[۴۱] .

البته الگوریتم دیگری نیز بر مبنای جستجوی ممنوع با عملکرد بهتری در (۱۹۹۴) برای مساله هاب میانه ارائه شد[۵۴] .آبدینور–هلم [۱۷] نیز در (۱۹۹۹و۱۹۹۸) برای بدست آوردن جوابهای مناسب در مسئله مکانیابی هاب بدون ظرفیت با تخصیص منفرد، ترکیبی ابتکاری از روش جستجوی ممنوع و الگوریتم ژنتیک را بکار برد که درباره الگوریتم ژنتیک در بخش بعد به مطالبی اشاره خواهیم کرد [۱]، [۲] .

۴.۴ روش‌های فرا ابتکاری برگرفته از طبیعت

در سال‌های اخیر یکی از مهمترین و امیدبخش‌ترین تحقیقات، «روش‌های ابتکاری برگرفته از طبیعت» [۱۸]بوده است؛ این روش‌ها شباهت‌هایی با سیستم‌های اجتماعی و یا طبیعی دارند. کاربرد آنها برگرفته از روش‌های ابتکاری پیوسته می‌باشد که در حل مسائل مشکل ترکیبی NP– سخت نتایج بسیار خوبی داشته است.

در ابتدا با تعریفی از طبیعت و طبیعی بودن روش‌ها شروع می‌کنیم؛ روش‌ها برگرفته از فیزیک، زیست‌شناسی و جامعه‌شناسی هستند و به شکل زیر تشکیل شده‌اند:

- استفاده از تعداد مشخصی از سعی‌ها و کوشش‌های تکراری
- استفاده از یک یا چند عامل (نرون، خرده‌ریز، کروموزوم، مورچه و غیره)
- عملیات (در حالت چند عاملی) با یک سازوکار همکاری ـ رقابت

[۱۶] chustering of nodes
[۱۷] Abdinnour-Helm
[۱۸] Metaheuristic

– ایجاد روش‌های خود تغییری و خود تبدیلی

طبیعت دارای دو تدبیر بزرگ می‌باشد:

۱– انتخاب پاداش برای خصوصیات فردی قوی و جزا برای فرد ضعیف‌تر؛

۲– جهش که معرفی اعضای تصادفی و امکان تولد فرد جدید را میسر می‌سازد.

به طور کلی دو وضعیت وجود دارد که در روش‌های ابتکاری برگرفته از طبیعت دیده می‌شود، یکی انتخاب و دیگری جهش. انتخاب ایده‌ای مبنا برای بهینه‌سازی و جهش ایده‌ای مبنا برای جستجوی پیوسته می‌باشد.

از خصوصیات روش‌های ابتکاری برگرفته از طبیعت، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱– پدیده‌ای حقیقی در طبیعت را مدل‌سازی می‌کنند.

۲– بدون قطع می‌باشند.

۳– اغلب بدون شرط ترکیبی همانند (عامل‌های متعدد) را معرفی می‌نمایند.

۴– تطبیق‌پذیر هستند.

خصوصیات بالا باعث رفتاری معقول در جهت تأمین هوشمندی می‌شود. تعریف هوشمندی نیز عبارت است از قدرت حل مسائل مشکل؛ بنابراین هوشمندی به حل مناسب مسائل بهینه‌سازی ترکیبی منجر می‌شود.

انواع روش‌های فرا ابتکاری برگرفته از طبیعت

۱ – الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک یا GA روش یادگیری بر پایه تکامل بیولوژیک است. در واقع یک تکنیک برنامه‌نویسی است که از تکامل ژنتیکی به عنوان یک الگوی حل مسئله استفاده می‌کند. این روش در سال ۱۹۷۰ توسط جان هلند [۱۹] معرفی گردید، و با نام الگوریتم های تکاملی [۲۰] نیز خوانده می شود. یک GA برای حل یک مسئله مجموعه بسیار بزرگی از جوابهای ممکن را تولید میکند. هر یک از این جوابها با استفاده از یک '' تابع تناسب ''مورد ارزیابی قرار میگیرد. آنگاه تعدادی از بهترین جوابها باعث تولید جوابهای جدیدی میشوند. که اینکار باعث تکامل جوابها میگردد. بدین ترتیب فضای جستجو در جهتی تکامل پیدا میکند که به جواب مطلوب

[۱۹] John Holland
[۲۰] Evolutionary Algorithms

برسد و در صورت انتخاب صحیح پارامترها، این روش میتواند بسیار موثر عمل نماید. الگوریتم ژنتیک جوابهای جدید را با تغییر و ترکیب متوالی اجزای بهترین جوابهای موجود، بدست میاورد. در هرمرحله مجموعه ای از فرضیه ها (کرو که جمعیت [۲۱] نامیده میشوند از طریق جایگزینی بخشی از جمعیت فعلی با فرزندانی که از بهترین فرضیه های موجود حاصل شده اند، بدست می آید. الگوریتم های ژنتیک در مسائلی که فضای جستجوی بزرگی داشته باشند میتواند بکار گرفته شود. الگوریتم های ژنتیک موارد کاربرد بسیار زیاد ی دارد از جمله بهینه سازی، برنامه ریزی خودکار [۲۲] ، علم اقتصاد [۲۳] ،، بوم شناسی [۲۴] سیستم های همگانی [۲۵] و بسیاری موارد دیگر.

روش متداول پیاده سازی الگوریتم ژنتیک بدین ترتیب است که:

مجموعه ای از فرضیه ها که جمعیت نامیده میشود تولید و بطور متناوب با فرضیه های جدیدی جایگزین میگردد. در هر بار تکرارتمامی فرضیه ها با استفاده از یک تابع تناسب [۲۶] مورد ارزیابی قرار داده میشوند. آنگاه تعدادی از بهترین فرضیه ها با استفاده از یک تابع احتمال انتخاب شده و جمعیت جدید را تشکیل میدهند. تاب تناسب معیاری برای رتبه بندی فرضیه هاست که کمک میکند تا فرضیه های برتر برای نسل بعدی جمعیت انتخاب شوند. نحوه انتخاب این تابع بسته به کاربر مورد نظر دارد. روش جستجوی GA با روشهای دیگر مثل شبکه های عصبی تفاوت دارد. در شبکه عصبی روش کاهش گرادیان [۲۷] بصورت هموار از فرضیه ای به فرضیه مشابه دیگری حرکت میکند در حالیکه GA ممکن است بصورت ناگهانی فرضیه والد را با فرزندی جایگزین نماید که تفاوت اساسی با والد آن داشته باشد. از اینرو احتمال گیر افتادن GA در مینیمم محلی کاهش می یابد. با این وجود GA با مشکل دیگری روبروست که ازدحام [۲۸]نامیده میشود.

ازدحام

پدیده ای است که در آن عضوی که سازگاری بسیاربیشتری از بقیه افراد جمعیت دارد بطور مرتب تولید نسل کرده و با تولید

[۲۱] population
[۲۲] automatic programming
[۲۳]economic
[۲۴]ecology
[۲۵]social systems
[۲۶] Fitness
[۲۷]Gradient descent
[۲۸]Crowding

اعضای مشابه درصد عمده ای از جمعیت را اشغال می کند. اینکار باعث کاهش پراکندگی جمعیت شده و سرعت GA را کم میکند.

راه حل رفع مشکل ازدحام :

استفاده از رتبه بندی [۲۹] برای انتخاب نمونه ها: با اختصاص رتبه به فرضیه ای که بسیار بهتر از بقیه عمل میکند مقدار این برتری نشان داده نخواهد شد.

اشتراک در تابع تناسب: مقدار تابع تناسب یک عضو در صورتیکه اعضای مشابهی در جمعیت وجود داشته باشند کاهش می یابد.

۵.۴ تجمع

با توجه به کاربرد چشمگیر مسائل حمل ونقل در دهه های اخیر، مدل های مکانیابی هاب بسیار مورد توجه و مطالعه قرار گرفته اند. از آنجا که مسائل مکانیابی هاب از دسته مسائل NP- کامل می باشند و برای بیش از ۲۰۰ گره به سختی قابل حل هستند لذا از روشی به نام تجمع برای کوچک کردن فضای مساله می توان استفاده کرد، که به اختصار بیان می کنیم.

تجمع، معرفی چندین نقطه توسط یک نماد یا یک نقطه است. نقاط تجمع یافته از p، یعنی یافتن نگاشت دوسویی $g : p \to p'$، که $p' = \{p'_1, ..., p'_n\}$ یک مجموعه چندگانه از مکان های پیشنهادی به عنوان نقاط تقاضای تجمع یافته است (یعنی p'_i ها لزوما متمایز نیستند). فرض کنیم که $Q = \{q_1, q_2, ..., q_l\}$ مجموعه ای از نقاط تقاضای مجزا باشند بطوریکه $| Q | \ll | P |$. (با توجه به این که Q به ازای هر p' منحصر به فرد است) . طبق [۲۹] سه حکم زیر باید در نظر گرفته شود:

تعداد نقاط تقاضای تجمع یافته مجزا (یعنی تعیین کمیت Q)

مکان های نقاط تقاضای تجمع یافته (یعنی یافتن Q)

قانون جایگزینی(یعنی یافتن تابع دوسویی g)

با توجه به اینکه آزادی عمل زیادی در سه حکم بالا وجود دارد، تدابیر تجمعی زیادی قابل استفاده است. بعداز تصمیم گیری درباره تدبیر تجمعی، تجمع انجام می شود و p' و Q را بدست می آوریم. نقاط p رامحیط آغازین و نقاط p' و Q را محیط تجمع یافته می نامیم.

اگر یک مساله مکانیابی (برای مثال مساله مکانیابی k- مرکز) در محیط آغازین به سختی حل شود ما نقاط p را تجمع داده، سپس مساله مکانیابی مشابه را در محیط تجمع یافته حل می کنیم.س از یافتن جواب در محیط تجمع یافته ما آن جواب را به

[۲۹] ranking

محیط آغازین منتقل می کنیم(به وسیله تابع دوسویی g). واضح است که جواب بهینه محیط تجمع یافته لزوما جواب بهینه محیط آغازین نمی باشد. فرض کنیم H مجموعه ی همه مکان های ممکن برای هاب باشد .از آنجا که در مورد مساله مکانیابی هاب $p \subseteq p'$ لذا $p \subseteq Q$. برای مساله مکانیابی هاب $k-$ مرکز با تخصیص منفرد وبدون محدودیت در ظرفیت$(USAkHCP)$ (برای اطلاعات بیشتر در زمینه $(USAkHCP)$ به [۲۱]مراجعه شود) [۳۰] دو نمونه مساله در محیط تجمع یافته می توان بیان کرد: $USAkHCP(Agg-P)$ و$USAkHCP(Agg-Q)$. نمونه اول روی گره هایی از Q حل می شود و از آنجا که هر گره در p می تواند یک هاب باشد لذا $H \subseteq P$ اما ممکن است $H \nsubseteq Q$.

$$USAkHCP(Agg-P) \quad : \tag{۴.۴}$$

$$min \quad \omega \tag{۵.۴}$$

$$s.t: \quad \sum_{j\in p} y_{ij} = ۱ \quad \forall i \in Q \tag{۶.۴}$$

$$y_{ij} \leq y_{ij} \quad \forall i \in Q,\ \forall j \in p \tag{۷.۴}$$

$$\sum_{j\in p} y_{jj} = k \tag{۸.۴}$$

$$r_j \neq d_{ij} y_{ij} \quad \forall i \in Q,\ \forall j \in p \tag{۹.۴}$$

$$\Omega \neq r_j + r_l + \alpha d_{jl} \quad \forall j \in p \tag{۱۰.۴}$$

$$y_{ij} \in \{۰,۱\} \quad \forall i \in Q,\ \forall j \in p \tag{۱۱.۴}$$

در مدل دوم $USAkHCP(Agg-Q)$ ، باید $H \subseteq Q$ لذا فقط نقاط Q برای مکان یابی هاب ها در نظر گرفته شده اند. با توجه به مطالب بیان شده فرمول$USAkHCP(Agg-Q)$ شبیه به فرمول $USAkHCP(Agg-P)$ است با این تفاوت که در همه قید ها به جای p باید Qرا قرار داد.

برای اطلاعات بیشتر درباره این روش می توان به مراجع [۳۰]، [۲۸]،[۲۹] و [۲۰] مراجعه کرد.

[۳۰] uncapacitated single allocation k-hub center problem

فصل ۵

مدل های جدید از مساله مکانیابی هاب در شبکه

۱.۵ مساله مکانیابی هاب در شبکه درخت–ستاره

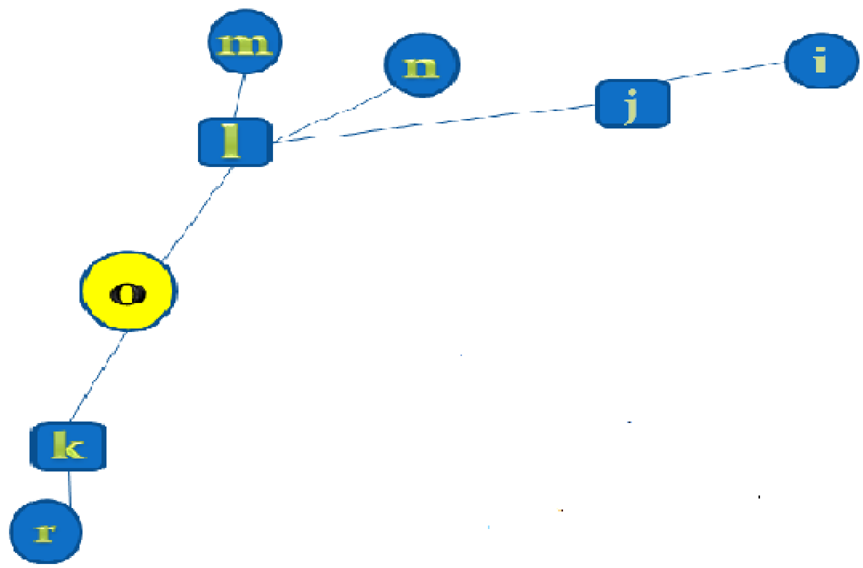
از آنجا که در جهان واقعی هموار امکان دسترسی مستقیم بین دو مسیر وجود ندارد و یا هزینه ارتباط مستقیم بین دو مکان آنقدر بالا است که با منطق اقتصادی مغایرت دارد، ما به بیان مفهوم جدیدی به نام زیر هاب پرداختیم به این معنی که اگر هاب را گره ای تعریف کنیم که به خودش تخصیص داده می شود و میتواند به گره های دیگری سرویس دهد، میتوان زیر ها ب را گره ای معرفی کرد که به گره دیگری تخصیص داده می شود اما میتواند به گره های دیگر سرویس ارائه دهد. به این ترتیب در یک شبکه هاب سه نوع گره داریم :

الف) گره نهایی که به گره دیگری (در حالت تخصیص چندگانه به گره های دیگری)تخصیص داده میشوند و خود نقش تسهیل کننده انتقال ندارند. برای مثال گره های i و m درشکل [۱.۵] را ببینید.

ب) گره های ها ب که به گره دیگری تخصیص داده نمی شوند و در اصطلاح به خود اختصاص یافته اند و نقش تسهیل کننده دارند و می توانند به گره های دیگر سرویس دهند. برای مثال گره های k و l درشکل [۱.۵] را ببینید.

ج) گره های زیر هاب که به گره دیگری (در حالت تخصیص چندگانه به گره های دیگری)تخصیص داده میشوند اما نقش تسهیل کننده دارند، یعنی می توانند به گره های دیگر سرویس دهند یا گره های نهایی می توانند به آنها اختصاص یابند. در واقع هاب محسوب می شوند با این تفاوت که به هاب دیگری تخصیص داده می شوند و گره نهایی هستند با این تفاوت که به گره های نهایی دیگری سرویس می دهند. برای مثال گره j درشکل [۱.۵] را ببینید. لذا آنگاه که می گوییم هاب j زیر هابی برای هاب l است یعنی در گره

j یک هاب مستقر شده که از هاب l سرویس میگیرد.



شکل ۵.۱: مثالی از انواع گره ها در شبکه درخت

حال به کمک تعاریف مذکر می خواهیم مساله مکانیابی هاب با تخصیص منفرد را در شبکه ای شامل یک گره مرکزی با شرایط زیر حل کنیم به گونه ای که شبکه حاصل شبکه ای درخت –ستاره شود. این مساله را مکانیابی هاب در شبکه درخت–ستاره [۱] می نامیم.

تذکر: نماد های بکار رفته در این فصل در صورتی که در فصلهای قبل معرفی شده باشند همان معنی را دارند در غیر اینصورت مفهوم آنها را بیان خواهیم کرد.

<u>تعریف مساله</u>

هدف مساله مکانیابی هاب در شبکه درخت –ستاره کمینه کردن مجموع هزینه های استقرار هابها، تخصیص گرههای نهایی به هابها و مسیریابی و حمل و نقل کالا بین هابها و نقطه مرکزی میباشد.

برای بیان مساله مکانیابی هاب در شبکه درخت –ستاره به تعاریف زیر نیازمندیم:

۱) K'' مجموعه چهار مولفه ای هایی که مولفه هایشان دو به دو متمایزند و از عناصر I می باشند

[۱] Hub Location Problem in a Tree-Star Network

$$K'' = \{(r,j,i,m) \mid r \in I\ ,\ J \in I \setminus \{r\}, i \in I \setminus \{r,j\}, m \in I \setminus \{r,j,i\}\}$$

۲) هزینه ارسال کالا بین دو هاب i و j (بطور مستقیم) متصل به هم را با D_{ij} نمایش می دهیم.

۳) متغیر X_{ij} ارزش یک دارد تنها زمانی که گره i به هاب j اختصاص داده شده باشد. و متغیر Xjj ارزش یک دارد زمانی که هاب باشد و به گره دیگری اختصاص داده نشده باشد (به عبارن دیگر گره زیر هاب و گره نهایی نباشد)

.

۴) متغیر Y_{jj} ارزش یک دارد آنگاه که در گره j یک هاب و یا زیر هاب مستقر شده باشد.

۵) متغیر $u_{\{i,m\}}^{\{r,j\}}$ ارزش یک دارد هرگاه یکی از گره های i و m به هاب j و دیگری به هاب r تخصیص داده شده باشند و یکی از دو گره r و j به دیگری متصل شده باشد و در غیر اینصورت صفر است. در واقع این متغیر معرف مسیر $(\ i \to j \to r \to m\ )$ است آنگاه که گره نهایی i به هاب j و گره نهایی m به هاب r و یکی از دو هاب r و j به دیگری اختصاص داده شده باشند. برای مثال هاب j زیر هابی برای هاب r باشد (متذکر میشویم که این مسیر از گره مرکزی نمی گذرد) .
برای محاسبه متغیر $u_{\{i,m\}}^{\{r,j\}}$،متغیر $Z_{(r,j,i,m)}$ را بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$Z_{(r,j,i,m)}\ =\ Min\{u_{\{i,m\}}^{j}\ ,\ u_{\{i,m\}}^{r}\}$$

۶) متغیر W_{rj} بیانگر وجود اتصال مستقیم بین دو گره r و j است. به عبارت دیگر ارزش یک دارد آنگاه که یکی از دو گره r و j به دیگری اختصاص داده شده باشد. لذا داریم:

$$W_{rj}\ =\ Max\ \{\ X_{rj}, X_{jr}\ \}$$

با استفاه از تعاریف مطرح شده در فصلهای قبل و تعاریف بالا مساله مکانیابی هاب در شبکه درخت–ستاره بصورت زیر بیان می شود:

$$
\begin{aligned}
min \quad : \quad & \sum_{j\in I} F_j\, Y_j + \sum_{i\in I} \sum_{j\in I\setminus\{i\}} c_{ij}\, X_{ij} && (۱.۵)\\
& + \sum_{(r,j)\in k} B_j \sum_{\{i,m\}\in K'} T_{i,m}\, u^{j}_{\{i,m\}}\, (۱ - u^{\{r,j\}}_{\{i,m\}}) \\
& + \sum_{(r,j)\in k} D_{rj} \sum_{\{i,m\}\in K'} T_{\{i,m\}}\, u^{\{r,j\}}_{\{i,m\}} \\
s.t. \quad & \sum_{j\in I} X_{ij} = ۱ && (۲.۵)\\
& X_{ij} \geq Y_j \;\; \forall j \in I && (۳.۵)\\
& u^{j}_{\{i,m\}} \geq X_{ij} - X_{mj} \;\; \{i,m\} \in K' \quad j \in I && (۴.۵)\\
& u^{j}_{\{i,m\}} \geq X_{mj} - X_{ij} \;\; \{i,m\} \in K' \quad j \in I && (۵.۵)\\
& u^{\{r,j\}}_{\{i,m\}} \geq W_{mj} \quad \forall (r,j,i,m) \in K'' && (۶.۵)\\
& u^{\{r,j\}}_{\{i,m\}} \geq Z_{(r,j,i,m)} \quad \forall (r,j,i,m) \in K'' && (۷.۵)\\
& W_{rj} \geq X_{rj} \quad \forall r,j \in I : r \neq j && (۸.۵)\\
& W_{rj} \geq X_{jr} \quad \forall r,j \in I : r \neq j && (۹.۵)\\
& Z_{(r,j,i,m)} \geq u^{j}_{\{i,m\}} \quad \forall (r,j,i,m) \in K'' && (۱۰.۵)\\
& Z_{(r,j,i,m)} \geq u^{r}_{\{i,m\}} \quad \forall (r,j,i,m) \in K'' && (۱۱.۵)\\
& X_{ij}, Y_{ij}, W_{rj} \in \{۰,۱\} \quad \forall i,j \in I && (۱۲.۵)\\
& Z_{(r,j,i,m)} \in \{۰,۱\} \;\; \forall (r,j,i,m) \in K'' && (۱۳.۵)\\
& u^{\{r,j\}}_{\{i,m\}} \in \{۰,۱\} \;\; \forall (r,j,i,m) \in K'' && (۱۴.۵)
\end{aligned}
$$

تابع هدف (۱.۵) مجموع هزینه های استقرار هاب ها و زیر هاب ها، بعلاوه مجموع هزینه های ارسال کالا در سطح شبکه را محاسبه می کند. قید (۲.۵) تخصیص منفرد بودن را ایجاب می کند. قید (۳.۵) نشان می دهد در صورتی گره i به گره j تخصیص داده

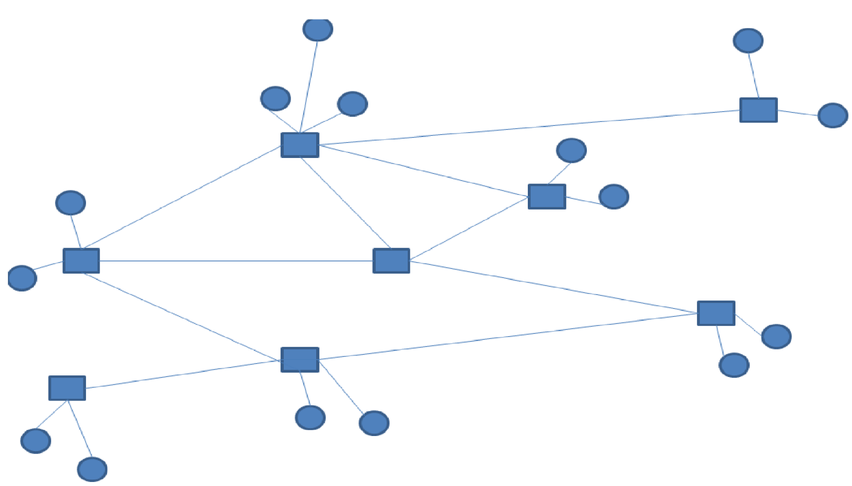
می شود که در گره j یک هاب مستقر باشد. قیدهای (۴.۵) و (۵.۵) مشابه قید های (۷.۳) و (۸.۳) در فصل سوم است. سایر قید ها برای محاسبه متغیر $u_{\{i,m\}}^{\{r,j\}}$ می باشد.

۲.۵ مساله مکانیابی هاب در شبکه ی خوشه ای

در این بخش ابتدا به بیان یک مساله مکانیابی پرداخته و سپس به کمک مکانیابی هاب مدلی برای حل آن ارائه می دهیم.

با این فرض که $I; \ \mid I \mid = n \ , \ n \geq ۳$ مجموعه ای از گره ها باشد که هرگره نیازمند ارسال کالا به گره های دیگر است. می خواهیم این گره ها را به دسته هایی افراز کنیم که گره ها و اتصالات بین شان در هر دسته تشکیل یک درخت پوشا داده و دسته های متمایز توسط ریشه هایشان به یکدیگر متصل شده باشند با این شرط که هزینه ارسال کالا در هر دسته کمینه شود و هر دو گره در هر دو دسته ی متمایز قادر به ارسال کالا به یکدیگر باشند.

برای حل این مساله از مکانیابی هاب استفاده می کنیم به این ترتیب که هر دسته را مجموعه ای شامل یک هاب و نقاط نهایی تخصیص یافته به آن فرض می کنیم و به آنرا یک خوشه می نامیم و در هر خوشه، ریشه درخت تولید شده (گره ها و اتصالات بین شان در هر دسته تشکیل یک درخت می دهد) را هاب در نظر می گیریم به این ترتیب مساله مورد نظر به صورت یک مساله مکانیابی $p-$ هاب قابل حل است. (شکل [۲.۵])



شکل ۲.۵: نمایی از شبکه تولید شده در مساله مکانیابی هاب در شبکه خوشه ای

همان طور که در بخش دوم گفته شد وانر در سال (۲۰۰۷) [۶۲]، در مورد تخصیص منفرد، یک عامل کاهشی α رابکار گرفت که مختص جریان های مابین هاب ها بود. با این فرض هزینه اصلی شبکه، هزینه ناشی از جریان های مابین هاب ها و گره های نهایی خواهد بود.

برای ارائه مدل مناسب برای این مساله باید نکات زیر را مد نظر داشت:

۱) تعداد خوشه ها (در این مساله تعداد خوشه ها را معین و برابر r در نظر می گیریم)

۲)تعداد گره های هر خوشه (در این مساله محدودیتی برای این موضوع قائل نمی شویم)

۳)متغیر x'_{il} را معرف حضور گره i در خوشه l در نظر می گیریم.

۴) متغیر u_{lm} را معرف اتصال دو خوشه ی l و m در نظر می گیریم.

۵)متغیر x_{ij} را معرف تخصیص گره i به هاب j در نظر می گیریم.

۶)متغیر C_{ij} را معرف هزینه ارسال کالا از گره i به گره j در نظر می گیریم.

۷) K مجموعه چهار مولفه ای هایی که مولفه هایشان دو به دو متمایزند و از عناصر I می باشند

$$K = \{(i, j, m, n) \mid i \in I\ ,\ J \in I \setminus \{r\}, m \in I, n \in I \setminus \{m\}\}$$

هر گاه تنها هزینه درون خوشه ای برای ما دارای اهمیت باشد، مساله بصورت زیر مدل می شود:

$$Min \qquad \sum_{i\in I} \sum_{j\in I;\ j\neq i} \sum_{l=1}^{r} C_{ij} x'_{il} x'_{jl} \tag{۱۵.۵}$$

$$s.t \qquad \sum_{l=1}^{r} x_{il} = 1 \qquad \forall i = 1, ..., n \tag{۱۶.۵}$$

$$\sum_{i\in I} x'_{il} \geq 1 \qquad \forall l = 1, ..., r \tag{۱۷.۵}$$

$$\sum_{l=1}^{r-1} \sum_{m=l+1}^{r} u_{lm} \geq r - 1 \tag{۱۸.۵}$$

$$x'_{il}, u_{lm} \in \{0, 1\} \qquad \forall \{l,\ m\} \in R; i \in I \tag{۱۹.۵}$$

تابع هدف (۱۴.۵) مجموع هزینه های درون خوشه ای را محاسبه می کند. قید (۱۵.۵) هر گره از I تنها متعلق به یک خوشه می باشد. قید(۱۶.۵) ایجاب می کند که در هر خوشه حداقل یک گره وجود داشته باشد. قید (۱۷.۵) بین هر دو گره حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، بدین ترتیب که اگر بین هر دو خوشه حداقل یک مسیر باشد لذا بین هر دو گره یک مسیر خواهد بود و از آنجا که برای تضمین این امر باید گراف حاصل از اتصالات خوشه حداقل یک درخت باشد، قید مذکور این امر را تضمین می کند.

در صورتی که هزینه ی بین هاب ها هم باید محاسبه شود متغیر D_{mn} را معرف هزینه ارسال کالا از هاب m به هاب n و برعکس در نظر می گیریم و در صورتی که یکی از دو گره m و n هاب نباشد مقدار D_{mn} را صفر در نظر می گیریم.

برای سادگی در نمایش مجموعه خوشه ها از نماد R استفاده می کنیم به این ترتیب که

$$R = \{ \ \{m, n\} \ | \ ۱ \leq m, n \leq r \ \}.$$

و نیز متغیر $z_{(i,j,m,n)}$ را بصورت زیر بیان می کنیم:

$z_{(i,j,m,n)} = ۱$ اگر وتنها اگر جریانی با گره مبدا i و گره مقصد j از دو هاب m و n بگذرد و در غیر اینصورت صفر. بعبارت دیگر متغیر $z_{(i,j,m,n)}$ معرف مسیری در یک گراف جهت دار است که راس ابتدایی آن i و راس انتهایی آن j باشد و از یال mn نیز بگذرد.

متغیر v_{im} را برابر یک فرض می کنیم هر گاه گره i در خوشه m قرار داشته باشد و در این خوشه نقش گره هاب را بازی کند (در واقع تمام گره های دیگر خوشه به آن تخصیص داده شده باشند و یا ریشه درخت حاصل از اتصالات گره های خوشه ی مذکور باشد.). در قسمت های قبل بیان کردیم که متغیر x_{kk} را یک تعریف کردیم هر گاه در گره k یک هاب مستقر شده باشد و متغیر x'_{il} را یک تعریف کردیم هرگاه گره i در خوشه l قرار داشته باشد،بنابراین داریم:

$$v_{im} \leq x'_{im} \quad \forall i \in I, \ ۱ \leq m \leq r$$

$$v_{im} \leq x_{ii} \quad \forall i \in I, \ ۱ \leq m \leq r$$

$$Min \quad \sum_{i\in I} \sum_{j\in I;\, j\neq i} \sum_{l=۱}^{r} C_{ij} x'_{il} x'_{jl} + \sum_{(i,j,m,n)\in K} z_{ijmn} D_{mn} \tag{۲۰.۵}$$

$$s.t \quad \sum_{l=۱}^{r} x_{il} = ۱ \qquad \forall\, i = ۱, ..., n \tag{۲۱.۵}$$

$$\sum_{i\in I} x'_{il} \geq ۱ \qquad \forall\, l = ۱, ..., r \tag{۲۲.۵}$$

$$\sum_{l=۱}^{r-۱} \sum_{m=l+۱}^{r} u_{lm} \geq r - ۱ \tag{۲۳.۵}$$

$$\sum_{i\in I} v_{im} = ۱ \qquad \forall\, ۱ \leq m \leq r \tag{۲۴.۵}$$

$$v_{im} \leq x'_{im} \quad \forall i \in I,\ ۱ \leq m \leq r \tag{۲۵.۵}$$

$$v_{im} \leq x_{ii} \quad \forall i \in I,\ ۱ \leq m \leq r \tag{۲۶.۵}$$

$$z_{ijmn} \leq x_{mm} \qquad \forall\, (i, j, m, n) \in K \tag{۲۷.۵}$$

$$z_{ijmn} \leq x_{nn} \qquad \forall\, (i, j, m, n) \in K \tag{۲۸.۵}$$

$$z_{ijmn},\ x_{kk} \in \{۰, ۱\} \qquad \forall\, k,\ i,\ j \in I; (i, j, m, n) \in K \tag{۲۹.۵}$$

$$x'_{il}, u_{lm} \in \{۰, ۱\} \quad \forall\, \{l,\ m\} \in R; i \in I \tag{۳۰.۵}$$

تابع هدف (۱۹.۵) مجموع هزینه هاب درون خوشه و برون خوشه ای را محاسبه می کند. قیود (۲۰.۵) تا (۲۲.۵) مشابه قیود (۱۵.۵) تا (۱۷.۵) عمل می کنند. قید (۲۳.۵) در هر خوشه حداقل یک گره وجود دارد که نقش هاب را ایفا می کند. سایر قیود به نحوی در محاسبه متغیر z_{ijmn} موثرند.

فصل ۶

تلفیق تحلیل پوششی داده ها و مساله مکانیابی هاب

۱.۶ مقدمه و تاریخچه

استفاده بهینه از منابع در دسترس بشر، همواره مطلوب او بوده و همواره بر این تصمیم بوده تا با ایجاد راه کارهای مناسب از منابع حداکثر استفاده را ببرد. محدودیت عواملی چون سرمایه، نیروی انسانی، انرژی، ... مدیران را به این فکر واداشت که روشی را برای استفاده ی بهینه از این عوامل پیدا کنند. در این راستا یکی از مسائل مهم، مساله ی اندازه گیری کارآیی [۱] است، که برای سیاستگذاران وصاحبنظران اقتصادی از اهمیت بالایی بر خورداراست.

روش های مختلفی برای اندازه گیری کارآیی واحدهای تصمیم گیرنده [۲] ارائه شد که می توان آنها را به دو دسته، روش های پارامتری و روش های غیر پارامتری [۳] تقسیم کرد.

فارل [۴] در سال (۱۹۵۷) برای نخستین بار روش های غیرپارامتری را مطرح کرد. او با استفاده از خروجی و ورودی های واحد های تصمیم گیرنده، تابع مرزی را چنان بر مجموعه ای از خروجی و ورودی ها برازش کرد که حاصل برازش یک تابع قطعه قطعه خطی به وجود آورد.

مقاله فارل (۱۹۵۷) اساس کار مقاله ی چارز-کوپر و رودز [۵] در سال (۱۹۷۸) [۱۶] شد. آنها تحلیل اولیه ی فارل را که در حالت تک خروجی -چند ورودی مطرح شده بود، به حالت چند ورودی -چند خروجی تعمیم دادند، به این ترتیب که با استفاده از یک

[۱] Efficiency
[۲] Decision Making Unites
[۳] Parametric And Non-Parametric Methods
[۴] farell
[۵] Charnes Cooper and Rhodes

مدل برنامه ریزی خطی، ورودی ها و خروجی های چندگانه را با تخصیص وزنهائی که از حل مدل بدست می آیند، به یک ورودی و یک خروجی تبدیل کرده و کار ارزیابی کارایی را انجام دادند. مدل ارائه شده توسط آنها به مدل CCR معروف است. آنها تحلیل پوششی داده ها را بصورت زیر تعریف کردند:

« تحلیل پوششی داده ها یک مدل برنامه ریزی ریاضی بکار گرفته شده برای مشاهداتی است که تابع تولید و یا مرز کارآیی حاصل از این مشاهدات را تخمین می زند. »

پس از آن بنکر- چارز و کوپر [۶] در (۱۹۸۴) ،[۷] با ارائه اصول اولیه، علاوه بر این که مدل CCR را بر اساس این اصول مجددا فرمول بندی کردند و مدل دیگری را نیز طراحی کردند که به مدل BCC معروف گردید. تفاوت این دو مدل در نوع بازده نسبت به مقیاس تولید آنها است. مدل CCR دارای بازده نسبت به مقیاس تولید ثابت و مدل BCC بازده نسبت به مقیاس تولید متغیر است. این دو مقاله پایه ی بسیاری از مطالعات تحلیل کارآیی شدند و این شاخه از علم تحقیق در عملیات تحت عنوان تحلیل پوششی داده ها [۷] به سرعت پیشرفت کرد.

مدلهای CCR و BCC مقدار کارائی برابر یک را برای واحدهای کارا و مخالف یک را برای ماحدهای ناکارا اختصاص می دهند. برای آشنایی با عملکرد تحلیل پوششی داده ها ابتدا تعاریف اولیه در این زمینه را بیان می کنیم.

۲.۶ تعاریف اولیه

تعریف ۱.۲.۶. ورودی

ورودی عاملی است که با افزایش آن، با حفظ تمام عوامل دیگر، کارآیی کاهش یافته و با کاهش آن با حفظ تمام عوامل دیگر کارآیی افزایش می یابد. در واقع رابطه معکوس بین ورودی ها و کارآیی وجود دارد. نقش ورودی ها در سیستم معمولا همانند نقش هزینه در فرآیند تولید است.

تعریف ۲.۲.۶. خروجی

خروجی عاملی است که با افزایش آن، با حفظ تمام عوامل دیگر، کارآیی افزایش یافته و با کاهش آن با حفظ تمام عوامل دیگر

[۶] Banker, Charnes and Cooper
[۷] Data Envelopment Analysis

کارآیی کاهش می یابد. در واقع رابطه مستقیم بین خروجی ها و کارآیی وجود دارد. نقش خروجی ها در سیستم معمولا همانند نقش سود در فرآیند تولید است. .

تعریف ۳.۲.۶. کارآیی

فرض کنید که یک واحد با ورودی x، خروجی y را تولید می کند. کارآیی این واحد به صورت نسبت خروجی واحد به ورودی واحد محاسبه می شود. این تعریف برای واحدی با یک ورودی و یک خروجی می باشد.

تعریف ۴.۲.۶. واحد تصمیم گیری

واحد تصمیم گیرنده DMU[۸] به واحدی گفته می شود که با دریافت ورودی $(x_۱, ..., x_m)$ خروجی $(y_۱, ..., y_s)$ را تولید کند.

تعریف ۵.۲.۶. تابع تولید

تابع تولید، تابعی است که برای هر ترکیب از ورودی ها، ماکزیمم خروجی را ارائه دهد.

تعریف ۶.۲.۶. مجموعه امکان تولید

این مجموعه را با T نشان داده و به صورت زیر تعریف می کنیم.

$$T = \{(x, y) \mid x, y \geq ۰ \quad \text{بااین شرط که } x \text{ بتواند } y \text{ را تولید کند}\}$$

تعریف ۷.۲.۶. کارایی ورودی محور

این مفهوم بدین معنی است که به چه میزان باید ورودی ها را با ثابت نگه داشتن میزان خروجی ها کاهش داد تا واحد به مرز کارآیی برسد [۳۵].

کارایی خروجی محور

این مفهوم بدین معنی است که به چه میزان باید خروجی ها را با ثابت نگه داشتن میزان ورودی ها افزایش داد تا واحد به مرز کارآیی برسد[۳۵].

[۸] Decision Making Unit

۳.۶ تحلیل پوششی داده ها

در مسائل واقعی جهان، واحدهای تصمیم گیری هر کدام چندین ورودی را برای تولید چندین خروجی مصرف می کنند. در این حالت، کارآیی بصورت نسبت مجموع وزین خروجی ها بر مجموع وزین ورودی ها تعریف می شود. برای استفاده از این تعریف لازم است که مجموعه ای از وزن ها، مشخص شود. تعیین چنین مجموعه ای از وزن ها کاری بس دشوار است. برای تعیین چنین مجموعه ای از وزن ها، روش تحلیل پوششی داده ها مطرح شد. اولین مدل که در تحلیل پوششی داده ها ارائه شد، مدلی بود که به CCR معروف است.

فرض کنیم n واحد تصمیم گیری برای ارزیابی وجود داشته باشد و هر واحد تصمیم گیری، m ورودی نامنفی x_{ij} را بطوریکه $(i=1,...,m\ ,\ j=1,...,n)$ برای تولید s خروجی نامنفی y_{rj} $(r=1,...,s,\ j=1,...,n)$ مصرف می کند. مدل CCR برای ارزیابی واحد تصمیم گیری p ام با ورودی x_{ip} $(i=1,...,m)$ وخروجی y_{rp} $(r=1,...,s)$ بصورت زیر می باشد:

$$
\begin{aligned}
max \quad &: \quad W=\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp} \\
s.t: \quad & \quad \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip}=1 \\
& \quad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}-\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0 \qquad \forall j \\
& \quad v_i, u_r \geq \epsilon \qquad\qquad\qquad \forall r, i.
\end{aligned} \tag{۱.۶}
$$

که در آن ϵ یک عدد ارشمیدسی بسیار کوچک و v_i $(i=1,...,m)$ و u_r $(r=1,...,s)$ به ترتیب، وزن ورودی ها و خروجی ها هستند. W^* ،مقدار بهین مسله (۱.۶)، میزان کارآیی واحد تصمیم گیری p ام را نشان می دهد. اگر مقدار بهین تابع هدف برابر ۱ باشد آنگاه، واحد p کارا نامیده می شود و در غیر اینصورت نا کارا است .

دوگان مساله (۱.۶) بصورت زیر است:

$$\begin{aligned} min \qquad & Z=\theta-\epsilon(\sum_{i=۱}^{m} s_i^+ \ + \ \sum_{r=۱}^{s} s_r^-) \\ s.t: \qquad & \theta x_{ip} \ - \sum_{j=۱}^{n} x_{ij}\lambda_j \ - s_i^+ = \ ۰ \quad \forall i \\ & \sum_{j=۱}^{n} y_{rj}\lambda_j \ - s_r^- = \ y_{rp} \qquad \forall r \\ & s_i^+, \ s_r^-, \ \lambda_j \geq o \qquad\qquad \forall i, \ r, \ j \end{aligned} \tag{۲.۶}$$

مدل دیگری که در تحلیل پوششی داده ها مطرح است، مدل BBC است که برای ارزیابی واحد تصمیم گیری p ام بصورت زیر عمل می کند:

$$\begin{aligned} max \quad & : \ W=\sum_{r=۱}^{s} u_r y_{rp}+u_o \\ s.t \quad & : \ \sum_{i=۱}^{m} v_i x_{ip}=۱ \\ & \sum_{r=۱}^{s} u_r y_{rj}-\sum_{i=۱}^{m} v_i x_{ij}+u_o \leq ۰ \qquad \forall j \\ & v_i, u_r \geq \epsilon \qquad\qquad \forall r, i. \end{aligned} \tag{۳.۶}$$

تفاوت مدل CCR با مدل BBC در متغیر u_o می باشد. علامت این متغیر نشانگر نوع بازده به مقیاس تولید واحد تحت ارزیابی است. بدین صورت که هرگاه: $u_o = ۰$ آنگاه بازده به مقیاس تولید واحد تحت ارزیابی ثابت است و در غیر اینصورت متغیر می باشد.

دوگان مساله (۳.۶) بصورت زیر است:

$$
\begin{aligned}
Min \qquad & Z=\theta-\epsilon\Big(\sum_{i=1}^{m}s_i^{+}+\sum_{r=1}^{s}s_r^{-}\Big) \\
s,t: \qquad & \theta x_{ip}-\sum_{j=1}^{n}x_{ij}\Lambda_j-s_i^{+}=0 \qquad \forall i \\
& \sum_{j=1}^{n}y_{rj}\lambda_j\ -s_r^{-}=\ y_{rp} \qquad \forall r \\
& \sum_{j=1}^{n}y_{rj}\lambda_j=1 \\
& \lambda_j,\ s_i^{+},\ s_r^{-}\geq 0 \qquad \forall i,\ j,\ r
\end{aligned}
\tag{۴.۶}
$$

مسائل (۱.۶) و (۳.۶) فرم مضربی و مدل های (۲.۶) و (۴.۶) فرم پوششی مدل های CCR و BCC نامیده می شوند.

در ارزیابی کارآیی واحد های تصمیم گیری توسط فرم مضربی مدل های CCR و BCC ، وزن های عوامل ورودی و خروجی طوری تعیین می شود که ضمن اینکه به ازای آنها واحد تحت ارزیابی در بهترین موقعیت خود قرار گیرد، کارایی سایر واحد ها نیز بیشتر از یک نشود. به غیر از این محدودیت که کارآیی هیچ واحدی نمی تواند بیشتر از یک شود، وزن ها فقط به مثبت بودن محدود هستند. لذا مدل می تواند در صورت لزوم برای برخی از ورودی ها ویا خروجی ها وزن ها را آنچنان پایین در نظر بگیرد که در ارزیابی عملا کنار گذاشته شود. از طرفی چون مدل های مذکور برای واحدهای تصمیم گیری مختلف بطور جداگانه حل می شوند، لذا در بین واحد ها وزنهای مختلفی برای ورودی ها و خروجی ها بدست می آید. برای رفع این مشکل، مساله کنترل وزن ها مطرح شد. با کراندار کردن وزن ها در مدل (۱.۶) مساله زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} Max \qquad & W=\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp} \\ s,t: \qquad & \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip} = 1 \\ & \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip} \le 0 \qquad \forall j \\ & Ol_r \le u_r \le Ou_r \qquad \forall r \\ & Il_i \le v_i \le Iu_i \qquad \forall i \end{aligned} \tag{۵.۶}$$

که در آن $Il_i,\ Iu_i$ و $Ol_r,\ Ou_r$ بترتیب کران های بالا و پایین ورودی ها و خروجی ها هستند. نکته قابل توجه این است که در اعمال کرانها، آزادی عمل کامل وجود ندارد و در انتخاب آنها باید توجه داشت که مساله شدنی باشد.

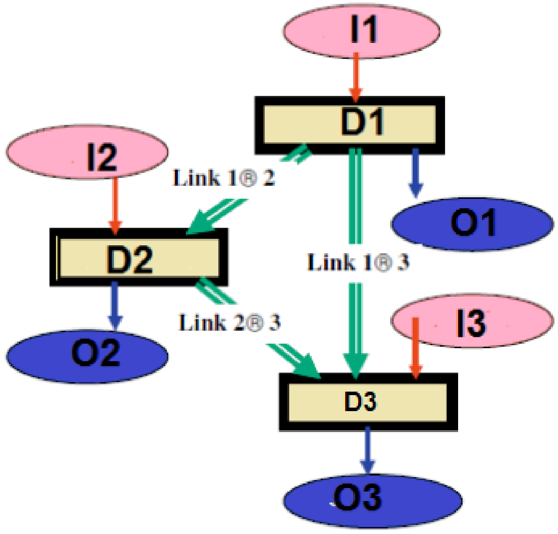
زمانی که انعطاف پذیری وزن ها به قدری محدود شود که هر یک از وزن ها نتواند بیش از یک مقدار را در بین واحد ها اختیار کند آنگاه یک مجموعه مشترک از وزن ها بدست می آید.

۴.۶ تلفیق مکانیابی هاب و تحلیل پوششی داده ها

همان طور که در فصل های قبل گفتیم هاب ها تسهیلاتی برای انتقال کالا از نقطه ای به نقطه دیگر می باشند. و در صنایع ارتباطات و مخابرات، شبکه های رایانه ای ،حمل و نقل هوایی و زمینی و.... مورد استفاده قرار می گیرند. بررسی کارایی آنها قبل از احداث ،امری ضروری برای جلوگیری از خسارتهای کلان ناشی از مدیریت ناکارآمد می باشد.

از آنجا که هاب ها دارای مجموعه ای از ورودی ها و خروجی ها می باشند لذا برای مدل بندی آن ابتدا به مطالعه چگونگی ارزیابی کارآیی سازمانهایی با چندین ورودی و خروجی می پردازیم.

مدل های رایج DEA با DMUهایی سروکار دارند که معمولا چندین ورودی و خروجی دارند و از معایب این مدل ها غفلت در مورد فرآورده های میانی است. بسیاری از سازمان ها دارای چندین طبقه متصل به هم هستند که نمونه ای از آن در شکل (۱.۶) نشان داده شده است . در این مثال سازمانی متشکل از سه طبقه تولید نمایش داده شده است، که هر طبقه منبع ورودی خود را برای تولید



شکل ۱.۶: سازمانی با سه طبقه تولید

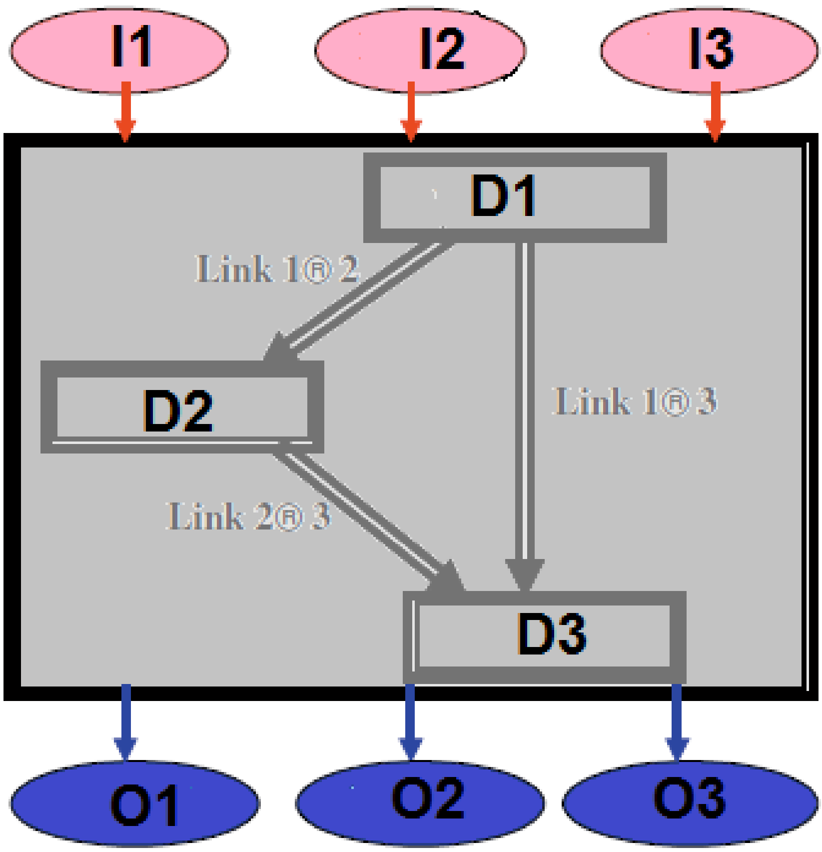
خروجی بکار می برد. در عین حال فرآورده های میانی دیگری نیز وجود دارد، بطوریکه به صورت $link1 \rightarrow 2$ و$link1 \rightarrow 3$ و $link2 \rightarrow 3$ نمایش داده شده است. و Ir نماد ورودی طبقه r ام و Or نماد خروجی طبقه r ام است. $link1 \rightarrow 2$ نشان می دهد که بخشی از خروجی طبقه اول $D1$ به عنوان ورودی طبقه دوم $D2$ بکار می رود. در مدل های رایج DEA بهتر است هر فعالیتی یا ورودی و یا خروجی باشد و مهزمان خروجی و ورودی نباشد.

برای سازمان هایی با چندین طبقه هایی با چندین طبقه دو روش ارزیابی وجود دارد:

۱)تجمع [9]

یک روش ساده بهم پیوستن یا یکی کردن این طبقه ها در سازمانی واحد با ورودی های ۱، ۲ و ۳ ونیز خروجی های ۱، ۲و ۳ می باشد شکل (۲.۶). در این روش فرآورده های میانی در نظر گرفته نشده است.لذا تاثیرکارآیی یک طبقه خاص نسبت به کارآیی کلی سیستم قابل محاسبه نیست و در ضمن در این مدل ممکن است جفت نامناسبی از ورودی و خروجی انتخاب شده و در ارزشیابی امتیاز نامعقولی به DMU مربوط اختصاص پیدا کند.

[9] Aggregation



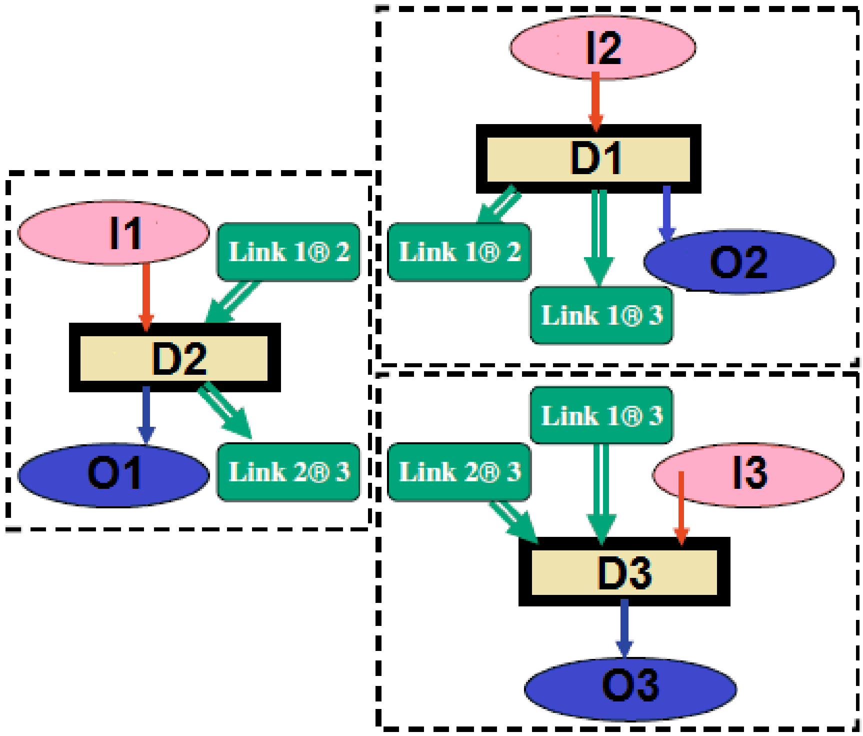
شکل ۲.۶: تجمع

۲) تفکیک [10]

در این روش کارآیی طبقه اول از سازمان را، در میان مجموعه DMUهایی که از ورودی $I۱$به عنوان ورودی و از خروجی $O۱$ و لینک $link۱ \to ۲$ ولینک $link۱ \to ۳$ به عنوان خروجی استفاده می کنند، ارزیابی می کنیم. بطو رمشابه کارآیی طبقه دوم را، در میان مجموعه DMUهایی که از ورودی $I۲$و لینک $link۱ \to ۲$ به عنوان ورودی و از خروجی $O۲$ و لینک $link۲ \to ۳$ به عنوان خروجی استفاده می کنند، ارزیابی می کنیم. از این طریق می توان کارآیی هر طبقه از سا زمان را در مجموعه ای از DMU ها ارزشیابی کرد و لذا محکی برای هر طبقه بدست آورد. در هر حال این روش پیوستگی لینک ها را مد نظر قرار نمی دهد.

برای ارزیابی کارآیی اینچنین مواردی،تون [11] وتسوتسوی [12] از یک مدل DEA شبکه ای با نام SBM [13] استفاده کردند،

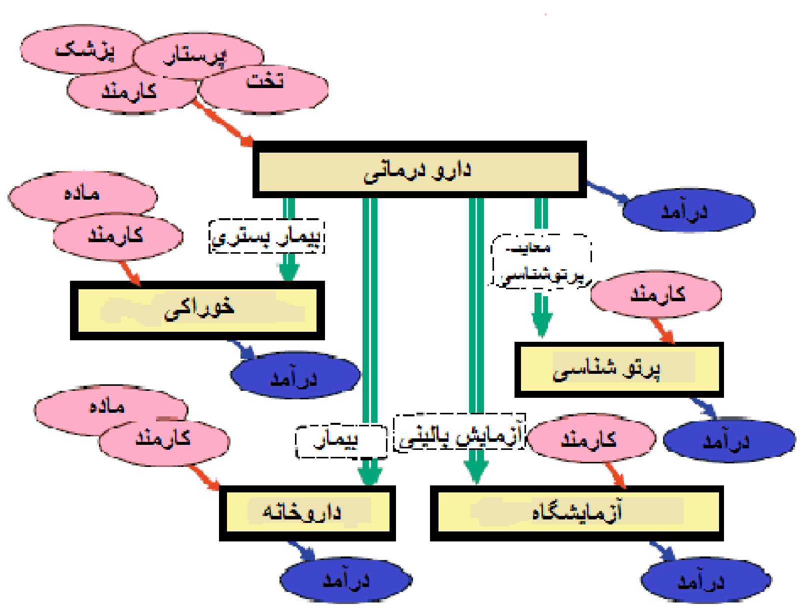
[10] Separation
[11] Tone
[12] Tsutsui



شکل ۳.۶: تفکیک

[۵۷] که بطور قراردادی با فرآوره های میانی سروکار داشته و می تواندکارآیی هر طبقه را همراه با کارآیی سراسری واحد های تصمیم گیرنده بسنجد. که در ادامه بطور اجمالی به بیان آن می پردازیم.

کی هارا [۱۴] و همکاران در سال (۲۰۰۷) گزارشی از دستور العمل استانداردی از بیمارستان های عمومی ژاپن فراهم کردند که در شکل (۴.۶) به تصویر کشیده شده است. یک بیمارستان عمومی شامل تقسیماتی مانند بخش پزشکی، پرتو شناسی، آزمایشگاه، داروخانه، و بخش خوراکی می باشد. هر یک ازبخش ها دارای ورودی های نیروی کار،مواد، و سرمایه است و خروجی ها شامل درآمد است [۳۴]. این بخش ها توسط لینک های داخلی به هم متصل شده اند. برا ی مثال یک سری از بیمارانی که در بخش پزشکی، معاینه می شوند به بخش پرتو شناسی فرستاده می شوند. برای ارزیابی کارآیی بیمارستان عمومی، باید عملکرد این بخش ها را بصورت یک مجموعه که شامل فعالیت های به هم پیوسته است مورد بررسی قرار دهیم. لذا یک مدل تحلیل پوششی شبکه ای



شکل ۴.۶: بیمارستان عمومی

$(NDEA)$ [۱۵] برای این هدف مناسب است.

نمادگذاری و مجموعه امکان تولید

فرض کنیم که با n، DMU که هر یک شامل p طبقه است سرو کار داریم. m_k و r_k به ترتیب تعداد ورودی ها و خروجی ها در طبقه k ام باشد و لینک هایی که از طبقه kام به طبقه h ام وارد می شوند را با (k, h) نشان داده و مجموعه آنها را L می نامیم.داده های مشاهده شده در DMU_j به قرار زیر می باشد:

منابع ورودی به DMU_j در طبقه k ام:

$$\{x_j^k \in R_+^{m_k} \ ; \ j = ۱, ..., n; \ k = ۱, ..., p\}$$

تولیدات خروجی از DMU_j در طبقه k ام:

$$\{y_j^{\prime k} \in R_+^{r_k} \ ; \ j = ۱, ..., n; \ k = ۱, ..., p\}$$

[۱۳] Slack-based network DEA model
[۱۴] Kaihara
[۱۵] Network Data Envelopment Analysis

لینک فرآورده های میانی از طبقه k ام به طبقه h ام با این فرض که $t_{(k,h)}$ تعداد بخش ها در لینک (k,h) باشد:

$$\{z_j^{(k,h)} \in R_+^{t_{(k,h)}}\ ;\ j = ۱, ..., n;\ (k,h) \in L\}$$

به کمک تعاریف بالا مجموعه امکان تولید $\{(x^k,\ \acute{y}^k,\ z^{(k,h)})\}$ تعریف می شود بطوریکه:

$$\begin{aligned}
x^k &\geq \sum_{j=۱}^{n} x_j^k \lambda_j^k \quad (k = ۱, ..., p) \\
\acute{y}^k &\leq \sum_{j=۱}^{n} \acute{y}_j^k \lambda_j^k \quad (k = ۱, ..., p) \\
z^{(k,h)} &= \sum_{j=۱}^{n} z_j^{(k,h)} \lambda_j^k \quad \forall (k,h) \\
z^{(k,h)} &= \sum_{j=۱}^{n} z_j^{(k,h)} \lambda_j^k \quad \forall (k,h) \\
\sum \lambda_j^k &= ۱ \quad (\forall k);\ \ \lambda_j^k \geq ۰ \ \ (\forall j, k)
\end{aligned} \tag{۶.۶}$$

در مدل بالا بازده به مقیاس متغیر در نظر گرفته شده است اما می توان با حذف قید $(\forall k) \quad \sum \lambda_j^k = ۱$ با بازده به مقیاس ثابت کار کرد.

$DMU_O (o = ۱, ..., n)$ توسط رابطه های زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned}
x_o^k &= X^k \lambda^k + s^{k-} \quad (k = ۱, ..., p) \\
\acute{y}_o^k &= \acute{Y}^k \lambda^k - s^{k+} \quad (k = ۱, ..., p) \\
e\lambda^k &= ۱ \qquad\qquad (k = ۱, ..., p) \\
\lambda^k &\geq ۰, \quad s^{k-} \geq ۰, \quad s^{k+} \geq ۰, \quad (\forall k)
\end{aligned} \tag{۷.۶}$$

بطوریکه

$$X^k = (x_1^k, ..., x_n^k) \in R^{m_k \times n} \quad (8.6)$$

$$\acute{Y}^k = (\acute{y}_1^k, ..., \acute{y}_n^k) \in R^{r_k \times n}$$

فعالیت لینک ها را، مادامیکه پیوستگی بین ورودی و خروجی ها حفظ شود،بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$Z^{(k,h)}\lambda^h = Z^{(k,h)}\lambda^k \quad (\forall (k,h)) \quad (9.6)$$

بطوریکه

$$Z^{(k,h)} = (z^{(k,h)}, ..., z_n^{(k,h)}) \in R^{t_{(k,h)} \times n} \quad (10.6)$$

کارآیی

برای هر DMU_o کارآیی را با نماد ρ_o^* نمایش داده و بصورت زیر تعریف می کنیم.

$$\rho_o^* = min_{\lambda^k, s^{k-}, s^{k+}} \quad \frac{\sum_{k=1}^{p} w'_k [1 - \frac{1}{m_k}(\sum_{i=1}^{m_k} \frac{s_i^{k-}}{x_{io}^k})]}{\sum_{k=1}^{p} w'_k [1 + \frac{1}{r_k}(\sum_{r=1}^{r_k} \frac{s_r^{k+}}{y'^k_{ro}})]} \quad (11.6)$$

$$s.t \quad (7.6), (9.6)$$

که در آن $(\forall k)$ $w'_k \geq 0$,$\sum_{k=1}^{p} w'_k = 1$ و w'_k ها، وزن های نسبی طبقه k ام می باشند . حال کارآیی طبقه k ام از DMU_o را با نماد ρ_k نشان داده و بصورت زیر محاسبه می کنیم.

$$\rho_k = \frac{[1 - \frac{1}{m_k}(\sum_{i=1}^{m_k} \frac{s_i^{k-*}}{x_{io}^k})]}{[1 + \frac{1}{r_k}(\sum_{r=1}^{r_k} \frac{s_r^{k+*}}{y'^k_{ro}})]} \tag{۱۲.۶}$$

s_i^{k-*} و s_i^{k+*} مقادیر بهینه بدست آمده از معادله (۱۱.۶) می باشند. در بخش بعدی تلفیقی ساده از مکانیابی هاب و $NDEA$ را نشان می دهیم.

همان طور که در بخش های قبلی بیان شد مکانیابی هاب در بسیاری از صنایع ارتباطی از اهمیت بسیاری برخوردار است. اما همیشه کاهش هزینه های تاسیس در درجه اول توجه قرار ندارد. دربسیاری از موارد کارآیی نقش اساسی تری را ایفا می کند. برای این منظور تلفیقی از مکانیابی هاب و تحلیل پوششی داده ها را بیان می کنیم.

برای اینکار مساله مکانیابی $p-$هاب میانه که در بخش (۳.۲) معرفی شد را در نظر می گیریم و با توجه به عملکرد هاب در شبکه ، تلفیقی از مکانیابی هاب و $(NDEA)$ را بیان می کنیم. فرض کنیم که هر ترکیب از هاب ها یک DMU باشد. در هر ترکیب، هر هاب یک بخش محسوب می شود. لذا هر DMU دارای p بخش است. مدل زیر متشکل از دو تابع هدف می باشد که یکی بر مبنای کارآیی و دیگری بر مبنای مکانیابی هاب مطرح شده است. به ازای هر ترکیب هاب یک جواب برای کارآیی و یک جواب بهینه برای مساله مکانیابی می توان یافت که لزوما این دو جواب یکی نمی باشند. لذا بوسیله دو ضریب اهمیت ψ و φ می توان متناسب با دید مدیر، اهمیت یکی از دو تابع هدف را بیشتر از دیگری و یا مساوی در نظر گرفت . پاسخ مساله از دو دیدگاه کمینه کردن هزینه ها و افزایش کارایی قابل بررسی است. مجموعه ورودی ها به هاب ها عبارت است از هزینه استقرار، مجموع هزینه های اتصال هاب به گره های نهایی اختصاص یافته به هاب و هزینه های اتصال به هاب های دیگر و هزینه ارسال کالا به هاب های دیگر و خروجی از هاب را سود حاصل از تبادلات کالاهای دریافتی از هاب های دیگر و ارسال به گره های نهایی اختصاص یافته به هاب در نظر می گیریم.

قابل ذکر است که تعیین ورودی و خروجی متناسب با کاربرد مساله است. برای مثال اگر مساله حمل و نقل را در نظر بگیریم ،

ورودی ها عبارتند از هزینه های استقرار ایستگاه ها(هاب ها)، اتصال ایستگاه ها (اتصال هاب ها به هم)، هزینه نیروی کار و تجهیزات و خروجی را سود در نظر گرفت.

تلفیق مکانیابی هاب و $NDEA$

$$\varphi \ min_{\lambda^k, s^{k-}, s^{k+}} \quad : \quad \frac{\sum_{k=1}^{n} Z_{kk} w'_k [1 - \frac{1}{m_k} (\sum_{i=1}^{m_k} \frac{s_i^{k-}}{x_{io}^k})]}{\sum_{k=1}^{n} Z_{kk} w'_k [1 + \frac{1}{r_k} (\sum_{r=1}^{r_k} \frac{s_r^{k+}}{y'^k_{ro}})]} \tag{۱۳.۶}$$

$$\psi \ min \quad : \quad \alpha \sum_{i,k,l \in N} d_{kl} y_{kl}^i + \sum_{i,k \in N} d_{ik} (\chi O_i + \delta D_i) Z_{ik} \tag{۱۴.۶}$$

$$s.t. \qquad x_o^k = X^k \lambda^k \ + s^{k-} \quad (k = 1, ..., p) \tag{۱۵.۶}$$

$$\acute{y}_o^k = \acute{Y}^k \lambda^k \ - s^{k+} \quad (k = 1, ..., p) \tag{۱۶.۶}$$

$$e \lambda^k = 1 \qquad\qquad (k = 1, ..., p) \tag{۱۷.۶}$$

$$Z^{(k,h)} \lambda^h = \ Z^{(k,h)} \lambda^k \quad (\forall (k,h)) \tag{۱۸.۶}$$

$$\sum_{k \in N} Z_{kk} = p \tag{۱۹.۶}$$

$$Z_{ik} \leq Z_{kk} \quad \forall i, k \in N \tag{۲۰.۶}$$

$$\sum_{k \in N} Z_{ik} = 1 \quad \forall i \in N \tag{۲۱.۶}$$

$$\sum_{j \in N} w_{ij} Z_{jk} + \sum_{l \in N} y_{kl}^i = \sum_{l \in N} y_{kl}^i + O_i Z_{ik} \quad \forall i, k \in N \tag{۲۲.۶}$$

$$y_{kl}^i \leq 0 \quad \forall i, k, l \in N \tag{۲۳.۶}$$

$$Z_{ik} \in \{0, 1\} \forall i, k \in N \tag{۲۴.۶}$$

$$\lambda^k \geq 0, \quad s^{k-} \geq 0, \quad s^{k+} \geq 0, \quad (\forall k) \tag{۲۵.۶}$$

فصل ۷

پیشنهاداتی برای کارهای آینده

از آنجا که کاربرد مکانیابی هاب در عرصه های گوناگون رو به گسترش است لذا بررسی تمام جنبه های آن امری منطقی و لازم می باشد. همانطور در که در فصل های گذشته دیدیم بیشتر کارهای انجام شده در زمینه هاب با فرض تخصیص منفرد بودن انجام شده اند لذا عرصه برای ارئه کارهای جدید در این زمینه با شرط تخصیص چندگانه باز است. از جمله کارهای در دست انجام توسط نویسنده تلفیق تحلیل پوششی داده ها با مکانیابی هاب طبق شرط تخصیص چندگانه است. و همچنین با توجه به اهمیت دو موضوع مکانیابی هاب و نظریه صف بندی در جهان امروز، تلفیق این دو موضوع با شرط تخصیص چندگانه بودن، کاری جدید و کاربردی است. از سوی دیگر با توجه به ارتباط تنگاتنگ گراف و مکانیابی می توان مکانیابی هاب را در شبکه های با گراف نهایی تک دور مورد مطالعه قرار داد.

مراجع

[1] Abdinnour-Helm, S; (1998). A hybrid heuristic for the uncapacitated hub location problem. *European Journal of Operational Research*, 106, 489–499. 15, 37

[2] Abdinnour-Helm, S. and M. A. Venkataramanan; (1998) . Solution approaches to hub location problems. *Annals of Operations Research*, 78, 31–50. 15, 33, 37

[3] Aleksandar I.and D. Urosevic , J. Brimberg , N. Mladenovic; (2010) . A general variable neighborhood search for solving the uncapacitated single allocation p-hub median problem. *European Journal of Operational Research*, 206 , 289–300. 36

[4] Alumur, S. Y. and Kara Bahar, (2008). Network hub location problems:the state of the art. *European Journal of Operation Research* , 190, 1-21. 3

[5] Aykin, T; (1994). Lagrangian relaxation based approaches to capacitated hub-and-spoke network design problem. *European Journal of Operational Research* , 79, 501–523. 15

[6] Aykin, T; (1995). Networking policies for hub-and-spoke systems with application to the ai transportation system *transportation science* , 29(3), 201-221. 32

[7] Banker, Charnes and Cooper; (1984). Som methodes for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science* , 30,1261-1264 . 52

[8] Bryan, D. L; (1998). Extensions to the hub location problem: Formulations and numerical examples. *Geographical Analysis* , 30, 315–330. 15

[9] Bryan, D. L .and M. E. O'Kelly; (1999). Hub-and-spoke networks in air transportation: An analytical review . *Journal of Regional Science* , 39(2), 275-295. 2

[10] Campbell, J. F; (1994). A survey of network hub location. *Studies in Location Analysis* , 6, 31–64. 2

[11] Campbell, J. F; (1994). Integer programming formulations of discrete hub location problems. *European Journal of Operational Research*, 72, 387–405. 2, 12, 15, 16, 17

[12] Campbell, J. F., A. T. Ernst, and M. Krishnamoorthy; (2000). Integer programming formulations of discrete hub location problems. *European Journal of Operational Research*, 72, 387–405. 32

[13] Campbell, A. M., T. J. Lowe, and L. Zhang; (2007). Hub arc location problem: Part I-Introduction and results. *Working paper*. 20

[14] Campbell, J. F., A. T. Ernst, and M. Krishnamoorthy———. Hub location problems. in Z. Drezner and H. W. Hamacher (Eds.), Facility Location: Applications and Theory, pp. 373–407. Springer-Verlag, Berlin. 13

[15] Canovas, L., S. Garcıa, and A. Marin; (2007). Solving the uncapacitated multiple allocation hub location problem by means of a dual-ascent technique. *European Journal of Operational Research*, 179, 990–1007. 15

[16] Charnes, A.,W. W. Cooper and E.Rhodes; (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444 . 51

[17] Chen, J. F; (2007). A hybrid heuristic for the uncapacitated single allocation hub location problem. *Omega* , 35, 211–220. 15

[18] Cunha, C. B. and M. R. Silva; (2007). A genetic algorithm for the problem of configuringa hub-and-spoke network for a LTL trucking company in brazil. *European Journal of Operational Research*, 179, 747–758. 15

[19] Dominguez, E., J. Munoz, and E. Merida; (2003). A recurrent neural network model for the p-hub problem. *Lecture Notes in Computer Science* , 2687, 734–741. 17

[20] E. O. Gavriliouk; (2009). Aggregation in hub location problems. *Computers Operations Research*, 36, 3136–3142. 42

[21] Ernst A.T, H. W. Hamacher , H. Jiang ,M. Krishnamoorthy , and G. Woeginger ;(2009). Uncapacitated single andmultipleallocation p-hub center problems. *Computers Operations Research* , 36, 2230–41. 42

[22] Ernst, A. T. and M. Krishnamoorthy; (1996). Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problems. *Location Science* 4, 139–154. 16, 17

[23] Ernst, A. T. and M. Krishnamoorthy; (1998). Solution An exact solution approach based on shortest-paths for p-hub median problems. *INFORMS Journal on Computing* , 10, 149–162. 20, 31, 33

[24] Ernst, A. T. and M. Krishnamoorthy; (1998). Exact and heuristic algorithms for the uncapacitated multiple allocation p-hub median problem. *European Journal of Operational Research* , 104, 100-112. 32

[25] Ernst, A. T. and M. Krishnamoorthy, (1999). Solution algorithms for the capacitated single allocation hub location problem. *Annals of Operations Research*, 86, 141–159.

[26] Ernst, A. T., H. W. Hamacher, H. Jiang, M. Krishnamoorthy, and G. Woeginger; (1999). Solution algorithms for the capacitated single allocation hub location problem. *Annals of Operations Research*, 86, 141–159. 20

[27] Ernst, A. T., H. W. Hamacher, H. Jiang, M. Krishnamoorthy, and G. Woeginger; (2006). Heuristic algorithms for the uncapacitated p-hub center single allocation problem. *Forthcoming in the European Journal of Operational Research*. 20

[28] Francis R. L, T. J. Lowe ,A. Tamir; (2002). Aggregation. *in: Drezner Z., H. W. Hamacher, editors. Facility location: applications and theory. Berlin: Springer*, 207–30. . 42

[29] Francis R. L, T. J. Lowe ,A. Tamir; (2000). Aggregation errorbounds for aclassoflocation models. *Operational Research*,(48), 294–307 . 41, 42

[30] Francis R. L, T. J. Lowe, M. B. Rayco, A.Tamir; (2008). Aggregationerrorforlocationmodels: survey andanalysis. *AnnalsofOperationsResearch 2008* . 42

[31] Goldman, A. J; (1969). Optimal location for centers in a network. *Transportation Science*, 3, 325-360. 2

[32] Hakimi, S. L; (1964). Optimum location of switching centers in a communication network and some related graph theoretic problems. *Operational Research* 12, 450-459. 2

[33] Hakimi, S. L; (1965). Optimum distribution of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operational Research* 13, 462-475. 2

[34] Kaihara K., Y. Kinoshita, S. Yoshida; (2007). *private communication*. 60

[35] Kanstantinos P., B. J. Koopes, C. P. Koellin; (2002). Modeling undersirable Outputs *Data Envelopment Analysis: Variouse Approaches*. 53

[36] Kara, B. Y. and B. C. Tansel; (1998). On the allocation phase of the p-hub location problem. *Technical report, Department of Industrial Engineering, Bilkent University, Bilkent 06533, Ankara, Turkey*. 31

[37] Kara, B. Y. and B. C. Tansel; (2001). On the single-assignment p-hub center problem. *European Journal of Operational Research*, 125, 648–655. 19, 20

[38] Kara, B. Y. and B. C. Tansel; (2003). The single-assignment hub covering problem: Models and linearizations. *Journal of the Operational Research Society* , 54, 59–64. 18

[39] Kratica, J., Z. Stanimirovic, D. Tosic, and V. Filipovic; (2007). Two genetic algorithms for solving the uncapacitated single alocation p-hub median problem. *European Journal of Operational Research* , 182, 15–28. 17

[40] Klincewicz, J. G; (1991). Heuristics for the p-hub location problem. *European Journal of Operational Research* 53, 25–37. 17, 37

[41] Klincewicz, J. G; (1992). Avoiding local optima in the p-hub location problem using tabu search and GRASP. *Annals of Operations Research*, 40, 283–302. 17, 37

[42] Klincewicz, J. G; (1996). A dual algorithm for the uncapacitated hub location problem. *Location Science* , 4, 173–184. 15

[43] Klincewicz, J. G; (1998). Hub location problem in backbone/tributary network design: A review. *Location Science* , 6, 307-335. 2

[44] Labbe, M. and H. Yaman; (2004) . Projecting the flow variables for hub location problems. *Networks* 44, 84–93. 15

[45] Labbe, M., H. Yaman, and E. Gourdin; (2005). A branch-and-cut algorithm for hub location problems with single assignment. *Mathematical Programming*, 102, 371–405 . 15

[46] Labbe, M., H. Yaman; (2008). Solving the hub location problem in a star–star network. *Networks* 51, 19–33 . 3, 25

[47] O'Kelly, M. E; (1986). The location of interacting hub facilities. *Transportation Science*, 20(2), 92-106. 2

[48] O'Kelly, M. E; (1992). A quadratic integer program for the location of interacting hub facilities. *European Journal of Operational Research*, 32, 393–404. 2, 16

[49] O'Kelly, M. E; (1992). Hub facility location with fixed costs. *Papers in Regional Science:The Journal of the RSAI*, 71, 293–306. 15

[50] O'Kelly, M. E. and Miller, H, J; (1994). The hub network design problem. *Journal of Teansport Geography*, 2(1), 31–40. 2, 12, 15, 16, 17

[51] O'Kelly, M. E. and Miller, H, J; (1991). Solution strategies for the single facility minimax hub location problem. *Papers in Regional Science: The Journal of the RSAI* , 70, 367–380. 19

[52] Rodiguez, V., M. J. Alvarez, and L. Barcos; (2007). Hub location under capacity constraints. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 43, 495–505. 15

[53] ——————Sim, Thaddeus. and Lowe, Timothy, J. and Thomas, Barrett, W; (2009). The stochastic p-hub center problem with service-level constraints . *Computers Operational Research*, 36, 3166-3177. 3, 25

[54] Skorin-Kapov, D. and J. Skorin-Kapov; (1994). On tabu search for the location of interacting hub facilities. *European Journal of Operational Research*, 73, 502–509. 17, 37

[55] Sohn, J. and Park, S; (1997). A linear program for the two-hub location problem. *European Journal of Operational Research*, 100(3), 617-622. 31

[56] Sohn, J. and Park, S; (1998). Efficient solution procedure and reduced size formulations for p-hub location problems. *European Journal of Operational Research*, 108(1), 118-126. 31

[57] K. Tone, and M. Tsutsui; (2009) . Network DEA: A slacks-based measure approach. *European Journal of Operational Research* , 197, 243–252. 60

[58] K. Tone; (2001) . A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research* , 130 498–509.

[59] Tone K., M. Tsutsui; (2007) . A Decomposition of cost efficiency and its application to Japanese–US electric utility comparisons. *Socio-Economic Planning Sciences*, 41, 91–106.

[60] Topcuoglu, H., F. Coruta, M. Ermisb, and G. Yilmaz; (2005). Solving the uncapacitated hub location problem using genetic algorithms. *Operations Research*, 32, 967–984. 15

[61] Wagner, B, (2004). A note on "The Latest Arrival Hub Location Problem". *Management Science*, 50, 1751–1752. 20

[62] Wagner, B, (2007). Model formulations for hub covering problems. *Forthcoming in the Journal of the Operational Research Society*. 18, 48

[63] Yaman, H, (2005). Polyhedral analysis for the uncapacitated hub location problem with modular arc capacities. *Computers Operations Research*, 32, 3227–3245. 15

[64] Yaman, H. and G. Carello, (2005). Solving the hub location problem with modular link capacities. *Computers Operations Research*, 32, 3227–3245. 15

[65] Yaman, H., B. Y. Kara, and B. C . Tansel, (2007). The latest arrival hub location problem for cargo delivery systems with stopovers. *Transportation Research Part B: Methodological*, 41, 906–919. 20

Abstract

In this thesis, ...

Keywords: *Hub Location,Locate, Allocate ,Data Envelopment Analysis*

Shahrood University of Technology of Shahrood

Department of Mathematics

Thesis

Hub location Problem

By:

Fatemeh Sadin

Supervisor:
Jafar Fathali,