

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی هوش مصنوعی و رباتیک

یک مدل کارای حسگری فشرده توزیع شده برای شبکه‌های حسگر بی سیم

نگارنده:

ندا رفیعی

اساتید راهنما

دکتر علی اکبر پویان

دکتر وحید ابوالقاسمی

شهریور ۱۳۹۶



مدیریت تحصیلات تکمیلی

باسمه تعالی

شماره:

تاریخ:

ویرایش:

دانشکده :

گروه :

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای / خانم ..... به شماره دانشجویی: .....

تحت عنوان:

مورد ارزیابی و با

در تاریخ ..... توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد  
درجه ..... مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :
			نام و نام خانوادگی :

تقدیم به

روح بزرگوار پدرم

که همواره یادش امیدبخش زندگی من است

و

مادر مهربان و عزیزم

مادرم بدون وجود پر مهر و محبت، آرامش رنگی نمی یافت

از خداوند منان برای وجود کوه بارت سپاس گزارم

که همواره کلید راه من در مسیر زندگی بوده ای

خداوند سایه مهربانت را از من دریغ نکند

# شکر و قدردانی

از استاد فریخته و عالم جناب دکتر علی اکبر پویان که از محضر پر فیض ایشان، بهره‌ها برده‌ام و از مساعدهت‌های بی‌شائبه استاد فرزانه‌ام جناب دکتر وحید ابوالقاسمی که، همواره بردباری را به من آموختند بی‌نهایت سپاس گزارم.

## تعهد نامه

اینجانب نادر فیعی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته هوش مصنوعی دانشکده کامپیوتر و فناوری اطلاعات دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه یک مدل کارای حسگری فشرده توزیع شده برای شبکه‌های حسگر بی سیم تحت راهنمایی دکتر علی اکبر پویان و دکتر وحید ابوالقاسمی متعهد می‌شوم.

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
  - در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورداستفاده استناد شده است.
  - مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
  - کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود است و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «**Shahrood University of Technology**» به چاپ خواهد رسید.
  - حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
  - در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است. تاریخ
- امضای دانشجو**

### مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود است. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

## چکیده

شبکه‌های حسگر بی‌سیم، ابزاری پرکاربرد و مناسب برای جمع‌آوری داده به صورت متناوب و انتقال آن به مرکز محاسبات است. در طراحی شبکه‌های حسگر بی‌سیم، به حداقل رساندن هزینه انتقال داده به گره ایستگاه (جهت پردازش و تفسیر داده‌ها) از جمله اهداف مهم محققان بوده است. یکی از روش‌ها در این زمینه می‌تواند ارسال داده فشرده شده به ایستگاه باشد. راهکارهای متعددی در جمع‌آوری داده با استفاده از فشرده‌سازی وجود دارد. یکی از آن‌ها استفاده از نظریه‌ی سنجش فشرده است که دو مرحله‌ی سنجش و فشرده‌سازی داده را به صورت همزمان انجام می‌دهد. در این روش بر خلاف حالت معمول، به جای سنجش مستقیم از سیگنال، ترکیب خطی نمونه‌های سیگنال انجام می‌شود. مصرف انرژی گره‌ها عمدتاً از سه فعالیت سنجش، داده‌پردازی و برقراری ارتباط نشئت می‌گیرد. تحقیقات پیشین دو مرحله انتقال و پردازش را بر مرحله سنجش مقدم می‌دانستند اما اخیراً محققان به این نتیجه رسیده‌اند که بهینه‌سازی مرحله سنجش و کاهش تعداد نمونه‌ها از طریق زمان‌بندی الگوی سنجش می‌تواند نقش بسیار موثری در کاهش هزینه‌های چنین سیستمی داشته باشد.

مسئله مورد بحث در این پایان‌نامه، بهبود روش زمان‌بندی الگوی سنجش مبتنی بر سنجش فشرده در جهت کاهش تعداد نمونه‌های اخذ شده است. روش‌های اخیر مبتنی بر سنجش فشرده وفق پذیر توزیع-شده، ابتدا مدل مناسبی برای سیگنال از داده‌های گذشته بدست می‌آورد و در نهایت سیگنال را از مقدار معدودی از نمونه‌های جمع‌آوری شده و مطابق با مدل سیگنال آموخته شده، بازسازی می‌کند. مشکل اصلی، بدست آوردن مدل سیگنال (واژه‌نامه) از روی داده‌های ناقص است که تحت سنجش فشرده در گره ایستگاه قرار دارند. بنابراین برای دست‌یابی به خود داده نیاز به درون‌یابی نقاط مفقود می‌باشد. در این پایان‌نامه به جای درون‌یابی با روشهای مرسوم از روش‌های یادگیری واژه‌نامه استفاده شده است. این روش به دلیل استفاده از واژه‌نامه عملکرد بهتری دارد. چون واژه‌نامه در برگزیده ویژگی‌های آماری داده می‌باشد بنابراین نقاط مفقود را با دقت بالاتری درون‌یابی می‌کند. نتایج بدست آمده در این تحقیق حاکی از عملکرد بهتر روش پیشنهادی نسبت به روش‌های مرسوم است.

**واژه‌های کلیدی:** شبکه‌های حسگر بی‌سیم، سنجش تنک، سنجش فشرده، زمان‌بندی سنجش وفق-

پذیر، یادگیری واژه‌نامه

# فهرست مطالب

## فصل اول: مقدمات

۲	۱-۱- مروری بر شبکه‌های حسگر بی سیم
۳	۱-۱-۱- کاربردهای WSN
۳	۲-۱-۱- معماری شبکه‌های حسگر بی سیم
۴	۱-۲-۱-۱- حسگرها
۴	۲-۲-۱-۱- ریزپردازنده
۵	۳-۲-۱-۱- حافظه
۵	۴-۲-۱-۱- فرستنده- گیرنده‌ی رادیویی
۶	۵-۲-۱-۱- منبع انرژی
۶	۲-۱- چالش‌های شبکه‌های حسگر بی سیم
۸	۳-۱- تعریف مساله
۹	۴-۱- اهداف پایان نامه
۱۰	۵-۱- ساختار پایان نامه
۱۲	۱-۲- مقدمه

۱۴	۲-۲- نمایش تنک
۱۴	۲-۲-۱- سیگنال‌های تنک و شبه تنک
۱۶	۲-۳- فشرده‌سازی مبتنی بر تبدیل
۱۷	۲-۴- فشرده‌سازی مبتنی بر CS
۱۹	۲-۵- خاصیت همدوسی بین دو ماتریس
۲۰	۲-۶- بازسازی تنک در CS
۲۱	۲-۶-۱- بازسازی سیگنال از طریق بهینه‌سازی نرم $l_0$
۲۳	۲-۶-۲- بازسازی سیگنال از طریق بهینه‌سازی نرم $l_1$
۲۴	۲-۶-۳- بازسازی سیگنال از طریق بهینه‌سازی نرم $l_2$
۲۵	۲-۶-۴- بازسازی سیگنال از طریق الگوریتم‌های حریصانه
۲۶	۲-۷- CS در شبکه‌ی WSN
۲۹	۲-۸- معرفی ماتریس سنجش در CS
۳۱	۲-۹- چالش سنجش فشرده
۳۲	۲-۱۰- روش سنجش فشرده توزیع شده (DCS)
۳۴	۲-۱۱- معرفی ماتریس سنجش در روش‌های مبتنی بر DCS
۳۵	۲-۱۱- یافتن واژه‌نامه از طریق PCA
۳۶	۲-۱۲- روش DASS

۳۷	۲-۱۲-۱- بیان ریاضی مسئله
۴۳	۲-۱۳- مفهوم همبستگی زمانی و مکانی
۴۴	۲-۱۴- نتیجه گیری
۴۶	۳-۱- مقدمه
۴۷	۳-۲- تحلیل روش DASS در شبکه های حسگر بی سیم
۴۷	۳-۲-۱- تقریب و بازسازی سیگنال
۵۰	۳-۱-۲- یادگیری از داده های ناقص به مرور زمان
۵۱	۳-۱-۳- الگوریتم زمان بندی سنجش
۵۳	۳-۲- درون یابی نقاط مفقود سیگنال با کمک الگوریتم یادگیری واژه نامه
۵۵	۳-۲-۱- روش K-SVD
۶۲	۴-۱- مقدمه
۶۲	۴-۲- پایگاه داده ی مورد استفاده
۶۴	۴-۳- پارامترهای DASS
۶۴	۴-۳-۱- انتخاب بهینه ی S
۶۵	۴-۳-۲- پارامترهای زمان بندی سنجش
۶۶	۴-۳-۳- پارامترهای یادگیری واژه نامه
۶۷	۴-۴- نتایج و آزمایش ها

۷۲	۵-۱- نتیجه گیری
۷۲	۵-۲- جمع بندی و پیشنهاد ادامه کار
۷۴	مراجع

## فهرست اشکال

۳	شکل ۱-۱. (۱) معماری ارتباطی شبکه حسگر بی سیم- (۲) ساختمان داخلی گره حسگر
۱۵	شکل ۲-۱. فرم نمایش ۲-تنک سیگنال تحت دیکشنری $\Psi$
۱۹	شکل ۲-۲. نمایش فرایند سنجش و فشرده سازی در CS
۲۸	شکل ۲-۳. یک مثال ساده از بازسازی به روش CS
۳۳	شکل ۲-۴. نمایش سیگنال های همبسته $x_1, x_2, \dots, x_J$ در روش DCS
۳۴	شکل ۲-۵. نمایش سنجش سیگنال توزیع شده توسط گره $x_j$
۳۷	شکل ۲-۶. نمایش گرافیکی DASS
۳۹	شکل ۲-۷. فضای مساله ی DASS
۴۷	شکل ۳-۱. نمایش عملیات DASS در یک WSN
۵۵	شکل ۳-۲. مسئله واژه نامه
۶۳	شکل ۴-۱. بخشی از مکان نودهایی که پایگاه داده ی ولیس را جمع آوری می کنند

- ۶۴ شکل ۴-۲. نسبت بهینه‌ی  $\beta$  بر حسب SNR اندازه‌گیری برای مجموعه داده پیرن
- ۶۵ شکل ۴-۳. خطای تقریب مدل به صورت تابعی از پارامتر  $S$
- ۶۷ شکل ۴-۴. مقایسه دو روش درون‌یابی در DASS
- ۶۹ شکل ۴-۵. نسبت نرخ سنجش بین DASS همزمان و DASS مستقل

## فهرست جداول

- ۴۹ جدول ۲-۱: خلاصه علائم
- ۶۳ جدول ۴-۱. خلاصه مجموعه داده‌های آزمایش
- ۶۸ جدول ۴-۲. مقایسه عددی دو روش درون‌یابی برای داده‌های آزمون

# فصل اول

## مقدمات

## ۱-۱- مروری بر شبکه‌های حسگر بی‌سیم

امروزه با پیشرفت تکنولوژی سیستم‌های ریز الکترو-مکانیکی<sup>۱</sup>، ارتباطات بی‌سیم و الکترونیک دیجیتال، می‌توان حسگرهایی در اندازه‌های کوچک با توان مصرفی پایین، ساخت. این حسگرها، توانایی حسگری<sup>۲</sup> مناسب و قدرت محاسباتی بالایی، دارند [۱،۲]. یک شبکه حسگر بی‌سیم<sup>۳</sup>، با توزیع تعدادی گره‌های حسگر<sup>۴</sup> که از طریق فناوری مخابرات بی‌سیم<sup>۵</sup> در ارتباط با یکدیگر هستند تشکیل می‌شود. مکان گره‌ها نیاز به تعیین و تنظیم قبلی ندارد و به صورت کاملاً تصادفی در محیط مستقر می‌شوند. در برخی کاربردها، گره‌ها به صورت دستی توزیع می‌شوند. این گره‌ها خودمختار بوده و از نظر نیرو، قدرت پردازش و توانایی برقراری ارتباط، محدود می‌باشند. WSNها به منظور جمع‌آوری اطلاعات از محیط‌هایی که دسترسی انسان به آن مکان‌ها، غیرممکن و یا پرخطر می‌باشد طراحی شده‌اند. در این شبکه‌ها هر گره، مقدار خود را پس از سنجش به گره ایستگاه<sup>۶</sup> ارسال می‌کند. این داده‌ها در ایستگاه مورد پردازش قرار می‌گیرند. هر گره می‌تواند مجهز به یک یا چند حسگر باشد. حسگرها باید در یک بازه زمانی بدون تعویض یا شارژ منابع انرژی خود، به فعالیت مورد نظر ادامه دهند.

---

<sup>1</sup> Micro- Electro- Mechanical Systems (MEMS)

<sup>۲</sup> منظور از حسگری، نمونه‌برداری از سیگنال یا همان سنجش است. از این پس در این پایان نامه از واژه "سنجش" استفاده می‌شود.

<sup>3</sup> Wireless sensor network (WSN)

<sup>۴</sup> از این پس برای خلاصه سازی به جای "گره‌های حسگر" تنها واژه "گره" آورده می‌شود.

<sup>5</sup> Wireless communications

<sup>6</sup> Station node-

در بعضی از منابع به آن گره سینک یا گره سرور نیز می‌گویند. در این پایان نامه از این پس به جای "گره ایستگاه" تنها واژه "ایستگاه" آورده می‌شود.

## ۱-۱-۱- کاربردهای WSN

از جمله کاربردهای این دسته از شبکه‌ها می‌توان به موارد نظامی، محیط هوشمند، مراقبت‌های پزشکی و کنترل ترافیکی اشاره نمود [۱،۲]. WSNها، براساس ترافیک داده‌های ارسالی از گره‌ها به ایستگاه، به‌طور کلی به سه گروه تقسیم می‌شوند:

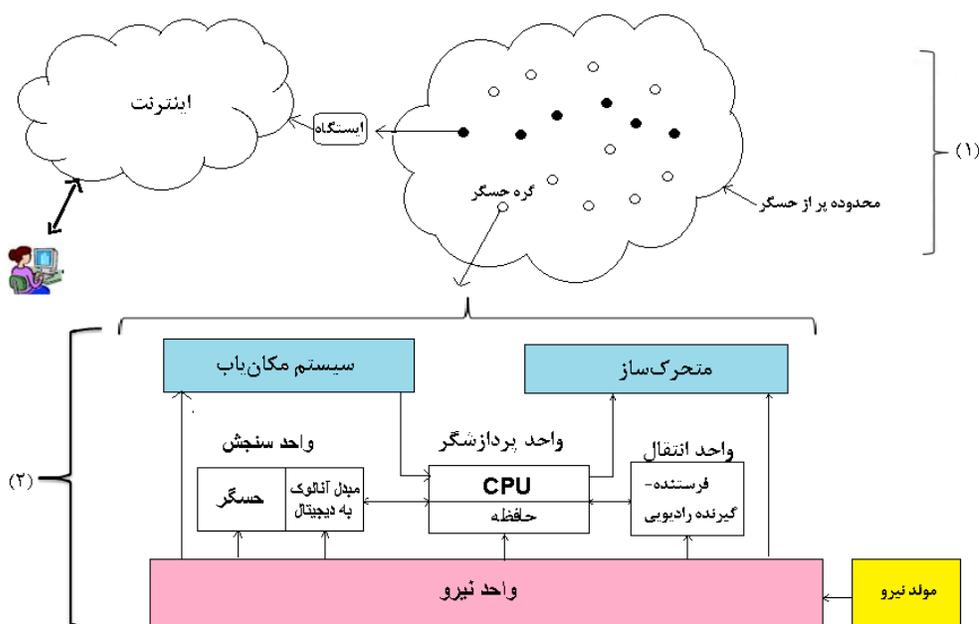
(۱) آشکارسازی رخداد (مانند عیب‌یابی خط تولید)

(۲) ردیابی اهداف

(۳) سنجش متناوب (مانند نظارت بر پدیده‌های فیزیکی)

## ۱-۱-۲- معماری شبکه‌های حسگر بی‌سیم

معماری ارتباطی شبکه حسگر بی‌سیم و عناصر تشکیل دهنده یک گره به‌صورت شکل (۱-۱) است.



شکل ۱-۱. (۱) معماری ارتباطی شبکه حسگر بی‌سیم - (۲) ساختمان داخلی گره.

مطابق شکل (۱-۱)، هر گره شامل واحد سنجش، پردازش گر، انتقال، منبع تغذیه است. واحدهای اضافی شامل واحد متحرک ساز، سیستم مکان یاب و مولد انرژی نیز ممکن است بسته به کاربرد گره ها وجود داشته باشند. در میان این واحدها، سنجش، پردازش گر و انتقال بیشترین مصرف انرژی را دارند. بنابراین تمرکز تحقیقات بر روی این واحدها می باشد.

یک گره از پنج قسمت اصلی: (۱) حسگرها، (۲) ریزپردازنده، (۳) حافظه، (۴) فرستنده- گیرنده ی رادیویی، (۵) منبع انرژی، تشکیل می شود.

### **۱-۱-۲-۱- حسگرها**

به دلیل پهنای باند و انرژی محدود در WSN ها، می بایست عملیات سنجش در حسگرها با هزینه پایین صورت گیرد. در بسیاری از کاربردها لازم است عملیات سنجش از چندین کمیت صورت پذیرد. دماسنج، رطوبت سنج، روشنایی سنج، فشارسنج، لرزه سنج، مغناطیس سنج و حتی گاهی دوربین های با رزولوشن پایین استفاده می شود. حسگرها به یک مبدل آنالوگ به دیجیتال مجهزند که سیگنال های آنالوگ تولید شده توسط حسگرها را به سیگنال های دیجیتال قابل پردازش در پردازنده ی حسگر تبدیل می کند. این واحد از منبع انرژی تغذیه می کند.

### **۱-۱-۲-۲- ریزپردازنده**

اعمال محاسباتی در گره ها توسط واحد ریزپردازنده ی موجود در آن ها انجام می شود. داده های سنجیده شده توسط یک گره و یا مجموعه ای از گره ها، می تواند به صورت محلی در این واحد پردازش شود و سپس به مقصد ارسال گردد. به دلیل اندازه ی کوچک، محدودیت در مصرف توان و هزینه ی پایین ساخت گره ها، از ریزپردازنده هایی که توان کمی مصرف می کنند، استفاده می شود. چنین ریزپردازنده هایی از نظر قدرت و

سرعت محدودند. از این رو سیستم عامل ها، نرم افزارها و میان افزارهایی که عملکرد آنها به ریزپردازنده ها وابسته است، از لحاظ سرعت و قدرت محدود خواهند بود.

### ۱-۱-۲-۳- حافظه

هر گره دارای دو حافظه RAM و ROM با ظرفیت محدود می باشد. از RAM برای ذخیره داده های سنجیده شده و پردازش شده استفاده می شود. از حافظه ROM نیز به منظور ذخیره برنامه ها و دستورالعمل های مربوط به فرآیند سنجش و پردازش استفاده می شود. همانند دیگر واحدهای یک گره، واحد حافظه نیز به دلیل توان محدود گره ها و اندازه ی کوچک آنها محدود می باشد.

### ۱-۱-۲-۴- فرستنده- گیرنده رادیویی

در WSN ها هر گره مجهز به فرستنده-گیرنده رادیویی با برد کوتاه و نرخ داده ی پایین است. در حال حاضر به دلیل سرعت و قدرت محاسباتی پایین گره ها و همچنین توان پایین آنها، نرخ داده در فرستنده-گیرنده بسیار پایین و حداکثر 300kbps بوده و بُرد آنها در حد چند ده متر و نهایتاً چند صد متر می باشد. با پیشرفت فناوری، به تدریج بر قابلیت فرستنده-گیرنده ها از نظر پایداری در مقابل اغتشاشاتی همچون نویز، محوشدگی<sup>۱</sup>، تداخل<sup>۲</sup> افزوده شده است. از آن جا که توان مصرفی در فرستنده-گیرنده هر گره، توان مصرفی غالب در شبکه می باشد، اغلب به منظور حداقل نمودن انرژی مصرفی در مدارهای فرستنده-گیرنده، دو حالت خواب<sup>۳</sup> و بیداری<sup>۴</sup> برای گره ها تعریف می شود.

---

<sup>1</sup> Fading

<sup>2</sup> interference

<sup>3</sup> Sleep Mode

<sup>4</sup> Active Mode

## ۱-۱-۲-۵- منبع انرژی

یکی از مهمترین واحدهای یک گره، منبع انرژی آن می‌باشد. در اغلب کاربردها از باتری‌هایی کوچک به- عنوان منبع تامین انرژی یک گره استفاده می‌شود. هر اندازه گره کوچکتر ساخته شود، باتری کوچکتری خواهد داشت. بنابراین انرژی کمتری را در خود ذخیره می‌کند.

## ۱-۲- چالش‌های شبکه‌های حسگر بی‌سیم

از جمله مواردی که WSNها با آن در چالش می‌باشند، می‌توان به موارد زیر اشاره نمود [۳].

❖ طول عمر<sup>۱</sup>: طول عمر یعنی مدت زمانی که یک شبکه فعال است و قادر است وظایف تخصیص یافته‌اش را انجام دهد. گره‌ها انرژی باتری محدودی دارند. در این راستا با پیشرفت‌های فناوری سخت‌افزاری، باتری‌هایی با دوام و قدرت نیروی بیشتر تولید شده است. هر چند این راه، مناسب برای بالا بردن طول عمر باتری‌ها نمی‌باشد. از این رو، برای افزایش طول عمر باتری گره‌ها، اخیراً روش‌های پردازش سیگنال (که به مقدار کمتری پردازش توسط پردازنده نیاز داشته و بنابراین توان کمتری از باتری را مصرف می‌نمایند) مورد توجه قرار گرفته‌اند.

❖ مکان‌یابی<sup>۲</sup>: در شبکه‌های بزرگ، اختصاص شناسه<sup>۳</sup> به گره‌ها امکان‌پذیر نیست. از این رو همراه با داده‌های جمع‌آوری شده در پاکت داده، اطلاعات مربوط به مکان گره یا گره‌هایی که داده توسط آنها سنجیده شده اضافه می‌گردد. در غیر این صورت اطلاعات مربوط به مکان داده‌ها توسط ایستگاه مشخص می‌شود.

---

<sup>1</sup> Life time

<sup>2</sup> Location

<sup>3</sup> Identifier(ID)

❖ مقیاس‌پذیری<sup>۱</sup>: این شبکه باید هم از نظر تعداد گره و هم از نظر پراکندگی گره‌ها مقیاس‌پذیر باشد؛ شبکه باید بتواند با تعداد صدها، هزارها و حتی میلیون‌ها گره کار کند و هم از طرفی چگالی توزیع متفاوت گره‌ها را نیز پشتیبانی کند. در بسیاری از کاربردها توزیع گره‌ها تصادفی صورت می‌گیرد و امکان توزیع با چگالی مشخص و یکنواخت وجود ندارد.

❖ همکاری<sup>۲</sup> و پردازش درون‌شبکه‌ای<sup>۳</sup>: در کاربردهایی همانند نظارت بر پدیده‌های فیزیکی که فرآیند سنجش متناوب می‌باشد، حجم داده ارسالی به ایستگاه بسیار زیاد خواهد بود. از این رو گره‌ها با یکدیگر همکاری نموده و پردازش‌های محلی یا درون‌شبکه‌ای بر روی داده‌ها انجام می‌دهند. به همین دلیل باید الگوریتم‌هایی طراحی شوند که بتوانند حجم داده‌ی ارسالی به ایستگاه را کاهش دهند درحالی‌که اطلاعات موجود در آن همچنان حفظ شوند.

❖ محرمانه بودن<sup>۴</sup> و امنیت<sup>۵</sup>: در کاربردهای نظامی، امنیت از اهمیت بالایی برخوردار است. ارزان و ساده بودن گره‌ها در این شبکه‌ها، امکان استفاده از الگوریتم‌های پیشرفته را در آن‌ها محدود نموده است.

❖ پوشش<sup>۶</sup> و پایداری<sup>۷</sup>: در صورت افزایش بیش از حد شمار گره‌ها، آرایش منظم آن‌ها در محیط غیرعملی است. همچنین آرایش تصادفی گره‌ها، موجب می‌شود چگالی گره‌ها در نواحی مختلف

---

<sup>1</sup> Scalability

<sup>2</sup> Collaboration

<sup>3</sup> In-Network Processing

<sup>4</sup> Privacy

<sup>5</sup> Security

<sup>6</sup> Coverage

<sup>7</sup> Robustness

مکان مورد سنجش متغیر باشد. از طرفی به دلیل ساختار ساده گره‌های موجود، اغلب در عملیات ارسال و دریافت داده و عملیات پردازش، غیرمطمئن بوده و ممکن است در لحظاتی از زمان غیرقابل دسترس یا غیرفعال باشند. به منظور پوشش مناسب شبکه تعداد گره‌ها در حوزه مکان و زمان باید به گونه‌ای کنترل شوند.

### ۱-۳- تعریف مساله

یک شبکه از  $N$  گره را در نظر بگیرید که هر کدام یک بخش از داده شبکه یا اطلاعات را دارا می‌باشد. مقدار هر گره را با  $x_i$  که  $i = 1, 2, \dots, N$  است، نشان می‌دهند. جمع‌آوری مقادیر تمام گره‌ها در یک بردار  $x$  که به صورت  $x = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T \in R^N$  نمایش داده می‌شود، داده شبکه می‌گویند. حجم داده می‌تواند بسیار بزرگ باشد. بنابراین جمع‌آوری  $x$  در یک نقطه واحد کاری زمان‌بر و دشوار است.

یکی از کاربردهای WSN، جمع‌آوری داده به صورت متناوب و انتقال آن به ایستگاه می‌باشد. هدف اصلی طراحی این شبکه‌ها در این کاربرد، بازسازی داده‌ها<sup>۲</sup> با دقت بیشینه است. در کاربردهایی که فرایند سنجش، متناوب می‌باشد، حجم داده‌ی ارسالی از گره‌ها به ایستگاه بسیار زیاد و دارای افزونگی<sup>۳</sup> مکانی یا زمانی خواهد بود. در این کاربردها اغلب لازم است که گروهی از گره‌ها با یکدیگر همکاری نموده و داده‌ها را به صورت محلی<sup>۴</sup> پردازش نمایند و سپس تنها داده‌های مورد نیاز را به ایستگاه ارسال کنند. داده‌های پردازش شده باید حاوی اطلاعات کافی از داده‌های اولیه باشد. این موضوع امکان استفاده از پردازش‌های

---

<sup>۱</sup> T نماد ترانهاده می‌باشد.

<sup>۲</sup> داده‌های محیطی را با سیگنال  $x$  نشان می‌دهیم

<sup>۳</sup> Redundancy

<sup>۴</sup> منظور درون شبکه‌ای است

درون شبکه‌ای را به منظور کاهش حجم داده‌ی ارسالی به ایستگاه فراهم می‌نماید. از جمله آن‌ها می‌توان به خلاصه‌سازی، کدگذاری منبع توزیع شده (DSC)<sup>۱</sup> و سنجش فشرده (CS)<sup>۲</sup> اشاره نمود. برخلاف خلاصه‌سازی در CS، اطلاعات موجود در داده‌ها پس از فرایند فشرده‌سازی همچنان حفظ می‌شود. از این‌رو در مقایسه با خلاصه‌سازی بسیار مفیدتر است. گرچه در تکنیک DSC، همانند CS اطلاعات موجود در داده‌ها پس از فرایند فشرده‌سازی حفظ می‌شود اما برای استفاده از DSC در WSNها باید از ساختار همبستگی موجود مابین گره‌های همسایه دانش کافی و اولیه‌ای وجود داشته باشد. اما این امر همواره در عمل امکان‌پذیر نیست [۴،۵].

مسئله مورد بحث در این پایان‌نامه، بهبود الگوی سنجش به روش CS در جهت کاهش تعداد نمونه‌های اخذ شده است. به همین منظور با استفاده از روش‌های درون‌یابی مبتنی بر SVD<sup>۳</sup> و آژنه‌نامه‌ای که بر دقت بازسازی می‌افزاید، بدست می‌آید.

## ۱-۴- اهداف پایان‌نامه

در این پایان‌نامه، هدف بهبود و بالابردن کارایی روش‌های جمع‌آوری داده و در نتیجه کاهش مصرف انرژی شبکه می‌باشد. ارائه ابزاری برای بهبود سنجش فشرده توزیع شده (DCS)<sup>۴</sup>، در جهت بالابردن عملکرد نمونه‌برداری از سیگنال<sup>۵</sup> از اهداف این پایان‌نامه است.

---

<sup>۱</sup> Distributed Source Coding

<sup>۲</sup> Compressive Sensing

<sup>۳</sup> Singular Value Dicomposition

<sup>۴</sup> Distributed compressive sensing

<sup>۵</sup> سیگنال همان داده شبکه است.

## ۱-۵- ساختار پایان نامه

این پایان نامه در ۵ فصل تدوین شده که ساختار آن به شرح زیر می باشد. در فصل دوم، به ادبیات موضوع و کارهای پیشین انجام شده پرداخته خواهد شد. فصل سوم روش پیشنهادی بیان خواهد شد. در فصل چهارم به ارزیابی روش پیشنهادی پرداخته می شود. در آخرین فصل، به نتیجه گیری و ارائه پیشنهاد برای ادامه کار پرداخته خواهد شد.

# فصل دوم

ادبیات موضوع و مرور بر کارهای پیشین

## ۲-۱- مقدمه

مصرف انرژی گره‌ها عمدتاً از سه فعالیت سنجش، داده‌پردازی و برقراری ارتباط نشئت می‌گیرد. پژوهش-گران قبلی قصد داشتند انرژی مصرف شده برای برقراری ارتباط را بهینه‌سازی کنند [۶،۷] درحالی که عمدتاً هزینه‌ی انرژی سنجش را نادیده گرفته‌اند. به تازگی، نشان داده شده است اگر سنجش، مقدار انرژی قابل قیاس با برقراری ارتباط و داده‌پردازی مصرف کند، نادیده گرفتن هزینه انرژی برای سنجش، بهینه نخواهد بود [۸]. در نظر گرفتن هزینه‌ی انرژی سنجش می‌تواند برای ارتقای بیشتر راندمان انرژی کلی، مفید باشد.

بنا به قضیه سنجش شانون- نایکوئیست<sup>۱</sup>، یک سیگنال پیوسته در زمان که دارای باند محدود فرکانسی می‌باشد را می‌توان از روی نمونه‌های به فواصل یکنواخت آن، به‌طور دقیق بازسازی کرد. طبق قضیه نایکوئیست فرکانس سنجش بایستی حداقل دو برابر بزرگترین فرکانس موجود در سیگنال باشد. در برخی کاربردها، حداکثر فرکانس موجود در سیگنال ممکن است بسیار بزرگ باشد که باعث می‌شود نرخ سنجش بسیار زیاد بوده و فرآیند سنجش هزینه‌بر باشد. از این‌رو در بسیاری از کاربردها به منظور کاهش نرخ سنجش و جلوگیری از پدیده‌ی اختلاط<sup>۲</sup>، قبل از سنجش، سیگنال از یک فیلتر پایین‌گذر عبور داده می‌شود. گرچه خروجی فیلتر پایین‌گذر محدود بوده و می‌توان در این حالت از قضیه‌ی سنجش شانون به نحوی استفاده نمود، اما ممکن است بخشی از اطلاعات مفید، پس از عبور از فیلتر حذف شود و سیگنال به‌درستی بازسازی نشود.

نرخ سنجش بالا باعث می‌شود تعداد نمونه‌های زمان- گسسته‌ی سیگنال زیاد باشد. از این‌رو ذخیره،

---

<sup>1</sup> Shannon- Nyquist

<sup>2</sup> Alaising

انتقال و یا پردازش چنین حجم عظیمی از داده نیاز به سیستم‌هایی دارد که از نظر حافظه، توان و قدرت پردازش توانمند باشند. ساخت این چنین سیستم‌هایی گران تمام می‌شود. بنابراین برای کاهش هزینه‌های مربوطه از فشرده‌سازی سیگنال استفاده می‌شود؛ به جای ارسال کامل اطلاعات، بخش زائد آن حذف و بخشی را که حاوی اطلاعات مفید یا عمده اطلاعات است مخابره می‌شود. در عملیات فشرده‌سازی یک سیگنال، سعی می‌شود نسخه‌ای فشرده از سیگنال طوری تعیین شود که پس از بازسازی، خطای بازسازی در حد قابل قبولی باشد. راه‌کارهای متنوعی در فشرده‌سازی غیرمتمرکز<sup>۱</sup> داده‌ها در WSNها وجود دارد [۵]. از این‌رو اغلب بهتر است از روش‌هایی در فشرده‌سازی داده استفاده گردد که در آن‌ها نیازی به دانش اولیه در مورد همبستگی و وابستگی مابین داده‌ها به‌منظور همکاری گره‌ها با یکدیگر و پردازش درون-شبکه‌ای<sup>۲</sup> نباشد.

CS یک روش سنجش و فشرده‌سازی جدید از سیگنال‌های تنک می‌باشد که برخلاف قضیه‌ی سنجش شانون- نایکوئیست به‌جای سنجش مستقیم از سیگنال، ترکیب خطی نمونه‌های سیگنال محاسبه می‌شود. در این روش علاوه بر باند محدود بودن، تنک بودن سیگنال در فضای مناسب، می‌تواند منجر به بازسازی سیگنال از روی سنجش‌هایی گردد که میزان آن‌ها به مراتب کمتر است از آنچه که در تئوری شانون- نایکوئیست لازم می‌باشد [۹، ۱۰، ۱۱].

در این فصل در مورد چگونگی نمایش تنک سیگنال‌ها توضیح داده می‌شود. روش‌های فشرده‌سازی مبتنی بر تبدیل و همچنین مبتنی بر CS بررسی می‌گردد. روش‌های بازسازی تنک در CS شرح داده می‌شود. در ادامه کاربرد CS در شبکه با ذکر مثال توضیح داده می‌شود. چگونگی انتخاب ماتریس سنجش در CS بررسی می‌شود. چالش CS را بیان نموده و روش DCS برای حل این چالش را شرح می‌دهیم. همچنین

---

<sup>۱</sup> Decentralized Compression

<sup>۲</sup> In-Network Processing

به چگونگی انتخاب ماتریس سنجش در روش‌های مبتنی بر DCS اشاره خواهد شد. یافتن واژه‌نامه از طریق PCA را شرح می‌دهیم. در انتها به بیان مسئله‌ی "سنجش تنک وفق‌پذیر توزیع‌شده" پرداخته و به‌طور کامل آن را توصیف می‌نماییم.

## ۲-۲- نمایش تنک

اکثر سیگنال‌های طبیعی با در نظر گرفتن پایه‌های مشخص، دارای نمایش تنک هستند. سیگنال  $x = [x_1, x_2, \dots, x_N]$  را در نظر بگیرید که  $x \in R^{N \times 1}$  می‌باشد. کدگذاری تنک<sup>۱</sup> در گره‌های WSN و کدگشایی آن‌ها در سمت ایستگاه صورت می‌گیرد.

## ۲-۲-۱- سیگنال‌های تنک و شبه تنک

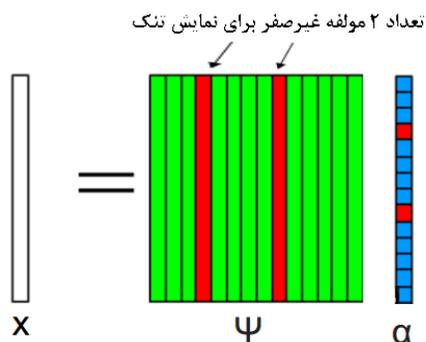
به سیگنال  $x \in R^{N \times 1}$ ،  $S$ -تنک گویند اگر حداکثر  $S$  نمونه‌ی آن غیرصفر باشد ( $\|x\|_0 \leq S$ ). مجموعه تمام سیگنال‌های  $S$ -تنک به صورت رابطه (۱-۲) تعریف می‌شود.

$$\sum S = \{x : \|x\|_0 \leq S\} \quad (1-2)$$

اما در واقع سیگنال‌ها، خود تنک نبوده بلکه تحت پایه‌هایی<sup>۲</sup> نمایش تنک خواهند داشت. در این صورت داده، تحت پایه‌هایی به فضای دیگری مدل می‌شود. یکی از روش‌های بدست آوردن این پایه‌ها، استفاده از تحلیل مؤلفه‌های اصلی (PCA)<sup>۳</sup> است. این ابزار فضای داده را از یک فضای  $N$  بعدی به یک فضای  $S$  بعدی خواهد برد. که در بخش (۲-۱۲) به توضیح کامل آن پرداخته می‌شود. از این رو می‌توان  $x$  را به صورت شکل (۱-۲) نمایش داد.

<sup>۱</sup> در برخی منابع از نمایش تنک به عنوان کدگذار تنک (Sparse coding) نام می‌برند.  
<sup>۲</sup> به این پایه‌ها که همان ستون‌های واژه‌نامه می‌باشد گاه‌اتم هم گفته می‌شود.

<sup>۳</sup> Principal Component Analysis



شکل ۲-۱. فرم نمایش ۲-تنک سیگنال تحت واژه‌نامه‌ی  $\Psi$ .

واژه‌نامه<sup>۱</sup>، همان مدل برای فضای سیگنال  $x \in R^{N \times 1}$  و بردار ضرایب تبدیل<sup>۲</sup>  $\alpha \in R^{N \times 1}$  است. اگر  $\Psi = \{\Psi_1 | \Psi_2 | \dots | \Psi_N\}$ ، مجموعه‌ی پایه‌ها برای فضای سیگنال  $x$  را در نظر بگیریم و بتوان نمایش  $S$ -تنک را برای  $x$ ، تحت این پایه‌ها فراهم کرد، رابطه (۲-۲) را خواهیم داشت.

$$x = \alpha_1 \Psi_1 + \alpha_2 \Psi_2 + \dots + \alpha_N \Psi_N = \Psi \alpha \quad (۲-۲)$$

با مرتب کردن مؤلفه‌های بردار  $\alpha$  به صورت نزولی می‌توان  $x$  را به صورت رابطه (۳-۲) بیان کرد.

$$x = \sum_{i=1}^N \alpha_i \Psi_i = \sum_{l=1}^S \alpha_l \Psi_l + \sum_{l=S+1}^N \alpha_l \Psi_l \quad (۳-۲)$$

که در آن  $\alpha^S = \{\alpha_l, l=1, 2, \dots, S\}$  برای یک سیگنال تنک، مجموعه مؤلفه‌های غیرصفر ضرایب تبدیل و برای یک سیگنال شبه تنک مجموعه مؤلفه‌های بزرگ ضرایب تبدیل می‌باشد. در واقع سیگنال‌های واقعی دقیقاً تنک نیستند بلکه قابل فشردن هستند؛ بدین معنی که مؤلفه‌های کوچک ضرایب تبدیل دقیقاً صفر نبوده بلکه نزدیک به صفر هستند که به این سیگنال‌ها شبه تنک گفته می‌شود. در رابطه (۲-۲)

<sup>۱</sup> Dictionary matrix –

در برخی از مراجع به عنوان ماتریس تنک نام برده می‌شود [۸]. ماتریس تنک کننده نیز گفته می‌شود. در این پایان‌نامه اختصاراً "واژه‌نامه" می‌نامیم.

<sup>۲</sup> در برخی منابع به آن بردار نمایش تنک گفته می‌شود [۸]. در این پایان‌نامه اختصاراً "ضرایب تبدیل" می‌نامیم.

۳) ترم دوم در سیگنال‌های تنک برابر صفر و در سیگنال‌های شبه تنک نسبت به ترم اول بسیار کوچک‌تر و نزدیک به صفر می‌باشد.

بنابراین به صورت دقیق‌تر مجموعه تمام سیگنال‌های به طول  $N$  و  $S$ -تنک به صورت رابطه (۴-۲) تعریف می‌شود.

$$\sum S = \{\alpha \in \mathbb{R}^{N \times 1} : \#\text{supp}(\alpha) \leq S\} \quad (4-2)$$

$\text{supp}(\alpha)$ ، مجموعه‌ی اندیس‌های عناصر  $\alpha$  بوده و  $\#\text{supp}$  بیانگر تعداد اعضای مجموعه‌ی  $\text{supp}$  می‌باشد. در واقع در سیگنال‌های تنک قسمت عمده‌ی انرژی سیگنال یا اطلاعات موجود در آن، تنها در تعداد کمی ( $S \ll N$ ) ضریب تبدیل وجود دارد. توجه شود که ابعاد واژه‌نامه لزوماً مربعی  $N \times N$  نیست بلکه می‌تواند به صورت  $M \times N$  ( $M < N$ ) باشد که اصطلاحاً به آن واژه‌نامه فراکامل<sup>۱</sup> می‌گویند.

## ۲-۳- فشرده‌سازی مبتنی بر تبدیل

تاکنون تبدیلات متنوعی از قبیل DCT<sup>۲</sup>، موجک<sup>۳</sup>، گابور و کرولت<sup>۴</sup> برای نمایش و فشرده‌سازی سیگنال‌های طبیعی، تصاویر و دیگر داده‌ها پیشنهاد شده و مورد استفاده قرار گرفته‌اند. فشرده‌سازی مبتنی بر تبدیل در بسیاری از روش‌های فشرده‌سازی از جمله JPEG، JPEG2000، MPEG و MP3 موفق بوده است. ایده‌ی اساسی فشرده‌سازی مبتنی بر تبدیل این است که ابتدا مجموعه پایه‌هایی مانند  $\Psi$  برای سیگنال  $x$  انتخاب شود که سیگنال روی آن نمایش تنک داشته و یا قابل فشرده‌سازی باشد. به‌عنوان

---

<sup>1</sup> Overcomplete

<sup>2</sup> Discrete cosine transform

<sup>3</sup> Wavelet

<sup>4</sup> Curvelet

مثال سیگنال‌های تقریباً ثابت، در حوزه‌ی فرکانس و سیگنال‌های تکیه‌ای ثابت در حوزه‌ی ویولت نمایش تنک داشته و یا قابل فشرده‌سازی‌اند. از تبدیل موجک برای فشرده‌سازی اطلاعات استفاده می‌شود [۱۳، ۱۲]. چالش اصلی در فشرده‌سازی به این روش این است که باید واژه‌نامه و مکان مؤلفه‌های ضرایب تبدیل بزرگ (مجموعه‌ی  $\alpha^{(S)}$ ) از ابتدا مشخص شود، در حالی که در اغلب کاربردها امکان اطلاع از مکان مؤلفه‌های ضرایب تبدیل مهم و همچنین واژه‌نامه وجود ندارد. برای حل این مشکل، روش سنجش فشرده با استفاده از ماتریس‌های سنجش تصادفی، شرایطی را فراهم می‌کند که به‌جای تصویر کردن سیگنال  $x$  روی سطرهاى واژه‌نامه‌ی  $\Psi^T$ ، سیگنال را روی یک پایه تصادفی تصویر کند.

## ۲-۴- فشرده‌سازی مبتنی بر CS

آیا ضرایب تبدیل بر اهمیت را می‌توان مستقیماً تقریب زد؟ بله. در ابتدا به یک مثال تاریخی توجه کنید. در جنگ جهانی دوم، ارتش ایالات متحده تصمیم گرفت تا سربازانی را که دارای بیماری سفلیس هستند، غربال کند. اما آزمایش سفلیس هزینه‌ی زیادی داشت. بنابراین ارتش تصمیم گرفت به‌جای این که خون هر یک از سربازان را به‌صورت جداگانه آزمایش نماید، خون گروهی از سربازان را با یکدیگر ترکیب نموده و آزمایش را روی هر گروه به‌صورت جداگانه انجام دهد. سپس در صورت مشاهده‌ی نتیجه‌ی مشکوک در یک گروه، آن گروه را برای بررسی بیشتر دوباره مورد آزمایش قرار دهد. این روش معروف به آزمایش گروهی می‌باشد [۱۴].

در سال ۲۰۰۶ نوع خاصی از آزمایش گروهی معرفی شد و ایده‌ی آن این بود که از طریق محاسبه‌ی تعدادی ترکیب خطی تصادفی عناصر یک سیگنال تنک، می‌توان مقدار و محل مؤلفه‌های غیرصفر بردار  $\alpha$  تحت شرایطی تعیین نمود. گرچه این امر غیرممکن به‌نظر می‌رسد، اما candes، Romberg و Tao [۹] و Donoho [۱۵] نشان داده‌اند که مجموعه‌ای از سنجش‌ها می‌توانند حاوی اطلاعات کافی برای

بازسازی سیگنال‌های تنک باشد.

برخلاف فشرده‌سازی کلاسیک که در آن‌ها ابتدا کل داده‌ها اخذ<sup>۱</sup> و سپس فشرده شده و بعد به مقصد ارسال می‌شود، در فشرده‌سازی داده به روش CS، هر دو مرحله‌ی اخذ و فشرده‌سازی داده به‌صورت همزمان صورت می‌پذیرد [۱۸، ۱۷، ۱۶].

هدف از سنجش فشرده، فشرده‌سازی سیگنال با سنجش‌های غیر وفقی<sup>۲</sup> و سپس بازسازی آن می‌باشد به-گونه‌ای که خطای تقریب در بازسازی به این روش متناسب با خطای تقریب در فشرده‌سازی سیگنال به-صورت وفقی (به‌عنوان مثال فشرده‌سازی مبتنی بر تبدیل) باشد. در سنجش فشرده، سنجش‌ها به‌صورت ترکیب خطی نمونه‌های سیگنال خواهند بود (رابطه (۲-۵)). این روش از ماتریس تصادفی  $\Phi$  برای پیدا کردن ضرایب تبدیل تصادفی استفاده می‌کند.

$$y = \Phi x \quad , \quad y_i = \langle x, \varphi_i \rangle \quad (۲-۵)$$

$\langle \cdot, \cdot \rangle$  بیان‌گر ضرب داخلی دو بردار می‌باشد.

در حالت کلی، مادامی که  $M < N$  باشد، در رابطه (۲-۵)، تعداد معادلات (M) کمتر از تعداد مجهولات (N) است. این رابطه یک دستگاه معادلات خطی فرومعین<sup>۴</sup> بوده که بی‌شمار جواب دارد. اما از سوی دیگر، فرض مهم تنکی<sup>۵</sup> روی سیگنال  $x$ ، امکان حل این دستگاه و بازسازی سیگنال فشرده‌شده را فراهم می‌-

---

<sup>۱</sup> در اینجا منظور همان سنجش است

<sup>۲</sup> nonadaptive

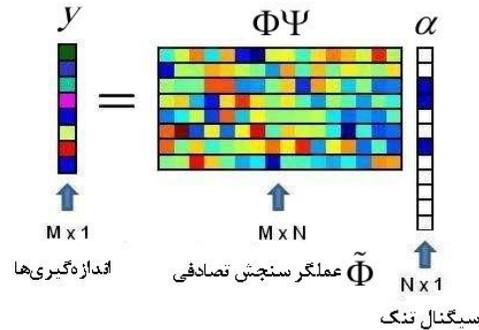
<sup>۳</sup> Sensing matrix - ماتریس اندازه‌گیری یا ماتریس سنجش نیز نام دارد. در برخی از کاربردها به آن ماتریس مسیریابی نیز می‌گویند [۸]. از این پس در این پایان‌نامه به آن ماتریس سنجش می‌گوییم.

<sup>۴</sup> underdetermined

<sup>۵</sup> Sparsity

نماید. فرض تنک بودن در رابطه (۶-۲) نشان داده می‌شود.

$$[y]_{M \times 1} = [\Phi]_{M \times N} \times [x]_{N \times 1} = \Phi \Psi \theta = \tilde{\Phi} \theta \quad M \ll N \quad (6-2)$$



شکل ۲-۲. نمایش فرایند سنجش و فشرده‌سازی در CS.  $\Phi$  تعیین می‌کند کدام یک از ستون‌های واژه‌نامه  $\Psi$ ، مؤلفه‌های ضرایب تبدیل را می‌سازد.

$y$  تصویر بردار  $x$ ، روی بردارهای اندازه‌گیری  $\varphi_i$  است.  $\Phi$  ماتریس سنجش به ابعاد  $M \times N$  می‌باشد که در هر سطر آن یک بردار اندازه‌گیری  $\varphi_i$  قرار دارد.

بنابه نظریه CS، در صورتی که شرط ناهمدوسی<sup>۱</sup> مابین دو ماتریس  $\Phi$  و  $\Psi$  برقرار بوده و همچنین تعداد اندازه‌گیری‌ها به اندازه‌ی کافی باشد، می‌توان مجموعه‌ی  $\alpha^{(S)}$  را از روی سنجش‌های  $y$  بازسازی نمود. با به‌دست آوردن  $\alpha^{(S)}$  و با دانستن  $\Psi$  سیگنال  $x$  قابل محاسبه خواهد بود.

## ۲-۵- خاصیت همدوسی بین دو ماتریس

به‌طور کلی با صرف‌نظر از جزئیات می‌توان گفت دو ماتریس همدوسند<sup>۲</sup> اگر بتوان هر یک از عناصر یک ماتریس را با ترکیب خطی گروه کوچکی از ستون‌های دیگری نمایش داد. حال دو ماتریس ناهمدوس

<sup>۱</sup> Incoherence

<sup>۲</sup> Coherence

خواهند بود اگر مقدار همدوسی بین آن دو حداقل مقدار ممکن باشد. این خاصیت می‌تواند مابین جفت پایه‌های متنوعی برقرار باشد. از جمله این پایه‌ها می‌توان به پایه‌های فوریه و موجک اشاره کرد. نکته‌ی جالب توجه آن است که با احتمال بالا خاصیت ناهمدوسی بین هر پایه‌ی دلخواه ثابت و پایه‌ای دیگر که عناصر آن به صورت تصادفی تولید شده‌اند، برقرار است. بنابراین سیگنال‌هایی را که پایه و یا تحت فریم<sup>۱</sup> خاصی نمایش تنک دارند، می‌توان به روش CS فشرده نموده و سپس بازسازی کرد [۱۱، ۱۰].

همدوسی مابین  $\Phi$  و  $\psi$  به صورت (۷-۲) تعریف می‌شود.

$$\mu(\phi, \psi) = \sqrt{N} \cdot \max \left| \langle \phi_i, \psi_j \rangle \right|, \quad 1 \leq i, j \leq N \quad (7-2)$$

## ۲-۶- بازسازی تنک در CS

در این مرحله بایستی با در اختیار داشتن بردار سنجش  $y$  و ماتریس سنجش  $\Phi$ ، سیگنال بازسازی شود. مادامی که  $M < N$  باشد، پاسخ بی‌شماری برای معادله‌ی (۲-۵) موجود خواهد بود. اما مزیت نظریه‌ی CS آن است که می‌توان به ازای برخی از ماتریس‌های سنجش و تحت برقراری شرط ناهمدوسی، سیگنال‌های تنک را به‌خوبی بازسازی کند [۱۹، ۱۸]. به‌منظور بازسازی سیگنال باید ابتدا به دو سوال پاسخ داد:

۱- چه تعداد سنجش ( $M$ ) برای بازسازی مناسب سیگنال لازم است؟

۲- با سنجش‌های موجود، چه الگوریتمی می‌تواند عملیات بازسازی سیگنال را انجام دهد؟

در پاسخ به این سوال، نخست می‌توان گفت که تعداد سنجش برای بازسازی مناسب سیگنال نمی‌تواند کمتر از  $S$  باشد. زیرا حتی اگر سنجش‌ها به‌صورت وفقی از سیگنال صورت پذیرند، آنگاه می‌بایست برای بازسازی سیگنال  $S$ -تنک حداقل  $S$  سنجش از سیگنال صورت پذیرد. از سوی دیگر حداکثر تعداد

<sup>1</sup> Frame

سنجش‌های غیرواقعی، بیش از  $N$  نخواهد بود. زیرا در این صورت دستگاه معادلات خطی با  $N$  معادله و  $N$  مجهول موجود است و به این ترتیب تمامی نمونه‌های سیگنال قابل بازسازی است.

عموماً الگوریتم‌های بازسازی سیگنال در نظریه‌ی CS به دو دسته تقسیم می‌شوند:

الف) الگوریتم‌های بهینه‌سازی محدب<sup>۱</sup> [۲۰].

ب) الگوریتم‌های حریصانه<sup>۲</sup> [۲۱].

از جمله الگوریتم‌های بهینه‌سازی محدب، الگوریتم‌های بهینه‌سازی نرم  $l_p$  می‌باشد که سعی در پیدا کردن پاسخی با حداقل نرم  $l_p$  در مجموعه‌ای از سیگنال‌ها دارند. در مقابل ایده‌ی اساسی الگوریتم‌های حریصانه این است که به صورت تکراری در هر مرحله، ابتدا مکان مربوط به مؤلفه‌های غیرصفر (بزرگ) ضرایب تبدیل، پیدا شده و سپس سیگنال تنک بازسازی شود. در بازسازی سیگنال‌های تنک همواره به دنبال تنک‌ترین پاسخ می‌باشیم. هدف از بازسازی سیگنال به روش CS، پیدا کردن ضرایب تبدیل  $(\alpha)$  از طریق  $M$  تصویر تصادفی از سیگنال  $x(y)$ ، می‌باشد.

## ۲-۶-۱- بازسازی سیگنال از طریق بهینه‌سازی نرم $l_0$

از طرفی می‌دانیم نرم  $l_0$  یک بردار، تعداد عناصر غیرصفر آن بردار است. بنابراین سیگنالی از مجموعه‌ی  $\sum S$  که نرم  $l_0$  آن نسبت به دیگر سیگنال‌های آن مجموعه کمتر باشد، تنک‌ترین سیگنال موجود در آن مجموعه خواهد بود. پس برای دستیابی به تنک‌ترین پاسخ، بایستی به دنبال پاسخی باشیم که نرم  $l_0$  آن حداقل باشد. در این روش تحت برقراری شرایطی خاص روی ماتریس سنجش  $\Phi$  و واژه‌نامه، سیگنالی از

<sup>1</sup> Convex Optimization Algorithms

<sup>2</sup> Greedy Algorithms

مجموعه‌ی  $\sum S$  که نرم صفر ضرایب تبدیل آن نسبت به دیگر سیگنال‌های این مجموعه کمتر باشد به عنوان پاسخ به دست خواهد آمد. این مسئله به صورت رابطه (۸-۲) بیان می‌شود.

$$\alpha = \arg \min_{\alpha} \|\alpha\|_0 \quad \text{s.t} \quad y = \Phi \Psi \alpha = \tilde{\Phi} \alpha \quad (8-2)$$

خاصیت ناهمدوسی بین  $\Phi$  و  $\Psi$  تضمین می‌کند که هیچ دو سیگنال  $S$ -تنکی در مجموعه‌ی  $\sum S$  منجر به تولید بردار سنجش  $y$  یکسان نخواهد شد. اگر واژه‌نامه متعامد<sup>۱</sup> باشد و  $\Phi$  ماتریس سنجش به ابعاد  $M \times N$  با عناصر گوسی مستقل (i.i.d)، آن‌گاه سه حالت زیر برای بازسازی سیگنال از طریق بهینه-سازی نرم صفر قابل بررسی است.

الف- اگر  $M < S$  باشد، هیچ سیگنالی در مجموعه‌ی  $\sum S$  نمی‌تواند به صورت یکتا از روی اندازه‌گیری‌های موجود بازسازی شود.

ب- اگر  $M \geq S + 1$  باشد و عناصر  $\Phi$  مستقل از سیگنال  $x$  تولید شوند، آن‌گاه قطعا سیگنال  $x$  می‌تواند به صورت یکتا از روی اندازه‌گیری‌های موجود بازسازی شود.

ج- اگر  $M \geq 2S$  باشد، آن‌گاه تمامی سیگنال‌های موجود در مجموعه‌ی  $\sum S$  می‌توانند به صورت یکتا از روی اندازه‌گیری‌های موجود بازسازی شوند.

در بازسازی سیگنال به روش بهینه‌سازی نرم صفر لازم است که تمامی سیگنال‌های  $S$ -تنک ممکن در فضای  $N$  بُعدی جستجو شود (تعداد این سیگنال‌ها همان تعداد اعضای مجموعه‌ی  $\sum S$  می‌باشد که بیش از  $\binom{N}{S}$  است). در صورتی که طول سیگنال زیاد باشد، این روش بسیار پیچیده و زمان‌بر خواهد بود.

---

<sup>1</sup> Orthonormal

اما خوشبختانه در روش‌های مبتنی بر بهینه‌سازی می‌توان از مسئله‌ای با پیچیدگی کمتر نسبت به بهینه‌سازی نرم صفر که منجر به پاسخ مشابهی می‌شود، استفاده نمود. این روش بازسازی سیگنال از طریق بهینه‌سازی نرم  $l_1$  می‌باشد که در ادامه آمده است.

## ۲-۶-۲- بازسازی سیگنال از طریق بهینه‌سازی نرم $l_1$

چنانچه مطرح شد، در بازسازی سیگنال‌های تنک همواره به دنبال تنک‌ترین پاسخ می‌باشیم. از طرفی می‌دانیم نرم  $l_1$  یک بردار، برابر مجموع اندازه‌های عناصر آن بردار است. سیگنالی از مجموعه‌ی  $S$  که نرم  $l_1$  آن نسبت به دیگر سیگنال‌های آن مجموعه کمتر باشد، با احتمال بالا تنک‌ترین سیگنال موجود در آن مجموعه خواهد بود (سیگنالی که نرم  $l_1$  آن در یک مجموعه از سیگنال‌های تنک حداقل باشد، نرم  $l_0$  آن نیز با احتمال بالا حداقل خواهد بود). بنابراین در این روش، تحت برقراری شرایطی خاص روی ماتریس سنجش  $\Phi$  و واژه‌نامه، سیگنالی از مجموعه‌ی  $S$  که نرم یک ضرایب تبدیل آن نسبت به دیگر سیگنال‌های این مجموعه کمتر است، به‌عنوان پاسخ به‌دست خواهد آمد. این مسئله به صورت رابطه (۲-۹) تعریف می‌شود [۲۲].

$$\alpha = \arg \min_{\alpha} \|\alpha\|_1 \quad \text{s.t.} \quad y = \Phi \psi \alpha = \tilde{\Phi} \alpha \quad (9-2)$$

مسئله بهینه‌سازی اخیر، که با عنوان پیگیری پایه<sup>۱</sup> هم شناخته می‌شود را می‌توان با استفاده از تکنیک‌های برنامه‌ریزی خطی<sup>۲</sup> مرسوم که پیچیدگی آن‌ها یک چندجمله‌ای از  $N$  و برابر  $O(N^3)$  می‌باشد، حل نمود. در روش BP، تعداد اندازه‌گیری‌ها برای بازسازی مناسب سیگنال باید بیش از  $(S + 1)$  باشد. در واقع در این روش، تعداد اندازه‌گیری‌ها در حد ضریبی از  $S$  ( $M \geq cS$  ،  $c > 1$ ) می‌باشد [۲۱، ۲۳، ۲۴].

<sup>1</sup> Basis Pursuit (BP)

<sup>2</sup> Linear programming

هم‌ارزی دو مسئله  $(p_0)$  و  $(p_1)$  بر خاصیت ناهمدوسی مابین ماتریس‌های  $\Phi$  و  $\Psi$ ، یا خاصیت حفظ نرم سیگنال‌های  $S$ -تنک (RIP<sup>1</sup>) تحت ماتریس سنجش  $\Phi$ ، استوار است [۱۰].

**معیار RIP:** اگر  $\Phi$  ماتریسی  $M \times N$  باشد، ثابت  $\delta_S$  برای ماتریس  $\Phi$  به صورت کوچکترین عدد مثبتی که در رابطه‌ی (۱۰-۲) صدق می‌کند، تعریف می‌شود [۱۱].

$$(1 - \delta_S) x_1^2 \leq \Phi x_2^2 \leq (1 + \delta_S) x_2^2, \quad \forall x \in \sum S \quad \delta_S \in (0, 1) \quad (10-2)$$

اگر  $\Phi$  ماتریسی متعامد باشد، آنگاه  $\delta_S = 0$  می‌باشد. به این معنی که  $\|\Phi x\|_2^2 = \|x\|_2^2$ . اما هنگامی که  $M < N$  باشد،  $\delta_S > 0$  خواهد بود. در واقع RIP معیاری است برای پاسخ به این سوال که آیا ماتریس سنجش  $\Phi$  برای بازسازی سیگنال‌های تنک یا قابل فشرده‌سازی، مناسب است یا خیر؟ این معیار شرط کافی برای بازسازی دقیق سیگنال‌های قابل فشرده‌سازی توسط الگوریتم‌های بهینه‌سازی نرم  $l_1$  است. ماتریس‌هایی که پارامتر RIP را برای هر سیگنال  $S$ -تنک با اندازه‌ی  $N$  برآورده می‌کنند، می‌توانند با حفظ فاصله‌ی دو سیگنال  $S$ -تنک در فضای  $N$  بعدی، به هنگام کاهش بعد از  $N$  به  $M$ ، نرم این سیگنال‌ها را پس از سنجش حفظ نمایند.

با توضیحات مطرح شده می‌توان گفت که معیار RIP، علاوه بر بازسازی سیگنال‌های تنک، امکان بازسازی پایدار سیگنال‌های قابل فشرده‌سازی و سیگنال‌های نویزی را تضمین می‌کند.

## ۲-۶-۳- بازسازی سیگنال از طریق بهینه‌سازی نرم $l_2$

نرم  $l_2$  یک بردار، همان فاصله اقلیدوسی است. احتمال این که سیگنالی از مجموعه‌ی  $\sum S$  که نرم  $l_2$  آن نسبت به دیگر سیگنال‌های آن مجموعه کمتر است، تنک‌ترین سیگنال موجود در این مجموع باشد بسیار

<sup>1</sup> Restricted Isometry Property

کم خواهد بود (تضمینی وجود ندارد، سیگنالی که نرم  $l_2$  آن در یک مجموعه از سیگنال‌های تنک حداقل باشد، نرم  $l_0$  آن نیز با احتمال بالا حداقل باشد).

در این روش مسئله بهینه‌سازی به صورت رابطه (۱۱-۲)، بیان می‌شود.

$$\alpha = \arg \min_{\alpha} \|\alpha\|_2 \quad \text{s.t.} \quad y = \Phi \psi \alpha = \tilde{\Phi} \alpha \quad (11-2)$$

پاسخ مسئله بالا می‌تواند به فرم بسته‌ی (۱۲-۲) بیان شود.

$$\hat{\alpha} = \tilde{\Phi}'(\tilde{\Phi}\tilde{\Phi}')^{-1}y \quad (12-2)$$

در این روش بهینه‌سازی، پاسخ به سادگی و از روی رابطه (۱۲-۲) به دست می‌آید اما پاسخ به دست آمده تنک نخواهد بود. علی‌رغم آن که پاسخ به دست آمده در این روش، پاسخی مناسب نمی‌باشد اما به دلیل دارا بودن فرمی بسته برای بازسازی سیگنال، اغلب از آن به عنوان یک حدس اولیه در برخی از روش‌های بازسازی نرم  $l_1$  استفاده می‌شود [۱۰].

## ۲-۶-۴- بازسازی سیگنال از طریق الگوریتم‌های حریصانه

الگوریتم‌های حریصانه سعی دارند به صورت تکراری در هر مرحله از اجرای الگوریتم پاسخ را به صورت حریصانه بهبود دهند. از جمله الگوریتم‌های حریصانه می‌توان به  $MP^1$ ،  $OMP^2$  و  $TMP^3$  اشاره کرد [۲۳، ۲۱]. روش‌های حریصانه نسبت به روش‌های بهینه‌سازی نرم  $l_1$  سریع‌تر بوده و پیاده‌سازی آن‌ها ساده‌تر است. اما در این روش‌ها برای آن که دقت بازسازی سیگنال به دقت بازسازی سیگنال در روش‌های  $l_1$

<sup>1</sup> Matching Pursuit

<sup>2</sup> Orthogonal Matching Pursuit

<sup>3</sup> Tree Matching Pursuit

نزدیک باشد، به تعدادسنجش‌های بیشتری نیاز است. گرچه خطای بازسازی سیگنال در روش‌های بهینه-سازی نرم  $l_1$  نسبت به روش‌های حریصانه به‌ازای تعداد مشخصی سنجش کمتر است؛ اما مدت زمان بازسازی سیگنال در آن‌ها،  $O(N^3)$  از مدت زمان بازسازی سیگنال در روش‌های حریصانه بیشتر است. به-عنوان نمونه در OMP این زمان برابر  $O(N^2 \cdot \ln N)$  می‌باشد که نسبت به  $O(N^3)$  به‌ازای  $N$ ‌های بزرگ بسیار کمتر است.

## ۲-۷- CS در شبکه‌ی WSN

فرض شود اکثر گره‌های شبکه دارای مقداری هستند که از نظر اندازه ناچیز<sup>۱</sup> می‌باشد و تعداد کمی از داده-ها دارای مقدار متفاوتی هستند [۱۸]. در این صورت بردار داده به‌جز در تعداد کمی مقادیر مختلف در مکان‌های مشخص تقریباً دارای مقدار ثابت است. بنابراین  $x$  قابل فشرده‌سازی است. به این صورت که می-توان آن مقدار ناچیز به‌همراه مکان و مقادیر مختلف را از کل بردار  $x$  ذخیره نمود. شرایطی را در این داده‌ها برای پردازش درون شبکه‌ای (پردازش محلی) در نظر می‌گیرند:

الف) آن مقدار ناچیز برای تمامی گره‌ها شناخته شده است<sup>۲</sup>. بنابراین فشرده‌سازی مدنظر ما به‌سادگی با شناخت مکان گره‌هایی که مقدار متفاوت دارند انجام می‌شود.

ب) اگر مقدار ناچیز ناشناخته باشد، اما گره‌های با مقادیر مختلف ایزوله شده باشند<sup>۳</sup>، مقدار ناچیز به-سادگی با مقایسه این گره‌ها و نزدیک‌ترین همسایه‌هایشان قابل شناسایی است.

---

<sup>۱</sup> این مقدار ناچیز را می‌توان، مقداری که زیاد تکرار می‌شود نیز در نظر گرفت.

<sup>۲</sup> دانش اولیه در مورد همبستگی ما بین گره‌ها مشخص است.

<sup>۳</sup> گره‌های با مقادیر مختلف خوشه‌بندی شده باشند.

ج) فرض شود مقدار ناچیز ناشناخته بوده و گره‌ها با مقادیر مختلف قابل خوشه‌بندی و ایزوله‌سازی نیستند. در این صورت فشردگی محلی، دچار مشکل می‌شود.

در حالت کلی بدون داشتن دانش اولیه در مورد همبستگی‌های میان داده‌ها در گره‌های همسایه، فشردگی-سازی دچار مشکل می‌شود. اما با به‌کارگیری CS در WSNها، نیازی به دانستن ساختار همبستگی موجود در داده‌های گره‌های همسایه نمی‌باشد. دو خصوصیت جالب در فشردگی‌سازی داده به روش CS وجود دارد که استفاده از آن را برای فشردگی‌سازی داده در WSNها مورد توجه قرار داده است [۱۸]. این دو خصوصیت عبارتند از:

۱. غیرمتمرکز بودن: به این معنی که داده‌های توزیع شده می‌تواند بدون نیاز به کنترلر مرکزی فشردگی شوند.

۲. جامع‌نگر<sup>۱</sup> بودن: به این معنی که در نمونه‌برداری به این روش نیازی به دانش قبلی از ساختار داده و یا فرض اولیه بر روی آن نمی‌باشد.

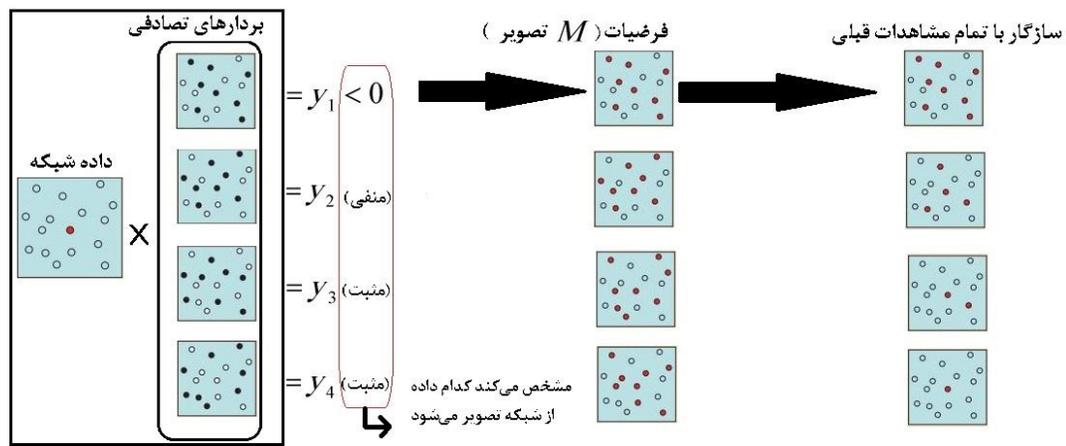
برای نشان دادن ایده‌ی سنجش فشردگی تصادفی به شکل (۲-۳) توجه کنید. فرض کنید در یک شبکه از  $N$  گره، تنها یک گره دارای مقداری مثبت است. در حالی که بقیه گره‌ها دارای مقدار صفر می‌باشند. هدف این است که با حداقل مشاهدات مشخص کنیم کدام گره دارای مقدار متفاوت با بقیه است. مطابق با شکل (۲-۳)، یک سناریوی تصویرسازی تصادفی از مشاهده‌ها را در نظر بگیرید بطوری که هر مشاهده از تمامی گره‌ها، با یک بردار تصادفی که دارای مقادیر  $\pm 1$  است، انجام می‌شود<sup>۲</sup>. مقدار هر مشاهده، با علم بر اینکه بردار تصادفی بر روی کدام داده (مثبت یا منفی) تصویر شده، می‌تواند برای مشخص نمودن تقریباً

---

1 Universal

<sup>۲</sup> به این حرکت تصویرسازی یا Projection گویند.

$\frac{N}{2}$  گره‌های فرضیه که با مشاهده، سازگار هستند، استفاده شود. برای یافتن گره مغایر از میان  $M$  تصویر، تنها کافی است از فرضیات اشتراک گرفته شود. به سادگی مشاهده می‌شود که به صورت میانگین با تقریباً  $\log N$  مشاهده، می‌توان گره مغایر را به دست آورد. به مسئله عنوان شده می‌توان به عنوان بهینه-سازی رابطه (۲-۸) نگاه کرد.



شکل ۲-۳. یک مثال ساده از بازسازی به روش CS. ستون دوم از چپ، مجموعه‌ای از بردارهای تصافی را نشان می‌دهد. هر بردار تصادفی، درایه‌هایش دارای احتمال  $\frac{1}{2}$  است و مقدار +۱ یا -۱ دارند.

مطابق شکل (۲-۳)، شبکه دارای ۱۶ گره می‌باشد. یک گره متمایز دارای مقدار مثبت و  $N - 1$  گره دیگر دارای مقدار صفر می‌باشند. می‌خواهیم با کمترین تعداد مشاهده، گره مغایر را پیدا کنیم. ستون دوم، تصویر سازی<sup>۱</sup> مشاهدات با بردارهای تصادفی را نشان می‌دهد (که گره‌های سیاه به این معنی می‌باشد که مقدار آنها در -۱ ضرب شده و گره‌های سفید مقدارشان در +۱ ضرب شده است). ستون سوم نشان می‌دهد که  $\frac{N}{2}$  گره‌های فرضیه با مشاهدات سازگارند. ستون آخر اشتراک فرضیات برای یافتن گره مغایر است.

<sup>۱</sup> تصویرسازی مشاهدات به معنای مدل‌سازی مشاهدات می‌باشد.

## ۲-۸- معرفی ماتریس سنجش در CS

مورد اول: CS پایه - روش ارائه شده در [۲۷،۲۶،۲۵]، استفاده از ماتریس سنجش متشکل از ورودی-های گاوسی i.i.d. تصادفی را پیشنهاد می‌کند. چنین ماتریس‌هایی، دارای عناصر صفر معدودی هستند. بنابراین تعداد عملیات سنجش واقعا کاهش نمی‌یابد. زیرا برای محاسبه‌ی  $y$  باید از تمام متغیرهای  $x$  اطلاع داشته باشد. در ضمن، اگر الگوریتم توزیع شده‌ای را بپذیرد، ماتریس سنجش چگال مستلزم این است که گره‌ها نمونه‌های محلی خود را به سایر گره‌ها انتقال دهند که این باعث مصرف انرژی مازادی برای ارتباطات می‌شود.

در [۲۸]، ساختاری برای ماتریس سنجش ارائه شده که از ماتریس‌های قطری بلوکی<sup>۱</sup> برای سنجش سیگنال استفاده می‌نماید. در [۱۳،۶] از دانشگاه گیلان، از این روش استفاده می‌شود. این ماتریس قطری بوده که عناصر هر قطر به صورت یک ماتریس شامل متغیرهای تصادفی گاوسی مستقل هستند. برای استفاده از روش، ابتدا سیگنال به بلوک‌هایی تقسیم می‌شود. سپس از هر بلوک به صورت جداگانه و مستقل از بقیه بلوک‌ها، سنجش‌هایی صورت می‌گیرد. این فرایند به صورت ضرب ماتریسی رابطه‌ی (۲-۱۳) نشان داده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_J \end{bmatrix}_{M \times 1} = \begin{bmatrix} \Phi_1 & & & \\ & \Phi_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \Phi_J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_J \end{bmatrix} \quad (13-2)$$

برای استفاده از چنین ساختاری در شبکه WSN، شبکه را به خوشه‌هایی با حسگرهای همسایه تقسیم می‌کنند. سپس از هر یک از خوشه‌ها به صورت محلی و مستقل از بقیه، سنجش صورت می‌گیرند [۲۸].

<sup>1</sup> Block Diagonal Matrices

بنابراین در هر سنجش تنها گره‌های یک خوشه حضور دارند. در [۱۹] برای فشرده‌سازی داده در این شبکه‌ها، از همبستگی زمانی گره‌ها استفاده می‌شود و نمونه‌های هر گره در یک بازه زمانی به‌عنوان یک بلوک در نظر گرفته می‌شود. سپس در هر گره، سنجش‌های فشرده فقط از داده‌های همان گره به‌دست می‌آید. پس از ارسال سنجش‌های محاسبه شده به ایستگاه، تمامی سیگنال‌های زمان گسسته‌ی گره‌های شبکه، به‌صورت همزمان بازسازی خواهند شد. در [۶] از ماتریس قطری-بلوکی در الگوریتم‌های فشرده-سازی مبتنی بر CS پایه، استفاده شده است.

**مورد دوم-** برای غلبه بر محدودیت‌های مورد اول، در [۳۰، ۲۹] استفاده از ماتریس تنک پیشنهاد شده است. دو شرط برای ماتریس سنجش در نظر گرفته شده است:

الف) تعداد عناصر غیرصفر در هر سطر ماتریس سنجش به ابعاد  $M \times N$ ، باید برابر  $L = \lceil N/M \rceil$  باشد. در این صورت توزیع عناصر غیرصفر در هر سطر به‌صورت یکنواخت خواهد بود. در این حالت، سطح تنکی ماتریس بیشینه می‌شود.

ب) ستونی وجود ندارد که تماماً صفر باشد. چون هر ستون از ماتریس سنجش، متعلق به یک گره از شبکه است. هر گره باید یک ستون از ماتریس سنجش را در حافظه خود ذخیره کند.

برای ارضای شرایط، فرایند توزیع عناصر در هر سطر از ماتریس سنجش به‌صورت مراحل زیر است:

**مرحله ۱-** توزیع یکنواخت  $L = \lceil \frac{N}{M} \rceil$  عنصر غیرصفر در سطر اول در حالی که  $N - L$  عنصر باقی‌مانده صفر در نظر گرفته می‌شود.

**مرحله ۲-** توزیع یکنواخت  $L$  عنصر غیرصفر از میان  $N - (i - 1)L$  ورودی باقیمانده در سطر  $i$ ام، که در آن  $i = 1 \dots M$  ورودی‌های باقی‌مانده در سطر  $i$ ام، عناصر صفر در نظر گرفته شده‌ی سطرهای

قبلی هستند.

مرحله ۳-  $i \leftarrow i + 1$

مرحله ۴- مرحله ۲ آن قدر تکرار می‌شود تا تمامی  $M$  سطر ماتریس سنجش پر شود.

هر گره، یک نمونه را اندازه‌گیری می‌کند که همبستگی مکانی با گره‌های همسایه دارند. مطابق نظریه CS، ایستگاه تنها  $M$  اندازه‌گیری CS تصادفی ( $y_j = \sum_{i=1}^N x_i \Phi_{ji}$ ) که در آن  $j = 1 \dots M$  است) لازم دارد تا تمام نمونه‌های گره‌ها بازسازی شوند. برای این هدف،  $M$  گره به‌عنوان گره‌های گردآورنده<sup>۱</sup> به‌صورت یکنواخت انتخاب می‌شود.  $\{r_1, \dots, r_m\}$ ، مجموعه  $M$  گره گردآورنده که اندازه‌گیری‌های CS را در شبکه جمع‌آوری می‌کنند. هر گره گردآورنده  $r_j$  یک اندازه‌گیری CS تصادفی  $y_j$  را جمع‌آوری می‌کند و به ایستگاه ارسال می‌کند. برای رسیدن به این هدف آمین ردیف ماتریس سنجش،  $\Phi_{r_j}$ ، به  $r_j$  اختصاص می‌یابد. برای آمین گره گردآورنده، شماره آن ستون از عناصر سطر نام ماتریس  $\Phi$ ، که مقدارش مخالف صفر است به‌عنوان گره‌های کاندید  $a_K$ ،  $K = 1 \dots K$  معرفی می‌شوند.  $T_j$  به‌عنوان درخت مجموعه با ریشه‌ی  $r_j$  مشخص می‌شود. در [۸] از دانشگاه یزد، از این ماتریس برای تشکیل درخت بهینه استفاده نموده است. این امر باعث می‌شود ترافیک بار در کل شبکه توزیع شود و در یک گره متمرکز نباشد. کمینه‌سازی واریانس بار گره‌ها، به‌منظور پیشینه‌سازی طول عمر شبکه است.

## ۲-۹- چالش سنجش فشرده

تئوری CS معمولاً برای استفاده از ساختارهای درون سیگنال (زمانی) در یک گره تک-حسگر طراحی

---

<sup>1</sup> collector

شده است. در تنظیمات گره چند-حسگر، یک حسگر می‌تواند مجزا<sup>۱</sup> از سیگنال حسگر دیگر، اندازه‌گیری-هایی بدست آورد. سپس در ایستگاه این سیگنال‌ها به صورت مجزا از هم بازسازی می‌شوند. CS ممکن است با همکاری حسگرها با یکدیگر به منظور ترکیب تمام اندازه‌گیری‌های آن‌ها، به اندازه‌گیری‌هایی دست بیابد که به تمام سیگنال‌های مجموعه وابسته است. بنابراین در تنظیمات گره چند-حسگر از CS پایه با اندازه‌گیری‌های همزمان<sup>۲</sup> و روش‌های بازسازی مجزا از هم استفاده می‌شود. این چارچوب از همبستگی درون سیگنالی (زمانی) در روش‌های بازسازی بهره می‌برد [۳۳، ۳۲، ۲۸، ۲۵]. با وجود اینکه بازسازی نمونه-های سنجش شده انجام می‌شوند اما همبستگی بین سیگنالی (مکانی) در این چارچوب نادیده گرفته می‌شود. ضمناً سیگنال‌ها به صورت انفرادی، تنک هستند، بنابراین نیاز به همکاری بین حسگرها در حین اخذ سیگنال وجود دارد. روش سنجش فشرده توزیع شده (DCS)<sup>۳</sup> راه کاری برای حل این چالش است.

## ۲-۱۰- روش سنجش فشرده توزیع شده (DCS)

هدف از DCS استفاده و بهره‌برداری از ساختار همبستگی درون سیگنالی (زمانی) و به علاوه بین سیگنالی (مکانی) است. نوعاً در یک سناریوی DCS، تعدادی حسگر، سیگنال‌های محیطی را اندازه‌گیری می‌کنند. هر کدام از این سیگنال‌ها به تنهایی بر روی تعدادی پایه‌ی یکسان تنک می‌باشند. نظریه DCS بر مفهوم تنکی همزمان استوار است<sup>۴</sup>. اغلب کوچکتر از تنکی سیگنال‌های انفرادی است که به صورت گروهی جمع شده‌اند. بنابراین DCS کاهش تعداد اندازه‌گیری‌ها را شامل می‌شود. شکل (۲-۴) نمایشی کلی DCS را

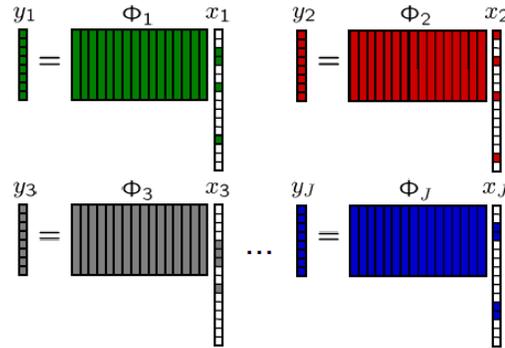
<sup>۱</sup> Separate

<sup>۲</sup> Joint

<sup>۳</sup> Distributed Compressive Sensing

<sup>۴</sup> چند سیگنال در صورتی همزمان تنک هستند که در حوزه‌ی تنک آن‌ها، تعداد مولفه‌های غیرصفر ( $S$ ) برای هر کدام از آن‌ها، یکسان باشد و تنها مکان و مقدار ضرایب فرق کند. شکل (۲-۳) نشان می‌دهد که سیگنال‌های  $x_1, x_2, \dots, x_r$  همگی ۴-تنک هستند.

نشان می‌دهد.

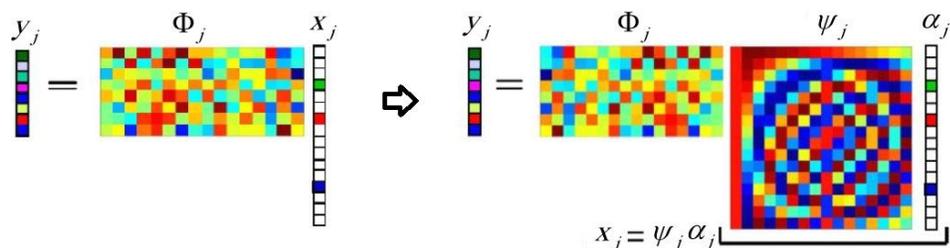


شکل ۲-۴. نمایش سیگنال‌های همبسته‌ی  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_J$  در روش DCS. هر کدام به صورت مجزا از دیگری به-

ترتیب اندازه‌گیری‌های  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_J$  را انجام می‌دهد.

با توجه به شکل (۲-۵)، هر حسگر  $x_j$ ،  $j = 1, 2, 3, \dots, J$ ، به صورت مجزا سیگنال خود را با تصویرسازی بر روی پایه‌ای دیگر که غیر همدوس<sup>۱</sup> با پایه اول است، کد می‌نماید. سپس تعداد کمی از ضرایب حاصل را به ایستگاه ارسال می‌کند. DCS برخلاف تنظیمات اندازه‌گیری همزمان در روش CS، نیازی به همکاری بین حسگرها در حین اخذ سیگنال ندارد و قادر به بازسازی سیگنال به صورت همزمان با استفاده از تمامی اندازه‌گیری‌های بدست آمده، می‌باشد.

<sup>۱</sup> این پایه‌ها در یک ماتریسی که متناظر با همان حسگر است قرار دارند. آن را با  $\Phi_j$  نشان می‌دهیم.



شکل ۲-۵. نمایش سنجش سیگنال توزیع شده توسط گره  $x_j$

با این حال، برخلاف تعریف تنکی سیگنال انفرادی، چارچوب‌های قابل قبول متعددی وجود دارد که در آن می‌توان تنکی همزمان را تعریف کرد. مدل‌های تنکی همزمان JSMs<sup>۱</sup>، مانند JSM-1، JSM-2، JSM-3 وجود دارد [۲۴].

## ۲-۱۱- معرفی ماتریس سنجش در روش‌های مبتنی بر DCS

در پژوهش‌های انجام شده در [۳۴، ۳۶] استفاده از ماتریس سنجش تنک، پیشنهاد شده است که حاوی عناصر غیرصفر بسیار معدودی است. عموماً عناصر این ماتریس تنها از یک عنصر غیرصفر در هر سطر برخوردار بوده است و مکان چنین المان‌هایی الگوی سنجش مکانی-زمانی را مشخص می‌کند. الگوی سنجش در این روش‌ها یا به صورت ثابت و یا تصادفی تولید می‌شود. بنابراین به خوبی با سیگنال اندازه-گیری شده منطبق نمی‌شود. به علاوه تضمین بازسازی دقیق  $x$  دشوار خواهد بود. زیرا معمولاً تنکی واژه-نامه به مرور زمان دست‌خوش تغییر شده و ممکن است در شروط تئوری CS صدق نکند [۱۵]. برای غلبه بر چنین محدودیت‌هایی روش مبتنی بر سنجش تنک وفق‌پذیر توزیع‌شده (DASS)<sup>۲</sup> در [۸] ارائه شده است. ناآگاهی و غیرایستنا بودن واژه‌نامه نویسندگان را وادار می‌کند، آن را از نمونه‌های جمع‌آوری شده در

<sup>۱</sup> Joint Sparsity models

<sup>۲</sup> Distributed Adaptive Sparse Sensing

گذشته بیاموزند. این روش مبتنی و تعمیم یافته چارچوب اسکورل<sup>۱</sup> است که از سوی "کوئر" و همکاران در [۳۴] ارائه شده بود. ابتدا سیگنال با مدل خطی  $\Psi'$  از طریق PCA تقریب زده می شود. سپس جدول زمان بندی سنجش در مکان و زمان با ماتریس سنجش  $\Phi'$  تعریف می شود.

## ۲-۱۱- یافتن واژه نامه از طریق PCA

یکی از کاربردهای مهم PCA، شناسایی ساختار اطلاعات است؛ این که کدام بخش از اطلاعات اهمیت دارد از طریق PCA امکان پذیر است. این روش از طریق بهترین تخمین  $M$  عبارتی، با داشتن دانش کامل از ساختار همبستگی سیگنال، یک سیگنال  $N$  بعدی عمومی را نشان می دهد که  $N > M$  می باشد. فرض می شود که اندازه گیری ها بر اساس نرخ سنجش تثبیت شده در زمان های گسسته  $t = 1, 2, \dots, T_0$  حاصل می شود. به صورت دقیق،  $x^{(t)} \in R^{N \times 1}$  بردار اندازه گیری در زمان  $t$  از یک WSN با  $N$  گره می باشد.  $x^{(t)}$  را می توان به عنوان یک نمونه منفرد از بردار ثابت  $X$  در نظر گرفت. بردار میانگین نمونه ها و ماتریس کواریانس نمونه ها از سیگنال  $x^{(t)}$ ، به ترتیب با  $\bar{x}$  و  $\hat{\Sigma}$  نشان می دهند.

$$\bar{x} = \frac{1}{T_0} \sum_{t=1}^{T_0} x^{(t)}, \quad \hat{\Sigma} = \frac{1}{T_0} \sum_{t=1}^{T_0} (x^{(t)} - \bar{x})(x^{(t)} - \bar{x})^T \quad (14-2)$$

با در نظر داشتن معادله ی بالا، فرض می شود که ماتریس متعامد  $\Psi$  وجود دارد که ستون های آن بردارهای ویژه ی واحد از  $\hat{\Sigma}$  می باشد که بر اساس ترتیب کاهشی مقادیر ویژه ی مربوطه، قرار گرفته است. اکنون می توان یک اندازه گیری مشخص از  $x^{(t)}$  را بر روی فضای بردار گسترش یافته توسط ستون های  $\Psi$ ، متصور شد. از این رو، فرض می شود که ضرایب تبدیل به صورت رابطه (۲-۱۵) تعریف شده است.

$$\alpha^{(t)} \stackrel{def}{=} \Psi^T (x^{(t)} - \bar{x}) \quad (15-2)$$

<sup>1</sup> SCoRel (Sensing, Compression, Recovery through ON-line Estimation)

در صورتی که نمونه‌های  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(T_0)}$  در سیگنال  $X$  به صورت زمانی همبسته باشند، برای جمع-آوری کل انرژی  $(x^{(t)} - \bar{x})$ ، می‌توان تنها کسری از المان‌های  $\alpha^{(t)}$  در نظر گرفت. هر نمونه‌ی  $x^{(t)}$  به صورت رابطه (۱۶-۲) نوشته می‌شود.

$$x^{(t)} = \bar{x} + \psi \alpha^{(t)} \quad (16-2)$$

بردار  $N$  بعدی  $\alpha^{(t)}$  را می‌توان به عنوان یک بردار  $S$ -تنک در نظر گرفت. مجموعه‌ی  $\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}, \dots, \alpha^{(T_0)}$  به عنوان مجموعه‌ای از نمونه‌های بردار تصادفی  $\alpha$  است ( $\alpha = [\alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}, \dots, \alpha^{(T_0)}]$ ). به صورت خلاصه، با استفاده از PCA، هر نقطه‌ی اصلی  $x^{(t)} \in R^{N \times 1}$  را می‌توان به یک نقطه‌ی  $\alpha^{(t)}$  منتقل کرد. مقدار  $S$ ، میزان تنگی واژه‌نامه را بیان می‌کند. این میزان مبتنی بر سطح واقعی همبستگی مکانی در میان نمونه‌های جمع‌آوری شده‌ی  $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(T_0)}$  می‌باشد.

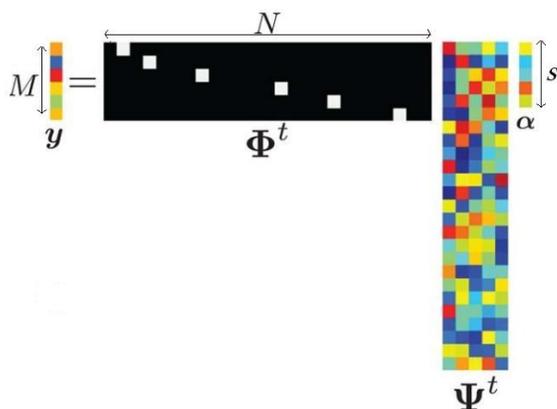
تنگی واژه‌نامه‌ی  $\Psi$  به مرور زمان دست‌خوش تغییر می‌شود و ممکن است در شروط تئوری CS صدق نکند [۱۱، ۱۵]. در این صورت مدلی که برای سیگنال  $x$  ارائه می‌شود غالباً مجهول و متغیر با زمان است که در رابطه (۱۷-۲) نمایش داده می‌شود [۸]. این موضوع، روش جدیدی را برای فشرده‌سازی سیگنال‌های توزیع شده به نام DASS بیان می‌کند که در بخش (۱۲-۲) توضیح داده می‌شود.

$$x = \psi' \alpha \quad (17-2)$$

## ۲-۱۲- روش DASS

این روش با استفاده از تعمیم چارچوب اسکورل، سیگنال‌های توزیع‌شده را از طریق الگوی سنجش وفق-پذیر با واژه‌نامه، فشرده می‌نماید. الگوی سنجش نامنظم و متغیر با زمان بوده و برای جمع‌آوری حداکثر مقدار اطلاعات بهینه‌سازی می‌شود. به‌ویژه این الگو به‌طور همزمان از همبستگی درون‌گره (زمانی) و بین

گره (مکانی) که به صورت بالقوه در داده‌ها حضور دارد، بهره‌برداری می‌کند. برای دیدن نمایش گرافیکی مدل سیگنال و الگوهای سنجش نامنظم به شکل (۲-۶) مراجعه شود.



شکل ۲-۶. نمایش گرافیکی DASS. سیگنال با مدل  $s$  بعدی خطی متغیر با زمان مجهول (واژه‌نامه‌ی  $\psi^t$ )، مدل‌سازی می‌شود. این مدل از اندازه‌گیری‌های جمع‌آوری شده در گذشته آموخته می‌شود. الگوی سنجش  $\Phi^t$  در زمان اجرا مطابق با مدل سیگنال، بهینه‌سازی شده است و تنها  $M$  مقدار را از  $N$  مقدار اندازه‌گیری می‌کند. سوال: ماتریس سنجش چگونه انتخاب شود که خطای بازسازی کمینه باشد؟ جواب: ناآگاهی و غیرایستا بودن مدل  $\psi^t$  نویسندگان را در [۹] وادار می‌کند که ماتریس سنجش را از اندازه‌گیری‌های ناقص  $y$  با استفاده از نسخه آنلاینی از PCA بیاموزند. این امر می‌تواند مزیت بهینه‌سازی الگوی نمونه‌برداری  $\Phi^t$  را مطابق با  $\psi^t$  بدهد. غیرایستا بودن  $\Phi^t$  ویژگی است که رویکرد DASS را نسبت به الگوریتم‌های CS تنوع می‌بخشد. در رویکرد CS الگوهای سنجش ثابت می‌باشند. مطابق با مدل  $\psi^t$  می‌توان الگوی سنجش  $\Phi$  را بهینه نمود. در این صورت برای بدست‌آوردن تخمین دقیقی برای  $x$ ، الگوریتم بازسازی باید همزمان و متناسب با ماتریس سنجش  $\Phi$  طراحی شود.

## ۲-۱۲-۱- بیان ریاضی مسئله

جدول (۲-۱) علائم اختصاری مورد نیاز برای بیان مسئله را ارائه می‌دهد.

در WSN، گره‌ها برای انجام اندازه‌گیری‌های متناوب یک حوزه‌ی فیزیکی خاص در مکان‌های مختلف اعمال می‌شوند. یک پدیده‌ی مکانی-زمانی، زمان پیوسته‌ای در نظر می‌گیرند که قصد دارند آن را با WSN تحت نظارت قرار دهند. در ابتدا فرض می‌شود WSN تنها با یک نود حسگر وجود دارد و در انتها بیان مسئله، به یک WSN با چند-گره تعمیم داده می‌شود. در این‌جا استراتژی سنجش مبتنی بر بلوکی را در نظر می‌گیرند. به عبارت دیگر WSN برای مدت زمان خاص  $T$ ، حوزه را مورد سنجش قرار می‌دهد. طول بلوک از قبل معلوم و تعریف شده است. بردار  $x$ ، از نمونه‌های جمع‌آوری شده ساخته می‌شود. نمونه‌ها، به صورت  $x(p, t)$  نشان داده می‌شود.  $P$  و  $t$  به ترتیب نمایان‌گر موقعیت مکانی و زمانی می‌باشد. بردار  $x \in \mathbb{R}^N$ ، حاوی گسسته‌سازی چنین پدیده‌ای با دقت به اندازه کافی بالا است.

#### جدول ۲-۱: خلاصه علائم

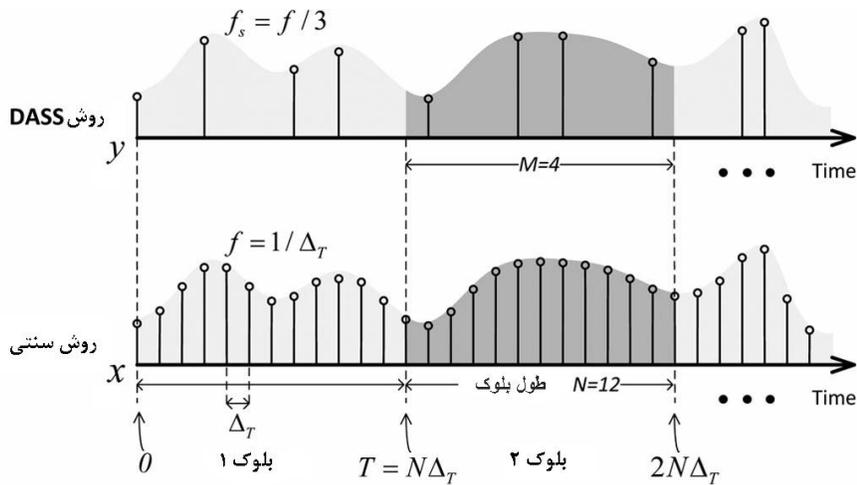
$N$ تعداد نمونه‌های مطلوب در یک بلوک	$M$ تعداد اندازه‌گیری‌ها در یک بلوک، برابر با $\lfloor N/\beta \rfloor$
$\Delta T$ دقت زمانی سیگنال اولیه	$f$ فرکانس سنجش از سیگنال اولیه، برابر با $1/\Delta T$
$f_s$ متوسط فرکانس سنجش از حسگر	$\gamma$ نرخ سنجش $f_s/f$
$\tilde{x} \in \mathbb{R}^N$ سیگنال بازسازی شده	$x \in \mathbb{R}^N$ سیگنال اولیه
$\gamma \in \mathbb{R}^M$ سیگنال اندازه‌گیری شده	$\omega$ نویز اندازه‌گیری
$\tau^t$ الگوی سنجش از بلوک $t$ ام	$\Phi^t \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ماتریس سنجش از بلوک $t$ ام
$\bar{x} \in \mathbb{R}^N$ میانگین سیگنال	$\Psi^t \in \mathbb{R}^{N \times S}$ مدل سیگنال بلوک $t$ ام
$\alpha \in \mathbb{R}^S$ نمایش کم‌بُعدی	$\tilde{\Psi}^t$ سطرهای $\Psi^t$ که با $\tau^t \in \mathbb{R}^{M \times S}$ انتخاب شده‌اند.

مطابق رابطه (۲-۱۸)، برای هر بلوک زمانی، حوزه فیزیکی گسسته‌ی  $x$  از  $N$  نمونه‌ی  $x(p, t)$  تشکیل

شده است.

$$x = [x(p, 0), x(p, \Delta_T), \dots, x(p, (N-1)\Delta_T)]^T \quad (18-2)$$

که در آن  $p$  نشان دهنده مکان گره و  $\Delta_T$  دوره سنجش (فاصله نمونه برداری) است.  $\Delta_T$  دقت زمانی مطلوب را تعیین کرده و معکوس آن فرکانس سنجش ( $f = 1/\Delta_T$ ) است. مدت زمان یک بلوک برابر با  $T = N\Delta_T$  است که تأخیر ماکزیمم برای وقوع این الگوی سنجش است. هر چه  $T$  بزرگتر باشد، تأخیر طولانی تر خواهد بود. برای دیدن نمایش گرافیکی حوزه فیزیکی و نسخه گسسته  $x$  به شکل (۷-۲) رجوع شود.



شکل ۷-۲. فضای مساله. نمودار بالا: الگوی سنجش زمانی بهینه سازی شده مبتنی بر DASS.

در شکل (۷-۲)، نمودار بالا، الگوی سنجش زمانی بهینه سازی شده مبتنی بر DASS و نمودار پایین، الگوی سنجش سنتی که در آن نمونه ها به طور منظم در زمان جمع آوری می شوند را نشان می دهد. فاکتور زیرسنجش برابر با  $\beta = \frac{1}{3}$  است، زیرا به جای ۱۲ نمونه، ۴ نمونه، در هر بلوک جمع آوری می شود.

حوزه فیزیکی بازسازی شده حاصل از نمونه های WSN را به صورت  $\tilde{x}$  نشان می دهند. در یک سناریوی سنجش تنک،  $\tilde{x}$  صرفاً از زیرمجموعه ای از عناصر  $x$  بازسازی می شود. به بیان دقیق تر،  $M$  عنصر از میان

$N$  عنصر اندازه‌گیری می‌شود که در آن  $M < N$  برقرار است. مجموعه اندیس‌های  $\tau^t = \{\tau_i^t\}_{i=1}^M$  نشان-دهنده اندیس‌های این  $M$  نمونه بوده و به صورت تطبیقی مطابق با اندازه‌گیری‌های قبلی انتخاب می‌شود. مطابق رابطه (۱۹-۲)، الگوی سنجش  $\tau^t$ ، ماتریس سنجش  $\Phi^t \in \mathbb{R}^{M \times N}$  را به شکل منحصر به فردی مشخص می‌کند که قبلاً در رابطه  $y = \Phi x + \omega$  ظاهر شده است.

$$\Phi_{i,j}^t = \begin{cases} 1 & \text{اگر } j = \tau_i^t \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (19-2)$$

ماتریس سنجش  $\Phi^t$ ، دقیقاً دارای یک عنصر غیرصفر در هر سطر و معمولاً حداکثر یک عنصر غیرصفر در هر ستون است. در این جا می‌توان یا  $\Phi_{i,j}^t$  یا  $\tau_i^t$  را به عنوان یک انتخابگر زمانی تفسیر کرد.  $\tau_i^t$  درباره زمانی که گره باید سنجش انجام دهد، تصمیم‌گیری می‌کند. اندیس  $j$  نشان دهنده اندیس زمان در داخل بلوک است. شایان ذکر است که  $\Phi^t$  و  $\tau^t$  متغیر با زمان بوده و به طور بالقوه در هر بلوک برای تطابق با مدل سیگنال  $\Psi^t$  تغییر می‌کنند. در شکل (۷-۲) نمونه‌ای از الگوی سنجش نشان داده شده که در آن  $\tau^t$  برای هر بلوک تغییر می‌کند.

عامل مهمی برای الگوریتم سنجش فشرده است. هر چه  $\beta$  پایین‌تر باشد، انرژی مصرف شده برای سنجش نیز پایین‌تر خواهد بود (اما تضمینی برای کیفیت بازسازی نیست).

سیگنال اندازه‌گیری شده  $y \in \mathbb{R}^M$  به صورت رابطه (۲۰-۲) تعریف می‌شود.

$$y = \Phi^t x + \omega \quad (20-2)$$

---

<sup>۱</sup> توجه شود که با داشتن الگوی نمونه‌برداری نامنظم و متغیر با زمان،  $\hat{f}_S$  به عنوان متوسط فرکانس نمونه‌برداری نشان داده می‌شود.

که در آن  $\omega$  نمایانگر نویز اندازه‌گیری است که به صورت یک نویز گاوسی سفید افزوده (AWGN)<sup>۱</sup> مدلسازی می‌شود. برای ارزیابی کیفیت سیگنال اندازه‌گیری شده از مفهوم نسبت سیگنال به نویز اندازه‌گیری (SNR)<sup>۲</sup> استفاده خواهد شد. SNR به صورت رابطه (۲۱-۲) تعریف می‌شود.

$$SNR (dB) = 10 \log_{10} \left( \frac{\|x\|_2^2}{\|\omega\|_2^2} \right) \quad (21-2)$$

هدف استفاده از DASS، بهینه‌سازی الگوی سنجش  $\Phi^t$  در بلوک  $t$ ام مطابق با  $\Psi^t$  است، به گونه‌ای که حداقل تعداد نمونه‌های  $M$  را جمع‌آوری کرده و در عین حال کماکان قادر به بازسازی دقیق سیگنال اولیه باشد. از آنجا که نویز به صورت یک AWGN مدلسازی می‌شود، مطابق رابطه (۲۲-۲) کیفیت سیگنال بازسازی شده، با استفاده از خطای جذر میانگین مربعات (RMSE)<sup>۳</sup> مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

$$\epsilon = \frac{1}{\sqrt{N}} \|x - \tilde{x}\|_2 \quad (22-2)$$

به علاوه شایان ذکر است که  $\Phi^t$  برای هر بلوک بهینه‌سازی می‌شود تا با مدل متغیر با زمان حوزه فیزیکی مطابقت داشته باشد. در فصل ۳ در بخش (۳-۱)، به تحلیل واضح‌تر این روش می‌پردازیم.

**سناریوی چندنودی:** درحالی‌که صورت مسئله فوق برای یادگیری بهتر بر روی یک موقعیت تک‌گره متمرکز می‌شود، تعمیم آن به یک WSN با بیش از یک گر، ساده است. به بیان دقیق‌تر، فرض می‌شود که گر‌ها هم‌زمان<sup>۴</sup> هستند. بنابراین می‌توان تمام بلوک‌های اندازه‌گیری شده در مکان‌های مختلف  $P_i$  را

<sup>1</sup> Added White Gaussian Noise

<sup>2</sup> Signal Noise Ratio

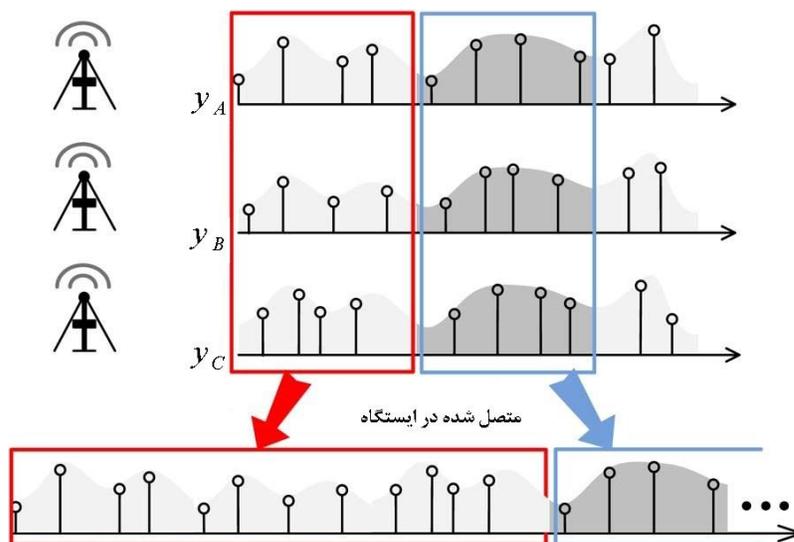
<sup>3</sup> Root-Mean-Square Error

<sup>4</sup> Synchronized

در بلوک سیگنال منحصر به فرد  $x$  به هم پیوند زد. مثالی از آن در شکل (۲-۸) نشان داده شده است. طبق رابطه (۲-۲۳)،  $x_A, x_B, x_C$  بلوک‌های سیگنال از سه مکان مختلف،  $\Phi'_A, \Phi'_B, \Phi'_C$  ماتریس‌های سنجش وابسته برای هر مکان و  $y_A, y_B, y_C$  اندازه‌گیری‌های مربوطه می‌باشند.

$$\begin{bmatrix} y_A \\ y_B \\ y_C \end{bmatrix} = \Phi' \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \\ x_C \end{bmatrix} + \omega, \quad \text{که در آن } \Phi' = \begin{bmatrix} \Phi'_A & 0 & 0 \\ 0 & \Phi'_B & 0 \\ 0 & 0 & \Phi'_C \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

در این گره‌های مختلف می‌تواند تعداد نمونه‌های متفاوتی را گرفته و همچنین  $\Phi'_A, \Phi'_B, \Phi'_C$  اندازه‌های متفاوتی داشته باشند. بنابراین می‌توان  $\Phi'$  را به صورت یک انتخابگر مکانی-زمانی کلی برای انتخاب زمان و مکان سنجش تفسیر نمود، به گونه‌ای که حداکثر مقدار اطلاعات را جمع‌آوری کند.



شکل ۲-۸. می‌توان سیگنال‌های نودهای حسگر توزیع شدهی چندگانه را به شکل یک جریان سیگنال منفرد در سرور برای بازسازی به یکدیگر متصل کرد.

## ۲-۱۳- مفهوم همبستگی زمانی و مکانی

همبستگی بین سیگنال یک بُعدی سنجش شده توسط گره  $i$  و سیگنال یک بُعدی سنجش شده توسط گره  $j$  را همبستگی مکانی<sup>۱</sup> گویند. میانگین همبستگی مکانی برای تمام جفت گره‌های  $i$  و  $j$  به صورت رابطه (۲-۲۴) تعریف می‌شود [۳۴].

$$\rho_s(x^{(i)}) = \sum_{\kappa=1}^{K_T} \frac{1}{K_T} \sum_{i=1}^N \sum_{j>i}^N \frac{(x_i^{(\kappa)} - E[x_i])(x_j^{(\kappa)} - E[x_j])}{((N^2 - N) / 2) \sigma_{x_i} \sigma_{x_j}} \quad (24-2)$$

در رابطه (۲-۲۴)، زمان با  $\kappa$  نشان داده می‌شود که به صورت  $\kappa = 1, \dots, K_T$  تغییر می‌کند.  $\rho_s(x^{(i)})$  میانگین همبستگی مکانی را نشان می‌دهد که میزان تنگی مورد انتظار در مؤلفه‌های بردار  $S$  در لحظه‌ی  $\kappa$  ( $S^{(\kappa)}$ ) را تعیین می‌کند. اگر فرض شود  $\rho_s(x^{(i)}) = 1$  باشد، بردار  $S^{(\kappa)}$  تنها یک مؤلفه‌ی غیرصفر خواهد داشت. در صورتی که فرض شود، مؤلفه اصلی سیگنال با کمترین همبستگی اندازه‌گیری می‌شود یعنی  $\rho_s(x^{(i)}) = 0$ ، آنگاه هیچ مؤلفه‌ی بردار  $S^{(\kappa)}$  قابل چشم‌پوشی نخواهد بود.

همبستگی بین سیگنال یک بُعدی سنجش شده توسط یک گره منفرد  $i$  و همان سیگنال با تغییر  $m$  نمونه‌ی زمانی را همبستگی زمانی<sup>۲</sup> گویند. میانگین گرفته شده از تمام  $N$  سیگنال در زمان‌های مختلف- به صورت رابطه‌ی (۲-۲۵) تعریف می‌شود [۳۴].

$$\rho_m(x^{(i)}) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \frac{\sum_{\kappa=1}^{K_T} (x_i^{(\kappa)} - E[x_i])(x_i^{(\kappa+m)} - E[x_i])}{K_T \sigma_{x_i}^2} \quad (25-2)$$

<sup>1</sup> Inter-node correlation

-در برخی منابع از آن به "همبستگی بین گره‌ای" یا "همبستگی بین سیگنالی" نام می‌برند.

<sup>2</sup> Intra-node correlation

-در برخی منابع از آن به "همبستگی درون گره‌ای" یا "همبستگی درون سیگنالی" نام می‌برند.

## ۲-۱۴- نتیجه‌گیری

در این فصل در مورد چگونگی نمایش تنک سیگنال‌ها توضیح داده شد. روش‌های فشرده‌سازی مبتنی بر تبدیل و همچنین مبتنی بر CS بررسی گردید. روش‌های بازسازی تنک شرح داده شد. در ادامه کاربرد این روش در شبکه با ذکر مثال بیان شد. چگونگی انتخاب ماتریس سنجش در این روش بررسی گردید. چالش CS را بیان کردیم و روش DCS برای حل این چالش را شرح دادیم. همچنین به چگونگی انتخاب ماتریس سنجش در روش‌های مبتنی بر DCS اشاره شد. یافتن واژه‌نامه از طریق PCA شرح داده شد. در انتها به بیان مسئله DASS پرداختیم و به‌طور کامل آن را توصیف نمودیم.

فصل سوم

روش پیمایشی

### ۳-۱- مقدمه

در این فصل در ابتدا به شرح ملزومات و تکنیک‌های مورد استفاده در روش پیشنهادی می‌پردازیم. روش پیشنهادی برگرفته از روش DASS می‌باشد. در واقع این روش الگوی سنجش جدیدی را برای بهینه‌سازی مصرف انرژی کلی، ارائه می‌دهد. در اصل روشی را که از همبستگی مکانی- زمانی استفاده می‌شود به گونه‌ای ارتقاء می‌دهد که ماتریس سنجش ( $\Phi^t$ ) به صورت دینامیک با مدل تنک سیگنال ( $\psi^t$ ) منطبق شود. سپس از این مدل برای جدول زمان‌بندی زمان و مکان به منظور سنجش از حوزه فیزیکی استفاده می‌کند. ایده مقدماتی شامل کاهش تعداد نمونه‌های جمع‌آوری شده و بازسازی داده‌های مفقود با استفاده از الگوریتم‌هایی است که از ساختار موجود در داده‌های اندازه‌گیری شده<sup>۱</sup> بهره‌برداری می‌کنند. روش ارائه شده، هیچ گونه محاسبه‌ای بر روی گره ندارد و همچنین هیچ ارتباط بین گره‌ای را تحمل نمی‌کند. در نتیجه به عملکرد بازسازی جذابی دست می‌یابد.

فرض بر این است، WSN به مدت  $T$  ثانیه از حوزه سنجش می‌کند. در این جا سنجش مبتنی بر بلوکی را در نظر می‌گیریم. هدف، بهینه‌سازی الگوی سنجش  $\Phi^t$  در بلوک  $t$  ام مطابق با  $\psi^t$  است، به گونه‌ای که حداقل تعداد نمونه‌های  $M$  را جمع‌آوری کند. در عین حال کماکان قادر به بازسازی دقیق سیگنال اولیه باشد.

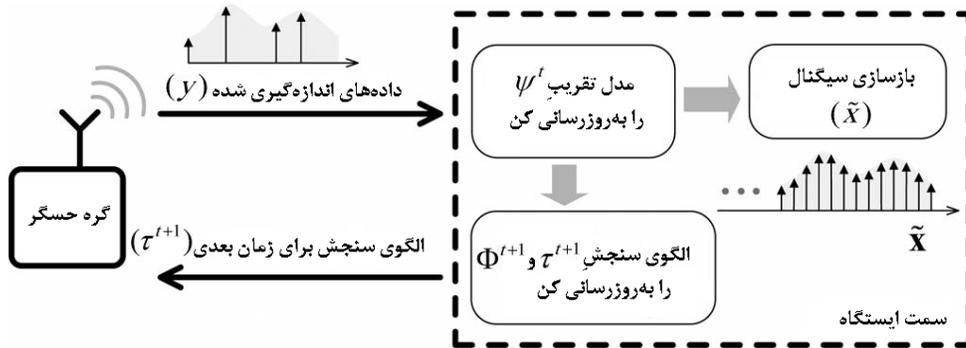
در این فصل در ابتدا به تحلیل الگوریتم DASS می‌پردازیم. سپس روش پیشنهادی برای یادگیری واژه- نامه مبتنی بر SVD را معرفی می‌کنیم.

---

<sup>۱</sup> منظور از داده‌های اندازه‌گیری شده همان سنجش‌هایی است که تحت  $\Phi^t$  از شبکه صورت می‌گیرد؛ منظور  $\psi$ ها هستند.

## ۳-۲- تحلیل روش DASS در شبکه‌های حسگر بی‌سیم

روش DASS از سه بلوک سازنده تشکیل شده است. شکل (۳-۱) نمایش گرافیکی این روش را نشان می‌دهد.



شکل ۳-۱. نمایش عملیات DASS در یک WSN. گره حسگر، داده‌های اندازه‌گیری شده را به ایستگاه برای پردازش ارسال کرده و الگوی سنجش را برای بلوک زمانی بعدی دریافت می‌کند. ایستگاه از داده‌ها برای به‌روزرسانی مدل سیگنال ( $\Psi^t$ ) استفاده می‌کند، حوزه فیزیکی گسسته‌ی  $\tilde{x}$  را بازسازی کرده و الگوی سنجش  $\tau^{t+1}$  را برای گره‌ها بهینه‌سازی می‌کند. توجه شود که  $\tau^{t+1}$ ، به شکل منحصر به فردی،  $\Phi^{t+1}$  را تعیین می‌کند.

## ۳-۲-۱- تقریب و بازسازی سیگنال

این مرحله در گره ایستگاه انجام می‌شود. به دلیل طبیعت اکثر حوزه‌های فیزیکی، بلوک سیگنال به طور جزئی با تحلیل داده‌های گذشته، قابل پیش بینی است. در بسیاری از موارد، می‌توان این قابلیت پیش بینی را با این فرض نشان داد که سیگنال به زیرفضای خطی  $S$  بُعدی  $\Psi^t \in R^{N \times S}$  تعلق دارد. چنین زیرفضایی،  $x$  را به صورت رابطه (۳-۱) تقریب می‌زند.

$$\hat{x} = \Psi^t \alpha + \bar{x} \quad (۳-۱)$$

$\hat{x}$ ، حوزه تقریب زده شده و  $\alpha \in R^S$ ، ضرایب تبدیل و  $\bar{x}$ ، میانگین  $x$  است.

اگر زیرفضای مدلسازی  $\Psi^t$  به خوبی طراحی شده و  $S$  در مقایسه با پیچیدگی  $x$  به اندازه کافی کوچک باشد، می توان سیگنال  $x$  را به طور دقیق صرفاً با تعداد مولفه های  $S$  ( $S \ll N$ ) موجود در  $\alpha$ ، نمایش داد.

برای یافتن چنین زیرفضایی، تمام بلوک های قبلی را تحلیل کرده و زیرفضای  $s$  بُعدی  $\Psi^t$  در بلوک  $t$ ام تخمین زده می شود. این زیرفضا، خطای تقریب قابل انتظار (رابطه (۲-۳)) را کمینه می کند.

$$\epsilon_a = \frac{1}{\sqrt{N}} E(\|x - \hat{x}\|_2) \quad (2-3)$$

این مسئله<sup>۱</sup> کاهش بُعد است که می توان آن را با تکنیک کاملاً شناخته شده ی PCA حل نمود. این مسئله از یک جواب تحلیلی برخوردار است، اما نیازمند ماتریس کواریانس  $C_x$  است. متأسفانه تخمین زدن  $C_x$  دشوار است. زیرا تنها می توان به  $M$  عنصر از  $N$  عنصر سیگنال  $x$  دسترسی داشت ( $M < N$ ). با این حال اگر  $M$  عنصر سنجش شده در هر بلوک زمانی  $t$  تغییر کنند، می توان اطلاعات کافی را برای داشتن تخمین دقیقی از  $C_x$  جمع آوری کرد. روش هایی برای تخمین  $C_x$  وجود دارد [۸]. اما روشی وجود دارد که بدون نیاز به تخمین ماتریس کواریانس تنها با درون یابی و سپس استفاده مستقیم از PCA بر روی داده های درونیابی شده، به مدل سیگنال دست یافت (بخش (۲-۱-۳)).

با استفاده از اندازه گیری های جمع آوری شده ی  $y$ ، مدل سیگنال  $\Psi^t$  و میانگین تخمینی  $\bar{x}$  حاصل می شود. سپس، بازسازی سیگنال  $\tilde{x}$  با ملاحظه مدل سیگنال تقریب زده شده طبق رابطه ی (۳-۳) به تخمین  $\alpha$  از اندازه گیری های  $y$  تبدیل می شود.

$$y = \Phi^t \tilde{x} + \omega = \Phi^t (\Psi^t \alpha + \bar{x}) + \omega \quad (3-3)$$

در صورتی که  $\omega$  یک نویز تصادفی گاوسی i.i.d باشد، می توان  $\alpha$  را طبق رابطه (۴-۳) با حل مسئله

<sup>۱</sup> یادگیری زیرفضا

حداقل مربعات معمولی (ols) بازسازی نمود [۳۳].

$$\tilde{\alpha} = \arg \min_{\alpha} \|y - \Phi' \bar{x} - \Phi' \Psi' \alpha\|_2^2 \quad (۴-۳)$$

رابطه (۴-۳) دارای یک جواب تحلیلی مطابق رابطه (۵-۳) است.

$$\tilde{\alpha} = (\Phi' \Psi')^\dagger (y - \Phi' \bar{x}) \quad (۵-۳)$$

در این جا  $(\Phi' \Psi')^\dagger$ ، شبه معکوس مور-پنروز<sup>۱</sup> برای  $\Phi' \Psi'$  است.<sup>۲</sup>

پس از آن که تخمین زننده مربوط به  $\alpha$  تعریف شد، بازسازی طبق الگوریتم (۳-۱) انجام می‌شود. قضیه-۱ (۱)، بیانگر شرایط لازم برای یافتن یک جواب منحصر به فرد بوده و کران بالایی را برای خطای بازسازی ارائه می‌کند که در زمان بهینه سازی الگوی سنجش، قرار است اساسی باشد. چنین نتیجه‌ای، تطبیق دو نتیجه کلاسیک جبر خطی است [۸،۳۷].

**قضیه ۱:** شبکه حسگری را برای اندازه‌گیری میدان فیزیکی طبق رابطه‌ی (۳-۳) در نظر بگیرید که در آن  $M$  اندازه‌گیری، توسط نویز گاوسی i.i.d. با واریانس  $\sigma^2$  مختل می‌شود. اگر  $M \geq S$ ،  $\Psi' \in R^{N \times S}$  با ستون‌های متعامد و رتبه‌ی  $\Phi' \Psi' = S$  تشکیل شود، آنگاه می‌توان  $x$  را به شکل منحصر به فردی با استفاده از الگوریتم (۱-۳) تعیین کرد. خطای بازسازی به رابطه (۶-۳) محدود می‌شود.

$$\epsilon^2 = \frac{1}{N} \|x - \tilde{x}\|_2^2 \leq \frac{1}{\lambda_S} \epsilon_a^2 + \sigma^2 \sum_{i=1}^S \frac{1}{\lambda_i} \quad (۶-۳)$$

که در آن  $\epsilon_a$  خطای تقریب ناشی از مدل سیگنال  $\Psi'$  و  $\lambda_i (1 \leq i \leq S)$  بزرگترین مقدار ویژه  $\Lambda$  از ماتریس  $\Psi'^t \Phi'^t \Phi'^t \Psi'^t$  است.

<sup>۱</sup> Moore-Penrose

<sup>۲</sup> شبه معکوس مور-پنروز برای ماتریس کلی  $A$ ، به صورت  $A = (A^* A)^{-1} A^*$  تعریف می‌شود.

برای خطای بازسازی ناشی از نویز سفید، از نتیجه معلوم نظریه قاب استفاده می شود.

---

**Algorithm 1** Signal reconstruction

---

**Require:**  $\Psi^t, \tilde{x}, \tau^t$  and  $\Phi^t$

**Ensure:**  $\tilde{x}$

1: Measure the signal  $y$  according to  $\tau^t$

2:  $\tilde{x} = (\Psi^t \Phi^t \Psi^t)^\dagger (y = \Phi^t \tilde{x}) + \bar{x}$

---

الگوریتم ۳-۱. بازسازی سیگنال [۸].

## ۳-۱-۲- یادگیری از داده‌های ناقص به مرور زمان

یادگیری زیر فضای  $\mathcal{V}^t$  مستلزم وجود ماتریس کوواریانس  $C_x$  است. در بخش (۳-۱-۱)، به برخی چالش‌های این مسئله اشاره شد. این چالش‌ها از فقدان دسته‌ای از نمونه‌های  $x$  نشئت می‌گیرند که برای تخمین  $C_x$  مورد نیاز هستند. اولاً عملاً هیچ‌گونه اطلاعات قبلی برای WSN تازه نصب شده موجود نیست. ثانیاً احتمالاً  $C_x$  به مرور زمان تغییر می‌کند. ثالثاً نرخ بالایی از نقاط داده  $(1-\beta)^2$  برای تخمین موجود نیستند، زیرا اندازه‌گیری‌های تنکی را جمع‌آوری می‌کند.

مشکل اصلی، فقدان نمونه‌های کامل  $x$  است. استراتژی‌هایی برای غلبه بر چنین مشکلی در نظر گرفته می‌شوند. از استراتژی PCA نموی<sup>۳</sup> بر روی داده‌های دارای ورودی‌های مفقود، استفاده می‌شود [۳۸، ۳۹].

**استراتژی PCA نموی** – به الگوریتم (۳-۳) مراجعه شود – مدل تقریب را به صورت تطبیقی از طریق به اصطلاح PCA نموی به‌روز رسانی می‌کند. به این صورت که از طریق درون‌یابی خطی ابتدا نقاط مفقود را

---

<sup>۱</sup>  $N - M$  نمونه‌ی باقیمانده

<sup>۲</sup> از فصل ۲ به‌یاد داریم:  $\beta$ ، نرخ زیرسنجش که به فرم  $(\frac{M}{N} f)$  تعریف می‌شود.  $f$ ، فرکانس سنجش است.

<sup>۳</sup> incremental

بدست آورده و سپس به جای ذخیره سازی سیگنال اصلی در حافظه، بزرگترین  $S$  مقدار ویژه از  $C_x$  )  
 $(\lambda = \{\lambda_i\}, i = 1, 2, \dots, S)$  را ذخیره می نماید.

---

**Algorithm 2** Updating  $\Psi^t, \bar{x}$  using incremental PCA

---

**Require:**  $y, L\Psi^{t-1}, \lambda^{t-1}, \bar{x}^{t-1}$

**Ensure:**  $\Psi^t, \lambda^t, \bar{x}^t$

- 1: interpolate  $y \rightarrow x_{intep}$
- 2:  $\mathbf{a} = (\Psi^{t-1}\mathbf{a} + \bar{x}^{t-1})$ .
- 3:  $\mathbf{b} = (\Psi^{t-1}\mathbf{a} + \bar{x}^{t-1}) - x_{intep}$ , and then normalize  $\mathbf{b}$
- 4:  $c = \mathbf{b}^*(x_{intep} - \bar{x}^{t-1})$ .
- 5:  $D = \frac{1}{L+1} \begin{bmatrix} \text{diag}(\lambda^{t-1}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^* & 0 \end{bmatrix} + \frac{L}{(L+1)^2} \begin{bmatrix} \mathbf{a}\mathbf{a}^* & c\mathbf{a} \\ c\mathbf{a}^* & c^2 \end{bmatrix}$
- 6: Solve the eigenproblem:  $D = R \cdot \text{diag}(\lambda') \cdot R^{-1}$ ,  $\lambda'$  is stored decreasing order.
- 7:  $\Psi' = [\Psi^{t-1}\mathbf{b}]. R$ .
- 8: update  $\Psi^t$  as the first  $S$  columns of  $\Psi'$ .
- 9: update  $\lambda^t$  as the first  $S$  columns of  $\lambda'$
- 10: update  $\bar{x}^t$  as  $(L\bar{x}^{t-1} + x_{intep}) / (L + 1)$ .

---

الگوریتم ۳-۲. به روزرسانی  $\bar{x}$  و  $\Psi^t$  با استفاده از PCA نمودی [۸].

### ۳-۱-۳- الگوریتم زمان بندی سنجش

مطابق با قضیه (۱) در بخش (۳-۱-۱)، کمینه سازی خطای کلی  $\epsilon$ ، معادل با یافتن،  $M$  الگوی سنجش بهینه  $\tau$  است که رابطه (۳-۶) را کمینه سازی کند. هدف از بهینه سازی، پیدا کردن الگوی سنجشی است که تابع هزینه (۳-۷) را کمینه می سازد.

$$\Theta(\tilde{\Psi}^t) = \sum_{j=1}^S \frac{1}{\lambda_j} \quad (7-3)$$

که در آن  $\lambda$  مقادیر ویژه از ماتریس  $(\tilde{\Psi}^t)^*(\tilde{\Psi}^t)$  است و داریم:  $\tilde{\Psi}^t = \Phi^t \Psi^t$ . توجه شود که این بهینه‌سازی معادل با یافتن  $M$  سطر از  $\Psi^t$  است که زیرماتریس  $\tilde{\Psi}^t$  را با کوچکترین تابع هزینه‌ی  $\Theta(\tilde{\Psi}^t)$  تشکیل دهد. با این حال، از قبل نشان داده شده است که چنین بهینه‌سازی از نوع NP-سخت و دارای پیچیدگی  $O\left(\binom{N}{M}\right)$  است که در عمل به شکل بازدارنده‌ای بالا است [۴۰]. بنابراین جواب‌های تقریبی برای مسئله زمان‌بندی، مورد بررسی قرار داده می‌شود که بتوان آن‌ها را به شکل مؤثری اجرا نمود. معمولاً یافتن این جواب‌های تقریبی، دشوار است، زیرا تابع هزینه  $\Theta(\tilde{\Psi}^t)$  دارای نقاط کمینه موضعی فراوانی است که به طور دلخواه از نقطه کمینه عمومی دورند. بنابراین معمولاً پروکسی‌های  $\Theta(\tilde{\Psi}^t)$  به عنوان تابع هزینه برای الگوریتم تقریب، انتخاب می‌شوند که این کار دو هدف دارد: (۱) القای کمینه‌سازی غیرمستقیم  $\Theta(\tilde{\Psi}^t)$  و (۲) بهینه‌سازی مؤثر با تکنیک‌های استاندارد هم‌چون بهینه‌سازی محدب یا الگوریتم‌های حریمانه.

برای زمان‌بندی سنجش از الگوریتمی که مبتنی بر رویه "حذف بدترین" است استفاده می‌شود. این الگوریتم حریمانه بوده و مدل سیگنال  $\Psi^t$  را به عنوان ورودی می‌گیرد. در ابتدا ماتریس هم‌مانی به اندازه  $N$  را به عنوان ماتریس سنجش  $\Phi^t$  در نظر می‌گیرد. در هر تکرار، سطر  $\Phi^{t+1}$  را که تابع هزینه (۳-۸) را بیشینه می‌کند، حذف می‌شود. بعد از  $N - M + 1$  تکرار، از  $\Phi^{t+1}$  بهینه‌ای برخوردار می‌شود که تنها دارای  $M$  المان متفاوت با صفر بوده و در زمان بازسازی  $x$  از اندازه‌گیری‌های  $y$  از عملکرد نزدیک به بهینه-ای برخوردار است. توجه شود که اگر  $\Psi^t$  در شرایط مذکور در مرجع [۴۱] صدق کند، ماتریس سنجش حاصل  $\Phi^{t+1}$ ،  $x$  را از اندازه‌گیری‌های  $y$  با RMSE نزدیک به بهینه بازسازی می‌کند.

توصیف مفصل الگوریتم کلی در الگوریتم (۳-۴) ارائه شده است. توجه شود که برای همان بلوک اول از

داده ها در طول راه اندازی سیستم از زمان بندی سنجش یکنواخت برای شروع استفاده می شود [۸].

---

**Algorithm 3** Greedy sampling scheduling

---

**Require:**  $\Psi^t, M$

**Ensure:**  $\tau^{t+1}$  for next temporal block

1: Initialize the set of removed sampling indices  $\mathcal{L} = 0$

2: initialize the set of selected sampling indices  $K = \frac{K}{\mathcal{L}}$

3: find the first two rows to eliminate ,  $\mathcal{L} = \arg \max_{i,j \in K} |\Psi_i, \Psi_j|^2$

4: Update  $K = \frac{K}{\mathcal{L}}$

5: **repeat**

6: Find the optimal row,  $i^* = \arg \max_{i \in K} FP(\Psi^t, K \setminus i)$

7: Update the set of removed indices,  $\mathcal{L} = \mathcal{L} \cup i^*$

8 Update the set of selected indices,  $K = K \setminus i$

9: **until**  $|K| = M$

10:  $\tau^{t+1} = i^* = \arg \max_{\tau} \left\{ \frac{\varepsilon_a^2}{\lambda_s} + \sigma^2 \Theta(\tilde{\Psi}^t), \tau \text{ is uniform pattern or } K \right\}$

---

الگوریتم ۳-۳. زمان بندی سنجش [۸].

## ۳-۲- درون یابی نقاط مفقود سیگنال با کمک الگوریتم یادگیری واژه نامه

قصد داریم به جای درون یابی خطی از روش های تجزیه مقدار تکین (مانند K-SVD)<sup>۱</sup> برای درون یابی نقاط مفقود استفاده کنیم. در اصل با استفاده از این روش، درون یابی نقاط به فرم یک مدل  $D\alpha$  برای سیگنال

---

<sup>۱</sup> K-Singular Value Decomposition

تعریف می‌شود. در این حالت، یک واژه‌نامه بر اساس داده‌های گذشته (داده‌های آموزشی) توسط الگوریتم K-SVD بدست می‌آید. حال این مجموعه داده‌ی بلوک‌بندی شده، به K-SVD داده می‌شود. طبق بخش (۳-۲-۱) ابتدا فاز نمایش تنک می‌شود و ضرایب تبدیل بر اساس این داده‌ها بدست می‌آید. سپس مرحله به‌روز رسانی واژه‌نامه شروع می‌شود. در انتها یک واژه‌نامه ای حاصل می‌شود که در ضرایب تبدیل به‌دست آمده ضرب شود سیگنالی شبیه به سیگنال اصلی به‌دست می‌آید. این مسئله امکان حذف نویز از سیگنال ورودی را نیز فراهم می‌کند. در اصل به این طریق همگی داده‌های سیگنال معلوم و مشخص می‌شوند [۴۲].

فرض شود، مجموعه‌ای از بردارهای ستونی داده‌های آموزشی،  $[x_1, x_2, x_3, \dots, x_N]$  باشد. آنگاه مسئله یافتن واژه‌نامه‌ی  $D$  به ابعاد  $(m \times K)$ ، با  $K < N$  مطابق شکل (۳-۲) است. هر سیگنال در مجموعه آموزشی، ترکیب تنک از عناصر  $D$  می‌باشد. برای حل این مسئله رابطه (۳-۹) را خواهیم داشت.

$$\min_{D, \alpha} \sum_i \|x_i - D\alpha_i\|_2^2 \quad \text{subject to} \quad \forall i, \|\alpha_i\|_0 \leq S \quad (۳-۹)$$

بهینه‌سازی بر روی  $D$  و  $\alpha$  است. برخی نویسندگان ترجیح می‌دهند در رابطه (۳-۹)، از عبارت  $\|X - D\alpha\|_F^2$  به جای عبارت  $\sum_i \|x_i - D\alpha_i\|_2^2$  استفاده کنند. در نتیجه رابطه (۳-۱۰) را خواهیم داشت.

$$\min_{D, \alpha} \underbrace{\|X - D\alpha\|_F^2}_{(2)} \quad \text{subject to} \quad \forall i, \|\alpha_i\|_0 \leq S \quad (۳-۱۰)$$

عبارت (۲) به نرم فروبنیوس<sup>۱</sup> معروف است. اگر اندازه سیگنال حقیقی،  $m \times N$  باشد،  $N$  بار نرم اقلیدوسی می‌گیرد.

---

<sup>۱</sup> Frobenius

$$\begin{matrix}
 X \\
 m \times N
 \end{matrix}
 =
 \begin{matrix}
 D \\
 m \times k
 \end{matrix}
 \times
 \begin{matrix}
 \alpha \\
 k \times N
 \end{matrix}$$

شکل (۳-۲). مسئله واژه‌نامه.  $X$  سیگنال‌های توزیع شده در زمان‌های مختلف.  $D$  واژه‌نامه برای مدل‌سازی سیگنال.  $\alpha$  ماتریس ضرایب تبدیل سیگنال

یک روش تکراری عمومی وجود دارد که برای حل این مسئله استفاده می‌شود. در بخش (۳-۲-۱) به توصیف راه حل می‌پردازیم.

### ۳-۲-۱ روش K-SVD

هدف این الگوریتم حل رابطه‌ی (۳-۱۰) است. روشی است که در هر تکرار شامل دو مرحله می‌باشد [۴۲، ۲۳].

**مرحله اول - نمایش تنک:** برای پیدا کردن کمینه‌ی  $\alpha$ ،  $D$  را ثابت می‌گیرند. این مرحله با روش‌های حریصانه همچون OMP انجام می‌شود. می‌توان هر الگوریتم دیگری که بهترین ضرایب را بدهد، استفاده نمود.

**مرحله دوم - به‌روزرسانی  $D$ :** برای پیدا کردن واژه‌نامه‌ی بهینه‌ی  $D$ ،  $\alpha$  را ثابت می‌گیرند. این نوع از الگوریتم‌ها، در هر لحظه یک ستون از واژه‌نامه را به‌روزرسانی می‌کنند. بعد از این که همه ستون‌ها به-روزرسانی شدند، واژه‌نامه بدست آمده را ثابت فرض می‌کنند و از روی آن، ضرایب تبدیل را از طریق مرحله اول محاسبه می‌کنند.

این دو مرحله مجزا<sup>۱</sup> از هم عمل کرده و سیگنال را به صورت بهینه، مدل سازی می کند؛ یعنی در نهایت واژه نامه ای را بدست می آورد که نرم  $\|X - D\alpha\|_F^2$  را کمینه می کند.

### روال کار الگوریتم برای به روز رسانی واژه نامه:

در ابتدا به صورت پیش فرض،  $K$  اتم برای واژه نامه ی  $D$  در نظر می گیرند. این پایه ها هر چیزی مثلا تصادفی یا DCT یک سیگنال و یا تبدیل فوریه یک سیگنال می تواند باشد. سپس  $\alpha$  و  $D$  را ثابت نگه داشته به جز یک ستون واژه نامه ( $d_k$ ) به همراه ردیف  $k$ ام ماتریس ضرایب تبدیل ( $\alpha_k^T$ ) که از این ستون استفاده می کنند و نمونه های  $X$  را می سازند.

$$\|X - D\alpha\|_F^2 = \left\| X - \sum_{j=1}^k d_j \alpha_j^T \right\|_F^2 \quad (11-3)$$

در رابطه ی (۱۱-۳)،  $D\alpha$  بیان گر این مطلب است که هر ستون از  $D$  با چه ضرایبی، نمونه های  $X$  را می سازد. طبق رابطه (۱۲-۳) ستونی که قرار است به روز رسانی شود به همراه ضرایب تبدیل مربوط به آن ستون ( $d_k \alpha_k^T$ ) از  $D\alpha$  جدا می کنند. حال  $k-1$  ستون باقیمانده به همراه ضرایب تبدیل آن ها ( $\sum_{j \neq k} d_j \alpha_j^T$ ) از سیگنال اصلی کم می شوند. حاصل این تفاضل،  $E_k$  است.

$$\left\| \underbrace{\left( X - \sum_{j \neq k} d_j \alpha_j^T \right)}_{(1)} - \underbrace{d_k \alpha_k^T}_{(2)} \right\|_F^2 = \|E_k - d_k \alpha_k^T\|_F^2 \quad (12-3)$$

<sup>۱</sup> این دو مرحله هیچ ارتباطی با یکدیگر ندارند و به صورت کاملا مجزا از هم بدست می آیند.

<sup>۲</sup> در این حالت  $X_k^T$ ، بردار ستونی  $k$ ام می باشد که سطری شده است.

<sup>۳</sup>  $E_k$ : تمام  $N$  نمونه سیگنال زمانی که یک ستون از واژه نامه کم شده است.

در رابطه (۳-۱۲)، با توجه به معلوم بودن عبارت (۱) و (۲)، هدف از پیدا کردن و به روز رسانی  $d_k$ ، کاهش مقدار نرم فروبنیوس نسبت به حالت قبل از به روز رسانی می باشد. در این حالت تضمین می شود که ستون  $k$ ام واژه نامه ( $d_k$ ) به صورت بهینه به روز رسانی شده است. این امر مستلزم آن است که  $E_k$  کمینه باشد. برای این منظور از ماتریس  $E_k$ ، SVD می گیرند. SVD شبیه ترین ماتریس به ماتریس دیگر که تحت نرمی هستند را بدست می آورد؛ یعنی مدلی ( $D\alpha$ ) شبیه به سیگنال ( $X$ ) نتیجه می دهد.

SVD را مستقیماً بر روی  $E_k$  اعمال نمی کنند. زیرا باعث می شود تنگی سیگنال بهم بریزد. بنابراین ابتدا مؤلفه های غیر صفر  $\alpha_k^T$  را نگه داشته و صفرها را حذف می کند. بدین منظور طبق رابطه (۳-۱۳) مجموعه ای به نام  $\omega_k$  تعریف می شود که شامل اندیس های مؤلفه های غیر صفر  $\alpha_k^T$  است.

$$\omega_k = \{i | 1 \leq i \leq K, \alpha_k^T \neq 0\} \quad (۳-۱۳)$$

بر اساس مجموعه ای  $\omega_k$ ، ماتریس  $\Omega_k$  به ابعاد  $N \times |\omega_k|$  تشکیل می شود. درایه های  $(i, i)$  ( $\omega_k$ ) از این ماتریس، مقدار یک، بقیه درایه ها همگی مقدار صفر می گیرند. با ضرب این ماتریس در  $\alpha_k^T$ ، درایه های صفر حذف شده و تنها درایه های یک باقی می مانند. در نهایت بردار سطری  $(\alpha_k^R)^T$  به طول  $|\omega_k|$  حاصل می شود. به طور مشابه، چنین ضربی بر روی ماتریس  $X$  صورت می گیرد که  $X_k^R$  به ابعاد  $N \times |\omega_k|$  را نتیجه می دهد.  $X_k^R$  شامل زیرمجموعه ای از نمونه هایی است که در حال حاضر از اتم  $d_k$  استفاده می کنند. همچنین این ضرب بر روی  $E_k$  نیز رخ می دهد. عبارت  $E_k^R = E_k \Omega_k$ ، انتخاب ستون های خطای مرتبط با نمونه هایی است که از این اتم استفاده می کنند. در نهایت رابطه (۳-۱۴) حاصل می شود.

$$\|E_k \Omega_k - d_k \alpha_k^T\|_F^2 = \|E_k^R - d_k \alpha_k^R\|_F^2 \quad (۳-۱۴)$$

حال می توان از  $E_k^R$ ، به راحتی SVD گرفت. مطابق رابطه (۳-۱۵) حاصل این عمل بروی ماتریس  $E_k^R$ ،

شامل سه ماتریس  $U$ ،  $\Delta$ ،  $V^T$  است.

$$E_k^R = U \Delta V^T \quad (۱۵-۳)$$

$d_k$ ، ستون اول ماتریس  $U$  است.  $(\alpha_k^R)^T$ ، حاصل ضرب ستون اول ماتریس  $V$  در  $\Delta(1,1)$  است. عمل SVD،  $k$  مرتبه (به تعداد ستون‌های واژه‌نامه) تکرار می‌شود. الگوریتم (۳-۵) این روند را نشان می‌دهد.

**به‌روز رسانی واژه‌نامه به روش K-SVD، دو مزیت دارد:**

الف) ستون‌های واژه‌نامه‌ی D نرمال باقی می‌مانند.

ب) تعداد مولفه‌های غیرصفر یا  $k$  یا کمتر از آن است.

---

**Algorithm 4** KSVD algorithm

---

**Task:** Find the best dictionary to represent the data samples  $\{\alpha_i\}_{i=1}^N$  as sparse compositions, by solving

$$\min_{D, X} \{\|X - D\alpha\|_F^2\} \text{ subject to } \forall i, \|\alpha_i\|_0 \leq S.$$

**Initialization:** set the dictionary matrix  $D^{(0)} \in \mathbb{R}^{n \times K}$  with  $l^2$  normalized columns.

Set  $J = 1$ .

Repeat until convergence (stopping rule)

- Sparse Coding Stage: Use any pursuit algorithm to compute the representation vectors  $\alpha_i$  for each example  $x_i$  by approximating the solution of

$$i = 1, 2, \dots, N \min_{x_i} \{\|X - D\alpha\|_2^2\} \text{ subject to } \forall i, \|\alpha_i\|_0 \leq S$$

- Codebook Update Stage: For each column  $k = 1, 2, \dots, K$  in  $D^{(J-1)}$ , update it by
  - Define the group of examples that use this atom,  $\omega_k = \{i | 1 \leq i \leq N, \alpha_k^T(i) \neq 0\}$ .
  - Compute the overall representation error matrix,  $E_k$ , by

$$E_k = X - \sum_{j \neq k} d_j \alpha_j^T$$

- Restrict  $E_k$  by choosing only the columns corresponding to  $\omega_k$ , and obtain  $E_k^R$ .
- Apply SVD decomposition  $E_k^R = U\Delta V^T$ . Choose the updated dictionary column  $\tilde{d}_k$  to be the first column of  $U$ . Update the coefficient vector  $x_R^k$  to be the first column of  $V$  multiplied by  $\Delta(1, 1)$ .

- 
- Set  $J = J + 1$ .

الگوریتم ۳-۴. الگوریتم K-SVD [۴۲].

در این فصل، ابتدا تحلیل الگوریتم DASS بیان شد. سپس روش درون‌یابی به کمک یادگیری واژه‌نامه معرفی شد. در فصل چهارم به جزئیات پیکربندی و نتایج الگوریتم پیشنهادی می‌پردازیم.

## فصل چهارم

# جزئیات پیکربندی و ارزیابی روش پیشنهادی

## ۴-۱- مقدمه

در این فصل به تنظیم پارامترهای روش DASS پرداخته می‌شود. پارامترهای روش پیشنهادی مقداردهی اولیه می‌شوند. در ادامه نتایج دو روش درون‌یابی بررسی می‌گردد.

## ۴-۲- پایگاه داده‌ی مورد استفاده

برای ارزیابی از دو زیرمجموعه هواشناسی واقعی به عنوان حقیقت مبنا استفاده می‌شود. این پایگاه داده‌ها پیرن<sup>۱</sup> و ولیس<sup>۲</sup> می‌باشند. شکل (۴-۱)، بخشی از مکان گره‌های پایگاه داده ولیس را نمایش می‌دهد. دو مجموعه داده مذکور مورد استفاده در ارزیابی در جدول (۴-۱)، خلاصه شده‌اند. برای هر دو مجموعه داده، ۱۴۴ نقطه داده با سنجش یکنواخت برای هر روز وجود دارد. روز، به‌عنوان طول هر بلوک انتخاب می‌شود و تعداد نمونه‌هایی که در هر بلوک وجود دارد برابر  $N_d = 144$  است.

• پیرن از سوی MeteoSwiss [۴۳] ارائه شده است. این مجموعه داده حاوی ۱۵۰۰ روز اندازه‌گیری پیوسته برای دو کمیت فیزیکی (دما و تشعشع خورشیدی) است.<sup>۳</sup> MeteoSwiss چهار گره را در کل کشور اعمال کرده است. پوشه‌های alignDataC2.mat, alignDataC6 و alignDataC7 به ترتیب شامل کمیت دما، تشعشع خورشیدی، دما (با فرمت دوره‌های نیم روزی) هستند.

• ولیس از طرف یک سرویس دهنده پایش خرداقلیم فراهم شده است [۴۴]. مجموعاً ۴۳ گره در یک دره کوهستانی اعمال شده‌اند. شکل (۴-۱) نمایانگر شش مورد از آن‌ها است که مساحت حدود

---

<sup>۱</sup>Payerne

<sup>۲</sup>Valais

<sup>۳</sup>مجموعه داده اندازه‌گیری‌های دما را با دمای پیرن نشان می‌دهیم. این علامت مشابه تشعشع خورشیدی است.

18km<sup>2</sup> را پوشش می دهند. این کاربردها در مارچ سال ۲۰۱۲ آغاز شده و ۱۲۵ روز از اندازه‌گیری‌های دمای مداوم را جمع‌آوری کرده‌اند.



شکل ۴-۱. بخشی از مکان نودهایی که پایگاه داده‌ی ولیس را جمع‌آوری می‌کنند [۴۴].

مطابق با جدول (۴-۱)، ارزیابی روش استفاده شده در DASS و روش پیشنهادی ارائه می‌شود. مجموعه داده پیرن، شامل چهار گره است که تنها اولین گره آن، برای ارزیابی حالت تک-گره استفاده می‌شود. مجموعه داده ولیس شامل ۴۳ گره است که تنها ۶ گره اول از آن، برای ارزیابی حالت چند-گره استفاده می‌شود.

جدول ۴-۱: خلاصه مجموعه داده‌های آزمایش

نام مجموعه داده	کمیت فیزیکی	تعداد گره‌ها	تعداد روزها
پیرن	دما، تشعشع خورشیدی	۱	۱۵۰۰
ولیس	دما	۶	۱۲۵

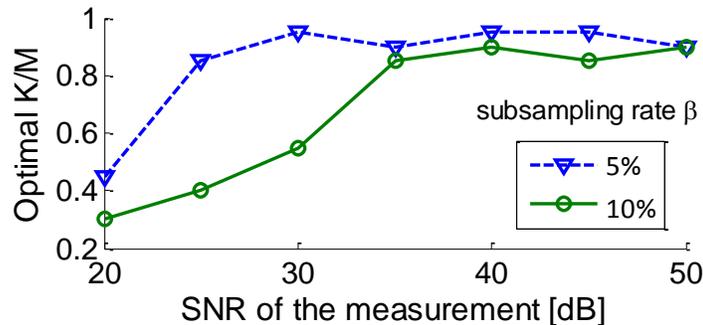
## ۴-۳- پارامترهای DASS

روش DASS شامل سه بلوک اصلی است [۸]:

### ۴-۳-۱- انتخاب بهینه $S$

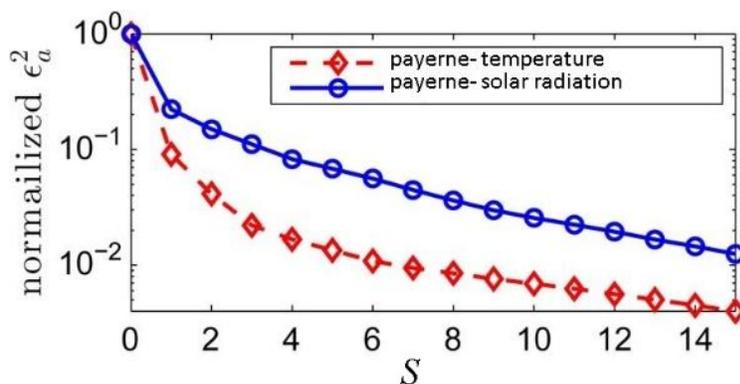
به دو پارامتر نرخ ریزسنجش ( $\beta = \frac{S}{M}$ ) و SNR سیگنال اندازه‌گیری شده بستگی دارد. اولاً طبق قضیه-ی (۱) بیان شده در فصل ۳،  $\frac{S}{M}$  باید کوچکتر از مقدار یک باشد. ثانیاً برای کیفیت صعودی اندازه‌گیری-ها می‌توان تعداد  $M \approx S$  نمونه را جمع‌آوری کرد. به این معنا است که الگوریتم بازسازی، کمتر تحت تاثیر نویز قرار گرفته و نیاز به نمونه‌های کمتری دارد. در این روش، مطابق شکل (۴-۲)،  $\beta = 10\%$  در نظر می‌گیرند.

در شکل (۴-۲) انتظار می‌رود که نمودار به‌طور یکنواخت صعودی باشد. اما این امر به دلیل طبیعت تصادفی مدل نویز و نزدیک به بهینه بودن الگوریتم زمان‌بندی سنسجش، صادق نیست. زمانی که SNR اندازه‌گیری افزایش می‌یابد، DASS به دنبال  $S$  بزرگ‌تر (یعنی میزان تنگی کمتر) است. مطابق شکل (۴-۲)، بهترین مقدار  $\text{SNR}=30\text{dB}$  است.



شکل ۴-۲. نسبت بهینه  $\beta$  بر حسب SNR اندازه‌گیری برای مجموعه داده پیرن

اگر خطای تقریب با سرعت نمایی بر حسب پارامتر  $S$ ، افت کند، همیشه  $S$  کوچکی وجود خواهد داشت به گونه‌ای که  $\epsilon_a \ll \sigma$  باشد. داده‌های نمایی چنین افت نمایی را از خود نشان می‌دهند. شکل (۳-۴)، افت نمایی خطای تقریب را برای داده‌های هواشناسی پیرن نشان می‌دهد که تابعی از پارامتر  $S$  است که به صورت نمایی افت می‌کند. بنابراین مقدار کوچکی برای این پارامتر بدست می‌آید که برابر ۱۳ است.



شکل ۳-۴. خطای تقریب مدل به صورت تابعی از پارامتر  $S$  [۸].

### ۴-۳-۲- پارامترهای زمان بندی سنجش

تابع هزینه‌ی  $\Theta(\tilde{\Psi}^t) = \sum_{j=1}^S \frac{1}{\lambda_j}$ ، زمان بندی بهینه‌ای را برای الگوریتم فراهم می‌کند. مقدار بالا برای این تابع به معنی پایداری کمتر در برابر نویز است. کران پایین این تابع، به صورت  $\frac{M}{N}$  تعریف می‌شود.

$$M = 15 \text{ و } N_d = 144 \text{ می‌باشد.}^2$$

<sup>۱</sup> تعداد سنجش‌هایی که از طریق کمیته‌سازی تابع هزینه تعیین می‌شود.

<sup>۲</sup> تعداد نمونه‌های موجود در هر بلوک که باید از میان آن‌ها تعداد کمی اخذ شود.

## ۴-۳-۳- پارامترهای یادگیری واژه‌نامه

یادگیری واژه‌نامه در گره‌های شبکه و ایستگاه انجام می‌شود. در گره‌های شبکه<sup>۱</sup>، ابتدا کوواریانس بر اساس داده‌های آموزشی محاسبه می‌شود. سپس PCA برای ماتریس کوواریانس محاسبه می‌گردد و واژه‌نامه مدل بدست می‌آید. مجموعه داده آموزشی شامل ۳۰ بلوک به ابعاد  $144 \times 1$  می‌باشد. اما در ایستگاه، تنها ۱۵ نمونه از ۱۴۴ نمونه سیگنال را داریم. بنابراین ابتدا نیاز داریم نمونه‌های مفقود شده سیگنال را با استفاده از روش‌های درون‌یابی بدست آوریم (۱۲۹ نمونه از ۱۴۴ نمونه). روش DASS از درون‌یابی خطی استفاده می‌کند. ما درون‌یابی با استفاده از یادگیری واژه‌نامه (K-SVD) را پیشنهاد داده‌ایم.

### پارامترهای الگوریتم K-SVD:

سایز واژه‌نامه، به ابعاد  $N_d \times S$  که برابر  $13 \times 144$  است. تعداد داده‌هایی ( $L$ ) که به الگوریتم تنک-سازی داده می‌شود تا ضرایب تبدیل را برای به‌روزرسانی واژه‌نامه بدست آوردند برابر ۱۸۲۶ بلوک به ابعاد  $1 \times 144$  می‌باشد. میزان تنکی واژه‌نامه ( $S$ ) برابر ۱۳ است. میزان قدرت نویز را برابر  $0.001$  در نظر می‌گیریم.

توجه شود که در تقریب سیگنال از طریق  $\Psi'$  از همبستگی مکانی و زمانی میان عناصر سیگنال اصلی ( $x$ ) بهره‌برداری می‌شود. هر چه همبستگی موجود در  $x^t$  بالاتر باشد، ابعاد واژه‌نامه در بلوک  $t$ ام، تعداد پارامترهای  $S$  و تعداد اندازه‌گیری‌های لازم  $M$  پایین‌تر خواهد بود. بنابراین یکی از جنبه‌های کلیدی در این راستا، انتخاب طول بلوک سیگنال برابر  $T$  است. در واقع باید آن را به گونه‌ای انتخاب کرد که تاخیر WSN، مشخصه طراحی را حفظ کرده باشد و در عین حال، همبستگی میان بلوک‌ها را به حداکثر برساند.

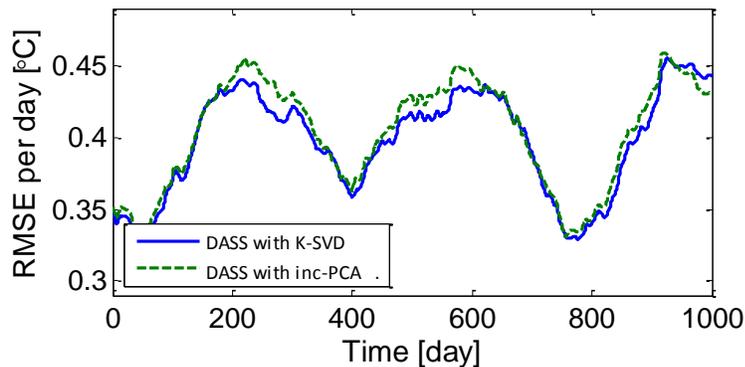
---

<sup>۱</sup> شبکه برای این که بتواند از CS برای سنجش و فشرده‌سازی استفاده کند، باید داده‌های شبکه تحت واژه‌نامه‌ای مدل شده باشند. این واژه‌نامه از روی داده‌های آموزشی بدست می‌آید.

$T$  را برابر "یک روز" در نظر گرفته‌اند.

## ۴-۴- نتایج و آزمایش‌ها

DASS برای یادگیری آمار سیگنال از داده‌های گذشته طراحی شده است. در موقعیت عملی باید، DASS از همان آغاز به کار برای یادگیری واژه‌نامه طراحی شود. الگوریتم‌هایی برای این منظور طراحی شده است که از درون‌یابی خطی، برای بازسازی داده ناقص  $y$ ، استفاده می‌کنند [۹]. هدف استفاده از K-SVD، درون‌یابی داده ناقص با استفاده از واژه‌نامه است. شکل (۴-۴) مقایسه الگوریتم درون‌یابی خطی و الگوریتم درون‌یابی با استفاده از K-SVD را نشان می‌دهد.



شکل ۴-۴. مقایسه دو روش درون‌یابی در DASS برای مجموعه داده پیرن. خطای بازسازی کل ( $\epsilon$ ) بر حسب تعداد بلوک زمانی آزمون ( $L = 1000$ ) در دو روش درون‌یابی مشخص شده است.

خطای کل طبق رابطه (۳-۶) در فصل ۳، به دو عامل خطای تقریب مدل ( $\epsilon_a$ ) و نویز اندازه‌گیری ( $\sigma$ ) بستگی دارد. خطای تقریب به تعداد پارامترهای  $S$  وابسته است. زمانی که  $S = N_d$  است، خطای مدل برابر صفر ( $\epsilon_a = 0$ ) و با کاهش مقدار  $S$ ، افزایش می‌یابد. با این حال نرخ افزایش خطای مدل به طیف ماتریس  $\lambda_s$  بستگی دارد. اگر  $x$  دارای عناصر کاملاً همبسته باشد،  $S$  کوچک می‌تواند  $x$  را با خطای تقریب کم مدل کند. عامل دوم را مستقیماً با بهینه‌سازی الگوی سنجش کنترل می‌کنند.

شکل (۴-۴) نشان‌دهنده منحنی‌های یادگیری دو روش در سه سال داده است. هر دو روش آمار سیگنال را به‌طور دقیق مشخص می‌کنند. مطابق جدول (۲-۴) در برخی موارد K-SVD به‌دلیل بهره‌گیری از واژه‌نامه در بدست آوردن نقاط مفقود، عملکرد بهتری دارد.

جدول ۴-۲. مقایسه عددی دو روش درون‌یابی برای داده‌های آزمون (مجموعه داده پیرن)

RMSE ( $\epsilon$ )		خطای تقریب مدل ( $\epsilon_a$ )		شماره بلوک زمانی
درون‌یابی خطی	K-SVD	درون‌یابی خطی	K-SVD	
.۴۲	.۴۰	$4/81 \times 10^3$	$4/78 \times 10^3$	۲۸۶
.۳۷	.۳۷	$4/49 \times 10^3$	$4/36 \times 10^3$	۷۱۳

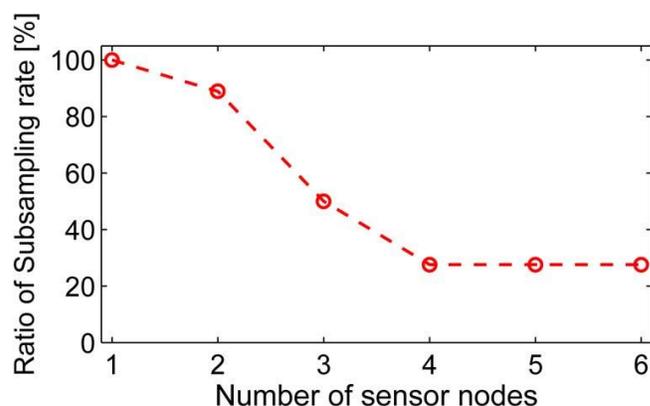
همان‌طور که در بخش (۲-۱۲-۱) در سناریوی چند-گره‌ای بیان شد، می‌توان مفهوم روش DASS را با متصل کردن نمونه‌های جمع‌آوری شده در یک بردار منفرد  $y$  و استفاده از همان استراتژی حالت تک-گره به گره‌های حسگر چندگانه تعمیم داد. اتصال داده‌های تمام گره‌ها، مؤید همبستگی مکانی است. این روش می‌تواند از چنین همبستگی برای کاهش نرخ سنجش استفاده کند. در واقع اگر تمام اندازه‌گیری‌های جمع‌آوری شده توسط حسگرها به‌صورت خطی مستقل باشند، آنگاه این روش همان زمانبندی سنجشی را تولید خواهد کرد که برای حسگر به‌صورت انفرادی بهینه‌سازی شده است. با این وجود اگر مقداری همبستگی بین گره‌های مختلف وجود داشته باشد، آنگاه DASS، به‌صورت همزمان زمانبندی حسگر را بهینه‌سازی می‌کند تا نرخ سنجش متوسط کلی، کاهش یابد. در حالت چند-گره‌ای دو نوع الگو وجود دارد: (۱) DASS همزمان<sup>۱</sup> که توأمآ سیگنال‌های WSN را بازسازی می‌کند و (۲) DASS مستقل<sup>۲</sup> که به-صورت مجزا سیگنال‌های هر گره را بازسازی می‌کند. در هر دو مورد، گره‌ها در حالت کاملاً توزیع شده کار

<sup>۱</sup> Joint Distributed Adaptive Sparse Sampling

<sup>۲</sup> Independent Distributed Adaptive Sparse Sampling

می‌کنند و اختلاف آن‌ها این است که در الگوی همزمان، داده‌های سنجش شده از تمام گره‌ها ترکیب شده و سپس همزمان پردازش می‌شوند.

شکل (۴-۵)، نشان‌دهنده نسبت بین نرخ‌های زیرسنجش DASS همزمان و DASS مستقل با استفاده از مجموعه داده ولیس است. تنها تا ۶ گره را نشان می‌دهد. زیرا در آزمایش‌ها، سود در ۳۰٪ (نسبت نرخ زیرسنجش) با ۴ گره، پایدار است.



شکل (۴-۵). نسبت نرخ سنجش بین DASS همزمان و DASS مستقل، به گونه‌ای که هر دو الگو از خطای بازسازی یکسانی برخوردارند (مجموعه داده ولیس با SNR اندازه‌گیری برابر 20dB) [۹].

در شکل (۴-۵)، مشاهده می‌شود که با افزایش تعداد نودها، نرخ سنجش مورد نیاز برای DASS همزمان، به تدریج کاهش می‌یابد. به خصوص با ۴ گره می‌توان تعداد نمونه‌ها را با این آگو به میزان ۷۰٪ کاهش داد. بنابراین استفاده از همبستگی مکانی باعث ارتقای بیشتر انرژی DASS می‌شود. از سویی دیگر با در نظر گرفتن ۵ گره یا بیشتر، سود هموار می‌شود. بنابراین با افزایش تعداد گره‌ها، گره‌های بیشتری در فاصله دوری نسبت به یکدیگر وجود داشته و در نتیجه همبستگی مکانی مطابق با آن کاهش می‌یابد.



# فصل پنجم

## نتیجہ گیری و پیشہنہاد اداامہ کار

## ۵-۱- نتیجه‌گیری

اغلب پژوهش‌گران قبلی قصد داشتند انرژی مصرف شده برای برقراری ارتباطات را بهینه‌سازی کنند، در حالی که عمدتاً هزینه انرژی سنجش را نادیده گرفته‌اند. به تازگی انرژی سنجش را برای ارتقاء انرژی کلی در نظر گرفته‌اند. در این راستا تکنیک‌های سنجش تنک جهت کاهش مقدار نمونه‌های جمع‌آوری شده و بازسازی داده ناقص با بهره‌گیری آمار داده می‌باشد، پیشنهاد شده است. اکثر این تکنیک‌ها از الگوی سنجش ثابت یا تصادفی استفاده می‌کنند. روش DASS، از روی داده ناقص  $(y)$ ، واژه‌نامه برای مدل سیگنال اخذ می‌کند. از روی این واژه‌نامه الگوی زمان‌بندی زمان و مکان سنجش برای بلوک بعدی را مشخص می‌کند. روش DASS الگوی سنجش متغیر با زمان را ارائه می‌دهد. در این صورت به دو علت، تضمین بازسازی دقیقی از  $x$  دشوار است: (۱) مقدار اطلاعات قابل توجهی را باید از مقدار معدودی از داده‌ها تخمین بزند. (۲) در این روش تنکی واژه‌نامه به مرور زمان دست‌خوش تغییر می‌شود. از این‌رو به دلیل غیر ایستا بودن واژه‌نامه آن را از نمونه‌های جمع‌آوری شده در گذشته می‌آموزند. در این روش برای یافتن واژه‌نامه در بلوک  $t$ ام، نیاز به سیگنال اصلی دارند. در حالی که تنها به  $M$  عنصر از  $N$  عنصر سیگنال اصلی دسترسی دارند. بنابراین ابتدا با استفاده از درون‌یابی خطی تمام  $N$  عنصر را بدست می‌آورند. سپس زیرفضای مناسب برای سیگنال را مدل می‌کنند. در این پایان‌نامه با استفاده از روش K-SVD همه‌ی  $N$  عنصر سیگنال ناقص را درون‌یابی کرده‌ایم. نتایج حاصل از روش پیشنهادی عملکرد بهتری را در مقابل درون‌یابی خطی نشان می‌دهد.

## ۵-۲- جمع‌بندی و پیشنهاد ادامه کار

در این پایان‌نامه بهبودی برای روش DASS ارائه شد که الگوهای سنجش تنک را برای بازسازی دقیق میدان‌های فیزیکی مکانی-زمانی بهینه‌سازی می‌کند. این روش مبتنی بر سه بلوک اصلی است. اولاً به

طور تطبیقی، آمار سیگنال را از داده‌های گذشته می‌آموزد. ثانیاً الگوی سنجش را به طور دینامیک مطابق با آمار سیگنال متغیر با زمان تنظیم می‌کند و ثالثاً سیگنال را از مقدار محدودی از نمونه‌های جمع‌آوری شده و مطابق با آمار سیگنال آموخته شده بازسازی می‌کند.

DASS قابل انعطاف بوده و می‌توان آن را به موقعیت‌های سنجش دیگری مانند WSN‌های موبایل نیز اعمال کرد. برای مثال، حسگرها بر روی اتوبوس‌ها جهت جمع‌آوری داده‌های محیطی متعدد آن‌ها در امتداد خط سیرشان نصب می‌شوند [۴۵]. نمونه‌های جمع‌آوری شده، همبستگی قوی را در اثر مسیر ثابتی نشان می‌دهند که اتوبوس‌ها به طور دوره‌ای طی می‌کنند. همچنین روش DASS را می‌توان بر روی مجموعه داده‌های مختلف اعمال نمود و نتایج را بررسی کرد.

- [1] Akyildiz, I.F. and Vuran, M.C., 2010. *Wireless sensor networks* (Vol. 4). John Wiley & Sons.
- [2] Hac, A., 2003. *Wireless sensor network designs*. John Wiley & Sons Ltd.
- Karl, H. and Willig, A., 2007. *Protocols and architectures for wireless sensor networks*. John Wiley & Sons.
- [3] Karl, H. and Willig, A., 2006. *Protocols And Architectures For Wireless Sensor Networks*, (pp. 3-10). John Wiley & Sons Ltd.
- [4] Tang, Z., 2007. *Distributed source coding schemes for wireless sensor networks* (Doctoral dissertation, University of Bath).
- [5] Srisooksai, T., Keamrungsai, K., Lamsrichan, P. and Araki, K., 2012. Practical data compression in wireless sensor networks: A survey. *Journal of Network and Computer Applications*, 35(1), pp.37-59.
- [6] [https://www.civica.com/Paper-ICEE21-ICEE21\\_188.html](https://www.civica.com/Paper-ICEE21-ICEE21_188.html).
- [7] Abbasi-Daresari, S. and Abouei, J., 2016. Toward cluster-based weighted compressive data aggregation in wireless sensor networks. *Ad Hoc Networks*, 36, pp.368-385.
- [8] Chen, Z., Ranieri, J., Zhang, R. and Vetterli, M., 2015. DASS: Distributed adaptive sparse sensing. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 14(5), pp.2571-2583.
- [9] Donoho, D.L., 2006. Compressed sensing. *IEEE Transactions on information theory*, 52(4), pp.1289-1306.
- [10] Davenport, M.A., Duarte, M.F., Eldar, Y.C. and Kutyniok, G., 2011. Introduction to compressed sensing. *preprint*, 93(1), p.2.
- [11] Candès, E.J. and Wakin, M.B., 2008. An introduction to compressive sampling. *IEEE signal processing magazine*, 25(2), pp.21-30
- [12] Shen, G., Lee, S.Y., Lee, S., Patten, S., Tu, A., Krishnamachari, B., Ortega, A., Cheng, M., Dolinar, S., Kiely, A. and Klimesh, M., 2008, June. Novel distributed wavelet transforms and routing algorithms for efficient data gathering in sensor webs. In *NASA Earth Science Technology Conference (ESTC2008)*.
- [۱۳] سروندانی م ح، (۱۳۹۱)، پایان‌نامه ارشد، "ارزیابی و بهبود عملکرد روش‌های جمع‌آوری داده در شبکه‌های حسگر بی‌سیم با استفاده از سنجش فشرده"، دانشکده برق و الکترونیک، دانشگاه گیلان.
- [14] Tropp, J.A. and Gilbert, A.C., 2007. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit. *IEEE Transactions on information theory*, 53(12), pp.4655-4666.
- [15] Donoho, D.L. Romberg, J. and Tao, T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Transactions on information theory*, 52, pp.489-509, Feb. 2006.
- [16] Duarte, M.F., Shen, G., Ortega, A. and Baraniuk, R.G., 2012. Signal compression in wireless sensor networks. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 370(1958), pp.118-135.

- [17] Duarte, M.R., Wakin, M.B., Baron, D. and Baraniuk, R.G., 2006, April. Universal distributed sensing via random projections. In *Information Processing in Sensor Networks, 2006. IPSN 2006. The Fifth International Conference on* (pp. 177-185). IEEE.
- [18] Haupt, J., Bajwa, W.U., Rabbat, M. and Nowak, R., 2008. Compressed sensing for networked data. *IEEE Signal Processing Magazine*, 25(2), pp.92-101.
- [19] Sarvotham, S., Baron, D., Wakin, M., Duarte, M.F. and Baraniuk, R.G., 2005, November. Distributed compressed sensing of jointly sparse signals. In *Asilomar conference on signals, systems, and computers* (pp. 1537-1541).
- [20] Candès, E.J. and Recht, B., 2009. Exact matrix completion via convex optimization. *Foundations of Computational mathematics*, 9(6), p.717.
- [21] Binev, P., Cohen, A., Dahmen, W., DeVore, R., Petrova, G. and Wojtaszczyk, P., 2011. Convergence rates for greedy algorithms in reduced basis methods. *SIAM journal on mathematical analysis*, 43(3), pp.1457-1472.
- [22] Donoho, D.L. and Tsaig, Y., 2008. Fast solution of  $\ell_1$ -norm minimization problems when the solution may be sparse. *IEEE Transactions on Information Theory*, 54(11), pp.4789-4812.
- [23] Giron-Sierra, J.M., 2017. Time-Frequency Analysis. In *Digital Signal Processing with Matlab Examples, Volume 1* (pp. 357-494). Springer Singapore.
- [24] Baron, D., Duarte, M.F., Wakin, M.B., Sarvotham, S. and Baraniuk, R.G., 2009. Distributed compressive sensing. *arXiv preprint arXiv:0901.3403*.
- [25] Rabbat, M., Haupt, J., Singh, A. and Nowak, R., 2006, April. Decentralized compression and predistribution via randomized gossiping. In *Proceedings of the 5th international conference on Information processing in sensor networks* (pp. 51-59). ACM.
- [26] Duarte, M.R., Wakin, M.B., Baron, D. and Baraniuk, R.G., 2006, April. Universal distributed sensing via random projections. In *Information Processing in Sensor Networks, 2006. IPSN 2006. The Fifth International Conference on* (pp. 177-185). IEEE.
- [27] Luo, C., Wu, F., Sun, J. and Chen, C.W., 2010. Efficient measurement generation and pervasive sparsity for compressive data gathering. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 9(12), pp.3728-3738.
- [28] Yap, H.L., Eftekhari, A., Wakin, M.B. and Rozell, C.J., 2011, March. The restricted isometry property for block diagonal matrices. In *Information Sciences and Systems (CISS), 2011 45th Annual Conference on* (pp. 1-6). IEEE.
- [29] Wang, W., Garofalakis, M. and Ramchandran, K., 2007, April. Distributed sparse random projections for refinable approximation. In *Proceedings of the 6th international conference on Information processing in sensor networks* (pp. 331-339). ACM.

[۳۰] عباسی درهساری س، (۱۳۹۴)، پایان‌نامه ارشد، "بهبود بازدهی انرژی در شبکه‌های حسگر بی‌سیم همبسته با استفاده از نمونه‌برداری فشرده"، دانشکده مهندسی برق و الکترونیک، دانشگاه یزد

- [31] Lee, S., Pattem, S., Sathiamoorthy, M., Krishnamachari, B. and Ortega, A., 2009. Spatially-Localized Compressed Sensing and Routing in Multi-hop Sensor Networks. *GSN*, 9, pp.11-20.
- [32] Bajwa, W.U., Haupt, J.D., Sayeed, A.M. and Nowak, R.D., 2007. Joint source–channel communication for distributed estimation in sensor networks. *IEEE Transactions on Information Theory*, 53(10), pp.3629-3653.
- [33] Aeron, S., Zhao, M. and Saligrama, V., 2007, August. On sensing capacity of sensor networks for a class of linear observation models. In *Statistical Signal Processing, 2007. SSP'07. IEEE/SP 14th Workshop on* (pp. 388-392). IEEE.
- [34] Quer, G., Masiero, R., Pillonetto, G., Rossi, M. and Zorzi, M., 2012. Sensing, compression, and recovery for WSNs: Sparse signal modeling and monitoring framework. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 11(10), pp.3447-3461.
- [36] Wu, X. and Liu, M., 2012, April. In-situ soil moisture sensing: measurement scheduling and estimation using compressive sensing. In *Proceedings of the 11th international conference on Information Processing in Sensor Networks*(pp. 1-12). ACM.
- [37] Golub, G.H. and Van Loan, C.F., 1996. matrix computations, 3rd.
- [38] Raiko, T., Ilin, A. and Karhunen, J., 2007, November. Principal component analysis for sparse high-dimensional data. In *International Conference on Neural Information Processing* (pp. 566-575). Springer, Berlin, Heidelberg.
- [39] Hall, P.M., Marshall, A.D. and Martin, R.R., 1998, September. Incremental eigenanalysis for classification. In *BMVC* (Vol. 98, pp. 286-295).
- [40] Davis, G., Mallat, S. and Avellaneda, M., 1997. Adaptive greedy approximations. *Constructive approximation*, 13(1), pp.57-98.
- [41] Chen, Z., Ranieri, J., Zhang, R. and Vetterli, M., 2015. DASS: Distributed adaptive sparse sensing. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 14(5), pp.2571-2583.
- [42] Aharon, M., Elad, M. and Bruckstein, A., 2006.  $\ell_1$ -SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation. *IEEE Transactions on signal processing*, 54(11), pp.4311-4322.
- [43] MeteoSwiss: The Federal Office of Meteorology and Climatology of Switzerland. [Online]. Available: <http://www.meteoswiss.admin.ch>
- [44] Ingelrest, F., Barrenetxea, G., Schaefer, G., Vetterli, M., Couach, O. and Parlange, M., 2010. Sensorscope: Application-specific sensor network for environmental monitoring. *ACM Transactions on Sensor Networks (TOSN)*, 6(2), p.17.
- [45] Aberer, K., Sathe, S., Chakraborty, D., Martinoli, A., Barrenetxea, G., Faltings, B. and Thiele, L., 2010, November. OpenSense: open community driven sensing of environment. In *Proceedings of the ACM SIGSPATIAL International Workshop on GeoStreaming* (pp. 39-42). ACM.

## **Abstract**

Wireless sensor networks represent a highly effective and useful tool for intermittent data gathering and its transmission to the computing center. In the design of wireless sensor networks, the main goal is to minimize the cost of transferring data to the station node (for processing and interpreting data). One of these methods involves transmitting the compressed data to the station. There are several ways to collect data using compression. One way is to use compact measurement theory, which performs two steps of measuring and compressing data simultaneously. In this method, in contrast to the conventional state, instead of directly measuring the signal, the linear composition of the signal samples is implemented. The nodes' energy consumption is mainly based on three phases of measurement, data processing and communication. In previous studies, two stages of transfer and processing have been prioritized over the measurement, but researchers have recently concluded that optimizing the measurement step and reducing the number of samples by timing the measurement model can play a highly effective role in diminishing the costs of such a system.

The main goal of this thesis was to improve the timing method of the measurement model based on the compact measurement in order to reduce the number of obtained samples. In the recent methods based on distributed compressed measurements, first a suitable model for obtaining signals from previous data is derived and eventually the signal is collected from a small number of samples and reconstructed in accordance with the learned signal model.

The primary problem is to obtain a signal model (dictionary) from incomplete data, which are under compressed measurement at the station node. Therefore, to access the data, it is necessary to interpolate the missing nodes. In this thesis, instead of interpolation based on conventional methods, the dictionary-based learning methods have been adopted.

This method is more effective due to the application of dictionaries, as a dictionary contains the statistical characteristics of the data, which enables more accurate interpolation of missing nodes. According to results of the study, the proposed method excels other conventional methods.

**Keywords:** wireless sensor networks, sparse sensing, compressed sensing, adaptive sampling scheduling, dictionary learning.



**Shahrood University of Technology**  
**Faculty of Computer Engineering**

**M.Sc. Thesis in Artificial Intelligence Engineering**  
**An efficient distributed compressive sensing model for wireless sensor networks**

**By: Neda rafiei**

**Under the direction of:**  
**Dr. Ali Akbar. pouyan**  
**Dr. Vahid. Abolghasemi**

**August 2017**