

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت

گروه مدیریت MBA

پایان نامه کارشناسی ارشد

مهندسی موقعیت نقدشوندگی سهام در بورس و اوراق بهادار با استفاده از

تکنیک جریان های مرزی و مرکزی

شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران

نسیم فتحی پور دهکردی

استاد راهنما: جناب آقای دکتر رضا شیخ

شهریور ۱۳۹۳

تقدیرم به پدر و مادر بزرگوارم
به پاس تمامی صبوری‌هایشان....

تقدیر نامه

از استاد بزرگوار، جناب آقای دکتر رضا شیخ بفاطر تمامی
راهنمایی‌ها و زحمات خالصانه‌شان، کمال تشکر و قدردانی
را داریم.

همچنین از تمامی کسانی که مرا در انجام این پایان نامه
یاری نمودند تشکر و قدردانی می‌نمایم.

تعهدنامه

اینجانب نسیم فتحی پور دهکردی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد M.B.A دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت دانشگاه صنعتی شاهرود، نویسنده پایان نامه "مهندسی موقعیت سهام با استفاده از تکنیک جریان های مرزی و مرکزی" تحت راهنمایی جناب آقای دکتر رضا شیخ متعهد می شوم:

- تحقیقات این پایان نامه توسط اینجانب صورت گرفته و از صحت و اصالت برخوردار می باشد.
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر، به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی، در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام دانشگاه صنعتی شاهرود به چاپ خواهد رسید.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است، اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی، رعایت شده است.

تاریخ

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطالب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه، ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه، بدون ذکر مرجع، مجاز نمی باشد.

* متن این صفحه نیز باید در ابتدای نسخه های تکثیر شده پایان نامه وجود داشته باشد.

چکیده

طی سالیان اخیر بازار سرمایه به ویژه بورس اوراق بهادار با رشد چشم‌گیر و پیوسته، توجه گروه بزرگی از سرمایه‌گذاران را به خود جلب نموده‌است. از این رو تلاش محققان به ارائه روش‌ها و راهکارهای مختلف جهت حداکثر سودآوری از این بازار معطوف شده‌است. سرمایه‌گذاران به هنگام انتخاب روش‌ها و گزینه‌های مختلف سرمایه‌گذاری، فاکتورهای گوناگونی را در نظر می‌گیرند که این فاکتورها، خود تابعی از عوامل متنوع از جمله میزان ریسک‌پذیری، شرایط اقتصادی و... هستند. نقدشوندگی یکی از منابع بزرگ ریسک برای سرمایه‌گذاران محسوب می‌شود. جذابیت سرمایه‌گذاری در هر سهم، به قدرت نقدشوندگی آن بستگی دارد که یکی از ابعاد مهم فرایند تخصیص بهینه منابع نیز به شمار می‌آید. ریسک نقدشوندگی از جمله خصیصه‌های اصلی و فاکتورهای زیر ساختار بازار می‌باشد، که سرمایه‌افراد را تهدید نموده و نقش مهمی در تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران برای خرید و فروش سهام ایفا می‌کند، لذا ارائه تکنیکی نوین و کاربردی جهت انتخاب معقولانه‌ی سهام از میان انبوه گزینه‌های پیش‌رو با توجه به درجه نقدشوندگی، برای سرمایه‌گذارانی که به دنبال کسب بازده هر چه بیشتر هستند ضروری به نظر می‌رسد. از نوآوری‌های این پژوهش، استفاده از تکنیک جریان‌های مرزی و مرزی است که بر پایه‌ی منطق جریان‌های ورودی و خروجی استوار بوده و به عنوان ابزاری کمی با در نظر گرفتن نمایه‌های مرجع برای تعیین جایگاه سهام‌های مختلف برای تشکیل پورتفوی بهینه به کار می‌رود.

واژگان کلیدی: انتخاب سهام، دسته‌بندی و رتبه‌بندی، تکنیک جریان‌های مرزی و مرکزی،

نقدشوندگی سهام

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

فصل اول: کلیات پژوهش

۱-۱	مقدمه.....	۱
۲-۱	بیان مسئله.....	۳
۳-۱	ضرورت و توجیه انجام پژوهش.....	۳
۴-۱	هدف پژوهش.....	۴
۵-۱	سوالات و فرضیات پژوهش.....	۴
۶-۱	روش پژوهش.....	۵
۷-۱	قلمرو پژوهش.....	۵
۸-۱	نوآوری پژوهش.....	۵

فصل دوم: مرور ادبیات و پیشینه‌ی پژوهش

۱-۲	مقدمه.....	۶
۲-۲	تبیین نقدشوندگی و ریسک نقدشوندگی.....	۸
۱-۲-۲	قیمت سهام.....	۱۰
۲-۲-۲	حجم معاملات.....	۱۰

فصل سوم: متدولوژی پژوهش:

۱-۳	مقدمه.....	۱۶
۱-۱-۳	فرآیند دسته بندی.....	۱۶
۲-۳	متمدهای دسته بندی.....	۱۹
۳-۳	تصمیم گیری چندمعیارم.....	۲۰
۱-۳-۳	نمادگذاریهای مربوط به گزینه‌ها و معیارها.....	۲۰
۲-۳-۳	ساختار ترجیح.....	۲۱
۳-۳-۳	مقایسه دو-دوئی گزینه‌ها بر اساس رابطه برتری.....	۲۲

۲۲	 $S(a,b)$ درجه برتری (۴-۳-۳)
۲۳	 $C^s(b,a)$ درجه تطابق سراسری (۱-۴-۳-۳)
۲۴	 $d_j^s(b,a)$ درجه عدم تطابق نسبی (۲-۴-۳-۳)
۲۵	 $S(b,a)$ درجه برتری (۳-۴-۳-۳)
۲۵	 $\pi(a,b)$ درجه ترجیح (۵-۳)
۲۶	 $P_j(a,b)$ درجه ترجیح تک معیاره (۱-۵-۳)
۲۶	 $\pi(a,b)$ درجه ترجیح سراسری (۲-۵-۳)
۲۷	رتبه‌بندی چندمعیاره (۶-۳)
۲۸	الکتره-تری (۱-۶-۳)
۲۸	رابطه برتری بین دو گزینه مورد بررسی (۲-۶-۳)
۲۹	صلاحیت گزینه‌های مورد بررسی (۳-۶-۳)
۲۹	 O_1, O_2 محاسبه پیشترتیب های (۴-۶-۳)
۳۰	 O پیشترتیب نسبی (۵-۶-۳)
۳۰	فرضیات مدل (۶-۶-۳)
۳۰	پرامتی (۷-۳)
۳۱	جریان‌های ورودی، خروجی و خالص (۱-۷-۳)
۳۲	گایا پلین (۸-۳)
۳۵	دسته‌بندی بر اساس شاخص بی تفاوتی (۹-۳)
۳۵	 $I(a,b)$ شاخص بی تفاوتی (۱-۹-۳)
۳۵	 $c_j^I(a,b)$ درجه بی تفاوتی نسبی (۲-۹-۳)
۳۸	 $d_j^I(a,b)$ شاخص عدم تطابق نسبی (۳-۹-۳)
۳۹	 $I(a,b)$ شاخص بی تفاوتی سراسری (۴-۹-۳)
۴۰	تکنیک پرافتن (۱۰-۳)
۴۰	قواعد تخصیص (۱-۱۰-۳)
۴۱	 $SI(a,b)$ دسته‌بندی بر اساس شاخص شباهت (۲-۱۰-۳)

۴۱	 $SI_f(a, b)$ شاخص شباهت نسبی (۱-۲-۱۰-۳)
۴۲	 $SI(a, b)$ شاخص شباهت سراسری (۲-۲-۱۰-۳)
۴۲	تکنیک تری نومف (۱۱-۳)
۴۳	قواعد تخصیص (۱-۱۱-۳)
۴۳	دسته‌بندی بر اساس روابط برتری (۱۲-۳)
۴۳	الکتری-تری با نمایه‌های مرزی (۱-۱۲-۳)
۴۵	قواعد تخصیص (۲-۱۲-۳)
۴۶	قاعده تخصیص خوشبینانه (۳-۱۲-۳)
۴۷	قاعده تخصیص بدبینانه (۴-۱۲-۳)
۴۹	تکنیک تریکوتومیک (۱۳-۳)
۵۰	قواعد تخصیص (۱-۱۳-۳)
۵۱	مقایسات زوجی (۱۴-۳)
۵۲	قواعد تخصیص (۱-۱۴-۳)
۵۴	رتبه‌بندی بر اساس تکنیک جریان‌های مرزی و مرکزی (۱۵-۳)
۵۷	قاعده تخصیص جریان مرزی (۱-۱۵-۳)
۶۱	قواعد تخصیص نمایه‌های مرکزی (۲-۱۵-۳)
۶۴	 C_{ϕ^-} , C_{ϕ^+} رابطه بین دسته‌های (۳-۱۵-۳)
۶۵	رابطه بین تخصیص با استفاده از نمایه‌های مرزی و نمایه‌های مرکزی (۴-۱۵-۳)
۶۶	قواعد تخصیص جریان منفی (۵-۱۴-۳)
۶۸	قواعد تخصیص جریان مثبت (۶-۱۵-۳)
۷۰	جریان‌های مرزی و مرکزی فازی و بازه‌ای (۱۷-۳)
۷۴	جریان‌های مرزی و مرکزی بازه‌ای (۱۸-۳)
۷۴	نمایه‌های مرزی (۱-۱۸-۳)
۷۸	نمایه‌های مرکزی (۲-۱۸-۳)
۷۸	جریان‌های مرزی و مرکزی فازی (۱۹-۳)

۷۹	۱-۱۹-۳ اعداد فازی
۸۱	۲-۳۰ متدهای رتبه بندی بر اساس برتری
۸۲	۱-۲۰-۳ الکترو-تری مرکزی
۸۳	۲-۲۰-۳ قواعد تخصیص
۸۴	۳-۲۰-۳ قاعده تخصیص خوش بینانه
۸۵	۴-۲۰-۳ قاعده تخصیص بدبینانه

فصل چهارم: تجزیه و تحلیل داده ها

۹۰	۱-۴ مقدمه
----	----------------

فصل پنجم: نتیجه گیری

۱۰۲	۱-۵ مقدمه
۱۰۳	۲-۵ نتیجه گیری
۱۰۴	۳-۵ محدودیت های پژوهش
۱۰۴	۴-۵ پیشنهادهای کاربردی
۱۰۴	۵-۵ پیشنهادهایی برای سایر پژوهشگران
۱۰۶	منابع

فهرست جداول

عنوان	صفحه
جدول ۴-۱ داده‌های مربوط به نقدشوندگی ۲۰ سهم.....	۹۱
جدول ۴-۲-۱ نمایه‌های مرکزی دسته‌ها.....	۹۲
جدول ۴-۲-۲ نمایه‌های مرزی دسته‌ها.....	۹۲
جدول ۴-۳ اطلاعات دریافتی از تصمیم‌گیرنده.....	۹۳
جدول ۴-۴ موقعیت سهام بین نمایه‌های مرجع.....	۹۴
جدول ۴-۵ نمایش درجه برتری سهام‌ها نسبت به یکدیگر.....	۹۵
جدول ۴-۶ محاسبه جریان‌های ورودی، خروجی و خالص سهام و رتبه‌بندی آنها.....	۹۶
جدول ۴-۷ تخصیص سهام به دسته‌های ترتیبی (مرکزی).....	۱۰۰
جدول ۴-۷-۱ تخصیص سهام‌ها به دسته‌های ترتیبی (مرزی).....	۱۰۰

فهرست اشکال

عنوان	صفحه
شکل ۳-۱ مدل دسته بندی.....	۱۸
شکل ۳-۲ نگاره ای از نحوه تخصیص یک گزینه به یک،هیچ، یا چندین گروه.....	۱۹
شکل ۳-۳ شاخص تطابق نسبی.....	۲۳
شکل ۳-۴ شاخص عدم تطابق نسبی.....	۲۴
شکل ۳-۵ تابع برتری مدل پنجم.....	۲۶
شکل ۳-۶ GAIA PLANE.....	۳۳
شکل ۳-۷ انواع توابع برتری.....	۳۴
شکل ۳-۸ شاخص بی تفاوتی نسبی.....	۳۶
شکل ۳-۹ شاخص بی تفاوتی نسبی.....	۳۷
شکل ۳-۱۰ شاخص عدم تطابق نسبی.....	۳۹
شکل ۳-۱۱ نمونه هایی از توابع شباهت برای محاسبه شاخص شباهت نسبی.....	۴۲
شکل ۳-۱۲ نمایش دسته های کاملاً مرتب با نمایه های مرزی.....	۴۴
شکل ۳-۱۳ رابطه ترجیح بین نمایه های مرجع.....	۴۵
شکل ۳-۱۴ رابطه برتری خلاصه شده بین نمایه های مرجع.....	۴۵
شکل ۳-۱۵ گراف خوش بینانه خلاصه شده.....	۴۷
شکل ۳-۱۶ گراف بدبینانه خلاصه شده.....	۴۸
شکل ۳-۱۷ مجموعه نمایه های معرف سه دسته.....	۴۹
شکل ۳-۱۸ قواعد تخصیص بر پایه درخت تصمیم.....	۵۱
شکل ۳-۱۹ رابطه برتری محاسبه شده با استفاده از مقایسات زوجی.....	۵۳
شکل ۳-۲۰ نمایش دسته ها با نمایه های مرزی.....	۵۳
شکل ۳-۲۱ رتبه بندی کامل با محاسبه جریان های مثبت.....	۵۷
شکل ۳-۲۲ نمایش دو بعدی جریان های ورودی و خروجی.....	۵۹
شکل ۳-۲۳ نمایه های مرکزی.....	۶۳

- شکل ۳-۲۴ جریان‌های مرکزی و موقعیت گزینه‌ها..... ۶۴
- شکل ۳-۲۵ رابطه بین تخصیص با استفاده از نمایه مرزی و مرکزی، مورد ۱..... ۶۵
- شکل ۳-۲۶ رابطه بین تخصیص با استفاده از نمایه‌های مرزی و مرکزی، مورد ۲..... ۶۶
- شکل ۳-۲۷ اضافه یا کم کردن دسته‌ای بدتر با جریان‌های منفی..... ۶۷
- شکل ۳-۲۸ نمایش اضافه یا کم کردن دسته‌ای بهتر با استفاده از جریان منفی..... ۶۹
- شکل ۳-۲۹ مثالی از عملکرد فاصله‌ای نمایه‌ای مرجع و گزینه d ستاره‌ها و نقطه‌ها مقادیر میانه فاصله‌ها هستند. ۷۱
- شکل ۳-۳۰ مثالی از نمایه‌های مرزی تعریف شده توسط بازه‌ها..... ۷۳
- شکل ۳-۳۱ مثالی از بازه جریانی مثبت نمایه‌های مرجع..... ۷۴
- شکل ۳-۳۲ مثالی از قواعد تخصیص برای بازه جریان مثبت..... ۷۵
- شکل ۳-۳۳ نمایش بازه‌ی فازی x و پارامترهای آن..... ۷۹
- شکل ۳-۳۴ گراف خوش‌بینانه S خلاصه شده: XS_y ۸۵
- شکل ۳-۳۵ گراف خلاصه شده بدبینانه XS_y ۸۶
- شکل ۴-۱ نحوه تعیین موقعیت سهام بین دسته‌ها..... ۹۹

فصل اول

کلیات پژوهش

۱-۱) مقدمه

دست یابی به رشد بلند مدت و مداوم اقتصادی، نیازمند تخصیص بهینه منابع می باشد. در دوره‌های اخیر، بازار سرمایه، به ویژه بازار بورس اوراق بهادار به دلیل توجه و تمایل سرمایه‌گذاران خرد و کلان، اهمیت زیادی پیدا نموده است.

تخصیص بهینه و صحیح منابع در بازار سرمایه از جمله بازار بورس، نیازمند زمینه‌های مناسب سرمایه‌گذاری از یک سو و ابزارها و تکنیک‌های تحلیلی مناسب از سوی دیگر است. نتیجه تخصیص بهینه منابع، افزایش کارایی بازار و اطمینان خاطر سرمایه‌گذار می‌باشد. تشکیل و بهینه‌سازی پورتفوی سهام در بازارهای مالی موجب کاهش ریسک غیرسیستماتیک سرمایه‌گذاری شده و عملکرد سرمایه‌گذاری را به شدت افزایش می‌بخشد.

سرمایه‌گذاران هنگام تشکیل سبد سرمایه‌گذاری، به گزینش تعداد معدودی سهام از میان مجموعه‌ی انبوه سهام‌های شرکت‌های مختلف می‌پردازند. این کار نیازمند تحلیل تکتیکال و دقیق برای جلوگیری از بروز زیان‌های ناشی از انتخاب ناآگاهانه است. از این رو، تمایل اصلی فعالان بازار سرمایه دست یابی به تکنیکی است که با رتبه‌بندی انبوه سهام‌های موجود در بازار، هر یک را به دسته‌هایی تفکیک شده اختصاص دهند تا فرایند موقعیت‌یابی و گزینش از بین این دسته‌های مرتب شده به سادگی صورت پذیرد. این غربال‌گری اولیه منجر به تعیین جایگاه هر سهام بین سایرین می‌گردد و به انتخاب سهام‌های تشکیل‌دهنده پورتفوی بهینه سرمایه‌گذار کمک خواهد کرد.

این پژوهش بر آن است با ارائه تکنیک نوین، سرمایه‌گذاران را در تعیین موقعیت سهام‌های انتخابی برای پورتفوی بهینه، بر اساس معیارهای چندگانه، یاری رساند. با استفاده از تکنیک پیشنهادی، امکان تخصیص سهام‌های مختلف به دسته‌های مجزا و از پیش تعیین شده فراهم خواهد شد.

۱-۲) بیان مسئله

از آنجا که ریسک‌گریزی از ویژگی‌های ذاتی سرمایه‌گذاران می‌باشد، توسعه و بهبود روش‌ها و راهکارهای کاهش ریسک از اهمیت زیادی برخوردار است. یکی از روش‌های کاهش ریسک سیستماتیک، تشکیل پورتفوی سهام است. سرمایه‌گذاران عوامل و معیارهای متنوعی را برای انتخاب سهام‌های پورتفوی بهینه در نظر گرفته و انتظار دارند به نسبت ریسک متقبل شده، بازده معقولی کسب نمایند. معیارهای گوناگونی برای رتبه‌بندی سهام‌ها وجود دارد و سرمایه‌گذاران با توجه به اهمیت این معیارها، چندین سهام متنوع را برای پورتفوی بهینه خود انتخاب می‌کنند. از جمله عوامل موثر در انتخاب هر سهم، قدرت نقدشوندگی آن است که همواره به عنوان یکی از اساسی‌ترین ملاک‌ها مورد توجه سرمایه‌گذاران قرار گرفته است.

این پژوهش بر آن است با ارائه تکنیک جدید، سرمایه‌گذاران را برای یافتن موقعیت سهام‌های مطلوب از میان انبوه سهام‌های موجود در بازار برای پورتفو بهینه یاری رساند. با رتبه‌بندی سهام‌ها، بر اساس معیارهای چندگانه، سرمایه‌گذار قادر خواهد بود بسته به موقعیت و جایگاه سهام، چندین سهام برتر را برای پورتفوی بهینه برگزیند. بدین منظور میزان برتری هر سهم با در نظر گرفتن موقعیت آن نسبت به نمایه‌های ایده آل یا مرجع، محاسبه شده و موقعیت آن بین سایر سهام‌ها تبیین می‌گردد. می‌توان با محاسبه جریان‌های ورودی و خروجی که میزان ضعف یا قوت هر سهم را نسبت به نمایه مرجع می‌سجد به بررسی موقعیت سهام‌های مختلف پرداخت.

۱-۳) ضرورت و توجیه انجام پژوهش

عدم آگاهی از ساز و کارهای بازارهای ثانویه مالی، از جمله بورس اوراق بهادار که مهم‌ترین مکان‌های جذب سرمایه‌های خرد و کلان می‌باشد، همواره هزینه‌های گزافی را به سرمایه‌گذاران تحمیل کرده است. از سوی دیگر علاقه‌مندان به سرمایه‌گذاری، زمانی به فعالیت در بازار سرمایه تمایل بیش‌تری نشان خواهند داد که علاوه بر مهیا شدن شرایط مطلوب بازار، ابزارها و تکنیک‌های کاربردی و منطقی

برای سهولت انتخاب و تعیین موقعیت گزینه‌های پیش رو در اختیار داشته‌باشند تا با کاهش ریسک سرمایه‌گذاری، بازده قابل قبولی نیز کسب نمایند.

از آنجا که ریسک‌گریزی از ویژگی‌های لاینفک سرمایه‌گذاران در بازار بورس می باشد، ارائه تکنیکی کارا که بتواند با تعیین موقعیت سهام از میان انبوه سهام‌های موجود در بازار، به تشکیل پورتفوی بهینه و نهایتاً کاهش ریسک سرمایه‌گذاران کمک نماید، در بورس اوراق بهادار ضروری به نظر می‌رسد.

۱-۴) هدف پژوهش

انتخاب سهام برای پورتفوی بهینه، از اصلی‌ترین دغدغه‌های سرمایه‌گذاران در بازار بورس است. سرمایه‌گذاران نیازمند شناسایی موقعیت سهام‌های مختلف از میان انبوه سهام‌ها هستند تا با آگاهی کامل از وضعیت هر سهم، به اولویت‌بندی آن‌ها، جهت تشکیل پورتفوی بهینه بپردازند. از این رو هدف پژوهش حاضر، "مهندسی موقعیت سهام با استفاده از تکنیک جریان‌های مرزی و مرکزی در بازار بورس اوراق بهادار تهران" می‌باشد.

۱-۵) سوالات و فرضیات پژوهش

این پژوهش فرضیه ای نداشته و به دنبال یافتن پاسخ سوالات زیر می‌باشد:

۱. مهم‌ترین عوامل و معیارهای موثر بر نقدشوندگی سهام کدام‌اند؟
۲. چگونه می‌توان بر اساس عوامل و معیارهای موثر بر نقدشوندگی و با استفاده از تکنیک جریان‌های مرزی، موقعیت سهام را تبیین نمود؟
۳. چگونه می‌توان بر اساس عوامل و معیارهای موثر بر نقدشوندگی و با استفاده از تکنیک جریان‌های مرکزی، موقعیت سهام را تبیین نمود؟

۱-۶) روش پژوهش

اطلاعات مورد نیاز برای این پژوهش از مطالعات میدانی، کتابخانه‌ای و مرور داده‌های گذشته بدست آمده است. گام‌های انجام پژوهش عبارت‌اند از:

۱. مطالعه، بررسی و انتخاب ادبیات نقدشوندگی و گزینش سهام

۲. شناسایی و بررسی محدودیت‌ها و قیود انتخاب سهام

۳. جمع‌آوری داده‌ها و پیاده‌سازی مدل پژوهش

۴. بحث و نتیجه‌گیری پیرامون نتایج حاصله

۱-۷) قلمرو پژوهش

قلمرو موضوعی پژوهش، نقدشوندگی سهام شرکت‌های مختلف پذیرفته‌شده در بورس و اوراق بهادار تهران در تیر ماه سال ۱۳۹۳ بر اساس گزارش‌های ماهانه سازمان بورس و اوراق بهادار می‌باشد.

۱-۸) نوآوری پژوهش

اصلی‌ترین نوآوری این پژوهش، استفاده از تکنیکی نوین برای تعیین موقعیت سهام‌ها از میان انبوه سهام‌های موجود در بازار جهت تشکیل پورتفوی بهینه است. با رویکرد پژوهش حاضر، سرمایه‌گذاران قادر خواهند بود علاوه بر رتبه‌بندی، سهام‌های مختلف را به دسته‌هایی از پیش تعریف شده اختصاص داده و به گزینش از بین دسته‌های برتر بپردازد. برای تعیین مرزهای تشکیل‌دهنده این دسته‌ها، از نظر جمعی از خبرگان بازار بورس بهره گرفته‌شده که از دیگر نوآوری‌های این پژوهش به شمار می‌آید.

فصل دوم

مرور ادبیات و پیشینه‌ی پژوهش

۲-۱) مقدمه

از آنجا که هدف از سرمایه‌گذاری در بورس کسب بازدهی بالاتر می‌باشد، سرمایه‌گذاران با انتخاب آگاهانه و منطقی سهام، می‌تواند به بازدهی مطلوب دست یابد. در ادبیات مدیریت مالی، ریسک و بازده دو رکن اصلی تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری اند و همواره بیش‌ترین بازدهی با توجه به حداقل ریسک، معیار مناسبی برای سرمایه‌گذاری در نظر گرفته شده است [۱]. از عوامل مهمی که می‌تواند سرمایه‌گذاران را در انتخاب بهینه سهام یاری رساند، توجه به معیارهای تایید شده توسط کارشناسان مالی است. طی سالیان اخیر ابزارها و روش‌های گوناگونی با هدف شناخت معیارهای موثر در سرمایه‌گذاری در بازارهای مالی به سرمایه‌گذاران ارائه شده است.

بازارهای متشکل سرمایه با فراهم آوردن امکان معاملات اوراق بهادار میان مدت و بلندمدت شرکت‌ها یکی از اهرم‌های قوی در اقتصاد کشورها محسوب شده و به منظور تسریع روند توسعه صنعتی، به خصوص در کشورهای رو به رشد اهمیت فراوانی پیدا کرده‌اند [۲].

آثار مثبت بورس اوراق بهادار بر توسعه اقتصادی از جمله افزایش انگیزه سرمایه‌گذاری از طریق کاهش ریسک و تجهیز وسیع سپرده‌ها تا حدی است که برخی اقتصاددانان بر این عقیده اند که تفاوت اقتصادهای توسعه‌یافته و توسعه‌نیافته، نه در تکنولوژی پیشرفته، بلکه در وجود بازارهای مالی یکپارچه فعال و گسترده است [۳]. بر اساس تحقیق لووین و همکاران رابطه مثبت قوی و معنی داری میان رشد و توسعه بازار مالی و همچنین رشد و توسعه بازار سهام وجود دارد [۴].

۲-۲) تبیین نقدشوندگی و ریسک نقدشوندگی

تسهیل، تسریع و کاهش هزینه‌ها در فرآیند تبدیل به نقد دارایی‌های مالی و عکس آن، یعنی تبدیل وجه نقد به دارایی‌های مالی، یکی از کارکردهای مهم بازارهای مالی و به ویژه بورس اوراق بهادار می‌باشد. این ویژگی به وضعیت نقد شوندگی شهرت یافته است. نقدشوندگی به معنای قابلیت خرید و فروش مقادیر قابل توجهی اوراق بهادار با سرعت بالا و تاثیر بسیار اندک در قیمت می‌باشد. درک اهمیت

نقدشوندگی در توسعه مشارکت در بازارهای مالی، بورس‌های دنیا را به سمت پیش‌بینی ساز و کارهای لازم جهت رفع مشکل نقد شوندگی در این بازارها سوق داده‌است [۵].

جذابیت سرمایه‌گذاری در یک سهم به قدرت نقدشوندگی آن بستگی دارد که یکی از ابعاد مهم فرایند تخصیص بهینه منابع نیز به شمار می‌آید. در واقع نقدشوندگی و ریسک نقدشوندگی از جمله خصیصه‌های اصلی و فاکتورهای زیرساختار بازار بوده، که سرمایه‌افراد را تهدید کرده و نقش بسیار مهمی در تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران برای خرید و فروش سهام ایفا می‌کند. نقدشوندگی یکی از منابع بزرگ ریسک برای سرمایه‌گذاران است [۶] ریسک نقدشوندگی، نوعی ریسک بازار است که از تغییرات سطح حجم معاملات بازار ناشی می‌شود [۷]. با فرض ثابت بودن سایر عوامل، با افزایش حجم معاملات ریسک نقد شوندگی کم تر می‌شود [۸].

از آنجا که گاهی یک ورقه بهادار تنها با هزینه‌های گزاف قابلیت معامله می‌یابد، سهولت انجام معاملات با روش‌های مقرون به صرفه برای سرمایه‌گذاران اهمیت فراوانی دارد [۹]. عدم نقدشوندگی زمانی اتفاق می‌افتد که قیمت سهام در واکنش به حجم معاملات کم، تغییرات زیادی داشته باشد. [۱۰]

تری، ایتکن، کم‌رتن و انیهود و مندلسون^۱ همگی بر این موضوع اتفاق نظر دارند که هزینه‌های نقدشوندگی از سه مؤلفه هزینه‌های مستقیم معاملاتی، هزینه تاخیر به خاطر عدم معامله فوری و اثر قیمتی تشکیل شده است [۹]. هر چقدر قابلیت نقدشوندگی یک سهم کمتر باشد، آن سهم برای سرمایه‌گذاران جذابیت کم‌تری خواهد داشت، مگر اینکه بازده بیش‌تری عاید دارنده گردد. شواهد تجربی نشان می‌دهد که عامل عدم نقدشوندگی نقش مهمی در تصمیم‌گیری‌ها ایفا می‌نماید. به عبارت دیگر برخی سرمایه‌گذاران ممکن است به سرعت به منابع مالی سرمایه‌گذاری خود نیاز داشته باشند که در چنین مواردی قدرت نقدشوندگی می‌تواند اهمیت زیادی داشته‌باشد [۱۱]. نقدشوندگی معیار بسیار مهمی است که سرمایه‌گذاران و خریداران دارایی‌ها به آن توجه زیادی می‌کنند. ایده اولیه بررسی ارتباط بین قیمت سهام و ریسک نقدشوندگی، ریشه در ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران دارد [۱۲]. آچارپا و

¹ Tere, Ethkin, Amihud and Mendelson

پدرسون^۱ مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای تعدیل شده با نقدشوندگی را بر اساس مدل قیمت‌گذاری دارایی‌ها معرفی کردند. این مدل چگونگی تاثیر ریسک نقدشوندگی در قیمت‌گذاری دارایی‌ها را تشریح می‌کند [۱۳].

قیمت سهام و حجم معاملات از جمله اساسی‌ترین معیارها در تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران به‌شمار می‌آیند و بدلیل سهولت دست‌یابی به این اطلاعات، همواره مورد استفاده سرمایه‌گذاران قرار گرفته‌اند.

۲-۲-۱) قیمت سهام

قیمت سهام شاخصی است که بیان‌کننده‌ی سطح عمومی قیمت سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس است. در بازار دارایی‌های مالی، قیمت، محور تصمیم‌گیری است. سرمایه‌گذاران در این بازار به اخبار آخرین وضعیت قیمت سهام‌ها و تحلیل‌های پیش‌بینی نوسانات آتی قیمت چشم دوخته‌اند. چون تحلیل قیمت‌ها برای همگان با سهولت بیشتری انجام می‌پذیرد، لذا استفاده از قیمت سهام متداول‌تر است.

۲-۲-۲) حجم معاملات

حجم معاملات عبارت است از تعداد دفعات خرید و فروش که در یک بازه زمانی انجام می‌گیرد. به دلیل این که حتی الگوهای معتبر و قابل اطمینان ممکن است گاهی کارا نباشند، حجم معاملات می‌تواند به عنوان ابزاری مناسب برای تشخیص نقدشوندگی سهام به کار رود. [۱۴]

هری مارکوویتز^۲ از اولین پژوهشگرانی بود که از بین مجموعه دارایی‌های ریسکی موجود در بازار سرمایه، پرتفوی بهینه را انتخاب نمود. پس از آن، ویلیام شارپ^۳ مدل ک.پ.م^۴ را ارائه نمود. اکنون چهار دهه از عمر این مدل می‌گذرد و طبق مطالعات میدانی، پرکاربردترین مدلی است که امروز در حوزه‌های مختلف مدیریت مالی و سرمایه‌گذاری نظیر برآورد هزینه سرمایه سهام شرکت‌ها، ارزیابی عملکرد پرتفوی مدیریت شده و... مورد استفاده قرار گرفته است.

¹ Acharya and Pederson

² Marchewiss

³ Sharp

⁴ CAPM

در اقتصاد و سرمایه‌گذاری فرض بر این است که سرمایه‌گذاران، منطقی عمل می‌کنند، بدین معنا که بدون قبول ریسک بالا، نمی‌توانند انتظار بازده بالایی از سرمایه‌گذاری داشت [۱۵]. شواهد تجربی نشان می‌دهد که عامل عدم نقدشوندگی در تصمیم‌گیری‌ها نقش مهمی ایفا می‌نماید. به عبارت دیگر برخی سرمایه‌گذاران ممکن است به سرعت به منابع مالی سرمایه‌گذاری خود نیاز داشته باشند که در چنین مواردی قدرت نقد شوندگی می‌تواند اهمیت زیادی داشته باشد. [۱۶]. اوراق بهاداری که در بورس با استقبال معامله روبرو می‌شوند معمولاً از سرعت نقدشوندگی بالایی برخوردار هستند. [۱۷]. نسبت عدم نقدشوندگی نشان‌دهنده میزان حساسیت قیمت سهم در مقابل تغییرات هر واحد در حجم معامله آن روز است. عدم نقدشوندگی زمانی اتفاق می‌افتد که قیمت سهام در واکنش به حجم معاملات کم، تغییرات زیادی داشته باشد [۱۸] [۱۹].

موضوع نقدشوندگی به عنوان عامل تعیین‌کننده ارزش سهام در اواسط دهه ۱۹۸۰ مطرح گردید [۲۰]. بطور کلی این پرسش که آیا نقدشوندگی می‌تواند بازده دارایی را تحت تاثیر قرار دهد یا خیر تا کنون بطور کامل و با اطمینان پاسخ داده نشده است. تحقیقات نشان می‌دهد عامل نقد شوندگی بر بازده دارایی موثر است و سرمایه‌گذاران همواره آن را مورد توجه قرار می‌دهند. [۲۱].

آمیهود و مندلسون به این نتیجه رسیدند که شرکت‌ها تمایل دارند سیاست‌هایی در پیش گیرند تا نقدشوندگی سهام آن‌ها افزایش یابد، زیرا نقدشوندگی باعث افزایش بازده و ارزش شرکت می‌گردد. آن‌ها در تحقیق خود مشاهده نمودند، مدیرانی که به دنبال افزایش نقدشوندگی اوراق بهادار شرکت‌های خود هستند، این کار را از طریق تبدیل به سهامی عام شدن شرکت، افشای داوطلبانه اطلاعات و توزیع و عرضه سهام در میان سهامداران بیش‌تر یا به عبارت دیگر افزایش تعداد سهامداران سهام‌شناور آزاد شرکت انجام می‌دهند. [۲۲] بسیاری از محققان ارتباط بین بازده و عدم نقدشوندگی را بسیار قوی ارزیابی نموده‌اند، در حالی که در برخی دیگر از تحقیقات رابطه خاصی بین این دو مشاهده نشد [۱۸].

پیکوئریا^۱ معتقد است که فعالیت‌های معاملاتی می‌توانند تغییرات بازده مورد انتظار را بصورت برش عرضی توضیح دهند. شواهد این تحقیق حاکی از وجود رابطه بین هزینه عدم نقدشوندگی و اندازه شرکت می‌باشد. در این تحقیق فعالیت‌های معاملاتی تنها شاخص نقدشوندگی معرفی شد [۶]. مارشال و یانگ^۲ به بررسی رابطه میان مازاد بازده سهام عادی در بازار استرالیا و عواملی نظیر ریسک، اندازه شرکت، قیمت پیشنهادی خرید و فروش، نرخ گردش و نسبت عدم نقدشوندگی پرداخت و نشان دادند از میان معیارهای مختلف عدم نقدشوندگی، نسبت ارائه شده توسط آمیهود، مازاد بازده سهام را بهتر توجیه می‌کنند. [۲۳] مندلسون ادعا نمود عدم نقدشوندگی تاثیر بیشتری بر صرف سهام شرکت‌های کوچک دارد [۲۴]. نتایج تحقیق چوردیا^۳ نشان‌دهنده رابطه منفی بین بازده سهام و نوسانات حجم معاملات می‌باشد [۲۵].

تحقیقات بکارات^۴ نشان داد که نقدشوندگی ماهیتی ریسکی داشته و هم به عنوان یک کل در بازار و هم برای اوراق بهادار افراد، دائما در حال تغییر و نوسان است [۲۶]. ریسک نقدشوندگی پاسخ قیمت به حجم معاملات را نشان می‌دهد. [۲۷]. سادکا^۵ اهمیت نقد شوندگی را در پیش بینی مناسب تر قیمت، تصدیق نمود و با اضافه کردن نقدشوندگی به مدل سه عاملی فاما و فرنچ، مدل تعدیل شده را برای پورتفوی‌هایی که بر اساس شتاب و هزینه‌های معامله تعریف شدند ارائه کرد [۲۸].

عدم نقدشوندگی تأثیر چشم‌گیری بر تصمیم‌گیری پرتفوی بهینه دارد. ارزش یک دارایی با نقدشوندگی بالا می‌تواند ۲۵ درصد بیش از ارزش یک دارایی غیرنقدشونده باشد [۲۹]. به عبارت دیگر دارایی‌های نقدشونده قیمت بیشتری نسبت به دارایی‌های غیر نقدشونده مشابه دارند و برخی سرمایه‌گذاران ارزش بیشتری برای دارایی‌های نقدشونده قائل هستند. [۳۰]. لیو^۶ با استفاده از یک معیار جدید برای

¹ Pikoera

² Marshal and Yung

³ Churdie

⁴ Beckaert

⁵ Sadka

⁶ lieo

نقدشوندگی نشان می‌دهد که صرف ریسک و مدل سه عاملی فاما و فرنچ منبع مهمی برای ریسک به شمار می‌روند [۳۱].

داتار نایک و رادکلیف^۱ دریافتند نقدشوندگی نقش معنی داری در توضیح تغییرات بازده سهام دارد. آن‌ها در تحقیق خود از عوامل کنترلی مانند اندازه شرکت، نسبت ارزش دفتری به بازار و بازده بازار به عنوان عوامل نقدشوندگی استفاده نمودند [۳۲]. بیکر و استین^۲ مدلی برای توضیح افزایش نقدشوندگی هنگام کاهش شکاف قیمت پیشنهادی خرید و فروش ارائه دادند [۳۳].

زارع استخریج، عوامل موثر بر قابلیت نقدشوندگی سهام در بورس اوراق را مورد مطالعه قرارداد و نشان داد در بورس اوراق بهادار بویژه در میان شرکت‌های فعال، جذابیت و قابلیت نقدشوندگی سهام در درجه اول تا حد زیادی با حجم معاملات سهام و در درجه دوم با ارزش شرکت که در واقع نشان دهنده عمق بازار سهام شرکت می‌باشد، مرتبط است [۵]. حجم معاملات سهام از دو دیدگاه بر بازده مورد انتظار سهام مؤثر است، اول اینکه نقدشوندگی سهام یک ویژگی مطلوب برای سرمایه‌گذار است، بنابراین هرچه حجم معاملات سهام بیشتر باشد قدرت نقدشوندگی سهام بالاتر و ریسک نقدشوندگی پایین تر ارزیابی می‌شود و در نتیجه بازده کم‌تری انتظار می‌رود [۳۴].

امیری و همکاران در مقاله خود با نام "انتخاب سبد سهام بهینه با استفاده از تصمیم‌گیری چندمعیاره" با استفاده از روش فرایند تحلیل شبکه‌ای، وزن معیارها را محاسبه نموده و با استفاده از روش تاپسیس به رتبه‌بندی شرکت‌ها پرداختند و نهایتاً با روش الگوریتم ممیتیک سبد سهام بهینه را بدست آوردند. [۳۵]

جنانی و همکاران در مقاله خود با عنوان "انتخاب پرتفولیو با استفاده از روش بردار ویژه" وزن معیارها را محاسبه نموده و با استفاده از روش تاپسیس به تعیین و انتخاب پرتفولیو پرداختند [۳۶].

مهدی حامدیان در پژوهش خود به "بررسی عوامل موثر بر قیمت سهام (از جمله درآمد هر سهم، سود نقدینگی هر سهم) و تصمیم سرمایه‌گذاران در بورس اوراق بهادار تهران" پرداخت و معناداری رابطه

¹ Radcliff

² Bicker & Stin

بین متغیرهای فرضیه و تصمیم سرمایه‌گذاران را تأیید نمود [۳۷]. اکرمی و همکاران در پایان نامه خود با عنوان "بررسی نحوه استفاده از تکنیک‌های تجزیه و تحلیل صورت‌های مالی و نقش آنها در تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران" نقش نسبت‌های مالی مختلف از جمله نسبت‌های سودآوری، نسبت‌های نقدینگی، را در تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران مطالعه نمودند [۳۸].

سوخکیان و همکاران در مقاله خود با عنوان "روش چندمعیاره برای انتخاب سهام در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش الکتز، به انتخاب معیارهای موثر پرداختند. برخی از متغیرهای مالی این تحقیق شامل معیارهای سودآوری، رشد و ریسک بودند [۳۹].

فصل سوم

متدولوژی پژوهش

۳-۱) مقدمه

سرمایه‌گذاران هنگام انتخاب سهام برای تشکیل پورتفوی بهینه، با انبوه عظیمی از سهام‌های شرکت‌های مختلف روبرو هستند. از آنجا که موقعیت‌یابی این سهام‌ها با در نظر گرفتن معیارهای مختلف کاری دشوار و وقت‌گیر است، این پژوهش با ارائه تکنیک نوین و محاسبه میزان برتری هر سهم نسبت به "سهام ارزنده"، تخصیص‌های متناظر با هر دسته را به دست می‌دهد. نمونه آماری بکار رفته در این پژوهش شامل سهام ۲۰ شرکت پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار از گروه‌های مختلف شامل صنایع غذایی، دارویی، پتروشیمی و غیره است. برای تشکیل نمایه‌های تشکیل دهنده دسته‌ها، از نظر جمعی از خبرگان بازار مالی استفاده شده است. بدین ترتیب که با استفاده از روش دلفی فازی، یک نظر نهایی از میان نظرات گروه خبرگان بدست آمد. نهایتاً با محاسبه میزان برتری و درجه تعلق هر سهم به دسته‌های متفاوت، ۲۰ سهم موردنظر، رتبه‌بندی شده و موقعیت آنها در دسته‌های از پیش تعیین شده مشخص گردید.

۳-۱-۱) فرآیند دسته‌بندی

واژه‌ی دسته‌بندی به فرآیند سامان‌دهی داده‌ها به گروه‌هایی با ویژگی‌های مشترک اطلاق می‌شود. ایده اصلی دسته‌بندی، پیش‌بینی میزان عضویت گزینه‌های مورد بررسی بر اساس قواعد تخصیص است. اغلب متدهای دسته‌بندی که برای توسعه‌ی مدل‌های مختلف ارائه شده‌اند با گروه‌های از قبل تعریف شده شکل گرفته‌اند. مسائل دسته‌بندی بطور گسترده‌ای در علوم زیستی، پزشکی، بازاریابی، کشاورزی و .. مورد بررسی و استفاده قرار گرفته‌اند. دو گروه اصلی مسائل دسته‌بندی، سوپروایز و غیر سوپروایز^۱ هستند. در مسائل غیر سوپروایز هیچ‌گونه اطلاعات قبلی از دسته‌ها (خوشه‌ها) در دست نیست. هدف این گونه مسائل، استخراج ساختاری مناسب برای مجموعه داده‌هاست.

از سوی دیگر ممکن است گروه‌ها از قبل تعریف شده باشند. مسائل دسته‌بندی سوپروایز عبارت‌اند از "دسته‌بندی که به تخصیص گزینه‌های مورد بررسی به گروه‌هایی از پیش تعیین شده می‌پردازد." در

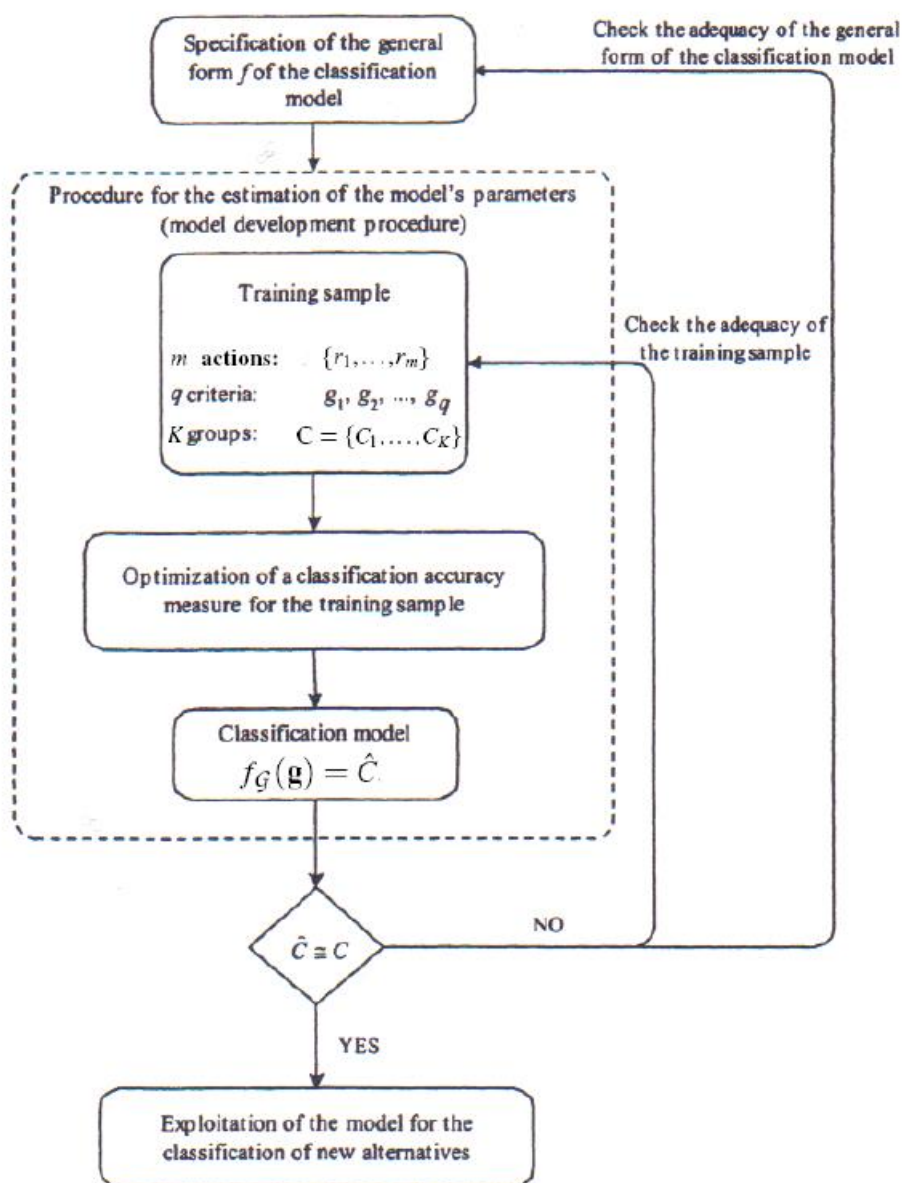
¹ Supervised and unsupervised

این گونه مسائل دسته‌بندی، هدف، استخراج یا شناسایی گروه‌ها نیست بلکه گزینه‌های مورد بررسی، بر اساس تعریفی که هر دسته بر اساس آن شکل گرفته به گروه متناظر تعلق می‌یابد. برای مثال در علم پزشکی بیمار جدید را با توجه به تشابه علائم، به دسته یا گروهی از قبل تعریف شده اختصاص می‌دهند. یا اطلاعات را می‌توان بر اساس محتوا به دسته‌های مجزا بخش‌بندی کرد.

در ادبیات دسته‌بندی، مجموعه گروه‌ها یا دسته‌ها با $C = \{C_1, C_2, \dots, C_k\}$ نشان داده می‌شود که در آن k نشان‌دهنده تعداد دسته‌ها است. گزینه‌های مورد بررسی با متغیر مستقل $g_1, \dots, g_q$ به نام معیار یا شاخصه آنالیز می‌شوند. عملکرد گزینه مورد بررسی در هر معیار یا شاخصه با بردار $r_j = [g_1(r_j), \dots, g_q(r_j)]$ نشان داده می‌شود. هدف مدل‌های دسته‌بندی، توسعه و بهبود f_G برای نشان دادن دقیق‌تر موقعیت هر گزینه است. همان گونه که در شکل ۳-۱ نشان داده شده، متغیرهای مستقل g خود بصورت متغیرهایی وابسته با y نمادگذاری می‌شود.

$$G \rightarrow C : g \rightarrow y = f_G(g) = C \quad (\text{رابطه ۳-۱})$$

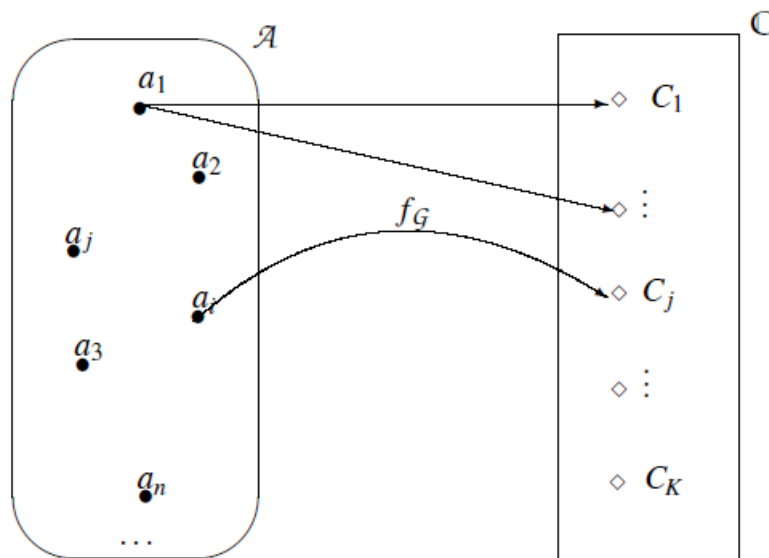
لازم به ذکر است بر اساس پروسه‌های دسته‌بندی برخی گزینه‌ها ممکن است به هیچ یا به چندین گروه اختصاص یابند. در مسائل دسته‌بندی، گروه‌ها از قبل تعریف شده‌اند و گزینه‌های هم گروه، ویژگی‌ها و رفتارهایی مشابه دارند. برای مثال بیماران تخصیص یافته به یک گروه، همگی به شیوه‌ای مشابه مورد درمان قرار می‌گیرند.



شکل ۳-۱ مدل دسته‌بندی

توسعه‌ی چنین مدلی کمک می‌کند تا دسته‌بندی قبلی عناصر نمونه C با نوع تخمین جدید C جایگزین شوند. در صورت عملکرد موفق مدل (به معنای دقت بالای دسته‌بندی) می‌توان از آن برای تخصیص مجموعه گزینه‌های $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ به دسته یا دسته‌های مرتبط استفاده کرد. این موضوع در شکل ۳-۲ نشان داده شده است که در آن a_i نمایانگر $g(a_i) \forall i = 1, \dots, n$ می‌باشد.

در ادبیات تصمیم‌گیری بین مسائل دسته‌بندی و رتبه‌بندی تمایز وجود دارد. "دسته‌بندی" به شرایطی اطلاق می‌شود که گروه‌ها بصورت اسمی تعریف شده‌اند. متقابلاً "رتبه‌بندی" به گروه‌های ترتیبی از بیش‌ترین تا کم‌ترین ترجیح مربوط می‌شود.



شکل ۲-۳ نگاره‌ای از نحوه تخصیص یک گزینه به یک، هیچ، یا چندین گروه

۲-۳) متدهای دسته‌بندی

عموماً دو گروه اصلی تکنیک‌های پارامترمحور و تکنیک‌های بدون پارامتر برای متدهای دسته‌بندی در نظر گرفته می‌شود. در مدل پارامترمحور با استفاده از فرضیات آماری روی مجموعه داده‌ها، تکنیک‌های آماری و اقتصادی بکار گرفته می‌شود. از سوی دیگر تکنیک‌های بدون پارامتر هیچ فرضیه آماری ندارند و خود را با توجه به ویژگی‌های داده‌ها تطابق می‌دهند. از جمله این تکنیک‌ها می‌توان به شبکه‌های عصبی، یادگیری ماشینی، درخت تصمیم‌گیری، راف ست و نزدیک‌ترین همسایه اشاره کرد.

لازم به ذکر است، متدهای دسته‌بندی پیشین ترجیحات تصمیم‌گیرنده را که نقش مهمی در تخصیص گزینه‌ها ایفا می‌کند، به خوبی منعکس نمی‌کنند.

۳-۳) تصمیم‌گیری چندمعیاره

رشته تحقیق در عملیات قبل از جنگ جهانی دوم پا به عرصه وجود گذاشت و اصول و پایه آن بطور گسترده‌ای در صنایع نظامی بکار گرفته شد. مسائل تحقیق در عملیات کلاسیک به مدل‌سازی با معیار یگانه سر و کار داشت. هدف از این مدل‌سازی تک معیاره، بهینه‌سازی تحت شرایطی بود که پاسخ به آن بهترین انتخاب را به همراه داشت. در این حالت سایر شرایط محیطی در نظر گرفته نمی‌شد. از سوی دیگر نتیجه قطعی به دست نمی‌آمد و متدهای مختلف به پاسخ‌های متفاوتی منجر می‌شد.

۳-۳-۱) نمادگذاری‌های مربوط به گزینه‌ها و معیارها

- مجموعه گزینه‌های مورد بررسی A : گام اول در مواجهه با مسائل دسته‌بندی، شناسایی دقیق گزینه‌هایی است که در روند تصمیم‌گیری دخیل هستند. این مجموعه گزینه‌های مورد بررسی با نماد A نشان داده می‌شوند. ممکن است پروسه انتخاب، تکاملی باشد بدین معنی که گزینه‌ها یک بار برای همیشه تعریف نمی‌شوند. در این حالت گفته می‌شود A مجموعه‌ای تکاملی است. از طرف دیگر اگر گزینه‌ها بصورت ثابت و همیشگی تعریف شوند، مجموعه A را ثابت می‌خوانند و نهایتاً مجموعه A در صورتی که هریک از عناصر آن دربرگیرنده یکدیگر باشند سراسری^۱ خوانده می‌شود.

- مجموعه شاخصه‌ها یا معیارهای F

- هر شاخصه، تابعی از f می‌باشد که روی مجموعه A تعریف شده و مقادیری ترتیبی یا غیرترتیبی به ارزش V را به خود اختصاص می‌دهد. از آنجا که شاخصه‌های مختلفی در تصمیم‌گیری در نظر گرفته می‌شود می‌توان لامین شاخصه را با f_j نشان داد. $v_j^i = f_j(a)$ برابر میزان ارزیابی لامین گزینه مجموعه A روی لامین شاخصه است. مجموعه این شاخصه‌ها با $F = \{f_1, \dots, f_q\}$ نشان داده می‌شود.

¹ global

- مجموعه ضابطه‌های G : هر یک از گزینه‌های مورد بررسی با توجه به میزان ترجیح و نظر تصمیم‌گیرنده مورد ارزیابی و آنالیز قرار می‌گیرند. هر ضابطه، تابعی از g است که روی مجموعه A تعریف می‌شود و مقادیری کاملاً ترتیبی بر اساس دیدگاه و درجه ترجیح تصمیم‌گیرنده به خود اختصاص می‌دهد.

$g: A \rightarrow V$ where V is a totally ordered set (رابطه ۲-۳)

تابع g با مقادیر تعریف شده روی مجموعه A بین دو گزینه a_i, a_j به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$g(a_i) \geq g(a_j) \Rightarrow a_i S_g a_j \Leftrightarrow a_i \text{ outrank } a_j \text{ on criterion } g$$

(رابطه ۳-۳)

$$\Leftrightarrow a_i \text{ is at least as good as } a_j \text{ on criterion } g$$

که در آن S_g بیانگر رابطه برتری دوطرفه برای معیار g می‌باشد.

از آنجا که در تصمیم‌گیری از معیارهای چندگانه استفاده می‌شود، g_j ، زامین معیار و $e_j^i = g_j(a_i)$ میزان ارزیابی از گزینه مورد بررسی i مجموعه A در زامین معیار خواهد بود. گزینه مورد بررسی a_i با محور $a_i = [e_1^i, \dots, e_q^i]$ نشان داده می‌شود. مجموعه معیارها با $G = \{g_1, \dots, g_q\}$ تعریف می‌شوند.

۲-۳-۳ ساختار ترجیح

تصمیم‌گیرنده اصلی در مسائل انتخاب چندمعیاره، فرد انتخاب‌کننده است. قبل از وارد شدن به جزئیات روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره که بازتاب دهنده معیارها و ترجیحات تصمیم‌گیرنده است، رابطه دوگانه یا همان مقایسه دو به دو گزینه‌های مورد بررسی، تشریح می‌شود.

با در نظر گرفتن دو گزینه a_i, a_j از مجموعه A ، تصمیم‌گیرنده یکی از سه گزینه زیر را انتخاب خواهد کرد:

✓ بی تفاوتی: دو گزینه با هم تفاوتی ندارند. $a_i I a_j$

✓ ترجیح: تصمیم‌گیرنده گزینه a_i را ترجیح می‌دهد. $a_i P a_j$

✓ غیرقابل مقایسه بودن: تصمیم گیرنده نمی تواند بین دو گزینه یکی را انتخاب نماید و مقایسه

دو گزینه غیرممکن است. $a_i \nabla a_j$

برای نشان دادن میزان و دقت نظر تصمیم گیرنده باید شرایط زیر برقرار باشد. $\forall a_i, a_j \in A$

$a_i Pa_j \Rightarrow a_i \neg Pa_j$ P نامتقارن است.

$I.a_i Ia_i$ بازتابی است.

$a_i Ia_j \Rightarrow a_j Ia_i$ I متقارن است.

$a_i \neg \gamma a_j$ γ غیربازتابی است.

$a_i \gamma a_j \Rightarrow a_j \gamma a_i$ γ متقارن است.

سه رابطه ی $\{P, I, J\}$ ساختار ترجیح را روی مجموعه A به شرط برقراری شرایط بیان شده ایجاد

می کنند و برای هر دو گزینه a_i, a_j تنها یکی از روابط $a_i Pa_j, a_j Pa_i, a_i Ia_j, a_i \gamma a_j$ برقرار است.

ساختار ترجیح با رابطه S تعریف می شود که قضیه زیر را بیان می کند.

$$a_i Pa_j \Rightarrow a_i Sa_j, a_j \neg a_i$$

$$a_i Ia_j \Rightarrow a_i Sa_j, a_j Sa_i$$

$$a_i \gamma a_j \Rightarrow a_i \neg Sa_j, a_j \neg Sa_i$$

۳-۳-۳) مقایسه دو-دوئی گزینه ها بر اساس رابطه برتری

ساختار ترجیح روی مجموعه A را می توان بر اساس مقایسه دو-دوئی گزینه ها و رابطه برتری ایجاد

نمود: رابطه ی برتری روی مجموعه ی A که بصورت رابطه دو-دوئی S تعریف می شود، ترجیح تصمیم

گیرنده ، کیفیت ارزیابی گزینه ها و ماهیت مسئله تصمیم گیری را نشان می دهد.

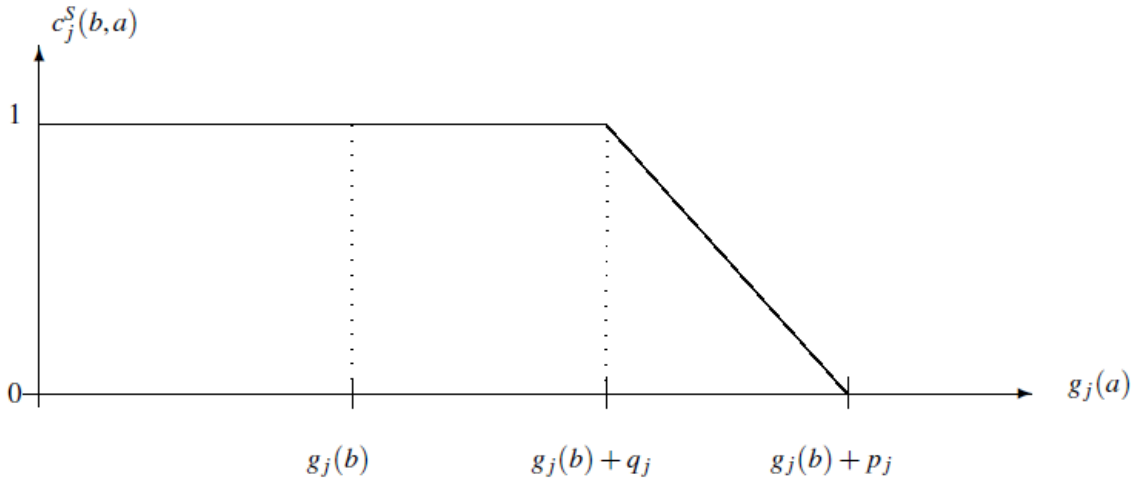
۳-۳-۴) درجه برتری $S(a, b)$

درجه تطابق نسبی $c_j^s(b, a)$: برای هر معیار $g_j \in G$ ، برتری گزینه a بر گزینه b با شاخص تطابق

نسبی $c_j^s(b, a)$ اندازه گیری می شود که عبارت است:

$$c_j^s(b,a) = \begin{cases} 1 & \text{if } g_j(b) + p_j < g_j(a) \\ \frac{g_j(b) + p_j - g_j(a)}{p_j - q_j} & \text{if } g_j(b) + q_j < g_j(a) < g_j(b) + p_j \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (\text{رابطه ۳-۴})$$

در این رابطه $q_j, p_j (p_j > q_j, \forall j)$ بیانگر آستانه بی تفاوتی و آستانه ترجیح است که در شکل ۳-۳ نشان داده شده است. این آستانه‌ها ممکن است ثابت یا وابسته به عملکرد گزینه a باشند $(q_j = p_j(a), p_j = p_j(a))$. آستانه بی تفاوتی نشان‌دهنده بیش‌ترین میزان تفاوت بین عملکرد گزینه‌ها در معیار مورد نظر g_j است که تصمیم‌گیرنده نسبت به آن بی‌اهمیت است. آستانه ترجیح، نشان‌دهنده کم‌ترین میزان تفاوت بین گزینه‌ها در معیار مورد نظر g_j است که گزینه‌ای را بر سایر گزینه‌ها ارجح می‌کند. هر چه تصمیم‌گیرنده سخت‌گیرتر باشد میزان این شاخص بالاتر خواهد بود. در ضابطه مورد نظر مقدار این شاخص عددی بین صفر (به معنای عدم برتری a بر b) و یک می‌باشد.



شکل ۳-۳ شاخص تطابق نسبی

۳-۴-۱) درجه تطابق سراسری $C^s(b,a)$

شاخص تطابق سراسری $C^s(b,a)$ ، تمامی شاخص‌های تطابق نسبی روی معیارهای مختلف را با توجه میزان اهمیت یا وزن هر معیار با هم جمع می‌کند. حاصل جمع این اوزان همواره برابر ۱ است:

$$\sum_{j=1}^q w_j = 1$$

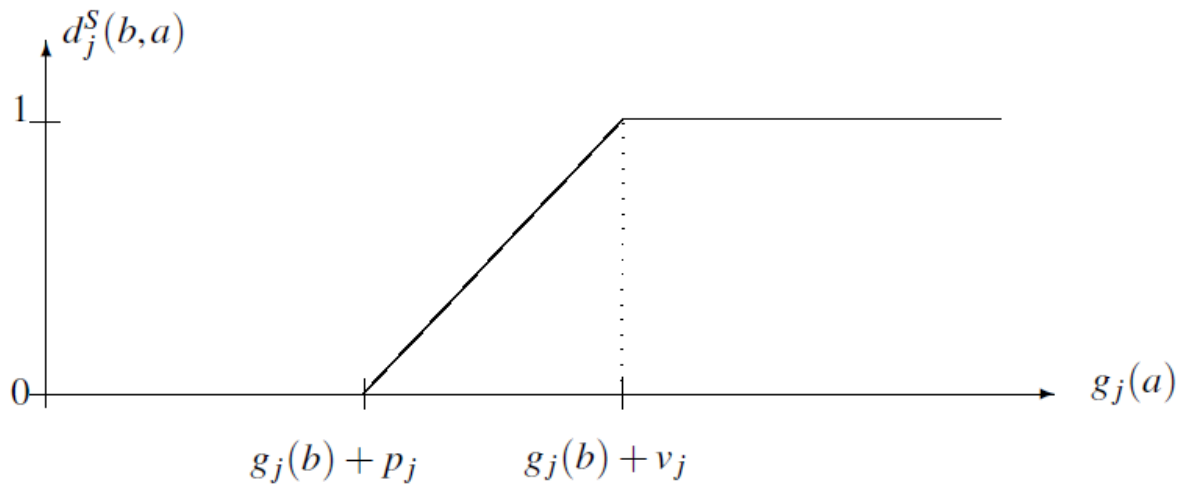
$$C^s(b, a) = \left[\sum_{j=1, \dots, q} w_j \times c_j^s(b, a) \right] \quad (\text{رابطه ۳-۵})$$

۳-۳-۴-۲) درجه عدم تطابق نسبی $d_j^s(b, a)$

برای هر معیار $g_j \in G$ میزان عدم تطابق با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$d_j^s(b, a) = \begin{cases} 1 & \text{if } g_j(a) \succ g_j(b) + v_j(g_j(b)) \\ 0 & \text{if } g_j(a) \leq g_j(b) + p_j \\ \frac{g_j(a) - g_j(b) - p_j}{v_j - p_j} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (\text{رابطه ۳-۶})$$

v_j آستانه‌ی رد^۱ برای ضابطه g_j می‌باشد که در شکل ۳-۴ نشان داده شده‌است. این آستانه بیانگر کم‌ترین اختلاف بین عملکرد گزینه‌های مورد بررسی در معیار g_j می‌باشد که تصمیم‌گیرنده ادعای برتری گزینه a بر گزینه b را رد می‌کند. شاخص عدم تطابق زمانی برابر یک می‌شود که تضاد قوی روی رابطه برتری وجود داشته باشد و زمانی که هیچ عدم تطابق وجود نداشته نباشد برابر صفر می‌شود.



شکل ۳-۴ شاخص عدم تطابق نسبی

¹ Veto threshold

۳-۴-۳-۳) درجه برتری $S(b,a)$

درجه اعتبار یا درجه برتری $S(b,a)$ میزان اعتبار ادعای "b بر a برتری دارد" را محاسبه می‌کند. این درجه که شامل درجه تطابق و عدم تطابق نیز می‌شود، همواره عددی بین صفر و یک بوده و از نوع نامتقارن^۱ است:

$$S(a,b) = C^s(b,a) \times \pi_v \left[\frac{1 - d_j^s(b,a)}{1 - C^s(b,a)} \right]$$

$$\gamma = \{j \in G : d_j^s(b,a) \succ C^s(b,a)\} \quad (\text{رابطه ۷-۳})$$

بر اساس سطح انقطاع^۲ λ ، امکان مقایسه زوجی دو گزینه a و b جهت بررسی یکی از ادعاهای تصمیم گیرنده فراهم می‌شود:

(رابطه ۸-۳)

$$1. aIb : a \text{ and } b \text{ are indifferent} \Leftrightarrow S(a,b) \geq \lambda \text{ and } S(b,a) \geq \lambda$$

$$2. a\gamma b : a \text{ and } b \text{ are incomparable} \Leftrightarrow S(a,b) < \lambda \text{ and } S(b,a) < \lambda$$

$$3. a \succ b : a \text{ is preferred to } b \Leftrightarrow S(a,b) \geq \lambda \text{ and } S(b,a) \leq \lambda$$

$$4. a \prec b : b \text{ is preferred to } a \Leftrightarrow S(a,b) \leq \lambda \text{ and } S(b,a) \geq \lambda$$

۳-۵) درجه ترجیح $\pi(a,b)$

درجه ترجیح که بصورت ضمنی ترجیحات تصمیم گیرنده را نشان می‌دهد برای مقایسه‌ی دو گزینه a و b بکار می‌رود. این درجه‌های ترجیح، مستقیماً با نظر تصمیم گیرنده یا با جمع زدن مقادیر ترجیح روی معیارهای مختلف و گاهی متضاد محاسبه می‌شوند.

¹ symmetric

² Cutting level

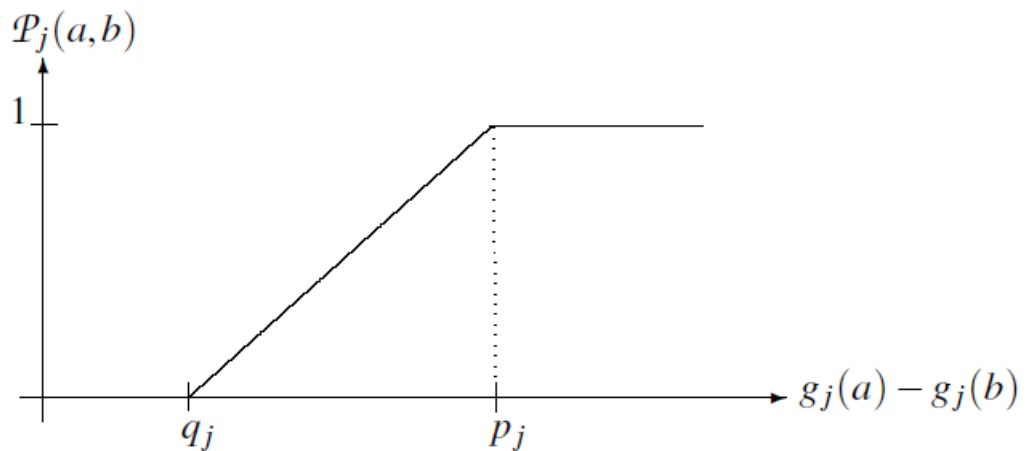
³ Preference degree

۳-۵-۱) درجه ترجیح تک معیاره $P_j(a,b)$

این درجه ترجیح، بازتاب دهنده‌ی میزان ترجیح تصمیم‌گیرنده نسبت به برتری گزینه a بر گزینه b در معیاری یگانه از مجموعه g_j است که با تابع ترجیح P_j نشان داده می‌شود و میزان تفاوت گزینه‌های مورد بررسی در آن معیار را محاسبه می‌کند:

$$P_j(a,b) = f_j(g_j(a) - g_j(b)) \quad (\text{رابطه ۳-۹})$$

مقدار این تابع عددی در بازه صفر و یک است و در صورتی برابر صفر خواهد شد که $g_j(a) \leq g_j(b)$. تابع برتری P_j نشان می‌دهد که میزان ترجیح تصمیم‌گیرنده چگونه با میزان تفاضل $g_j(a) - g_j(b)$ افزایش می‌یابد. شش مدل تابع برتری وجود دارد که تصمیم‌گیرنده می‌تواند برای محاسبه درجه برتری از آن‌ها استفاده کند. آستانه بی‌تفاوتی و ترجیح (q_j, p_j) پارامترهایی هستند که باید ثابت در نظر گرفته شوند. در شکل ۳-۵ مدل پنجم این توابع برتری نشان داده شده است.



شکل ۳-۵: تابع برتری مدل پنجم

۳-۵-۲) درجه ترجیح سراسری $\pi(a,b)$

درجه ترجیح سراسری گزینه مورد بررسی a نسبت به b با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌شود.

$$\pi(a,b) = \frac{\sum_{j=1}^q w_j \times P_j(a,b)}{\sum_{j=1}^q w_j} \quad (\text{رابطه ۳-۱۰})$$

در این رابطه w_j بیانگر اوزان هر یک از معیارهای مجموعه g_j می باشد که توسط تصمیم گیرنده و بصورت نسبی (نه ترتیبی) تعیین می شود. اگر این اوزان نرمال سازی شوند درجات ترجیح نامتقارن خواهند بود.

$$\pi(a, b) = \sum_{j=1}^q w_j \times P_j(a, b) \quad (\text{رابطه ۳-۱۱})$$

$$\forall a \in A: 0 \leq \pi(a, b) + \pi(b, a) \leq 1$$

۳-۶) متدهای رتبه بندی چندمعیاره

مسئله رتبه بندی چندمعیاره عبارت است از شرایطی که مجموعه گزینه های مورد بررسی مجموعه A با در نظر گرفتن مجموعه معیارهای G از بهترین تا بدترین رتبه بندی و مرتب می شوند. بطور خلاصه هدف، رتبه بندی نسبی یا کامل گزینه ها است که با رابطه دو-دوئی مدل سازی می شود. رابطه دو-دوئی $\sum$ روی مجموعه A به ازای هر دو گزینه a_i, a_j زیر مجموعه ای از فضای دکارتی $A \times A$ است.

$$\sum \text{ نامتقارن است اگر: } \forall a_i, a_j \in A, (a_i, a_j) \in \sum, \text{ and } (a_j, a_i) \in \sum \Rightarrow a_i = a_j$$

$$\sum \text{ کامل است اگر: } \forall a_i, a_j \in A, (a_i, a_j) \in \sum, \text{ or } (a_j, a_i) \in \sum$$

$$\sum \text{ بازتابی است اگر: } \forall a_i \in A, (a_i, a_i) \in \sum$$

$$\sum \text{ انتقالی است اگر: } \forall a_i, a_j \in A, (a_i, a_j) \in \sum, \text{ and } (a_j, a_k) \in \sum \Rightarrow (a_i, a_k) \in \sum$$

ترتیب نسبی از نوع رابطه دوگانه ای انتقالی و نامتقارن و ترتیب خطی از نوع رابطه کامل، انتقالی و نامتقارن است. اگر چه متدهای رتبه بندی باهم تفاوت هایی دارند اما ویژگی مشترک همه ی آنها در دو فاز "ساختن رابطه برتری و استفاده از این رابطه با توجه به ماهیت مسئله خلاصه می شود. متدهای رتبه بندی همگی از مقایسات زوجی (رابطه برتری و درجه ترجیح) بین گزینه های مورد-بررسی استفاده می کنند. برخی از این متدها در ادامه تشریح می شوند.

۳-۶-۱) الکتراه-تری^۱

برنارد روی^۲ به عنوان پدر خانواده‌ی الکتراه شناخته می‌شود. در این متد، رتبه‌بندی با استفاده از رابطه برتری برای مجموعه‌ای از گزینه‌ها، صورت می‌گیرد. در الکتراه-تری از مفهوم آستانه ترجیح و آستانه بی‌تفاوتی استفاده می‌شود.

الکتراه تری، متد "رتبه بندی نسبی" خوش ساختاری است که با موفقیت در مسائل دنیای واقعی به کار رفته و در آن مقایسات زوجی گزینه‌های مجموعه A بر اساس درجه ترجیح صورت می‌گیرد. این روابط برتری نسبت به تغییرات داده‌ها و پارامترها حساسیت کمی دارند. ورودی‌های لازم این متد شامل ضابطه‌ها و معیارهای مورد نظر تصمیم‌گیرنده $G = \{g_1, \dots, g_j\}$ ، اوزان هر یک از این معیارها $(\forall g_j \in G: w_j)$ ، آستانه‌های بی‌تفاوتی، ترجیح و رد $(\forall g_j \in G: q_j, p_j, v_j)$ و نهایتاً سطح انقطاع (λ) می‌باشند.

تکنیک الکتراه-تری بر پایه دو فاز زیر بنا نهاده شده است:

۱. ابتدا رابطه برتری برای جفت گزینه‌های مرتب $(a_i, a_j) \in A \times A$ محاسبه می‌شود.
۲. با استفاده از رابطه برتری محاسبه شده در فاز اول، دو گروه کاملاً از پیش مرتب شده صعودی به نزولی O_1, O_2 حاصل می‌گردد. نهایتاً گروه از پیش مرتب شده نسبی O از ترکیب و تقاطع O_1, O_2 بدست می‌آید. این پروسه از رابطه ترجیح و میزان کیفیت عملکرد گزینه‌ها ناشی می‌شود.

۳-۶-۲) رابطه برتری بین دو گزینه مورد بررسی

تصمیم‌گیرنده بر اساس سطح انقطاع و نیز درجه برتری فازی $S(a_i, a_j), S(a_j, a_i)$ برای دو گزینه a_i, a_j با یکی از حالات بی‌تفاوتی، برتری یا غیرقابل مقایسه بودن روبرو خواهد شد. لازم به ذکر است اگر $S(a, b) \succ S(c, d)$ الزاماً بدین معنا نیست که درجه برتری گزینه a نسبت به b از درجه برتری c

¹ Electree-tri

² Bernard Roy

نسبت به d اعتبار بیشتری دارد. به همین منظور تابع انقطاع یا آستانه تبعیض $L(\lambda)$ به صورت تعریف می‌شود.

$$L(\lambda) = \alpha + \beta \times \lambda \quad (\text{رابطه ۳-۱۲})$$

در این رابطه پارامترهای α و β بر اساس نظر ویلیام روی به ترتیب برابر $0.15 -$ و 0.3 در نظر گرفته می‌شوند. در صورتی که $\lambda = [0,1]$ باشد و $[S(a,b) = \lambda, S(c,d) = \lambda - \eta \text{ with } \eta \succ L(\lambda)]$ می‌توان گفت aSb قویا معتبرتر از cSd می‌باشد.

در اکثره-تری رابطه ترجیح بین دو گزینه بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$a \succ b \Leftrightarrow S(a,b) - S(a,b) \succ L(\lambda) \text{ and } Sa(a,b) \succ \lambda \quad (\text{رابطه ۳-۱۳})$$

۳-۶-۳) صلاحیت گزینه‌های مورد بررسی

میزان صلاحیت هر یک از گزینه‌های مجموعه A که با $Q(a)$ نشان داده می‌شود بر پایه قدرت $P(a)$ و ضعف $F(a)$ گزینه a به صورت زیر محاسبه می‌شود.

(رابطه ۳-۱۴)

$$Q(a) = P(a) - F(a)$$

$$P(a) = |\{b \in A : a \succ b\}|$$

$$F(a) = |\{b \in A : b \succ a\}|$$

۳-۶-۴) محاسبه پیش‌ترتیب‌های O_1, O_2

برای محاسبه پیش‌ترتیب کامل O_1 گزینه‌های موردبررسی مجموعه A ، زیرمجموعه به گروه‌هایی متعادل از بهترین تا بدترین $C_1, \dots, C_m$ تقسیم‌بندی می‌شود. برای مثال گزینه‌های تعلق‌یافته به دسته C_1 بهترین عملکرد را داشته و سایر گزینه‌های باقی مانده نیز به ترتیب کیفیت عملکرد در دسته‌های بعدی قرار می‌گیرند. نحوه تخصیص در الگوریتم زیر نشان داده شده است.

- فرآیند با مجموعه‌ی $D_0 = A$ آغاز شده و "بهترین" گزینه‌ها بر اساس عملکردشان به دسته C_1 تخصیص می‌یابند.

- با استخراج مجموعه جدید $D_1 = D_0 / C_1 = A / (C_1)$ دسته C_2 حاصل می‌شود.
- با ادامه این فرایند مجموعه $D_j = D_{j-1} / C_j = A / (C_1 \cup \dots \cup C_j)$ و نهایتاً دسته C_{j+1} حاصل می‌شود.
- این پروسه زمانی تمام می‌شود که $D_{m+1} = \emptyset$ or $A / (C_1 \cup \dots \cup C_{m+1}) = \emptyset$.

۳-۶-۵) پیش‌ترتیب نسبی O

پیش‌ترتیب نسبی O از ترکیب پیش‌ترتیب‌های کامل o_1, o_2 بدست می‌آید که رابطه نهایی زیر از آن استخراج می‌گردد.

(رابطه ۳-۱۵)

$$a \succ^o b \Leftrightarrow (a \succ^{o_1} b \wedge a \succ^{o_2} b) \vee (a \succ^{o_1} b \wedge a I^{o_2} b)$$

$$a I^o b \Leftrightarrow (a I^{o_1} b \wedge a I^{o_2} b)$$

$$a \gamma^o b \Leftrightarrow (a \succ^{o_1} b \wedge b \succ^{o_2} a) \vee (b \succ^{o_1} a \wedge a \succ^{o_2} b)$$

۳-۶-۶) فرضیات مدل

الکتره-تری را می‌توان از آن جهت که گزینه‌های موردبررسی را بدون توجه به نام و نشان رتبه‌بندی می‌کند، "خنثی" نامید. علاوه بر این وقتی دو گزینه موردبررسی از مجموعه A با هم مشابه باشند، (بر اساس درجه برتری $(S(a, x) = S(b, x); S(x, a) = S(x, b) \text{ and } S(a, b) = S(b, a) \forall x \in A)$) بصورت سراسری بی تفاوت در نظر گرفته می‌شوند. به این خاصیت متد رتبه‌بندی، "غیرتبعیض‌آمیز" گفته می‌شود.

۳-۷) پرامتی^۱

متدلوژی پرامتی^۱ و ۲ از جمله روش‌های شناخته‌شده‌ای هستند که برای کاربردهای مختلف در دنیای واقعی استفاده شده و همانند الکتره، بر پایه مقایسات زوجی، درجات ترجیح را محاسبه می‌کنند. از این

¹ Promthee

درجات ترجیح برای محاسبه جریان‌ها استفاده می‌شود که رتبه بندی نسبی و کامل (پرامتی ۱ و ۲) گزینه‌های مورد بررسی را حاصل می‌کنند.

۳-۷-۱) جریان‌های ورودی، خروجی و خالص

ماتریس برتری π ، با محاسبه درجه ترجیح بین جفت گزینه‌های مورد بررسی حاصل می‌شود $(\pi)_{i,j} = \pi_{i,j} = \pi(a_i, a_j)$. از این ماتریس برای پیش‌ترتیب کامل استفاده می‌شود. ایده اصلی، آنالیز این حقیقت است که چگونه گزینه‌ی a_i بر سایر گزینه‌ها برتری دارد و برعکس، چگونه سایر گزینه‌ها بر گزینه a_i برتری دارند. بدین منظور جریان‌های ورودی (منفی) و خروجی (مثبت) با استفاده از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شوند.

(رابطه ۳-۱۶)

$$\phi^+(a_i) = \frac{1}{|A|-1} \sum_{a_j \in A} \pi(a_i, a_j)$$

$$\phi^-(a_i) = \frac{1}{|A|-1} \sum_{a_j \in A} \pi(a_j, a_i)$$

این جریان‌های رتبه‌بندی، امکان دو پیش‌ترتیب کامل گزینه‌های مورد بررسی مجموعه A را فراهم می‌آورند که حاصل آن پیش‌ترتیب نسبی پرامتی ۱ است:

(رابطه ۳-۷)

$$a_i \text{ outrank } a_j : a_i \sum a_j \Leftrightarrow \begin{cases} \phi^+(a_i) \succ \phi^+(a_j) \\ \phi^-(a_i) \prec \phi^-(a_j) \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} &\left\{ \begin{aligned} \phi^+(a_i) \succ \phi^+(a_j) \\ \phi^-(a_i) \prec \phi^-(a_j) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \neg(a_j \sum a_i) \\ &\left\{ \begin{aligned} \phi^-(a_i) \succ \phi^-(a_j) \\ \phi^+(a_i) \prec \phi^+(a_j) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \neg(a_i \sum a_j) \end{aligned} \right\} a_i \gamma a_j$$

لازم به ذکر است برقراری رابطه $0 \leq \pi(a_i, a_i) + \pi(a_j, a_i) \leq 1$ به معنای نسبی بودن رابطه رتبه‌بندی پرامتی ۱ است. برای رسیدن به پیش‌ترتیب کامل بر پایه جریان‌های ورودی و خروجی، تصمیم‌گیرنده می‌تواند از جریان خالص که عبارت است از تفاضل جریان‌های ورودی و خروجی، استفاده نماید:

$$\phi(a_i) = \phi^+(a_i) - \phi^-(a_i) \quad (\text{رابطه ۳-۱۸})$$

فلسفه ضمنی جریان خالص در این است که هر دو خاصیت "ترجیحی" و "ترجیح داده شده" کاراکترهای گزینه مورد بررسی a_i را با هم ترکیب می‌نماید. مقایسه جریان‌های خالص با درجه ترجیح زوجی نشان می‌دهد جریان خالص، مجموع انحراف معیار بین رتبه بندی سراسری و مقایسات زوجی را به حداقل می‌رساند.

جریان خالص تک‌معیاره گزینه مورد بررسی a_i که عددی بین صفر و یک است با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\phi_k(a_i) = \frac{1}{|A|-1} \sum_{a_j \in A} [P_k(a_i, a_j) - P_k(a_j, a_i)] \quad (\text{رابطه ۳-۱۹})$$

از آنجا که پارامترهای تعیین شده توسط تصمیم‌گیرنده از جمله آستانه‌های ترجیح و برتری (p,q) تاثیر مستقیم روی امتیازات گزینه‌ها دارد، باید در مورد نحوه اعمال امتیازات دقت نمود:

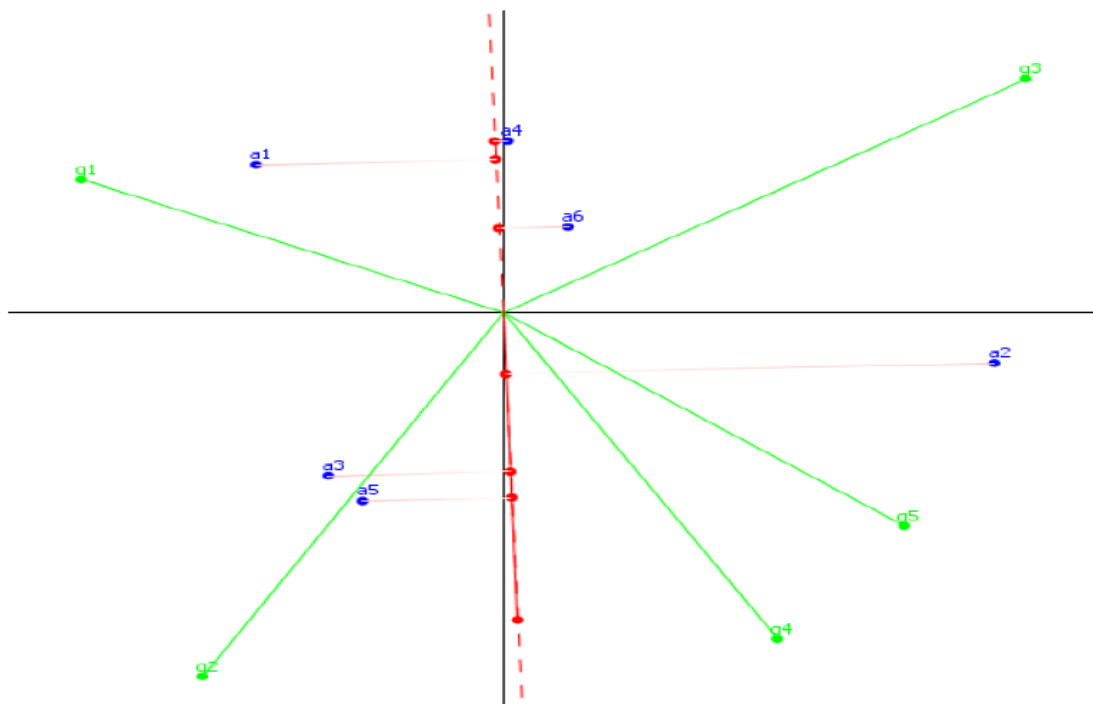
$$\phi(a_i) = \sum_{k=1}^q w_k \times \phi_k(a_i) \quad (\text{رابطه ۳-۲۰})$$

۳-۸) گایا پلین^۱

به منظور تکمیل متدولوژی‌های رتبه بندی، روشی برای تعامل با تصمیم‌گیرنده و توابع ترجیح P_k ارائه شد که میزان حساسیت نتایج نسبت به اوزان تخصیص یافته W_k را تجزیه و تحلیل می‌کند. بازه ثبات اوزان هر معیار، باید بدون تغییر در رتبه بندی پرامتی ۲ اصلاح شوند که ابزار مفیدی برای آنالیز حساسیت و ایجاد مجموعه اوزان گزینه‌های مورد بررسی می‌باشد. گایا پلین دیدگاهی جامع از مسئله انتخاب را نشان می‌دهد.

¹ The Gaia plane

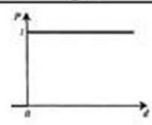
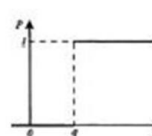
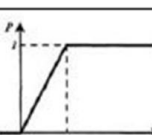
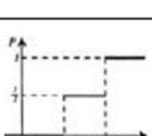
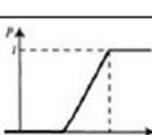
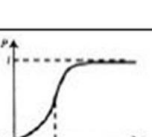
- معیارهای موثر در انتخاب روی محوری نشان داده می‌شوند که جهت‌گیری آنها نشان‌دهنده متضاد یا همسان بودن معیارهاست. (محور سبز در شکل ۳-۶)
- هر گزینه با نمادی نشان داده می‌شود که بیانگر قوت یا ضعف آن گزینه با در نظر گرفتن معیارهای مختلف است. (نقاط آبی روی شکل ۳-۶)
- محور تصمیم π نشان‌دهنده وزن معیارها و میزان سازش آنهاست. (محور قرمز)



شکل ۳-۶ GAIA PLANE

- مدل تصمیم‌گیری چندمعیاره را می‌توان با تعریف متغیرهای زیر شکل داد.
- مجموعه گزینه‌های مورد بررسی جهت رتبه‌بندی $A = \{a_1, \dots, a_n\}$
 - مجموعه معیارها یا ضابطه‌ها $G = \{g_1, \dots, g_q\}$
 - جدول عملکرد است که در آن $e_j^i = g_j(a_i)$ نشان‌دهنده ارزیابی از عملکرد گزینه a_i در معیار g_j می‌باشد.
 - P نشان‌دهنده مجموعه تمام عناصر مدل‌های ترجیح است: $P = \{>, v_j, p_j, q_j, P_j, \pi, S, \dots\}$

A مجموعه‌ای از گزینه‌هاست که انتخاب از میان آن‌ها صورت می‌گیرد. با فرض وجود k معیار موثر در تصمیم‌گیری، برای هر گزینه $a \in A$ مقدار $f_j(a)$ نشان‌دهنده ارزش معیار j ام در گزینه a است. رتبه بندی در سه گام انجام می‌شود. تابع ترجیح P_j به هر یک از معیارهای اختصاص داده می‌شود. مقدار $P_j(a, b)$ برای هر زوج گزینه محاسبه شده که مقداری متغیر بین صفر و یک خواهد داشت. اگر رابطه $f_j(a) = f_j(b)$ برقرار باشد مقدار $P_j(a, b)$ صفر میشود. با افزایش $f_j(a) - f_j(b)$ این مقدار زیاد می‌شود و هنگامی که اختلاف به اندازه کافی زیاد شود $P_j(a, b)$ به یک می‌رسد. می‌توان برای تابع P_j شکل‌های مختلفی در نظر گرفت که به چگونگی مدل‌سازی معیار j ام بستگی دارد. بر این اساس شش معیار تعمیم‌یافته برای تابع ترجیح به تصمیم‌گیرنده پیشنهاد می‌شود که در شکل ۳-۷ نشان داده شده‌است.

نوع	نام	پارامتر	رابطه	شکل
۱	معیار عادی	-	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ 1 & d > 0 \end{cases}$	
۲	معیار یخشی (شکل u)	q	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ 1 & d > q \end{cases}$	
۳	معیار v شکل (معیار خطی)	p	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ \frac{d}{p} & 0 \leq d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases}$	
۴	معیار پله‌ای	q, p	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ \frac{1}{2} & q \leq d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases}$	
۵	معیار v شکل یا ناحیه بی‌تفاوتی	q, p	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq q \\ \frac{d-q}{p-q} & q \leq d \leq p \\ 1 & d > p \end{cases}$	
۶	معیار گاوسی	s	$P(d) = \begin{cases} 0 & d \leq 0 \\ 1 - e^{-\frac{d^2}{2s^2}} & d > 0 \end{cases}$	

شکل ۳-۷ انواع توابع برتری

۳-۹) دسته‌بندی بر اساس شاخص بی تفاوتی

در این بخش بصورت خلاصه متدهای رتبه‌بندی بر اساس شاخص بی تفاوتی ارائه می‌گردد. ابتدا شاخص بی تفاوتی استفاده شده در متدلوژی پرافتن^۱ بیان می‌شود.

۳-۹-۱) شاخص بی تفاوتی $I(a,b)$

در این بخش روش پیشنهاد شده توسط بلاکل^۲ برای اندازه‌گیری میزان بی تفاوتی یا شباهت دو گزینه a, b ارائه می‌شود. این روش بر اساس شاخص‌های بی تفاوتی نسبی و عدم تطابق تعریف شده روی هر معیار و ضابطه شکل گرفته است. شاخص بی تفاوتی سراسری از تجمیع این شاخص‌های نسبی بدست می‌آید.

۳-۹-۲) درجه بی تفاوتی نسبی $c_j^I(a,b)$

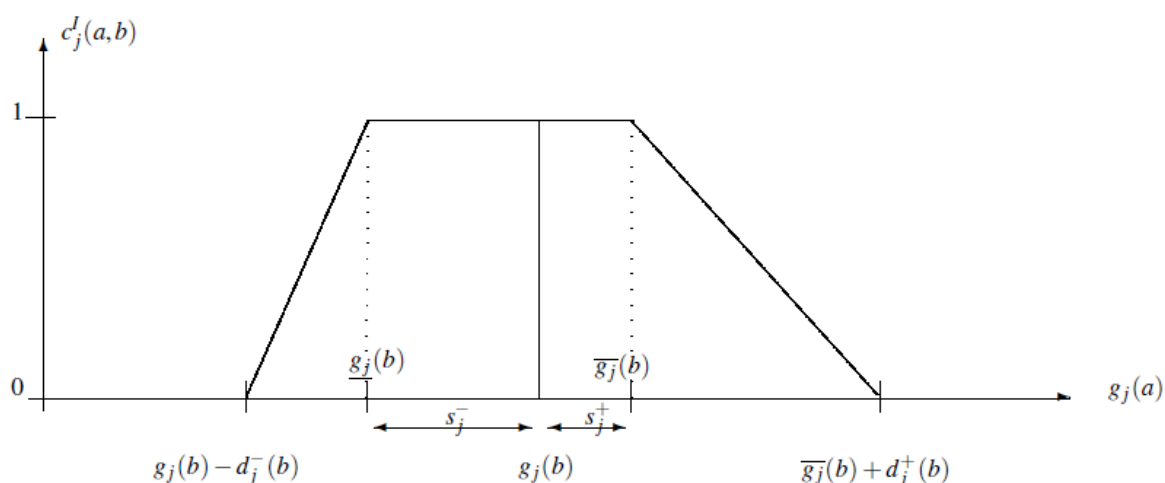
درجه بی تفاوتی نسبی، میزان بی تفاوتی دو گزینه مورد بررسی a و b را با در نظر گرفتن معیار g_j اندازه می‌گیرد.

(رابطه ۳-۲۱)

$$c_j^I = \left\{ \begin{array}{ll} 1, & \text{if } g_j(b) - s_j^-(b) \leq g_j(a) \leq g_j(b) + s_j^+(b) \\ \frac{g_j(a) + d_j^+(b) - g_j(b) + s_j^-(b)}{d_j^-(b)} & \text{if } g_j(b) + s_j^+(b) < g_j(a) < g_j(b) + s_j^+ + d_j^+(b) \\ 0, & \text{otherwise} \end{array} \right\}$$

¹ PROAFTN

² Belacel



شکل ۳-۸ شاخص بی تفاوتی نسبی

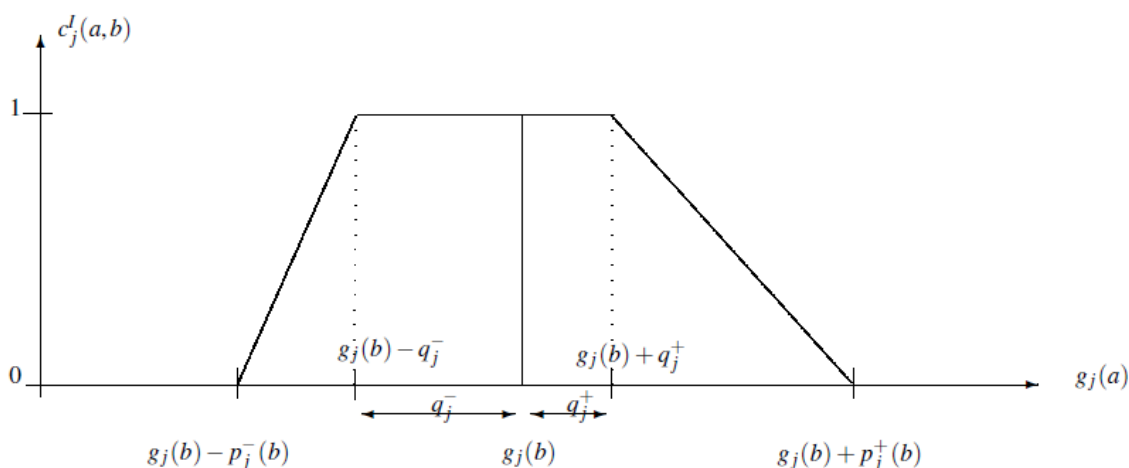
در این رابطه $d_j^-(b)$ و $d_j^+(b)$ آستانه‌های تبعیض و $s_j^-(b)$ و $s_j^+(b)$ آستانه‌های بی تفاوتی هستند. نقش آستانه‌های بی تفاوتی عبارت است از: اگر تفاوت گزینه a, b در معیار مورد نظر g_j از این آستانه کوچک تر باشد، هم‌چنان این دو گزینه بی تفاوت در نظر گرفته می‌شوند ($i.e. c_j^I(a, b) = 1$) از طرف دیگر اگر این اختلاف بزرگتر از $(d_j^-(b) + s_j^-(b) + d_j^+(b) + s_j^+(b))$ باشد دو گزینه مورد بررسی در معیار مورد نظر g_j کاملاً متفاوت خواهند بود. ($i.e. c_j^I(a, b) = 0$)

می‌توان برای سهولت $s_j^+ + d_j^+ = p_j^+$ و $s_j^- + d_j^- = p_j^-$ در نظر گرفت. با این فرض اگر تفاوت گزینه a, b در معیار مورد نظر g_j از $p_j^-(p_j^+)$ بیش‌تر باشد، دو گزینه کاملاً باهم متفاوت خواهند بود ($i.e. c_j^I(a, b) = 0$). با علائم و نشانه‌های بیان شده، درجه بی تفاوتی نسبی به صورت زیر تعریف خواهد

شد:

(رابطه ۳-۲۲)

$$c_j^I = \left\{ \begin{array}{ll} 1, & \text{if } g_j(b) - q_j^-(b) \leq g_j(a) \leq g_j(b) + q_j^+(b) \\ \frac{g_j(a) + p_j^-(b) - g_j(b)}{p_j^-(b) - q_j^-(b)} & \text{if } g_j(b) - p_j^-(b) < g_j(a) < g_j(b) - q_j^-(b) \\ \frac{g_j(b) + p_j^+(b) - g_j(a)}{p_j^+(b) - q_j^+(b)} & \text{if } g_j(b) + q_j^+(b) < g_j(a) < g_j(b) + p_j^+(b) \\ 0, & \text{otherwise} \end{array} \right\}$$



شکل ۳-۹ شاخص بی تفاوتی نسبی

لازم به ذکر است با در نظر گرفتن $q_j(b) = s_j^+, q_j(a) = s_j^-$ (or $q_j(b) = q_j^+$ and $q_j(a) = q_j^-$) و $p_j(b) = d_j^+ + s_j^+$ and $p_j(a) = d_j^- - s_j^-$ (or $p_j(a) = p_j^-$) رابطه زیر بین درجه بی تفاوتی نسبی و شاخص تطابق نسبی درجه برتری برقرار می شود.

$$c_j^I(a, b) = \min[c_j^S(a, b), c_j^S(b, a)] \quad (\text{رابطه ۳-۲۳})$$

تنها ویژگی اندازه گیری شده با شاخص عدم تطابق، درجه بی تفاوتی یا همان درجه شباهت است و تمام اطلاعات در مورد ترجیحات بین دو گزینه از دست می رود. حتی با فرض $s_j^+ = s_j^-$ یا $d_j^+ = d_j^-$ جهت گیری ترجیح g_j نقشی در درجه شباهت نخواهد داشت.

استفاده از آستانه بی تفاوتی باعث تعریف گزینه b با استفاده از بازه های $[g_j(b), \overline{g_j}(b)]$ می شود که در آن $\underline{g_j}(b) = g_j(b) - s_j^-$ و $\overline{g_j}(b) = g_j(b) + s_j^+$. در ادامه فرض می شود گزینه مورد بررسی b با استفاده از این بازه تعریف می شود. شاخص بی تفاوتی نسبی بصورت زیر تعریف می شود.

(رابطه ۳-۲۴)

$$c_j^I(a,b) = \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ if } \underline{g}_j(b) \leq g_j(a) \leq \overline{g}_j(b) \\ \frac{g_j(a) + d_j^-(b) - \underline{g}_j(b)}{d_j^-(b)} \text{ if } \underline{g}_j(b) - d_j^-(b) < g_j(a) < \underline{g}_j(b) \\ \frac{\overline{g}_j(b) + d_j^+(b) - g_j(a)}{d_j^+(b)} \text{ if } \overline{g}_j(b) < g_j(a) < \overline{g}_j(b) + d_j^+(b) \\ 0 \text{ otherwise} \end{array} \right\}$$

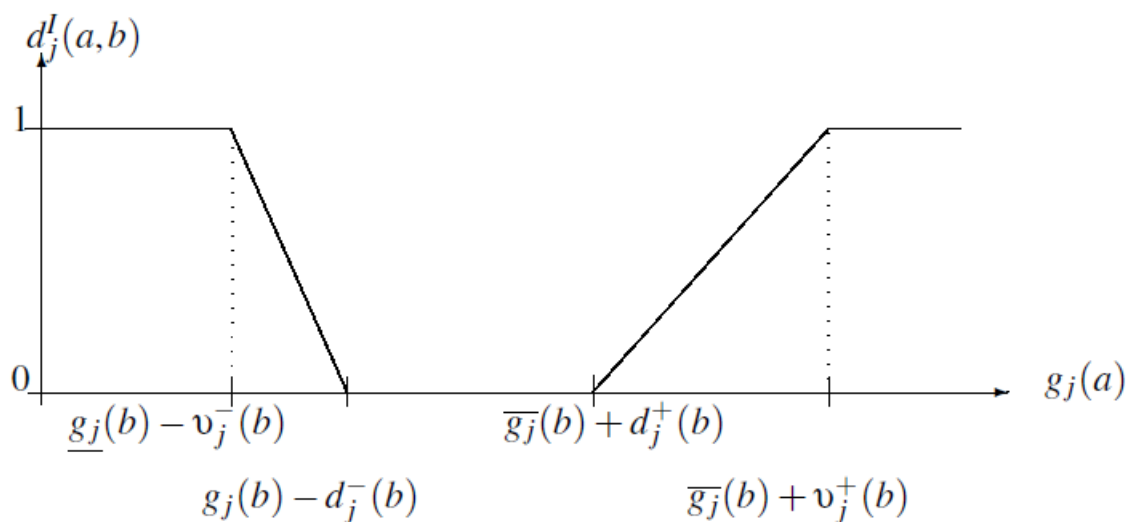
این شاخص زمانی که دو گزینه کاملاً مشابه اند برابر یک و در حالت تمایز کامل دو گزینه صفر خواهد شد.

۳-۹-۳) شاخص عدم تطابق نسبی $d_j^I(a,b)$

میزان تفاوت دو گزینه موردبررسی در معیار g_j با استفاده از این شاخص اندازه گیری می شود.

(رابطه ۳-۲۵)

$$d_j^I(a,b) = \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ if } \underline{g}_j(b) - v_j^-(b) > g_j(a) \text{ or } g_j(a) < \overline{g}_j(b) + v_j^+(b) \\ \frac{g_j(a) + d_j^-(b) - \underline{g}_j(b)}{d_j^-(b) - v_j^-(b)} \text{ if } \underline{g}_j(b) - v_j^-(b) < g_j(a) < \underline{g}_j(b) - d_j^-(b) \\ \frac{\overline{g}_j(b) + d_j^+(b) - g_j(a)}{d_j^+(b) - v_j^+(b)} \text{ if } \underline{g}_j(b) + d_j^+(b) < g_j(a) < \underline{g}_j(b) + v_j^+(b) \\ 0 \text{ if } \underline{g}_j(b) - d_j^-(b) < g_j(a) < \overline{g}_j(b) + d_j^+(b) \end{array} \right\}$$



شکل ۳-۱۰ شاخص عدم تطابق نسبی

که در این رابطه $v_j^-(b), v_j^+(b)$ بیانگر آستانه "رد شدن" هستند. $v_j^-(b) > d_j^-(b), v_j^+(b) > d_j^+(b)$. با فرض $v_j^+ = v_j^+ - s_j^+ (v_j^- = v_j^- - s_j^-)$ رابطه زیر برقرار خواهد بود.

$$d_j^I(a, b) = \min(d_j^S(a, b), d_j^S(b, a)) \quad (\text{رابطه ۳-۲۶})$$

۳-۹-۴ شاخص بی تفاوتی سراسری $I(a, b)$

بر اساس شاخص های بی تفاوتی و عدم تطابق، با جمع زدن q معیار با وزن های مختلف $(w_j, \forall j = 1, \dots, q)$ شاخص بی تفاوتی سراسری حاصل می شود.

$$I(a, b) = \left[\sum_{j=1, \dots, q} w_j \cdot c_j^I(a, b) \right] \times \left[\pi_v \left[\frac{1 - d_j^I(a, b)}{1 - C^I(a, b)} \right] \right] \quad (\text{رابطه ۳-۲۷})$$

در این رابطه v شامل مجموعه ضابطه ها است که $d_j^I(a, b) > C^I(a, b) = \left[\sum_{j=1, \dots, q} w_j \times c_j^I(a, b) \right]$ این شاخص زمانی کوچک است که دلیل کافی برای اثبات شباهت دو گزینه وجود نداشته باشد.

¹ Veto threshold

۳-۱۰) تکنیک پرافتن^۱

تکنیک پرافتن اولین بار در سال ۲۰۰۰ توسط بلاکل^۲ برای مسائل دسته‌بندی در علم پزشکی بکار گرفته شد. در این روش دسته‌ها بصورت اسمی تعریف شده اند بدین صورت که دسته‌ها بی‌هیچ ترتیب ترجیحی و با استفاده از نمایه‌های مرکزی روی مجموعه گزینه‌های مورد بررسی A نشان داده می‌شوند. فرض می‌شود هر دسته $C^{\bullet h} (\forall h=1,...,K)$ با استفاده از نمایه مرکزی $r^{\bullet h}$ تعریف می‌شود. نمایه‌های مرجع هر دسته باید با یکدیگر غیر قابل مقایسه‌اند. در این تکنیک، آستانه‌ها (مانند آستانه شباهت یا عدم‌شباهت) الزاماً با پارامترهای ترجیحی تعریف نمی‌شوند. برای تعریف معقول هر دسته فرض می‌شود نمایه‌های مرجع هر دسته از سایر دسته‌ها مجزا هستند. بدین منظور برای تعریف نمایه مرجع $r^{\bullet h}$ هر دسته $C^{\bullet h}$ روی هر معیار $g_j (\forall j=1,...,q)$ بازه $[g_j(r^{\bullet h}), \overline{g_j}(r^{\bullet h})]$ در نظر گرفته می‌شود.

قاعده تخصیص بر این ایده بنا نهاده شده که گزینه موردبررسی که با نمایه مرجع رابطه "معادل بودن یا بی‌تفاوتی" دارد، به دسته متعلق به آن نمایه اختصاص می‌یابد. برای ارزیابی شباهت نمایه مرجع $r^{\bullet h}$ و گزینه مورد بررسی a از مجموعه A، شاخص بی‌تفاوتی $I(r^{\bullet h}, a)$ که از جمع شاخص‌های بی‌تفاوتی نسبی و عدم تطابق بدست می‌آید، محاسبه می‌شود.

۳-۱۰-۱) قواعد تخصیص

گزینه مورد بررسی a از مجموعه A بر اساس یکی از دو قاعده تخصیص زیر به دسته $C^{\bullet h}$ تعلق می‌یابد.

$$C^{\bullet PRO}(a) = C^{\bullet h} \Leftrightarrow I(a, r^{\bullet h}) = \max \{I(a, r^{\bullet k}), \forall k=1,...,k\} \quad (\text{رابطه ۳-۲۸})$$

$$C^{\bullet PRO}(a) = \{C^{\bullet h} / I(a, r^{\bullet h}) \succ \lambda_i; \forall h=1,...,K\}$$

¹ PROAFTN

² Belacle.N

معمولا $\lambda_I > 0.5$ در نظر گرفته می‌شود. تفاوت دو قاعده بیان‌شده در این است که بر اساس قاعده اول، گزینه موردبررسی حتما به یکی از دسته‌های موجود تخصیص می‌یابد. بر این اساس، دسته یکتایی برای گزینه موردبررسی حاصل می‌شود. در حالی که بر اساس قاعده دوم ممکن است گزینه موردبررسی به چندین گروه تعلق یابد یا حتی به هیچ دسته‌ای اختصاص نیابد.

۳-۱۰-۲) دسته‌بندی بر اساس شاخص شباهت $SI(a,b)$

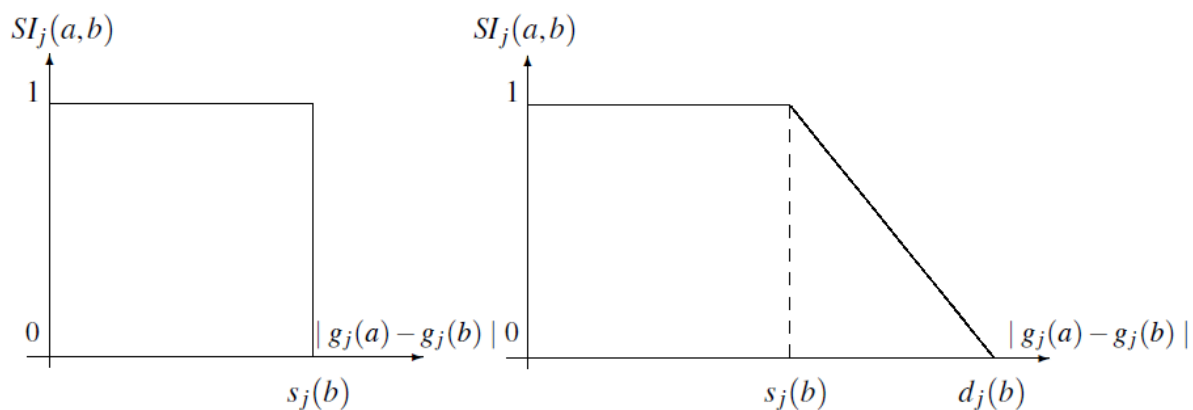
مارتل و لگر^۱ شاخص شباهت را برای اندازه‌گیری میزان شباهت دو گزینه مورد بررسی پیشنهاد دادند که در متدلوژی تری نومف^۲ روی مجموعه معیارها یا شاخص‌های مجموعه G بکار گرفته شده‌است.

۳-۱۰-۲-۱) شاخص شباهت نسبی $SI_j(a,b)$

برای هر معیار یا ضابطه، میزان شباهت دو گزینه a, b بر اساس تابع شباهت ارزیابی می‌شود. هرچه دو گزینه بیشتر به هم شبیه باشند (کمتر بودن اختلاف $(|g_j(a) - g_j(b)|)$) درجه شباهت بزرگتر خواهد بود. مقدار این شاخص که مستقل از جهت ترجیح تصمیم‌گیرنده است همواره در بازه $[0,1]$ قرار می‌گیرد. $s_j(b), d_j(b)$ به ترتیب آستانه‌های شباهت و عدم‌شباهت روی معیار g_j هستند. $s_j(b)$ بیانگر بیش‌ترین میزان اختلافی است که دو گزینه a و b را بر اساس نظر تصمیم‌گیرنده شبیه به هم می‌داند. از طرف دیگر $d_j(b)$ نشان‌دهنده کم‌ترین میزان اختلافی است که دو گزینه مورد بررسی را در معیار g_j نامشابه در نظر می‌گیرد.

¹ Martel and leger

² TRINOMFC



شکل ۳-۱۱ نمونه هایی از توابع شباهت برای محاسبه شاخص شباهت نسبی

۳-۱۰-۲) شاخص شباهت سراسری $SI(a, b)$

شاخص شباهت سراسری که از جمع اوزان هر معیار حاصل می شود از رابطه زیر بدست می آید.

$$SI(a, b) = \sum_{j=1}^q w_j \times SI_j(a, b) \quad (\text{رابطه ۳-۲۹})$$

یکی از تفاوت های اصلی شاخص بی تفاوتی پرافتن و شاخص شباهت سراسری در این است که شاخص های "عدم تطابق یا رد" هیچ نقشی در شاخص شباهت سراسری ایفا نمی کنند. شباهت آنها در این است که هر دو جهت ترجیح تصمیم گیرنده را به حساب نمی آورند.

۳-۱۱) تکنیک تری نومف^۱

تکنیک تری نومف در سال ۲۰۰۲ توسط لگر و مارتل^۲ برای حل مسائل دسته بندی ارائه شد و شباهت زیادی به متدلوژی پرافتن دارد. دسته ها بصورت اسمی، بی هیچ ترتیب و با استفاده از نمایه های مرکزی که برای مقایسه گزینه های مجموعه A بکار می روند، تعریف شده اند. فرض می شود دسته C^{*h} بوسیله نمایه مرکزی r^{*h} تعریف می شود. هریک از این نمایه های مرجع روی مجموعه ضابطه ها یا معیارهای $G = \{g_1, \dots, g_q\}$ ارزیابی می شوند.

¹ TRINOMFC

² Leger and Martel

قاعده تخصیص بر این ایده بنا نهاده شده که هر گزینه‌ای که به نمایه مرجعی شبیه باشد به دسته مربوطه به آن نمایه تعلق می‌یابد. ارزیابی شباهت نمایه مرجع r^{*h} و گزینه مورد بررسی a از مجموعه A ، با محاسبه شاخص شباهت $SI(r^{*h}, a)$ صورت می‌گیرد که از جمع شاخص‌های شباهت نسبی بدست می‌آید.

۳-۱۱-۱) قواعد تخصیص

قواعد تخصیص همانند متدلوژی پرافتن شامل یکی از دو حالت زیر است:

$$C^{*TRI}(a) = C^{*h} \Leftrightarrow I(a, r^{*h}) = \max \{SI(a, r^{*k}), \forall k = 1, \dots, K\} \quad (\text{رابطه ۳-۳۰})$$

$$C^{*TRI}(a) = \{C^{*h} / SI(a, r^{*h}) \succ \lambda_l; \forall h = 1, \dots, K\}$$

معمولاً $\lambda_l > 0.5$ و همانند تکنیک پرافتن تفاوت دو قاعده بیان شده در این است که بر اساس قاعده اول حتماً گزینه مورد بررسی به یکی از دسته‌های موجود تخصیص می‌یابد. بر این اساس دسته یکتایی برای گزینه مورد بررسی حاصل می‌شود. در حالی که بر اساس قاعده دوم ممکن است گزینه مورد بررسی به چندین یا حتی هیچ گروه اختصاص یابد.

۳-۱۲) دسته‌بندی بر اساس روابط برتری

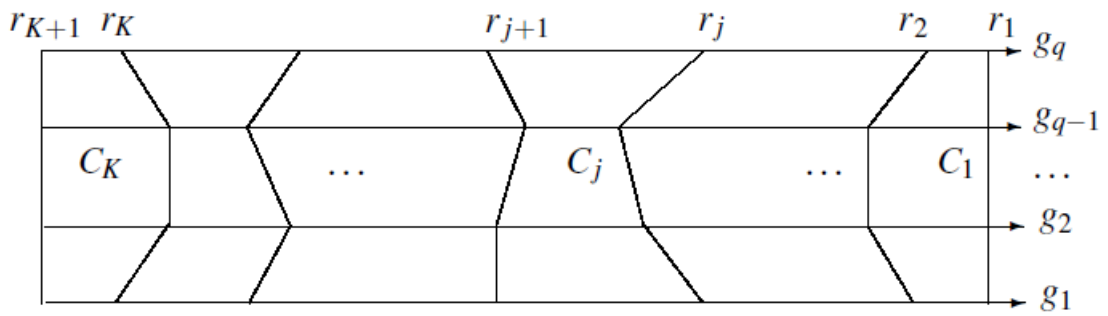
در این بخش مروری مختصر بر برخی تکنیک‌های دسته‌بندی بر اساس روابط برتری ارائه می‌شود.

۳-۱۲-۱) الکتری-تری با نمایه‌های مرزی^۱

الکتره-تری^۲ یکی از شناخته‌شده‌ترین متدها برای دسته‌بندی گزینه‌های مجموعه A به K دسته‌ی مرتب شده $C_1, \dots, C_K$ می‌باشد که در آن دسته‌ی C_1 و C_K بهترین و بدترین دسته می‌باشد. دسته‌ها با نمایه‌های مرزی بالایی و پائینی تعریف می‌شوند. برای مثال دسته C_h با نمایه بالایی r_h و نمایه پائینی r_{h+1} همانند شکل ۳-۱۲ معرفی می‌شود. مجموعه ضابطه یا معیارها با $G = \{g_1, \dots, g_q\}$ تعریف می‌شوند.

^۱ Electre-Tri with limiting profiles

^۲ Electre-Tri



شکل ۳-۱۲ نمایش دسته‌های کاملاً مرتب با نمایه‌های مرزی

به منظور تخصیص گزینه مورد بررسی a از مجموعه A ، رابطه برتری $S(a, r_h), S(r_h, a) (\forall h = 1, \dots, K+1)$ برای مقایسه گزینه با نمایه‌های مرجع مطابق مجموعه ضابطه‌ها ساخته می‌شود. در حقیقت رابطه برتری، میزان قدرت ادعای "برتری گزینه بر نمایه یا عکس آن" را اندازه‌گیری می‌کند. بر این اساس چهار حالت متفاوت هنگام مقایسه نمایه مرجع و گزینه مورد بررسی و براساس سطح انقطاع به دست می‌آید.

۱. aIr_h : یعنی a و r_h مشابه یا بی تفاوت هستند. $S(a, r_h) \geq \lambda$ and $S(r_h, a) \geq \lambda \Leftrightarrow$

۲. $a\gamma r_h$: یعنی a و r_h غیر قابل مقایسه هستند. $S(a, r_h) < \lambda$ and $S(r_h, a) < \lambda \Leftrightarrow$

۳. $a \succ r_h$: یعنی a بر r_h ترجیح دارد. $S(a, r_h) \geq \lambda$ and $S(r_h, a) < \lambda \Leftrightarrow$

۴. $r_h \succ a$: یعنی r_h بر a ترجیح دارد. $S(a, r_h) < \lambda$ and $S(r_h, a) \geq \lambda \Leftrightarrow$

بر پایه یکی از چهار حالت بالا، گزینه مورد بررسی a به یکی از دسته‌های از پیش تعیین شده اختصاص می‌یابد. از آنجا که نمایه‌های مرزی، دسته‌های کاملاً مرتب شده را تعریف می‌کنند ($\forall h < l$)، شرایط زیر برقرار خواهد بود.

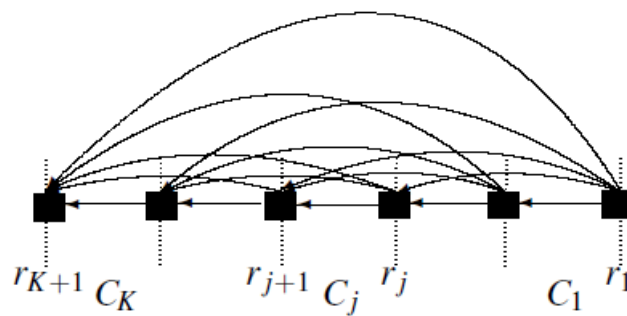
• $\forall j \in G : g_j(r_l) \leq g_j(r_h) \text{ and } \exists j \in G : g_j(r_l) < g_j(r_h)$ (رابطه غالب بودن بین نمایه‌ها)

• $r_l \prec r_h$ (رابطه ترجیح یا برتری بین نمایه‌ها)

اغلب موارد فرض می شود دسته ها "بسته" هستند بدین معنی که عملکرد گزینه ها بین بهترین و بدترین عملکرد نمایه های مرجع واقع می شود. این حالت را می توان با اعمال شرط زیر قوت بخشید.

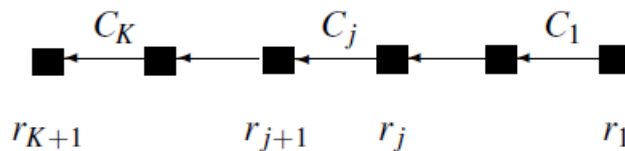
$$\forall a_i \in A: r_{K+1} \prec a_i \prec r_1 \quad (\text{رابطه ۳-۳۱})$$

تمامی این شرایط مستقل ازهم هستند. می توان شرایط ذکر شده را در شکل ۳-۱۳ با گراف " $\succ -$ " که در آن کمان ها نشان دهنده رابطه برتری بین گزینه ها ست، نشان داد.



شکل ۳-۱۳ رابطه ترجیح بین نمایه های مرجع

شکل ۳-۱۴ نیز نشان دهنده گراف خلاصه شده روابط برتری گذرا می باشد که در آن $r_k \succ r_j \Leftrightarrow r_j \prec r_k$ نشان دهنده رابطه برتری می باشد.



شکل ۳-۱۴ رابطه برتری خلاصه شده بین نمایه های مرجع

۳-۱۲-۲) قواعد تخصیص

هنگام مقایسه گزینه مورد بررسی a با نمایه های مرجع، سه حالت مختلف اتفاق می افتد.

$$\exists j \in \{2, \dots, K\} \text{ and } k \in \{0, 1, \dots, K+1-j\} \quad (\text{رابطه ۳-۳۲})$$

$$\bullet \setminus r_1 \succ a, r_2 \succ a, \dots, r_j \succ a, a \succ r_{j+1}, a \succ r_{j+2}, \dots, a \succ r_K, \dots, a \succ r_{K+1} (I)$$

¹ Closed

$$0.2 \quad r_1 \succ a, r_2 \succ a, \dots, r_{j-1} \succ a, aIr_j, aIr_{j+1}, \dots, a \succ r_{j+k+1}, \dots, a \succ r_K, a \succ r_{K+1} (II)$$

$$0.3 \quad r_1 \succ a, r_2 \succ a, \dots, r_{j-1} \succ a, a\gamma r_j, a\gamma r_{j+1}, \dots, a\gamma r_{j+K}, a \succ r_{j+K+1}, \dots, a \succ r_{K+1} (III)$$

در شرایط I گزینه مورد بررسی a از نظر رابطه ترجیح، "بین" دو نمایه مرزی پیوسته قرار دارد. در شرایط II, III گزینه مورد بررسی به ترتیب بی تفاوت و غیر قابل مقایسه با یک یا چند نمایه مرزی پیوسته می باشد. لازم به ذکر است اگر گزینه‌ای نسبت به چندین نمایه مشابه (بی تفاوت یا غیر قابل مقایسه) باشد، این نمایه‌ها الزاما باید متوالی و پیوسته باشند. دلیل عدم وجود حفره بین نمایه‌ها، به شرایط اعمالی نمایه‌ها و نیز نحوه محاسبه درجه برتری‌ها مربوط است.

دو روش متفاوت برای توصیف سه شرط بیان شده در بالا وجود دارد که به قواعد خوش بینانه و بدبینانه معروف هستند.

۳-۱۲-۳) قاعده تخصیص خوش بینانه

گزینه مورد بررسی a زمانی به دسته C_h تعلق می یابد که نمایه مرزی بالایی r_h بدترین (پایین ترین) نمایه ای باشد که بر گزینه a ترجیح دارد:

- گزینه a متناوبا با نمایه‌های r_i از $K+1$ تا ۱ مقایسه می شود.

- اگر r_h اولین نمایه مرجعی است که $r_h \succ a$ ؛ آنگاه $C_{opt}(a) = C_h$

این قاعده تخصیص به راحتی از روی گراف خلاصه شده $\succ$ خوش بینانه قابل درک است. همان گونه

که در شکل ۳-۱۵ مشاهده می شود، در مسیر چرخشی C_{1a} از r_1 تا a

$(C_{1a} \equiv r_1 \rightarrow r_2 \rightarrow \dots \rightarrow r_j \rightarrow a)$ گزینه a به دسته‌ای اختصاص می یابد که نمایه مرزی بالایی آن

آخرین نمایه مرجع در مسیر باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{if } C_{1a} \ni \neg : C_{opt}(a) = C_1 \\ \text{Else} : C_{opt}(a) = C_j \end{array} \right\} \quad (\text{رابطه ۳-۳۳})$$

اگر C_{1a} وجود نداشته باشد، بدین معنی است که $r_1 \succ a$. در این حالت ممکن است گزینه a نسبت

به نمایه r_1 بی تفاوت یا برتر باشد. از آنجا که C_1 بهترین دسته است، گزینه a به C_1 تعلق می یابد.

۳-۱۲-۴) قاعده تخصیص بدبینانه

گزینه مورد بررسی a زمانی به دسته C_h تعلق می‌یابد که نمایه مرزی پائینی r_{h+1} ، بهترین (بالاترین) نمایه ای باشد که بر گزینه a ترجیح دارد:

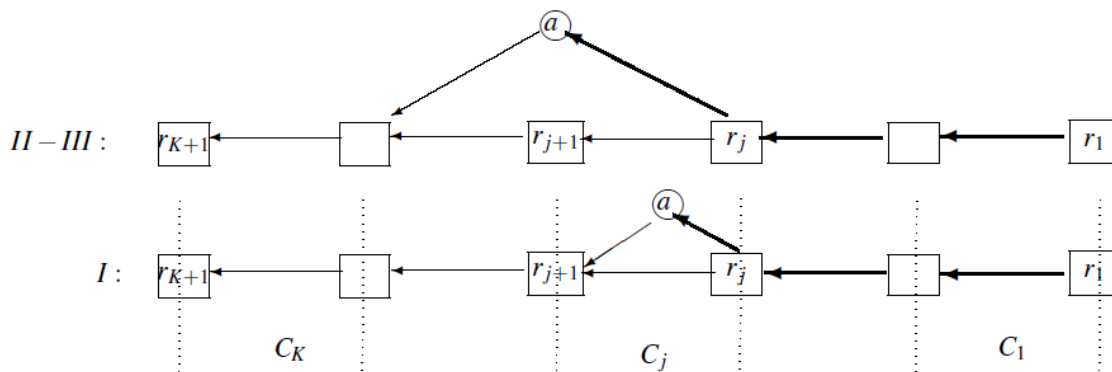
- گزینه a متناوباً با نمایه‌های r_i از ۲ تا $K+1$ مقایسه می‌شود.
- اگر r_{h+1} اولین نمایه مرجعی باشد که aSr_{h+1} ؛ آنگاه $C_{pess}(a) = C_h$

این قاعده تخصیص به راحتی از روی گراف خلاصه شده $\succ$ بدبینانه قابل درک است. همان‌گونه که

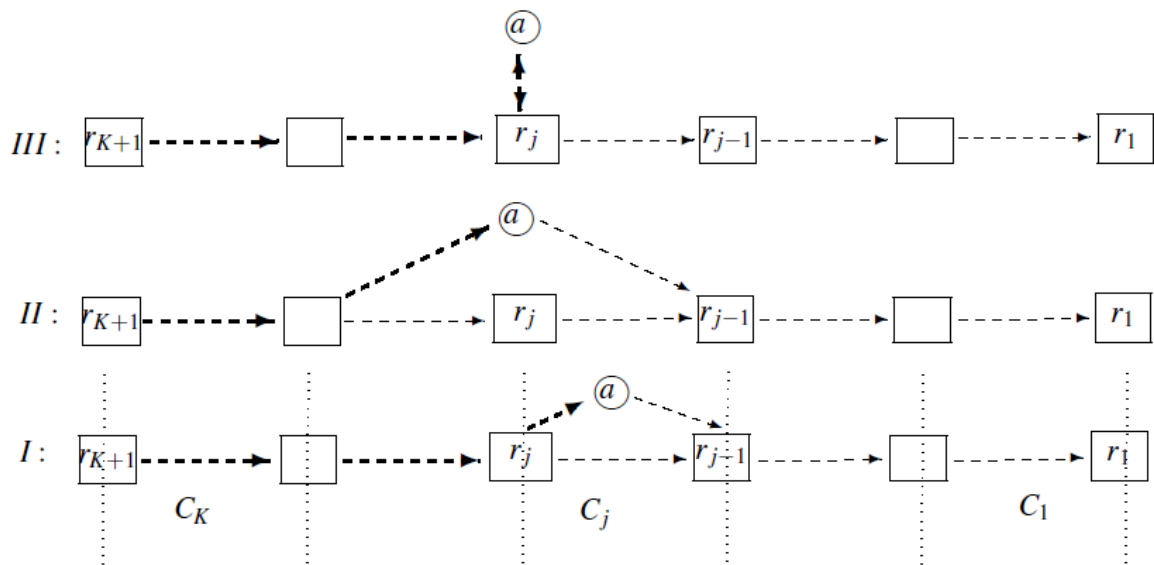
در شکل ۳-۱۵ مشاهده می‌شود در مسیر چرخشی از C_{K+1a} تا a

$(a \leftarrow r_j \leftarrow \dots \leftarrow r_k \leftarrow r_{K+1} \equiv C_{K+1a})$ گزینه a به دسته ای اختصاص می‌یابد که

نمایه مرزی پائینی آن آخرین نمایه مرجع در مسیر باشد.



شکل ۳-۱۵ گراف خوش‌بینانه خلاصه‌شده



شکل ۳-۱۶: گراف بدبینانه خلاصه شده

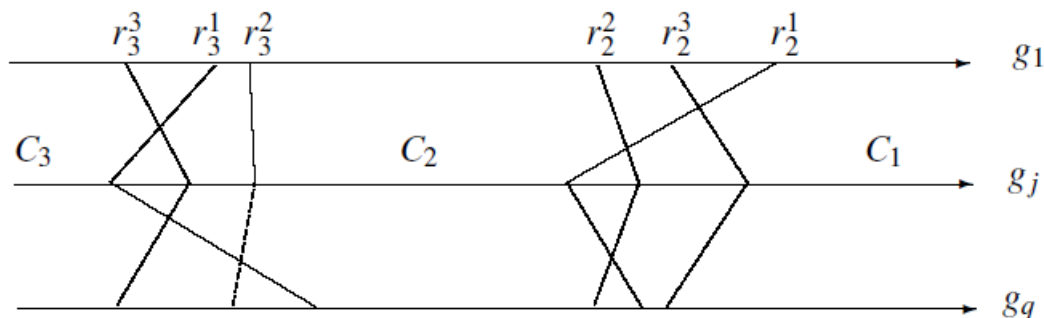
تکنیک الکتری-تری دارای ویژگی‌های زیر است:

- خاصیت یکتا بودن: بر اساس پروسه تخصیص، هر گزینه مورد بررسی، تنها به یک دسته تعلق می‌یابد. ولی ممکن است هر پروسه جداگانه، گزینه مورد بررسی را به دو دسته متفاوت اختصاص دهد.
- خاصیت مستقل بودن: تخصیص یک گزینه از مجموعه گزینه‌های مورد بررسی ارتباطی به تخصیص سایر گزینه‌ها ندارد. به عبارت دیگر گزینه‌ها به صورت جداگانه ارزیابی می‌شوند.
- خاصیت هم‌جنس بودن: اگر دو گزینه به نمایه‌های مرجع مشابهی نزدیک و شبیه بودند، یعنی رابطه برتری بین نمایه‌ها و گزینه‌ها یکسان باشد، هر دو به گروه مشابهی تخصیص داده می‌شوند.
- خاصیت ثبات: ادغام یا ترکیب دو دسته مجاور، تخصیص گزینه‌ها را تحت تاثیر قرار نمی‌دهد.
- خاصیت انطباق: اگر عملکرد گزینه‌ای " بین " عملکرد دو نمایه مرزی واقع شود، آن گزینه قطعاً به دسته در بر گیرنده آن نمایه‌های مرزی تعلق می‌یابد.

۳-۱۳) تکنیک تری کوتومیک^۱

دسته‌بندی بر اساس تکنیک تری کوتومیک یکی از قدیمی‌ترین روش‌ها برای دسته‌بندی می‌باشد که توسط روی و موسکارلو^۲ در سال ۱۹۸۱ ارائه شد. تکنیک ذکر شده این امکان را به تصمیم‌گیرنده می‌دهد تا گزینه‌های موردنظر را به سه دسته ترتیبی و ازپیش‌تعیین شده C_1, C_2, C_3 اختصاص دهد. گزینه‌ها زمانی به دسته C_1 تعلق می‌یابند که دلیل کافی برای پیشنهاد حضور آنها وجود داشته باشد. متقابلاً اگر دلیل کافی برای رد حضور آنها وجود داشته باشد، به گزینه C_3 تعلق می‌یابند. اگر تصمیمات دقیق و واضح نباشند، گزینه مورد بررسی به دسته C_2 اختصاص می‌یابد. دلیل این عدم وضوح می‌تواند اطلاعات ناقص در مورد گزینه‌ها یا رفتار دوگانه آنها باشد.

دسته‌ها با مجموعه جفت‌نمایه‌های مرجع $R = \{r_2^1, r_3^1, \dots, r_2^k, r_3^k\}$ تعریف می‌شوند. هر جفت نمایه مرجع (r_2^j, r_3^j) حد بالایی و پائینی را نشان می‌دهد که در شکل به نمایش ۳-۱۷ گذاشته شده است.



شکل ۳-۱۷ مجموعه نمایه‌های معرف سه دسته

گزینه‌های مورد بررسی مجموعه A بصورت زوجی با نمایه‌های مرجع مقایسه می‌شوند. قواعد تخصیص بر پایه رابطه پارتو^۳ یا درجه برتری بنا نهاده شده‌اند.

¹ Trichotomic

² B. Roy and J. Moscarola

³ Pareto-dominance relation

۳-۱۳-۱) قواعد تخصیص

(رابطه ۳-۳۴)

$\forall a_i \in A:$

$$C_{TS}(a_i) = C_1 \Leftrightarrow \exists r_2^k \in R_2 : a_i \geq^W r_2^k$$

$$C_{TS}(a_i) = C_2 \Leftrightarrow \exists r_2^k \in R_2 \text{ and } r_3^k \in R_3 : r_2^k \geq^W a_i \geq^W r_3^k$$

$$C_{TS}(a_i) = C_3 \Leftrightarrow \exists r_3^k \in R_3 : r_3^k \geq^W a_i$$

به عبارت دیگر اگر گزینه a_i به حداقل یکی از نمایه‌های مجموعه R_2 ترجیح داشته باشد، آن گزینه به بهترین دسته تعلق می‌یابد و اگر آن گزینه به حداقل یکی از نمایه‌های مجموعه R_3 برتری داشته باشد، به بدترین دسته اختصاص می‌یابد.

از آنجا که بسیاری از گزینه‌های مجموعه را نمی‌توان بر اساس قواعد ذکر شده بالا به دسته‌های از پیش تعیین شده اختصاص داد، استفاده از درجه برتری و رابطه ترجیح الکتری-تری پیشنهاد می‌شود. درخت تصمیم این روش، با علائم زیر در شکل ۳-۱۸ نشان داده شده است.

(رابطه ۳-۳۵)

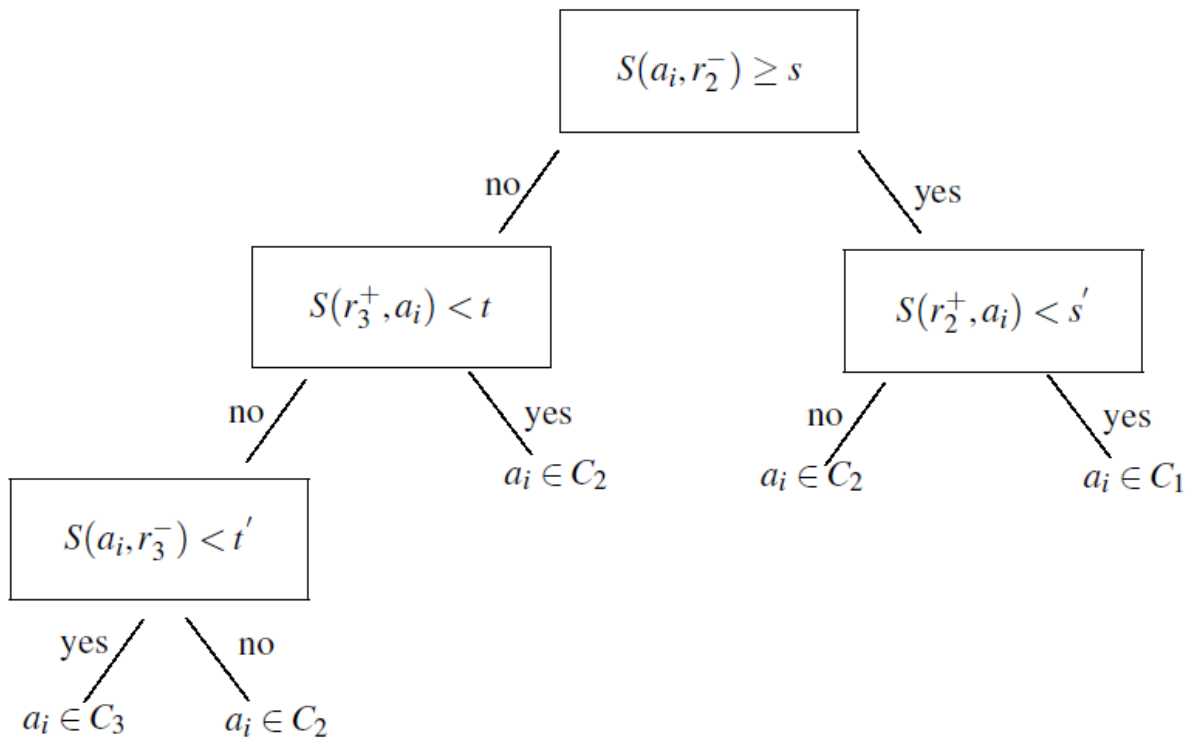
$$S(a_i, r_2^-) = \max_k S(a, r_2^k)$$

$$S(r_2^+, a_i) = \max_k S(r_2^k, a)$$

$$S(r_3^+, a_i) = \max_k S(r_3^k, a_i)$$

$$S(a_i, r_3^-) = \max_k S(a_i, r_3^k)$$

در درخت تصمیم S, t, S', t' آستانه‌هایی هستند که باید ثابت در نظر گرفته شوند.



شکل ۳-۱۸ قواعد تخصیص بر پایه درخت تصمیم

۳-۱۴) مقایسات زوجی^۱

دامپوس و زوپونیدیس^۲ متد دسته‌بندی بر اساس مقایسات زوجی را جهت تخصیص گزینه‌ها به K دسته کاملاً مرتب شده $\dot{C}_1 \triangleright \dots \triangleright \dot{C}_K$ ارائه دادند. مقایسه زوجی بر پایه مقایسات دوتایی با استفاده از درجه ترجیح (بجای درجه برتری) می‌باشد.

هر دسته $\dot{C}_j$ با نمایه‌های $\dot{R}^j = \{\dot{r}_j^1, \dots, \dot{r}_j^k\}$ تعریف می‌شود و گزینه‌های مورد بررسی با آن نمایه‌ها مقایسه می‌شوند. نمونه‌های مرجع دسته بهتر بر نمونه‌های مرجع دسته بدتر برتری دارند. مجموعه نمونه‌های مرجع با $\dot{R} = \dot{R}^1 \cup \dots \cup \dot{R}^k$ نشان داده می‌شوند.

^۱ PairClass

^۲ Doumpos and Zopounidis

گزینه مورد بررسی a با تمامی نمونه‌های مرجع مقایسه می‌شود. با محاسبه درجه ترجیح که حاصل جمع ترجیحات روی معیارهای متفاوت است مقایسه انجام می‌گیرد. بر این اساس درجه جریان خالص برای هر گزینه و معیار تعریف می‌شود.

۳-۱۴-۱) قواعد تخصیص

در این بخش برای سهولت فرض می‌شود تنها دو دسته مرتب‌شده که با نمایه‌های مرجع تعریف شده‌اند وجود دارد. درجه جریان خالص دسته‌ها با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌شود.
(رابطه ۳-۳۶)

$$\forall a \in A: f_1(a) = \frac{1}{m_2} \times f_1^+(a) - \frac{1}{m_1} \times f_1^-(a)$$

where $m_2 = |\dot{R}^2|, m_1 = |\dot{R}^1|, f_1^+(a)$ and $f_1^-(a)$ are defined as:

$$f_1^+(a) = \sum_{x \in \dot{R}^2} \pi(a, x)$$

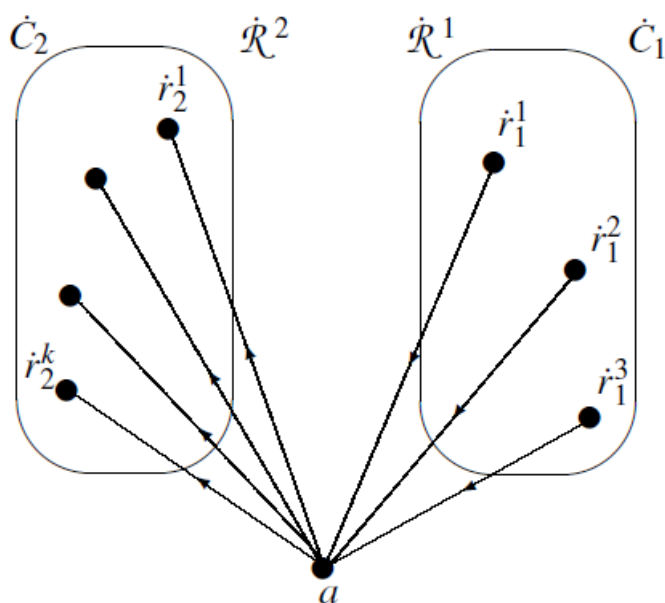
$$f_1^-(a) = \sum_{x \in \dot{R}^1} \pi(x, a)$$

در این روابط $f_1^+(a)$ کاراکتر "برتری یافته" گزینه a بر نمونه‌های مرجع $\dot{R}^2$ و $f_1^-(a)$ کاراکتر "برتری" نمونه‌های مرجع $\dot{R}^1$ بر گزینه a هستند. فاکتورهای m_{r+1}, m_1 نیز برای محاسبه کاراکتر میانه استفاده می‌شود. بر این اساس قواعد زیر استخراج می‌گردد.

$$\dot{C}_{PC}(a) = C_1, \text{ if } f_1(a) > b_1 \quad (\text{رابطه ۳-۳۷})$$

که در آن b_1 نقطه کات-آف^۱ می‌باشد. اگر $f_1(a) > b_1$ گزینه a به دسته C_1 و در غیر این صورت به دسته C_2 تعلق می‌یابد.

¹ Cut-off



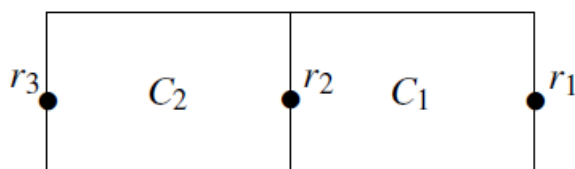
شکل ۳-۱۹ رابطه برتری محاسبه شده با استفاده از مقایسات زوجی

با فرض اینکه $\dot{R}^1, \dot{R}^2$ هر یک دقیقاً توسط یک نمایه مرجع تعریف شده‌اند قاعده زیر استخراج می‌گردد.

$$\forall a \in A: f_1(a) = \pi(a, r_2) - \pi(r_1, a) \succ b_1 \Leftrightarrow a \in \dot{C}_1 \quad (\text{رابطه ۳-۳۸})$$

میتوان فرض کرد دسته‌ها با سه نمایه مرزی $\dot{r}_1, \dot{r}_2, \dot{r}_3$ همانند شکل ۳-۱۹ ($\dot{R}^1 = \{\dot{r}_1, \dot{r}_2\}$ and $\dot{R}^2 = \{\dot{r}_2, \dot{r}_3\}$) تعریف شده‌اند. برای سهولت درک اینکه نمایه $\dot{r}_2$ به هر دو دسته $\dot{C}_1, \dot{C}_2$ تعلق دارد می‌توان تعریف زیر را ارائه کرد.

$$\forall g_j; i=2,3: g_j(\dot{r}_2) = g_j(\dot{r}'_2) \pm \varepsilon \quad (\text{رابطه ۳-۳۹})$$



شکل ۳-۲۰ نمایش دسته‌ها با نمایه‌های مرزی

در این صورت قاعده تخصیص زیر حاصل می شود:

(رابطه ۳-۴۰)

$$\forall a \in A: f_1(a) = \frac{\pi(a, r_2) + \pi(a, r_3)}{2} - \frac{\pi(r_2, a) + \pi(r_1, a)}{2} \succ b_1 \Leftrightarrow a \in \dot{C}_1$$

این قاعده با در نظر گرفتن اطلاعات زیر به فرم زیر هم قابل نوشتن است.

$$\pi(r_3, a) = 0 \text{ and } \pi(a, r_1) = 0, \forall a \in A \text{ if } \forall g_j \in G: g_j(r_3) \leq g_j(a) \leq g_j(r_1)$$

اگر

$$\forall a \in A: \phi_{\dot{R}}^+(a) = \phi_{\dot{R}}^+(a) - \phi_{\dot{R}}^-(a) \succ b_1 \Leftrightarrow a \in \dot{C}_1$$

(رابطه ۳-۴۱)

۳-۱۵) رتبه‌بندی بر اساس تکنیک جریان‌های مرزی و مرکزی^۱

الگوریتم قواعد مرزی و مرکزی بر پایه‌ی متدولوژی پرامتی^۲ بنا نهاده شده‌است که برای دسته‌های کاملاً مرتب‌شده بر اساس نمایه‌های (پروفایل) مرجع استفاده می‌شود. روش پرامتی^۱ (رتبه‌بندی نسبی) و پرامتی^۲ (رتبه‌بندی کامل) توسط جی.پی. برانز^۳ توسعه یافته‌اند [۴۰].

قاعده‌ی تخصیص، بر پایه‌ی موقعیت نسبی هر گزینه با توجه به نمایه‌های مرجع، در "منظر" جریان‌های ورودی، خروجی و جریان خالص بنا نهاده شده‌است. در این الگوریتم برای محاسبه درجه برتری هر گزینه نسبت به گزینه‌ی دیگر از تابع برتری تکنیک پرامتی استفاده می‌شود. نمادگرایی‌های مربوط به الگوریتم جریان‌های مرزی و مرکزی عبارت‌اند از:

✓ مجموعه‌ی گزینه‌های مورد بررسی که با توجه به امتیاز در شاخصه‌های مختلف به گروه‌های مرتبط تخصیص می‌یابد با $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ نشان داده می‌شود.

✓ دسته‌ها یا گروه‌ها که گزینه‌های مورد بررسی به آن‌ها تخصیص داده می‌شوند با C نمایش داده می‌شود. فرض می‌شود این دسته‌ها کاملاً مرتب شده‌اند.

¹ Flow-sort: a flow-based sorting method

² promethee

³ J.p browns

$$c_1 \triangleright c_2 \triangleright c_3 \triangleright \dots \triangleright c_n$$

عبارت $h \langle l, c_h \triangleright c_l$ نشان دهنده ی برتری دسته ی c_h بر دسته ی c_l است. دسته ی c_h با نمایه های بالایی و پایینی تعریف می شود که به ترتیب r_h و r_{h+1} نام دارند. متقابلاً r_h نمایه پایینی دسته ی c_{h-1} و r_{h+1} نمایه بالایی دسته ی c_{h+1} خواهد بود.

✓ هریک از گزینه های مورد بررسی توسط معیارهای چندگانه ارزیابی می شوند.

$$\phi = \{g_1, g_2, \dots, g_n\} \quad (\text{رابطه ۳-۴۲})$$

✓ هر گروه یا دسته توسط جفت نمایه های مرزی تعریف می شود.

$$R = \{r_1, r_2, \dots, r_n\} \quad (\text{رابطه ۳-۴۳})$$

فرض می شود که عملکرد هریک از گزینه های مورد بررسی، بین بدترین r_{k+1} و بهترین r_1 نمایه های مرزی واقع می شود. درجه ترجیح، همان تابع $\pi(X, Y)$ است که بر اساس نظر تصمیم گیرنده میزان قدرت گزینه ی x را نسبت به گزینه ی y محاسبه می کند. برای گزینه های x, y شرایط زیر برقرار است. شرط اول:

$$\forall r_l^*, r_h^* \in R^* \text{ such that } h < l: \quad (\text{رابطه ۳-۴۴})$$

$$\varphi_j(r_h^*) \geq \varphi_j(r_l^*) \quad \forall j \in 1, 2, \dots, q$$

درجه ترجیح $\pi(X, Y)$ شامل شرایط زیر است.

$$0 \leq \pi(x, y) \leq 1 \quad (\text{رابطه ۳-۴۵})$$

$$0 \leq \pi(x, y) + \pi(y, x) \leq 1$$

$$\pi(x, x) = 0$$

$$\forall x', y' \in R_i^* \text{ if } \forall j \Phi_j(x) - \Phi_j(y) \leq \Phi_j(x') - \Phi_j(y') \text{ then } \pi(x, y) \leq \pi(x', y')$$

جریان های ورودی (منفی)، جریان های خروجی (مثبت) و جریان خالص هر گزینه ی x از مجموعه

R_i^* ، بر پایه ی درجه ترجیح و با استفاده از روش پرامتی محاسبه می شوند.

$$\varnothing_{R_i^*}^+(x) = \frac{1}{|R_i^*|-1} \sum_{y \in R_i^*} \pi(x, y) \quad (\text{رابطه ۳-۴۶})$$

$$\varnothing_{R_i^*}^-(x) = \frac{1}{|R_i^*|-1} \sum_{y \in R_i^*} \pi(y, x)$$

$$\varnothing_{R_i^*}^+(x) - \varnothing_{R_i^*}^-(x) = \varnothing_{R_i^*}(x)$$

جریان مثبت، قدرت گزینه x را نشان می‌دهد بدین معنی که این گزینه تا چه حد بر سایر گزینه‌ها برتری دارد و جریان منفی، ضعف گزینه x را نشان می‌دهد یعنی سایر گزینه‌ها تا چه حد بر گزینه x برتری دارند.

شرط سوم بر موضوع زیر دلالت دارد.

$$\forall r_l^*, r_h^* \in R_i^* \text{ such that } h < l, \forall a_i \in A: \pi(r_h^*, a_i) \geq \pi(r_l^*, a_i) \text{ and } \pi(a_i, r_h^*) \leq \pi(a_i, r_l^*)$$

با در نظر گرفتن این موضوع و شرط 4، قضیه 1 استنتاج می‌شود.

قضیه 1: ترتیب جریان‌های نمایه‌های مرکزی در R_i^* با توجه به هر a_i قابل تخصیص، ثابت است و $\forall a_i \in A$ رابطه (5) برقرار است. این قضیه، اساس و پایه‌ی قاعده تخصیص جریان‌های مرزی و مرکزی را تشکیل می‌دهد.

$$\forall a_i \in A$$

$$\forall h = 1, 2, \dots, k+1 \quad (\text{رابطه ۳-۴۷})$$

$$\varnothing_{R_i}^+(r_h) > \varnothing_{R_i}^+(r_{h+1})$$

$$\varnothing_{R_i}^-(r_h) < \varnothing_{R_i}^-(r_{h+1})$$

$$\varnothing_{R_i}(r_h) > \varnothing_{R_i}(r_{h+1})$$

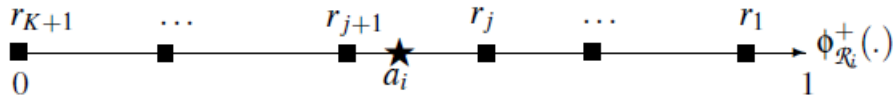
۳-۱۵-۱) قاعده‌ی تخصیص جریان مرزی

در این بخش فرض می‌شود مجموعه نمایه‌های مرکزی با R تعریف شده و درجه ترجیح بین گزینه‌های R_i و جریان‌ها محاسبه شده‌اند. دو قاعده تخصیص متفاوت بر پایه‌ی ملاحظات قبلی، به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$C_{\phi^+}(a_i) = C_h \text{ if } \phi_{R_i}^+(r_h) \geq \phi_{R_i}^+(a_i) > \phi_{R_i}^+(r_{h+1}) \quad (\text{رابطه ۳-۴۸})$$

$$C_{\phi^-}(a_i) = C_h \text{ if } \phi_{R_i}^-(r_h) < \phi_{R_i}^-(a_i) \leq \phi_{R_i}^-(r_{h+1})$$

به عبارت دیگر، کاراکترهای "ترجیح داده شده" و "ترجیحی" هر گزینه a_i با توجه به نمایه‌های مرزی ارزیابی می‌شوند. این کار با محاسبه $\phi^+(a_i)$ و $\phi^-(a_i)$ صورت می‌پذیرد. گزینه‌ی مورد نظر وقتی به $C_{\phi^+}(a_i)$ تخصیص داده می‌شود که جریان $\phi^+(a_i)$ در بازه‌ای که توسط جریان‌های مثبت پروفایل‌های مرجع $C_{\phi^+}(a_i)$ تعریف شده قرار گیرد. بطور مشابه گزینه‌ی مورد نظر a_i وقتی به $C_{\phi^-}(a_i)$ تخصیص داده می‌شود که جریان $\phi^-(a_i)$ در بازه‌ای که توسط جریان‌های منفی پروفایل‌های مرجع $C_{\phi^-}(a_i)$ تعریف شده واقع شود. در شکل ۳-۲۰ می‌توان نحوه‌ی این تخصیص را به صورت شماتیک مشاهده کرد.



شکل ۳-۲۱ رتبه‌بندی کامل با محاسبه جریان‌های مثبت

همچنین بهترین و بدترین گروه به ترتیب با نمادهای $c_b(a_i)$ و $c_w(a_i)$ نشان داده می‌شود.

$$C_b(a_i) = \min[C_{\phi^+}(a_i), C_{\phi^-}(a_i)] \quad (\text{رابطه ۳-۴۹})$$

$$C_w(a_i) = \max[C_{\phi^+}(a_i), C_{\phi^-}(a_i)]$$

اگر تصمیم‌گیرنده، تاکید به تخصیص گزینه مورد نظر به گروهی یکتا داشته باشد، قاعده‌ی تخصیص، با جریان‌های خالص تعریف می‌شود.

$$c_{\phi}(a_i) = c_h \text{ if } \phi_i(r_h) \geq \phi_i(a_i) \geq \phi_i(r_{h+1}) \quad (\text{رابطه ۳-۵۰})$$

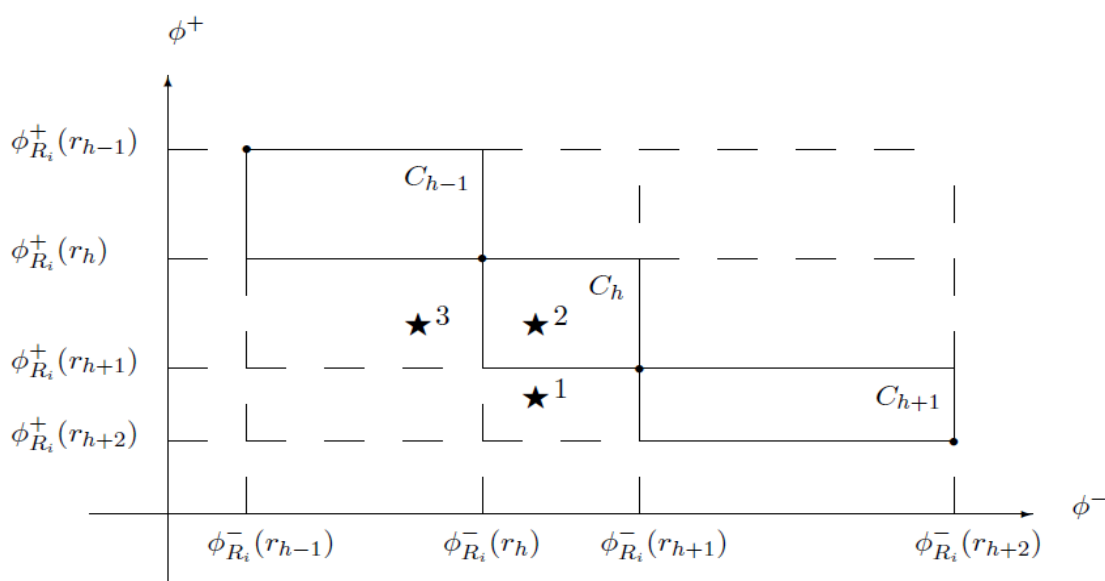
این تخصیص منطقی به نظر می‌رسد چرا که قاعده‌ی تخصیص بدست‌آمده با جریان‌های خالص، شامل قواعد تخصیص با جریان‌های مثبت و منفی می‌شود.

$$\forall a_i \in A: c_b(a_i) \triangleright c_{\phi}(a_i) \triangleright c_w(a_i) \quad (\text{رابطه ۳-۵۱})$$

برای بدست آوردن دیدگاهی ملموس‌تر از نحوه‌ی تخصیص، می‌توان همانند شکل ۳-۱۲ از فضای دو بعدی استفاده کرد بدین ترتیب که جریان‌های $\phi_{R_i}^+$ و $\phi_{R_i}^-$ تمام گزینه‌های R_i ، در فضای $[\phi^+, \phi^-]$ در نظر گرفته می‌شوند. در این فضا، برای گروه موردنظر c_h ، نقاط $(\Phi_{R_i}^-(r_h), \Phi_{R_i}^+(r_h))$ و $(\Phi_{R_i}^-(r_{h+1}), \Phi_{R_i}^+(r_{h+1}))$ تشکیل یک مستطیل می‌دهند. جریان‌های گزینه مورد نظر a_i در این فضا نقطه‌ی $(\Phi_{R_i}^-(a_i), \Phi_{R_i}^+(a_i))$ می‌باشند. اگر این نقطه داخل مستطیل c_h مذکور واقع شود گزینه‌ی a_i دقیقاً به گروه c_h تعلق خواهد یافت (با استفاده از هر دو قاعده‌ی جریان‌های مثبت و منفی). اگر این نقطه دقیقاً داخل مستطیل واقع نشود، بسته به قاعده‌ی جریان‌های مثبت و منفی به گروه مربوطه و البته پیوسته تعلق می‌یابد.

شرایط ۴ و ۵ این حقیقت را تضمین می‌کند که اگر گزینه‌ی a بر گزینه‌ی b غلبه دارد، گزینه‌ی a نمی‌تواند به گزینه‌ی بدتری نسبت به b تعلق یابد. پس قضیه‌ی زیر بیان می‌شود.

$$\forall k=1,2,\dots,q : \phi_k(a_i) \geq \phi_k(a_j) \Rightarrow c_{\phi^+}(a_i) \triangleright c_{\phi^+}(a_j) \text{ and } c_{\phi^-}(a_i) \triangleright c_{\phi^-}(a_j) \quad (\text{رابطه ۳-۵۲})$$



شکل ۲۲-۳ نمایش دوبعدی جریان‌های ورودی و خروجی

تا اینجا فرض $h < l$ و $\pi(r_h, r_l) > 0$ برقرار بود، می‌توان این شرط را بدین صورت تقویت کرد که نمایه بالایی r_j گروه c_j به شدت بر نمایه پایینی r_{j+1} ترجیح دارد.

$\forall r_h, r_l \in R$ such that $h < l$:
(رابطه ۳-۵۳)
 $\pi(r_h, r_l) = 1$

فرض می‌شود عملکرد هریک از گزینه‌های موردبررسی، بین بدترین (r_1) و بهترین (r_{k+1}) پروفایل‌های مرکزی واقع می‌شود. پروفایل مرجع $R^* = \{r_1^*, r_2^*, \dots, r_n^*\}$ زمانی تعریف می‌شود که بین مجموعه نمایه‌های مرزی و مجموعه هسته‌ها تفاوتی وجود نداشته باشد. برای هر گزینه‌ی a_i رابطه‌ی $R_i^* = R^* \cup \{a_i\}$ برقرار است. از آنجا که پروفایل‌های مرجع، معرف دسته‌های مرتب شده‌اند، فرض می‌شود که دو پروفایل مرجع پیوسته، بر یکدیگر مسلط هستند.

شرط اول:

$\forall r_l^*, r_h^* \in R^*$ such that $h < l$:
(رابطه ۳-۵۴)

$$\varphi_j(r_h^*) \geq \varphi_j(r_l^*) \forall j \in 1, 2, \dots, q$$

درجه ترجیح $\pi(x, y)$ ، میزان قدرت گزینه ی x را بر اساس نظر تصمیم گیرنده نسبت به گزینه ی y محاسبه می کند و شامل شرایط زیر است.

$$\forall x', y' \in R_i^* \text{ if } \forall j \Phi_j(x) - \Phi_j(y) \leq \Phi_j(x') - \Phi_j(y') \text{ then } \pi(x, y) \leq \pi(x', y') \quad (\text{رابطه ۳-۵})$$

از آنجا که نمایه های مرجع، گروه های مرتب شده را تعریف می کنند، الزاما نمایه ی مرجع گروه بهتر (پایین تر) بر اساس نظر تصمیم گیرنده به نمایه مرجع گروه بدتر (بالا تر) ترجیح دارد.

شرط ششم:

$$\forall r_l^*, r_{(h)}^* \in R_i^* \text{ such that } h < l \quad \pi(r_h^*, r_{(l)}^*) > 0 \quad \text{and} \quad \pi(r_l^*, r_{(h)}^*) = 0 \quad (\text{رابطه ۳-۵۶})$$

جریان های ورودی (منفی)، جریان های خروجی (مثبت) و جریان خالص هر گزینه از R_i^* بر اساس درجه ترجیح با استفاده از روابط زیر محاسبه می شود.

$$\phi_{R_i^*}^+(x) = \frac{1}{|R_i^*| - 1} \sum_{y \in R_i^*} \pi(x, y)$$

$$\phi_{R_i^*}^-(x) = \frac{1}{|R_i^*| - 1} \sum_{y \in R_i^*} \pi(y, x) \quad (\text{رابطه ۳-۵۷})$$

$$\phi_{R_i^*}^+(x) - \phi_{R_i^*}^-(x) = \phi_{R_i^*}(x)$$

جریان مثبت، قدرت گزینه x را نشان می دهد بدین معنی که این گزینه تا چه حد بر سایر گزینه ها برتری دارد و جریان منفی، ضعف گزینه x را نشان می دهد بدین معنی که سایر گزینه ها تا چه حد بر گزینه x برتری دارند.

شرایط ۵ و ۲ بر موضوع زیر دلالت دارد.

$$\forall r_l^*, r_h^* \in R_i^* \text{ such that } h < l, \forall a_i \in A: \pi(r_h^*, a_i) \geq \pi(r_l^*, a_i) \quad \text{and} \quad \pi(a_i, r_h^*) \leq \pi(a_i, r_l^*)$$

با در نظر گرفتن این موضوع و شرط ششم، مستقیما قضیه ۱ استنتاج می شود. ترتیب جریان های نمایه های مرکزی در R_i^* با توجه به هر a_i قابل تخصیص، ثابت است.

$$\forall a_i \in A$$

$$\forall h = 1, 2, \dots, k+1$$

$$\varnothing_{R_i}^+(r_h) > \varnothing_{R_i}^+(r_{h+1}) \quad (\text{رابطه ۳-۵۸})$$

$$\varnothing_{R_i}^-(r_h) < \varnothing_{R_i}^-(r_{h+1})$$

$$\varnothing_{R_i}(r_h) > \varnothing_{R_i}(r_{h+1})$$

$$\forall h = 1, 2, \dots, k$$

$$\varnothing_{R_i}^+\left(\overset{\cdot}{r}_h\right) > \varnothing_{R_i}^+\left(\overset{\cdot}{r}_{h+1}\right)$$

$$\varnothing_{R_i}^-\left(\overset{\cdot}{r}_h\right) < \varnothing_{R_i}^-\left(\overset{\cdot}{r}_{h+1}\right)$$

$$\varnothing_{R_i}\left(\overset{\cdot}{r}_h\right) > \varnothing_{R_i}\left(\overset{\cdot}{r}_{h+1}\right)$$

این قضیه، اساس و پایه‌ی قاعده تخصیص جریان‌های مرکزی و مرزی را تشکیل می‌دهد.

۳-۱۵-۲) قواعد تخصیص نمایه‌های مرکزی

در این بخش فرض می‌شود مجموعه نمایه‌های مرکزی با $\dot{R}$ تعریف شده، جریان‌ها و درجه ترجیح بین

گزینه‌های $\dot{R}_i$ همگی محاسبه شده‌اند.

در تکنیک جریان‌های مرکزی، هر گزینه به دسته‌ای اختصاص می‌یابد که جریان مشابهی با جریان

مرکزی دارد. قواعد تخصیص جریان‌های مثبت و منفی به صورت زیر بیان می‌شود.

(رابطه ۳-۵۹)

$$\dot{C}_{\phi^+}(a_i) = \dot{C}_h, \text{ if } \left| \phi_{\dot{R}_i}^+(\dot{r}_h) - \phi_{\dot{R}_i}^+(a_i) \right| = \min_{\forall j} \left\{ \left| \phi_{\dot{R}_i}^+(\dot{r}_i) - \phi_{\dot{R}_i}^+(a_i) \right| \right\}$$

$$\dot{C}_{\phi^-}(a_i) = \dot{C}_h, \text{ if } \left| \phi_{\dot{R}_i}^-(\dot{r}_h) - \phi_{\dot{R}_i}^-(a_i) \right| = \min_{\forall j} \left\{ \left| \phi_{\dot{R}_i}^-(\dot{r}_i) - \phi_{\dot{R}_i}^-(a_i) \right| \right\}$$

در حقیقت گزینه a_i با در نظر گرفتن جریان‌های مثبت و منفی به نزدیک‌ترین نمایه مرکزی تعلق

می‌یابد. همانند قاعده اول تخصیص جریان‌های مرزی، گزینه مورد بررسی به دسته‌ای تعلق می‌یابد که

مرکز یا هسته آن بیشترین شباهت را به "کاراکتر ترجیح داده شده" داشته باشد. از طرف دیگر بر اساس قاعده دوم، گزینه مورد بررسی به "کاراکتر ترجیحی" سایر نمایه‌ها اختصاص می‌یابد.

قواعد بیان شده را می‌توان به صورت زیر نوشت $(\forall h \neq K \text{ and } h \neq 1)$.

(رابطه ۳-۶۰)

$$\dot{C}_{\phi^+}(a_i) = \dot{C}_h, \text{ if : } \frac{\phi_{\dot{R}_i}^+(\dot{r}_h) + \phi_{\dot{R}_i}^+(a_i)}{2} < \phi_{\dot{R}_i}^+(a_i) \leq \frac{\phi_{\dot{R}_i}^+(\dot{r}_i) + \phi_{\dot{R}_i}^+(\dot{r}_{h-1})}{2}$$

همچنین

$\forall h \neq K \text{ and } h \neq 1$

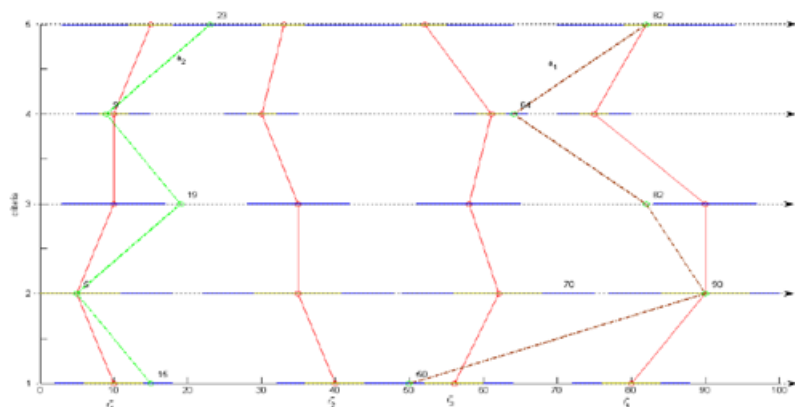
$$\dot{C}_{\phi^-}(a_i) = \dot{C}_h, \text{ if : } \frac{\phi_{\dot{R}_i}^-(\dot{r}_h) + \phi_{\dot{R}_i}^-(a_i)}{2} < \phi_{\dot{R}_i}^-(a_i) \leq \frac{\phi_{\dot{R}_i}^-(\dot{r}_i) + \phi_{\dot{R}_i}^-(\dot{r}_{h-1})}{2}$$

نمایه مرزی مجازی با استفاده از دو نمایه مرکزی متناوب مانند شکل ۳-۲۲ تعریف می‌شود. دو دسته محتمل $\dot{C}_{\phi^+}(a_i)$ و $\dot{C}_{\phi^-}(a_i)$ بر اساس قواعد تخصیص متفاوت، وجود دارد. همانند قاعده جریان مرزی، بهترین و بدترین دسته‌ها بصورت زیر تعریف می‌گردند.

$$\begin{aligned} \dot{C}_b(a_i) &= \min[\dot{C}_{\phi^+}(a_i), \dot{C}_{\phi^-}(a_i)] \\ \dot{C}_w(a_i) &= \max[\dot{C}_{\phi^+}(a_i), \dot{C}_{\phi^-}(a_i)] \end{aligned}$$

(رابطه ۳-۶۱)

در شرایطی که گزینه‌ای به چندگروه شباهت داشته باشد، طبق قرارداد، بهترین گزینه برای تخصیص انتخاب خواهد شد. بر اساس قاعده‌ی اول، گزینه‌ی مورد بررسی به گروهی تعلق می‌یابد که هسته یا مرکز آن بیشترین شباهت را در کاراکتر "ترجیح داده شده" نسبت به سایرین دارد. از طرف دیگر، بر اساس قاعده‌ی دوم، نحوه‌ی تخصیص بر اساس شباهت به کاراکتر "ترجیحی" آن گزینه صورت می‌گیرد.



شکل ۲۳-۳ نمایه های مرکزی

براساس قواعد تخصیص، دو گروه $\dot{C}_{\phi^+}(a_i)$ و $\dot{C}_{\phi^-}(a_i)$ همواره بین $\dot{C}_w$ و $\dot{C}_b$ (به ترتیب بهترین و بدترین گروه) واقع می‌شوند. در صورتی که نیاز باشد گزینه‌ای به گروهی یکتا اختصاص داده شود قاعده‌ی تخصیص بر اساس جریان‌های خالص تعریف خواهد شد.

$$\dot{C}_{\phi}(a_i) = \dot{C}_h, \text{ if : } \left| \phi_{\dot{R}_i}(\dot{r}_h) - \phi_{\dot{R}_i}(a_i) \right| = \min_{\forall j} \left\{ \left| \phi_{\dot{R}_i}(\dot{r}_j) - \phi_{\dot{R}_i}(a_i) \right| \right\} \quad (\text{رابطه ۶۲-۳})$$

این قاعده بصورت زیر نیز بیان می‌شود ($\forall h \neq K \text{ and } h \neq 1$)

(رابطه ۶۳-۳)

$$\dot{C}_{\phi}(a_i) = C_h, \text{ if : } \frac{\phi_{\dot{R}_i}(\dot{r}_h) + \phi_{\dot{R}_i}(\dot{r}_{h+1})}{2} < \phi_{\dot{R}_i}^+(a_i) \leq \frac{\phi_{\dot{R}_i}(\dot{r}_h) + \phi_{\dot{R}_i}(\dot{r}_{h-1})}{2}$$

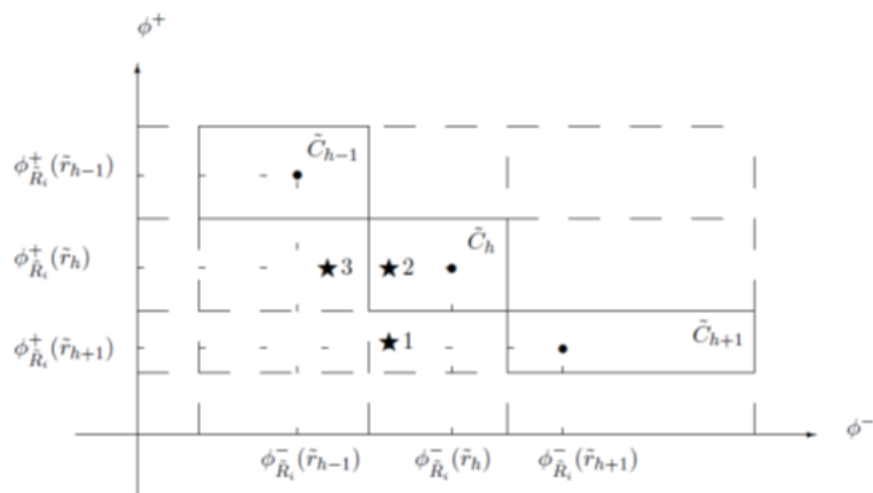
می‌توان ثابت کرد گزینه‌هایی که با استفاده از قاعده تخصیص جریان خالص انتخاب می‌شود قطعاً بین گروه‌هایی واقع می‌شود که با استفاده از قاعده‌ی تخصیص جریان‌های ورودی و خروجی تعیین شده است.

$$\forall a_i \in A \quad \dot{C}_b(a_i) \supset \dot{C}_{\phi}(a_i) \supset \dot{C}_w(a_i) \quad (\text{رابطه ۶۴-۳})$$

واضح است که اگر گزینه‌ی a_i عملکردی مشابه نمایه مرکزی $\hat{r}_h$ داشته باشد به دلیل شباهت به جریان‌های آن نمایه، به گزینه‌ی $\hat{C}_h$ تعلق خواهند یافت. اگر گزینه‌ی a بر گزینه‌ی b غلبه داشته باشد، نمی‌توان آن گزینه را به گروهی بالاتر (بدتر) از گزینه‌ی b اختصاص داد.

می‌توان جریان‌های مثبت و منفی هسته‌ها (مرکزها) و موقعیت گزینه‌ی مورد بررسی را در فضای دوبعدی $[\phi^+, \phi^-]$ نمایش داد. همان گونه که در شکل ۳-۲۳ نشان داده شده است نقطه‌ی شمال غربی مستطیل، که معرف گروه $\hat{C}_h$ می‌باشد، میانگین مقادیر جریان‌های $\hat{r}_h$ و $\hat{r}_{h-1}$ و نقطه‌ی جنوب شرقی مستطیل، میانگین مقادیر جریان‌های $\hat{r}_h$ و $\hat{r}_{h+1}$ است. اگر نقطه‌ی $(\phi_{\hat{R}_i}^+(a_i), \phi_{\hat{R}_i}^-(a_i))$ دقیقاً درون مستطیل $\hat{C}_h$ واقع شود، a_i قطعاً (با هر دو قاعده جریان مثبت و منفی) به گروه $\hat{C}_h$ تعلق می‌یابد.

$$\forall r_h \in \text{the set of } \pi(r_h) \ni 1 \quad (3-65) \text{ رابطه}$$



شکل ۳-۲۴ جریان‌های مرکزی و موقعیت گزینه‌ها

۳-۱۵-۳ رابطه بین دسته‌های C_{ϕ^+} ، C_{ϕ^-}

زمانی که رابطه "ترجیح قوی" بین نمایه‌های مرجع برقرار است، نمی‌توان هر ترکیب ممکن $(C_{\phi^-}(a_i), C_{\phi^+}(a_i))$ را با استفاده از جریان‌های مثبت و منفی برای دسته‌ها به دست آورد. در این شرایط دسته $C_{\phi^-}(a_i)$ همواره به عنوان "حداقل بهتر"^۱ از دسته $C_{\phi^+}(a_i)$ در نظر گرفته می‌شود.

¹ "as least as good as"

$$\forall a_i \in A, R, \dot{R}:$$

$$C_{\phi^-}(a_i) = \dot{C}_l \ \& \ C_{\phi^+}(a_i) = \dot{C}_h$$

$$C_{\phi^-}(a_i) = C_l \ \& \ C_{\phi^+}(a_i) = C_h$$

(رابطه ۳-۶۶)

$\Downarrow$

$$\dot{l} - \dot{h} \leq 0$$

$$l - h \leq 0.$$

۳-۱۵) رابطه بین تخصیص با استفاده از نمایه‌های مرزی و نمایه‌های مرکزی

در این بخش به مقایسه تخصیص گزینه‌ی مورد بررسی در حالتی که مجموعه دسته‌های ترتیبی

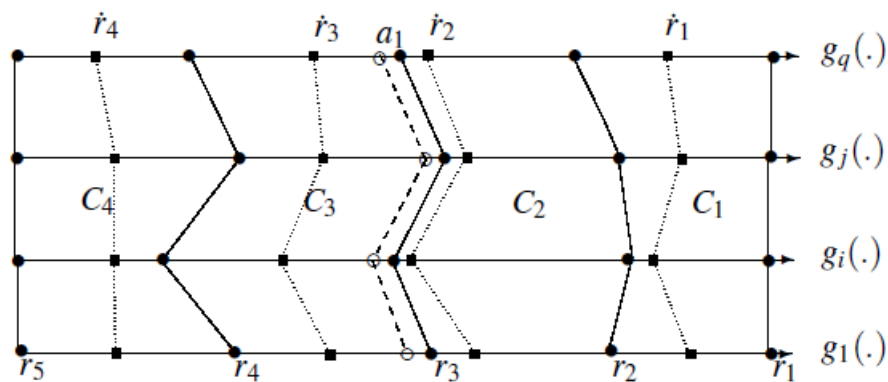
فرض می‌شود مرکز هر دسته، بین نمایه‌های مرزی همان دسته واقع شده است:

$$\forall h \in h\{1, \dots, K\}, \forall j \in \{1, \dots, q\}:$$

$$g_j(r_h) \geq g_j(\dot{r}_h) \geq g_j(r_{h+1}).$$

(رابطه ۳-۶۷)

همان گونه که در شکل ۳-۲۴ نشان داده شده، نمایه $\dot{r}_h$ لزوماً وسط دو نمایه r_h و r_{h+1} قرار نمی‌گیرد.



شکل ۳-۲۵) رابطه بین تخصیص با استفاده از نمایه مرزی و مرکزی، مورد ۱

با فرض این که قواعد برتری "غالب" روی مجموعه های $R, \dot{R}$ برقرار باشد، روابط زیر بین دسته‌ها با

نمایه های مرزی و مرکزی برقرار خواهد بود.

$$\forall a_i \in A; \forall R, \dot{R}:$$

$$\forall h \in \{1, \dots, K\}; \forall j \in \{1, \dots, q\}: g_j(r_h) \geq g_j(\dot{r}_h) \geq g_j(r_{h+1})$$

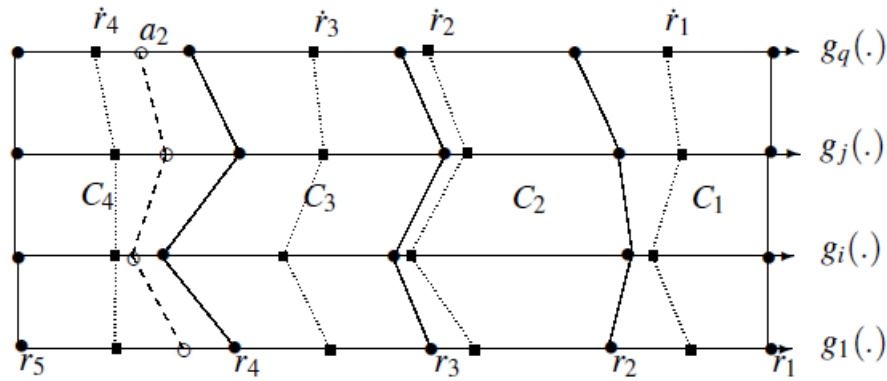
$$C_{\phi^+}(a_i) = C_h \ \& \ \dot{C}_{\phi^+}(a_i) = C_h$$

$$C_{\phi^-}(a_i) = C_l \ \& \ \dot{C}_{\phi^-}(a_i) = C_l$$

(رابطه ۳-۶۸)

$\Downarrow$

$$|h - \dot{h}| \leq 1 \text{ and } |l - \dot{l}| \leq 1$$

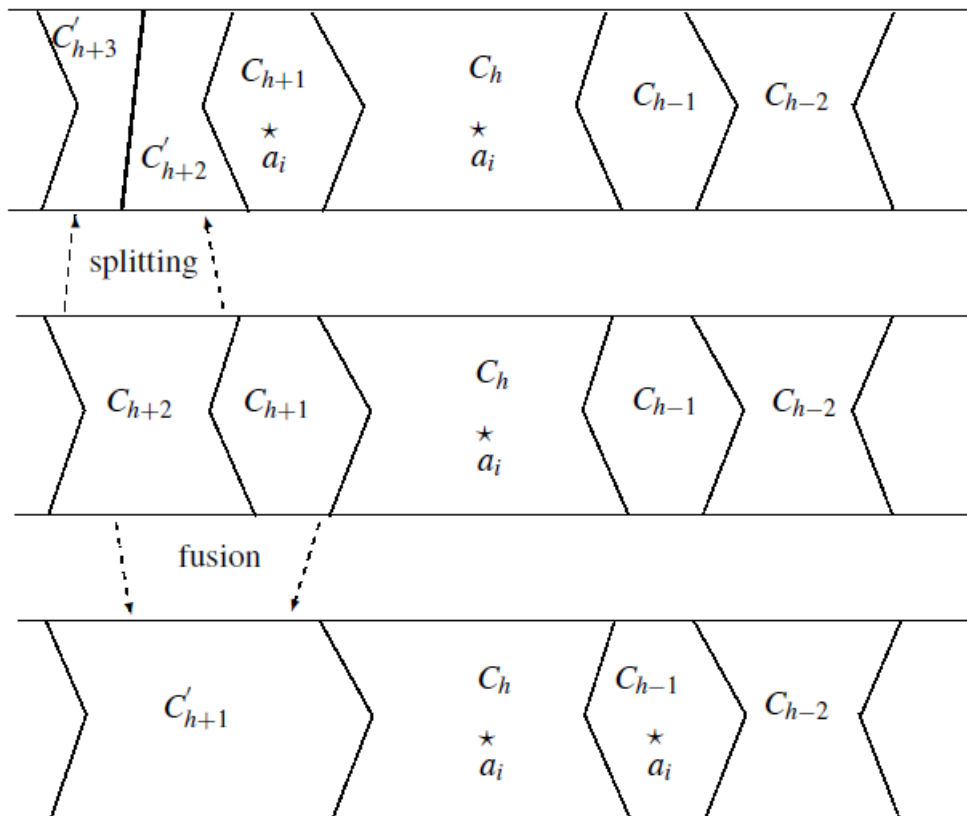


شکل ۳-۲۶ رابطه بین تخصیص با استفاده نمایه های مرزی و مرکزی. مورد ۲

۳-۱۴-۵) قواعد تخصیص جریان منفی

در بخش های قبل با استفاده از قواعد تخصیص جریان منفی، کاراکتر "ترجیح داده شده" گزینه a_i با در نظر گرفتن نمایه های مرجع ارزیابی شد. در این بخش حالتی در نظر گرفته می شود که در آن دسته ای ضعیف تر از دسته C_h به مجموعه اضافه می شود (برای مثال با اضافه کردن نمایه مرزی ضعیف تر). گزینه a_i در این حالت ممکن است از دسته C_h به دسته C'_h تغییر مکان دهد که در آن $h' \in [h, h+1]$ در حقیقت گزینه a_i ممکن است بر این نمایه جدید برتری داشته باشند ولی بر نمایه های معرف دسته C_h ترجیحی نداشته باشند. ممکن است کاراکتر ترجیح داده شده سراسری گزینه a_i افزایش یابد ولی تغییری در جریان های منفی نمایه های مرجع بهتر r_k ایجاد نشود.

از طرف دیگر با اضافه کردن دسته‌ای جدید و بهتر از C_h ، گزینه a_i از دسته C_h به دسته $C'_{h'}$ با شرایط $h' \in [h-1, h]$ تغییر مکان می‌دهد. از آنجا که نمایه جدید (قویا) بر نمایه‌های دسته بالاتر C_h ترجیح دارد، ممکن است گزینه a_i به دسته بهتر C_{h-1} تعلق یابد. پس جریان‌های منفی نمایه‌های r_k افزایش می‌یابد در حالی که برای گزینه a_i چنین حالتی حتمی نیست. در شکل ۳-۲۶ سه حالت متفاوت دسته‌ها نشان داده شده‌است.



شکل ۳-۲۷ اضافه یا کم کردن دسته‌ای ضعیف‌تر با جریان‌های منفی

در حالت تقسیم شدن دسته‌ها شرایط زیر برقرار خواهد بود.

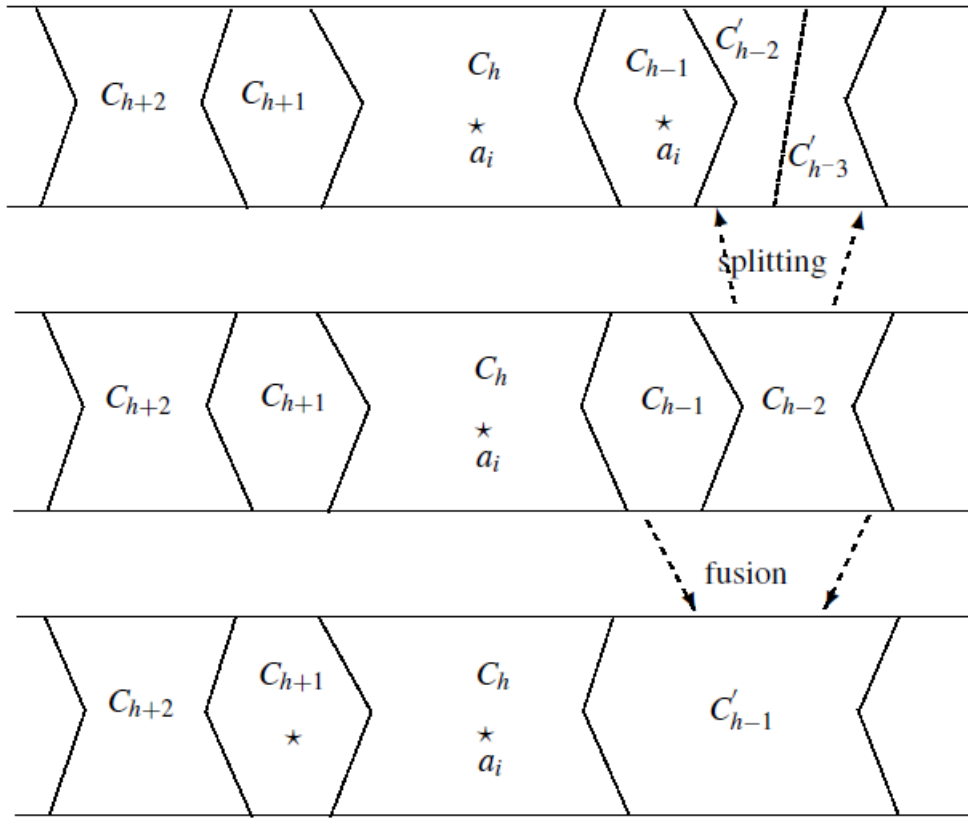
(رابطه ۳-۶۹)

$$\begin{aligned} \forall a_i; \quad R = \{r_1, r_2, \dots, r_h, \dots, r_{K+1}\} \quad \text{and} \quad C_{\phi^-}^R(a) = C_h \\ \text{if} \quad R' = R / \{r_m\} \quad \text{with} \quad m \prec h \quad \text{and} \quad C_{\phi^-}^{R'}(a_i) = C_{h'} \Rightarrow h' \in [h-1, h] \\ \text{if} \quad R' = R / \{r_m\} \quad \text{with} \quad h \prec m \quad \text{and} \quad C_{\phi^-}^{R'}(a_i) = C_{h'} \Rightarrow h' \in [h, h+1] \end{aligned}$$

۳-۱۵-۶ قواعد تخصیص جریان مثبت

با در نظر گرفتن جریان‌های مثبت، کاراکترهای ترجیح داده شده گزینه a_i با توجه به نمایه‌های مرجع ارزیابی می‌شوند. پس با اضافه کردن دسته‌ای ضعیف‌تر از C_h (برای مثال با اضافه کردن نمایه r_m)، جایگاه a_i از C_h به $C_{h'}$ تغییر می‌یابد ($h' \in [h, h+1]$). توضیح آنکه نمایه‌های اولیه r_k ($k \leq h$) قویا به نمایه جدید برتری دارند و $\pi(r_k, r_m) \geq \pi(a_i, r_m)$. پس افزایش در جریان‌های مثبت این نمایه‌های مرجع از افزایش در جریان‌های مثبت a_i بیشتر خواهد بود.

از طرف دیگر در صورت اضافه کردن دسته‌ای بهتر از C_h ، موقعیت گزینه a_i از C_h به $C_{h'}$ تغییر خواهد کرد. ($h' \in [h-1, h]$) از آنجا که نمایه جدید قویا به نمایه r_k ترجیح دارد ($k \geq h$)، ممکن است a_i به دسته بهتر C_{h-1} تعلق یابد.



شکل ۳-۲۸ نمایش اضافه یا کم کردن دسته ای بهتر با استفاده از جریان منفی

در حالت جدا کردن دسته‌ها رابطه زیر برقرار خواهد بود.

(رابطه ۳-۷۰)

$$\begin{aligned} & \forall a_i; R = \{r_1, r_2, \dots, r_h, \dots, r_{K+1}\} \text{ and } C_{\phi^+}^R(a_i) = C_h \\ & \text{if } R' = R / \{r_m\} \text{ with } m < h \text{ and } C_{\phi^+}^{R'}(a_i) = C'_{h'} \Rightarrow h' \in [h-1, h] \quad \text{ژ} \\ & \text{if } R' = R / \{r_m\} \text{ with } m < h \text{ and } C_{\phi^+}^{R'}(a_i) = C'_{h'} \Rightarrow h' \in [h, h+1] \end{aligned}$$

در حالت اضافه کردن دسته‌ها رابطه زیر برقرار خواهد بود.

(رابطه ۳-۷۱)

$$\begin{aligned} & \forall a_i; R = \{r_1, r_2, \dots, r_h, \dots, r_{K+1}\} \text{ and } C_{\phi^+}^R(a_i) = C_h \\ & \text{if } R' = R \cup \{r'_m\} \text{ with } \pi(r'_m, r_h) = 1 \text{ and } C_{\phi^+}^{R'}(a_i) = C'_{h'} \Rightarrow h' \in [h, h+1] \\ & \text{if } R' = R \cup \{r'_m\} \text{ with } \pi(r_h, r'_m) = 1 \text{ and } C_{\phi^+}^{R'}(a_i) = C'_{h'} \Rightarrow h' \in [h-1, h] \end{aligned}$$

۳-۱۷) جریان‌های مرزی و مرکزی فازی و بازه‌ای^۱

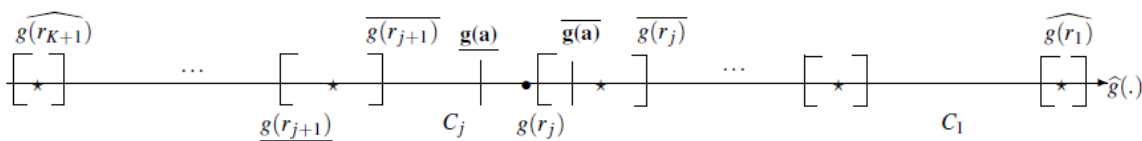
در این بخش گروهی از مسائل دسته‌بندی مورد توجه قرار می‌گیرد که در آن عملکرد گزینه‌ها یا نمایه‌های مرجع، دقیق نیستند. بر اساس مدل فازی و فاصله‌ای پرامتی، متد جریان‌های مرکزی و مرزی برای اعداد فازی و فاصله‌ای گسترش داده شده‌است.

در این بخش راهکاری برای مقابله با عدم قطعیت و دقت در مسائل دسته‌بندی ارائه می‌شود. این عدم قطعیت و دقت می‌تواند ناشی از این حقیقت باشد که تصمیم‌گیرنده قادر به ارزیابی دقیق عملکرد گزینه‌ها یا پارامترهای مدل نیست. [۴۱]

از طرفی این مقادیر با گذشت زمان دست‌خوش تغییر می‌شوند؛ نتیجتاً ارزیابی پارامترهایی مثل اوزان را نمی‌توان بصورت اعداد قطعی تعیین نمود. در این بخش بر اساس مطالعات محققان پیشین، متدلوژی جریان‌های مرزی و مرکزی برای حالتی توسعه داده شده که عملکرد گزینه‌ها، درجه ترجیح یا وزن ضابطه‌ها، به جای اعداد قطعی بصورت مقادیر فاصله‌ای تعریف شده‌اند [43] [42].

در این روش بجای استفاده از میانه داده‌ها (کاستن از مقادیر که منجر به فقدان برخی داده‌ها می‌شود) از تمامی اطلاعات برای بدست آوردن نتایج دقیق استفاده می‌شود. در شکل ۳-۲۸ میانگین عملکرد نمایه‌های مرجع و گزینه‌ی مورد بررسی a به ترتیب با ستاره و نقطه نشان داده شده‌اند. فرض می‌شود تنها یک معیار برای تخصیص گزینه مورد بررسی در نظر گرفته می‌شود. بر اساس مقادیر میانگین، گزینه‌ی a به دسته‌ی c_j تعلق می‌یابد در حالی که ممکن است عملکرد گزینه‌ی مورد بررسی در برخی حالات بهتر از عملکرد نمایه‌ی r_j باشد. استفاده از داده‌های فاصله‌ای باعث در نظر گرفتن این ملاحظات می‌شود.

¹ Interval and fuzzy flow-sort



شکل ۳-۲۹ مثالی از عملکرد فاصله‌ای نمایه‌ای مرجع و گزینه a ستاره‌ها و نقطه‌ها مقادیر میانه فاصله‌ها هستند.

در این مرحله برای هر گزینه، جریان‌های فواصل محاسبه می‌شود. موقعیت نسبی این جریان‌های فاصله‌ای با در نظر گرفتن نمایه‌های مرجع، تعیین‌کننده دسته‌ی مربوط به هر گزینه است. این روش، جریان‌های مرزی و مرکزی فاصله‌ای نام دارد.

فرض می‌شود تصمیم‌گیرنده قادر است تابع عضویت مرتبط با بازه‌ها را تعریف نماید. این ارزیابی با استفاده از اعداد فازی مدل‌سازی می‌شود و فاصله‌های داخلی تعیین‌کننده تابع عملکرد هستند. از آنجا که جریان‌های فازی اطلاعات بیش‌تری در بردارند، در تکنیک ذکرشده این جریان‌ها محاسبه می‌شوند تا تمایز محسوس‌تری هنگام مقایسه عملکرد گزینه‌ها و نمایه‌های مرجع بدست آید. نهایتاً بر اساس جریان‌های فازی، قواعد جریان‌های مرزی و مرکزی فازی ارائه می‌شوند.

در قسمت اول نمادها، تعاریف و فرضیات مدل معرفی می‌شود. پس از آن قواعد تخصیص مورد استفاده در بازه‌های (فاصله‌ها) رایج و همچنین اعداد فازی ارائه می‌شود.

گزینه‌های مورد بررسی و نمایه‌های مرجع به دلیل عدم قطعیت و دقت ممکن است عملکردی فاصله-ای (بازه‌ای) داشته باشند. $g_j(x)$ و $\bar{g}_j(x)$ به ترتیب حدود پائینی و بالایی ارزیابی گزینه مورد بررسی X در معیار j می‌باشند. $(\forall x \in R_i^*)$

بازه‌ی $[g_j(x), \bar{g}_j(x)]$ با نماد $\hat{g}_j(x)$ نشان داده می‌شود. لازم به ذکر است که تصمیم‌گیرنده هیچ ایده‌ای در مورد نحوه توزیع این بازه ندارد. از آنجا که هدف این تکنیک، استفاده از تمامی داده‌ها است، عملیات جبری پایه زیر روی آنها انجام خواهد شد [۴۴].

$$\hat{x} + \hat{y} = [\underline{x}, \bar{x}] + [\underline{y}, \bar{y}] = [\underline{x} + \underline{y}, \bar{x} + \bar{y}]$$

(رابطه ۳-۷۲)

$$\hat{x} - \hat{y} = [\underline{x}, \bar{x}] - [\underline{y}, \bar{y}] = [\underline{x} - \bar{y}, \bar{x} - \underline{y}]$$

$$\hat{x} * \hat{y} = [\underline{x}, \bar{x}] * [\underline{y}, \bar{y}] = [\min(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y}), \max(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y})]$$

برای دو گزینه مورد بررسی $\bar{x}$ و $\bar{y}$ که به مجموعه R_i^* تعلق دارند درجه ترجیح $\hat{P}_j(x, y), \forall j \in \{1, \dots, q\}$ محاسبه می‌شود. این درجه ترجیح که می‌تواند بصورت بازه باشد قدرت و برتری گزینه $\bar{x}$ را نسبت به گزینه $\bar{y}$ در معیار موردنظر j با در نظر گرفتن ترجیح تصمیم‌گیرنده محاسبه می‌کند. درجه ترجیح با متدلوژی پرامتی قابل محاسبه است [۴۵]. از سوی دیگر اوزان نرمال‌سازی شده مرتبط به هر ضابطه j بصورت $\hat{w}_j$ نشان داده می‌شود. درجه ترجیح بازه ای بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$\hat{\pi}(x, y) = \sum_{j=1}^q \hat{w}_j \hat{P}_j(x, y) = \sum_{j=1}^q [\underline{w}_j, \bar{w}_j] * [\underline{P}_j(x, y), \bar{P}_j(x, y)] \quad (\text{رابطه ۳-۷۳})$$

برای حالتی که مقادیر اوزان هر ضابطه بصورت اعداد قطعی هستند، رابطه زیر برقرار خواهد بود.

(رابط ۳-۷۴)

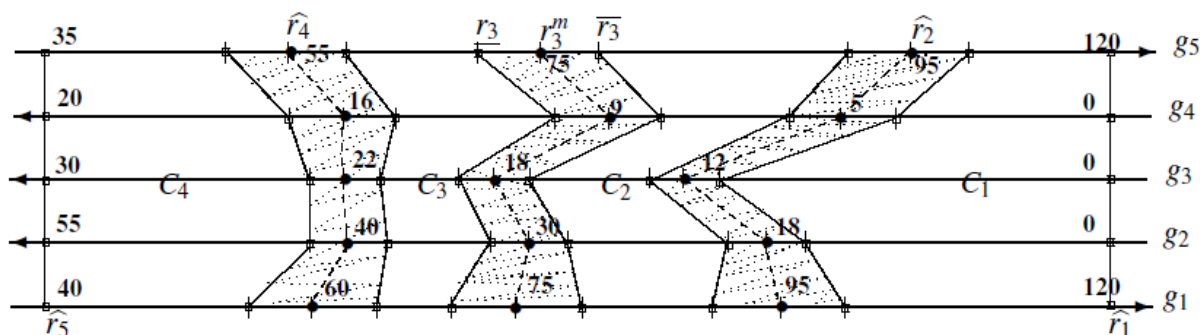
$$\hat{\pi}(x, y) = \sum_{j=1}^q \hat{w}_j * \hat{P}_j(x, y) = \left[\sum_{j=1}^q w_j * \underline{P}_j(x, y), \sum_{j=1}^q w_j * \bar{P}_j(x, y) \right] = [\underline{\pi}(x, y), \bar{\pi}(x, y)]$$

از آنجا که نمایه‌های مرجع، دسته‌های مرتب شده را تعریف می‌نمایند، فرض می‌شود دو نمایه مرجع متوالی بر یکدیگر غالب هستند. این فرضیه با شرط زیر فرمول‌سازی می‌شود.

(رابطه ۳-۷۵)

$$\forall r_h^*, r_l^* \in R^* \text{ such that } h(l : \hat{g}_j(r_h^*) \geq \hat{g}_j(r_l^*) \Leftrightarrow \underline{\hat{g}}_j(r_h^*) \geq \bar{\hat{g}}_j(r_l^*), \forall j \in \{1, \dots, q\}$$

در شکل ۳-۳۰ مثالی از نمایه‌های مرزی تعریف شده توسط بازه‌ها آورده شده است.



شکل ۳-۳۰ مثالی از نمایه‌های مرزی تعریف شده توسط بازه‌ها

برای هر دو گزینه x و y شرایط زیر برقرار است:

$$0(\hat{\pi}(x, y))(\hat{1}) \quad (\text{رابطه ۳-۷۶})$$

$$\hat{\pi}(x, y) + \hat{\pi}(y, x) \leq 1$$

$$\hat{\pi}(x, x) = 0$$

$$\forall x', y' \in R_i^* \text{ if } \forall j \in \{1, \dots, q\} : \hat{g}_j(x) - \hat{g}_j(y) \leq \hat{g}_j(x') - \hat{g}_j(y') \text{ then } \hat{\pi}(x, y) \leq \hat{\pi}(x', y')$$

از آنجا که نمایه‌های مرجع، گروه‌های مرتب‌شده را تعریف می‌کنند، الزاماً نمایه‌ی مرجع گروه بهتر (پایین تر) بر اساس نظر تصمیم‌گیرنده به نمایه مرجع گروه بدتر (بالا تر) ترجیح دارد.

(رابطه ۳-۷۷)

$$\forall r_l^*, r_{(h)}^* \in R_i^* \text{ such that } h < l \quad \hat{\pi}(r_h^*, r_{(l)}^*) > 0 \quad \text{and} \quad \hat{\pi}(r_l^*, r_{(h)}^*) = 0$$

بر اساس درجه ترجیح بازه‌ای، جریان‌های ورودی، خروجی و خالص بازه‌ای برای هر گزینه‌ی x که به R_i^* تعلق دارد، محاسبه می‌شوند.

$$\hat{\phi}_{R_i^*}^+(x) = \frac{1}{|R_i^*| - 1} \sum_{y \in R_i^*} \hat{\pi}(x, y) \quad (\text{رابطه ۳-۷۸})$$

$$\hat{\phi}_{R_i^*}^-(x) = \frac{1}{|R_i^*| - 1} \sum_{y \in R_i^*} \hat{\pi}(y, x)$$

$$\hat{\phi}_{R_i^*}^+(x) - \hat{\phi}_{R_i^*}^-(x) = \hat{\phi}_{R_i^*}(x)$$

تحت شرایط پیشین، این اطمینان وجود دارد که بازه‌های جریانی نمایه‌های مرجع دقیقاً مشابه نمایه‌های مرجع می‌باشد.

قضیه: ترتیب جریان‌های نمایه‌های مرجع با توجه به گزینه قابل تخصیص a_i ثابت خواهد

ماند. $\forall a_i \in A$

(رابطه ۳-۷۹)

$$\forall h = 1, 2, \dots, k+1$$

$$\hat{\phi}_{R_i}^+(r_h) > \hat{\phi}_{R_i}^+(r_{h+1})$$

$$\hat{\phi}_{R_i}^-(r_h) < \hat{\phi}_{R_i}^-(r_{h+1})$$

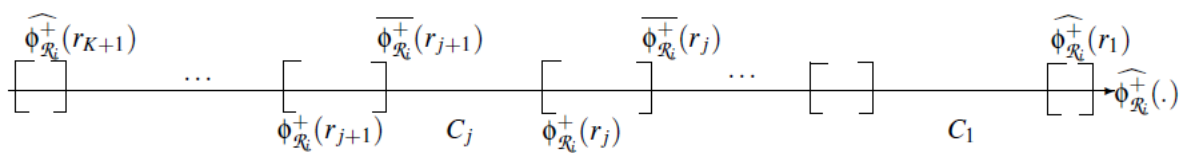
$$\hat{\phi}_{R_i}(r_h) > \hat{\phi}_{R_i}(r_{h+1})$$

$$\forall h = 1, 2, \dots, k$$

$$\hat{\phi}_{R_i}^+(r_h^c) > \hat{\phi}_{R_i}^+(r_{h+1}^c)$$

$$\hat{\phi}_{R_i}^-(r_h^c) < \hat{\phi}_{R_i}^-(r_{h+1}^c)$$

$$\hat{\phi}_{R_i}(r_h^c) > \hat{\phi}_{R_i}(r_{h+1}^c)$$



شکل ۳-۳۱ مثالی از بازه جریانی مثبت نمایه‌های مرجع

بر اساس این قضیه، دسته یا گروه c_h با مقادیر جریان بازه‌ای r_h و r_{h+1} و دسته یا گروه c_h با بازه

جریانی r_h تعریف می‌شود.

۳-۱۸ جریان‌های مرزی و مرکزی بازه‌ای^۱

۳-۱۸-۱) نمایه‌های مرزی

همانند مدل اعداد قطعی جریان‌های مرزی و مرکزی، قواعد تخصیص این تکنیک، بر اساس کاراکتر

"ترجیحی" و ترجیح داده شده^۱ی گزینه مورد بررسی a_i با در نظر گرفتن نمایه‌های مرجع بنا نهاده

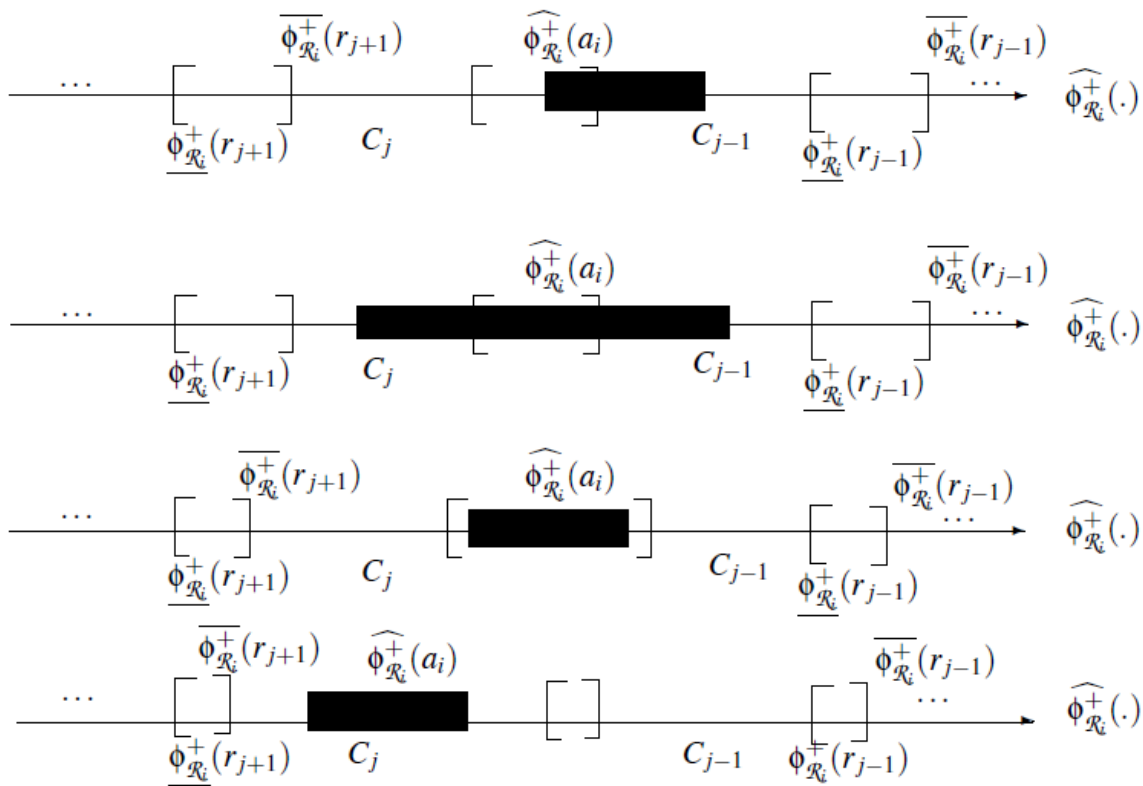
^۱ Interval flow-sort

شده‌اند. موقعیت نسبی بازه‌ای جریان مثبت و منفی گزینه مورد بررسی با در نظر گرفتن بازه‌های نمایه‌های مرجع، تعیین کننده گروه متناظر آن گزینه خواهد بود. هنگام بررسی جریان‌های مثبت، قواعد تخصیص عبارت‌اند از:

$$\hat{C}_{\phi^+}(a_i) = [\underline{\hat{C}_{\phi^+}}(a_i), \overline{\hat{C}_{\phi^+}}(a_i)] \Leftrightarrow \left\{ \overline{\hat{C}_{\phi^+}}(a_i) = C_l \Leftrightarrow \overline{\hat{\phi}_{R_l}^+}(r_l) \geq \underline{\hat{\phi}_{R_l}^+}(a_i) \succ \overline{\hat{\phi}_{R_l}^+}(r_{l+1}) \right\} \text{ و}$$

$$\left\{ \underline{\hat{C}_{\phi^+}}(a_i) = C_h \Leftrightarrow \underline{\hat{\phi}_{R_h}^+}(r_l) \geq \underline{\hat{\phi}_{R_h}^+}(a_i) \succ \underline{\hat{\phi}_{R_h}^+}(r_{h+1}) \right\} \quad h \leq l \quad (\text{رابطه ۳-۸۰})$$

از آنجا که پارامترهایی مثل اوزان معیارها و عملکرد گزینه‌ها به صورت بازه و فاصله تعریف شده‌اند، جریان‌ها نیز می‌توانند بازه‌ای باشند. این قواعد تخصیص، نتیجه مستقیم داده‌های قطعی هستند. ممکن است تخصیص یک گزینه بجای یک گروه یکتا شامل مجموعه‌ای از گروه‌ها یا دسته‌ها باشد. چهار سناریوی مختلف برای مقایسه موقعیت نسبی بازه‌ها وجود دارد. در شکل ۳-۳۱ موقعیت جریان‌های مثبت نشان داده شده است. مستطیل سیاه رنگ، بازه جریان مثبت گزینه a_i را نشان می‌دهد.



شکل ۳-۳۲ مثالی از قواعد تخصیص برای بازه جریان مثبت

بطور مشابه، قواعد تخصیص جریان منفی بصورت زیر خواهد بود.

(رابطه ۳-۸۱)

$$\hat{C}_{\phi^-}(a_i) = [\underline{\hat{C}_{\phi^-}}(a_i), \overline{\hat{C}_{\phi^-}}(a_i)] \Leftrightarrow \left\{ \overline{\hat{C}_{\phi^-}}(a_i) = l \Leftrightarrow \underline{\hat{\phi}_{R_l^-}}(r_l) < \overline{\hat{\phi}_{R_l^-}}(a_i) \leq \underline{\hat{\phi}_{R_l^-}}(r_{l+1}) \right\}$$

$$\left\{ \underline{\hat{C}_{\phi^-}}(a_i) = C_h \Leftrightarrow \overline{\hat{\phi}_{R_l^-}}(r_l) < \underline{\hat{\phi}_{R_l^-}}(a_i) \leq \overline{\hat{\phi}_{R_l^-}}(r_{h+1}) \right\} \text{ و } h \leq l$$

با استفاده از این دو قاعده تخصیص می توان چندین تخصیص متفاوت $\hat{C}_{\phi^+}(a_i)$ و $\hat{C}_{\phi^-}(a_i)$ را به دست آورد. بهترین و بدترین گروه به ترتیب $C_w(a_i)$ و $C_b(a_i)$ هستند که بصورت زیر تعریف می شوند.

(رابطه ۳-۸۲)

$$C_b(a_i) = \min[\underline{C}_{\phi^-}(a_i); \underline{C}_{\phi^+}(a_i)]$$

$$C_w(a_i) = \max[\overline{C}_{\phi^-}(a_i); \overline{C}_{\phi^+}(a_i)]$$

در نظر گرفتن این دو دیدگاه باعث می شود گزینه ی مورد بررسی a_i به مجموعه دسته های $C_b \cup C_{b+1} \cup \dots \cup C_{w-1} \cup C_w$ تخصیص یابد. در صورتی که تصمیم گیرنده بخواهد به مجموعه کوچک تری از گروه ها دست یابد، از بازه های جریان خالص با قواعد تخصیص زیر استفاده می نماید.

$$\hat{C}_{\phi}(a_i) = [\underline{\hat{C}_{\phi}}(a_i), \overline{\hat{C}_{\phi}}(a_i)] \Leftrightarrow \left\{ \overline{\hat{C}_{\phi}}(a_i) = C_l \Leftrightarrow \underline{\hat{\phi}_{R_l}}(r_l) \geq \overline{\hat{\phi}_{R_l}}(a_i) > \underline{\hat{\phi}_{R_l}}(r_{l+1}) \right\}$$

$$\left\{ \underline{\hat{C}_{\phi}}(a_i) = C_h \Leftrightarrow \underline{\hat{\phi}_{R_l}}(r_l) \geq \overline{\hat{\phi}_{R_l}}(a_i) > \underline{\hat{\phi}_{R_l}}(r_{h+1}) \right\} \text{ و } h \leq l$$

(رابطه ۳-۸۳)

همانند قاعده جریان های مرزی و مرکزی اعداد قطعی، این تخصیص منطقی به نظر می رسد چرا که دسته های ایجاد شده با استفاده از جریان های خالص، در برگیرنده جریان های مثبت و منفی می باشند.

$$\hat{C}_{\phi}(a_i) \subseteq [C_b(a_i), C_w(a_i)]$$

(رابطه ۳-۸۴)

قواعد تخصیص گفته شده کاملاً با قواعد جریان های مرزی و مرکزی اعداد قطعی هم خوانی دارد. علائم و نمادهای بکار رفته در این روش عبارت اند از.

$$\hat{R}_i = \{\hat{r}_1, \dots, \hat{r}_{k+1}, \hat{a}_i\} \quad (\text{رابطه ۳-۸۵})$$

$$x_i^m \forall k \in \{1, \dots, q\} : g_j(x_i^m) \in g_i(x_i) \Leftrightarrow \underline{g}_j(x_i) \leq \underline{g}_j(x_i^m) \leq \bar{g}_j(x_i)$$

$$R_i^m = \{r_1^m, \dots, r_{k+1}^m, a_i^m\}$$

اگر برای گزینه مورد بررسی $\hat{x}_i \in \hat{R}_i$ در معیارهای مختلف اعدادی در بازه ها در نظر گرفته و مدل جریان های مرزی و مرکزی اعداد قطعی بکار بسته شود، نتیجه نهایی تخصیص، همواره در بازه ی تخصیصی قرار خواهد گرفت.

$$\forall \hat{x}_i \in \hat{R}_i, \forall x_i^m \in R_i^m \quad (\text{رابطه ۳-۸۶})$$

$$C_{\varphi^+}(a_i^m) \in \hat{C}_{\varphi^+}(a_i) \& C_{\varphi^-}(a_i^m) \in \hat{C}_{\varphi^-}(a_i) \& C_{\varphi}(a_i^m) \in \hat{C}_{\varphi}(a_i)$$

ضعیف تر شدن هر گزینه، به معنای داشتن بازه ی بیش تر و بزرگ تر جهت تخصیص است. بدین معنا که مجموعه بزرگ تری از دسته ها به آن گزینه تخصیص خواهد یافت. برای مثال فرض کنید تنها اطلاعاتی که از گزینه مورد بررسی a_i بین تمام معیارها در دست است قرار داشتن آن بین بهترین و بدترین گزینه ها است $\forall k \in \{1, \dots, q\} : \underline{g}_k(r_{k+1}) \leq g_k(a_i) \leq \bar{g}_k(r_1)$ در این صورت گزینه a_i به تمام دسته ها تعلق خواهد یافت.

$$\hat{C}_{\phi}(a_i) = [C_1, C_k] \quad (\text{رابطه ۳-۸۷})$$

لازم به ذکر است در روش پرامتی بازه ای، فاصله های جریان ی بسیار بزرگ هستند و نتیجتاً موقعیت نسبی نمایه های مرجع واضح نخواهد بود.

قضیه زیر این حقیقت را تصدیق می کند که اگر گزینه ی a_i بر گزینه ی a_j برتری داشته باشد، آنگاه گزینه ی a_i نمی تواند به دسته یا گروه بدتر (بالا تر) از a_j تعلق یابد.

(رابطه ۳-۸۸) $\forall a_i, a_j \in A:$

$$\forall k \in \{1, \dots, q\} : \underline{g}_k(a_i) \geq \bar{g}_k(a_i) \\ \Rightarrow \bar{C}_{\phi^+}(a_i) \triangleright \bar{C}_{\phi^+}(a_j) \text{ and } \underline{C}_{\phi^+}(a_i) \triangleright \underline{C}_{\phi^+}(a_j)$$

این قضیه برای جریان‌های مثبت و منفی صدق می‌کند. گرچه داده‌ها دقیق و قطعی نیستند، می‌توان پذیرفت نمایه بالایی r_j دسته C_j به شدت بر نمایه پائینی r_{j+1} برتری دارد:

$$\forall r_h, r_l \in R \text{ such that } h \prec l : \hat{\pi}(r_h, r_l) = 1 \quad (\text{رابطه ۳-۸۹})$$

شرط بالا را می‌توان همانند مدل جریان‌های مرزی و مرکزی اعداد قطعی تفسیر کرد. بدین معنا که بر اساس جریان‌های ورودی و خروجی هر ترکیب دسته و گروهی امکان‌پذیر نیست.

$$\overline{C_{\phi^-}}(a_i) = C_l \text{ and } \overline{C_{\phi^+}}(a_i) = C_h \Rightarrow l - h \leq 0 \quad (\text{رابطه ۳-۹۰})$$

$$\underline{C_{\phi^-}}(a_i) = C_l \text{ and } \underline{C_{\phi^+}}(a_i) = C_h \Rightarrow l - h \leq 0$$

۳-۱۸-۲) نمایه‌های مرکزی

همان گونه که قبلاً اشاره شد ممکن است تصمیم‌گیرنده، دسته‌ها را با نمایه‌های مرکزی تعریف نماید. این حالت نیز همانند نمایه‌های مرکزی اعداد قطعی، قابل اثبات و فرمول‌بندی است.

۳-۱۹) جریان‌های مرزی و مرکزی فازی^۱

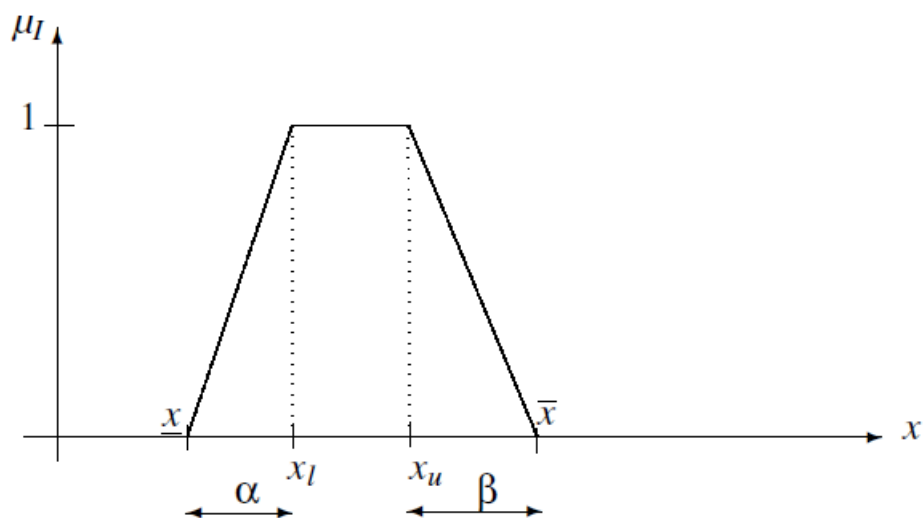
در بخش‌های قبلی بصورت ضمنی فرض شد تمامی مقادیر بازه‌ها توزیعی یکسان دارند. با چشم پوشی از این فرض، تصمیم‌گیرنده می‌تواند با در نظر گرفتن "زیربازه" به اطمینان بیشتری دست یابد. از این رو مجموعه فازی و اعداد فازی برای دستیابی به مجموعه اطلاعات غنی‌تر، مناسب به نظر می‌رسد. در اینجا از تکنیک‌های دیفازی کردن برای بهره‌بری از توزیع‌های مرتبط با جریان‌های فازی استفاده می‌شود.

¹ Fuzzy flow-sort

در ابتدا توضیح مختصری در باره اعداد فازی داده می‌شود. سپس نحوه محاسبه جریان بازه‌های فازی ارائه می‌گردد و نهایتاً چگونگی استفاده از آنها در تخصیص‌های نهایی نشان داده می‌شود.

۳-۱۹-۱) اعداد فازی

در این بخش توزیع فازی مدل جریان‌های مرزی و مرکزی بازه‌ای ارائه می‌شود که شامل تابع عضویت بازه‌های معرف عملکرد گزینه‌ها و اوزان معیارها می‌باشد. برای هر بازه، تابع عضویت $\mu_I(x)$ بیانگر درجه عضویت X در بازه I می‌باشد که همانگونه که در شکل ۳-۳۲ نشان داده شده است، مقداری بین صفر و یک دارد. بازه‌ی فازی با نماد $\tilde{x}$ نشان داده می‌شود. در اغلب موارد، توابع عضویت با عملگر مثلثی یا ذوزنقه‌ای تعریف می‌شوند. [۴۶] در این پژوهش بازه‌های فازی بصورت $\tilde{x} = (x_u, x_l, \alpha, \beta)$ نشان داده می‌شود.



شکل ۳-۳۳ نمایش بازه‌ی فازی X و پارامترهای آن

عملیات جبری بازه‌های فازی بصورت زیر تعریف می‌شوند: [۴۷] و [۴۸]

$$\tilde{X} + \tilde{Y} = (x_l, x_u, \alpha, \beta) \oplus (y_l, y_u, \gamma, \delta) = (x_l + y_l, x_u + y_u, \alpha + \gamma, \beta + \delta) \quad (\text{رابطه ۳-۹۱})$$

$$\tilde{X} \ominus \tilde{Y} = (x_l, x_u, \alpha, \beta) \ominus (y_l, y_u, \gamma, \delta) = (x_l - y_u, x_u - y_l, \alpha + \delta, \beta + \gamma)$$

$$\tilde{X} \otimes \tilde{Y} = (x_l, x_u, \alpha, \beta) \otimes (y_l, y_u, \gamma, \delta) \approx (x_l * y_l, x_u * y_u, x_l * \gamma + y_l * \alpha - \alpha * \gamma, x_u * \delta + y_u * \beta + \beta * \delta)$$

درجه ترجیح فازی تک ضابطه‌ای گزینه‌ی x بر گزینه‌ی y با نماد $\tilde{P}_j(x, y), \forall j \in \{1, \dots, q\}$ نشان داده می‌شود. این درجه ترجیح فازی با توجه به اختلاف عملکرد فازی در ضابطه موردنظر به دست می‌آید. [۴۹]. لازم به ذکر است اختلاف فازی الزاماً مدل یکسانی با درجه ترجیح فازی تک ضابطه‌ای ندارد، ممکن است اختلاف فازی بصورت مثلثی یا مستطیلی و درجه ترجیح دوزنقه‌ای باشد.

درجه ترجیح کلی با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\tilde{\pi}(x, y) = \sum_{j=1}^q \tilde{w}_j \otimes \tilde{P}_j(x, y) \quad (\text{رابطه ۳-۹۲})$$

بر پایه درجه ترجیح فازی، جریان‌های فازی ورودی (منفی)، خروجی (مثبت) و خالص برای هر گزینه‌ی X متعلق به R_i^* طبق روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$\tilde{\phi}_{R_i^*}^+(x) = \frac{1}{|R_i^*| - 1} \sum_{y \in R_i^*} \tilde{\pi}(x, y) \quad (\text{رابطه ۳-۹۳})$$

$$\tilde{\phi}_{R_i^*}^-(x) = \frac{1}{|R_i^*| - 1} \sum_{y \in R_i^*} \tilde{\pi}(y, x)$$

$$\tilde{\phi}_{R_i^*}(x) = \tilde{\phi}_{R_i^*}^+(x) - \tilde{\phi}_{R_i^*}^-(x)$$

در این مرحله، بازه‌های جریان فازی برای نمایه‌های مرجع و گزینه‌های مورد بررسی در نظر گرفته می‌شود. لازم به ذکر است که جریان‌های فازی حاصل شده ممکن است همیشه تابع عضویت مشابه بازه‌هاند داشته باشد. بنابراین جریان‌های مرزی و مرکزی بازه‌ای را نمی‌توان بصورت مطالعه موردی اعداد فازی در نظر گرفت که عضویت برای تمام بازه‌ها، مقداری ثابت دارد. تمامی فرضیات قبلی از جمله ترکیب گروه‌ها، قواعد جریان خالص و یکنواختی، در این بخش هم برای اعداد فازی برقرار هستند.

از آنجا که تصمیم‌گیرنده با ارتباط توابع عضویت به بازه‌ها، اطلاعات جامع‌تری به دست می‌دهد، جریان‌های فازی نسبت به بازه‌های جریان محض، در برگیرنده اطلاعات بیش‌تری هستند. برای تخصیص گزینه مورد بررسی a_i به گروه مربوط بر اساس جریان‌های فازی روش‌های مختلفی قابل ارائه است. می‌توان از خواص نسبی و هندسی جریان‌های فازی برای دسته‌بندی نهایی گزینه‌ها

استفاده کرد [۵۰]. با توجه به موقعیت نسبی گزینه و با در نظر گرفتن نمایه‌های مرجع، می‌توان آن گزینه را به دسته مربوط تخصیص داد.

روش دیگر، دیفازی کردن جریان‌های فازی است که سبب می‌شود این جریان‌های فازی به اعداد قطعی که عضویت اولیه آن توسط تصمیم‌گیرنده تعیین می‌شود، تقلیل یابند. برای این کار می‌توان از روش دیفازی کردن "مرکز ناحیه" استفاده کرد: [۴۸]

$$x^{Def} = \frac{\int x * \mu(x) dx}{\int \mu(x) dx} \quad (\text{رابطه ۳-۹۴})$$

با در نظر گرفتن تابع عضویت ذوزنقه ای رابطه زیر برقرار خواهد بود.

$$x^{Def} = \frac{x_u^2 - x_l^2 + \alpha * x_l + \beta * x_u + (1/3) * (\beta^2 - \alpha^2)}{\alpha + \beta + 2 * x_u - 2 * x_l} \quad (\text{رابطه ۳-۹۵})$$

از طرف دیگر با در نظر گرفتن تابع عضویت مثلثی رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$x^{Def} = x_l + \frac{\beta - \alpha}{3} \quad (\text{رابطه ۳-۹۶})$$

برای مثال جریان مثبت قطعی $(\phi_{R_i}^+(x))^{Def}$ با دیفازی کردن جریان مثبت فازی $\phi_{R_i}^+(x) = ((\phi_{R_i}^+(x))_l, (\phi_{R_i}^+(x))_u, \alpha, \beta)$ به دست می‌آید. نهایتاً مقادیر جریان‌های قطعی که با استفاده از نمایه‌های مرجع و گزینه‌های مورد بررسی بدست می‌آید برای قواعد تخصیص جریان‌های مرزی و مرکزی قطعی بکار می‌رود. این امر منجر می‌شود گروهی یکتا بر پایه جریان‌های مختلف با استفاده از تخصیص بازه‌ای اولیه، به دست آید که این امر منجر به ویرایش نتایج می‌گردد.

۳-۲۰) متدهای رتبه بندی بر اساس برتری^۱

در این بخش متد رتبه‌بندی ارائه می‌شود که در آن مسائل تخصیص مربوط به دسته‌های نیمه ترتیبی^۲ تعریف شده با نمایه‌های مرکزی مورد بررسی قرار می‌گیرد. روش ارائه شده همانند جریان‌های

^۱ Outranking based sorting methods

^۲ Partially ordered

مرزی و مرکزی می‌باشد، با این تفاوت که در این روش بجای استفاده از متد رتبه‌بندی کامل از متد رتبه‌بندی نسبی (بر اساس گراف‌های برتری) استفاده می‌شود.

در ابتدا زیر مجموعه‌ای خاص از دسته‌های کاملاً ترتیبی در نظر گرفته می‌شود و نسخه ویرایش شده تکنیک الکترو-تری با نام "الکترو-تری مرکزی" ارائه می‌گردد. این تکنیک دسته‌ها را با استفاده از نمایه‌های مرکزی تعریف می‌شود، سپس درجه برتری بین گزینه‌ها و نمایه‌ها محاسبه می‌شود. بر این اساس، روش خوش‌بینانه و بدبینانه برای تخصیص گزینه‌ها ارائه می‌گردد.

اگرچه تکنیک ارائه شده پرافتن، متد رتبه‌بندی برای دسته‌های غیرترتیبی می‌باشد، اما استفاده از آن در موارد خاصی که دسته‌ها کاملاً مرتب‌شده هستند نیز آنالیز خواهد شد. در ادامه، تفاوت‌ها و شباهت‌های دو تکنیک الکترو-تری مرکزی و پرافتن و رابطه بین آن دو بررسی می‌گردد.

۳-۲۰-۱) الکترو-تری مرکزی^۲

در این بخش، نسخه ویرایش شده تکنیک الکترو-تری به نام الکترو-تری مرکزی برای شرایطی که دسته‌ها از پیش با نمایه‌های مرکزی (بجای نمایه‌های مرزی) تعریف شده اند ارائه می‌شود.

فرض می‌شود دسته‌ها $\dot{C}_h$ کاملاً مرتب‌شده‌اند و بجای استفاده از دو نمایه مرزی، با نمایه مرکزی یکتای $\dot{r}_h$ تعریف شده‌اند. ترتیبی بودن کامل دسته‌ها منجر به شرایط زیر می‌شود.

(رابطه ۳-۹۷)

$$1. \forall j \in G : g_j(\dot{r}_l) \leq g_j(\dot{r}_h) \text{ and } \exists j \in G g_j(\dot{r}_l) < g_j(\dot{r}_h) (\text{dominance relation})$$

$$2. \dot{r}_l < \dot{r}_h (\text{preference relation})$$

هر گزینه a از مجموعه A نسبت به بیش از یک نمایه مرکزی بی تفاوت نخواهد بود.

¹ Electre-Tri-Central

² Electre-Tri-Central

۳-۲۰-۲) قواعد تخصیص

گزینه‌های مورد بررسی، بصورت زوجی و با محاسبه درجه برتری، با نمایه‌های مرکزی تشکیل‌دهنده دسته‌ها مقایسه می‌شوند. در شرایط ایده آل گزینه a زمانی به دسته $\dot{C}_h$ تعلق می‌یابد که a و $\dot{r}_h$ نسبت به هم بی تفاوت باشند. در این شرایط $\dot{r}_h$ بدترین نمایه‌ای است که بر a برتری دارد. متقابلاً $\dot{r}_h$ بهترین نمایه برای گزینه a می‌باشد. این دو ملاحظه، اساس قواعد تخصیص خوش‌بینانه و بدبینانه را تشکیل می‌دهند.

هنگام مقایسه گزینه مورد بررسی با نمایه‌های مرکزی، شرایط متفاوتی در الگتره-تری به وجود می‌آید.

(رابطه ۳-۹۸): $(k \in N, 1 \leq k \leq j)$:

1. $\dot{r}_1 \succ a, \dot{r}_2 \succ a, \dots, \dot{r}_j \succ a, a \succ \dot{r}_{j+1}, a \succ \dot{r}_{j+2}, \dots, a \succ \dot{r}_k (I)$
2. $\dot{r}_1 \succ a, \dot{r}_2 \succ a, \dots, \dot{r}_{j-1} \succ a, a \dot{I} \dot{r}_{j+1}, a \succ \dot{r}_{j+1}, \dots, a \succ \dot{r}_k (II)$
3. $\dot{r}_1 \succ a, \dot{r}_2 \succ a, \dots, \dot{r}_{j+1} \succ a, a \gamma \dot{r}_j, a \gamma \dot{r}_{j+k-1}, a \gamma \dot{r}_{j+k}, a \gamma \dot{r}_{j+k+1}, \dots, a \succ \dot{r}_k (III)$
4. $a \succ \dot{r}_1, \dots, a \succ \dot{r}_j, \dots, a \succ \dot{r}_k (IV)$
5. $a \gamma \dot{r}_1, \dots, a \gamma \dot{r}_{j-1}, a \succ \dot{r}_j, \dots, a \succ \dot{r}_k (V)$
6. $a \dot{I} \dot{r}_1, a \succ \dot{r}_2, \dots, a \succ \dot{r}_k (VI)$
7. $\dot{r}_1 \succ a, \dot{r}_2 \succ a, \dots, \dot{r}_j \succ a, \dot{r}_k \succ a (VII)$
8. $\dot{r}_1 \succ a, \dot{r}_2 \succ a, \dots, \dot{r}_{j-1} \succ a, \dot{r}_j \gamma a, \dot{r}_k \gamma a (VIII)$
9. $\dot{r}_1 \succ a, \dot{r}_2 \succ a, \dots, \dot{r}_k \dot{I} a (IX)$

هنگام کار با نمایه‌های مرزی تنها سه حالت وجود خواهد داشت، چرا که عملکرد گزینه‌ها "بین" عملکرد بهترین و بدترین نمایه مرزی قرار می‌گیرد. در این حالت شرایط IX, IV رخ نمی‌دهند. در حالت جریان مرکزی عملکرد گزینه‌ها بین دو نمایه ایده‌آل مجازی و زیرین^۱ قرار می‌گیرد. همانند تکنیک الگتره-تری قواعد تخصیص خوش‌بینانه و بدبینانه به صورت زیر خواهد بود.

¹ nadir

۳-۲۰-۳) قاعده تخصیص خوش بینانه

گزینه مورد بررسی a زمانی به دسته $\dot{C}_h$ تعلق می‌یابد که $\dot{r}_h$ "بدترین" نمایه مرکزی باشد که بعنوان "حداقل خوب"^۱ برای آن گزینه در نظر گرفته می‌شود:

- متناوباً گزینه a و نمایه $\dot{r}_i$ با محاسبه $S(\dot{r}_i, a)$ از K تا ۱ مقایسه می‌شود.

- اگر نمایه $\dot{r}_h$ اولین نمایه‌ای باشد که در آن $\dot{r}_i Sa$ ، آنگاه $\dot{C}_{opt}(a) = \dot{C}_h$

تفاوت قاعده خوش‌بینانه در اکثره-تری مرکزی در این است که قاعده تخصیص، بجای رابطه ترجیح $\succ$ بر پایه رابطه برتری S بنا نهاده شده است.

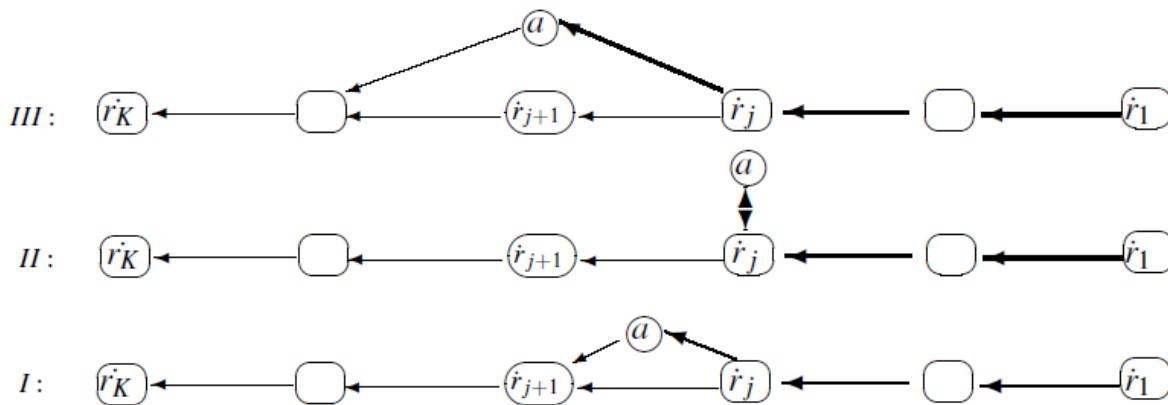
این قاعده به راحتی در گراف خوش‌بینانه S قابل مشاهده است. در این گراف گزینه‌های مورد بررسی و نمایه‌ها با دایره و رابطه برتری بین آنها با کمان نشان داده شده است. می‌توان گراف را تنها با نشان دادن روابط برتری گذرا، بصورت خلاصه نشان داد. با در نظر گرفتن مسیر $\dot{C}_{1a}$ از $\dot{r}_1$ به a ($\dot{C}_{1a} = \dot{r}_1 \rightarrow \dots \rightarrow \dot{r}_j \rightarrow a$)، قاعده تخصیص به حالت زیر تبدیل خواهد شد.

قاعده تخصیص خوش بینانه مسیر $\dot{C}_{1a}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{if } \dot{C}_{1a} \exists / \dot{C}_{opt}(a) = \dot{C}_1 \\ \text{Else : } \dot{C}_{opt}(a) = \dot{C}_j \end{array} \right\} \quad (\text{رابطه ۳-۹۹})$$

در نسخه خوش‌بینانه، برای شباهت قواعد تخصیص با مسیر برتری خوش‌بینانه، مسیر $\dot{C}_{1a}$ از بهترین نمایه (نه بدترین نمایه) آغاز شده است.

¹ as least as good as



شکل ۳-۳۴: گراف خوش‌بینانه S خلاصه شده: xSy

در مورد دوم شکل ۳-۳۳، گزینه مورد بررسی a نسبت به نمایه $\dot{r}_j$ مرجع که بدترین نمایه‌ی "حداقل مناسب" برای گزینه a می‌باشد بی‌تفاوت است. پس بر اساس قاعده تخصیص به دسته $\dot{C}_j$ تعلق می‌یابد. همچنین اگر مسیر $\dot{C}_{1a}$ وجود نداشته باشد (شرایط IV, V) بدین معنا است که $\dot{r}_1 - S_a$ و گزینه a به بهترین دسته تعلق خواهد یافت: $\dot{C}_{opt}(a) = \dot{C}_1$

۳-۲۰-۴) قاعده تخصیص بدبینانه

گزینه مورد بررسی a زمانی به دسته $\dot{C}_h$ تعلق می‌یابد که $\dot{r}_h$ "بهترین" نمایه مرکزی باشد که بعنوان "حداقل خوب"^۱ برای آن گزینه در نظر گرفته می‌شود.

• متناوباً گزینه a و نمایه $\dot{r}_i$ با محاسبه $S(a, \dot{r}_i)$ از ۱ تا K مقایسه می‌شود.

• اگر نمایه $\dot{r}_h$ اولین نمایه‌ای باشد که در آن $aS\dot{r}_i$ ، آنگاه $\dot{C}_{pess}(a) = \dot{C}_h$

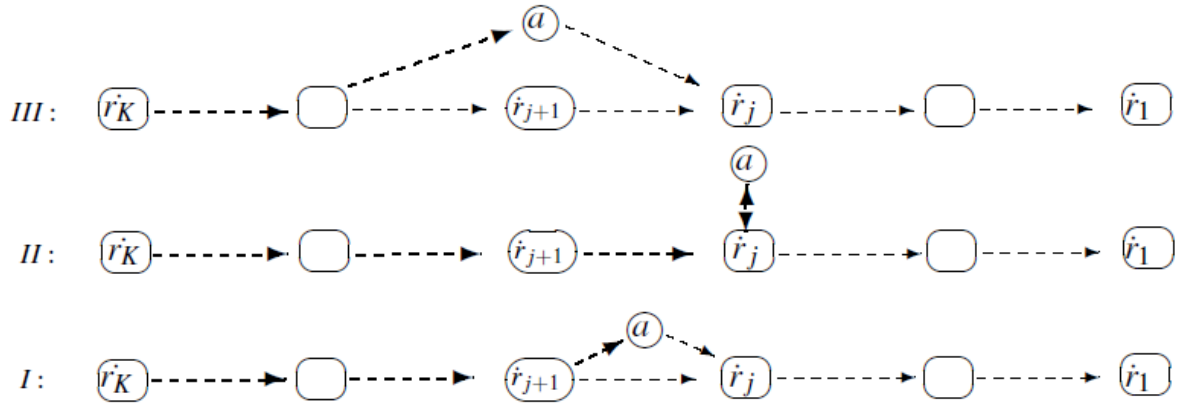
در این حالت نیز گراف S خوش‌بینانه خلاصه شده، با تعریف مسیر $\dot{C}_{Ka}$ از $\dot{r}_K$ به a به صورت زیر در خواهد آمد.

$$\dot{C}_{Ka} = \dot{r}_K \dashrightarrow \dots \dashrightarrow \dot{r}_j \dashrightarrow (a)$$

¹ as least as good as

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{if } \dot{C}_{Ka} \exists / \dot{C}_{pess}(a) = \dot{C}_K \\ \text{Else} : \dot{C}_{pess}(a) = \dot{C}_j \end{array} \right\} : \dot{C}_{1a}$$

قاعده تخصیص بد بینانه



شکل ۳-۳۵ گراف خلاصه شده بد بینانه xSy

در مورد دوم شکل ۳-۳۴، گزینه a نسبت به نمایه $\dot{r}_j$ بی تفاوت است. پس بر اساس قاعده تخصیص،

به دسته $\dot{C}_j$ تعلق می یابد. لازم به ذکر است در شرایطی که مسیر $\dot{C}_{Ka}$ وجود نداشته باشد (مورد

(VII, VIII) به معنای $a-S\dot{r}_K$ بوده و گزینه a به بدترین دسته تعلق خواهد یافت.

به منظور آنالیز شاخصه های قواعد تخصیص، نتایج تخصیص در شرایط زیر تعریف شده اند.

$$(k \in N, 0 \leq k \leq j)$$

(رابطه ۳-۱۰۰)

$$1. \dot{r}_1 \succ a, \dot{r}_2 \succ a, \dots, \dot{r}_j \succ a, a \succ \dot{r}_{j+1}, a \succ \dot{r}_{j+2}, \dots, a \succ \dot{r}_k (I)$$

$$\text{we have } \dot{C}_{opt} = \dot{C}_j \text{ and } \dot{C}_{pess} = \dot{C}_{j+1}$$

$$2. \dot{r}_1 \succ a, \dot{r}_2 \succ a, \dots, \dot{r}_{j-1} \succ a, a \dot{I} \dot{r}_j, a \succ \dot{r}_{j+1}, \dots, a \succ \dot{r}_k (II)$$

$$\text{we have } \dot{C}_{opt} = \dot{C}_j \text{ and } \dot{C}_{pess} = \dot{C}_j$$

$$3. \dot{r}_1 \succ a, \dot{r}_2 \succ a, \dots, \dot{r}_{j-1} \succ a, a \gamma \dot{r}_j, \dots, a \gamma \dot{r}_{j+k-1}, a \gamma \dot{r}_{j+k}, a \gamma \dot{r}_{j+k-1}, a \succ \dot{r}_{k+j+1}, \dots, a \succ \dot{r}_k (III)$$

$$\text{we have } \dot{C}_{opt} = \dot{C}_{j-1} \text{ and } \dot{C}_{pess} = \dot{C}_{j+k+1}$$

$$4. a \succ \dot{r}_1, \dots, a \succ \dot{r}_j, \dots, a \succ \dot{r}_k (IV)$$

$$\text{we have } \dot{C}_{opt} = \dot{C}_1 \text{ and } \dot{C}_{pess} = \dot{C}_1$$

$$5. a \gamma \dot{r}_1, \dots, a \gamma \dot{r}_{j-1}, a \succ \dot{r}_j, \dots, a \succ \dot{r}_k (V)$$

$$\text{we have } \dot{C}_{opt} = \dot{C}_1 \text{ and } \dot{C}_{pess} = \dot{C}_j$$

$$6. a \dot{I} \dot{r}_1, a \succ \dot{r}_2, \dots, a \succ \dot{r}_k (VI)$$

$$\text{we have } \dot{C}_{opt} = \dot{C}_1 \text{ and } \dot{C}_{pess} = \dot{C}_1$$

$$7. \dot{r}_1 \succ a, \dot{r}_2 \succ a, \dots, \dot{r}_j \succ a, \dot{r}_k \succ a (VII)$$

$$\text{we have } \dot{C}_{opt} = \dot{C}_k \text{ and } \dot{C}_{pess} = \dot{C}_k$$

$$8. \dot{r}_1 \succ a, \dot{r}_2 \succ a, \dots, \dot{r}_{j-1} \succ a, \dot{r}_j \gamma a, \dot{r}_k \gamma a (VIII)$$

$$\text{we have } \dot{C}_{opt} = \dot{C}_{j-1} \text{ and } \dot{C}_{pess} = \dot{C}_k$$

$$9. \dot{r}_1 \succ a, \dot{r}_2 \succ a, \dots, \dot{r}_k \dot{I} a (IX)$$

$$\text{we have } \dot{C}_{opt} = \dot{C}_k \text{ and } \dot{C}_{pess} = \dot{C}_k$$

قواعد تخصیص بالا به راحتی قابل درک هستند. در مورد III ($K=1$) k برابر تعداد نمایه های

مرکزی است که غیرقابل مقایسه با گزینه a هستند. اگر $K=1$ گزینه a با نمایه $\dot{r}_j$ غیرقابل مقایسه

است. از طرف دیگر a بر نمایه های $\dot{r}_j, \dots, \dot{r}_{j-1}$ برتری دارد و نمایه های $\dot{r}_{j+1}, \dots, \dot{r}_K$ بر آن برتری

دارند. از آنجا که این گزینه با نمایه $\dot{r}_j$ غیرقابل مقایسه است، به نزدیک ترین دسته بهتر یا بدتر (بر

اساس قواعد خوش بینانه و بدبینانه) که عبارت اند از $\dot{C}_{j-1}, \dot{C}_{j+1}$ تعلق می یابد. لازم به ذکر است هر

یک از شرایط بی تفاوتی یا غیرقابل مقایسه بودن، تهدیدهای متفاوتی دارند که تمایز اصلی تکنیک

جریان مرزی و الکره-تری مرکزی را تشکیل می‌دهند. الکره-تری مرکزی با روشی مکانی از پیش ترتیب نسبی بین گزینه‌ها و نمایه‌ها استفاده می‌کند. در تکنیک جریان مرکزی، اگر گزینه‌ای دقیقاً با نمایه مرجعی غیرقابل‌مقایسه باشد، بر خلاف الکره-تری مرکزی به همان دسته تعلق می‌یابد، چرا که از پیش ترتیب کامل برای تخصیص استفاده می‌کند.

فصل چهارم

تجزیه و تحلیل داده ها

۴-۱) مقدمه

در این فصل با توجه به سوالات طرح شده و فرآیند پژوهش، نتایج هر مرحله به تفکیک مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد.

- مرحله اول، شناسایی مهم‌ترین معیارها در انتخاب سهام
از آنجا که عامل نقدشوندگی سهام، تاثیر اساسی در انتخاب سرمایه‌گذاران دارد، در این پژوهش از چهار معیار اختلاف قیمت، تعداد دفعات معاملات، متوسط حجم معاملات و ارزش معاملات برای سنجش نقدشوندگی استفاده شده است.
- مرحله دوم: مدل‌سازی مسئله انتخاب سهام با توجه به اهداف شناسایی شده
برای پیاده‌سازی تکنیک ارائه شده در پژوهش، لازم است اطلاعات اولیه سهام‌های موردنظر را برای تشکیل پورتفوی بهینه در اختیار داشت. از آنجا که تنوع‌بخشی یکی از راهکارهای اصلی بهینه‌سازی پورتفوی سهام به شمار می‌رود، در این پژوهش از اطلاعات سهام ۲۰ شرکت مختلف از صنایع داروسازی، پتروشیمی، غذایی و... که تعداد روزهای معاملاتی بیش از ۱۰۰ روز و سال مالی منتهی به اسفندماه (بدون تغییر تاریخ مالی طی دوره مورد بررسی) داشته‌اند، بر اساس داده‌های ماهانه منتشره در سایت رسمی بورس و اوراق بهادار برای تیر ماه سال ۱۳۹۳ استفاده شده است. این اطلاعات در جدول ۴-۱ نشان داده شده است.

جدول ۴-۱ داده های مربوط به نقدشوندگی ۲۰ سهم

ارزش معاملات	متوسط حجم معاملات	تعداد دفعات معامله	اختلاف قیمت	نام سهام شرکت
12,651,475,076.00	79,965.00	1,838.00	۱۴.۳۳	آبسال
48,336,421,980.00	177,523.00	3,300.00	۱۲۳.۳۶	آبادگران
6,903,617,618,385.00	625,738.00	32,134.00	۸۲۶.۵۳	ارتباطات سیار
52,826,414,738.00	20,639.00	1,373.00	۱۴۵.۳۵	البرز دارو
76,748,282,655.00	394,579.00	8,623.00	۲۷.۱۳	الیاف مصنوعی
3,338,493,449,949.00	4,712,628.00	32,593.00	۹۵.۵۹	ایران خودرو
62,401,347,671.00	81,087.00	2,491.00	۹۶.۹۷	ایران دارو
1,148,427,719,880.00	1,346,694.00	23,150.00	۸۸.۶۸	بانک اقتصاد نوین
8,930,419,854,770.00	13,156,680.00	53,250.00	۷۵.۳۵	بانک پارسیان
17,479,253,110.00	9,815.00	1,291.00	۱۴۲.۹۷	بهنوش
1,018,714,663,473.00	1,846,330.00	3,666.00	۶۳.۱۹	بیمه آسیا
9,575,476,927.00	33,411.00	1,324.00	۳۳.۰۷	پارس خزر
1,044,672,468,349.00	2,121,552.00	37,160.00	۶۳.۶۲	پالایش نفت تبریز
51,488,368,105.00	66,010.00	4,150.00	70.03	پاکسان
2,412,759,461,444.00	1,190,367.00	14,059.00	207.54	پترشیمی زاگرس
69,754,631,316.00	124,284.00	4,912.00	55.28	سیمان شاهرود
3,808,944,999,334.00	5,140,470.00	102,293.00	91.2	گروه مپنا
8,544,851,814.00	14,206.00	804.00	168.3	لبنیات پاک
101,828,388,342.00	178,884.00	4,646.00	57.3	لیزینگ ایران
4,813,193,098,769.00	5,890,634.00	78,983.00	96.96	مخابرات ایران

نمایه های مرکزی و مرزی دسته ها که با نظر خبرگان تعیین شده اند در جداول ۴-۲ نشان داده شده

است. این نمایه های پیشنهادی، ۴ دسته ترتیبی از "نقدشوندگی بالا تا نقدشوندگی ضعیف" را تشکیل

می دهند.

جدول ۴-۲-۱ نمایه‌های مرکزی دسته‌ها

ارزش معاملات	متوسط حجم معاملات	تعداد دفعات معامله	اختلاف قیمت	
۱۰۰۰۰۰۰۰	۱۵۰۰۰۰۰۰	۱۰۵۰۰۰	۱۰	نمایه ۱
۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰	۵۰	نمایه ۲
۱۰۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰	۵۰۰۰	۱۳۰	نمایه ۳
۱۰۰۰۰	۹۰۰۰	۸۰۰	۲۱۰	نمایه ۴

جدول ۴-۲-۲ نمایه‌های مرزی دسته‌ها

ارزش معاملات	متوسط حجم معاملات	تعداد دفعات معامله	اختلاف قیمت	
۱۵۰۰۰۰۰۰	۱۲۰۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰	۱۵	نمایه ۱
۱۰۰۰۰۰۰	۹۰۰۰۰۰۰	۸۰۰۰	۳۵	نمایه ۲
۵۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰	۵۵۰۰	۷۵	نمایه ۳
۱۰۰۰۰۰	۶۰۰۰۰	۳۰۰۰	۱۵۰	نمایه ۴
۲۰۰۰۰	۱۰۰۰	۵۰۰	۲۱۰	نمایه ۵

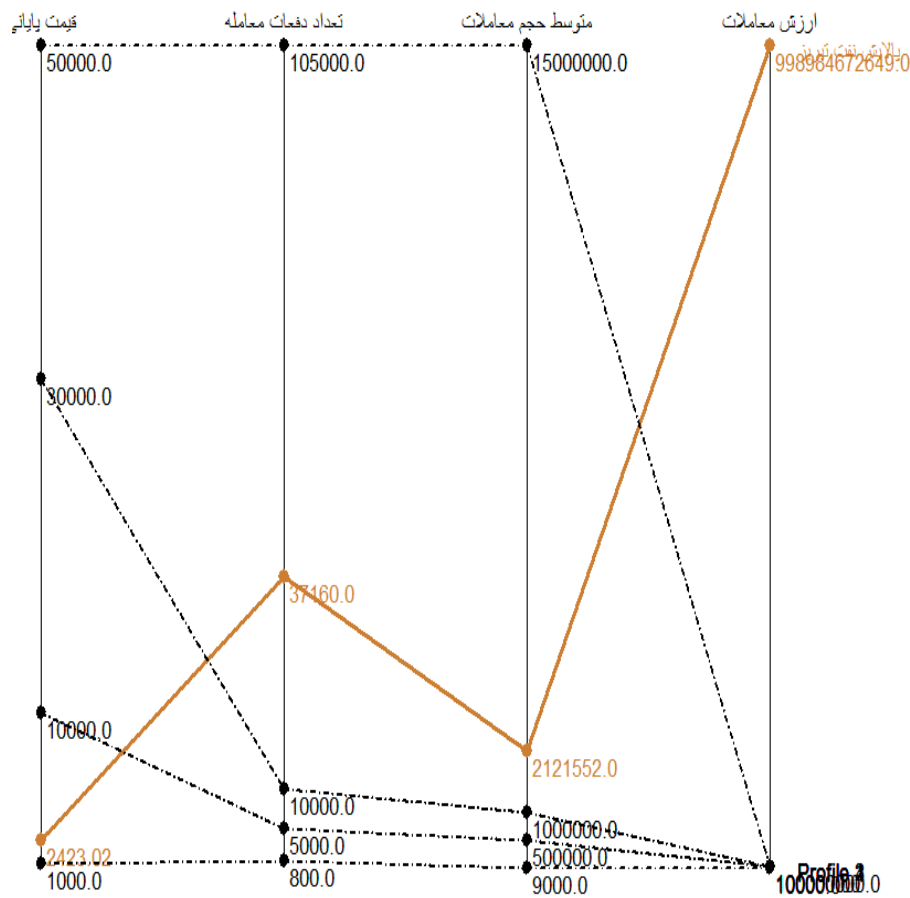
تصمیم‌گیرنده می‌تواند با توجه به اهمیت هریک از معیارها، وزن ویژه‌ای به آن اختصاص دهد. در جدول ۴-۳، آستانه ترجیح، آستانه بی تفاوتی، وزن و نوع تابع ترجیح برای هر معیار بر اساس نظر تصمیم‌گیرنده داده شده است.

جدول ۳-۴ اطلاعات دریافتی از تصمیم گیرنده

ارزش معاملات	متوسط حجم معاملات	تعداد دفعات معاملات	اختلاف قیمت	معیارهای مورد نظر
۱	۱	۱	۱	آستانه ترجیح
۰	۰	۰	۰	آستانه بی تفاوتی
۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	وزن معیار
گوسین	خطی	گوسین	خطی	تابع ترجیح

در جدول ۴-۴ برای نمونه موقعیت سهام شرکت پالایش نفت تبریز بین نمایه‌های مرزی پیشنهاد شده توسط خبرگان نشان داده شده. هر سهم با توجه به موقعیت نسبی که در معیارهای ۴ گانه نسبت به نمایه مرجع دارد، برای قرارگیری در دسته مربوطه آنالیز می‌شود.

جدول ۴-۴. موقعیت سهام بین نمایه های مرجع



در جدول ۴-۵ درجه برتری هر سهم نسبت به سایر سهامها محاسبه شده است. مقادیر این درجه برتری همان گونه که در فصل ۳ نیز بیان شد، عددی بین صفر و یک است. برای مثال، سهام شرکت مپنا با درجه برتری ۱ نسبت به سهام شرکت سیمان شاهرود، کاملاً بر آن برتری دارد. این در حالی است که درجه برتری سهام مپنا بر بانک پارسیان برابر ۰.۵ می باشد و طبق دسته بندی که در ادامه نشان داده خواهد شد، این دو سهم در یک دسته قرار خواهند گرفت.

جدول ۴-۵ نمایش درجه برتری سهام‌ها نسبت به یکدیگر

مخابرات	لیزینگ	پاک	مپنا	شاهرود	زاگرس	پاکسان	تبریز	خزر	آسیا	بهنوش	ب.پارسیان	ب.انوین	ا.دارو	ا.خودرو	ا.مصنوعی	ال.دارو	ار.سیار	آبادگران	آبسال	سهام
۰.۲۵	۰	۰.۷۵	۰	۰	۰	۰.۲۵	۰	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰.۵	۰.۲۵	۰	۰	آبسال
۰.۲۵	۰	۰.۷۵	۰	۰.۲۵	۰	۰.۲۵	۰	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۷۵	۰	۰	۰.۵	۰	۰.۲۵	۰.۵	۰.۲۵	۰	۱	آبادگران
۰.۵	۰.۷۵	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۷۵	۰.۵	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۷۵	۰.۵	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۵	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۷۵	۰.۷۵	۰	۰.۷۵	۰.۷۵	ار.سیار
۰.۵	۰.۲۵	۱	۰.۲۵	۰.۲۵	۰	۰.۵	۰.۲۵	۰.۷۵	۰.۵	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰	۰.۲۵	۰.۵	۰.۵	ال.دارو
۰.۲۵	۰.۵	۰.۷۵	۰	۰.۵	۰	۰.۷۵	۰	۰.۷۵	۰.۵	۰.۷۵	۰	۰	۰.۷۵	۰	۰	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۷۵	۱	ا.مصنوعی
۰.۵	۱	۰.۷۵	۰.۲۵	۱	۰.۷۵	۰.۷۵	۰.۵	۱	۰.۷۵	۰.۷۵	۰.۵	۰.۷۵	۰.۷۵	۰	۱	۰.۷۵	۰.۷۵	۱	۱	ا.خودرو
۰.۵	۰.۲۵	۱	۰.۲۵	۰.۲۵	۰	۰.۷۵	۰.۲۵	۱	۰.۵	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۵	۱	ا.دارو
۰.۷۵	۰.۷۵	۰.۷۵	۰.۲۵	۱	۰.۵	۱	۰.۲۵	۱	۰.۵	۰.۷۵	۰.۵	۰	۰.۷۵	۰.۲۵	۱	۰.۷۵	۰.۵	۱	۱	ب.انوین
۰.۵	۰.۷۵	۰.۷۵	۰.۵	۱	۰.۵	۰.۷۵	۰.۷۵	۱	۰.۷۵	۰.۷۵	۰	۰.۵	۰.۷۵	۰.۵	۱	۰.۷۵	۰.۷۵	۱	۱	ب.پارسیان
۰.۵	۰.۲۵	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۵	۰	۰	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۵	بهنوش
۰.۵	۰.۵	۱	۰.۲۵	۰.۵	۰.۲۵	۰.۵	۰.۲۵	۱	۰	۰.۵	۰.۲۵	۰.۵	۰.۵	۰.۲۵	۰.۵	۰.۵	۰.۵	۰.۷۵	۰.۷۵	آسیا
۰.۲۵	۰	۰.۷۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰.۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	خزر
۰.۵	۰.۷۵	۰.۷۵	۰.۲۵	۱	۰.۷۵	۰.۷۵	۰	۱	۰.۷۵	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۷۵	۰.۷۵	۰.۵	۱	۰.۷۵	۰.۷۵	۱	۱	تبریز
۰.۵	۰.۲۵	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰	۰	۰	۱	۰.۷۵	۰.۷۵	۰.۲۵	۰	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۵	۰.۲۵	۰.۷۵	۰.۷۵	پاکسان
۰.۷۵	۱	۱	۰.۲۵	۱	۰	۱	۰.۲۵	۱	۰.۷۵	۰.۷۵	۰.۵	۰.۵	۱	۰.۲۵	۱	۱	۰.۵	۱	۱	زاگرس
۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۷۵	۰	۰	۰	۰	۰	۱	۰.۷۵	۰.۷۵	۰	۰	۰.۷۵	۰	۰	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۷۵	۱	شاهرود
۰.۵	۱	۰.۷۵	۰	۱	۰.۷۵	۰.۷۵	۰.۷۵	۱	۰.۷۵	۰.۷۵	۰.۵	۰.۷۵	۰.۷۵	۰.۷۵	۱	۰.۷۵	۰.۷۵	۱	۱	مپنا
۰.۵	۰.۲۵	۰	۰.۲۵	۰.۲۵	۰	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰	۰.۲۵	۰.۲۵	۰	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۲۵	پاک
۰.۵	۰	۰.۷۵	۰	۰.۷۵	۰	۰.۷۵	۰.۲۵	۱	۰.۵	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۲۵	۰.۷۵	۰	۰	۰.۷۵	۰.۲۵	۱	۱	لیزینگ
۰	۰.۵	۰.۵	۰.۵	۰.۷۵	۰.۲۵	۰.۵	۰.۵	۰.۷۵	۰.۵	۰.۵	۰.۵	۰.۲۵	۰.۵	۰.۵	۰.۷۵	۰.۵	۰.۵	۰.۷۵	۰.۷۵	مخابرات

در جدول ۴-۶ جریان‌های ورودی، خروجی و خالص ۲۰ سهم نشان داده‌است. با توجه به امتیازات کسب شده، هر سهم علاوه بر رتبه‌بندی، به دسته متناظر تخصیص داده شده‌است. لازم به ذکر است رتبه‌بندی بر اساس میزان جریان خالص صورت گرفته است. بدین معنا که بیش‌ترین جریان خالص که به سهام شرکت مپنا تعلق دارد، نشان دهنده برتری کامل این سهم در معیارهای ۴گانه بر سایر سهام‌ها می‌باشد.

جدول ۴-۶ محاسبه جریان های ورودی، خروجی و خالص سهام و رتبه بندی آن ها

رتبه	معیار ۴	معیار ۳	معیار ۲	معیار ۱	جریان ها	نام سهام
۱۹	۲۵۳۴	۱۳۲۵	۲۵۳۴	۱۲۵۱	جریان ورودی	آبسال
	۸۶۷۳	۷۶۲۶	۸۵۵۵	۵۰۶۴	جریان	
	-۶۱۳۹	-۶۳۰۱	-۶۰۲۱	-۶۳۱۵	خروجی	
					جریان خالص	
۱۷	۲۴۵۵	۱۵۲۵	۱۱۲۵	۱۲۵۶	جریان ورودی	آبادگران
	۶۳۲۰	۵۴۴۸	۴۹۴۴	۵۲۰۳	جریان	
	-۳۸۶۵	-۳۹۲۳	-۳۸۱۹	-۳۹۴۷	خروجی	
					جریان خالص	
۷	۵۹۴۷	۴۴۶۲	۳۲۸۰	۲۳۶۵	جریان ورودی	ارتباطات سیار
	۳۹۱۱	۲۴۷۵	۱۴۶۵	۴۲۰۷	جریان	
	۲۰۳۶	۱۹۸۷	۱۸۱۵	۱۸۴۲	خروجی	
					جریان خالص	
۱۵	۲۷۴۵	۱۹۲۵	۵۱۲۵	۱۳۶۵	جریان ورودی	البرز دارو
	۴۸۹۹	۳۹۵۳	۷۲۹۰	۳۴۷۰	جریان	
	-۲۱۵۴	-۲۰۲۸	-۲۱۷۸	-۲۱۰۵	خروجی	
					جریان خالص	
۱۲	۲۳۲۵	-۲۴۲۵	-۱۹۲۵	۱۱۳۷	جریان ورودی	الیاف مصنوعی
	۳۶۲۶	۳۸۵۴	۳۲۵۴	۲۴۵۲	جریان	
	-۱۳۰۱	-۱۴۲۹	-۱۳۲۹	-۱۳۱۵	خروجی	
					جریان خالص	
۱۱	۳۶۷۵	۲۱۲۵	۰	۳۱۲۵	جریان ورودی	ایران دارو
	۴۳۶۷	۲۷۴۸	۰۵۸۱	۳۶۵۱	جریان	
	-۰۶۹۲	-۰۶۲۳	-۰۵۸۱	-۰۵۲۶	خروجی	
					جریان خالص	
۲	۶۳۶۲	۶۰۲۴	۷۱۲۵	۶۱۲۵	جریان ورودی	ایران خودرو
	۱۱۱۶	۰۶۷۴	۱۵۵۷	۰۸۶۲	جریان	
	۵۲۴۶	۵۳۵۰	۵۵۶۸	۵۲۶۳	خروجی	
					جریان خالص	
۶	۵۱۹۲	۵۹۱۵	۸۱۲۵	۵۴۶۸	جریان ورودی	بانک اقتصاد
	۱۲۳۵	۱۸۷۰	۳۹۷۱	۱۵۲۱	جریان	

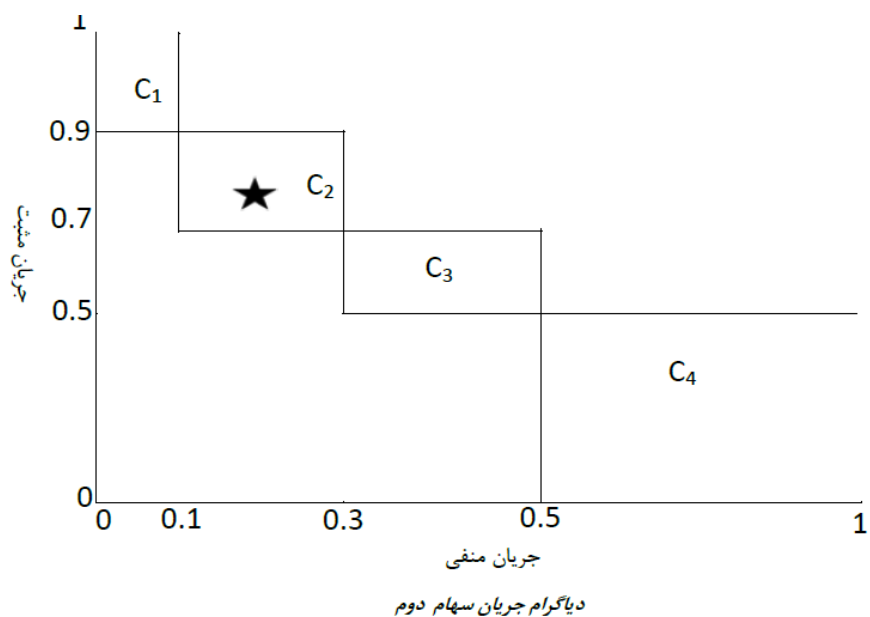
نوین	خروجی جریان خالص	۳۹۴۷	۴۱۵۴	۴۰۴۵	۳۹۵۷	
بانک پارسیان	جریان ورودی	۴۲۰۱	۶۱۷۵	۶۰۳۵	۴۹۱۳	۴
	جریان	۰۹۰۹	۱۱۷۱	۰۸۵۷	۰۲۲۸	
	خروجی	۵۱۱۰	۵۰۰۴	۵۱۷۸	۵۱۴۱	
	جریان خالص					
بهنوش	جریان ورودی	۲۷۴۹	۲۳۴۱	۲۰۵۴	۱۹۸۷	۱۶
	جریان	۶۱۷	۵۸۴۴	۵۵۱۸	۵۳۳۹	
	خروجی	-۳۴۲۱	-۳۵۰۳	-۳۴۶۴	-۳۳۵۲	
	جریان خالص					
بیمه آسیا	جریان ورودی	۲۱۵۸	۲۸۰۵	۲۳۹۳	۲۰۳۵	۱۰
	جریان	۱۸۹۵	۲۴۵۱	۱۹۹۵	۱۷۴۱	
	خروجی	۰۲۶۳	۰۳۵۴	۰۳۹۸	۰۲۹۴	
	جریان خالص					
پارس خزر	جریان ورودی	۱۹۰۷	۰۹۷۶	۱۴۳۷	۲۳۶۱	۲۰
	جریان	۹۰۱۲	۷۷۱۵	۷۴۳۹	۹۴۴۲	
	خروجی	-۷۱۰۵	-۶۷۳۹	-۶۹۳۹	-۷۰۸۱	
	جریان خالص					
پالایش تبریز	جریان ورودی	۷۱۴۸	۸۱۵۷	۵۴۰۵	۶۴۹۵	۵
	جریان	۲۴۱۲	۳۲۱۴	۰۶۵۰	۱۶۷۲	
	خروجی	۴۷۳۶	۴۹۴۳	۴۷۵۵	۴۸۲۳	
	جریان خالص					
پاکسان	جریان ورودی	۴۳۵۸	۶۴۳۱	۵۱۹۵	۵۷۴۹	۱۴
	جریان	۶۲	۸۵۱	۷۰۳۱	۷۶۷۶	
	خروجی	-۱۸۴۲	-۱۹۷۹	-۱۸۳۶	-۱۹۲۷	
	جریان خالص					
پتروشیمی زاگرس	جریان ورودی	۶۷۹۱	۶۹۰۵	۷۴۶۲	۸۰۱۵	۲
	جریان	۱۵۲۸	۱۵۸۳	۱۹۶	۲۶۴۶	
	خروجی	۵۲۶۳	۵۳۱۸	۵۵۰۲	۵۳۶۹	
	جریان خالص					
سیمان شاهرود	جریان ورودی	۲۳۴۵	۳۲۷۱	۳۷۹۱	۵۰۱۵	۱۳
	جریان	۳۳۶	۳۷۸۶	۵۲۸۲	۶۳۵	

	خروجی جریان خالص	-۱۳۱۵	-۱۴۱۵	-۱۴۹۱	-۱۳۳۵	
۱	گروه مپنا	جریان ورودی	۷۹۲۵	۸۷۹۱	۹۶۰۵	۸۶۳۲
		جریان	۱۸۷۳	۲۷۵۲	۳۴۶۲	۲۵۲۹
		خروجی	۶۰۵۲	۶۰۳۹	۶۱۴۳	۶۱۰۳
		جریان خالص				
۱۸	لبنیات پاک	جریان ورودی	۱۴۶۸	۱۳۲۵	۳۷۶۲	۲۴۵۱
		جریان	۷۲۵۷	۷۲۵۹	۹۸۰۵	۸۲۲۲
		خروجی	-۵۷۸۹	-۵۹۳۴	-۶۰۴۳	-۵۷۷۱
		جریان خالص				
۹	لیزینگ ایران	جریان ورودی	۲۴۷۶	۴۵۲۳	۱۵۷۳	۴۸۳۴
		جریان	۱۹۵	۴۱۷۶	۱۱۷۲	۴۲۶۳
		خروجی	۰۵۲۶	۰۳۴۷	۰۴۰۱	۰۵۷۱
		جریان خالص				
۸	مخابرات ایران	جریان ورودی	۶۵۳۷	۳۵۹۱	۷۴۲۸	۵۸۱۰
		جریان	۵۷۴۸	۲۷۵۷	۶۷۰۳	۴۸۸۷
		خروجی	۰۷۸۹	۰۸۳۴	۰۷۲۵	۰۹۲۳
		جریان خالص				

شکل ۴-۱ نمایی از نحوه تخصیص سهام شرکت مپنا را بر اساس جریان ورودی و خروجی نشان داده-

است. علامت ستاره نشان‌دهنده جایگاه این سهام بین دسته‌های ۴ گانه می‌باشد. همان‌گونه که در

شکل مشخص شده، این سهم به دسته دوم تعلق یافته‌است.



شکل ۴-۱ نحوه تعیین موقعیت سهام بین دسته‌ها

جدول ۴-۸ نتایج تخصیص سهام شرکت‌های مورد بررسی به دسته‌های متناظر را نشان داده‌است. بر این اساس تصمیم‌گیرنده بسته به میزان ریسک‌پذیری، قادر خواهد بود سهام‌های مطلوب را برای پورتفوی بهینه خود، از میان دسته‌های مرتب شده برگزیند. با استفاده از متدلوژی ارائه‌شده در این پژوهش، تصمیم‌گیرنده از میان انبوه سهام‌های موجود در بازار، سهام‌هایی با نقدشوندگی مطلوب و قابل قبول را برای تشکیل پورتفوی بهینه خود انتخاب می‌نماید.

جدول ۴-۷-۱ تخصیص سهام به دسته های ترتیبی (مرکزی)

دسته ی اول نقدشوندگی زیاد	دسته ی دوم نقدشوندگی متوسط	دسته ی سوم نقدشوندگی کم	دسته ی چهارم نقدشوندگی ضعیف
-----	گروه مپنا ایران خودرو پتروشیمی زاگرس بانک پارسیان بانک اقتصاد نوین پالایش نفت تبریز ارتباطات سیار	بیمه آسیا مخابرات ایران البرز دارو الیاف مصنوعی پاکسان ایران دارو لیزینگ ایران سیمان شاهرود	آبسال لبنیات پاک پارس خزر آباد گران بهنوش

جدول ۴-۷-۲ تخصیص سهام ها به دسته های ترتیبی (مرزی)

دسته ی اول نقدشوندگی زیاد	دسته ی دوم نقدشوندگی متوسط	دسته ی سوم نقدشوندگی کم	دسته ی چهارم نقدشوندگی ضعیف
-----	گروه مپنا ایران خودرو پتروشیمی زاگرس بانک پارسیان بانک اقتصاد نوین پالایش نفت تبریز ارتباطات سیار لیزینگ ایران	بیمه آسیا مخابرات ایران البرز دارو - ایران دار آبادگران بهنوش الیاف مصنوعی پاکسان سیمان شاهرود	آبسال لبنیات پاک پارس خزر

فصل پنجم

نتیجه گیری

۵-۱) مقدمه

هدف اصلی هر پژوهش، دستیابی به خروجی‌هایی است که پژوهشگر در فرآیند تحقیق، دنبال نموده است. از این رو بدون تجزیه تحلیل و تبیین دقیق نتایج، فرآیند پژوهش بی‌نتیجه و ناکارا خواهد بود. بنابراین دسته‌بندی و آنالیز نتایج و خروجی‌ها، از مهم‌ترین بخش‌های هر پژوهش به حساب می‌آید. طی سالیان اخیر سرمایه‌گذاری در بازارهای مالی، بویژه بورس اوراق بهادار، توجه عده زیادی را به خود جلب نموده. دو رکن اصلی این بازار "ریسک و بازده" بعنوان چالش‌برانگیزترین مقوله‌ها در فرآیند سرمایه‌گذاری مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته‌اند. ویژگی ذاتی ریسک‌گریزی سبب شده تا مسئله "انتخاب سهام" از اهمیت ویژه‌ای نزد سرمایه‌گذاران برخوردار گردد و از آنجا که تشکیل پورتفوی سهام یکی از راهکارهای مناسب جهت کاهش ریسک بشمار می‌آید در این پژوهش تلاش شد با ارائه تکنیکی نوین، به سرمایه‌گذاران در تعیین موقعیت سهام‌های مورد بررسی برای تشکیل پورتفوی بهینه یاری رساند. با استفاده از این تکنیک، سرمایه‌گذار قادر خواهد بود از میان انبوه سهام‌های موجود در بازار بورس، مطلوب‌ترین و برترین‌ها را با در نظر گرفتن معیارهای چندگانه، موقعیتیابی نموده و گزینش سهام‌های پورتفوی بهینه را از میان دسته‌های برتر انجام دهد.

۵-۲) نتیجه گیری

مرور ادبیات و پیشینه پژوهش نشان می‌دهد انتخاب سهام برای تشکیل پورتفوی بهینه از جمله اساسی‌ترین دغدغه‌های سرمایه‌گذاران در بورس اوراق بهادار می‌باشد. از آنجا که هر سهم در معیارهای مختلف، عملکردهایی متفاوت و گاهی متضاد دارد، ارائه تکنیکی کاربردی که هر سهم را با توجه به درجه تعلق و میزان برتری، به دسته‌های از پیش تعیین شده اختصاص دهد برای سرمایه‌گذاران ضروری بنظر می‌رسد.

در این پژوهش قدرت نقدشوندگی ۲۰ سهم از شرکت‌های مختلف گروه‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور اطلاعات مربوط به ۴ معیار اختلاف قیمت، تعداد دفعات معامله، ارزش معاملات و متوسط حجم معاملات از سامانه اطلاعاتی سازمان بورس اوراق بهادار استخراج گردید و با توجه به اطلاعات دریافتی از خبرگان بازار سرمایه، سهام‌ها علاوه بر رتبه‌بندی، به دسته‌های ترتیبی از پیش تعریف‌شده اختصاص یافتند. بدین ترتیب سرمایه‌گذاران قادر خواهند بود سهام‌های مطلوب برای تشکیل پورتفوی بهینه را از میان دسته‌ها با نقدشوندگی مناسب برگزینند.

بر اساس نتایج پژوهش، از میان ۲۰ سهم مورد بررسی، سهام شرکت مپنا رتبه اول و شرکت پارس خزر آخرین رتبه‌ی نقدشوندگی را کسب نمودند. ۴۰٪ سهام‌ها به دسته با نقدشوندگی متوسط، ۴۵٪ به دسته با نقدشوندگی کم و ۱۵٪ به دسته با نقدشوندگی ضعیف تعلق یافتند. همچنین هیچ سهمی در دسته اول (نقدشوندگی بالا) قرار نگرفت. این امر نشان‌دهنده قدرت نقدشوندگی نسبتاً پائین بازار سهام ایران می‌باشد. از این رو نتایج پژوهش می‌تواند بعنوان راهکاری برای بهبود سیاست‌گذاری‌های بازار سرمایه مورد توجه فعالان این عرصه مورد توجه قرار گیرد.

با توجه به نتایج حاصل از پژوهش، استفاده از تکنیک جریان‌های مرزی و مرکزی برای تعیین موقعیت سهام‌های پورتفوی بهینه سرمایه‌گذاران سودمند به نظر می‌رسد. کاربرد این تکنیک، بویژه برای

سرمایه‌گذاران تازه‌کار بدلیل سهولت استفاده و کاهش هزینه‌های واسطه‌ای مالی و انسانی بسیار سودمند خواهد بود.

۵-۳) محدودیت‌های پژوهش

اصلی‌ترین محدودیت در انجام پژوهش حاضر، عدم دسترسی به منبع فارسی و ناشناخته بودن نرم‌افزار کاربردی مربوطه بدلیل بدیع بودن تکنیک می‌باشد. داده‌های استفاده شده در این پژوهش برای یک مقطع زمانی (تک دوره‌ای) استفاده شده است. بدلیل نوسان زیاد این داده‌ها طی زمان، نتایج حاصله ممکن است در دراز مدت با تغییراتی مواجه شود. از سوی دیگر تعداد دسته‌های تعریف شده در این پژوهش بر اساس نظر خبرگان حوزه مالی ۴ عدد تعیین شده بود که در میزان پراکندگی سهام‌ها تاثیرگذار است.

آنالیز و غربال‌گری اطلاعات دریافتی از خبرگان نیز با محدودیت‌های خاص خود همراه بود ازجمله می‌توان به گستردگی نظرات خبرگان اشاره نمود که بر نحوه توزیع داده‌ها و نتیجه نهایی بسیار اثرگذار بوده است.

۵-۴) پیشنهادهای کاربردی

از آنجا که با افزایش تعداد سهام موجود در پورتفو، ریسک سرمایه‌گذاری کاهش می‌یابد، برای بهبود نتایج پژوهش حاضر می‌توان تعداد سهام‌های مورد بررسی برای پورتفوی بهینه را بیش‌تر کرد. همچنین می‌توان معیارهای بیش‌تری را برای سنجش دقیق‌تر نقدشوندگی در محاسبات وارد نمود. برای تعیین نمایه‌های مرزی و مرکزی تعیین‌کننده دسته‌ها، می‌توان سایر روش‌های امتیازدهی توسط خبرگان را نیز بررسی کرد.

۵-۵) پیشنهادهایی برای سایر پژوهشگران

در این پژوهش، دسته‌بندی و رتبه‌بندی سهام‌ها تنها بر اساس پارامتر نقدشوندگی صورت گرفته است. علاقه‌مندان می‌توانند این تکنیک را برای سایر پارامترهای مهم در تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران از

جمله ریسک، نسبت‌های حسابداری و... نیز بکار برند. هم‌چنین می‌توان با رتبه‌بندی و دسته‌بندی سهام گروه‌های مختلف پذیرفته شده در بورس، به مقایسه قدرت نقدشوندگی صنایع مختلف پرداخت. می‌توان نتایج دست‌آمده از این پژوهش را برای بررسی رابطه بین میزان قدرت نقدشوندگی سهام و پارامترهایی همچون بازده بلند مدت استفاده کرد و میزان صحت روابط حاکم بر این پارامترها را مورد آزمایش قرار داد.

این تکنیک به دلیل انعطاف‌پذیری بالا، علاوه بر حیطه‌ی مالی، در سایر حوزه‌ها مانند مدیریت بازاریابی و پزشکی نیز قابل استفاده است. برای مثال با استفاده از این تکنیک می‌توان مشتریانی را که در برخی مشخصات و رفتارها به یکدیگر شبیه‌اند، جهت اعمال تکنیک بازاریابی متناسب، به دسته‌های مجزا تخصیص داد. هم‌چنین مدیران منابع انسانی می‌توانند در فرآیند کارمندیابی، با در نظر گرفتن سوابق و امتیازات کاندیدها در معیارهای موردنظر، به دسته‌بندی و رتبه‌بندی آنها بپردازند.

منابع

۱. علی، تهرانی، مهندسی مالی و مدیریت ریسک، سمت 1385. تهران.
۲. گلاله، ا.م، اثر شاخص اقتصاد کلان بر شاخص قیمت سهام صنعت پتروشیمی ایران با استفاده از مدل. فصلنامه پژوهشنامه اقتصادی، ۱۳۸۵، ۲: 228-209 p.
۳. همکاران، خ.م.و. گسترش بازارهای مالی و رشد اقتصادی. بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران، تهران: موسسه تحقیقات پولی و بانکی، ۱۳۷۸
۴. محرابیان، آ حساسیت بازار سهام نسبت به نوسانات مالی و پولی. پژوهش نامه اقتصادی ۱۳۸۳. ۱۸۶: 12 p.
۵. استخریجی، م.ز. بررسی عوامل موثر بر قابلیت نقد شوندگی سهام در بورس اوراق بهادار تهران، in دانشکده مدیریت، دانشگاه امام صادق (ع). ۱۳۸۱، دانشگاه امام صادق
6. Piqueira, N., Trading activity, illiquidity costs and stock returns. 2006, Social Science Electronic Publishing: Princeton university.
۷. حسین، زارعی، ارزیابی شرکتهای سرمایه گذاری موسسه توسعه صنعت سرمایه گذاری ایران ۱۳۸۶ ۵: 5-7 p.
۸. ابراهیم، عباسی، روشها و نظریه های انتشار سهام و قیمت بازار. شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، ۱۳۸۳.
9. Sadka, R., Momentum, liquidity risk, and limits to arbitrage. Unpublished working paper, 2004(Northwestern University.(
10. Hasbrouck, J., Seppi, D.J, Common factors in prices, order flows and liquidity. Journal of Financial Economics, 2001. 59: p. 383-411.
۱۱. ابریشمی، گ.د مبانی اقتصادسنجی. تهران. ۱۳۸۱، مؤسسه انتشارات و چاپ دانشگاه تهران.
12. Chen, J., Pervasive liquidity risk and asset pricing. Job Market paper, 2005.

13. Acharya, V.P., L, Asset pricing with liquidity risk. *Journal of Financial Economics*, 2005. 77: p. 375-410.
14. Henrik, J., trading volume the behavior in information asymmetries, in *International Handelshogskolan*. 2005.
۱۵. پیرصالحی، م. بررسی رابطه ریسک و بازده سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار تهران ، دانشگاه اصفهان. ۱۳۷۲.
۱۶. صفرپور، م. بررسی تاثیر دوره سرمایه‌گذاری بر عملکرد شرکت‌های سرمایه‌گذاری. *شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار. بررسی‌های حسابداری و حسابرسی*, ۱۳۸۶. ۱۴: 99 - 118 p.
۱۷. صفری، م.ا. نقش گروه‌های مرجع در ترغیب افراد به سرمایه‌گذاری در بورس اوراق بهادار *بررسی‌های حسابداری و حسابرسی*, ۱۳۸۶. ۱۴.
18. Marcelo, M.a.M., Quiros The role of an illiquidity risk factor in asset pricing: empirical evidence from the Spanish stock market. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 2006. 46: p. 254-267.
19. Martí'nez, M., Nieto, B., Rubio, G. & Tapia, M., Asset pricing and systematic liquidity risk: An empirical investigation of the Spanish stock market. *International Review of Economics and Finance*, 2005: p. 81-103.
20. Chan, H., Faff, R., An investigation into the role of liquidity in asset pricing: Australian evidence. *Pacific-Basin Finance Journal*, 2003. 11: p. 555-572.
21. Omri, A., Zayani, Impact of liquidity on Stock returns: an empirical investigation of the Tunis stock market. oukil, N., , *Finance and Business Strategies*, 2010(Social Science Electronic Publishing).
22. Amihud, Y., Illiquidity and stock returns: cross-section and time series effects. *Journal of Financial Markets*, 2002. 5: p. 31-56.

23. Marshall, B.M., Young Liquidity and stock returns in pure order-driven markets: evidence from the Australian stock market. *International Review of Financial Analysis* 2006. 12.
24. Mendelson, A.Y., liquidity and stock returns: cross-section and timeseries effects. *Journal of Financial Markets*, 2002. 5: p. 31-56.
25. Chordia, T., Subrahmanyam, A. & Anshuman, V. Ravi, trading activity and expected stock returns. *Journal of Financial Economics*, 2001: p. 32 -59.
26. Bekaert, G., C. R. Harvey and C. Lundblad Liquidity and Expected Returns: Lessons from Emerging Markets. *Review of Financial Studies*, 2007. 20: p . 1831-1883
27. F.Stambaugh., L.p.a.R., Liquidity risk and expected stock return. *journal of potential Economy*, 2003. 3(11).
28. Viral V. Acharyaa, b., Lasse Heje Pedersen, Asset pricing with liquidity risk. *Journal of Financial Economics*, 2005. 77: p. 375-410
29. Longstaff, F., Asset pricing in markets with illiquid assets. *National Bureau of Economic Research (NBER)*. 2005.
30. Damodaran, A., Marketability and value: measuring the illiquidity discount. 2005: Stern School of Business.
31. Liu, W., A liquidity-Augmented Capital Asset Pricing Model. *Journal of Financial Economics*, 2006: p. 631-671.
32. Datar, V., naik, N. & radcliffe, R., Liquidity and Stock returns: an Alternative Test. *Journal of financial markets*, 1998. 1: p. 203-219.

33. Baker, M.S., J, Market liquidity as a sentiment indicator. Journal of Financial Markets, 2003.
۳۴. طوسی, ق. بررسی عوامل موثر بر بازده سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران. پیام مدیریت, ۱۳۸۴. ۱۷ و ۱۸.
۳۵. همکاران, ا.و., انتخاب سبد سهام بهینه با استفاده از تصمیم‌گیری چند معیاره. فصلنامه بورس اوراق بهادار, ۱۳۸۹. ۱۱.
36. Janani., Selection of Portfolio by using Multi Attributed Decision Making (Tehran Stock Exchange) American Journal of Scientific Research, 2012(4): p. 15-87.
۳۷. خادمی, م., بررسی عوامل مؤثر بر تصمیم‌گیری سهام‌داران در بورس اوراق بهادار تهران بر مبنای مدل معادلات ساختاری دو ماهنامه علمی پژوهشی دانشگاه شاهد, ۱۳۸۶.
۳۸. غ. راکرمی, بررسی نحوه استفاده از تکنیک‌های تجزیه و تحلیل صورتهای مالی و نقش آنها در تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران, دانشگاه تهران. ۱۳۷۵: تهران.
۳۹. سوخکیان, همکاران, روش چندمعیاره برای انتخاب سهام در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از متغیرهای مالی. مجله مهندسی مالی و مدیریت پرتفوی, ۱۳۸۹ (۱).
40. Nemery, C.L.P., flowsort: a flow-based sorting method with limiting or central profiles, in ORP3 MEETING, GUIMARES. 2007.
41. Bouyssou, B.R.a.D., Aide Multicritère à la décision : Méthodes et cas. 1993: Paris.
42. Nemery., P.J.a.P., Quelques extensions de FlowSort: données définies en intervalle et dans le cadre multi-décideurs. Technical report. 2007.
43. Lamboray., P.N.a.C., FlowSort: a flow-based sorting method with limiting and central profiles. 2008. 16: p. 90-113.

44. Neumaier, A., Interval methods for systems and equations. Rota, G.C. (Ed.) Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 1990: p. 37.
45. J. Gelderman, T.S., and Orentz, Fuzzy outranking for environmental assesment. case study: iron and making industry.. . Fuzzy Systems, 2000. 115: p. 45-65.
46. Ozkarahan, C.A.a.I., Supplier evaluation and management system for strategic sourcing based on a new multicriteria sorting procedure. International Journal of Production Economics, 2007. 106: p. 585-606.
47. Prade, D.D.a.H., Fuzzy Sets and Systems: Theory and Application. 1980.
48. Rommelfanger, H., Fuzzy linear programming and applications. Fuzzy Sets and Systems. 1996. 92: p. 512-527.
49. Gelderman, T.S., and O. Rentz Fuzzy outranking for environmental assesment. case study: iron and making industry. Fuzzy Systems. 2000. 115: p. 45-65.
50. Mareschal, J.F.T.a.B ,An interval version of promethee for the comparison of building products' design with ill-defined data on environmental quality. European Journal of Operational Research, 1998. 109(8): p. 522-529.
51. Bouyssou, B. R. a. D. (1993). Aide Multicritère à la décision : Méthodes et cas. Paris.
52. Gelderman, T. S., and O. Rentz (2000). " Fuzzy outranking for environmental assesment. case.study: iron and making industry. Fuzzy Systems." 115: 45-65.
53. J. Gelderman, T. S., and Orentz (2000). " Fuzzy outranking for environmental assesment. case study: iron and making industry.. ". Fuzzy Systems 115: 45-65.
54. Lamboray., P. N. a. C. (2008). "FlowSort: a flow-based sorting method with limiting and central. profiles.. " 16: 90-113.

55. Mareschal, J. F. T. a. B. (1998). "An interval version of promethee for the comparison of building products' design with ill-defined data on environmental uality." European Journal of Operational Research 109(8): 522-529.
56. Nemery, C. L. P. (2007). flowsort :a flow-based sorting method with limiting or central profiles. ORP3 MEETING, GUIMARES.
57. Nemery., P. J. a. P. (2007). "Quelques extensions de FlowSort: données définies en intervalle et. dans le cadre multi-décideurs. Technical report."
58. Neumaier, A. (1990). " Interval methods for systems and equations. Rota, G.C." (Ed.) Encyclopedia of science
59. Ozkarahan, C. A. a. I. (2007). " Supplier evaluation and management system for strategic sourcing based on a new multicriteria sorting procedure." International Journal of Production Economics 106: 585-606.
60. Prade, D. D. a. H. (1980). Fuzzy Sets and Systems: Theory and Application.
61. Rommelfanger, H. (1996). " Fuzzy linear programming and applications. Fuzzy Sets and Systems." 92: 512-527.

Abstract

Stock liquidity is one of the most important source for investors risk. Attraction of each investment depends on degree of its liquidity. Since the ease of liquidity affects investors choice, it seems necessary to introduce a method in order to classify stocks to different predefined categories. Based on the ranking methodology of PROMETHEE, a new sorting method (Flow-Sort) is proposed for assigning alternatives to completely ordered categories, defined by central and limitind profiles.

The Flow-Sort assignment rules are based on the relative position of an alternative with respect to the reference profiles, in terms of the incoming, leaving and/or net flows. For a better understanding of the issues involved, a graphical interpretation is given.

key words: stock liquidity, incoming and leaving flows, reference profiles, sorting and ranking



University of Shahrood

Faculty of Industrial Engineering and management

**Position Engineering Of Stock liquidity,Using a Flow-based Sorting
Method with limiting and central profiles**

Tehran Stock Exchange Companies

Nasim Fathipour Dehkordi

Supervisor:

Dr. Reza Sheikh

September 2014