۱۴ کنترل ساختار متغیر مبدهای الکترونیک قدرت

کنترل ساختار متغیر برای سیستم‌هایی که بین چند حالت سوئیچ می‌کنند به راحتی قابل استفاده است. به خصوص زمانیکه کنترل روباست نداشته باشد. در این روش کنترلی، سیگنال کنترل، بطور خودکار بصورت سوئیچینگ مدولاسیون (PWM، یا Σ-Δ) است. لذا برای آن نیازی به

مقدمات ریاضی:

برای یک سیستم SISO فرض می‌کنیم هرچند کنترل ساختار متغیر برای سیستم‌های MIMO نیز تعریف شده وجود دارد

سطح سوئیچینگ (تغییر متغیر ازم) $S = \{ x \in \mathbb{R}^n \mid s(x) = 0 \}$

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \qquad \text{affine in } u$$

هدف کنترل ساختار متغیر، آوردن و نگه داشتن حالت‌های سیستم روی سطح سوئیچینگ است.

دسترسی‌پذیری

رسیدن به سطح S که به صورت ریاضی $s(x)=0$ است.

در حالت کلی $s \neq 0$

- اگر $s(x)>0$ آنگاه باید u^+ را اعمال کرد بطوریکه $\frac{ds(x)}{dt} < 0$
- ~ $s(x)<0$ ~ ~ u^- ~ ~ $\frac{ds(x)}{dt} > 0$

اگر قانون کنترل، شرایط فوق را داشته باشد دسترسی‌پذیری (Reachability) سطح S تضمین می‌شود

شرط تماس‌پذیری

رسیدن به سطح لغزش باید در زمان محدود صورت بگیرد نه به صورت مجانبی بنابراین باید

$$\lim_{s \to 0^+} \frac{ds(x)}{dt} < 0 \quad , \quad \lim_{s \to 0^-} \frac{ds(x)}{dt} > 0$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\partial s}{\partial x}\cdot\dot{x} = \frac{\partial s}{\partial x}\cdot(f(x)+g(x)u) = L_f s + u L_g s$$

$$\Rightarrow \lim_{s \to 0^+}(L_f s + u L_g s) < 0 \quad , \quad \lim_{s \to 0^-}(L_f s + u L_g s) > 0$$

با انتخاب مناسب قانون کنترل یعنی

$$u = \begin{cases} u^+ & \text{if } s(x) > 0 \\ u^- & \text{if } s(x) < 0 \end{cases} \Leftarrow \quad \begin{matrix} L_f s + u^+ L_g s < 0 \\ L_f s + u^- L_g s > 0 \end{matrix} \quad *$$

واضح است اگر $L_g s = 0$ آنگاه شرط * برقرار نخواهد بود بنابراین شرط:

$L_g s \neq 0$ یک شرط لازم است (شرط تقاطع پذیری Transversality condition)

کنترل معادل

اگر حالت روی سطح بماند، برای بدست آوردن معادله دینامیکی سطح از کنترل معادل u_{eq} خواهیم داشت.

$$s(x) = 0 \;,\; \frac{ds}{dt} = 0 \Rightarrow \quad L_f s + u_{eq} L_g s = 0 \Rightarrow u_{eq} = -\frac{L_f s}{L_g s}$$

یک شرط لازم و کافی برای وجود حرکت لغزشی عبارت است از:

$$\min\{u^-, u^+\} < u_{eq} < \max\{u^-, u^+\}$$

دینامیک سطح لغزش

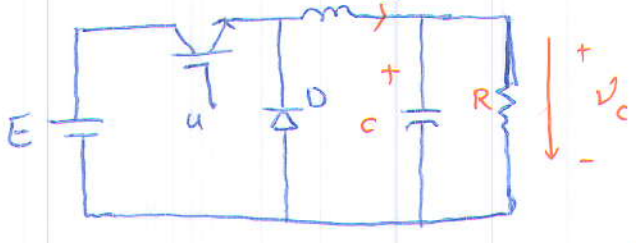
کنترل معادل u_{eq}، رفتار دینامیکی لغزشی را روی سطح سوئیچینگ s تعیین می‌کند.

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \dot{x} = f(x) + u_{eq} g(x) \\ s(x) = 0 \end{cases}$$

سیستم حلقه بسته باید روی سطح s باقی بماند و دینامیک حاکم پایدار باشد. بنابراین باید نقطه تعادل سیستم فوق محاسبه و پایداری آن بررسی شود.

طراحی کنترل با ساختار متغیر

مثال: مدل DC/DC کاهنده: هدف تنظیم ولتاژ خروجی مبدل بر روی مقدار مطلوب برای داشتن منبع جریان ثابت



گام یک: سیستم بصورت افاین توصیف شود.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\,u$$

$$f(x) = \left[-\frac{v_c}{L} \quad \frac{i_L}{C} - \frac{v_c}{RC}\right]^T, \quad g(x) = \left[\frac{E}{L} \quad 0\right]^T$$

گام ۲ : تعریف سطح سوئیچینگ

$$S(x_1, x_2) = \{ (x_1, x_2) \mid s(x_1, x_2) = x_1 - i_L^* = 0 \}$$

گام ۳ : بررسی شرط قطع پذیری ✓

$$L_g s = ds \cdot g = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{E}{L} \neq 0$$

گام ۴ : بدست آوردن قانون کنترل

$$\frac{ds}{dt} = L_f s + u L_g s = ds \cdot f + u (ds \cdot g) = \frac{1}{L}(uE - x_2)$$

چون سیال کاهنده است بنابراین همواره $0 < x_2 \leq E$ لذا اگر $\frac{ds}{dt} < 0 \Leftarrow u = 0$ ، $\frac{ds}{dt} > 0 \Leftarrow u = 1$

$$\Rightarrow u = \begin{cases} 0 & \text{if } s > 0 \quad (\frac{ds}{dt} < 0) \quad (x_1 > i_L^*) \\ 1 & \text{if } s < 0 \quad (\frac{ds}{dt} > 0) \quad (x_1 < i_L^*) \end{cases}$$

قانون کنترل هیسترزیس

گام ۵ : ورودی کنترل معادل

$$u_{eq} = -\frac{L_f s}{L_g s} = \frac{x_2}{E}$$

گام ۶ : ناحیه وجود مُدهای لغزشی

$$\min\{u^-, u^+\} < u_{eq} < \max\{u^-, u^+\}$$

لذا می‌گیریم $u \in \{0, 1\}$ و $0 < x_2 < E$ تا مدهای لغزشی در کل ناحیه کاری سیال کاهنده وجود داشته باشد

گام ۷ : بررسی پایداری روی سطح S

$$x_1 = i_L^* \quad , \quad \frac{dx}{dt} = f(x) + u_{eq} g(x) \Rightarrow \frac{dx_2}{dt} = \frac{i_L^*}{C} - \frac{x_2}{RC}$$

واضح است که نقطه تعادل برابر است با $x_{2_0} = R i_L^*$ و پایدار است.

(به شرطی که i_L^* هر مقداری باشد که شرط $0 < R i_L^* < E$ برقرار باشد)

نکته: اگر کنترل ولتاژ خروجی v_c (x_2) مورد نظر باشد سطح لغزش s به صورت زیر تعریف می‌شود

$$s(x) = v_c^* - x_2$$

و شرط تقاطع پذیری برقرار نخواهد بود زیرا $ds = [0\ 1]$ و $g = [\frac{E}{L}\ 0]^T$ آنگاه

$$ds \cdot g = 0$$

یعنی قانون کنترل را نمی‌توان به دست آورد. برای رفع مشکل یا باید سطح لغزش را مجدداً تعریف کرد یا از روش کنترل آشوبی استفاده نمود. بدین معنی که جریان سلف در حلقه داخلی و ولتاژ خازن در حلقه بیرونی کنترل شود.

شکل کنترلی روش دوم به زیر آمده است.