روشهای کنترل غیرخطی

مقدمات ریاضی

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\,u$$
$$y = h(x)$$

مشتق لی
$$L_f S(x) = \frac{\partial S}{\partial x} \cdot f(x) = \frac{\partial S}{\partial x}^T f(x)$$

براکت لی
$$[f, g] = L_g f - L_f g$$

درجه نسبی: آنقدر از خروجی مشتق می‌گیریم تا ورودی در معادله آن ظاهر شود. تعداد مشتقات مرتبه دینامیک را مشخص می‌کند. در سیستم‌های LTI، درجه نسبی تفاوت درجه مخرج و صورت تابع انتقال است.
(r درجه نسبی $r \leq n$)

دینامیک صفر: دینامیک صفر رفتار داخلی سیستم را زمانی توصیف می‌کند که ورودی و شرایط اولیه به گونه‌ای انتخاب شده باشند که خروجی معادل صفر بماند.

۱.۱۱ - اصول خطی‌سازی بازخوردی

هدف از خطی‌سازی بازخوردی، یافتن قانون کنترلی است که قادر باشد با استفاده از متغیر ورودی و انتقال مختصات، سیستم غیرخطی را به یک سیستم خطی و کنترل‌پذیر تبدیل کند.

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)\,u \\ y = h(x) \end{cases}$$

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h(x)} \left(-L_f^r h(x) + v \right)$$

شرط: $L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0$

با u فوق سیستم غیرخطی به سیستم با انتگرال‌گیر مرتبه r تبدیل می‌شود

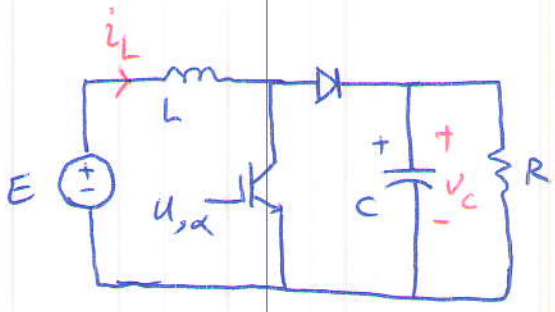
$$H(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{1}{s^r}$$

واضح است که $n-r$ مرتبه در تشکیل خروجی تأثیری ندارند و دینامیک‌های داخلی سیستم‌اند. در این روش حتماً باید دینامیک‌های داخلی یا برای راحتی، دینامیک‌های صفر پایدار باشند. (بررسی آن ضروری است.)

$$\dot{z}_1 = z_2,\ \dot{z}_2 = z_3,\ \dots,\ \dot{z}_{r-1} = z_r,\ \dot{z}_r = v,\ \dot{z}_{r+1} = q_{r+1}(z),\ \dots,\ \dot{z}_n = q_n(z),\ y = z_1$$

خطی — احتمالاً غیرخطی

۲.۲.۱۱ مثال - مبدل DC/DC Boost



$$\begin{cases} \dot{i}_L = -(1-\alpha)\, v_c/L + E/L \\ \dot{v}_c = (1-\alpha)\, i_L/C - v_c/RC \end{cases}$$

هدف: تنظیم ولتاژ خروجی $y = v_c$ روی نقطه تنظیم v_c^*

الف- کنترل تنظیم ولتاژ خروجی

$y = v_c \rightarrow \dot{y} = \dot{v}_c = (1-\alpha)\, i_L/C - \frac{v_c}{RC}$

با یک بار مشتق‌گیری

α در معادله ظاهر شد پس $r = 1$ درجه نسبی

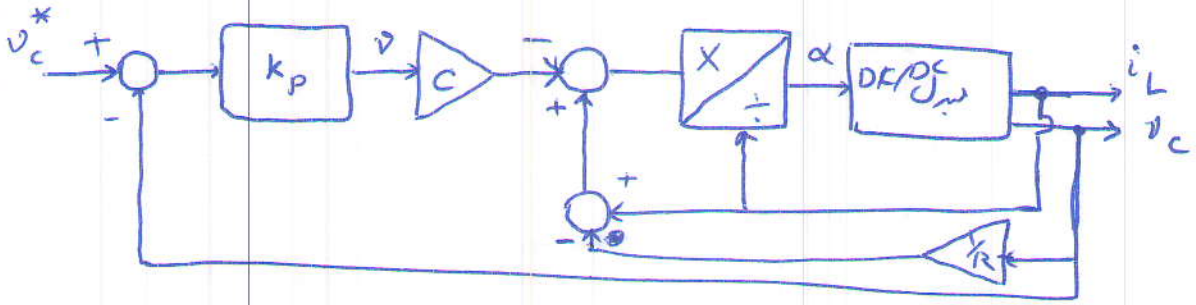
$$\Rightarrow \alpha = \frac{i_L - v_c/R - C\nu}{i_L}$$

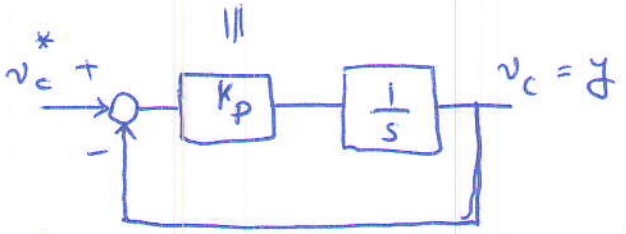
$$g(x) = \begin{bmatrix} v_c/L \\ i_L/C \end{bmatrix}$$

$\left(h(x) = v_c,\ L_f^{r-1} h(x) = v_c,\ L_g L_f^{r-1} h(x) = [0 \ \ 1]\, g(x) \ \ \ldots \right)$

راه حل دوم $\dot{y} = \nu = \dot{v}_c \Rightarrow \alpha = \frac{i_L - \frac{v_c}{R} - C\nu}{i_L}$

بنابراین با یک کنترلر ساده (حتی K_p) موفقیت خروجی را کنترل کرد





حال با یک دینامیک داخلی (یا دینامیک صفر) روبرو می‌گردد. دینامیک داخلی مربوط به جریان i_L ناپایدار است

برای پایدار کردن می‌توان فرض کرد $v_c = v_c^*$ ، در ابتدا $\nu = 0 \Leftarrow$ $\alpha = 1 - \frac{v_c^*}{R\, i_L}$

$$\Rightarrow \dot{i}_L = \frac{1}{L}\left(E - \frac{v_c^{*2}}{R\, i_L}\right) \Rightarrow i_L\, \dot{i}_L = \frac{1}{L} E\, i_L - \frac{v_c^{*2}}{R}$$

با حفظ سایر حول نقطه کار ($\dot{i}_L = 0 \Rightarrow i_{Le} = \frac{v_c^{*2}}{ER}$)

$$\tilde{i}_L = \frac{v_c^{*2}}{RL i_{Le}^2} \tilde{i}_L$$

واضح است که سیستم فوق ناپایدار است.

بنابراین با کنترل مستقیم v_c دینامیک داخلی ناپایدار می‌شود. برای رفع مشکل بهتر است از روش غیر مستقیم استفاده کنیم. یعنی ابتدا i_L را کنترل و در حلقه خارجی v_c را کنترل کنیم.

ب - کنترل جریان سلف - روش غیر مستقیم

$$y = i_L \rightarrow \dot{y} = \dot{i}_L = -(1-\alpha)\frac{v_c}{L} + \frac{E}{L} \Rightarrow r = 1$$

$$\dot{y} = w \Rightarrow \alpha = \frac{Lw - E + v_c}{v_c} \Rightarrow \dot{y} = w = \dot{i}_L$$

برای بررسی دینامیک صفر، $i_L = i_L^*$ و $w = 0$ (ابتدا)

$$\Rightarrow \alpha = 1 - \frac{E}{v_c} \Rightarrow \dot{v}_c = \frac{1}{C}\left(i_L^* \frac{E}{v_c} - \frac{v_c}{R}\right)$$

با ضرب v_c در دو طرف معادله فوق داریم:

$$\frac{1}{2}\dot{v}_c^2 = -\frac{v_c^2}{RC} - \frac{1}{C} i_L^* E$$

اگر $x \equiv v_c^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\dot{x} = -\frac{x}{RC} - d$ واضح است پایدار است.