

سازه‌های بتن آرمه - جلد اول

$$\rho_t = 0.025 \quad \text{O.K.} \rightarrow \text{شکل پ ۱-۲۵}$$

$$A_{st} = \rho_t b h = 0.025 \times 300^2 = 2250 \text{ mm}^2$$

$$\rightarrow \underline{\text{USE } 8\Phi 20} \quad (\text{در دو وجه موازی محور خمش})$$

توجه شود که در استفاده از نمودار، فرض شده است که $\phi = 0.65$ باشد؛ این فرض با توجه به این که نقطه‌ی مربوطه روی نمودار، بیان‌گر $f_s < f_y$ می‌باشد، تأیید شده است.

مثال ۱۰-۳ ستون با مقطع مربعی $400 \times 400 \text{ mm}$ و با $8\Phi 24$ که در چهار وجه ستون قرار گرفته‌اند را در نظر بگیرید. طول آزاد ستون 5.0 m ، ضریب طول مؤثر ستون برابر $k = 0.9$ و ضریب خزش $\beta_{dns} = 0.5$ محاسبه شده است. میزان باربری ستون در خروج از مرکزیت $e = 300 \text{ mm}$ را تعیین کنید. فرض کنید $f'_c = 28 \text{ MPa}$ بوده و $f_y = 420 \text{ MPa}$ باشد؛ و از حرکت جانبی ستون ممانعت به عمل آمده باشد.

$$\frac{k \ell_u}{r} = \frac{0.9 \times 5000}{0.3 \times 400} = 37.5 > 34 + 12 \times (-1) = 22$$

حل:

بنابر این لاغری در محاسبات منظور می‌گردد. از آن جا که در این مرحله به دلیل مشخص نبودن P_u نمی‌توان ضریب تشدید لنگر δ را تعیین کرد، ابتدا ظرفیت باربری ستون را بدون اثر لاغری به دست می‌آوریم:

$$A_{st} = 8 \times \pi \times (24)^2 / 4 = 3619 \text{ mm}^2$$

$$\rho_t = \rho_g = A_{st} / A_g = \frac{3619}{(400 \times 400)} = 0.0226$$

$$\gamma = \frac{400 - 2(40 + 10 + 24/2)}{400} = 0.69 \approx 0.7$$

با $\gamma = 0.7$ و f'_c و f_y این مثال، شکل پ ۱-۶ از نمودارهای پیوست ۱ با شرایط این مثال سازگار خواهد بود. در این مثال نسبت $e/h = 300/400 = 0.75$ برابر $e/h = 0.75$ است. از آن جا که در نمودارهای طراحی نسبت محور افقی به محور قائم $R_n/K_n = e/h$ است، می‌توان با پیدا کردن نقطه‌ای با مختصات $K_n = 0.4$ و

$R_n = 0.3$ در شکل پ ۱-۶ و وصل آن به مبدأ، خط مورب $e/h = 0.75$ را ایجاد نمود. از برخورد این خط با منحنی مربوط به $\rho_g = 0.023$ ، مقدار $K_n = 0.23$ و $\epsilon_t \approx 0.0035$ برداشت می‌شود.

$$K_n = \frac{P_n}{f'_c A_g} \rightarrow P_n = K_n f'_c A_g = 0.23 \times 28 \times 400^2 = 1030.4 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\epsilon_t = 0.0035 \rightarrow \phi = 0.483 + 83.3 \epsilon_t = 0.775$$

$$P_u = \phi P_n = 798.6 \text{ kN}$$

حال با این نتایج به محاسبات مربوط به لاغری ستون می‌پردازیم. برای تعیین I_{se} ، ضریب C_1 را از جدول ۱۰-۳ و برای ستون مربعی با ۸ عدد میلگرد در وجوه ستون، به مقدار $C_1 = 0.187$ به دست می‌آوریم.

$$I_{se} = C_1 A_{st} \gamma^2 h^2 = 0.187 \times 3619 \times 0.69^2 \times 400^2 = 5.155 \times 10^7 \text{ mm}^4$$

$$(EI)_{eff} = \frac{0.2 E_c I_g + E_s I_{se}}{1 + \beta_{dns}} = \frac{0.2 \times (4700 \sqrt{28}) \times (400^4 / 12) + 200 \times 10^3 \times 5.155 \times 10^7}{1 + 0.5}$$

$$(EI)_{eff} = 1.395 \times 10^{13} \text{ N.mm}^2$$

توجه شود که اگر برای تعیین $(EI)_{eff}$ از رابطه‌ی (۱۰-۲۸) نیز استفاده شده بود، $(EI)_{eff} = 1.415 \times 10^{13} \text{ N.mm}^2$ به دست می‌آمد؛ که با مقدار قبلی کمتر از ۱/۵ درصد اختلاف داشت.

$$P_c = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{(k \ell_u)^2} = \frac{\pi^2 \times 1.395 \times 10^{13}}{(0.9 \times 5000)^2} = 6799 \times 10^3 \text{ N}$$

$$C_m = 0.6 - 0.4 \frac{M_1}{M_2} = 0.6 - 0.4 \times (-1) = 1.0$$

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0.75 P_c}} = \frac{1.0}{1 - \frac{798.6 \times 10^3}{0.75 \times 6799 \times 10^3}} = 1.186$$

$$M_c = \delta M_2 \rightarrow e_c = \delta e = 1.186 \times 300 = 355.8 \text{ mm}$$

منظور از e_c در روابط فوق، خروج از مرکزیت متناظر با لنگر تشدید یافته است. چون $R_n = 0.4$ در شکل پ ۱-۶ نقطه‌ای با مختصات $e/h = 355.8/400 = 0.89$ است، و $K_n = 0.45$ را به مبدأ وصل می‌کنیم تا معرف $e/h = 0.89$ باشد. از تقاطع این خط مورب با منحنی مربوط به $\rho_g = 0.023$ ، مقدار $K_n = 0.21$ و $\varepsilon_t \approx 0.0035$ برداشت می‌شود.

$$P_n = K_n f'_c A_g = 0.21 \times 28 \times 400^2 = 940.8 \times 10^3 \text{ N}$$

$$P_u = \phi P_n = 0.775 \times 940.8 = \underline{\underline{729.1 \text{ kN}}}$$

اگر مجدداً δ را حساب کنیم، مقدار $\delta = 1.167$ به دست می‌آید که با مقدار قبلی کمتر از ۲ درصد متفاوت است؛ بنابر این حل با تقریب قابل قبولی همگرا شده است و P_u به دست آمده جواب مسئله است.

۱۰-۷-۴ لنگر تشدید یافته در ستون با حرکت جانبی

برای محاسبه‌ی لنگر تشدید یافته در ستون واقع در قاب با حرکت جانبی نیز لازم است ابتدا ضریب طول مؤثر k تعیین شود. بدین منظور می‌توان با به کار گیری مقادیری که در بخش ۱۰-۷-۱ برای متغیرهای E و I در یک عضو بتن آرمه ذکر شد، مقدار k را با استفاده از نمودارهای تنظیمی جکسون و مورلند (شکل ۶-۱۰-ب)، و یا به کمک روابط تقریبی که در بخش ۱۰-۴ ذکر شد، تعیین کرد.

در ستون واقع در قاب با حرکت جانبی به شرط برقراری رابطه‌ی (۱۰-۳۴) می‌توان از اثر لاغری در محاسبات صرف نظر نموده و لنگر ستون را به صورت تشدید نشده در طراحی به کار برد؛

$$\frac{k \ell_u}{r} < 22.0 \quad (10-34)$$

در صورتی که رابطه‌ی فوق برقرار نباشد، اثر لاغری قابل صرف نظر نبوده و لنگر ستون باید تشدید شود. بر اساس ACI 318 جهت تشدید لنگر در ستون با حرکت جانبی، ابتدا لازم است در ترکیب بارگذاری مورد استفاده، آن قسمت از لنگر با ضریب که تغییر شکل جانبی قابل ملاحظه‌ای ایجاد نمی‌کند، M_{ns} ، از قسمتی از لنگر با ضریب که تغییر شکل جانبی قابل ملاحظه‌ای ایجاد می‌کند، M_s ، تفکیک شود.

۳- تعیین δ_s از روابط (۱۰-۳۶) یا (۱۰-۳۷)، و یا تعیین $\delta_s M_s$ به طور مستقیم از نتایج آنالیز الاستیک مرتبه‌ی دوم؛

۴- تعیین لنگرهای انتهایی تشدید شده‌ی ستون از روابط (۱۰-۳۵)؛

۵- کنترل مقاومت و پایداری کلی سازه تحت بارهای قائم با ضریب؛ در این ارتباط باید نشان داده شود که لنگر نهایی در برگیرنده‌ی تاثیرات مرتبه‌ی دوم، از $1/4$ برابر لنگر نهایی شامل تاثیرات مرتبه‌ی اول، بیش‌تر نیست؛ یعنی $M_{u,s} \leq 1.4M_{u,p}$.

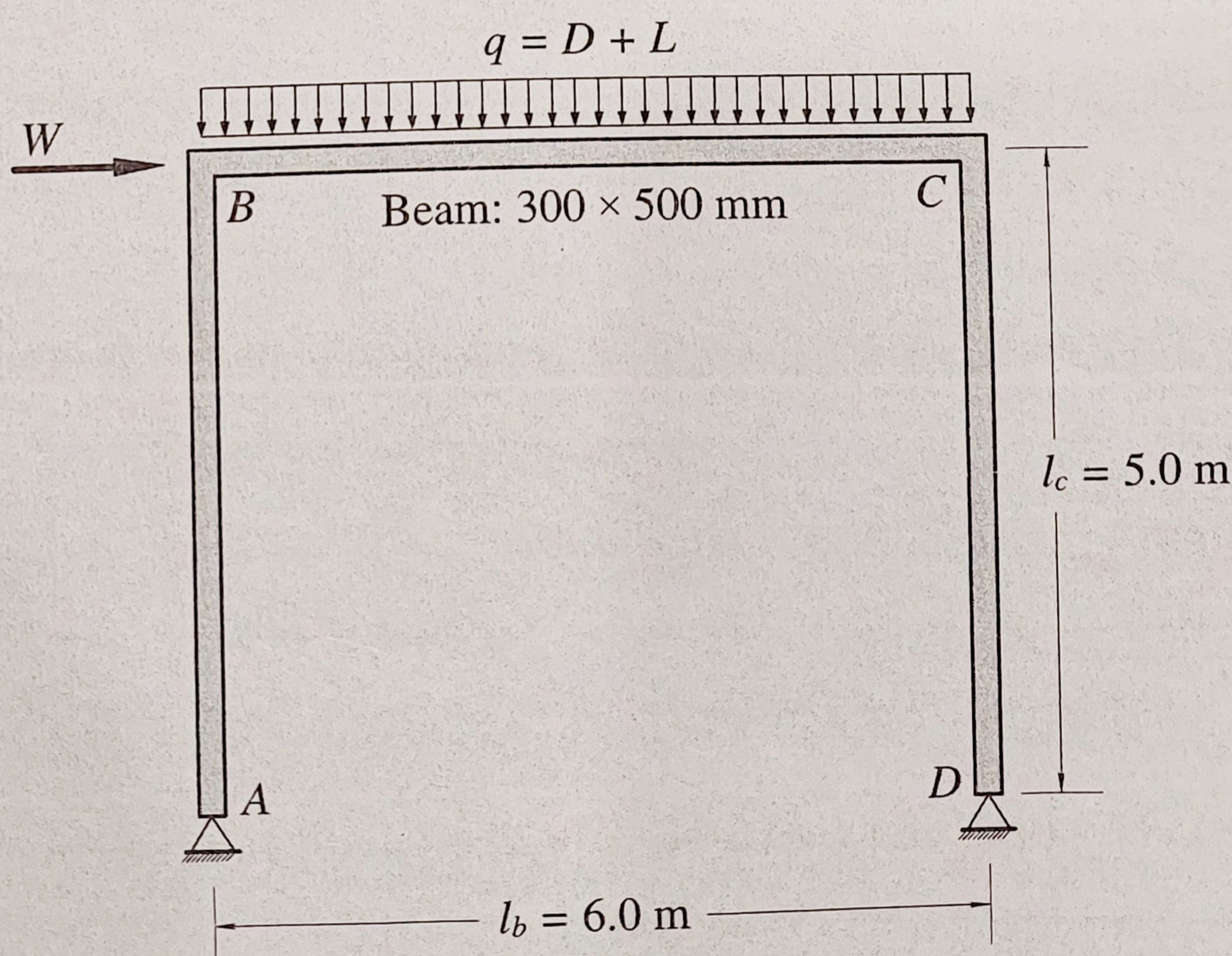
مثال ۱۰-۴ قاب یک دهانه‌ی یک طبقه‌ی نشان داده شده در شکل ۶-۱۳، تحت تأثیر بارهای قائم مرده و زنده و بار جانبی باد قرار گرفته است. نتایج حاصل از آنالیز الاستیک مرتبه‌ی اول قاب تحت بارهای بدون ضریب وارد بر ستون AB به شرح زیر است:

$$\text{بار مرده: } P_D = 170 \text{ kN}, M_{B,D} = 91 \text{ kN.m}$$

$$\text{بار زنده: } P_L = 110 \text{ kN}, M_{B,L} = 59 \text{ kN.m}$$

$$\text{بار باد: } P_W = -52.8 \text{ kN}, M_{B,W} = 160 \text{ kN.m}$$

با بررسی ترکیبات بار $1.2D + 1.6L$ و $1.2D + 0.5L \pm 1.0W$ ، ستون AB را طراحی کنید. فرض کنید $f'_c = 28 \text{ MPa}$ و $f_y = 420 \text{ MPa}$ باشد.



شکل ۱۰-۹ قاب یک دهانه و یک طبقه‌ی بتن آرمه‌ی مورد استفاده در مثال ۱۰-۴

حل:

در بررسی این قاب، ترکیبات زیر را در نظر می‌گیریم:

ردیف	ترکیب مورد نظر	P_u (kN)	M_{uB} (kN.m)
۱	$1.2D + 1.6L$	380	203.6
۲	$1.2D + 0.5L + 1.0W$	206.2	298.7
۳	$1.2D + 0.5L - 1.0W$	311.8	-21.3

$$A_{g(\text{trial})} = \frac{P_u}{0.44(f'_c + \rho_t f_y)} = \frac{380 \times 10^3}{0.44 \times (28 + 0.015 \times 420)} = 25180 \text{ mm}^2$$

چون ترکیب ۲ بارگذاری، لنگر خمشی بسیار بزرگی را شامل می‌شود ($e = 1500 \text{ mm}$)، بنابراین باید مقطع به مراتب بزرگ‌تری را انتخاب کنیم. فرض کنیم مقطع مربعی $400 \times 400 \text{ mm}$ با فولاد گذاری در دو وجه موازی محور خمش مناسب باشد. از آن جا که ترکیب بارگذاری ۳ در مقایسه با ترکیبات ۱ و ۲ بحرانی به نظر نمی‌رسد، فقط ترکیبات ۱ و ۲ بارگذاری را در طراحی دخالت می‌دهیم.

$$\psi_B = \frac{\sum EI_c / l_c}{\sum EI_b / l_b} = \frac{0.7E_c \times (1/12)(400)^4 / (5 \times 10^3)}{0.35E_c \times (1/12)(300)(500)^3 / (6 \times 10^3)} = 1.64$$

با استفاده از نمودار شکل ۱۰-۶-ب، $k = 2.2$ به دست می‌آید.

$$\frac{k \ell_u}{r} = \frac{2.2 \times 4.75 \times 10^3}{0.3 \times 400} = 87.0 > 22.0 \rightarrow \text{لاغری در محاسبه وارد می‌شود}$$

الف - بررسی ترکیب بارگذاری ۲

$$P_c = \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{(k \ell_u)^2} ; (EI)_{eff} = \frac{0.4E_c I_g}{1 + \beta_{ds}}$$

$$\beta_{ds} = \frac{\text{حداکثر برش دائمی با ضریب در طبقه}}{\text{حداکثر برش با ضریب در طبقه}} = 0$$

$$(EI)_{eff} = 0.4 \times 4700 \sqrt{28} \times (1/12)(400)^4 = 2.12 \times 10^{13} \text{ N.mm}^2$$

$$P_c = \frac{\pi^2 \times 2.12 \times 10^{13}}{(2.2 \times 4.75 \times 10^3)^2} = 1916 \times 10^3 \text{ N}$$

شایان ذکر است که در محاسبه‌ی $\sum P_u$ جهت جای گذاری در رابطه‌ی δ_s ، با توجه به این که جمع نیروهای محوری کلیه‌ی ستون‌های یک طبقه تحت بار جانبی صفر است، فقط تأثیرات بارهای قائم وارد می‌شود؛ بنابراین برای ترکیب بارگذاری ۲ خواهیم داشت:

$$\sum P_u = 2 \times (1.2 \times 170 + 0.5 \times 110) = 2 \times 259 = 518 \text{ kN}$$

$$\delta_s = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_u}{0.75 \sum P_c}} = \frac{1}{1 - \frac{2 \times 259}{0.75 \times 2 \times 1916}} = 1.22$$

$$M_{ns} = 1.2 \times 91 + 0.5 \times 59 = 138.7 \text{ kN.m}$$

$$M_s = 1.0 \times 160 = 160 \text{ kN.m}$$

$$M_2 = M_{ns} + \delta_s M_s = 138.7 + 1.22 \times 160 = 333.9 \text{ kN.m}$$

اگر چه در ACI 318-14 بررسی امکان تشدید بیش‌تر لنگر در میانه‌ی ستون با حرکت جانبی مبتنی بر رابطه‌ی (۳۸-۱۰) ارائه نشده و بنابر این ضرورتی ندارد، ولی جهت اطمینان بیش‌تر بر اساس توصیه‌های ویرایش‌های قبلی آیین نامه این مورد را کنترل می‌کنیم.

$$\frac{\ell_u}{r} = \frac{4.75 \times 10^3}{0.3 \times 400} = 39.6 < \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f'_c A_g}}} = \frac{35}{\sqrt{\frac{206.2 \times 10^3}{28 \times (400)^2}}} = 163.1$$

بنابر این لنگر انتهایی ستون، لنگر حداکثر بوده و نیاز به تشدید مجدد نیست.

$$M_c = M_2 = 333.9 \text{ kN.m} \quad ; \quad P_u = 206.2 \text{ kN}$$

برای طراحی ستون، با فرض 60 mm به عنوان فاصله‌ی مرکز فولاد طولی تا دورترین تار کششی یا فشاری مقطع، داریم:

$$\gamma = \frac{400 - 2 \times 60}{400} = 0.7$$

چون مقدار لنگر زیاد است، فرض می‌کنیم $\phi = 0.9$ باشد؛ این فرض باید با مراجعه به نمودار مربوطه کنترل شود.

$$K_n = \frac{P_n}{f'_c A_g} = \frac{P_u}{\phi f'_c A_g} = \frac{206.2 \times 10^3}{0.9 \times 28 \times (400)^2} = 0.051$$

$$R_n = \frac{M_n}{f'_c A_g h} = \frac{M_u}{\phi f'_c A_g h} = \frac{333.9 \times 10^6}{0.9 \times 28 \times (400)^2 \times 400} = 0.207$$

با مراجعه به شکل پ ۱-۲۲ از نمودارهای طراحی پیوست ۱، $\rho_g = 0.035$ به دست می‌آید. در ضمن نمودار مربوطه نشان می‌دهد که $\epsilon_t > 0.005$ است؛ و بنابر این فرض $\phi = 0.9$ صحیح بوده است.

ب- بررسی ترکیب بارگذاری ۱

$$\frac{\ell_u}{r} = 39.6 < \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f'_c A_g}}} = \frac{35}{\sqrt{\frac{380 \times 10^3}{28 \times (400)^2}}} = 120.2$$

$$\Rightarrow M_c = M_2 = M_{ns} + \delta_s M_s = M_{ns} = 203.6 \text{ kN.m}$$

یعنی در این مثال در حالت ترکیب بار قائم، لنگر تشدید نمی‌شود. برای استفاده از نمودارهای طراحی با فرض $\phi = 0.9$ داریم:

$$K_n = \frac{P_u}{\phi f'_c A_g} = \frac{380 \times 10^3}{0.9 \times 28 \times (400)^2} = 0.094$$

$$R_n = \frac{M_u}{\phi f'_c A_g h} = \frac{203.6 \times 10^6}{0.9 \times 28 \times (400)^2 \times 400} = 0.126$$

چون $\gamma = 0.7$ است، با توجه به شکل پ ۱-۲۲، درصد فولاد طولی ستون برابر با $\rho_g = 0.015$ به دست می‌آید؛ ضمن آن که فرض $\phi = 0.9$ نیز تأیید می‌شود. بنابر این ترکیب بارگذاری ۲ بحرانی‌تر بوده است و برای طرح ستون از یک مقطع مربعی به ابعاد $400 \times 400 \text{ mm}$ و با فولاد گذاری در دو وجه موازی محور خمش و با درصد فولاد $\rho_g = 0.035$ استفاده می‌شود.

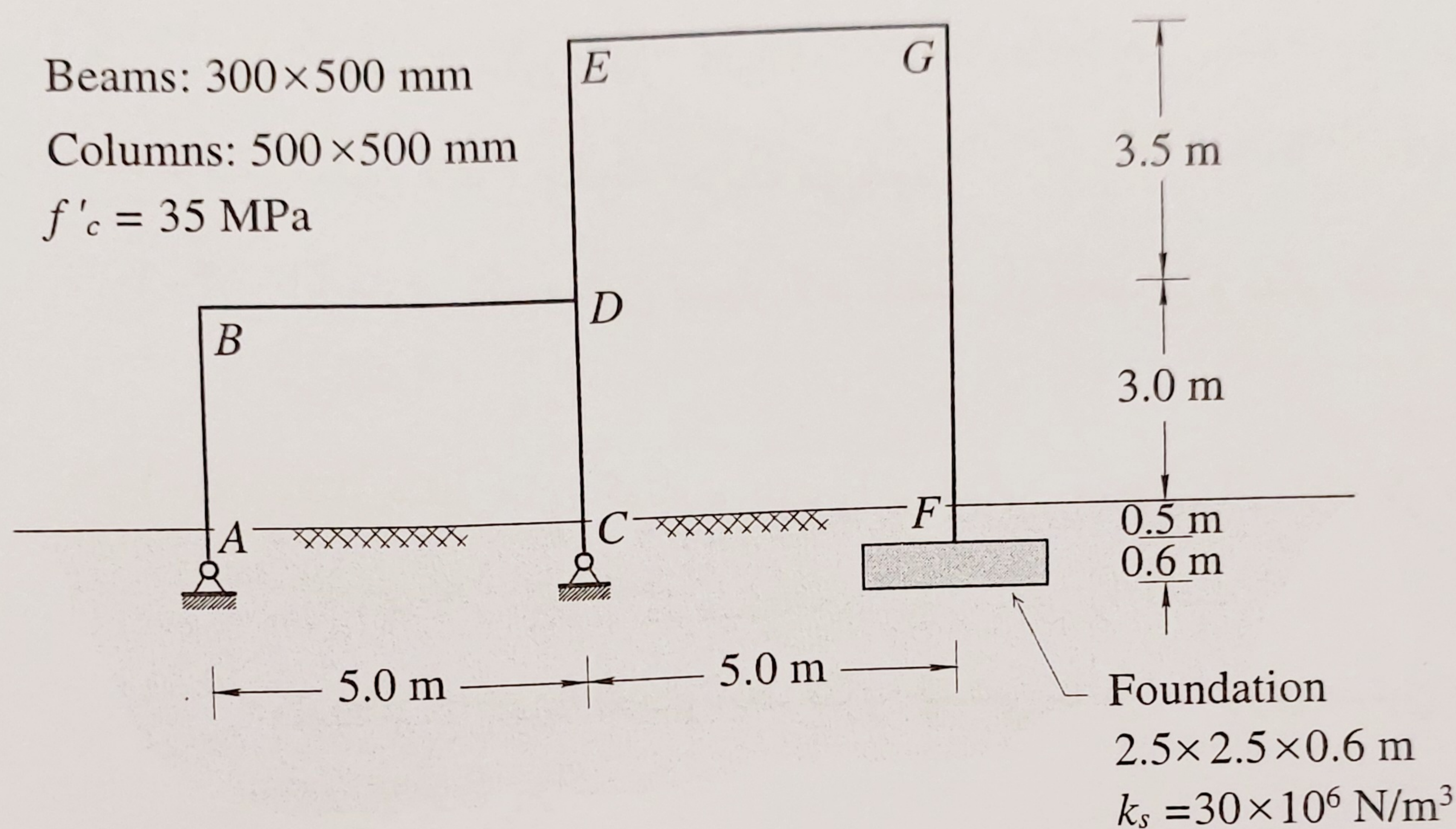
$$A_{st} = \rho_g b h = 5600 \text{ mm}^2 \quad \underline{\underline{\text{USE } 8\Phi 30}} \quad (\text{در دو وجه موازی محور خمش})$$

مسائل

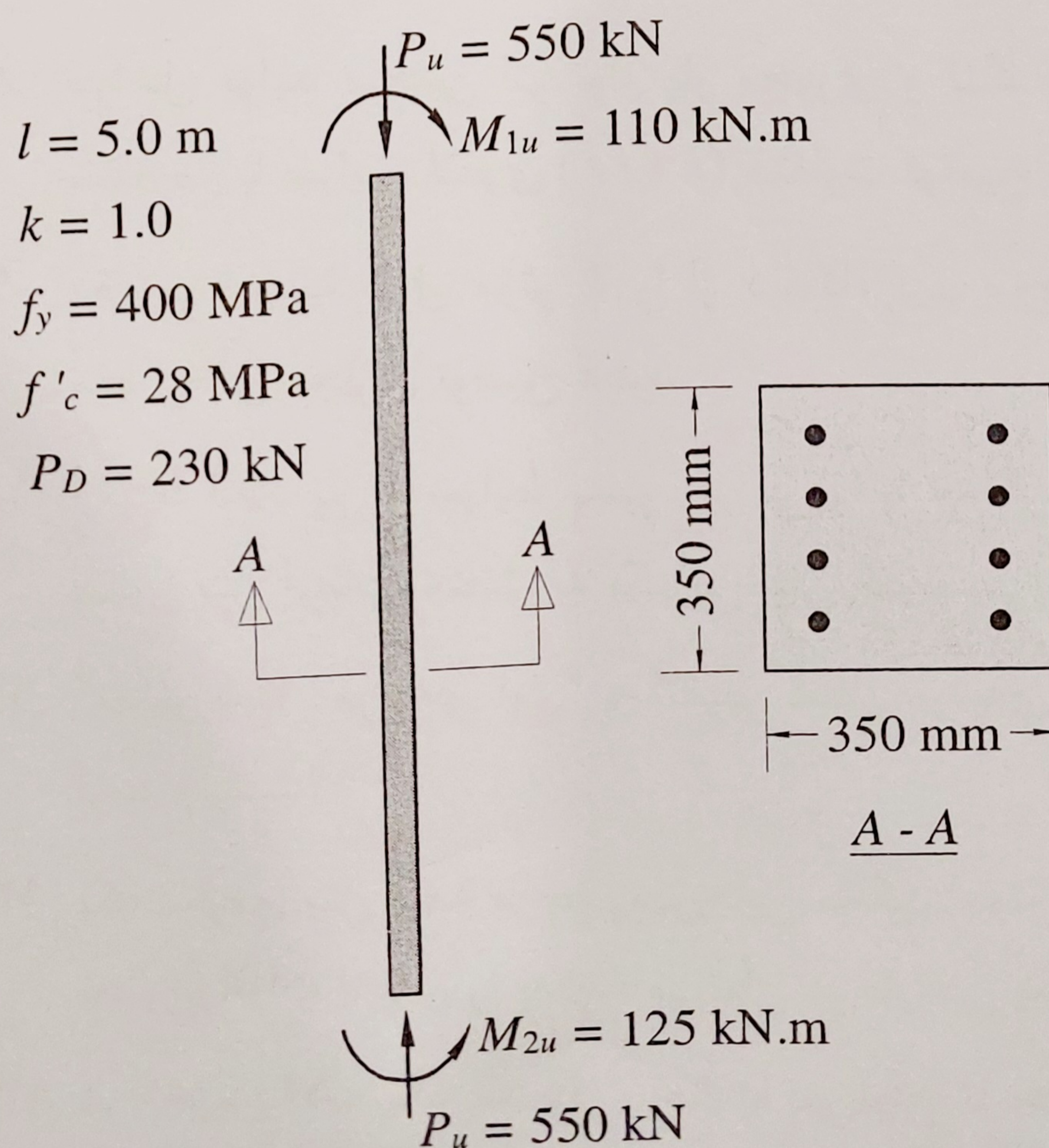
- ۱-۱۰ ✓ تغییر مکان جانبی یک ستون بتن آرمه تحت تأثیر چه عواملی است؟
- ۲-۱۰ ✓ "لنگر خمشی اولیه" و "لنگر خمشی ثانویه" را تعریف کرده و ارتباط آن‌ها را با شکست ستون بیان کنید؟
- ۳-۱۰ ✓ "ستون لاغر" چگونه تعریف می‌شود؟
- ۴-۱۰ ✓ ناپایداری یک ستون بسیار لاغر تحت بار محوری و لنگر خمشی چگونه اتفاق می‌افتد؟
- ۵-۱۰ ✓ رفتار ستون‌های کوتاه و بلند را بر اساس منحنی اثر توام بار محوری و لنگر خمشی توضیح دهید.
- ۶-۱۰ در یک ستون لاغر، ارتباط لنگر خمشی با بار محوری ستون خطی است یا غیر خطی؟ چرا؟
- ۷-۱۰ ✓ "شکست ماده‌ای" و "شکست پایداری" را در یک ستون بتن آرمه توضیح دهید.
- ۸-۱۰ مراحل تولید منحنی اثر توام بار محوری و لنگر خمشی را در یک ستون مشخص با ضرایب لاغری $(k \ell / r)$ متفاوت توضیح دهید.
- ۹-۱۰ مفهوم ضریب طول مؤثر k را از دیدگاه نیم موج‌های سینوسی و تشکیل مفصل‌های مجازی توضیح دهید.
- ۱۰-۱۰ ارتباط ابعاد پی و شرایط بستر زیر پی را با عملکرد مفصلی یا گیرداری یک ستون بتن آرمه‌ی متصل به یک پی بیان کنید.
- ۱۱-۱۰ ✓ "تغییر شکل مرتبه‌ی اول" و "تغییر شکل مرتبه‌ی دوم" در یک ستون بتن آرمه چیست؟
- ۱۲-۱۰ یک سازه‌ی بتن آرمه با چه روش‌هایی ممکن است تحلیل شود؟ در هر روش تحلیل، اثرات لاغری را چگونه می‌توان در طراحی یک ستون دخالت داد؟
- ۱۳-۱۰ ✓ در تحلیل الاستیک معمولی، چگونه می‌توان تا حدی اثرات ترک خوردگی اعضا را منظور نمود؟

۱۴-۱۰ یک قاب بتن آرمه، در چه صورتی کاملاً بدون حرکت جانبی، و در چه صورتی کاملاً با حرکت جانبی است؟

۱۵-۱۰ آیین نامه‌ها به صورت مفهومی چه قابی را با حرکت جانبی، و چه قابی را بدون حرکت جانبی در نظر می‌گیرند؟



شکل م ۱۰-۱۷



شکل م ۱۰-۱۹

سازه‌های بتن آرمه - جلد اول

- ۱۶-۱۰ مفهوم "شاخص پایداری" یک طبقه از ساختمان بتن آرمه چیست؟
- ۱۷-۱۰ ✓ طول مؤثر هر یک از ستون‌های CD ، DE و FG در قاب بتن آرمه‌ی نشان داده شده م ۱۷-۱۰ را با استفاده از نمودار، و نیز با استفاده از روابط تقریبی به دست آورید.
- ۱۸-۱۰ ✓ بار کمانشی هر یک از ستون‌های CD و FG را در شکل م ۱۷-۱۰ محاسبه کنید.
- ۱۹-۱۰ ✓ ستون مهار بندی شده تحت بارهای نشان داده شده در شکل م ۱۹-۱۰ را در نظر بگیرید. فولاد لازم را برای مقطع ستون طراحی کنید.
- ۲۰-۱۰ ✓ اگر در مقطع ستون شکل م ۱۹-۱۰، فولاد طولی به صورت $8\Phi 25$ قرار داده شده باشد و این ستون تحت بار محوری $P_u = 800\text{ kN}$ قرار گرفته باشد ($P_D = 335\text{ kN}$)، ظرفیت خمشی ستون را تحت لنگرهای مساوی در دو طرف ستون و با انحنای یک طرفه به دست آورید.
- ۲۱-۱۰ ✓ مسئله‌ی ۲۰-۱۰ را در حالتی حل کنید که لنگرهای مساوی در دو طرف ستون، ایجاد انحنای دو طرفه کنند و طول ستون $\ell = 6.0\text{ m}$ باشد.
- ۲۲-۱۰ ✓ فرض کنید ستون نشان داده شده در شکل م ۱۹-۱۰ مهار بندی نشده بوده و $k = 1.6$ باشد. بدون توجه به مقطع نشان داده شده در شکل، برای ستون تحت بارهای نشان داده شده در شکل، یک مقطع مربعی با فولاد گذاری در دو وجه موازی محور خمش طراحی کنید. فرض کنید ۲۰ درصد از بار محوری ضریب‌دار ستون، و ۷۰ درصد از لنگر خمشی ضریب‌دار ستون، ناشی از بار جانبی است. همچنین فرض کنید که کلیه‌ی ستون‌های یک طبقه از قاب، وضعیت مشابهی دارند.
- ۲۳-۱۰ نتایج آنالیز الاستیک مرتبه‌ی اول برای یک قاب یک دهانه‌ی دو طبقه مورد بررسی قرار گرفته است و نیروهای داخلی یکی از ستون‌های طبقه‌ی اول (ستون AB) به طول 6.0 m ، تحت بارهای مختلف به صورت بدون ضریب در جدول صفحه‌ی بعد ارائه شده است:
- با منظور کردن کلیه‌ی ترکیبات بارگذاری آیین نامه‌ای، به فرض آن که قاب مهار بندی شده باشد و $k = 1.0$ در نظر گرفته شود، ستون AB را طراحی کنید. فرض کنید $f_y = 400\text{ MPa}$ و $f'_c = 35\text{ MPa}$ باشد.