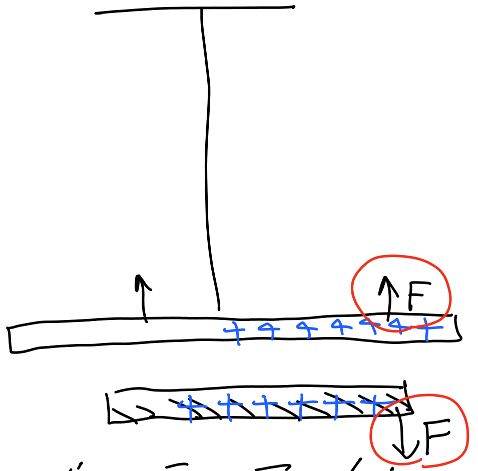
Session1

Saturday, February 13, 2021 8:29 AM

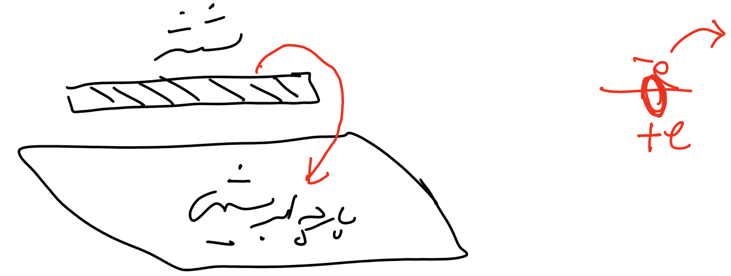
فیزیک ۲ فنی (هالیدی)

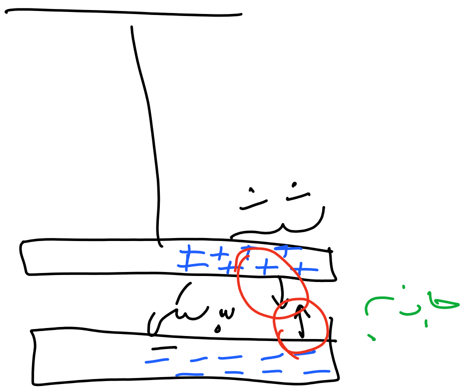
بار الکتریکی!



نیرو بین شیشه و تماس ندارند

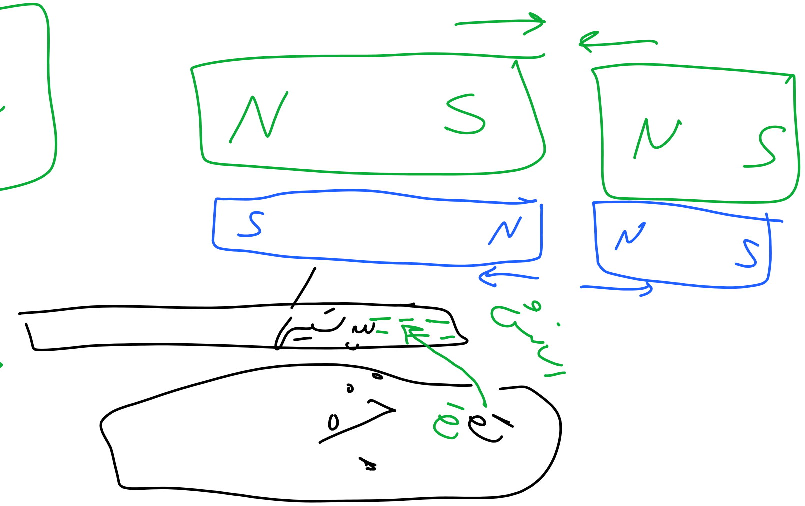
ابریشم





q بار الکتریکی

F جاذبه دافعه



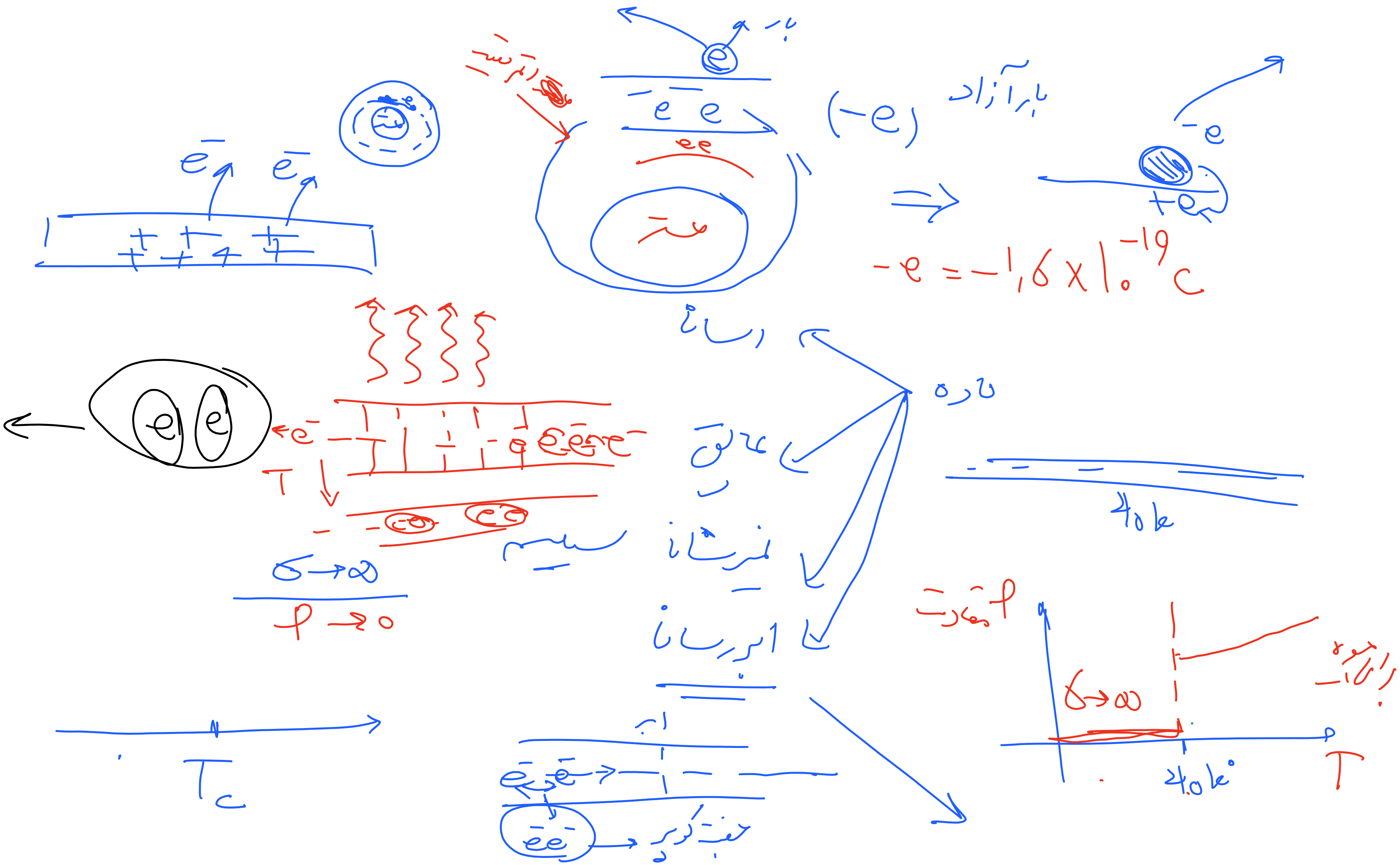
−q بار منفی

دو نوع بار

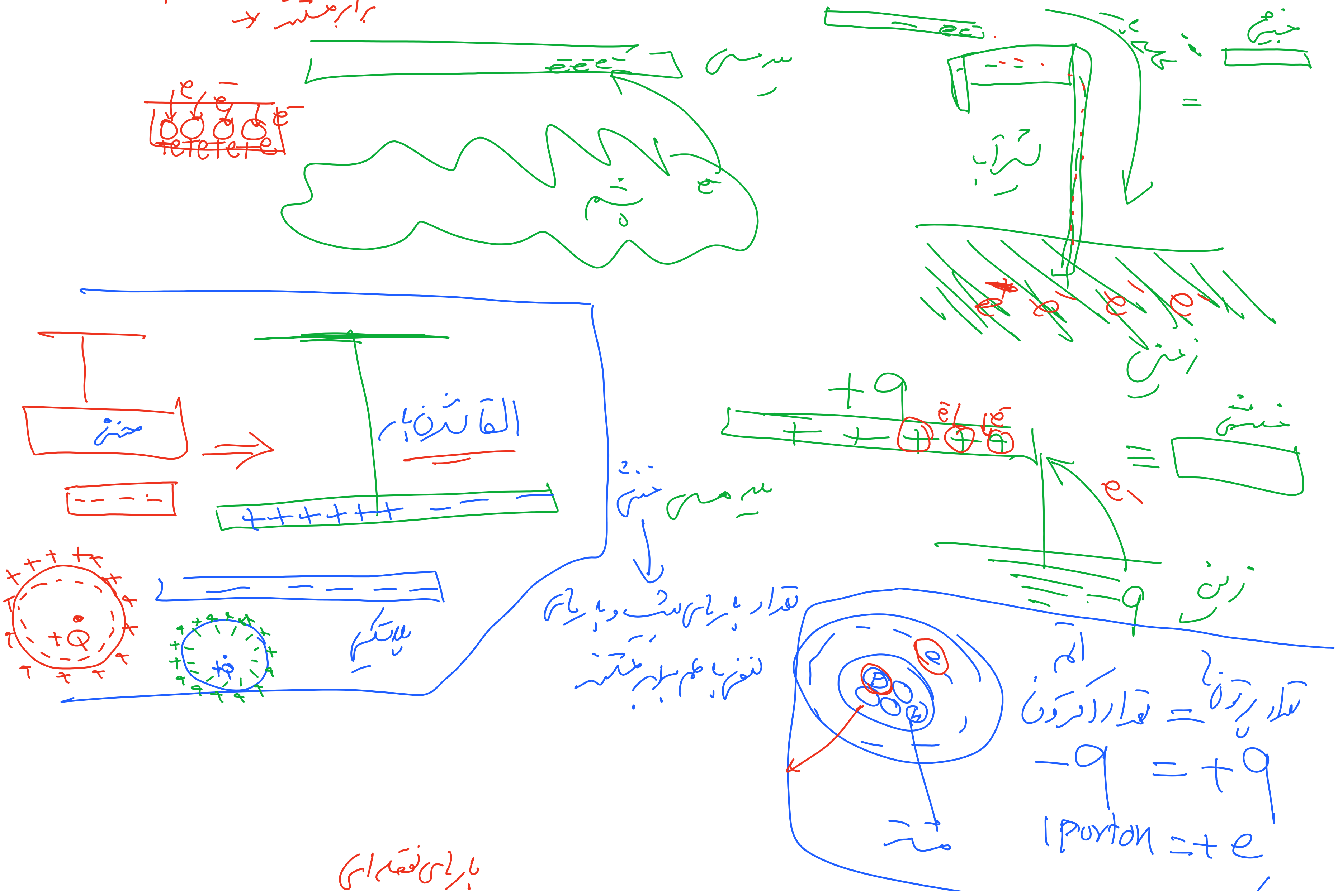
+q بار مثبت

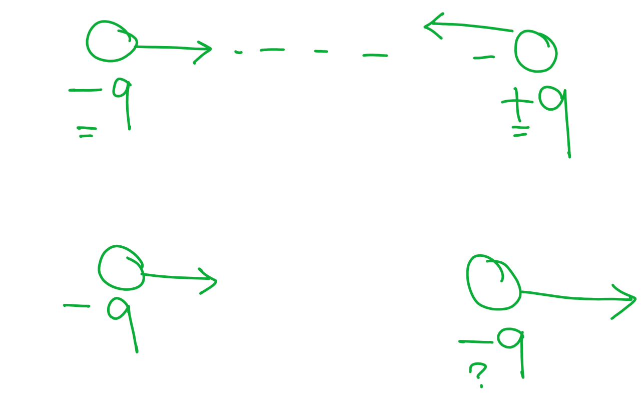
نیروی دافعه

نیروی جاذبه ← (بارهای با بار مخالف همدیگر را جذب، درحالی‌که بارهای با بار همنام همدیگر را دفع می‌کنند)

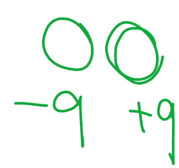


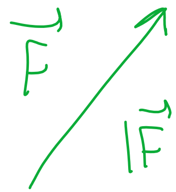
* خنثی: تعداد بارهای مثبت و تعداد بارهای منفی با هم برابر است





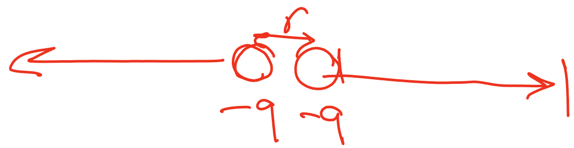
$\Longrightarrow$





$|\vec{F}| = F$

$$|F| \propto |q_1||q_2|$$



$$|F| \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow$$ نیروهای مرکزی

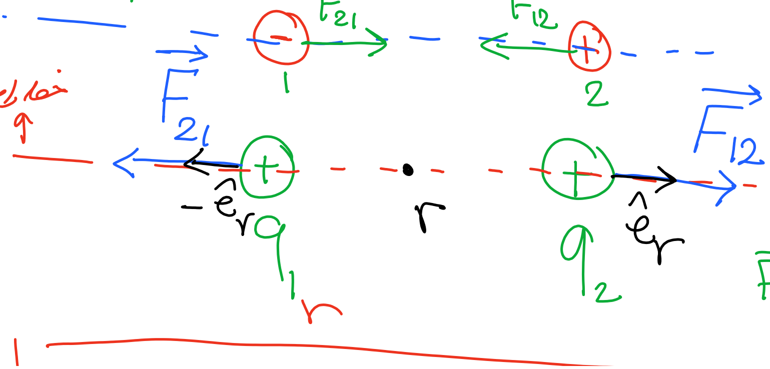
بردار نیرو ← $\vec{F}$

نیروی الکترواستاتیک

$$|\vec{F}_{12}| \propto \frac{\overset{2\times 3}{q_1 q_2}}{r^2} \qquad |\vec{F}_{21}| \propto \frac{\overset{3\times 2}{q_2 q_1}}{r^2}$$ قانون کولن !

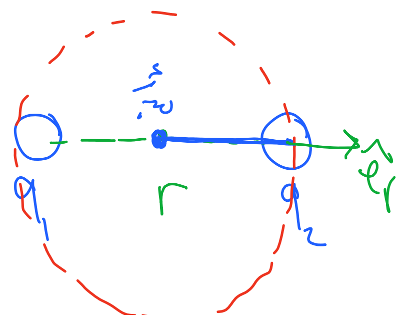
$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

خط واصل دو ذره



$$\vec{F} = |\vec{F}|\,\hat{e}_r$$

$$\vec{F}_{12} = |F_{12}|\,\hat{e}_r \qquad \vec{F}_{21} = |F_{21}|(-\hat{e}_r)$$



$$\vec{r} = r\,\hat{e}_r \Rightarrow \hat{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}$$

$\vec{A}$

بردار یکه $\vec{A}$ ← $\hat{e}_A$

$$\hat{e}_A = \frac{\vec{A}}{|A|}$$

$$\vec{A} = |\vec{A}|\,\hat{e}_A$$

$$\vec{F}_{21} = |\vec{F}_{21}|(-\hat{e}_r) = -|\vec{F}_{21}|\,\hat{e}_r$$

$$\vec{F}_{12} = |\vec{F}_{12}|\,\hat{e}_r$$

$\Longrightarrow$ * نیروی وارد بر دو ذره باردار هم اندازه و در خلاف جهت هم ولی روی خط واصل اعمال می‌شوند.

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

* و با بزرگی برابر اعمال می‌شوند

$$|\vec{F}| \propto \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Longrightarrow |\vec{F}| = F = \frac{k q_1 q_2}{r^2}$$

قانون کولن

$$\vec{F} = F\,\hat{e}_r = \frac{k q_1 q_2}{r^2}\,\hat{e}_r = \frac{k q_1 q_2}{r^2}\,\frac{\vec{r}}{r}$$

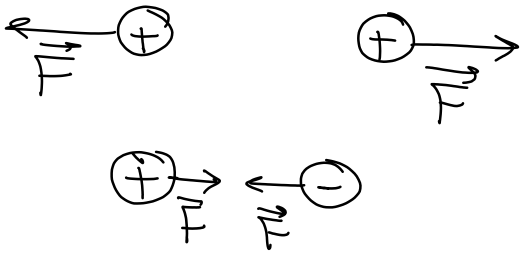
$$\vec{F} = k q_1 q_2 \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\vec{F} = k q_1 q_2 \ldots$$

(ثابت الکتروستاتیک (ثابت کولن

r^3

r^2



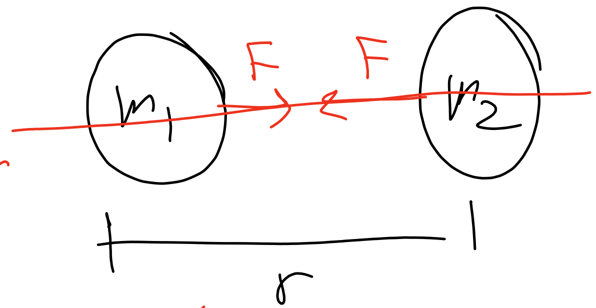
* نیروی الکتروستاتیکی

برای بارهای همنام ⇐ دافعه

برای بارهای غیرهمنام ⇐ جاذبه

نیروی گرانش $\vec{F}_g = G\,\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\,\hat{e}_r$

ثابت گرانش



* نیروی گرانش یک نیروی جاذبه است *

$|F_e| \ll F_g$

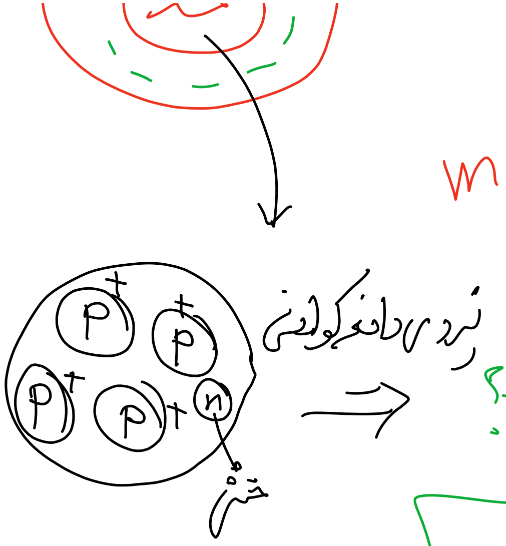
$F_e \gg F_g$

سوال: چرا الکترون

نیروی گرانش

به داخل هسته سقوط
نمی‌کند؟

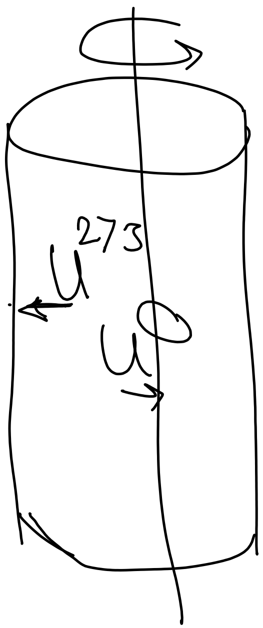
$m_p \ll 1, \; m_e \ll 1$

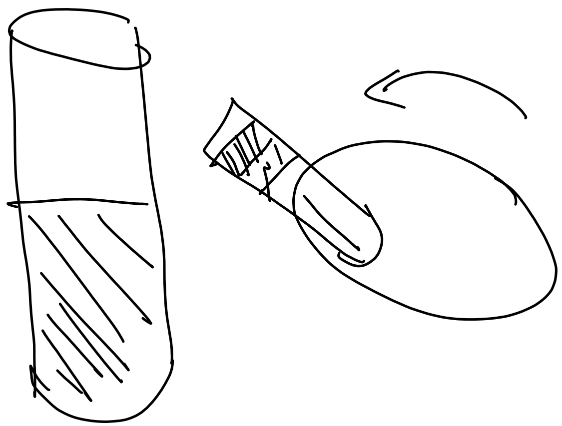


پس چرا هسته متلاشی نمی‌شود؟

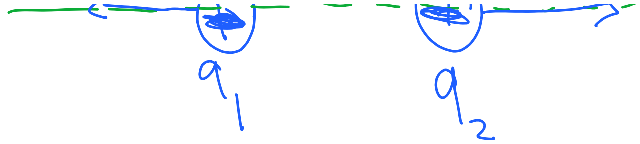
$F \gg F_e$

هسته‌ای قوی





$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}\hat{e}_r$$



واحد (SI)

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$\epsilon_0 \rightarrow$ گذردهی خلأ

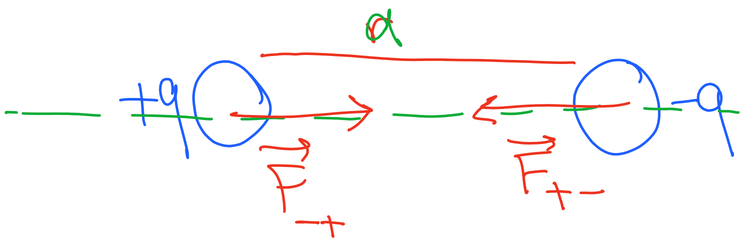
$$\epsilon_0 = 8.85\times 10^{-12}\ C^2/N.m^2$$

$\Rightarrow \boxed{k=1} \leftarrow$ واحد گاوسی

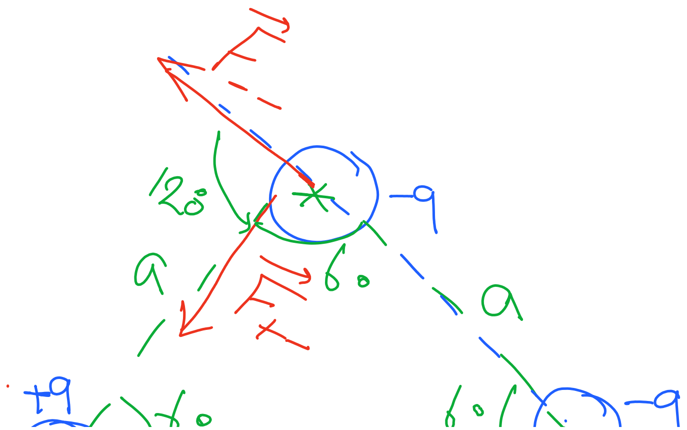
$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}$$

واحد q کولن (C)

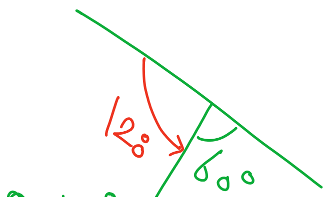
شل!

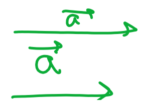


$$F_{+-} = F_{-+} = \frac{kq^2}{a^2} = F$$

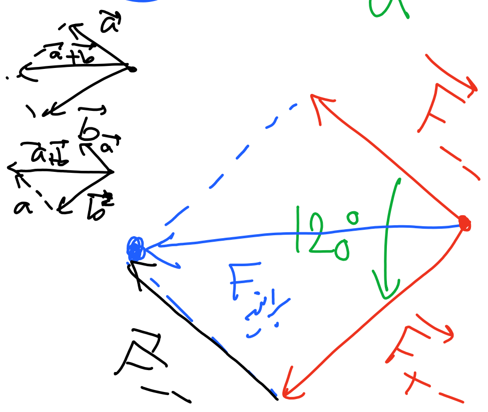


چه نیرویی به بار * از طرف دو بار دیگر وارد شده است؟





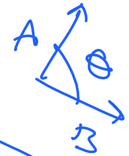
$\theta = 120^\circ$



$$\vec{F}_{برآیند} = \vec{F}_T = \vec{F}_{--} + \vec{F}_{+-}$$

$$F_T^2 = \vec{F}_T \cdot \vec{F}_T$$
$$= (\vec{F}_{--} + \vec{F}_{+-}) \cdot (\vec{F}_{--} + \vec{F}_{+-})$$
$$= F_{--}^2 + \vec{F}_{--} \cdot \vec{F}_{+-} + \vec{F}_{+-} \cdot \vec{F}_{--} + F_{+-}^2$$
$$= F_{--}^2 + 2\vec{F}_{--} \cdot \vec{F}_{+-} + F_{+-}^2$$
$$= F_{--}^2 + 2F_{--}F_{+-}\cos\theta + F_{+-}^2$$

$$\vec{a}\cdot\vec{a} = a\,a\cos(0) = a^2$$
$$a = \sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$$
$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$$
$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta = BA\cos\theta = \vec{B}\cdot\vec{A}$$



$$\boxed{F_{--} = \frac{Kq^2}{a^2} \qquad F = \frac{kq^2}{a^2} \qquad F_{+-} = \frac{kq^2}{a^2} \Rightarrow F_{--} = F_{+-} = F}$$

$(\theta = 120^\circ)$

بزرگی

$$F_T^2 = 2F^2 + 2F^2\cos\theta$$
$$= 2F^2(1 + \cos\theta)$$

$$\cos(a \pm b) = \cos a\cos b \mp \sin a \sin b$$

$$\sin^2\theta/2 + \cos^2\theta/2 = 1$$
$$\Rightarrow \sin^2\theta = 1 - \cos^2\ldots$$

$$\cos\theta = \cos\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\theta}{2}\right) = \cos^2\theta/_2 - \sin^2\frac{\theta}{2}$$

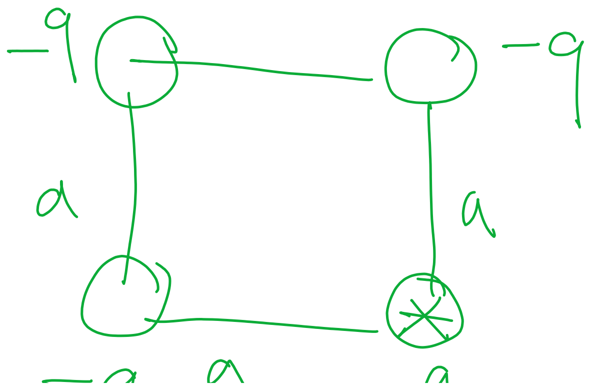
$$\cos\theta = 2\cos^2\theta/_2 - 1 \Rightarrow 1+\cos\theta = 2\cos^2\theta/_2$$

$$F_T^2 = 4F^2\cos^2\theta/_2$$

$$F_T = 2F\cos\theta/_2 = 2\times\frac{kq^2}{a^2}\cos\frac{120}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_T = \frac{kq^2}{a^2} = F}$$

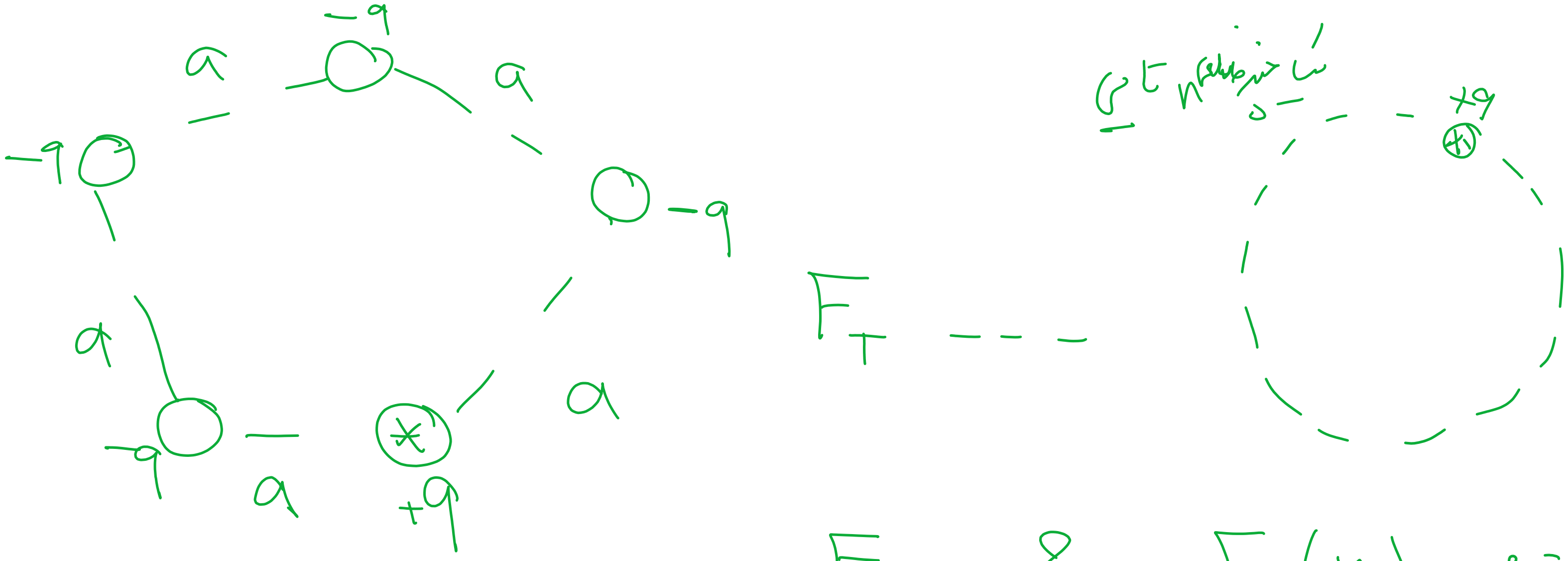
تمرین !



* نیروهای [illegible] صورت نیروی [illegible]

ر ، ب ، A را محاسبه کنید ؟

F_T



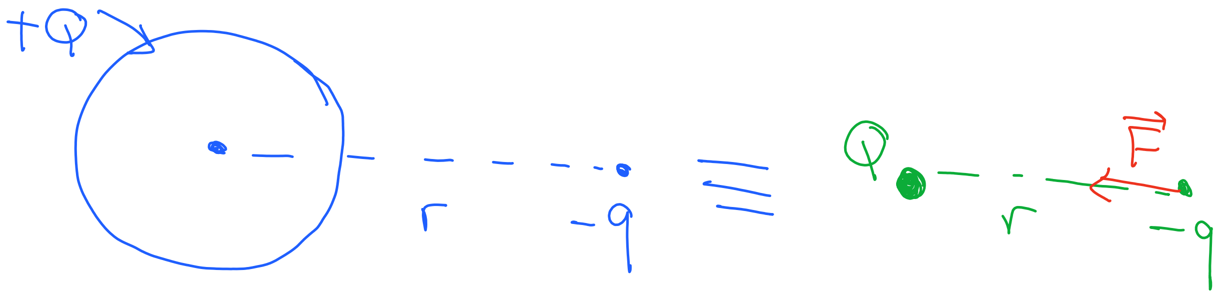
$F_T = ?$

$F_T(n)$ حل تمرین آتی

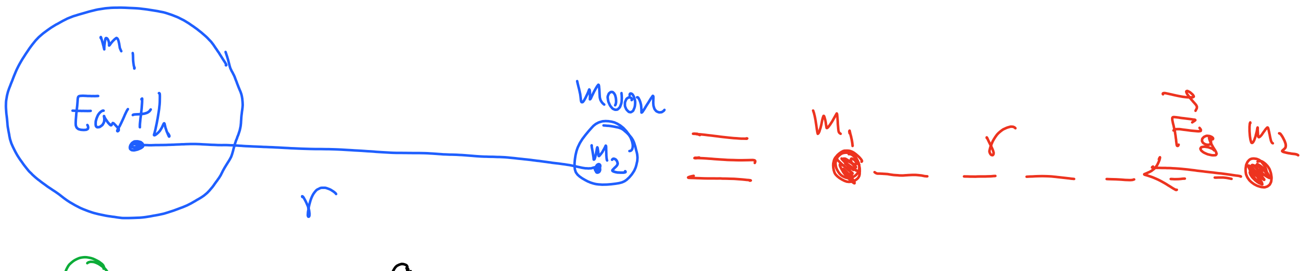
Session2

Monday, February 22, 2021 8:07 AM

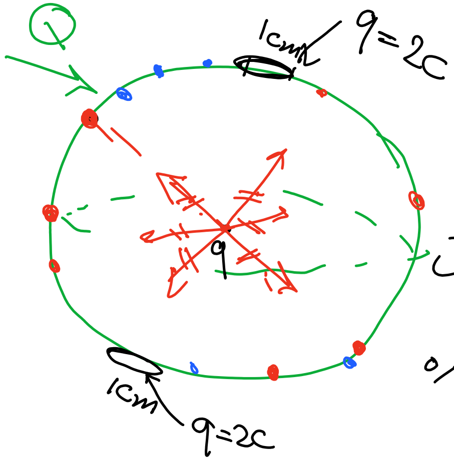
۱) قضیه پوسته



$F = \frac{kQq}{r^2}$



$F = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$



(در پوسته کروی)

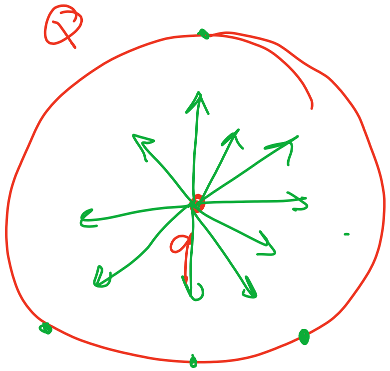
توزیع یکنواخت

قضیه پوسته ۲)

اگر ذره‌ی باردار داخل یک پوسته کروی باردار با توزیع یکنواخت قرار دهیم هیچ نیروی الکترواستاتیک خالصی از پوسته به ذره وارد نمی‌شود.

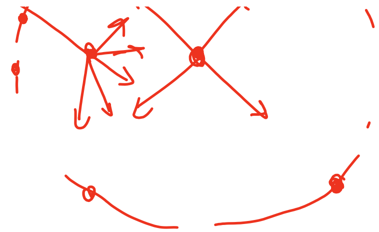
$(\sum \vec{F} = 0)$ ⟸ برآیند نیروها

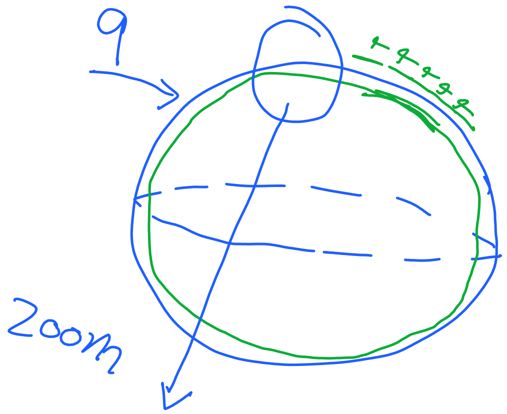
$F \propto 1/$



$$\Rightarrow \sum \vec{F} = 0$$

روی ذره q



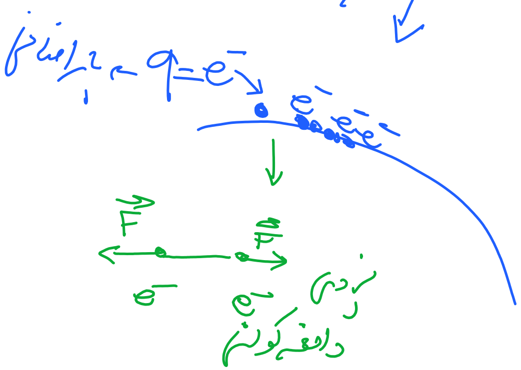


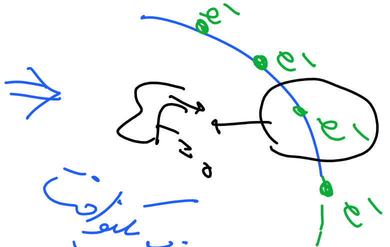
رسانای کروی

بار q اضافی در روی پوسته کروی قرار می‌گیرد

چگونه توزیع می‌شود؟

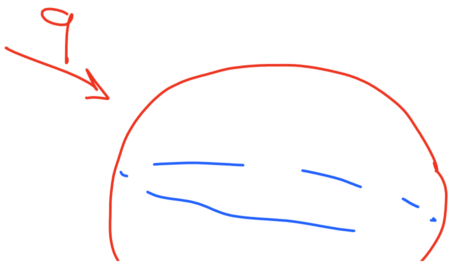
q ها روی پوسته خارجی به طور یکنواخت توزیع می‌شود





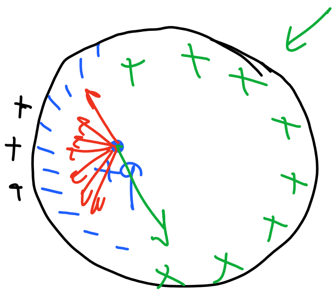
$\Rightarrow$ یک توزیع یکنواخت

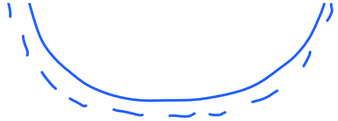
توزیع یکنواخت

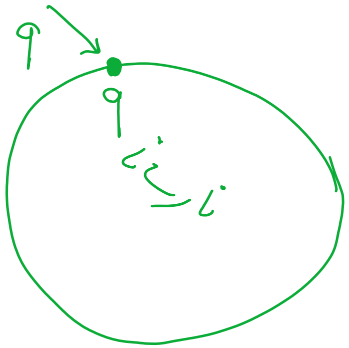


حلقوی قشر پوسته ها $\Rightarrow$

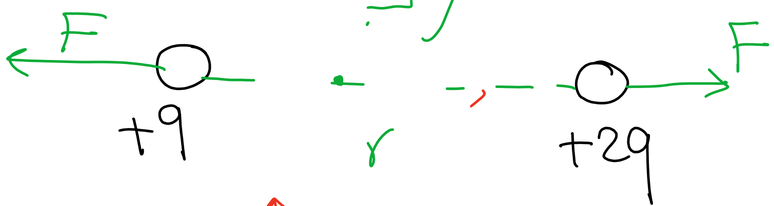
پوسته کروی رسانا
مثبت



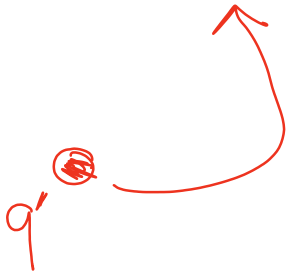




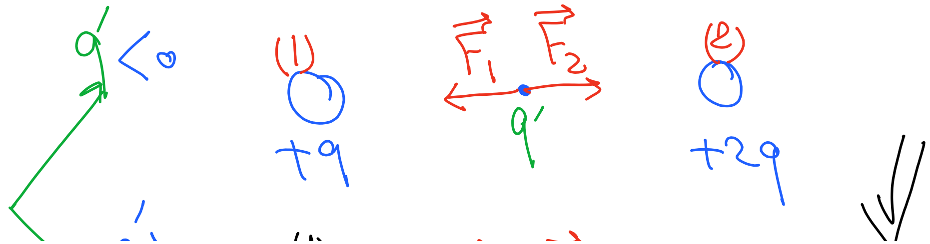
تعادل الکترواستاتیکی

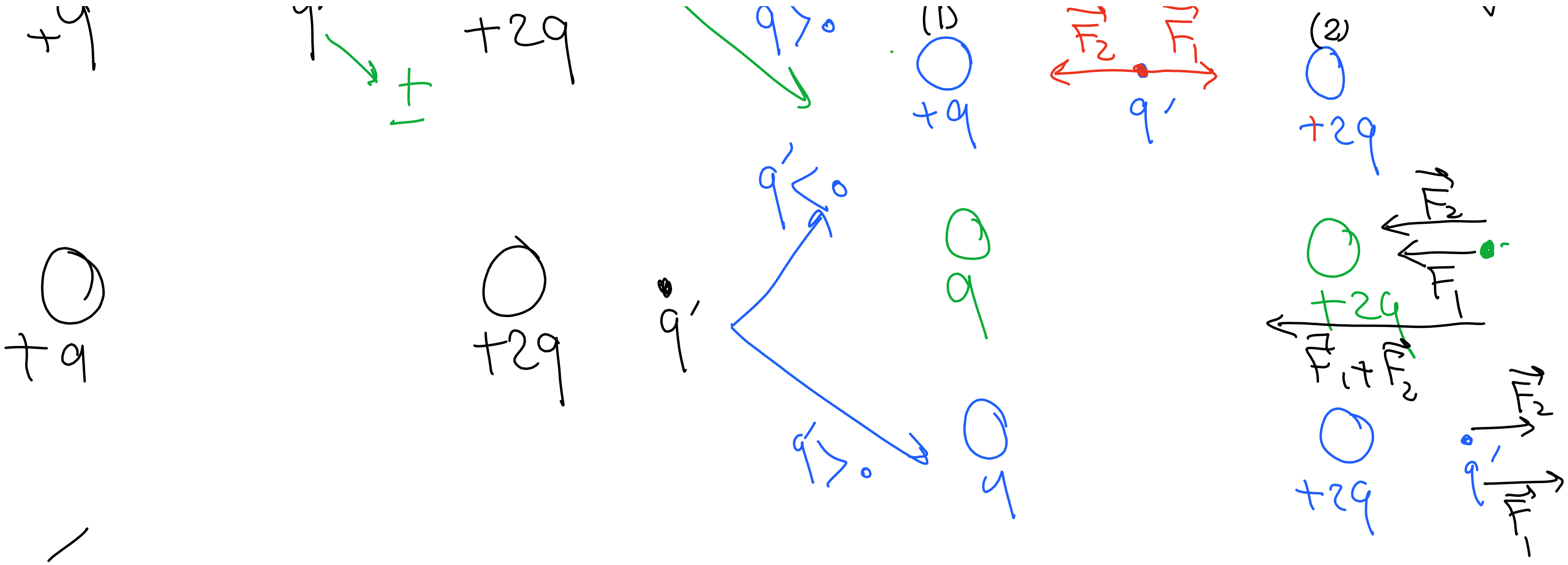


(system)

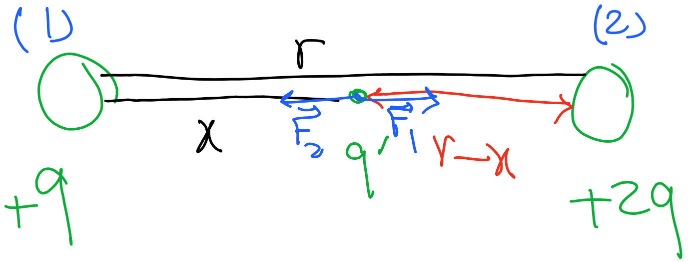


$$\boxed{\sum \vec{F}_{q'\ \text{روی}} = 0 \quad \text{شرط تعادل}}$$

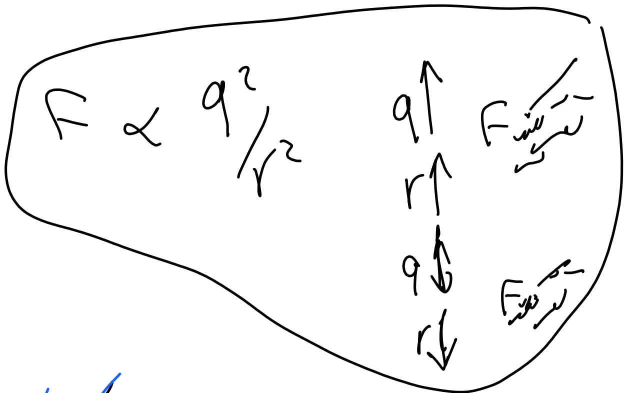




نکته: برای دو بار همنام، بار سوم را باید در میان دو بار قرار داد تا به تعادل الکترواستاتیکی برسد.



$q'>0$



$$F_1 = \frac{kqq'}{x^2}$$

$$F_2 = \frac{2kqq'}{(r-x)^2}$$

تعادل $\Longrightarrow$ $F_1 = F_2$

$$\cancel{k}\cancel{q}\cancel{q'} = 2\cancel{k}\cancel{q}\cancel{q'}$$

$$x^2 \quad (r-x)^2$$

$$\frac{(r-x)^2}{x^2} = 2 \Rightarrow \frac{r-x}{x} = \sqrt{2} \Rightarrow r - x = \sqrt{2}x \Rightarrow \boxed{\frac{r}{1+\sqrt{2}} = x}$$

$$\sqrt{2} \simeq 1.3$$

$$\frac{r}{2.3} = x \xrightarrow{r=4.6} x = 2$$

$$q \xleftrightarrow{\;2\;} q' \xleftrightarrow{\;2.6\;} +2q \qquad (4.6)$$

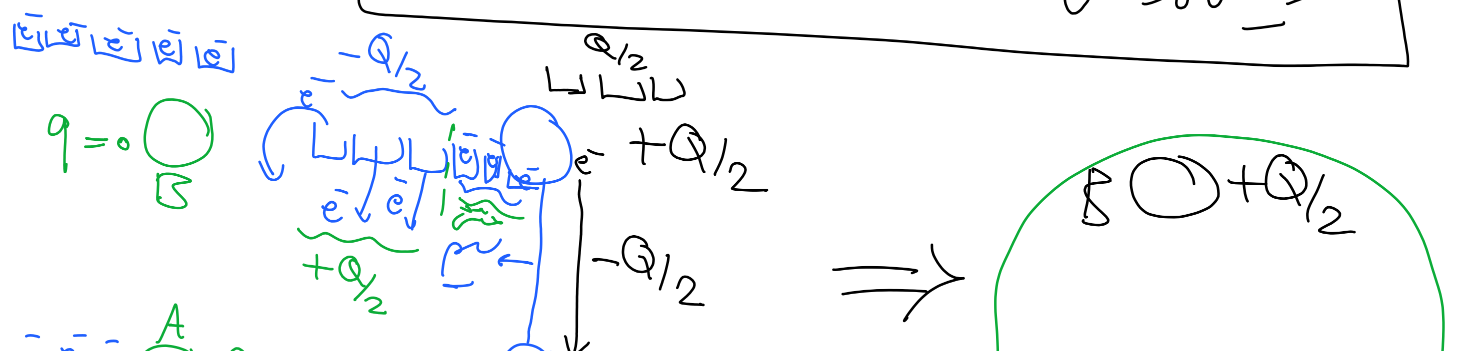
? q'

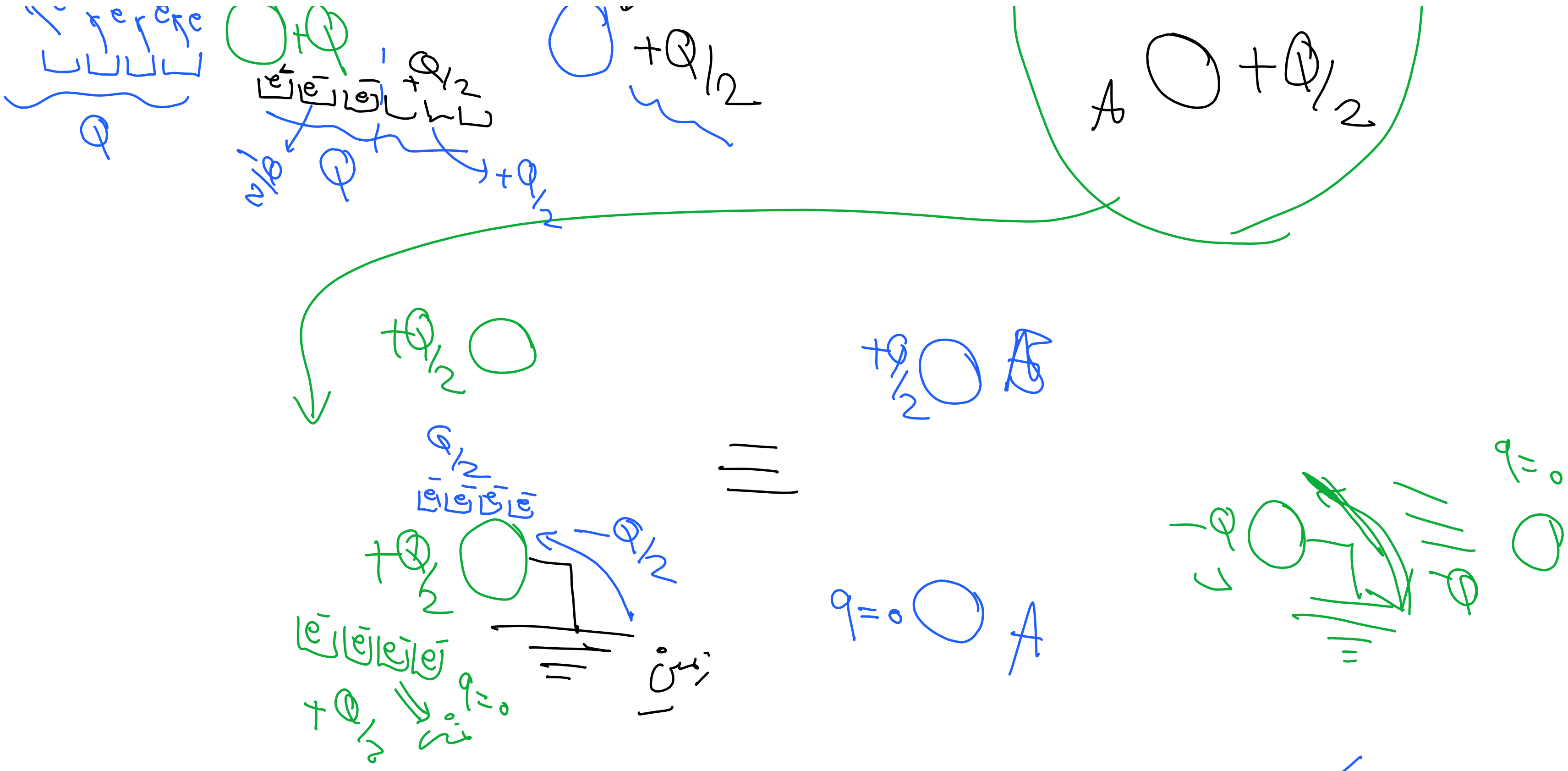
نکته: همیشه بار q' نزدیک بار کوچکتر قرار می‌گیرد.

$q \qquad -2q$

تمرین: برای دو بار زیر حل کنم؟

$$\boxed{\text{تمرین‌های پایان فصل: ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۳۴، ۴۲}}$$





بار الکترون $e' = -e$

$$q = ne$$

$$n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \ldots$$

اعداد صحیح

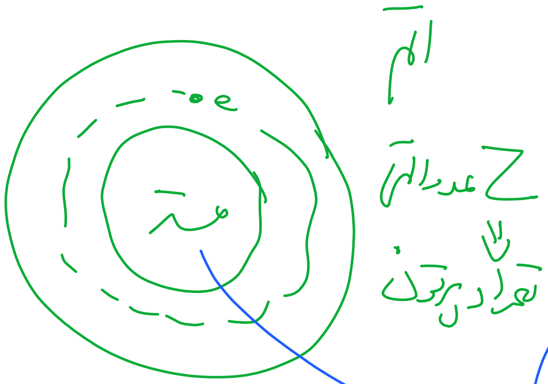
* بار کوانتیده است *

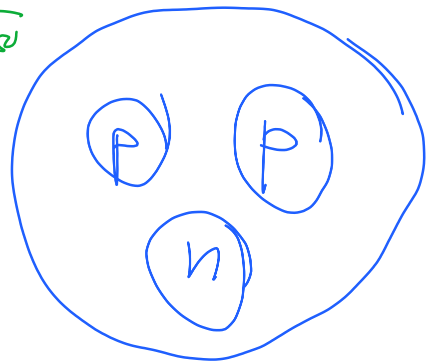
$$e = 1{,}602 \times 10^{-19}\,C$$

$$\cancel{q = 2{,}5\,e}$$

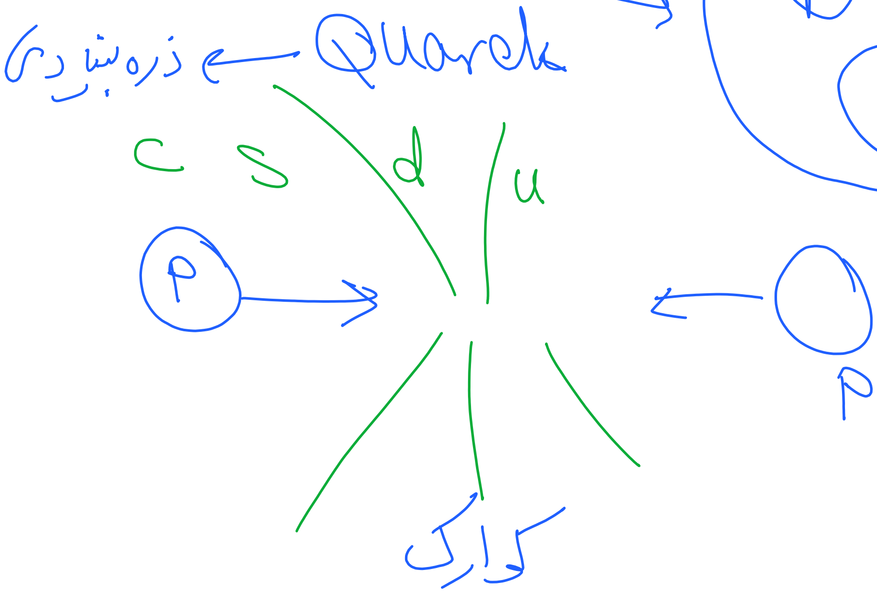
$$q = 2e$$

مضرب بنیادی





$q_p = 1e$



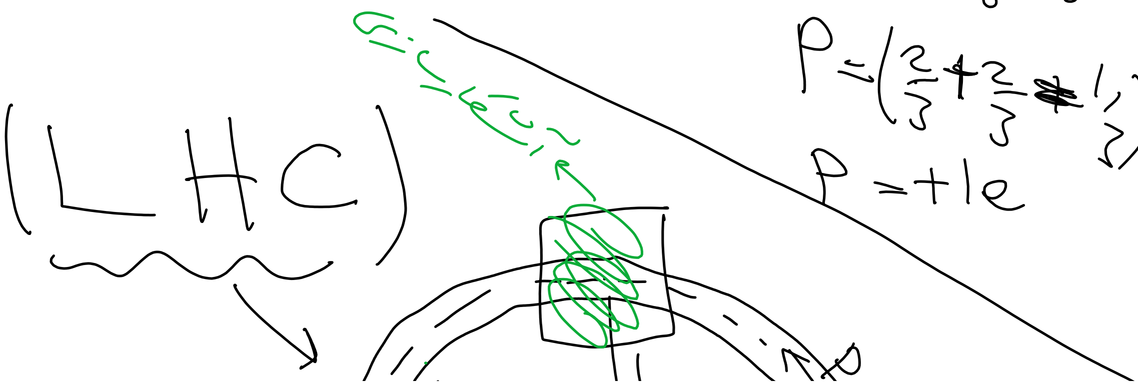
$u = \overset{\text{عدد}}{\bigcirc} = \frac{2}{3}e$

$p = uud$

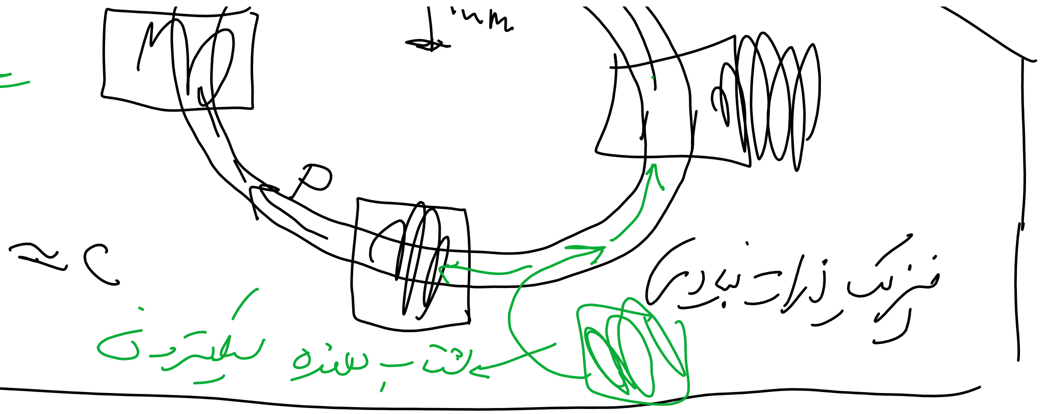
$\frac{2}{3}e \quad \frac{2}{3}e \quad -\frac{1}{3}e$

$p = \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right)e = \frac{3}{3}e = 1e$

$p = +1e$



آزمایشگاه سرن



فوتون

$$\gamma \longrightarrow e^- + e^+$$

$q=0$

الکترون پوزیترون

$-e$ $?+e$

* بار پایسته است *

(تولید زوج)

$m_{e^-} = m_{e^+}$

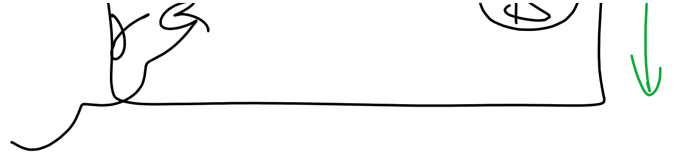
$$e^- + e^+ \longrightarrow \gamma + \gamma$$

نابودی زوج

$q_{e^+} + q_{e^-} = 0$

$0 = 0 + 0$

شکل ۱-۱۲ کتاب

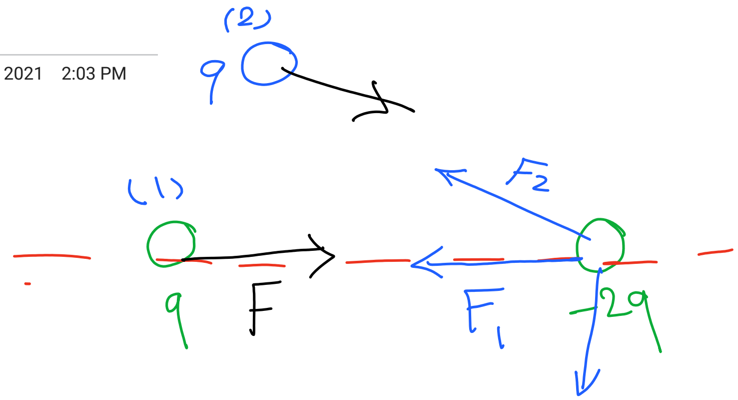


* سیدحسین موسوم ⇐ آزمایشگاه سرن *

تمرکز ⇐ سینکروترون

Session3

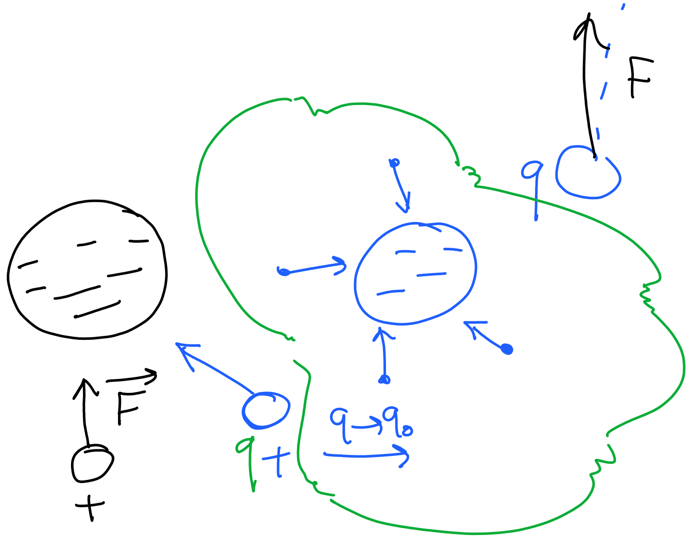
Saturday, February 27, 2021 2:03 PM



میدان الکتریکی

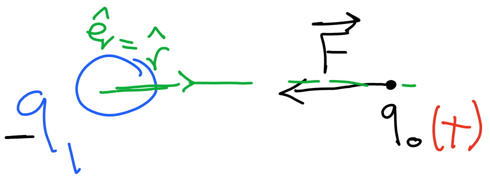
$q \rightarrow q_0$ بار آزمون

بار آزمون یک بار الکتریکی مثبت در نظر گرفته می‌شود



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

میدان الکتریکی

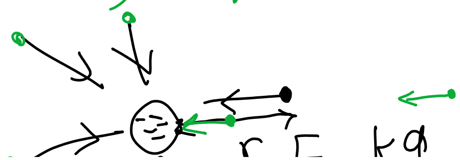


$$\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2}\hat{e}_r$$

$$\vec{F} = \frac{k q_1 q_0}{r^2}(-\hat{e}_r)$$

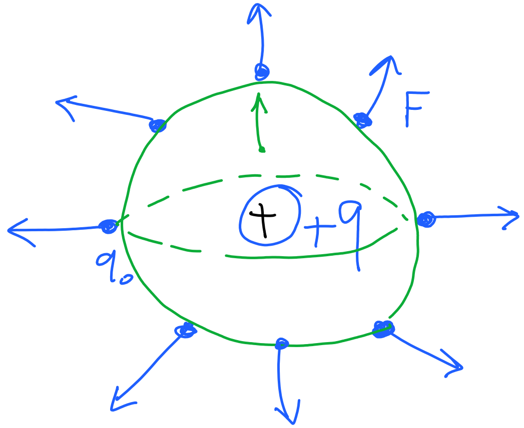
نشان دهنده جاذبه بودن نیرو است

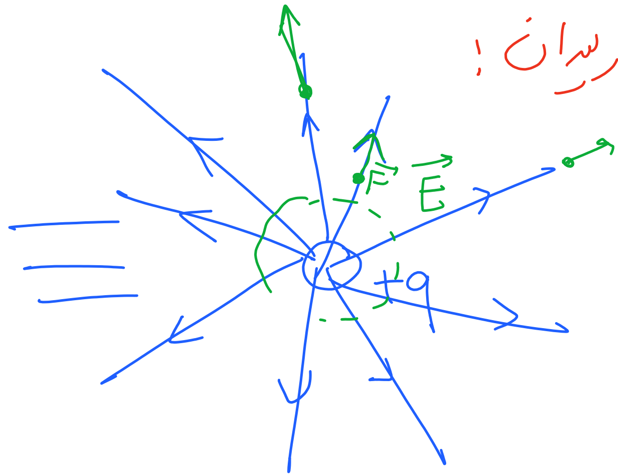
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{k q_1}{r^2}(-\hat{e}_r)$$



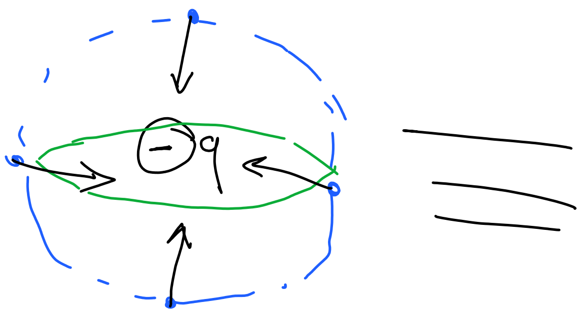
$E = \frac{kq}{r^2}$

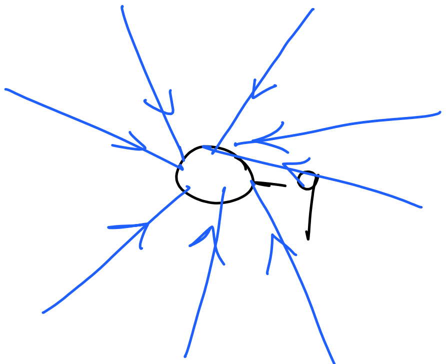
واحد نیرو (N) واحد میدان $\left(\frac{N}{C}\right)$

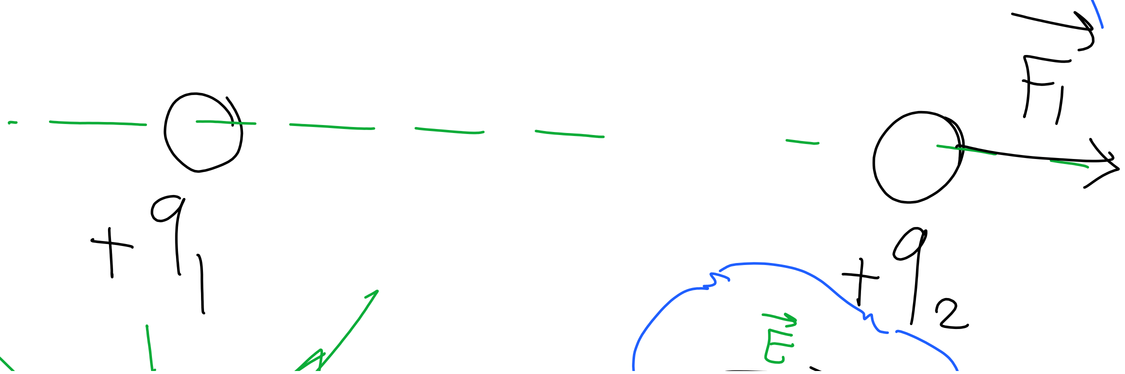




تفسیر میدان!

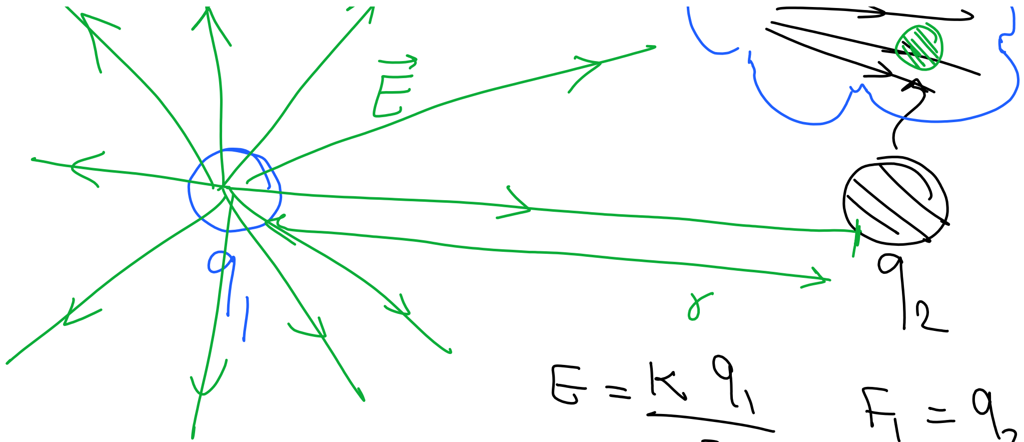






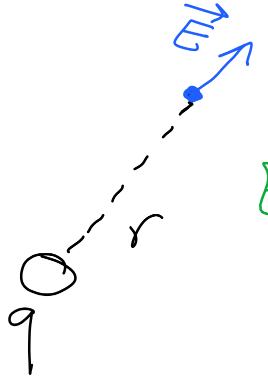
تفسیر نیرو ←

$\vec{F}_1 = \frac{k q_1 q_2}{r^2}\,\hat{e}$

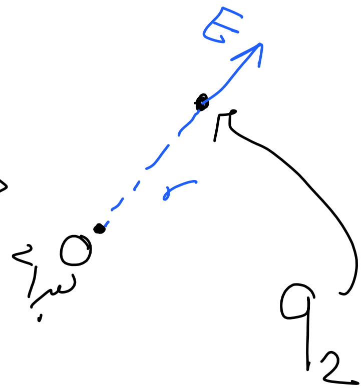


$$\vec{F_1} = q_2 \vec{E}$$

$$E = \frac{kq_1}{r^2} \qquad F_1 = q_2 E = \frac{kq_2 q_1}{r^2}$$



$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow$$

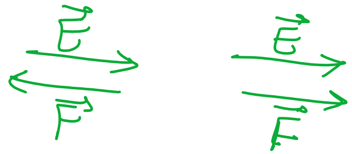


یک کمیت اسکالر

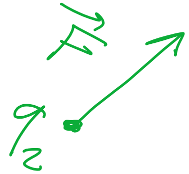
$$\vec{F} = q_2 \vec{E}$$

منفی — مثبت

$q_2 < 0$ — $q_2 > 0$



$\Rightarrow$

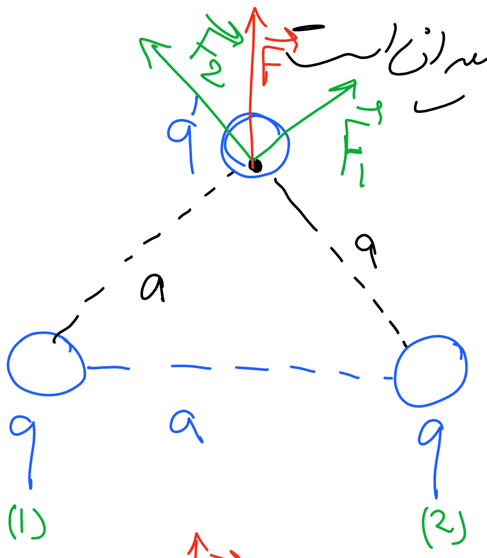


$$\vec{F} = q_2 \vec{E}$$

$$F = q_2 E = \frac{kq}{r^2} q_2 = \frac{kqq_2}{r^2}$$

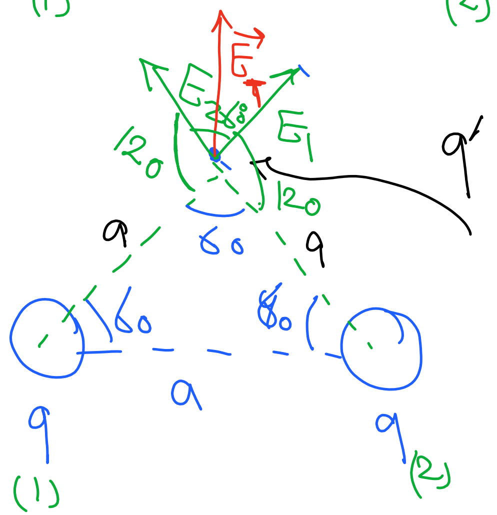
تعریف میدان: ذره دوم خطوط میدان ذره اول را احساس می‌کند و نیرو دریافت می‌کند به کولن ...

می‌شود [illegible] خطوط میدان است

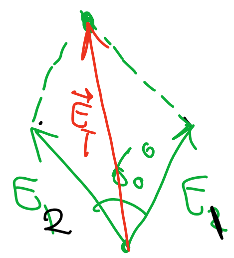


مثال ! به بار q' چه نیرویی از طرف ذرات دیگر وارد می‌شود؟

$q'>0$



$$\Longrightarrow \vec{F} = q'\vec{E}_T$$



$\theta = 60^\circ$

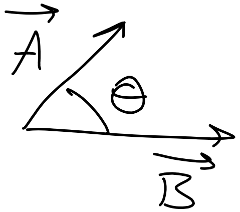
$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E_1 = \frac{kq}{a^2}$$

$$E_2 = \frac{kq}{a^2}$$

$$\boxed{E_1 = E_2 = E = \frac{kq}{a^2}}$$

$$E_T^2 = \vec{E}_T \cdot \vec{E}_T = (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) = E_1^2 + \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 + \vec{E}_2 \cdot \vec{E}_1 + E_2^2$$



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$E_T^2 = E_1^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 + E_2^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\theta$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow E_T^2 = 2E^2 + 2E^2\cos\theta = 2E^2(1 + \cos\theta)$$

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b \qquad \sin^2\frac{\theta}{2} + \cos^2\frac{\theta}{2} = 1$$

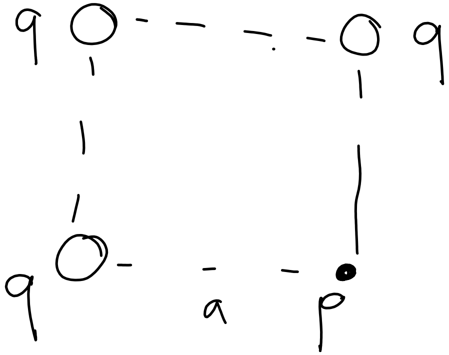
$$\cos\theta = \cos\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{2}\right) = \cos^2\frac{\theta}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2} = 2\cos^2\frac{\theta}{2} - 1$$

$$\Rightarrow \boxed{\cos\theta + 1 = 2\cos^2\theta/2}$$

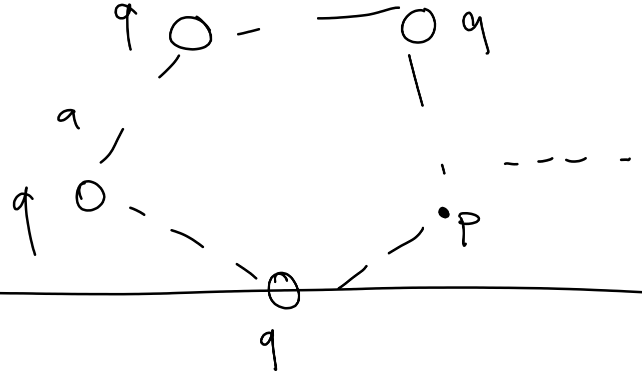
$$E_T^2 = 4E^2\cos^2\theta/2 \Rightarrow E_T = 2E\cos\theta/2$$

$$E_T = 2kq \cos(60)$$

$$\frac{1}{a^2} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) =$$

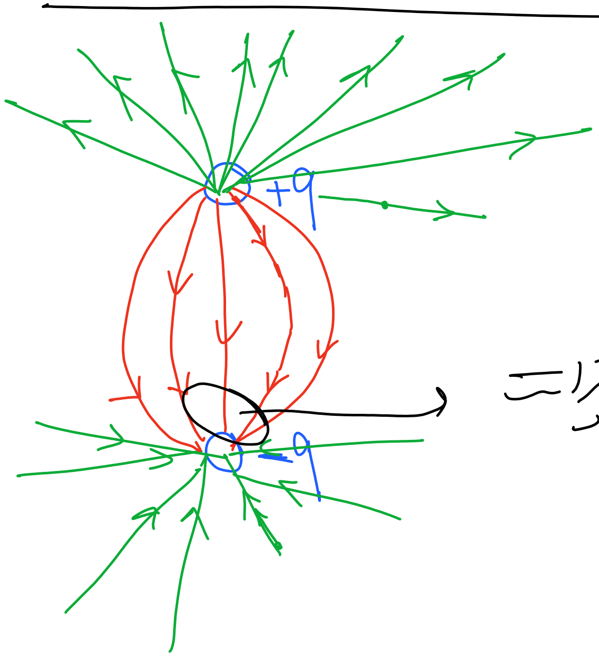


تمرین: میدان را باید در نقطه p را بدست آورید؟



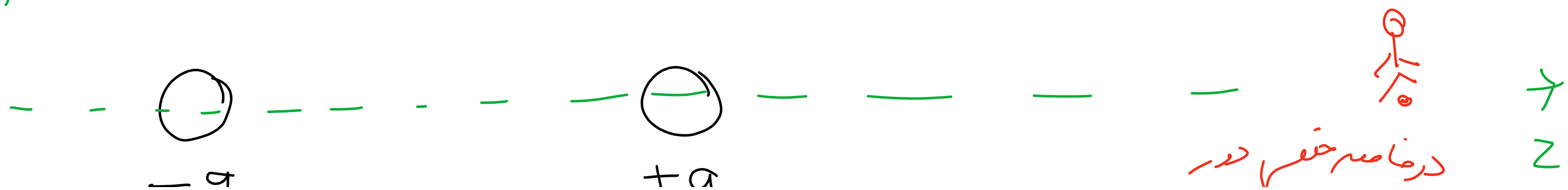
n ضلعی

$E_T = f(n)$



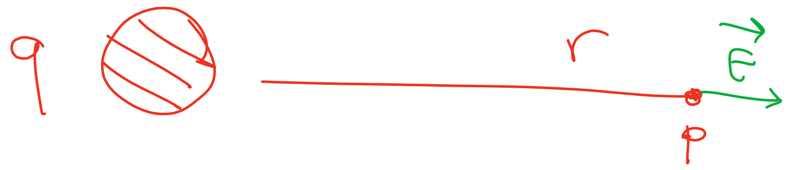
دو قطبی الکتریکی

جایی که خطوط میدان قوی‌تر است
به هم نزدیک‌ترند



در فاصله خیلی دور

میدان یک دوقطبی به چه صورتی نشان داده می‌شود؟

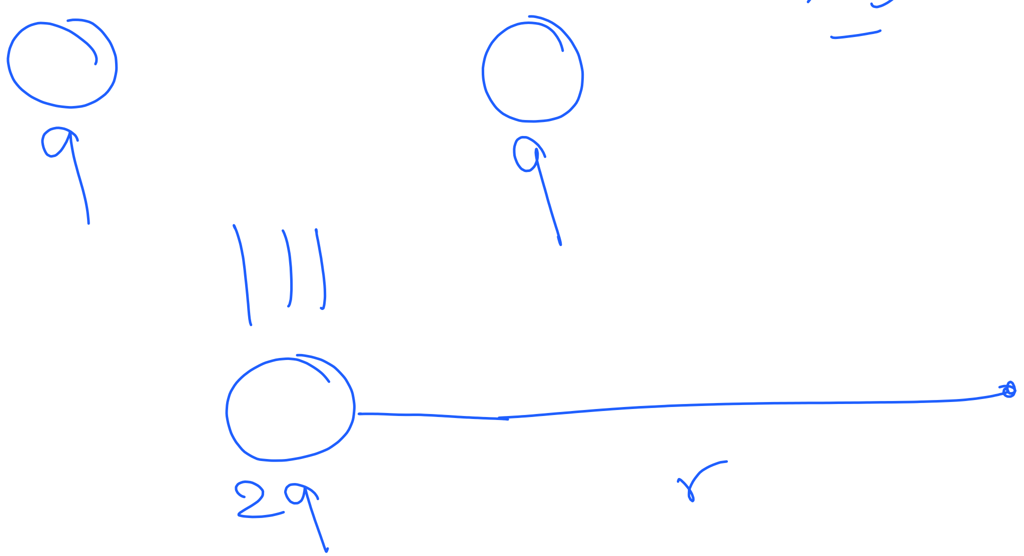


$$E = \frac{kq}{r^2}$$

تمرین!

$$E \simeq \frac{k(2q)}{r^2}$$

در فواصل خیلی دور



$$E \simeq \frac{k(2q)}{r^2}$$

$$\overset{r_+}{\underset{z}{\longleftrightarrow}}$$

$$\vec{E}_+ = E_+ \hat{k}$$
$$\vec{E}_- = E_-(-\hat{k})$$

$$\vec{E} = \vec{E}_- + \vec{E}_+ \Rightarrow \vec{E} = E_+(\hat{k}) + E_-(-\hat{k}) = (E_+ - E_-)\hat{k}$$

$$E = E_+ - E_- = \frac{kq}{r_+^2} - \frac{kq}{r_-^2} =$$

$$E_+ = \frac{kq}{r_+^2}$$
$$E_- = \frac{kq}{r_-^2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} r_+ &= z - d/2 \\ r_- &= z + d/2 \end{aligned}}$$

در فواصل دور

$$z \gg d$$
$$z/d \gg 1$$
$$\frac{d}{z} \ll 1$$

$$E = kq\left[\frac{1}{(z - \frac{1}{2}d)^2} - \frac{1}{(z + d/2)^2}\right]$$

$$(z - \tfrac{1}{2}d)^2 \to \left(z\left(1 - \frac{1}{2}\frac{d}{z}\right)\right)^2$$

$$= \frac{kq}{z^2}\left[\frac{1}{\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2} - \frac{1}{\left(1 + \frac{d}{2z}\right)^2}\right] = \frac{kq}{z^2}\left[\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^{-2} - \left(1 + \frac{d}{2z}\right)^{-2}\right]$$

$$[E] = MLT^{-3}A^{-1}$$

$(1+\epsilon)^n \simeq 1+n\epsilon$

$$\left(1+\frac{d}{2z}\right)^{-2} \simeq 1-2\left(\frac{d}{2z}\right) = 1-\frac{d}{z}$$

$$E \simeq \frac{kq}{z^2}\left[\left(1+\frac{d}{z}\right)-\left(1-\frac{d}{z}\right)\right] \simeq \frac{k(2qd)}{z^3}$$

$\boxed{p = qd \Leftarrow \text{ممان الکتریکی}}$

$$[E]=\frac{ML^3T^{-4}A^{-2}TAL}{L^3}$$

$$\Uparrow$$

$[i]=A$, $i=\frac{dq}{dt} \Rightarrow [i] = AT$

$$[E]=\frac{[k][q][d]}{[z]^3}$$

$[x]=L$, $[v]=\frac{[x]}{[t]}$

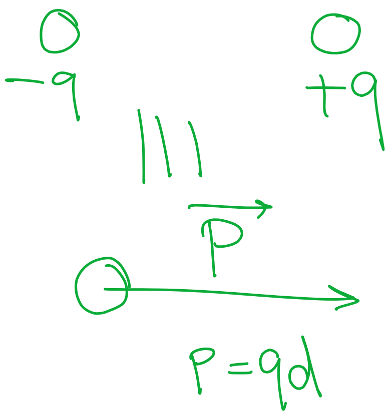
$[t]=T$

$[m]=M$

$$[E]=MLT^{-3}A^{-1}$$

$$E=\frac{kq}{z^2} \Rightarrow [k]=\frac{[E][z]^2}{[q]}=\frac{MLT^{-3}A^{-1}L^2}{AT}$$

$$[k]=ML^3T^{-4}A^{-2}$$



$\vec{E}$ میدان الکتریکی از جهت مثبت به منفی

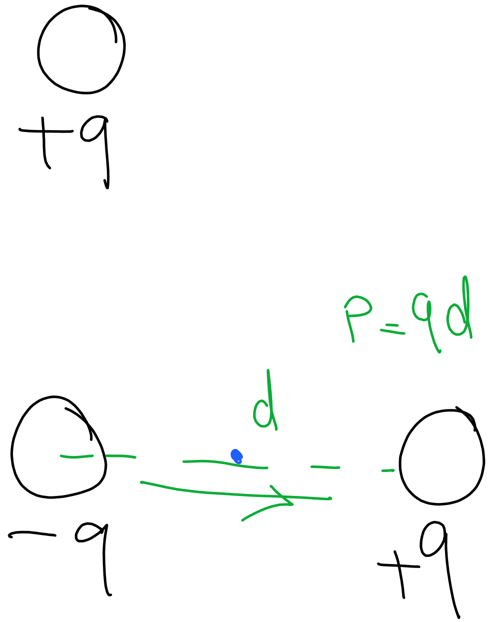
$\vec{p}$: جهت منفی به مثبت است

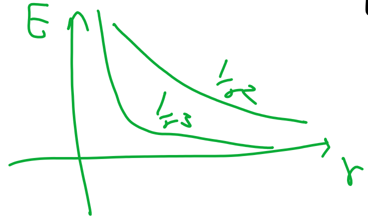
$$E=\frac{F}{q}=\frac{ma}{q}=\frac{m\frac{v}{t}}{q}$$

$$[E]=\frac{MLT^{-1}}{ATT}=ML$$

$\boxed{F = 2kP}$

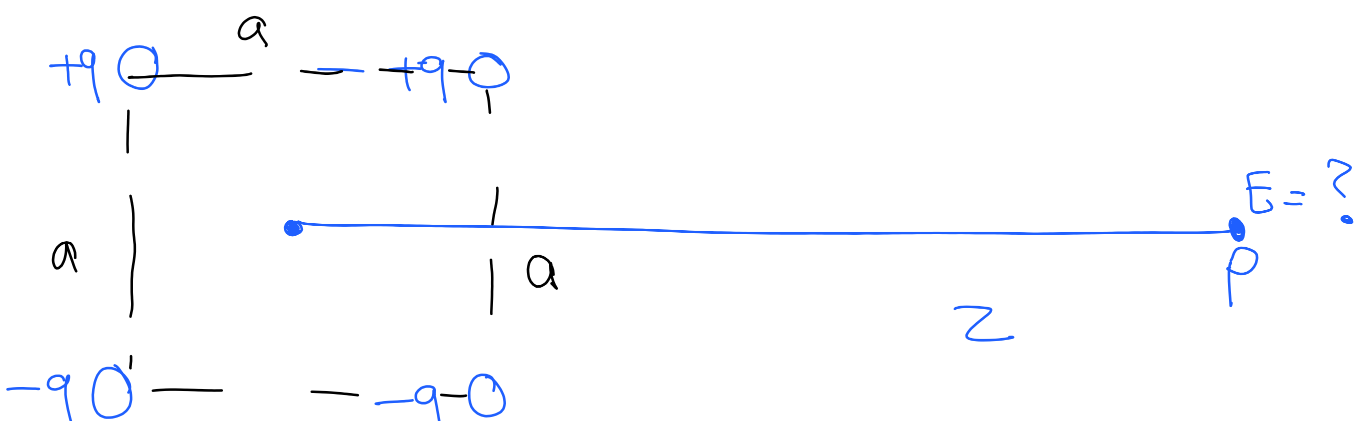
z^3





- $E = \frac{kq}{r^2}$
- $E = \frac{kp}{r^3}$

تمرين



a

$z \gg a$

$$\boxed{[E] = \frac{MLT^{-2}}{AT} = MLA^{-1}T^{-3}}$$

$E = \frac{F}{q}$

$F = ma$

$[F] = [m][a] = MLT^{-2}$

$[t] = T$ $[x] = L$

$[m] = M$

$v = \frac{x}{t} \Rightarrow [v] = \frac{[x]}{[t]} = LT^{-1}$

$[a] = \frac{[v]}{[t]} = LT^{-2}$

$a = \frac{dv}{dt}$

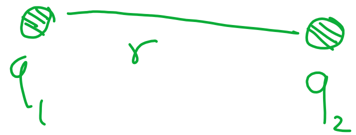
$i = \frac{dq}{dt}$

$[q] = [i][t] = AT$

Session 4

Saturday, March 6, 2021 8:10 AM

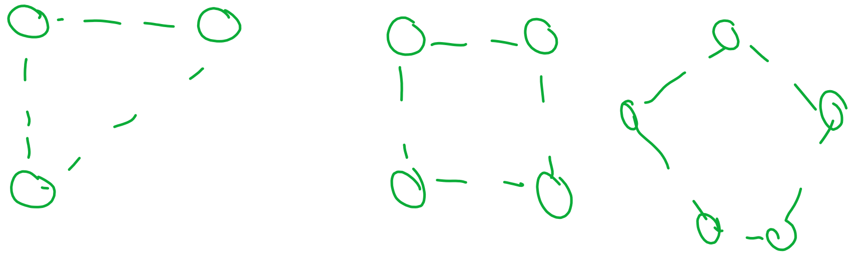
$$E = \frac{kq_1}{r^2}$$

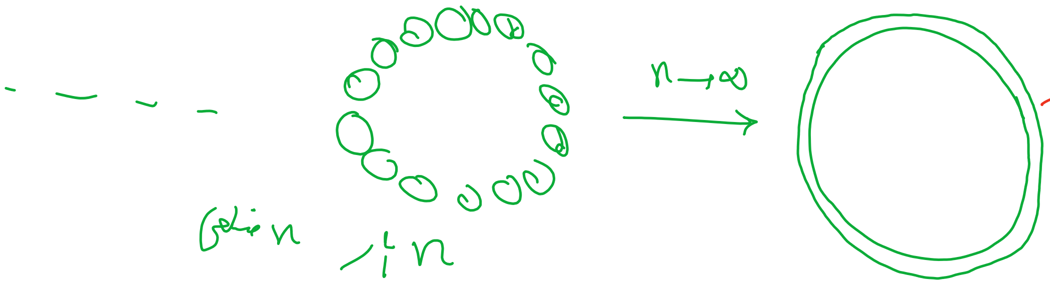


$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$$

توزیع گسسته

توزیع بار → گسسته / پیوسته

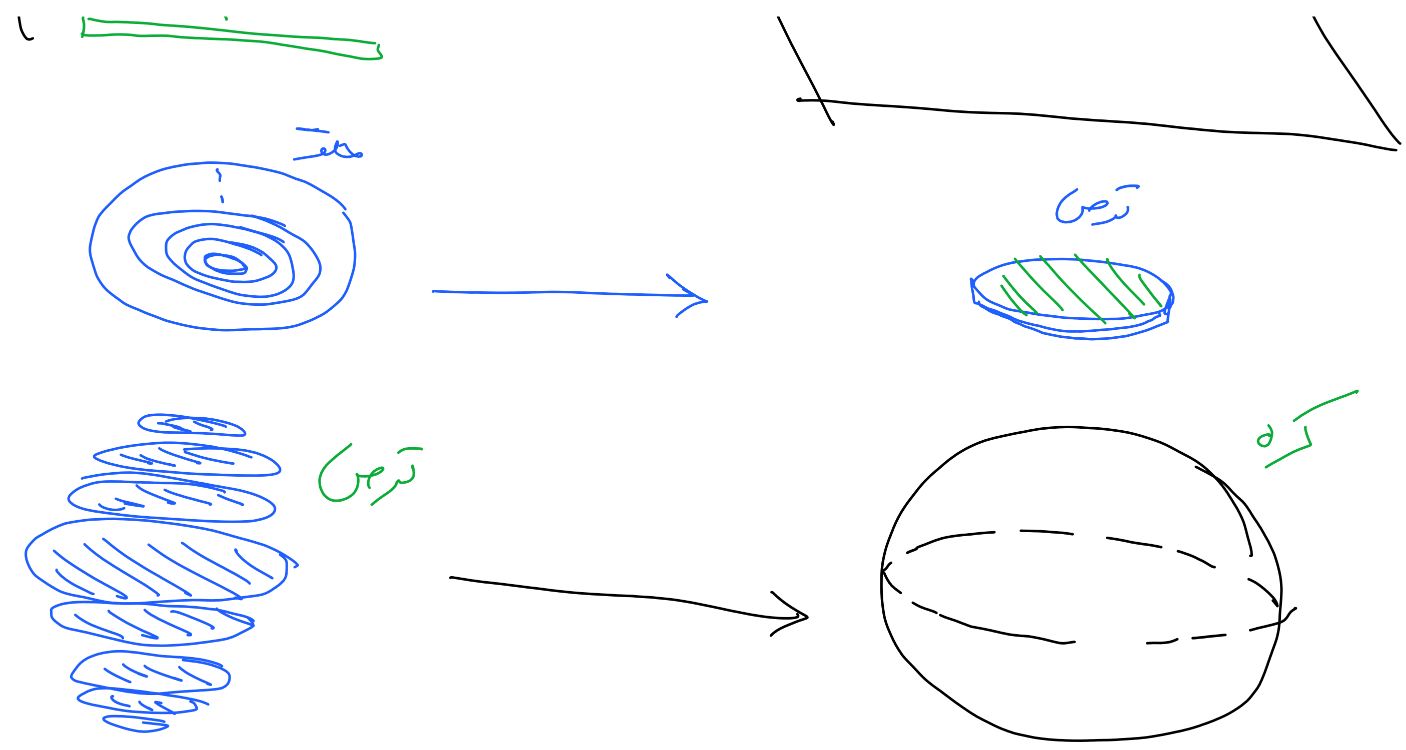


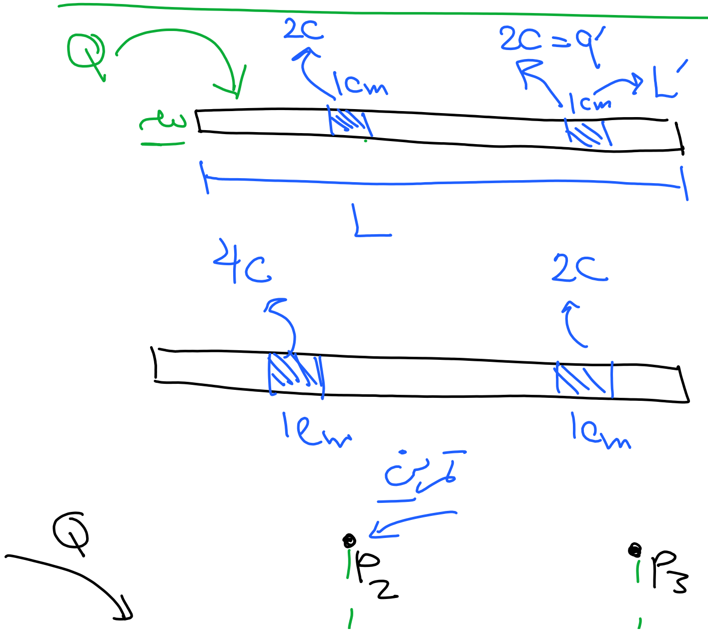


حلقه (توزیع پیوسته)

سیم (توزیع پیوسته)

صفحه (توزیع پیوسته)



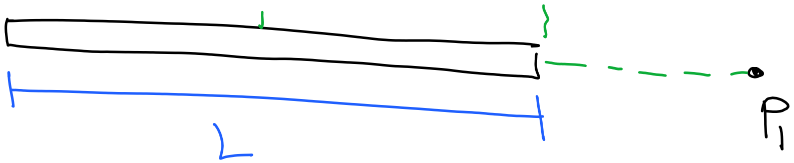


سیم رسانا (بار به صورت یکنواخت توزیع می‌شود)

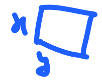
$$\frac{q'}{L'} = \frac{Q}{L} \Leftarrow \text{توزیع یکنواخت}$$

$$\frac{q'}{L'} \neq \frac{Q}{L} \Leftarrow \text{توزیع نایکنواخت}$$

فرض: میله‌ای که به طور یکنواخت باردار شده است



میدان الکتریکی در نقاط P_1 و P_2 و P_3 را حساب کنید؟



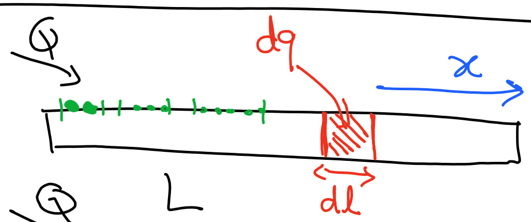
A و dxdy

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow [q] = [i][t] = AT$$

$$[\lambda] = \frac{[Q]}{[L]} = \frac{AT}{L}$$

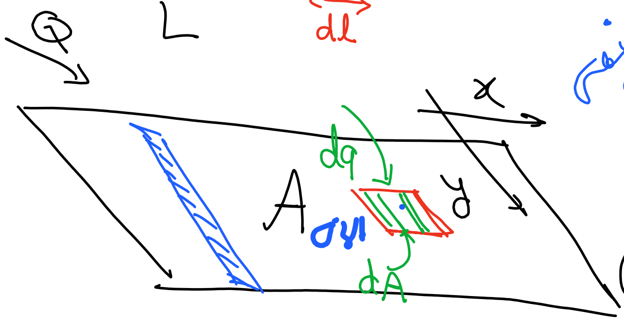
$$[\sigma] = \frac{[Q]}{[A]} = \frac{AT}{L^2}$$

$$[\rho] = \frac{[Q]}{[V]} = \frac{AT}{L^3}$$



$$\lambda = \frac{dq}{dl} = \frac{Q}{L}$$

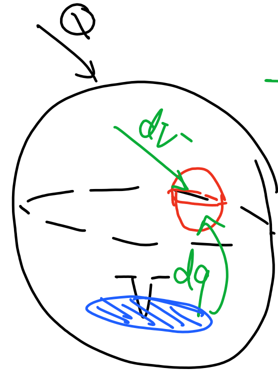
چگالی خطی



$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

چگالی سطحی

$$\sigma = \frac{dq}{dA}$$

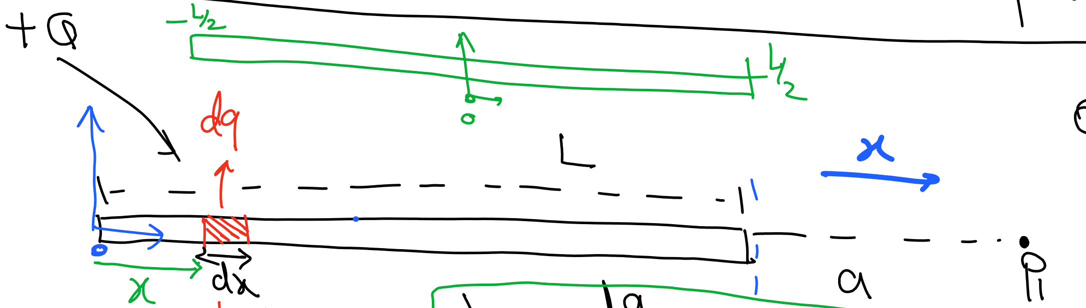


$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

$$\rho = \frac{Q}{V}$$

چگالی حجمی

$$E = \frac{kq}{r^2}$$



$$\boxed{\lambda = \frac{dq}{dx} \Rightarrow dq = \lambda dx}$$

$\vec{dE}$

dq را تعیین کن

$L - x + a$

P_1

راه حل!

۱) یک المان بار روی شکل مشخص کنید

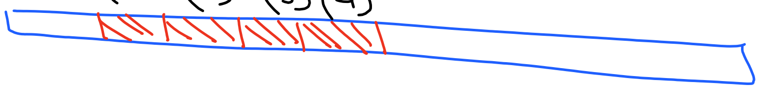
۱) سیم میله را قطعه قطعه کنیم

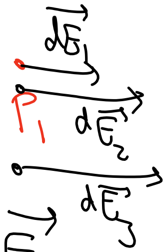
فاصله المان تا نقطه را x میگذاریم

* فاصله المان تا نقطه را x' میگذاریم +

۳) میدان الکتریکی برای المان را مشخص میکنیم

$$dE = \frac{k\,dq}{(L-x+a)^2}$$





$$\vec{E} = \vec{dE_1} + \cdots + \vec{dE_\infty} = \sum_{i=1}^{\infty} \vec{dE_i} \qquad \sum_{i=1}^{3} A_i = A_1 + A_2 + A_3$$

$$= \int \vec{dE}$$

$$\vec{E} = \int \vec{dE} \Rightarrow E_T = \int dE$$

$\vec{E} = E_T \hat{i}$ $\quad$ $\vec{dE} = dE\,\hat{i}$

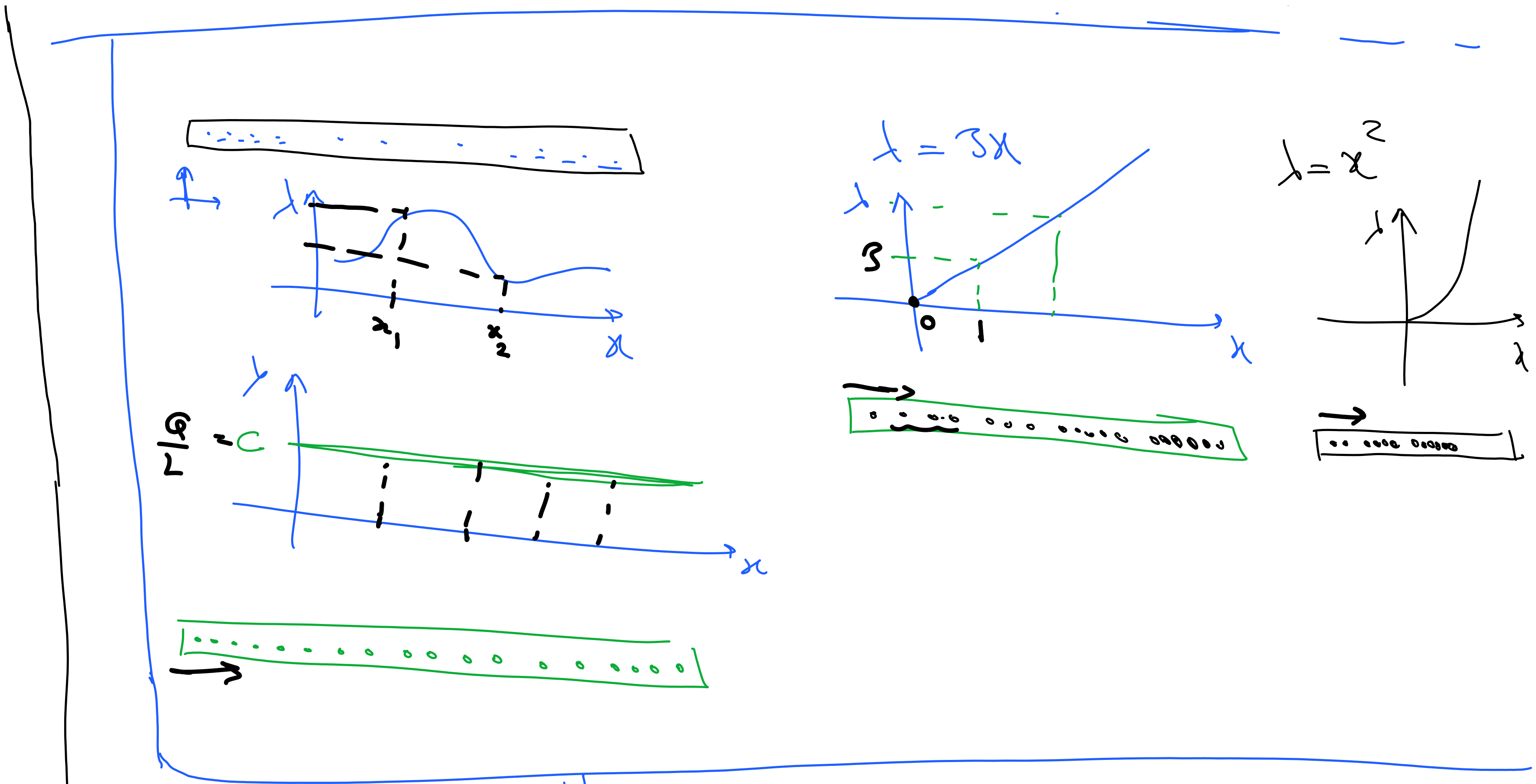
عدد ثابت

توزیع یکنواخت باشد $\quad \lambda = c = \frac{Q}{L}$

توزیع غیر یکنواخت $\quad \lambda = \lambda(x)$

$$E_T = \underbrace{\int \frac{k\,dq}{(L-x+a)^2} = k\int \frac{\lambda\,dx}{(L-x+a)^2}}_{} =$$

$$\int c\,f(x)\,dx = c\int f(x)\,dx$$



(توزیع یکنواخت) $\lambda =$ ثابت

$$E_T = k\lambda \int_0^L \frac{dx}{(L-x+a)^2} = \frac{k\lambda}{L-x+a}\Bigg|_0^L$$

$$= k\lambda \frac{L}{a(a+L)}$$

$$\boxed{\lambda = \frac{Q}{L}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} u &= L-x+a \\ du &= -dx \end{aligned}}$$

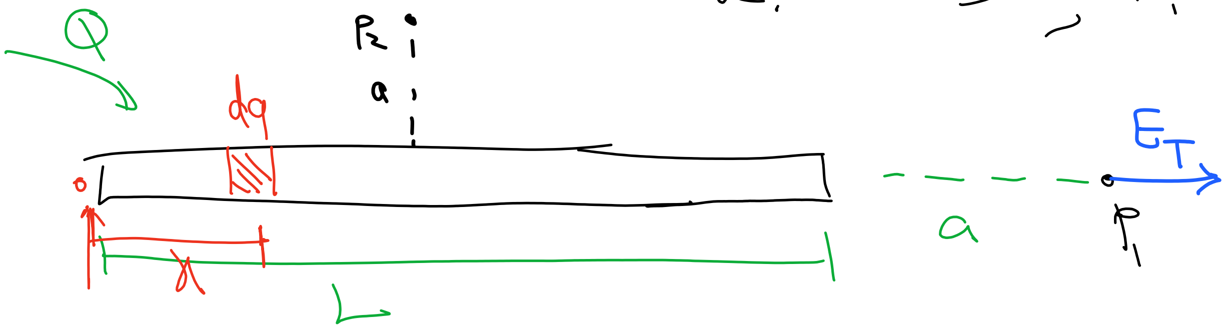
$$\boxed{E_T = \frac{kQ}{a(a+L)}}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

$$\int \frac{-du}{u^2} = \int du\, u^{-2} = \frac{-u^{-1}}{-1} = \frac{1}{u} = \frac{1}{L-x+a}$$

برای توزیع نایکنواخت با چگالی $\lambda = \alpha' x$ مسئله را دوباره حل کنید



$$\frac{Q}{L} \neq \frac{dq}{dx}$$

$$\lambda = \frac{dq}{dx}$$

$$\Rightarrow dq = \lambda dx = \alpha' x dx$$

$$Q = \int dq = \int \lambda dx = \int \alpha' x dx = \alpha' \int_0^L x dx = \frac{\alpha' x^2}{2}\Big|_0^L = \frac{\alpha'}{2} L^2$$

$$\Rightarrow \alpha' = \frac{2Q}{L^2} \qquad [\alpha'] = \frac{[Q]}{[L]^2} = \frac{AT}{L^2} = ATL^{-2}$$

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow [q] = [i][t] = AT$$

$$[x] = L$$

$$\lambda = a x \qquad [\lambda] = \frac{[Q]}{[L]} = ATL^{-1}$$

$$[\lambda] = [a'][x]$$

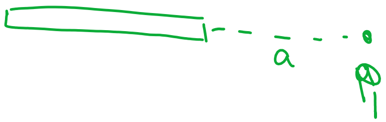
$$ATL^{-1} = [a']L \Rightarrow [a'] = ATL^{-2}$$

$$E_T = k\int_0^L \frac{a' x\,dx}{(L-x+a)^2} = k a' \int_0^L \frac{x\,dx}{(L-x+a)^2}$$

$$u = L - x + a$$
$$du = -dx$$
$$x = a + L - u$$
$$\int \frac{-(a+L-u)\,du}{u^2}$$
$$\int \frac{1}{u}du = \ln u$$

$$E_T = k a'\left[\frac{L}{a} + \operatorname{Ln}\left(\frac{a}{a+L}\right)\right]$$

$$= \frac{2kQ}{L^2}\left[\frac{L}{a} + \operatorname{Ln}\left(\frac{a}{a+L}\right)\right]$$



$E_T = ?$

$\boxed{a \gg L}$

$\lim_{a\to\infty} E_T = 0$

$a/L \gg 1 \iff L/a \ll 1$

$$\ln(1+x) \simeq x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 + \cdots \qquad |x| \ll 1$$

تیلور !

$$\ln(A/B) = \ln A - \ln B \qquad E_T \approx \bigcirc$$

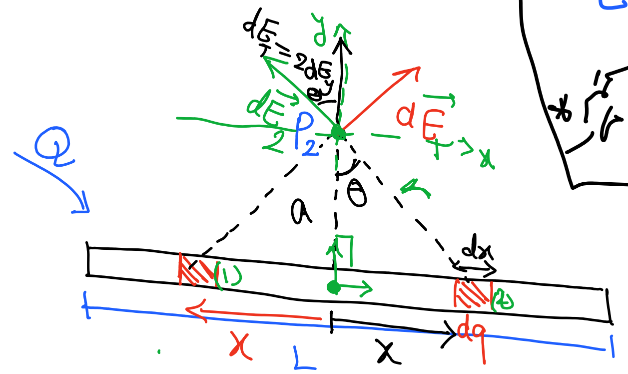
$$\ln x \overset{\text{وارون}}{\Longleftrightarrow} e^x$$

$$\ln e^x = e^{\ln x} = x \qquad e^0 = 1,\quad \ln e^0 = \ln 1,\quad 0 = \ln 1$$

$$\ln\left(\frac{1}{1+L/a}\right) = \cancel{\ln 1} - \ln(1+L/a) = -L/a + \tfrac{1}{2}(L/a)^2 + \cdots$$

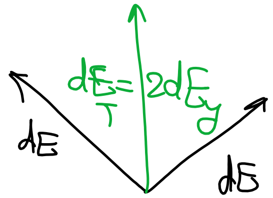
$$E_T \simeq \frac{2KQ}{L^2}\left[\cancel{\frac{L}{a}} - \cancel{\frac{L}{a}} + \frac{1}{2}\left(\frac{L}{a}\right)^2 + \cdots\right] \simeq \frac{KQ}{a^2}$$

* در نتیجه میدان در فاصله a>>L میله را به صورت بار نقطه‌ای مشاهده کرد *



$$dE_{T_x} = dE_{1x} - dE_{2x} = 0 \qquad \text{توزیع یکنواخت !}$$

$$dE_{T_y} = dE_{1y} + dE_{2y} = 2dE_y$$



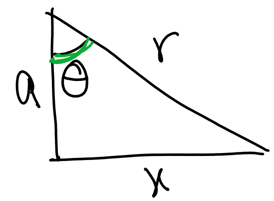
$$E_{T_y} = \int dE_{T_y} = 2\int dE_y$$

$$q \bullet \text{- - - -} \; r \qquad E = \frac{kq}{r^2}$$

$$dE_2 = dE_1 = dE = \frac{kdq}{r^2} = \frac{kdq}{(a^2+x^2)}$$

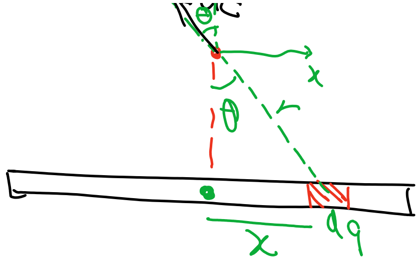
$$dE_y = dE\cos\theta = \frac{dE\,a}{r}$$

$$dE_y = \frac{ka\,dq}{(a^2+x^2)^{3/2}}$$



$$\cos\theta = \frac{a}{r} \qquad \sin\theta = \frac{x}{r}$$

$$\Rightarrow E_{T_y} = 2\int \frac{ka\,dq}{(a^2+x^2)^{3/2}} =$$

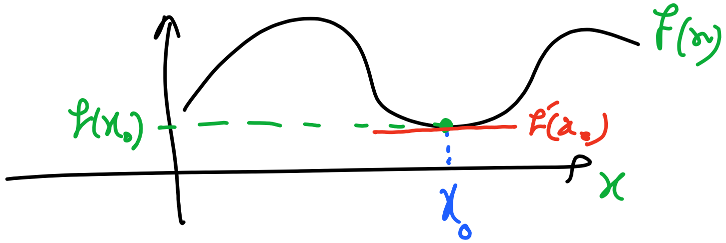


$$dE_x = -dE\sin\theta = -dE\frac{x}{r} = -\frac{k\,dq}{r^3}x$$

$$dE_y = dE\cos\theta = \frac{dE\,a}{r} = +\frac{k\,a\,dq}{r^3}$$

$$dE = \frac{k\,dq}{r^2} \qquad \Rightarrow E_x$$

$f(x)$



بسط تیلور

$f'(x_0),\ f''(x_0),\ f^{(3)}(x_0),\ \dots,\ f^{(n)}(x_0)$

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n$$

$$\boxed{f^{(n)}(x_0) = \left.\frac{d^n f}{dx^n}\right|_{x=x_0}}$$

$$\boxed{f^{(0)}(x_0) = f(x_0)}$$

$$f(x) = \frac{f(x_0)}{\cancel{0!}\;1} + \frac{f'(x_0)}{\cancel{1!}\;1}(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2$$

$n! = n(n-1)(n-2)\cdots\times 1$

$3! = 3\times 2\times 1 = 6$

$0! = 1$

$|x| \ll 1$ خیلی خیلی کوچک $x \sim 0$

یعنی تا سری $f(x)$ را حول صفر باید بسط داد

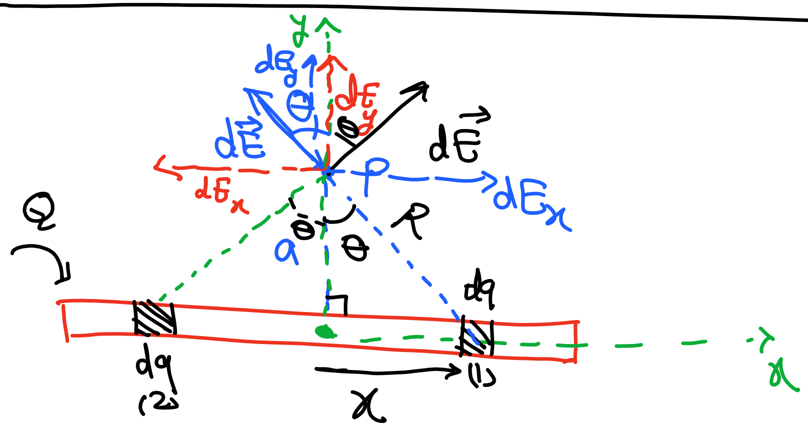
$$\ln f(x) \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$f(x) = \ln(1+x) = \ln(1) + \frac{1}{1+x}\Big|_{x=0}(x-0) + \frac{1}{2!}\left(\frac{-1}{(1+x)^2}\right)\Big|_{x=0}(x-0)^2 + \cdots$$

$$= 0 + x - \frac{x^2}{2!} + \cdots$$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x}$$

$$f''(x) = \frac{-1}{(1+x)^2}$$



$$R = \sqrt{a^2 + x^2}$$

توزیع یکنواخت

۱ـ ابتدا جهت را مشخص کنید

۲ـ المان بار مشخص می‌کنیم

۳ـ میدان حاصل از المان را در نقطه P حساب می‌کنم

۴ـ فاصله المان تا سر 1 را x می‌گذارم

(1) $\vec{dE} = dE_y\,\hat{j} + dE_x\,\hat{i} = dE\cos\theta\,\hat{j} - dE\sin\theta\,\hat{i}$

(2) $\vec{dE} = dE_y\,\hat{j} + dE_x\,\hat{i} = dE\cos\theta\,\hat{j} + dE\sin\theta\,\hat{i}$

$\boxed{E_T(\text{در راستای } x) = 0}$ $\Leftarrow$ میدان‌های برابر در راستای x اثر همدیگر را خنثی می‌کنند.

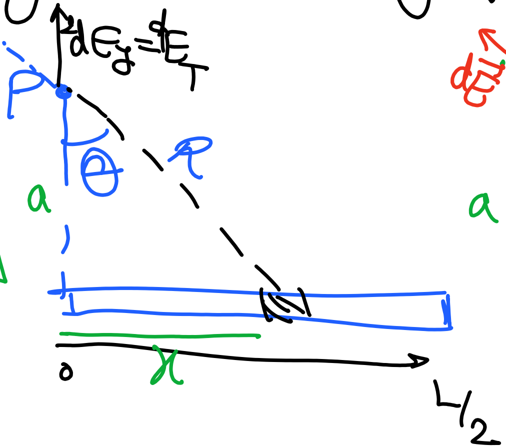
و در راستای y اثر همدیگر را خنثی نمی‌کنند بلکه تقویت می‌کنند.

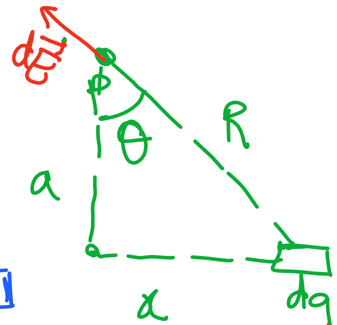
$\vec{dE}_{کل} = 2\,dE_y\,\hat{j} \Rightarrow E_T = \int dE_T = 2\int dE_y$

$= 2\int dE\cos\theta$

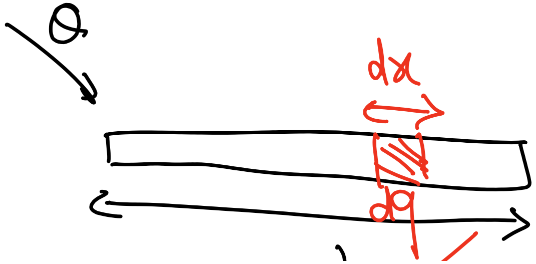
$= 2k\int \frac{dq}{R^2}\cos\theta$

$\boxed{\cos\theta = \frac{a}{R}}$





$dE = \frac{k\,dq}{R^2}$



توزیع یکنواخت

$\boxed{\lambda = \frac{Q}{L} = \frac{dq}{dx} \Rightarrow dq = \lambda\,dx}$

به خاطر توزیع متقارن (دو برابر)

$$\Rightarrow E_{yT} = 2k\int \frac{\lambda\, dx}{R^2}\,\frac{a}{R} = 2k\lambda a \int_0^{L/2} \frac{dx}{(a^2+x^2)^{3/2}}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$\tan\theta = \frac{x}{a} \Rightarrow x = a\tan\theta \qquad a^2+x^2 = a^2(1+\tan^2\theta) = \frac{a^2}{\cos^2\theta}$$

$$dx = a(1+\tan^2\theta)\,d\theta = \frac{a}{\cos^2\theta}\,d\theta \qquad x\Big|_0^{L/2} \quad \theta = \Big|_{\tan^{-1}(0)=0}^{\tan^{-1}\left(\frac{L}{2a}\right)}$$

$$E_{yT} = 2k\lambda a^2 \int \underbrace{\frac{1}{\cos^2\theta}\, d\theta}_{dx} \frac{1}{\left(\frac{a^2}{\cos^2\theta}\right)^{3/2}} = \frac{2k\lambda}{a}\int_0^{\tan^{-1}\left(\frac{L}{2a}\right)} \cos\theta\, d\theta$$

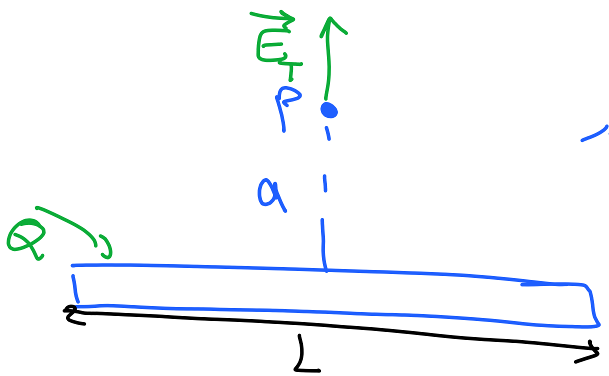
$$= \frac{2k\lambda}{a}\sin\theta\Big|_0^{\tan^{-1}\left(\frac{L}{2a}\right)} = \frac{2k\lambda}{a}\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{L}{2a}\right)\right)$$

$$\boxed{\sin\left(\tan^{-1}\theta\right) = \frac{\theta}{\sqrt{1+\theta^2}}}$$

$$E_{yT} = \frac{2k\lambda}{\ } \frac{L}{\ } \ldots$$

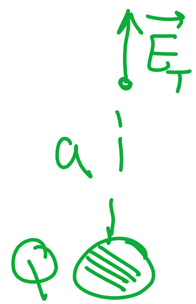
$$E_{yT} = \frac{2k\lambda}{a}\,\frac{\frac{L}{2a}}{\sqrt{1+\left(\frac{L}{2a}\right)^2}} = \frac{k\lambda L}{a^2}\,\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{L}{2a}\right)^2}}$$

$$E_{yT} = \frac{KQ}{a^2}\,\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{L}{2a}\right)^2}}$$



در فاصله‌های خیلی دور

$=$



$$E_T = \frac{KQ}{a^2}$$

$$a \gg L \Rightarrow \frac{L}{a} \ll 1 \Rightarrow \frac{L}{2a} < \frac{L}{a} \ll 1$$

$|\epsilon| \ll 1$

اگر $\quad (1+\epsilon)^n \simeq 1 + n\epsilon + \frac{n(n+1)}{2!}\epsilon^2 + \cdots$

$f(x) = (1+x)^n$

$$E_{yT} = \frac{KQ}{a^2}\left(1+\left(\frac{L}{2a}\right)^2\right)^{-1/2} \simeq KQ\left[1 + \left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{L}{2a}\right)^2\right.$$

$$E_{yT} \simeq \frac{kQ}{a^2}$$

میدان ناشی از سیم با طول نامتناهی

$(L \to \infty)$

$$\sqrt{1+\left(\frac{L}{2a}\right)^2} \overset{L\to\infty}{\simeq} \sqrt{\left(\frac{L}{2a}\right)^2} = \left|\frac{L}{2a}\right| = \begin{cases} \frac{-L}{2a} & a<0 \\ \frac{L}{2a} & a>0 \end{cases}$$

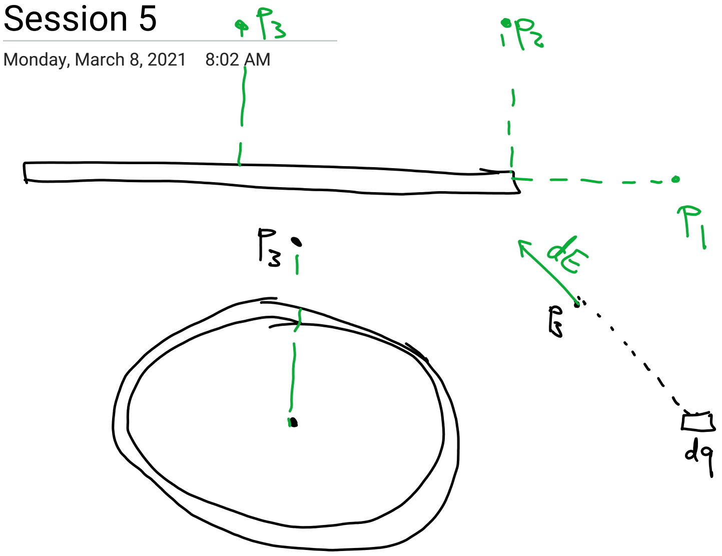
$$\lim_{L\to\infty} E_{yT} = \lim_{L\to\infty} \frac{k\lambda L}{a^2} \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{L}{2a}\right)^2}} = \lim_{L\to\infty} \frac{k\lambda L}{a^2} \frac{1}{\left|\frac{L}{2a}\right|} = \frac{2k\lambda}{a}$$

$$\Rightarrow E = 2KQ \qquad (L=1)$$

$$\infty \qquad \frac{\qquad}{a} \qquad (\qquad)$$

Session 5

Monday, March 8, 2021 8:02 AM



فرض توزیع یکنواخت

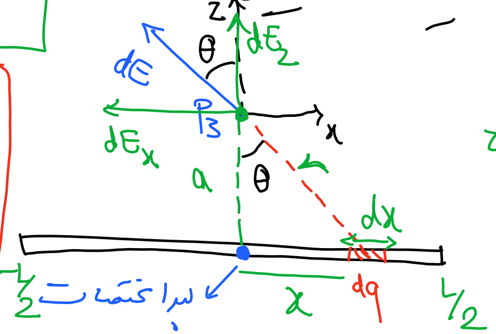
$\lambda =$ ثابت

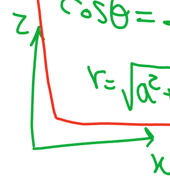
$$dE = K\frac{dq}{r^2}$$

$$\lambda = \frac{dq}{dx}$$

$$dq = \lambda\, dx$$

میدان الکتریکی حاصل توزیع میله





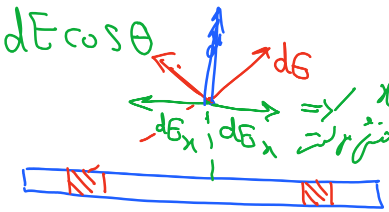
$$\sin\theta = \frac{x}{r}$$

$$\cos\theta = \frac{a}{r}$$

$$r = \sqrt{a^2+x^2}$$

$$E_x = \int dE_x = \int dE \sin\theta$$

$$E_z = \int dE_z = \int dE\cos\theta$$



$\Rightarrow$ x ها دو به دو همدیگر را خنثی کرد

$\Downarrow$

$E_x = 0$

$dq = \lambda dx \quad \cos\theta = \frac{a}{r} \quad dE = \frac{k\,dq}{r^2}$

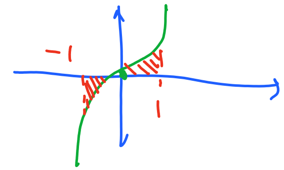
$$E_x = K\lambda \int \frac{x\,dx}{r^3} = K\lambda \int_{-L/2}^{L/2} \frac{x\,dx}{(a^2+x^2)^{3/2}} = 0$$

$$f(x) = \frac{x}{(a^2+x^2)^{3/2}} \Rightarrow f(-x) = -f(x) \Rightarrow \text{تابع فرد} \quad \int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$$

$f(-x) = -x^3$

$f(x) = x^3$

$\int_{-1}^{1} x^3 dx = 0$



$$E_z = K\lambda a \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(a^2+x^2)^{3/2}} =$$

$$\tan\theta = \frac{x}{a} \Rightarrow x = a\tan\theta \Rightarrow dx = a(1+\tan^2\theta)\,d\theta = a\sec^2\theta\, d\theta = \frac{a}{\cos^2\theta}\,d\theta$$

$$a^2+x^2 = a^2\left(1+\left(\frac{x}{a}\right)^2\right) = a^2(1+\tan^2\theta) = \frac{a^2}{\cos^2\theta} \xrightarrow{(\;)^{3/2}} \frac{a^3}{\cos^3\theta}$$

$\cos\theta$ $\cos\theta$

$$\hookrightarrow E_z = \frac{k\lambda a^2}{a^3}\int \frac{\cos^3\theta}{\cos^2\theta}\,d\theta = \frac{k\lambda}{a}\int_{\tan^{-1}\left(\frac{-L}{2a}\right)}^{\tan^{-1}\left(\frac{L}{2a}\right)} \cos\theta\,d\theta = \frac{k\lambda}{a}\sin\theta\Big|_{\tan^{-1}\left(-L/2a\right)}^{\tan^{-1}\left(L/2a\right)}$$

$$\boxed{x\Big|_{-L/2}^{L/2} \Rightarrow \theta\Big|_{\tan^{-1}\left(\frac{-L}{2a}\right)}^{\tan^{-1}\left(\frac{L}{2a}\right)}}$$

$$\sin(\sin^{-1}\theta) = \theta \Rightarrow \sin^{-1}(\sin\theta) = \theta \qquad \tan(\tan^{-1}\theta) = \theta$$

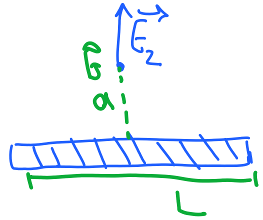
$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}} \Rightarrow \tan^2\theta\,(1-\sin^2\theta) = \sin^2\theta$$

$$\sin^2\theta\,(1+\tan^2\theta) = \tan^2\theta \Rightarrow \boxed{\sin\theta = \frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}}$$

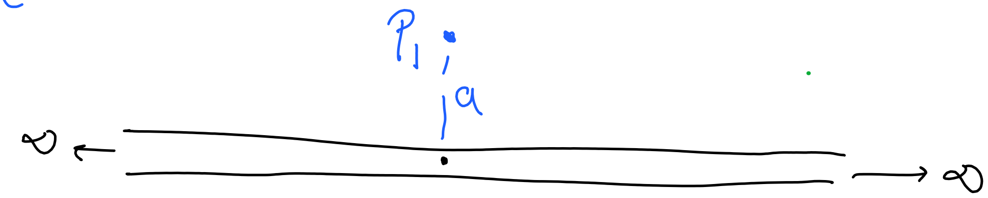
$$\sin(\tan^{-1}\theta) = \frac{\tan(\tan^{-1}\theta)}{\sqrt{1+\tan^2(\tan^{-1}\theta)}} = \frac{\theta}{\sqrt{1+\theta^2}}$$

$$E = \frac{k\lambda}{L}\,L\left[\ 2\ \right] \quad 2L\,|\,|\quad |$$

$$E_z = \frac{\ldots}{a}\,\frac{\ldots}{2a}\left[\frac{\ldots}{\sqrt{1+\left(\frac{L}{2a}\right)^2}}\right] = \frac{2k\lambda L}{a}\,\frac{1}{\sqrt{4a^2+L^2}}$$



$E_x = 0$



یک سیم با طول نامتناهی ⇐

$$\lim_{L\to\infty} E_z = \lim_{L\to\infty} \frac{2k\lambda \cancel{L}}{a\,\cancel{L}} \; \frac{1}{\sqrt{\frac{4a^2}{L^2}+1}} = \frac{2k\lambda}{a}$$

$L>0$

$\lambda = \frac{Q}{L}$

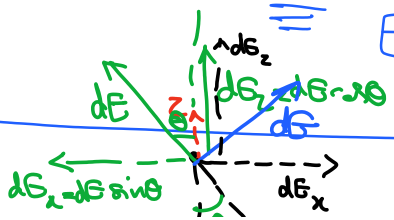
(میدان در واحد طول $L=1$)

$$\overset{\text{یعنی}}{\frac{E_z}{L}} = \frac{\frac{2kQ}{a}}{L} \Rightarrow (L=1)$$

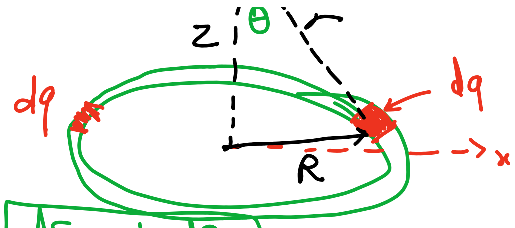
? $E_x \neq 0$

$\equiv$ $E_z = 0$

$\lambda = \alpha x$ تمرین



میدان از یک حلقه با توزیع یکنواخت در فاصله z از مرکز حلقه



$$\boxed{dE = \frac{k\,dq}{r^2}}$$

$$dE_z = dE\cos\theta \qquad \sin\theta = \frac{R}{r}$$

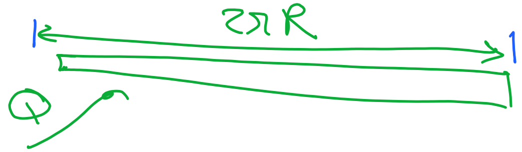
$$dE_x = dE\sin\theta \qquad \cos\theta = \frac{z}{r}$$

$$r = \sqrt{R^2 + z^2}$$

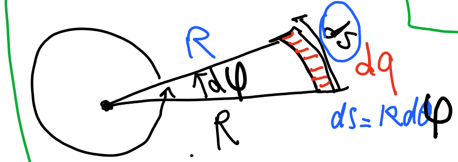
$$\frac{k\,dq}{r^2} = \frac{R\lambda}{r^2}\,d\varphi$$

$$E_z = \int 2\,dE_z = 2\int dE\cos\theta \qquad \cos\theta \to \frac{z}{r}$$

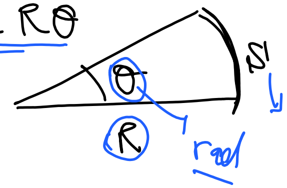
$$(E_x = 0) \qquad E_x = \int dE_x = \int dE\sin\theta$$



$$\boxed{\lambda = \frac{Q}{2\pi R}}$$



$$\underline{s = R\theta}$$



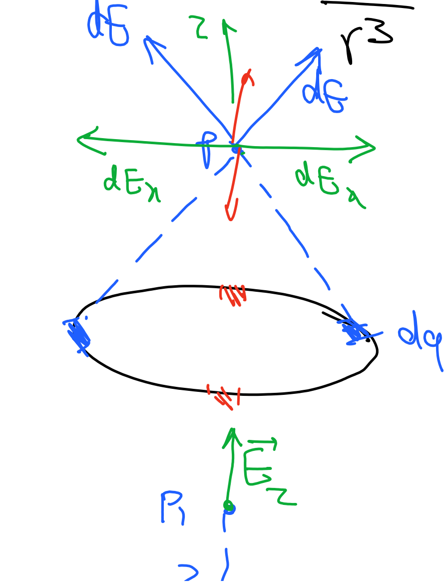
$$\lambda = \frac{dq}{ds} = \frac{dq}{R\,d\varphi}$$

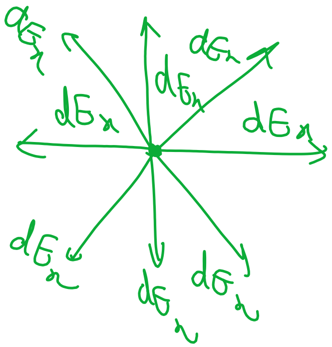
$$\Rightarrow dq = R\lambda\,d\varphi$$

$$1\,\text{rad} = \frac{\pi}{180}$$

$$90 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{2}$$

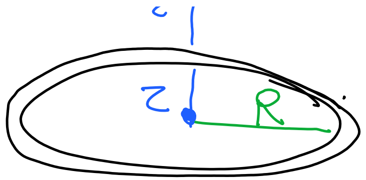
$$E_z = 2\frac{kR\lambda z}{r^3}\int_0^{\pi} d\varphi = \frac{2zkR\lambda(\pi)}{r^3} = \frac{kQz}{r^3} = \frac{kQz}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$





$$\left(E_x = 0\right)$$

$$E = kQz$$



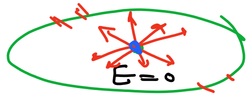
$$E_z = \frac{\cdots}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$

$(\lambda = dq\,)$ ...

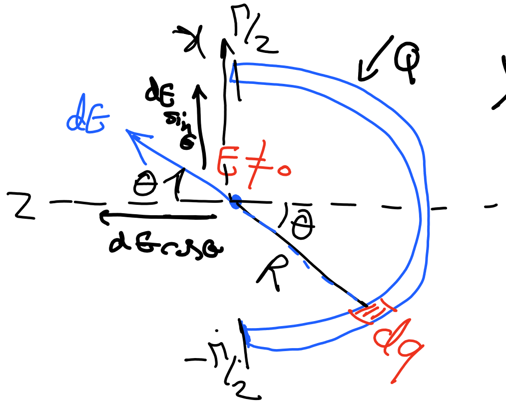
$E_z = ?$

$E_x = ?$

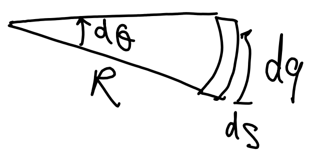
میدان در مرکز حلقه



$$\lim_{z \to 0} E_z = 0$$



$$\lambda = \frac{Q}{\pi R}$$



$$\lambda = \frac{dq}{ds} = \frac{dq}{R\,d\theta}$$

$$dq = R\,d\theta\,\lambda$$

$$dE = \frac{k\,dq}{R^2} = \frac{R\lambda k}{R^2}\,d\theta$$

$$\lambda = \frac{Q}{\pi R}$$

$$dE_x = dE\sin\theta$$

$$dE_z = dE\cos\theta$$

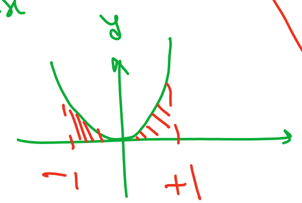
$$\Rightarrow E_x = \frac{\lambda k}{R}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\sin\theta\,d\theta = 0 \qquad \cos\theta\Big|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \cos(\pi/2) - \cos(-\pi/2) = 0$$

$$\Rightarrow E_z = \frac{\lambda k}{R}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta\,d\theta = \frac{2\lambda k}{R}\int_0^{\pi/2}\cos\theta\,d\theta$$

$$= \frac{2\lambda k}{R} = \frac{2Qk}{\pi R^2}$$

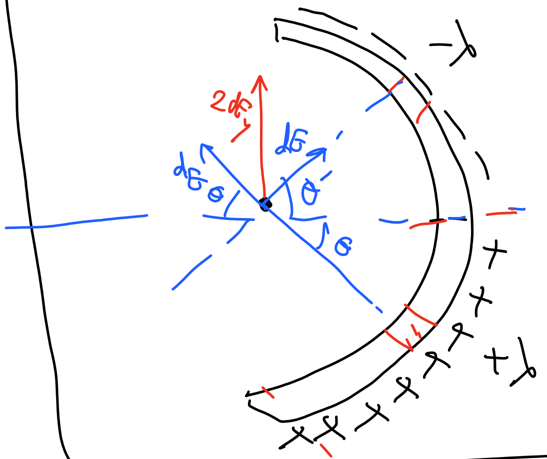
$f(x) \Rightarrow f(-x) = f(x)$ تابع زوج

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_0^a f(x)\,dx$$



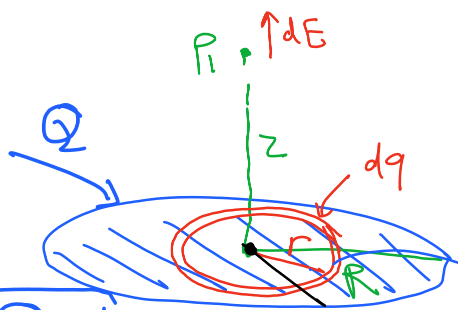
$$\int_{-1}^{1} \Rightarrow 2\int_0^1$$

$\int^1 x^3 dx = \cdots$



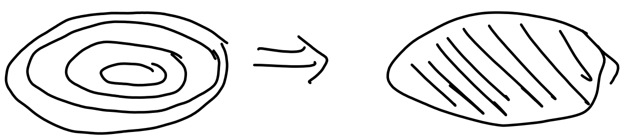
تمرین: میدان در مرکز حلقه را بیابید؟

میدان الکتریکی حاصل از یک قرص باردار



$$\boxed{\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}}$$

بی‌نهایت حلقه   قرص



$$dE = \frac{k\,dq\,z}{(z^2+r^2)^{3/2}}$$

$$da = 2\pi r\,dr$$

$$E_{\text{دیسک}} = \int dE = kz\int \frac{dq}{(z^2+r^2)^{3/2}}$$

$$\sigma = \frac{dq}{da} \Rightarrow dq = \sigma\,da$$

$$\Rightarrow dq = 2\pi\sigma r\,dr$$

$$E_{(ض)} = \pi k z \sigma \int_0^R \frac{2r\,dr}{(z^2+r^2)^{3/2}}$$

$z^2 + r^2 = u^2$

$u^2 = z^2 \Rightarrow u = |z|$

$2r\,dr = 2u\,du$

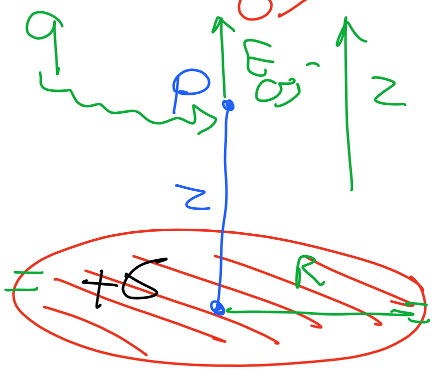
$r \Big|_0^R \qquad u \Big|_{|z|}^{\sqrt{z^2+R^2}}$

$|z| = \begin{cases} z & z \geq 0 \\ -z & z < 0 \end{cases}$

$$\int \frac{2u\,du}{u^3} = 2\int_{|z|}^{\sqrt{z^2+R^2}} u^{-2}\,du = -\frac{2}{u}\Big|_{|z|}^{\sqrt{z^2+R^2}}$$

$$= -2\left[\frac{1}{\sqrt{z^2+R^2}} - \frac{1}{|z|}\right]$$

$$E_{(ض)} = 2k\pi z\sigma \left[\frac{1}{|z|} - \frac{1}{\sqrt{z^2+R^2}}\right]$$



$q > 0$

$\vec{F} = q\vec{E} \qquad \vec{F} = F\hat{k}$

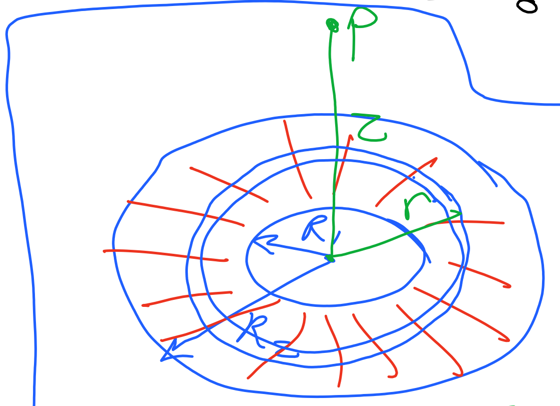
$\vec{F} = -e\vec{E} \qquad \vec{F} = -F\hat{k}$

$z > 0$

(آزرده ۱۴)

$$E_{\text{قرص}} = \frac{+\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R^2}}\right]$$

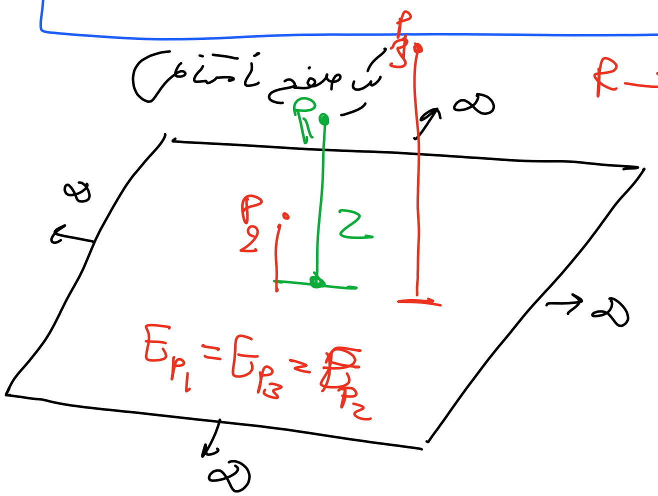
تمرین!



$$\Rightarrow E_{\text{قرص}} = \pi k z \sigma \int_{R_1}^{R_2} \frac{2r\,dr}{(z^2+r^2)^{3/2}}$$

$$E_{\text{قرص}} = 2\pi k z \sigma \left[\frac{1}{\sqrt{z^2+R_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{z^2+R_2^2}}\right]$$

یک صفحه نامتناهی

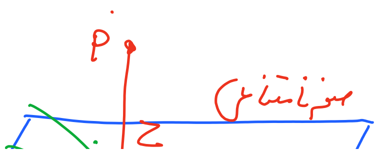


$R \to \infty$

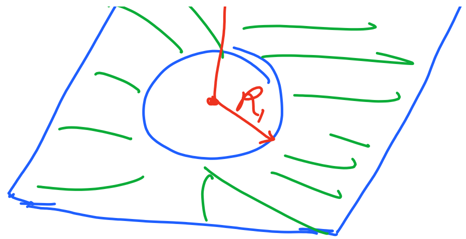
$$E_{\text{صفحه}} = \lim_{R\to\infty} E_{\text{قرص}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E_{\text{صفحه}} \neq E(z)$$

یک مقدار ثابت و مستقل از فاصله از صفحه است



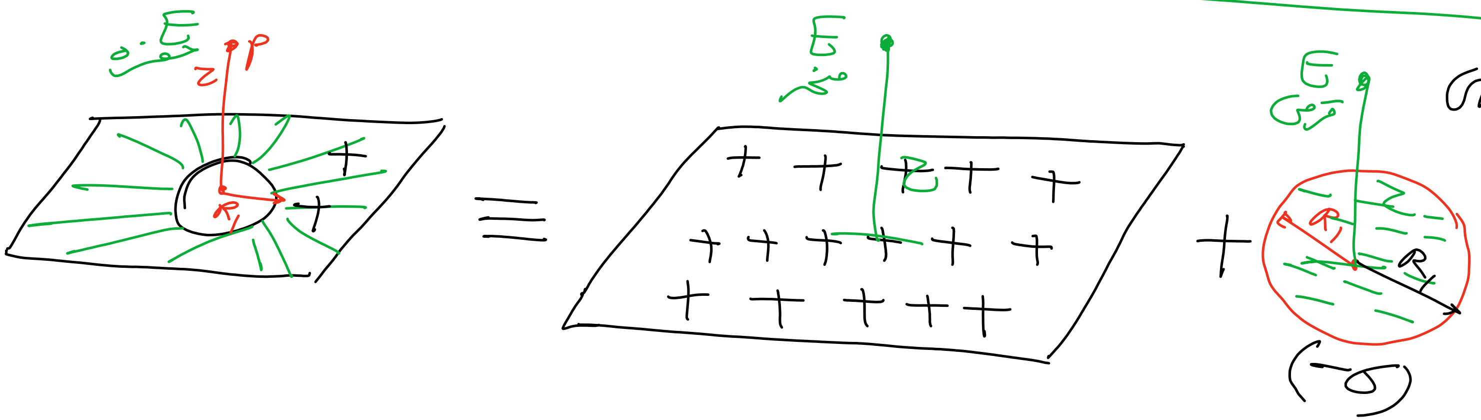
$R_2 \to \infty$



$$E_{\text{صفحه}} = \pi k z \sigma \int_{R_1} \frac{2r\,dr}{(z^2+r^2)^{3/2}}$$

$$E_{\text{حفره}} = 2\pi k z \sigma \left[\frac{1}{\sqrt{z^2+R_1^2}} - 0\right] = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\,\frac{z}{\sqrt{z^2+R_1^2}}$$

$$\lim_{z\to\infty} E_{\text{حفره}} \approx \sigma/2\epsilon_0$$



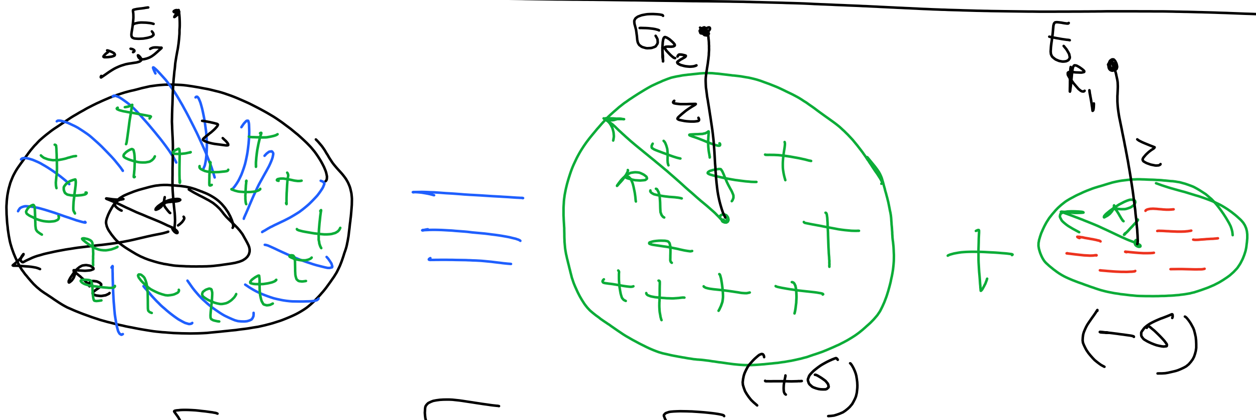
اصل برهم نهی

$$E_{\text{حفره}} = E_{\text{صفحه}} + E_{\text{قرص}}$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R_1^2}}\right]$$

$$= \sigma z$$

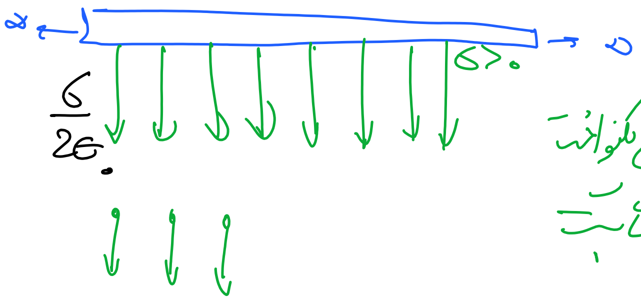
$$\frac{\qquad}{2\epsilon_0\sqrt{z^2+R_1^2}}$$

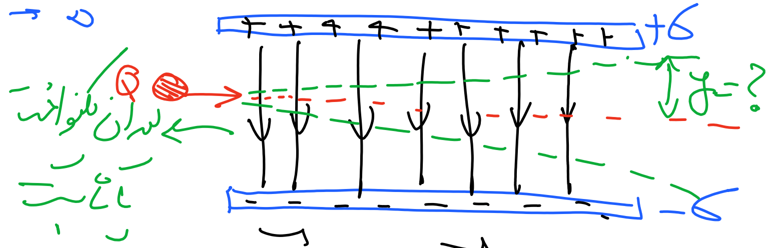


$$E = E_{R_2} + E_{R_1}$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R_2^2}}\right] - \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+R_1^2}}\right]$$

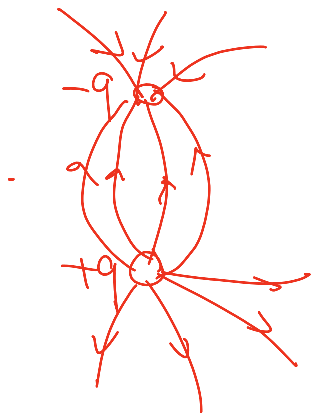
$$= \frac{\sigma z}{2\epsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{z^2+R_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{z^2+R_2^2}}\right]$$

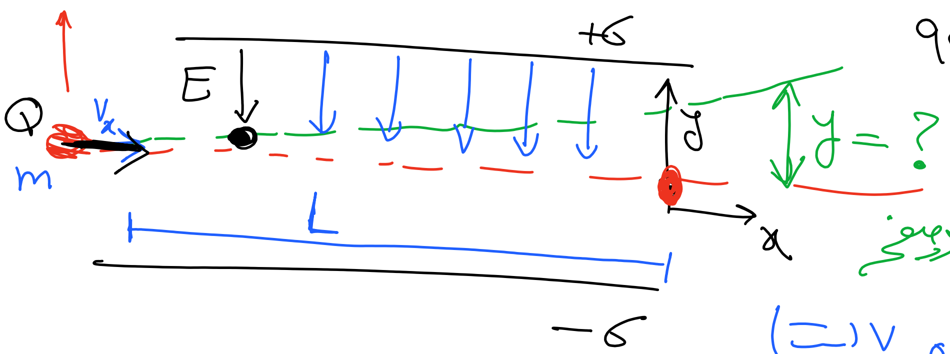




$\vec F = q\vec E$

$q E$





هدف: میزان انحراف ذره باردار یک
حضور یک میدان یکنواخت در میان دو صفحه
را محاسبه کنیم

(سرعت اولیه ذره V_x است)

$$F = QE$$

نیروی حاصل بر ذره در طول مسیر یکسان است $\Rightarrow$

$$m a_y = QE \Rightarrow a_y = \frac{QE}{m}$$

ثابت است

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 + V_{0y} t + y_0$$

$V_{0y} = 0$

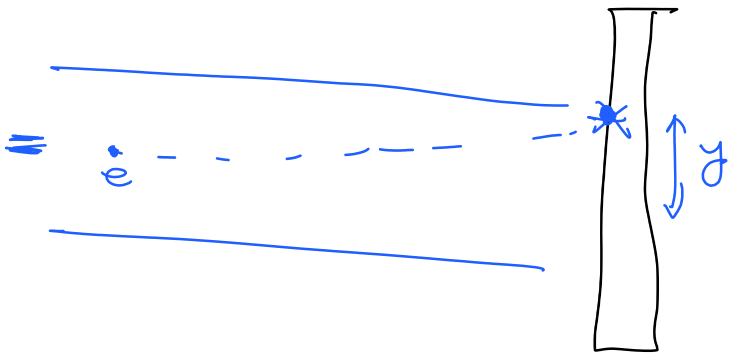
$y_0 = 0$

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{QE}{2m} t^2$$

$$\boxed{t = \frac{L}{V_x}}$$

$$\Rightarrow y = \frac{QEL^2}{2mV_x^2}$$

پیدا کردن نسبت $\frac{e}{m}$ الکترون توسط میلیکان ؛



$$\frac{e}{m} = \frac{2V_x^2\, y}{EL^2}$$

$1.6\times10^{-19}\,C$

$\uparrow$

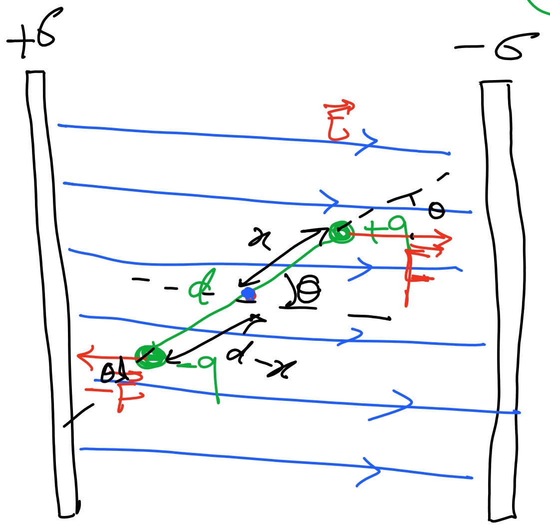
$$\frac{e}{m} = \bigcirc \Rightarrow m_e = 9.3\times10^{-31}\,kg$$

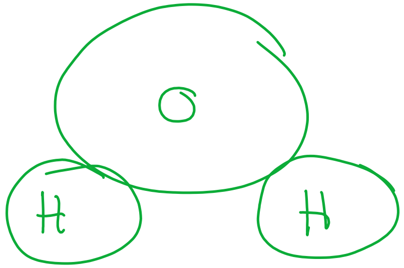
Session 6

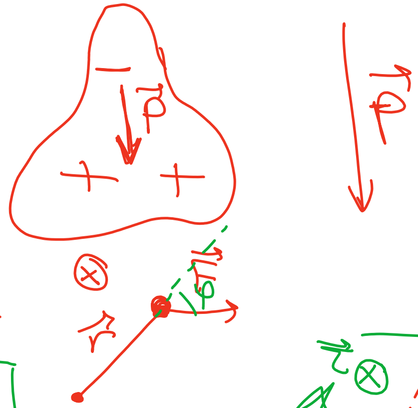
Saturday, March 13, 2021 3:15 PM

حضور یک دوقطبی الکتریکی در حضور یک میدان ثابت !

آب — H_2O

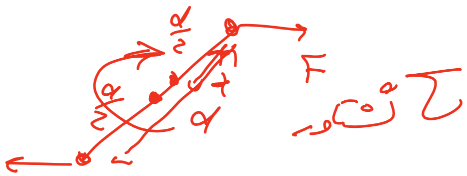


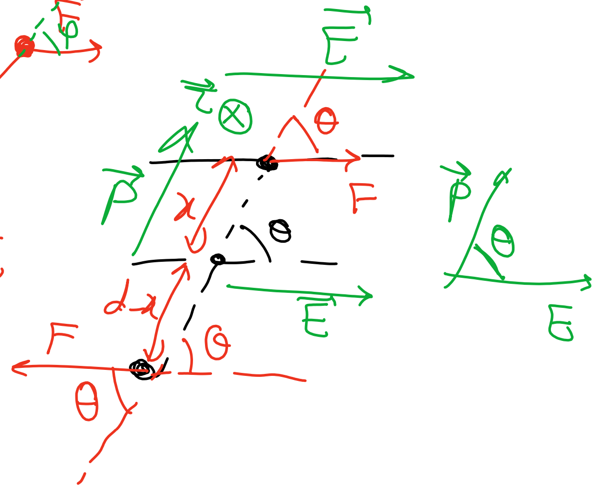




$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

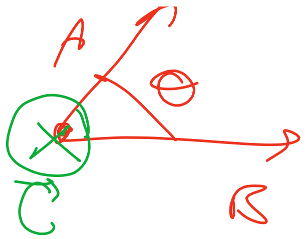
$$\boxed{\tau = rF\sin\varphi}$$





$$\tau = Fx\sin\theta + F(d-x)\sin\theta = Fd\sin\theta$$

$$F = qE \Rightarrow \tau = qEd\sin\theta = \underbrace{qd}_{p}E\sin\theta = pE\sin\theta$$



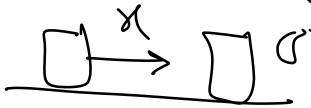
$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$ $\qquad C = AB\sin\theta$

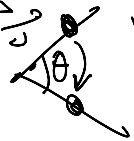
$\vec{C} \perp \vec{A}$ $\qquad \vec{C} \perp \vec{B}$

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{\tau} &= \vec{P} \times \vec{E} \\ \tau &= -pE\sin\theta \end{aligned}}$$

$\vec{\tau}$ ⊗

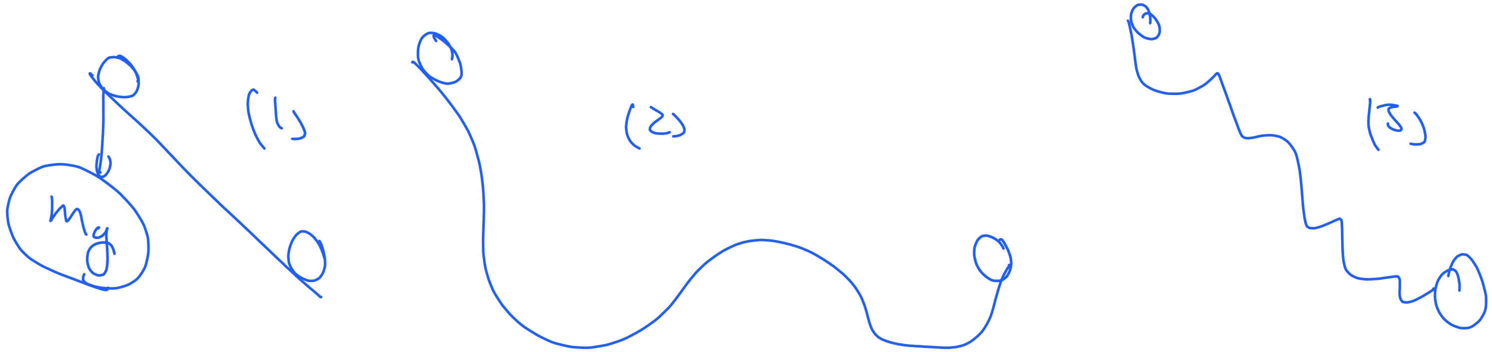
$\tau = pE\sin\theta$



(خطی) $W = \int F\,dx \longleftrightarrow$ (چرخشی)  $W = \int \tau\,d\theta$

انرژی پتانسیل U

$$U = -W = -\int_{\theta_0} \tau\,d\theta$$



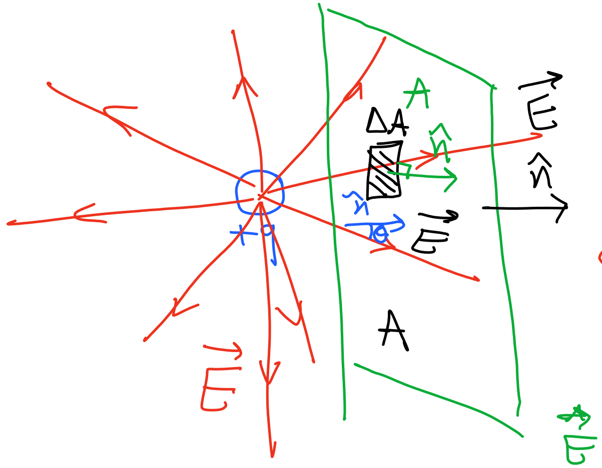
$$\boxed{W_1 = W_2 = W_3}$$

تمرین های آخر فصل ۲۴ (پتانسیل الکتریکی)

۷ _ ۹ _ ۲۴ _ ۳۰ _ ۳۷ _ ۲۶ _ ۵۴

Session77

Saturday, April 3, 2021 7:58 AM



$\Phi \propto E \qquad \Phi \propto \cos\theta$

$\Phi \propto A$

قانون گاوس !

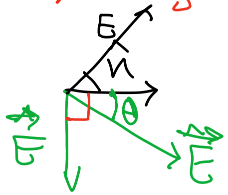
* چه تعداد خطوط میدان از صفحه A عبور می‌کند؟

⇓

شار عبوری از این صفحه چقدر است؟

⇓

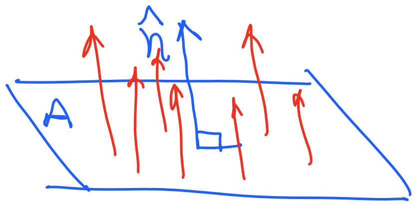
Φ



$\vec{A} = A\,\hat{n}$

جهت صفحه

مساحت صفحه

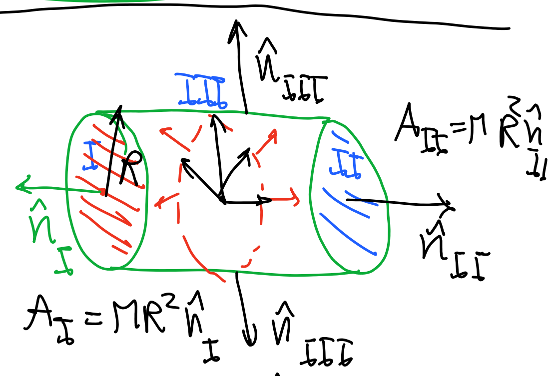


$\hat{n}$

یک بردار یکه

$\|\hat{n}\| = 1$

جهت نرمال بر صفحه



$A_{II} = \pi R^2 \hat{n}_{II}$

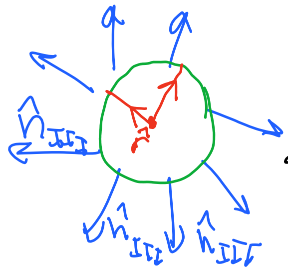
$A_I = \pi R^2 \hat{n}_I$

$\hat{n}_{III}$

شار الکتریکی !

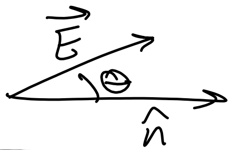
$$\Phi = \vec{E}\cdot\vec{A} = \vec{E}\cdot A\hat{n} = A\vec{E}\cdot\hat{n}$$

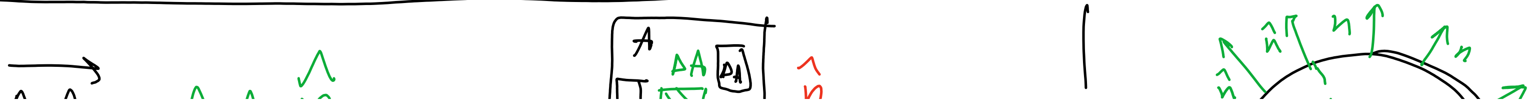
$$= AE\cos\theta$$



$\hat{n}_{III} = \hat{r}$

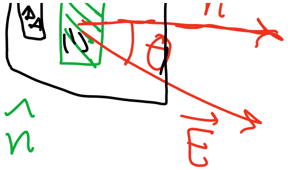
در جهت شعاع استوانه

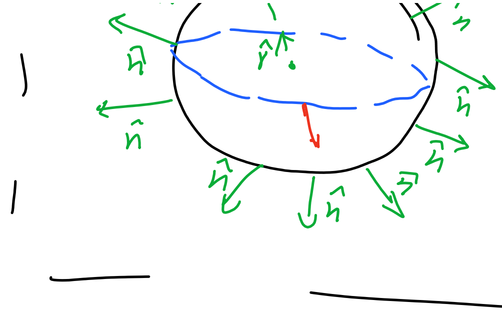




کره

$$\Delta \vec{A} = \Delta A\, \hat{n}$$





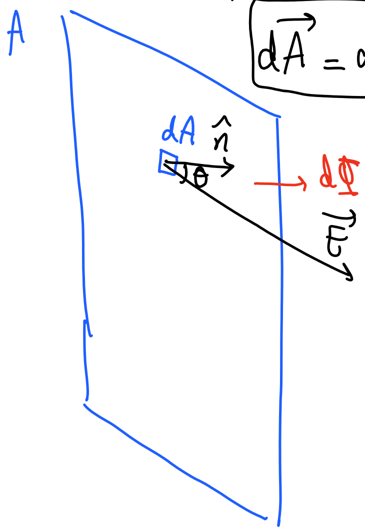
$$\hat{n} = \hat{r}$$

بردار نرمال
شعاعی است

$$\Delta \Phi_i = \vec{E} \cdot \Delta \vec{A}_i = \Delta A_i\, \vec{E} \cdot \hat{n}$$

$$= \Delta A_i\, E \cos\theta$$

$$\Phi_{\omega} = \sum_{i=1}^{N} \Delta \Phi_i = \sum_{i=1}^{N} \Delta A_i\, \vec{E} \cdot \hat{n}$$



$$\boxed{d\vec{A} = da\, \hat{n}}$$

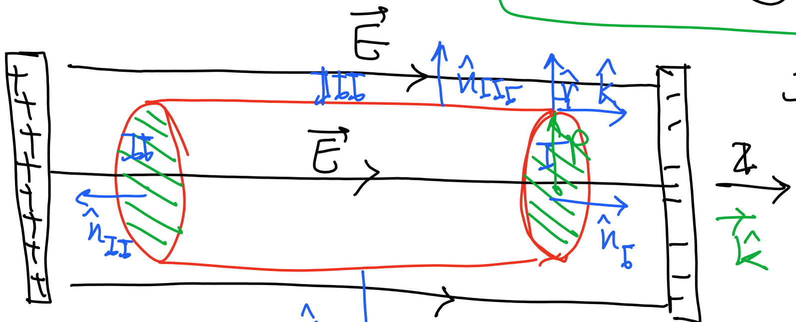
$$N \to \infty \qquad \sum_{i=1} \to \int$$

$$\Phi_{\omega} = \int d\Phi = \int d\vec{A} \cdot \vec{E} = \int da\, \vec{E} \cdot \hat{n}$$

$$\boxed{\Phi = \int da\, \vec{E} \cdot \hat{n}}$$

شار عبوری از یک سطح

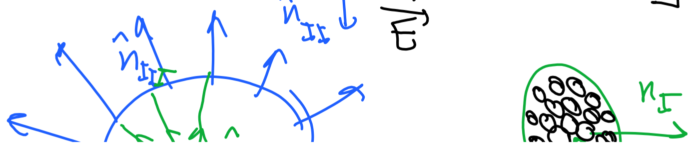
مثال ۱ شار عبوری از یک استوانه در خطوط میدان یکنواخت

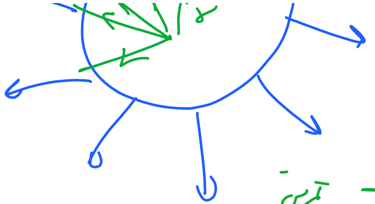


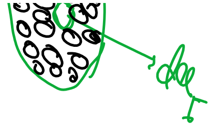
$$\vec{E} = E_0 \hat{k}$$

$$\hat{n}_I = \hat{k}$$

$$\hat{n}_{II} = -\hat{k}$$





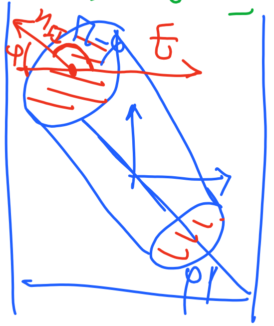


$\hat{n}_{III} = \hat{r}$

$\hat{k}\cdot\hat{k} = |1|\times|1|\times\cos(0) = 1$

$\Longrightarrow$

تمرین: فرض کنید استوانه را به اندازه
زاویه φ چرخانده شده هم



حل شار ناخالص جریان یابد *

$\Phi = 0$

$$\Phi = \Phi_I + \Phi_{II} + \Phi_{III}$$

$$\Phi_I = \int da_I\, \vec{E}\cdot\hat{n}_I = E_0 \int da_I\, \hat{k}\cdot\hat{k} = E_0 \int da_I = E_0 \pi R^2$$

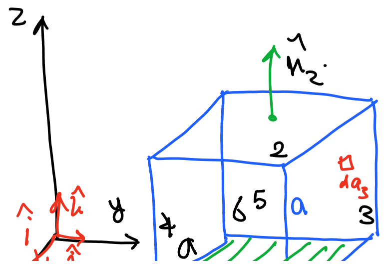
$$\Phi_{II} = \int da_{II}\, \vec{E}\cdot\hat{n}_{II} = E_0 \int da_{II}\, \hat{k}\cdot(-\hat{k}) = -E_0 \int da_{II} = -E_0 \pi R^2$$

$$\Phi_{III} = \int da_{III}\, \vec{E}\cdot\hat{n}_{III} = E_0 \int da_{III}\, \hat{k}\cdot\hat{r} = E_0 \int da_{III} \cos(\pi/2) = 0$$

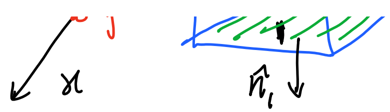
$$\boxed{\Phi = 0}$$

* شار عبوری از یک سطح بسته در میدان یکنواخت
صفر است *

شار عبوری از یک مکعب بسته در حضور یک میدان غیر یکنواخت



$\vec{E} = 3x\hat{i} + 4\hat{j}$



$n_2 = k \quad n_3 = j \quad n_5 = -i \qquad i \cdot k = 0 \quad \hat{i} \perp \hat{k}$

$\hat{n}_1 = -\hat{k} \quad \hat{n}_4 = -\hat{j} \quad \hat{n}_6 = \hat{i}$

$$\Phi_1 = \int da_1 \, \vec{E} \cdot \hat{n} = \int da_1 (3x\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (\hat{k}) = 0$$

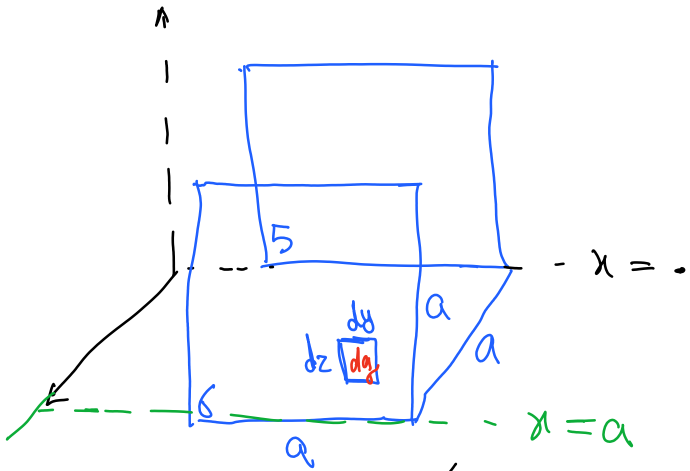
$$\Phi_2 = 0$$

$$\Phi_3 = \int da_3 \vec{E} \cdot \hat{n}_3 = \int da_3 (3x\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot \hat{j} = 4\int da_3 = 4a^2$$

$$\Phi_4 = \int da_4 \vec{E} \cdot \hat{n}_4 = -4\int da_4 = -4a^2$$

$$\Phi_5 = \int da_5 \vec{E} \cdot \hat{n}_5 = \int da_5 (3x\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (-\hat{i}) = -\int 3x \, da_5$$

$$\Phi_6 = \int da_6 \vec{E} \cdot \hat{n}_6 = +\int 3x \, da_6 \qquad (x_6 \neq x_5)$$



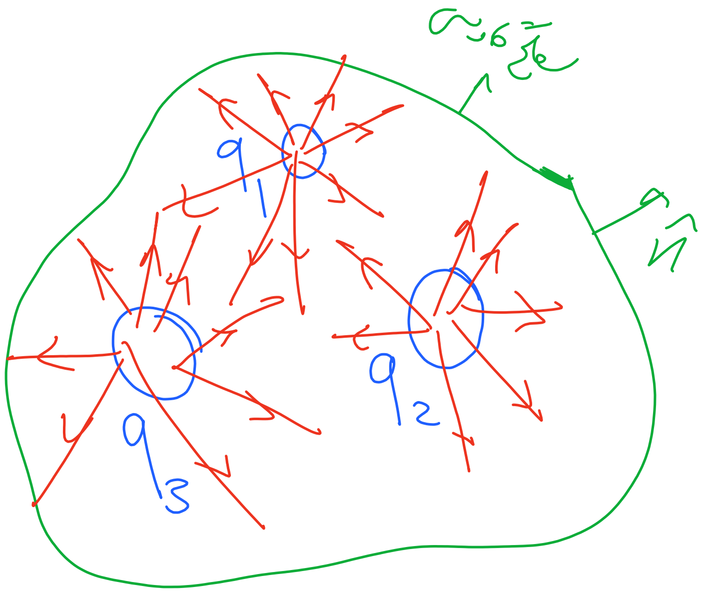
$da_5 , da_6 \neq da_5(x) , da_6(x)$

$$\Phi_5 = -\int 3(0) \, da_5 = 0$$

$$\boxed{da_6 = dz\,dy}$$

$$\Phi_6 = \int 3(a) \, da_6 = 3a \int da_6 = 3a^3$$

$$\Psi = \sum_{i=1} \Psi_i = \Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3 + \cdots + \Psi_N = \text{صفر}$$



قانون گاوس

$$\Phi = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0}$$

* شار عبوری از سطح بسته برابر با بار خالصی است که درون آن سطح بسته وجود دارد *

$$\Phi = \oint da\, \vec{E} \cdot \hat{n} = \sum_i q_i \Big/ \epsilon_0 \quad \Longleftarrow \text{قانون گاوس}$$

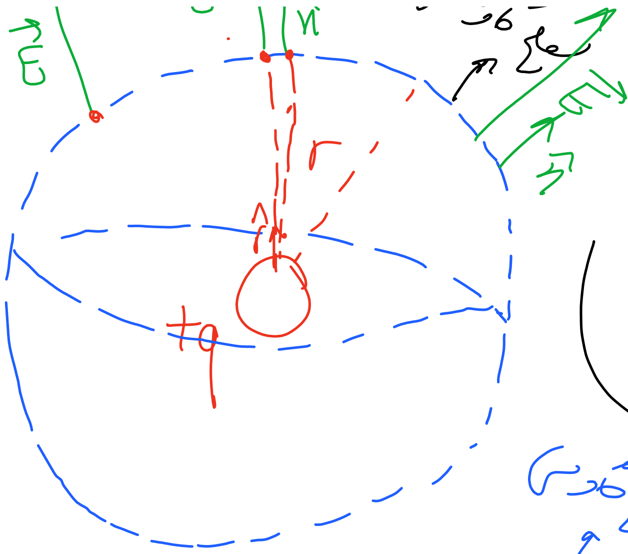
انتگرال روی سطح بسته ↓

مثال!

$\vec{E} = E\hat{r}$

$\hat{n} = \hat{r}$

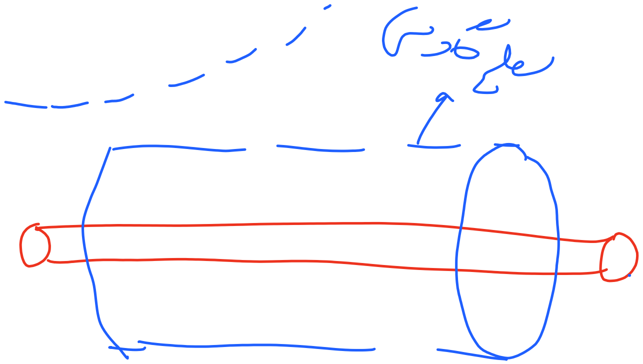
$$E = \frac{Kq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

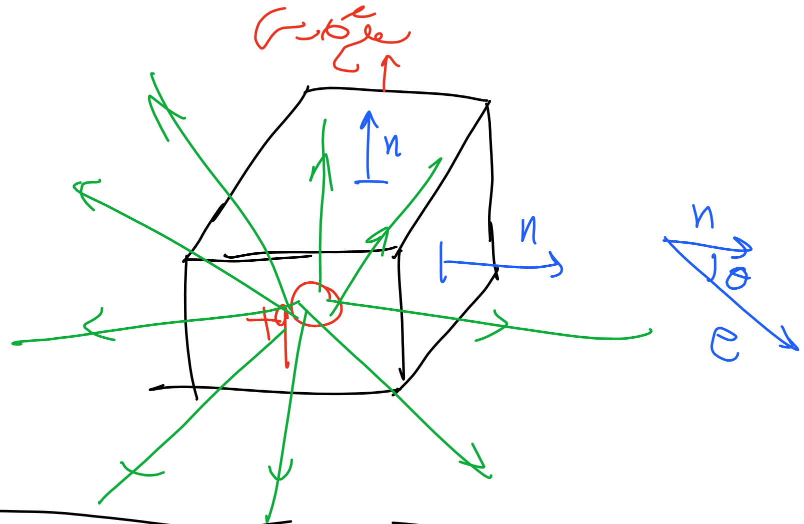


$\vec{E} \parallel \hat{n}$ $(\theta=0)$

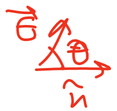
سطح بسته: کره

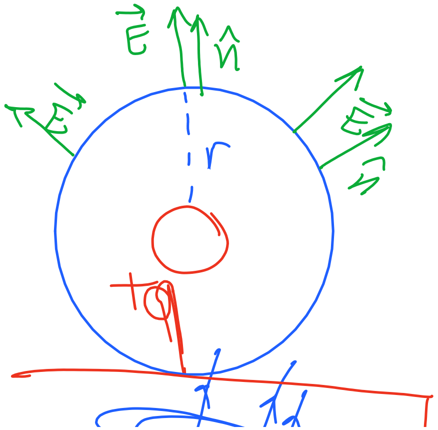
(بار نقطه‌ای فرض کردیم ← سطح گاوسی یک کره به شعاع r)





$\vec{E}\cdot\hat{n} = E\cos\theta$



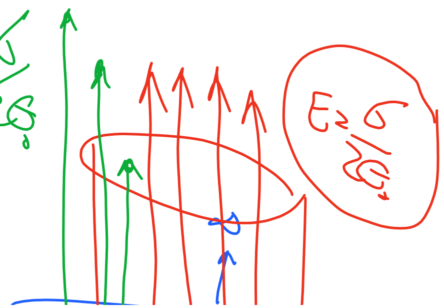


$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,da = \frac{+q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E\cos(0)\,da = \frac{+q}{\epsilon_0}$$

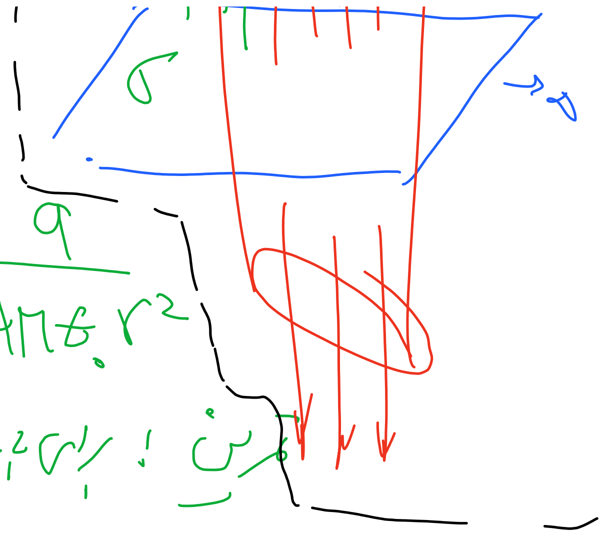
* برای صفحه نامتناهی قانون گاوس به کار می‌رود

$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$



$$E \oint da = \frac{q}{\epsilon_0}$$

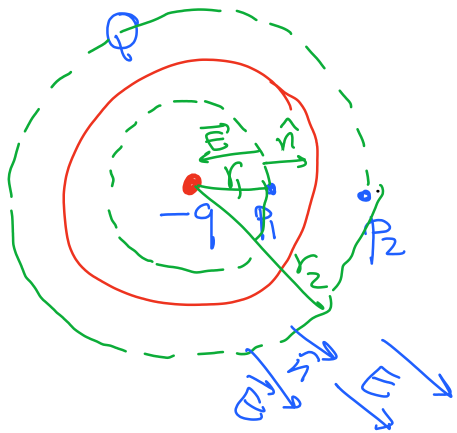
$$E\, 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



تمرین: برای بار نقطه‌ای با استفاده از قانون گاوس بزرگی میدان الکتریکی در فاصله r را حساب کنید.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

مثال: یک پوسته کروی با بار $+Q$ که در مرکز آن بار $-q$ است را فرض کنید.



$$P_1: \oint \vec{E} \cdot \hat{n}\, da = \frac{-q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E \cos(\pi)\, da = \frac{-q}{\epsilon_0}$$

$$E \oint da = +q/\epsilon_0$$

$$E(4\pi r_1^2) = +\frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E_{P_1} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

r_2 : $\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,da = \dfrac{Q-q}{\epsilon_0}$ $\quad Q>q$

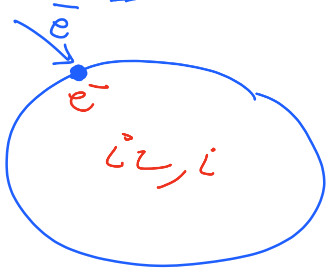
$\oint E\cos(0)\,da = \dfrac{Q-q}{\epsilon_0}$

$E\underbrace{\oint da}_{=4\pi r_2^2} = \dfrac{Q-q}{\epsilon_0} \rightarrow E_{P_2} = \dfrac{Q-q}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}$

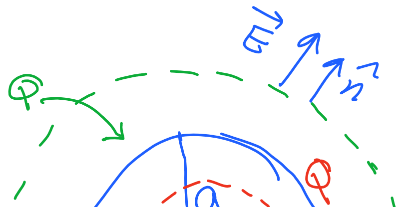
فصل ۲۲ : ۲۶ - ۲۷ - ۳۰ - 48 - 54

بار منفی به طور یکنواخت روی جسم رسانا پخش می‌شود.

رسانا و نارسانا

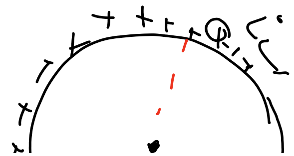


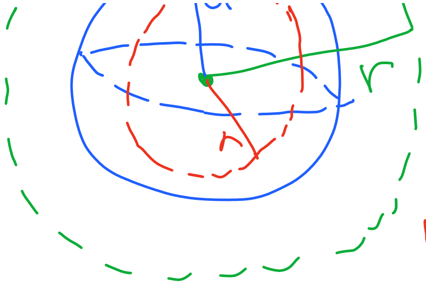
* در جسم نارسانا بار منفی در جای خود می‌ماند *



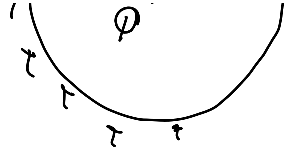
$r>a$

$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,da = \dfrac{Q}{\epsilon_0}$





$\int \vec{E}\cdot\hat{n}\,da = Q/\epsilon_0$



$E \oint da = Q/\epsilon_0 \Rightarrow E_{r>a} = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

$r<a \rightarrow \oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,da = 0 \Rightarrow E=0$

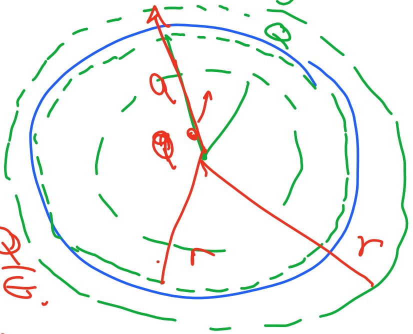
اگر یک رسانا را شارژ کنیم، بار اضافی بطور کامل روی سطح رسانا منتقل می‌شود و هیچ بار اضافی در داخل رسانا وجود ندارد.

$r<a \quad (q_{r<a} = 0)$

$r<a \quad \oint E\cdot\hat{n}\,da = 0 \Rightarrow E_{r<a} = 0$

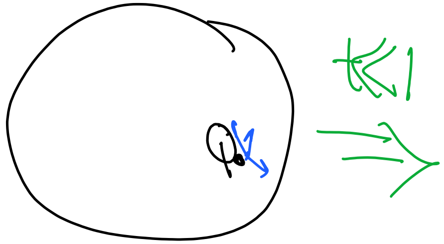
میدان کل

$r>a$



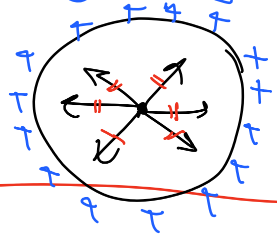
$E\,4\pi r^2 = \dfrac{Q}{\epsilon_0}$

$E = \dfrac{Q}{4\pi r^2\epsilon_0}$

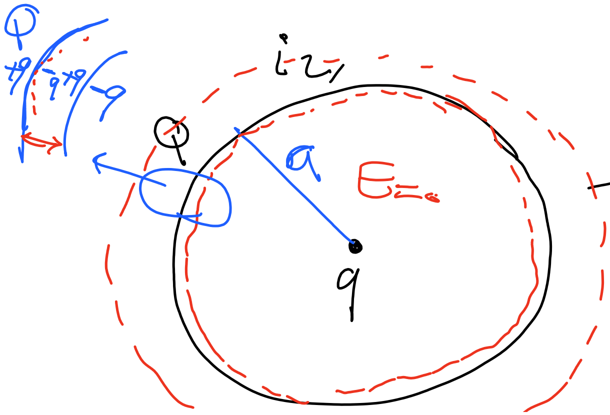


$t \ll 1$

بار به سرعت روی سطح خارجی توزیع می‌شود



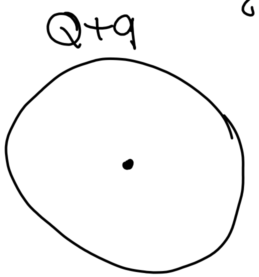
پوسته کروی رسانا



$E = \dfrac{Q+q}{4\pi r^2}$

$r>a \quad E = ?$

$r<a \quad E = ?$

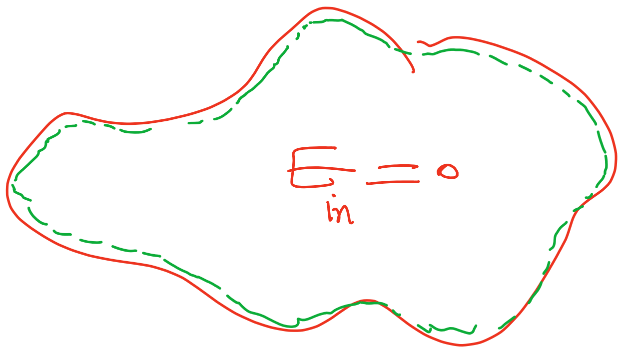


$E = \dfrac{q}{\ }$?

* میدان الکتریکی درون یک جسم رسانا صفر است *

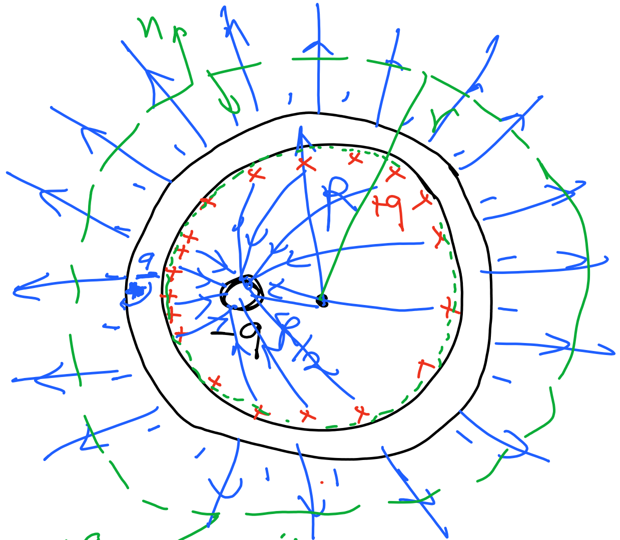
$4\pi\epsilon_0 r^2$ $\doteq$ $E \neq 0$?

$(E=0)$?



یا

* برای یک رسانا $(E_{in}=0)$ است *



مثال: پوسته کروی خنثی به همراه بار $-q$ در آن قرار داده

$r>R$ $\quad E_{out}=?$

$$E_{out}=\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

پوسته گوسی در نظر بگیر

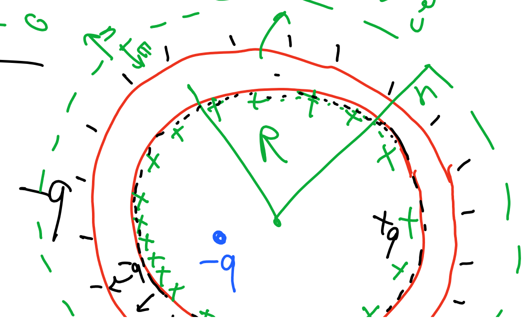
$r<R$ $\quad E_{in}=?$

$E_{in}=0$

$$\oint \vec E_{in}\cdot\hat n\, da=0$$

$E_{in}=0$

وجود میدان صفر سبب شد



* بار $-q$ سبب شده است و بار $+q$

روی لایه داخلی پوسته رسانا القا شود

... رسانا

به صورت یکنواخت توزیع شود +

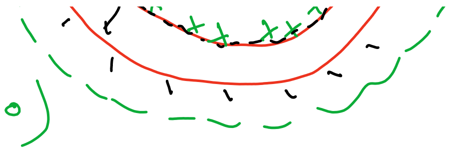
$r > R$

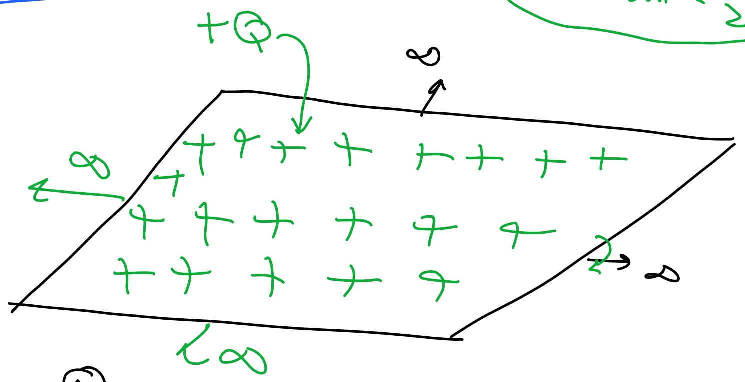
$E\,4\pi r^2 = q/\epsilon_0$

$E_{out} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

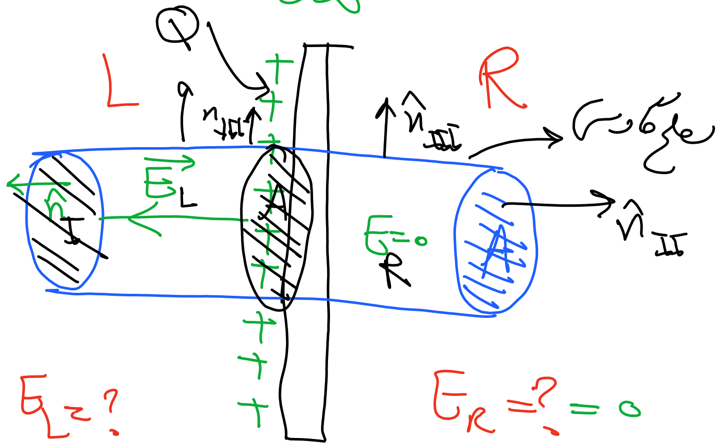
$r < R$

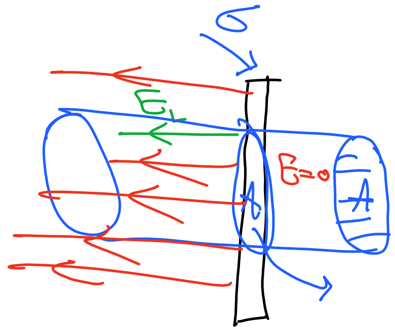
$(E_{in} = 0)$

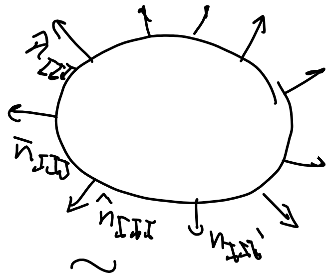




یک صفحه نامتناهی رسانا







$E_L = ?$ $\qquad E_R = ? = 0$

σ

بار کل در سطح

بار در سطح مقطع

$$\sigma = \frac{\tilde{Q}}{A} \Rightarrow \tilde{Q} = \sigma A$$

$$\sigma = \frac{Q}{\text{سطح کل}} = \frac{\tilde{Q}}{A} \Rightarrow \tilde{Q} = \sigma A$$

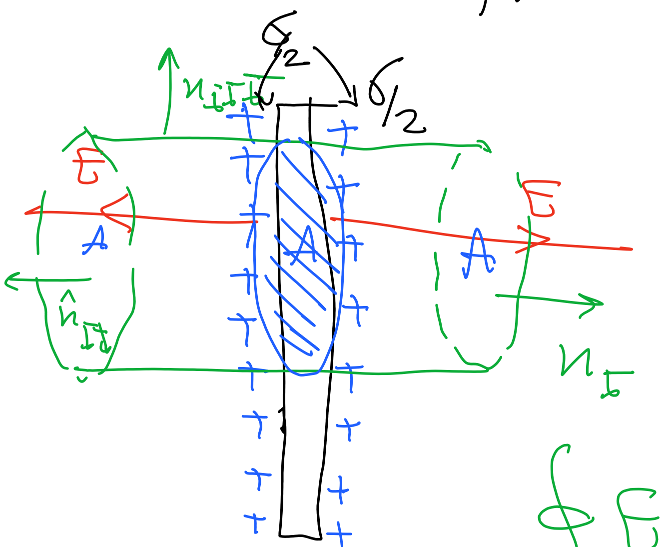
$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,da = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} = \frac{\tilde{Q}}{\epsilon_0}$$

$$\int \vec{E}_L\cdot\hat{n}_I\,da + \cancel{\int \vec{E}_R\cdot\hat{n}_{II}\,da}^{\,0} + \cancel{\int \vec{E}\cdot\hat{n}_{III}\,da}^{\,0}$$

$$\int E_L\,da = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E_L \underbrace{\int da}_{A} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{E_L = \frac{\sigma}{\epsilon_0}}$$

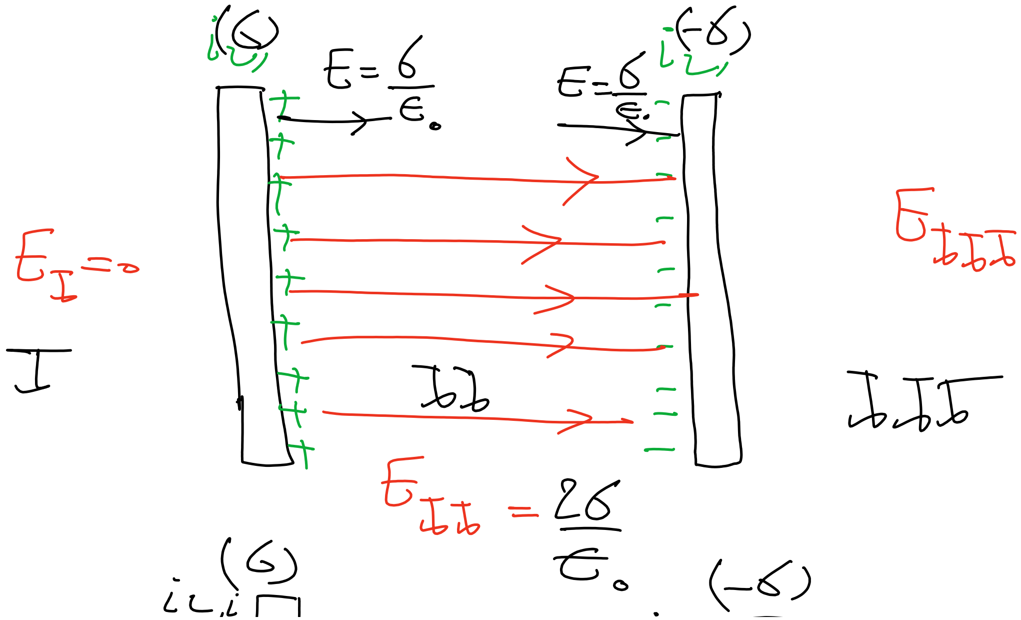
یک صفحه نامتناهی باردار



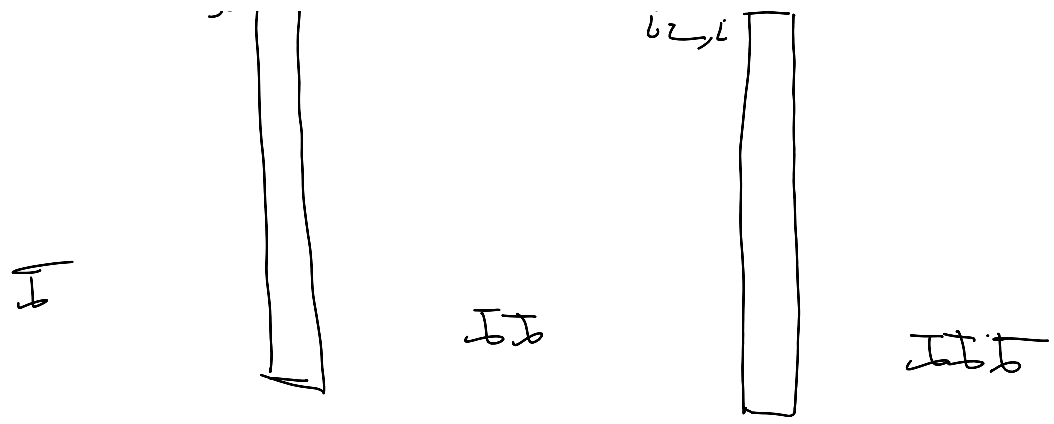
$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,da = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$EA + EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

مثال: دو صفحه رسانای موازی

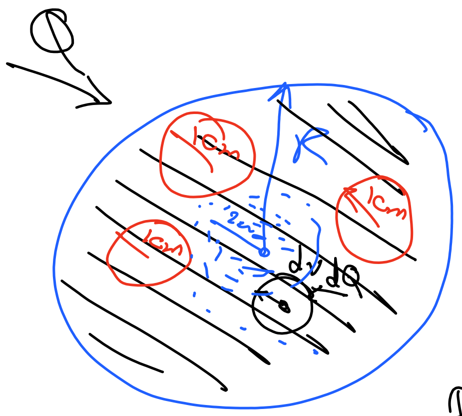


تمرین: اندازه [illegible]



$E = 0$

مثال ۱: یک کره باردار نا توپر



ρ: نایکنواخت — یکنواخت

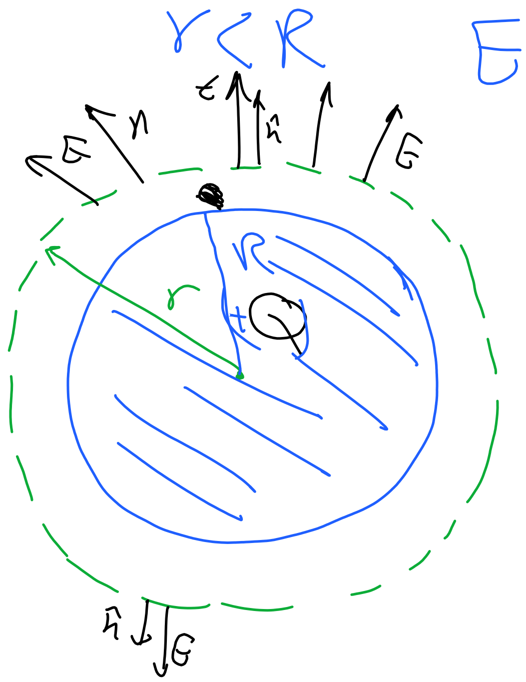
نایکنواخت $\rightarrow \rho = \rho(r)$

یکنواخت: $\rho = \left(\frac{Q}{V} = \frac{dQ}{dV}\right)$ $\quad \rho = \rho_0 =$ ثابت

$\rho = \rho_0 = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ $\Leftarrow$ فرض کنید توزیع بار به صورت یکنواخت باشد

$r > R$

$E_{r>R} = E_{out} = ?$

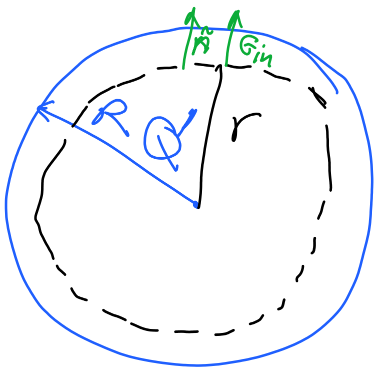


$$E_{r<R} = E_{in} = ?$$

$$\oint E\cdot\hat{n}\, da = Q/\epsilon_0$$

$$E_{out}\underbrace{\oint da} = Q/\epsilon_0$$

$$E_{out}4\pi r^2 = Q/\epsilon_0 \Rightarrow E_{out} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



$$\rho_0 = \frac{3Q}{4\pi R^3} = \frac{3Q'}{4\pi r^3}$$

$$\Rightarrow Q' = Q\left(\frac{r}{R}\right)^3$$

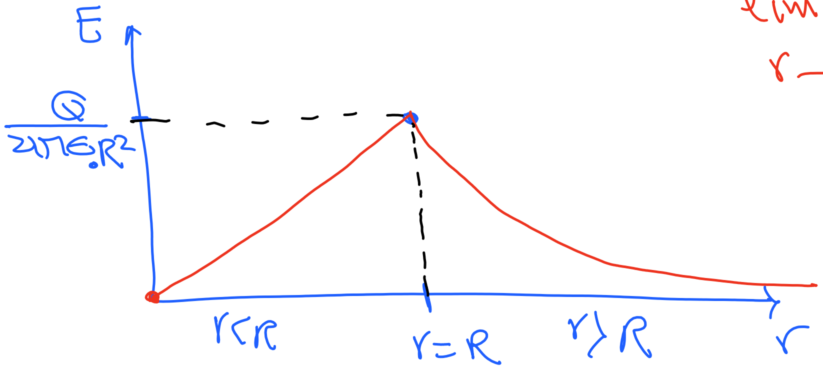
$$E_{in}4\pi r^2 = Q'/\epsilon_0 = \frac{Q}{\epsilon_0}\left(\frac{r}{R}\right)^3$$

$$E_{in} = Qr$$

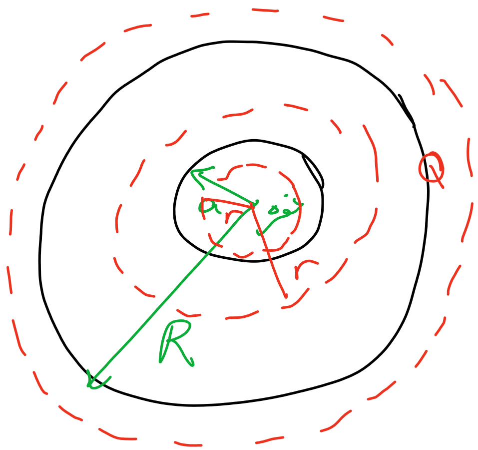
$$E = \begin{cases} \dfrac{Qr}{4\pi\epsilon_0 R^3} & r<R \\[2ex] \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & r>R \end{cases}$$

$$(r=R) \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

$$\lim_{r\to\infty} E_{out} \to 0$$



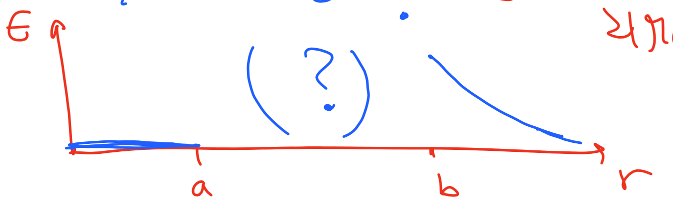
تمرین: کره توپر نارسانا

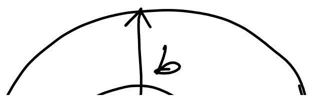


$r<a \qquad E=0$

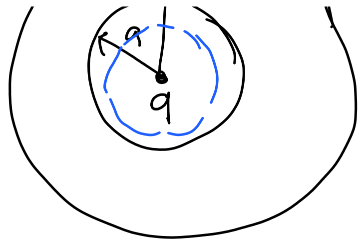
$a<r<R \qquad E=?$

$r>R \qquad E=? \qquad E=\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$





$r<a \qquad E=? \qquad q$



$E = 0$

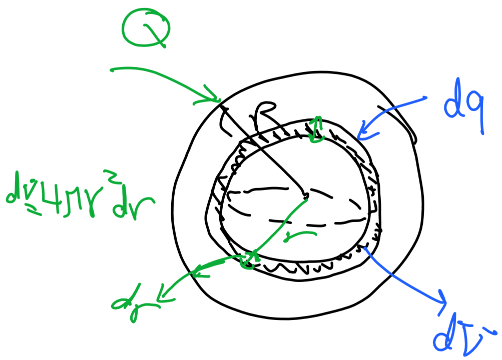
$a < r < R \qquad E = ?$

$r > R \qquad E = ?$

$\overline{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

α یک تعداد مجهول است

کره توپر نارسانا با چگالی حجمی نایکنواخت



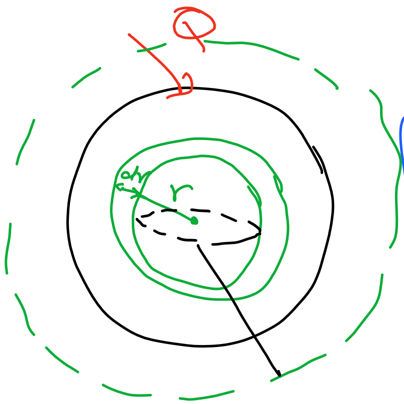
$$\rho = \alpha r^2$$

$r < R \qquad E_{in} = ?$

$r > R \qquad E_{out} = ?$

$$\rho = \frac{dq}{dV} \Rightarrow dq = \rho\, dV \Rightarrow q = \int \rho\, dV = \int \rho\, 4\pi r^2 dr$$

$$= \int \alpha r^2\, 4\pi r^2 dr$$



$$\boxed{dV = (4\pi r^2)\, dr}$$

$$Q = 4\pi\alpha \int_0^R r^4 dr = \frac{4\pi\alpha R^5}{5}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{5Q}{\dots}$$

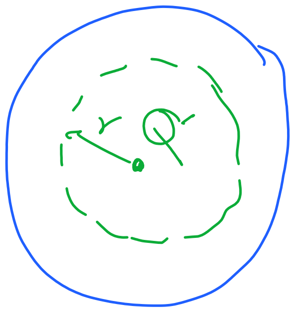
۱۴۰۰/۱/۲۴

(گروه ۸) ⇐

$$E_{out} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\alpha}{5\epsilon_0}\frac{R^5}{r^2}$$

$$\boxed{\rho = \frac{5Q}{4\pi R^5}\, r^2}$$

$\alpha R^5 (4\pi)$

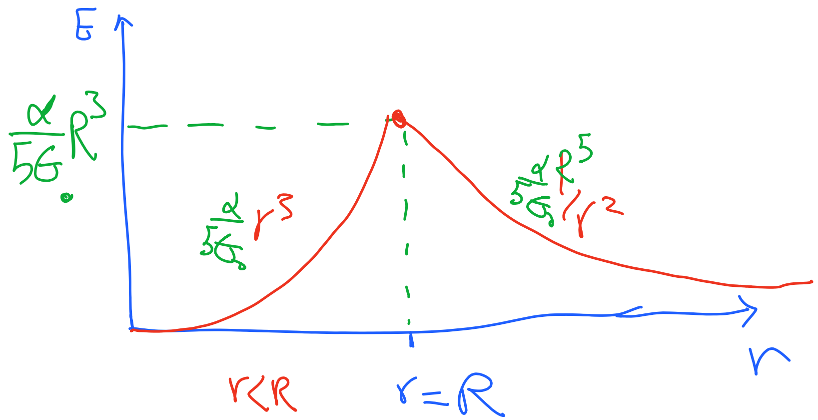


$$\oint E\cdot\hat{n}\,da = \sum_1 q_i/\epsilon_0$$

$$E_{in}\, 4\pi r^2 = Q'/\epsilon_0 = \frac{4\pi\alpha}{\epsilon_0}\int_0^r r'^4\,dr' = \frac{4\pi\alpha}{5\epsilon_0} r^5$$

$$E_{in} = \frac{\alpha}{5\epsilon_0} r^3$$

$$E = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{5\epsilon_0} r^3 & r<R \\[2mm] \dfrac{\alpha}{5\epsilon_0}\dfrac{R^5}{r^2} & r>R \end{cases}$$

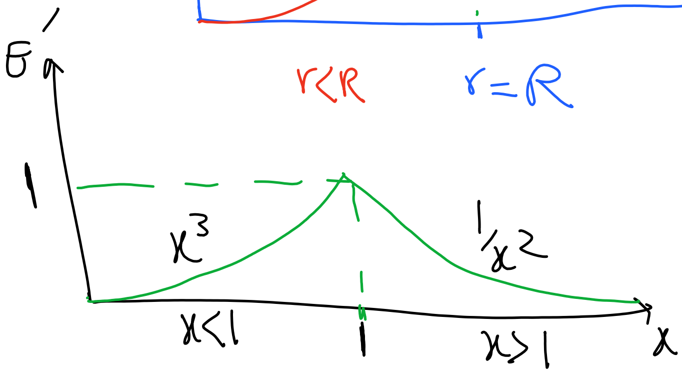


$[E']=1$

$[x]=1$

$x = r/R$

$$E' = \frac{E}{\frac{\alpha}{5\epsilon_0}R^3} = \begin{cases} x^3 & r<R \\[2mm] \dfrac{1}{x^2} & r>R \end{cases}$$



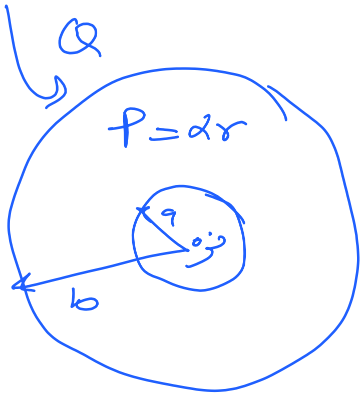
$[r]=L \quad [t]=T$

$[E]=?$

$\left[\frac{\alpha}{5\epsilon_0}R^3\right]=?$

$$\rho = \alpha r$$

تمرین: در مرکز کره چگالی حجمی؛ صورت = ⇐



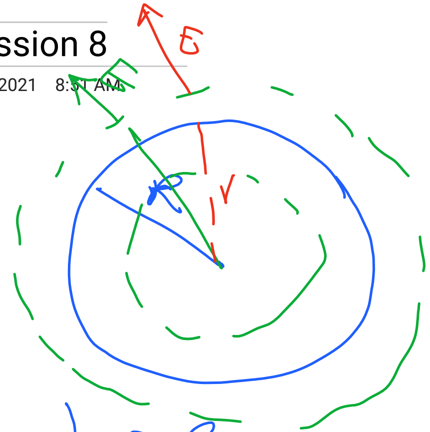
$r < a \qquad E = ?$

$a < r < b \qquad E = ?$

$r > b \qquad E = ?$

Session 8

Tuesday, April 13, 2021 8:51 AM



$$\rho_0 = \frac{3Q}{4\pi R^3} \qquad Q = \frac{4\pi R^3 \rho_0}{3}$$

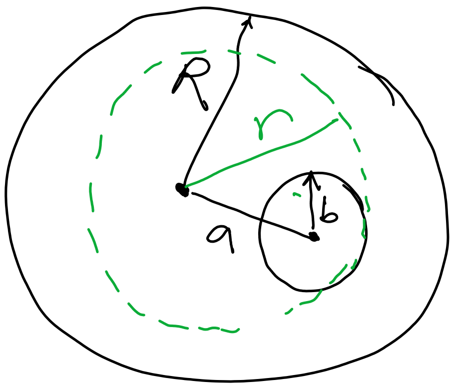
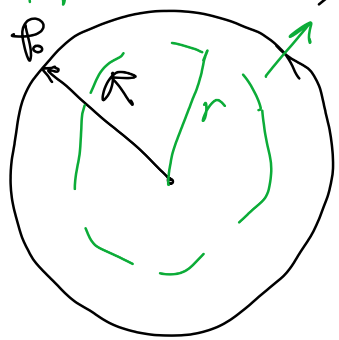
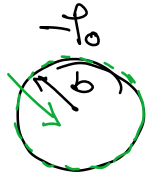
کره نارسانا با چگالی یکنواخت ρ_0

$$E = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0}\dfrac{r}{R^3} & r<R \\ \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & r>R \end{cases}$$

$$E = \begin{cases} \dfrac{\rho_0 r}{3\epsilon_0} & r<R \\ \dfrac{\rho_0 R^3}{3\epsilon_0 r^2} & r>R \end{cases}$$

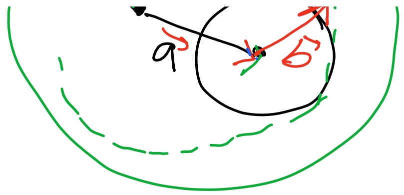
$$\vec{E} = E\,\hat{r} = E\,\frac{\vec{r}}{r}$$

کره نارسانایی که حفره درون آن قرار دارد (اصل برهم نهی)

 $=$  $+$ 

$$= \frac{\rho_0 r}{3\epsilon_0}\hat{r} = \frac{\rho_0 r}{3\epsilon_0}\frac{\vec{r}}{r} = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0}\vec{r}$$

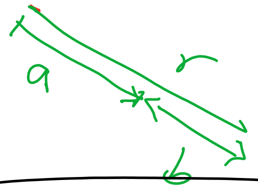
$$\frac{\rho_0 r}{3\epsilon_0}(-\hat{r}) \overset{r=b}{\Rightarrow} \frac{\rho_0 \cancel{b}}{3\epsilon_0}\left(-\frac{\vec{b}}{\cancel{b}}\right) = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0}(-\vec{b})$$



$$= \frac{\rho_0}{3\epsilon_0}(r-b) = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0}\vec{a}$$

$$\vec{r} = \vec{a} + \vec{b} \Rightarrow \vec{a} = \vec{r} - \vec{b}$$

r, b در یک جهت

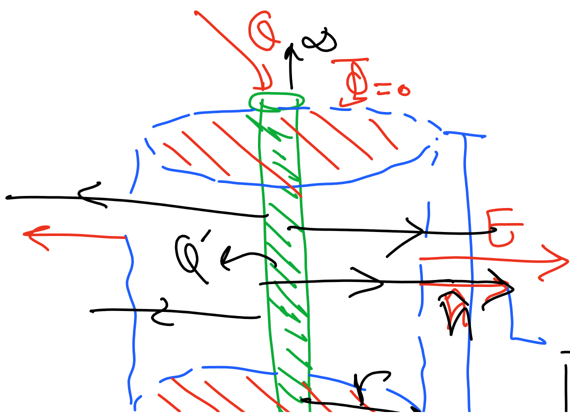


$$r = a + b \rightarrow a = r - b$$

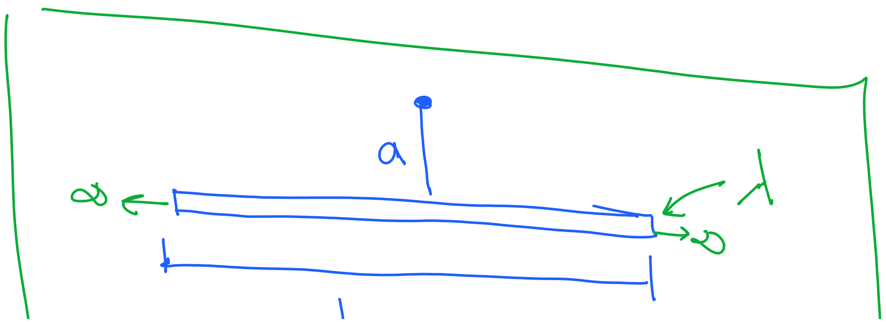
$$\boxed{E = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} a}$$

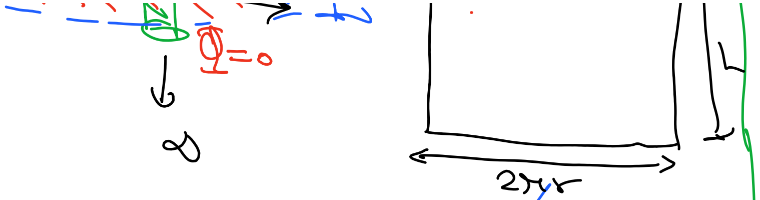
$$\boxed{\vec{E} = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \vec{a}}$$

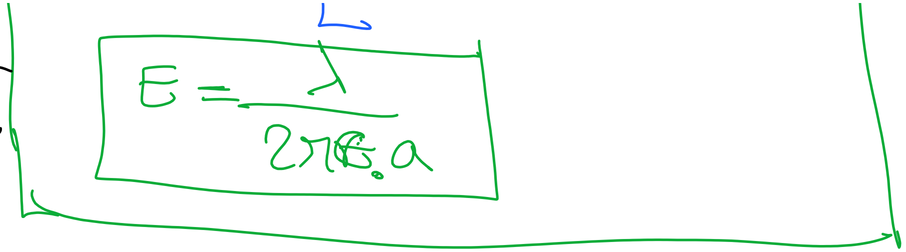
یک سیم استوانه‌ای (با شعاع) با بار طوری که به طور یکنواخت با چگالی خطی λ داده شده است



$$\lambda = Q'/L$$







$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}}$$

* بهترین شکل برای تقارن استوانه‌ای در دو بعد برای سطح گاوسی

مثل استوانه است *

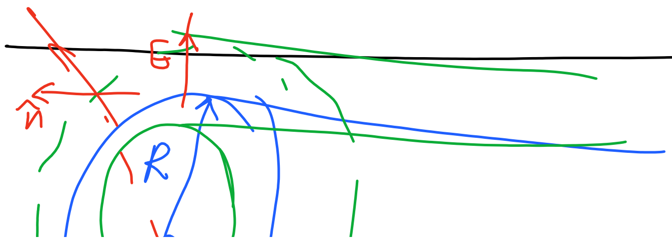
$$\lambda = \frac{Q'}{L} \Rightarrow Q' = \lambda L$$

$$\oint \vec{E} \cdot \hat{n}\, da = \sum_i q_i / \epsilon_0 = Q' / \epsilon_0 = \lambda L / \epsilon_0$$

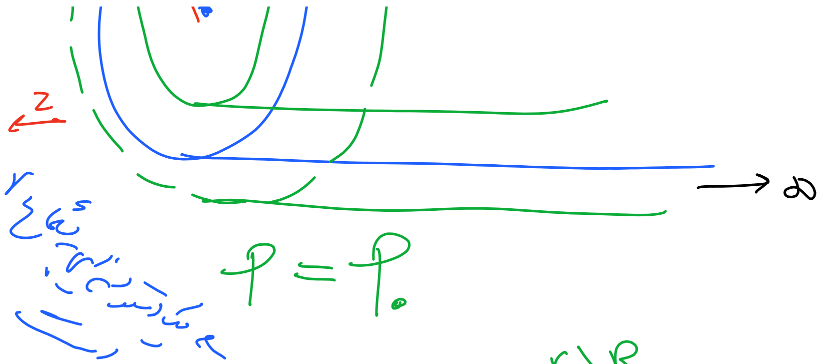
$$\int E \cos(0)\, da = \lambda L / \epsilon_0$$

$$E \int da = \lambda L / \epsilon_0$$

$$E \times (2\pi r L) = \lambda L / \epsilon_0 \Rightarrow \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}}$$



یک استوانه رسانا را با بار Q به طور یکنواخت باردار کرده‌ام

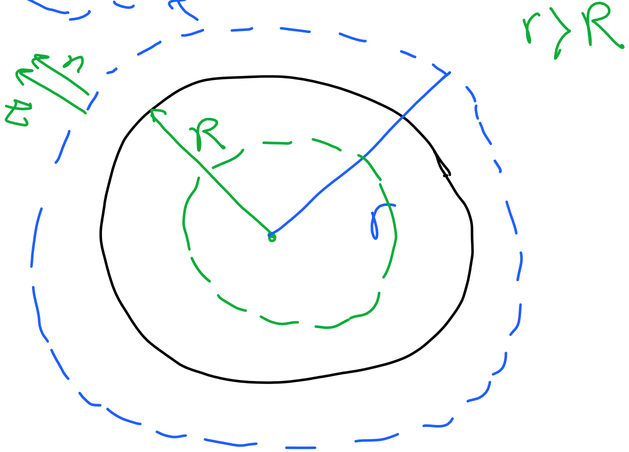


نشان دهید با استفاده از قانون گاوس میدان داخل و خارج

از استوانه محصور است؟

$$\rho_0 = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\pi R^2 L} \Rightarrow Q = \pi R^2 L \rho_0$$

$$\rho = \rho_0$$



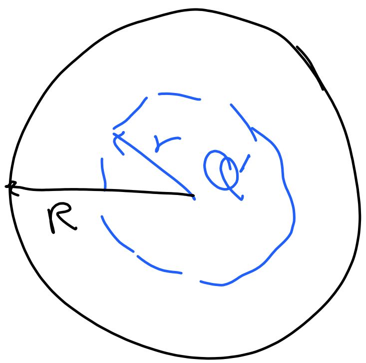
$$r > R$$

$$\oint E \cdot \hat{n}\, da = \sum_i q_i / \epsilon_0 = Q/\epsilon_0$$

$$E_{out}(2\pi r L) = Q/\epsilon_0$$

$$E_{out} = \frac{Q}{2\pi r L \epsilon_0} = \frac{\rho_0 R^2}{2\epsilon_0 r}$$

$$\rho_0 = \frac{Q}{\pi R^2 L} \Rightarrow Q = \rho_0 \pi R^2 (L \to \infty)$$

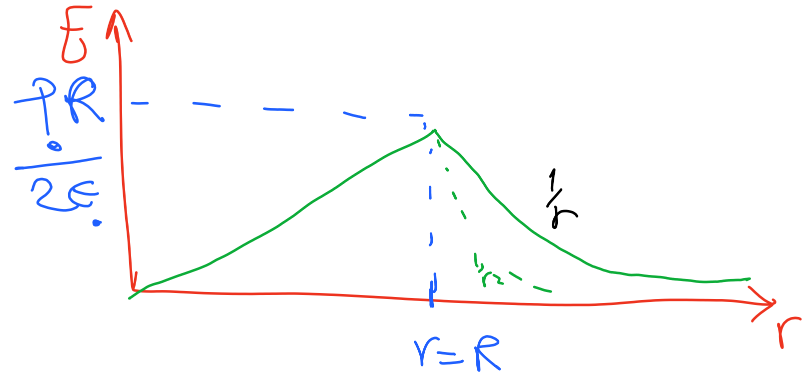


$$\rho_0 = \frac{Q}{\pi R^2 L} = \frac{Q'}{\pi r^2 L} \Rightarrow Q' = Q\left(\frac{r}{R}\right)^2$$

$$E_{in}(2\pi r L) = Q'/\epsilon_0 = Q\left(\frac{r}{R}\right)^2 = \rho \pi L r^2$$

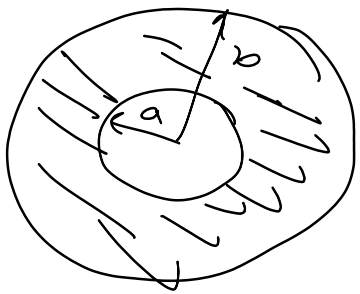
$$\Rightarrow E_{in} = \frac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0}$$

$$E = \begin{cases} \dfrac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0} & r < R \\[2ex] \dfrac{\rho_0 R^2}{2\varepsilon_0 r} & r > R \end{cases}$$



$$\lim_{r \to \infty} E_{out} \to 0$$

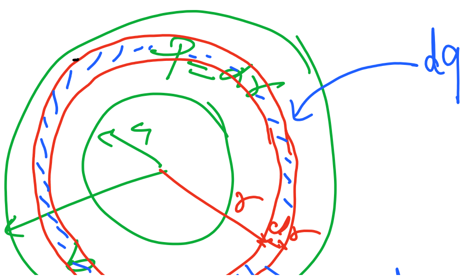
تمرین



$r < a$ $\quad E = ?$

$a < r < b$ $\quad E = ?$

$r > b$ $\quad E = ?$

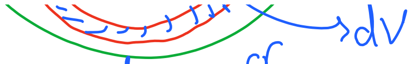


$r < a$ $\quad E = ?$

$a < r < b$ $\quad E = ?$

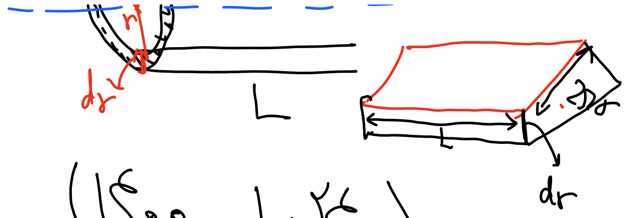
$\rho = \alpha r$

تمرین چگالی نایکنواخت



$q' = \int \rho\, dv = \int_0^r \rho\, 2\pi r L\, dr$

$r > b \qquad E = ?$



$dv = (2\pi r L)\, dr$

(۱۴۰۰/۱/۲۴)

(گروه ۱۴)

$\rho = \dfrac{dq}{dv} \Rightarrow dq = \rho\, dv = \int \rho\, 2\pi r L\, dr$

$Q = \int \rho\, dv = \int_0^R (\alpha r)\, 2\pi r L\, dr \Rightarrow \alpha = ?$

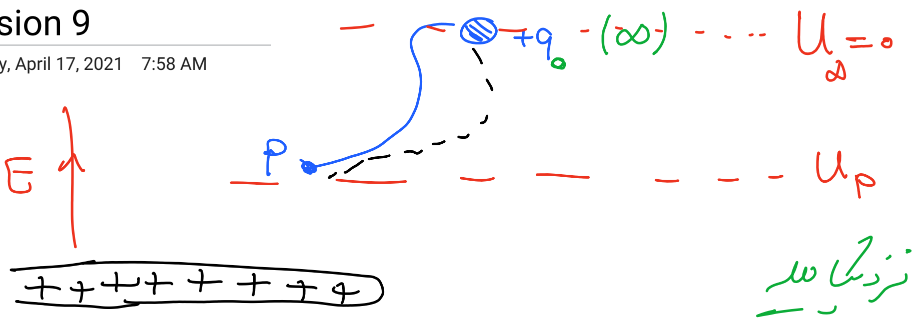
$Q = 2\pi L \alpha \int_0^R r^2\, dr$

تمرین فصل ۲۳ ۲۹ - ۳۹ - ۴۹ - ۵۲ - ۲۴

امتحان میانترم پنجشنبه ۱ هفته دیگه (۲۲ اردیبهشت) تا فصل ۲۴

Session 9

Saturday, April 17, 2021 7:58 AM



فصل دوم (فصل ۲۴ کتاب)

پتانسیل الکتریکی و انرژی پتانسیل الکتریکی

انتقال بار آزمون از بینهایت به نقطه P نزدیک صفحه

W کاری که توسط میدان الکتریکی برای انتقال یک بار از فاصله بینهایت به نقطه P انجام می‌شود

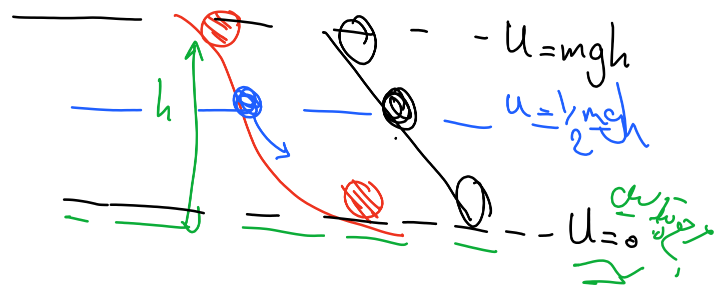
انرژی پتانسیل

$$\Delta U = -W$$

$U(\infty) = 0$

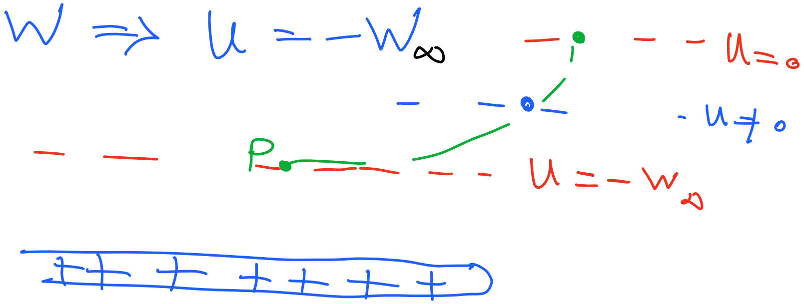
(انرژی پتانسیل در نقطه P) =

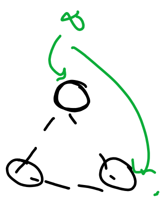
$$U(P) - U(\infty) = -W \Rightarrow U = -W_\infty$$



پتانسیل الکتریکی

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{-W_\infty}{q_0}$$

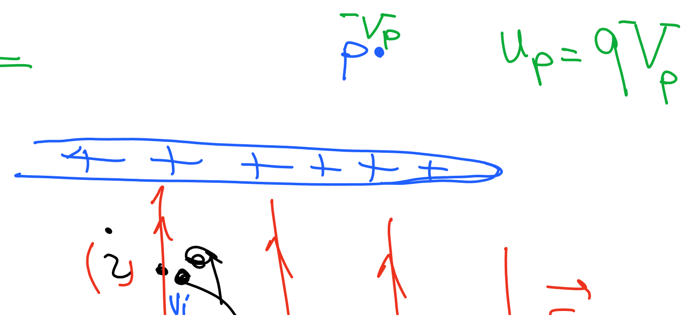


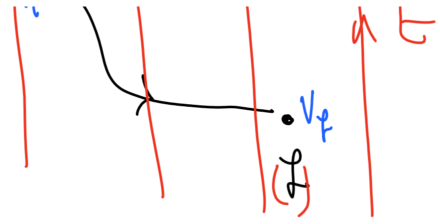


⟸ با داشتن پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ی P می‌توان انرژی پتانسیل بار q را در نقطه با $U = qV$ برای هر بار دلخواهی به دست آورد.

انرژی که برای تشکیل ساختار مورد نظر لازم است ⟸ انرژی پتانسیل

$$\Delta U = q\,\Delta V$$





$$U_f - U_i = q(V_f - V_i) = -W$$

کار نیروی میدان الکتریکی در مسیر i به f روی ذره (بار) ...

ولت $1v = 1\,J/C$

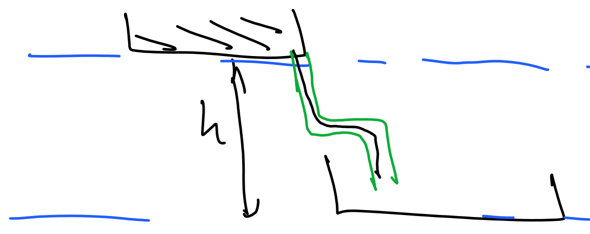
$$V_i = V_f \Rightarrow U_f = U_i \Rightarrow W = 0$$

تمرین: بعد پتانسیل الکتریکی را بدست آورید

$$[q] = AT$$

$$[U] = [K] = ML^2T^{-2}$$

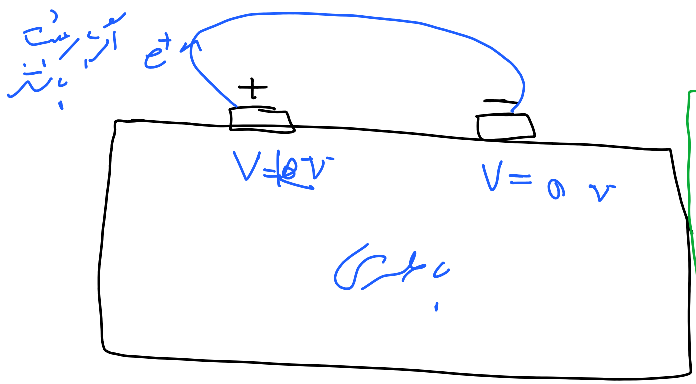
$$[V] = ?$$



$U = mgh$ (اختلاف انرژی پتانسیل الکتریکی)

$U = 0$

× اختلاف پتانسیل الکتریکی سبب شارش بار می شود



$$\vec{F} = kq_1q_2\,\hat{r}/r^2$$

$$\vec{F} = q_1\vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{kq_2}{r^2}\hat{r}$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r}\hat{r}$$

$$V = \frac{kq_2}{r}$$

$\frac{1}{2}kx^2$ $\quad U = mgy$ $\quad = mV$ پتانسیل $\quad U = qV$

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2}, \quad -kx, \quad \vec{F} = m\vec{g}$$

نیروهای ... نیرو

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V \quad \text{(پتانسیل)}$$

نیروهای پایستار هستند

$$\vec{F} = \frac{m_1m_2G}{r^2}\hat{r}$$

$$\vec{F} = m_1\vec{g}$$

$$\vec{g} = \frac{m_2G}{r^2}\hat{r}$$

$$\vec{g} = -\frac{\partial}{\partial r}V\hat{r} \qquad V = +\frac{m_2G}{r}$$

$$\vec{\nabla} = \left(\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z\right)$$

عملگر (گرادیان)

$$f(x,y,z) \qquad \vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial}{\partial x}f\,\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}f\,\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}f\,\hat{k}$$

مشتق جزئی

$$f(x) \rightarrow f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$$

$$f(x,y) \rightarrow \frac{\partial f}{\ }, \quad \frac{\partial f}{\ }$$

$\partial x \quad \partial y$

$$f(x,y) = x^2y + 2x$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2yx + 2 \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = x^2$$

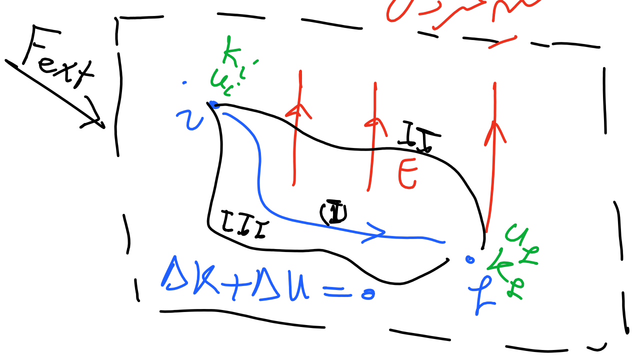
گروه ۵ (۲۸ ، ۱ ، ۱۴۰۰)

اگر نیروی پایستار باشد

$$\Delta U = -W = -\Delta K$$

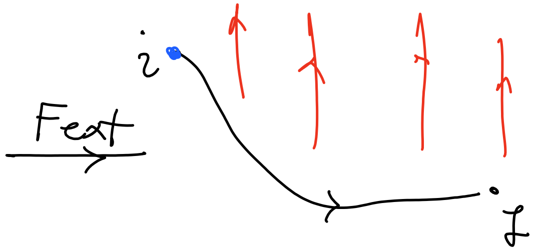
$$\Delta U + \Delta K = 0$$ فقط برای سیستم‌های منزوی (یعنی سیستم‌هایی که در آن تنها نیروهای پایستار باشند برقرار است)

سیستم منزوی



$$\Delta K = -\Delta U = -q\Delta V$$

سیستم غیرمنزوی



$$\Delta K = W = W_E + W_{ext} = -\Delta U + W_{ext}$$

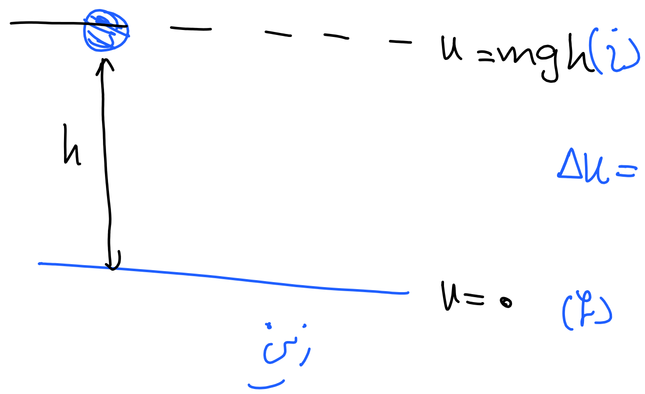
$$\Rightarrow \Delta K + \Delta U = W_{ext}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta K + q\Delta V = W_{ext}}$$

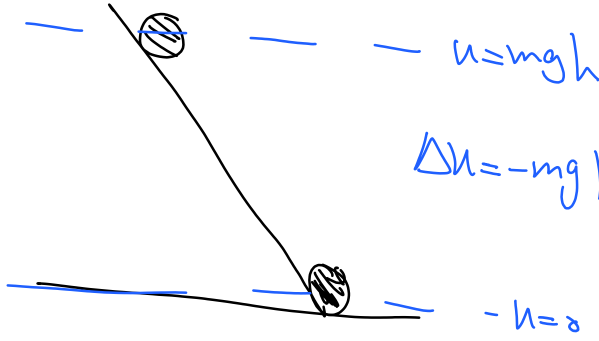
فرض کنید ذره در مکان i و مکان f ساکن باشد $\Leftarrow K_i = K_f = 0$

$$-W_E = q\Delta V = W$$

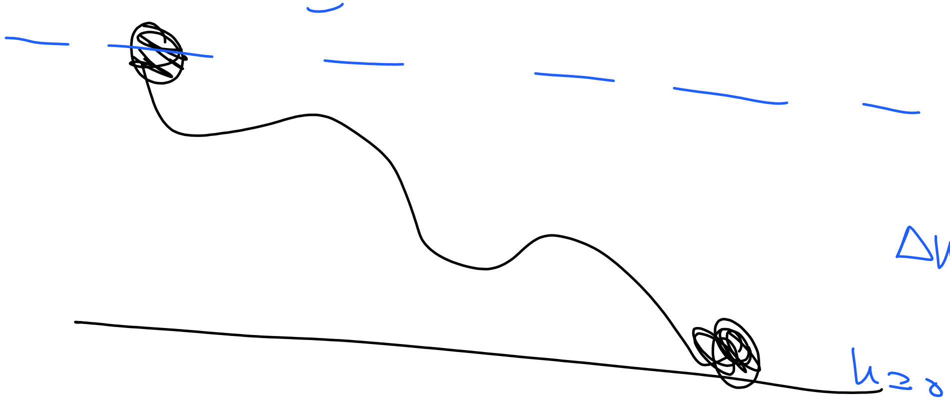
ext



$\Delta u = u_f - u_i = -mgh$



$\Delta u = -mgh$



$\Delta u = -mgh$

با اثر دهی پایستار اگر استاتیک کار انجام
شده برابر اختلاف انرژی پتانسیل بین دو نقطه
مستقل از مسیر حرکت است

$E(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$

پتانسیل

$$W = \int F dx = q\int E dx = q\int_i^f -\frac{dV}{dx}\,dx = -qV\Big|_i^f = q(V_i - V_f) = -\Delta U$$

$$= -q\int_{V_i}^{V_f} dV$$

$$E = -\frac{dV}{dx}$$

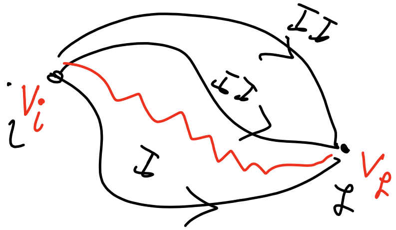
$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$

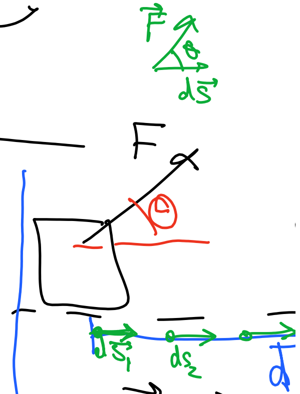
$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s}$

ضرب نقطه‌ای

$d\vec{s} = dx\,\hat{i}$

$$\int_a^b f'(x)\,dx = f(x)\Big|_a^b$$

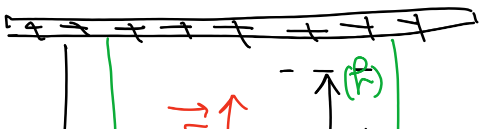




$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = F$

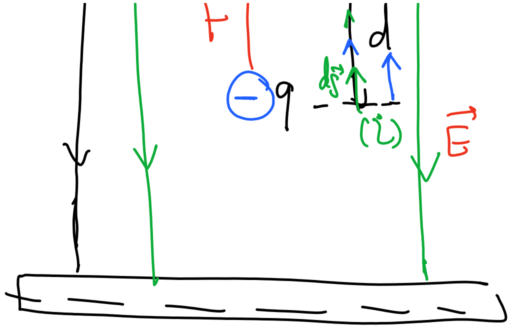
$W = \sum_{i=1}^{\infty} \vec{F} \cdot$

$W = \int \vec{F} \cdot d$



$F = qE$

مسیر حرکت ... در هر نقطه ... $d\vec{s}$



$F = qE$

$W = \int \vec{F}\cdot d\vec{S} = \vec{F}\cdot\int d\vec{S} = \vec{F}\cdot\vec{d}$

$W = \vec{F}\cdot\vec{d} = q\vec{E}\cdot\vec{d} = -qEd\cos(\pi) = qEd$

$\Delta U = -W$

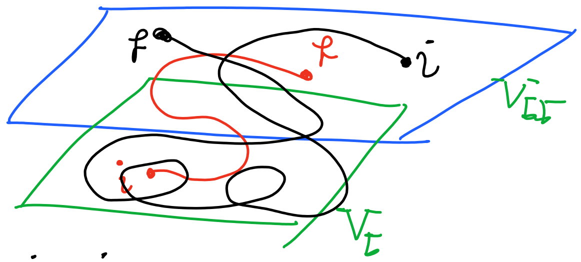
$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-qEd}{-q} = Ed$$

$= Fdr$

$$\Delta U = q\Delta V = q(V_f - V_i)$$

سطوح هم‌پتانسیل!

$$V_f = V_i \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow W = 0$$



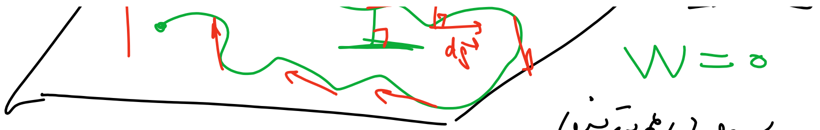
$$W = -\Delta U = q(V_{II} - V_I)$$

$$W = -\Delta U = -q(V_{II} - V_{II}) = 0$$

سطوح هم‌پتانسیل سطوحی هستند که اگر ذره روی آن منتقل شود هیچ کاری روی ذره (انجام) نمی‌دهند

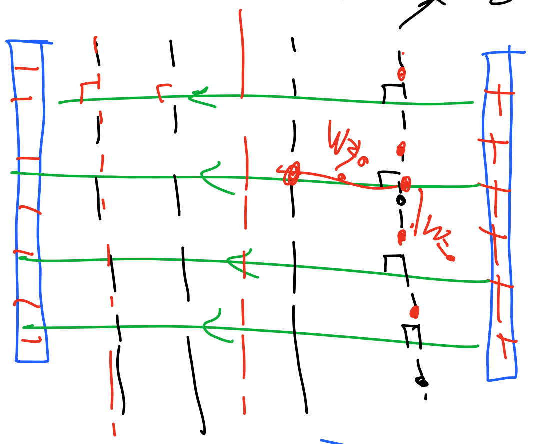
$$(W=0) \Rightarrow W = \int \vec{F}\cdot d\vec{S} = q\int \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0$$

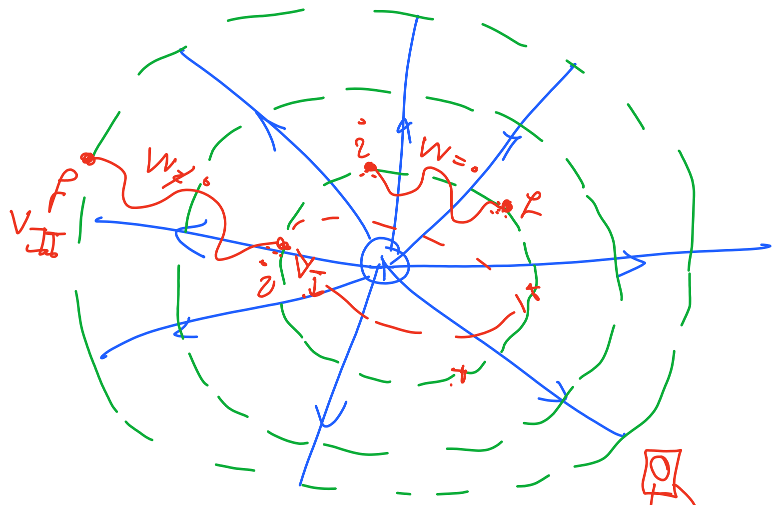
$\vec{E} \perp d\vec{S}$

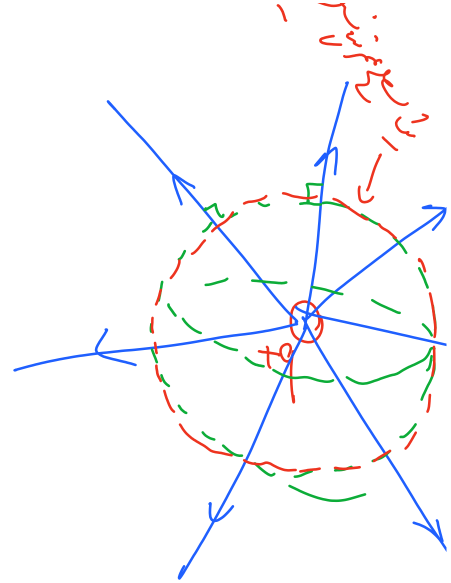


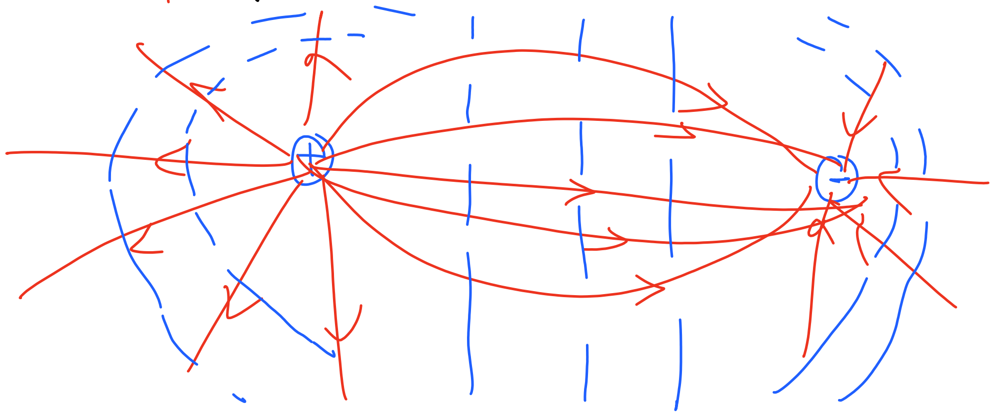
$W=0$

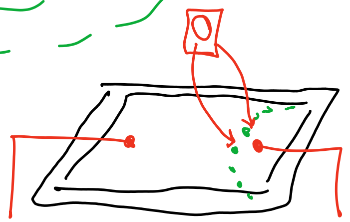
سطوح هم پتانسیل









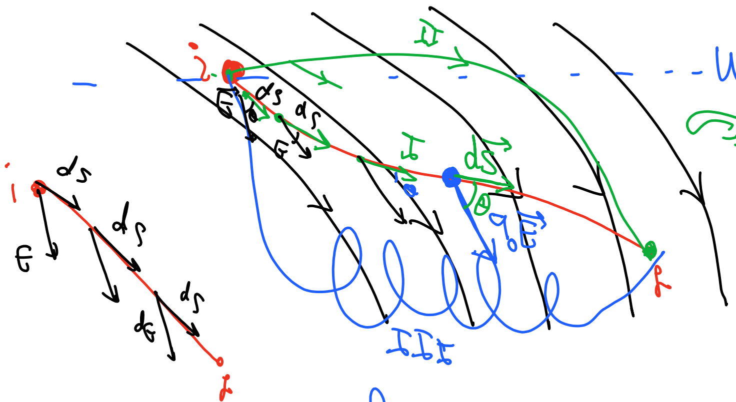


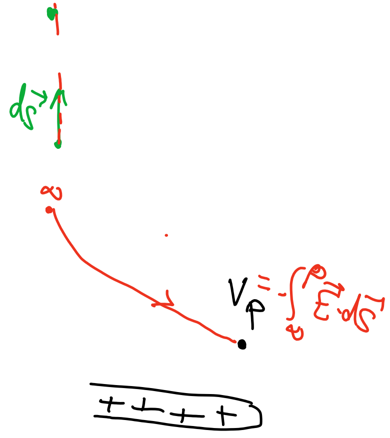
۱۴۰۰/۱/۲۸ گروه ۴

Session 10

Monday, April 19, 2021 9:36 AM

$W_{I} = W_{II} = W_{III}$





$$\Delta U = q_0 \Delta V = -W$$

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{s} = q_0 \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

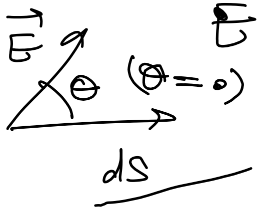
$$\cancel{q_0}(V_f - V_i) = -\cancel{q_0} \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

اگر فرض کنیم ذره را از بی‌نهایت $(V_i=0)$ به نقطه P آورده باشیم $(V_f=V)$

$$V = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

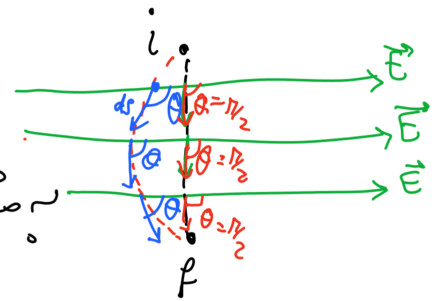
$\boxed{\text{تعریف کلی پتانسیل} \quad V_i=0}$

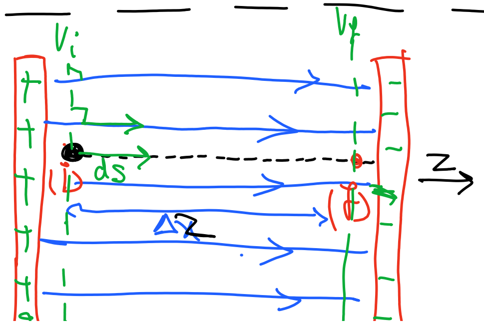


$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = E\,ds\cos(0) = E\,ds$$

به شرطی که میدان در هر نقطه عمود بر مسیر حرکت ذره باشد

یا میدان الکتریکی در همه جا صفر باشد





$$\vec{E} = E_0 \hat{k}$$

$$d\vec{s} = \cancel{dx\,\hat{i}} + \cancel{dy\,\hat{j}} + dz\,\hat{k} = dz\,\hat{k}$$

$\vec{E} \parallel d\vec{s} \quad |\theta = 0|$

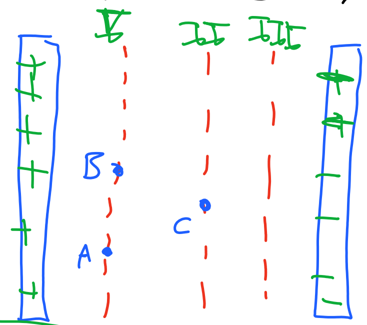
$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int E_0\, ds\cos(\theta) = -\int E_0\, ds = -E_0 \int ds = -E_0 \int dz = -E_0 \Delta z$$

طول مسیر

$V_f < V_i$

ذره مثبت از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کمتر حرکت می‌کند

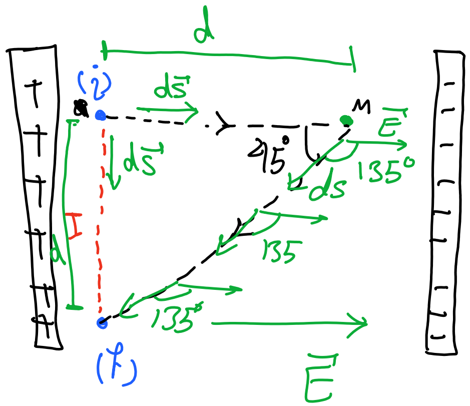
گروه ۵ ۱۴۰۰/۱/۳۰



$V_A = V_B$

$V_A = V_B \neq V_C$

$V_I > V_{II} > V_{III}$



تمرین: درستی اتحاد زیر را اثبات کنید

$$(V_f - V_i)_{I} = (V_f - V_i)_{II}$$

اختلاف پتانسیل مستقل از مسیر است

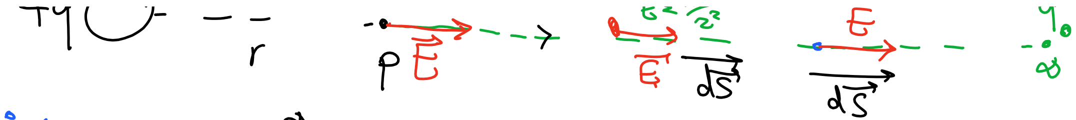
پتانسیل ناشی از یک بار نقطه‌ای در فاصله r از بار نقطه‌ای

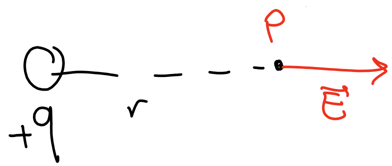
$V_p = ?$

= سرانجام z z

$V_p = ?$

90





$$\cancel{V_\infty} - V_p = -\int_r^\infty \vec{E}\cdot d\vec{S} \Rightarrow V_p = -\int_\infty^r \frac{kq}{z^2}\hat{k}\cdot dz(+\hat{k}) = -\int_\infty^r \frac{kq}{z^2}dz$$

$$V_p = +\int_r^\infty \vec{E}\cdot d\vec{S}$$

$$E = \frac{kq}{r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{kq}{z^2}\hat{k}$$

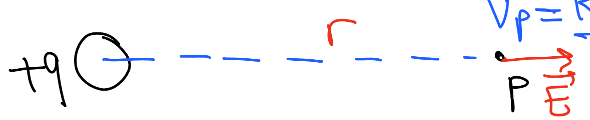
$$= -kq\int_\infty^r z^{-2}dz = +kq z^{-1}\Big|_\infty^r$$

$$d\vec{S} = \cancel{dx\,\hat{i}} + \cancel{dy\,\hat{j}} + dz\,\hat{k} = dz(+\hat{k})$$

$$= kq\left(\frac{1}{r} - \cancel{\frac{1}{\infty}}\right) = \frac{kq}{r}$$

یک کمیت عددی

$$V_p = \frac{kq}{r}$$



$$E = \frac{kq}{r^2}$$

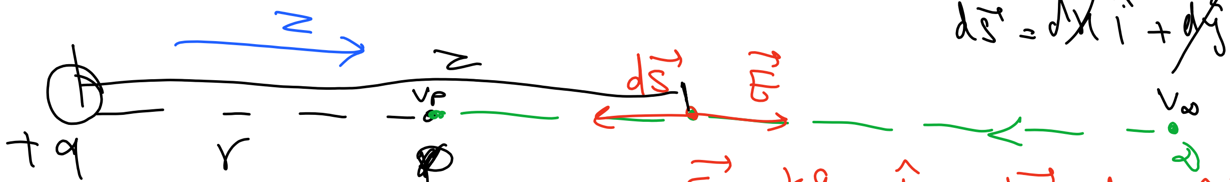
$$\boxed{\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx}$$

$$V_\infty - V_p = \frac{kq}{r}$$

$$V_\infty > V_p$$

از پتانسیل کم به پتانسیل بیشتر حرکت کرده است ← $V_\infty > V_p$

$$d\vec{S} = \cancel{dx\,\hat{i}} + \cancel{dy\,\hat{j}} + dz(-\hat{k})$$



$$\frac{kq}{z^2}\,dz\,(-1)$$

$$E\,dS\cos(\pi)$$

$$\vec{E} = \frac{kq}{z^2}\hat{k} \qquad d\vec{S} = dz(-\hat{k})$$

$$= kq\left(-\frac{1}{z}\right)\Big|_\infty^r$$

$$V_p - \cancel{V_\infty} = -\int_\infty^r \vec{E}\cdot d\vec{S} = +\int_\infty^r E\,dz = +\int_\infty^r \frac{kq}{z^2}dz = -kq\left(\frac{1}{r} - \cancel{\frac{1}{\infty}}\right)$$

$\vec{E}$

$$\boxed{V_p = -\frac{kq}{r}}$$

از پتانسیل بالا به پتانسیل کمتر ←

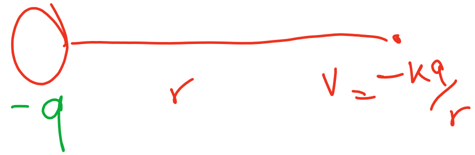
. . . .

$0 = V_\infty > V_p \Rightarrow V_p < 0$

$V_\infty > V_p$ حرکت کرده است ∞

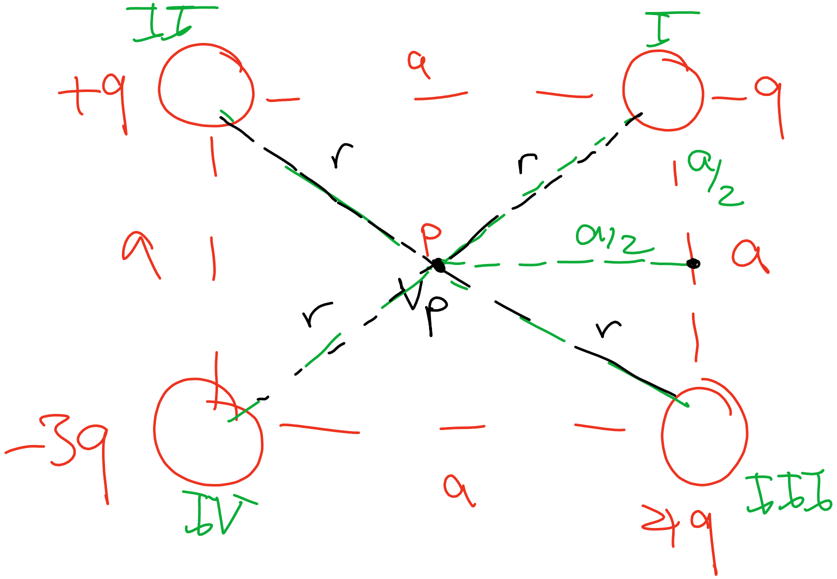
$E = kq/r^2$

$V = \frac{kq}{r}$



$V = -kq/r$

حل:



$r = \sqrt{(a/2)^2 + (a/2)^2}$

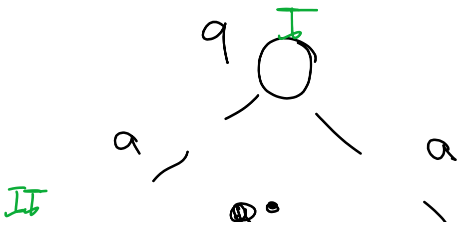
$$V_I = \frac{-kq}{\sqrt{(a/2)^2 + (a/2)^2}} = \frac{-kq}{a/2\sqrt{2}}$$

$$V_{II} = \frac{+kq}{a/2\sqrt{2}}$$

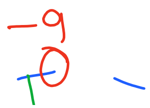
$$V_{III} = \frac{4kq}{a/2\sqrt{2}} \qquad V_{IV} = \frac{-3qk}{a/2\sqrt{2}}$$

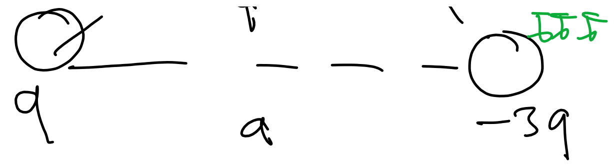
$$V_p = V_{tot} = \sum_{i=1}^{4} V_i = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = \frac{+q}{a/2\sqrt{2}}$$

تمرین:

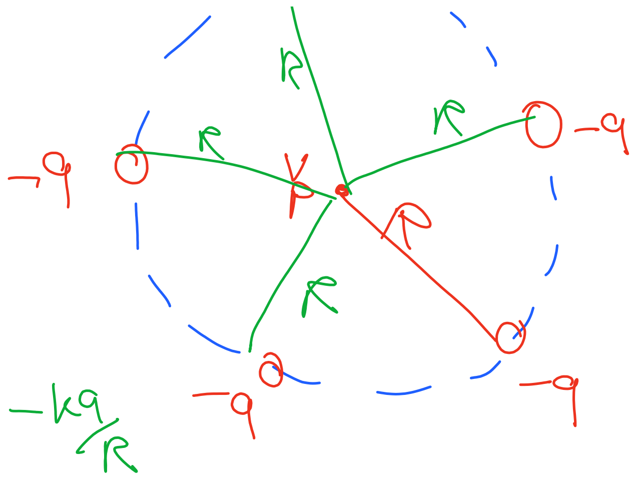


$V_p = V_{tot} < 0$

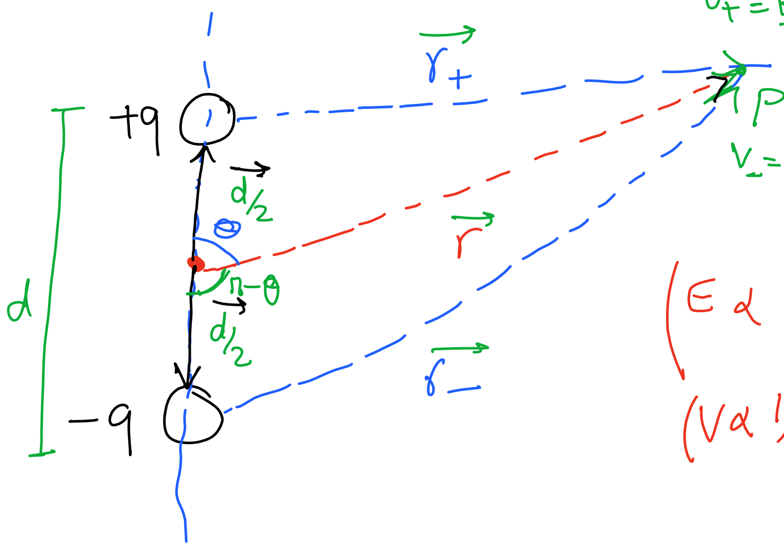




$$V_p = \frac{-5kq}{R}$$



پتانسیل ناشی از یک دوقطبی در فاصله خیلی دور



$V_+ = \frac{kq}{r_+}$

$V_- = \frac{-kq}{r_-}$

$\left(E \propto \frac{1}{r^3}\right)$

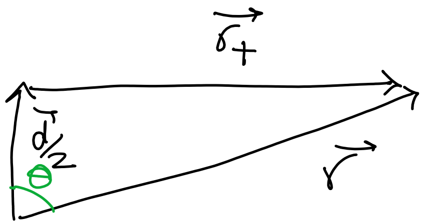
$\left(V \propto \frac{1}{r^n}\right)$

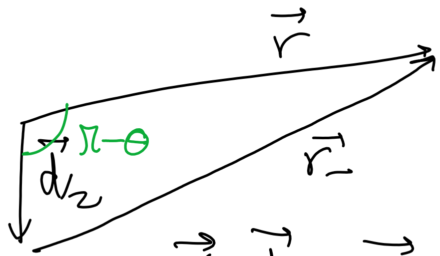
r_+ : فاصله بار مثبت تا نقطه‌ی P

r_- : فاصله بار منفی تا نقطه‌ی P

r : فاصله مرکز تا نقطه‌ی P

d : فاصله بین دو بار نقطه‌ای





$\vec{r} = \vec{d}/2 + \vec{r}_- \Rightarrow \vec{r}_- = \vec{r} - \vec{d}/2$

$\vec{r} = \vec{r}_+ + \vec{d}/2 \Rightarrow \vec{r}_+ = \vec{r} - \vec{d}/2$

$$V_p = \frac{kq}{r_+} - \frac{kq}{r_-} = kq\left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-}\right) = kq\left(\frac{r_- - r_+}{r_+ r_-}\right)$$

$\vec{A}\cdot\vec{B} = \vec{B}\cdot\vec{A}$ $\quad A^2 = \vec{A}\cdot\vec{A}$ $\quad \vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta$

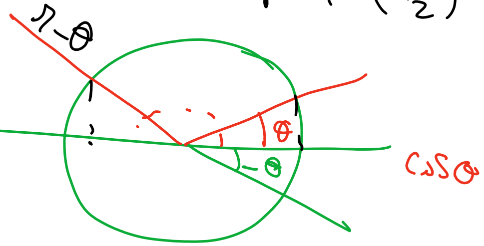
$$r_+^2 = \|\vec{r}_+\|^2 = \vec{r}_+\cdot\vec{r}_+ = \left(\vec{r} - \frac{\vec{d}}{2}\right)\cdot\left(\vec{r} - \frac{\vec{d}}{2}\right) = r^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 - 2\vec{r}\cdot\frac{\vec{d}}{2}$$

$$= r^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 - 2r\frac{d}{2}\cos(\theta) \qquad -1 \leq \cos\theta \leq 1$$

$$r_-^2 = \|\vec{r}_-\|^2 = \vec{r}_-\cdot\vec{r}_- = \left(\vec{r} - \frac{\vec{d}}{2}\right)\cdot\left(\vec{r} - \frac{\vec{d}}{2}\right) = r^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 - 2\vec{r}\cdot\frac{\vec{d}}{2}$$

$$= r^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 - 2r\frac{d}{2}\cos(\pi - \theta)$$

$$\boxed{\cos(\pi - \theta) = -\cos\theta}$$



$$\Downarrow$$

$$r_-^2 = r^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2 + 2r\frac{d}{2}\cos\theta$$

$$r_-^2 - r_+^2 = (r_- + r_+)(r_- - r_+)$$

$r \gg d$ اگر نقطه P را به نقطه دوری انتقال دهیم

$$r_-^2 - r_+^2 = 2rd\cos\theta$$

$$r_-^2 - r_+^2 = (r_- + r_+)(r_- - r_+)$$

$$(1+\epsilon)^n \approx 1 + n\epsilon + \frac{n(n-1)}{2}\epsilon^2 + \cdots$$

$r \gg d$

$r_+ \sim r$

$r_- \sim r$

$$r_-^2 - r_+^2 \approx 2r(r_- - r_+)$$

$$2rd\cos\theta \approx 2r(r_- - r_+) \Rightarrow r_- - r_+ \approx d\cos\theta$$

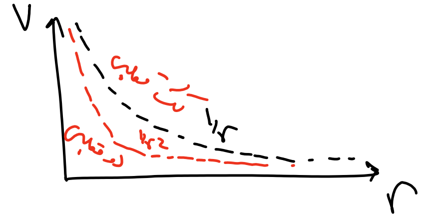
$$r_- r_+ \approx r^2$$

ممان دوقطبی

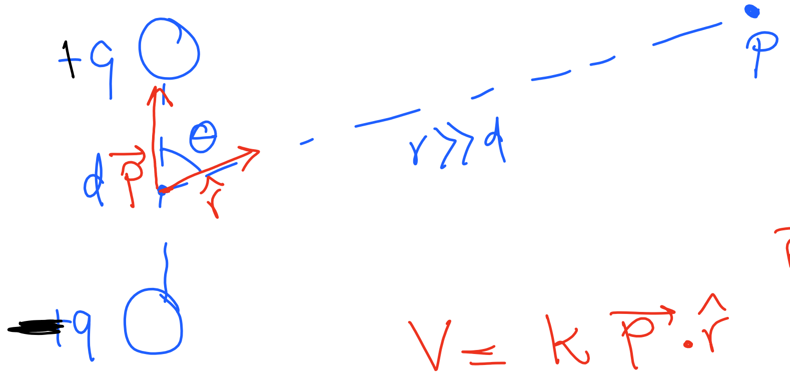
$$V_p \approx \frac{kqd\cos\theta}{r^2} = \frac{kp\cos\theta}{r^2}$$

۱۲...، ۲، ۳ ۱۲ و ۵ گرد

$+q$ ——— r ——— • $V = \dfrac{kq}{r}$



$\vec{r} = r\hat{r}$



$$V = \frac{k\,\vec{p}\cdot\hat{r}}{r^2}$$

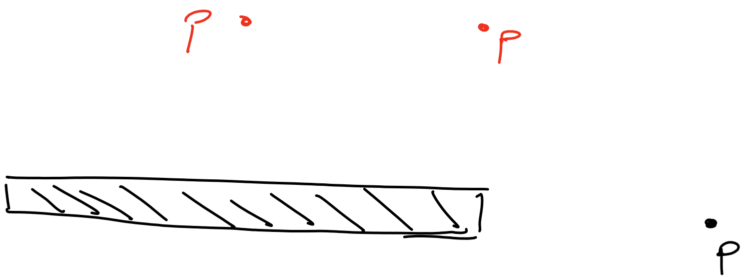
$$\vec{p}\cdot\hat{r} = p\cos\theta$$

$$V = \frac{kp\cos\theta}{r^2}$$

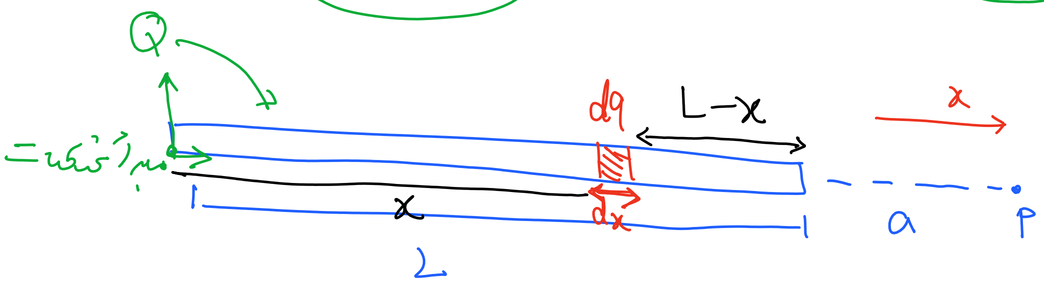
Session 11

Saturday, April 24, 2021 2:59 PM

سوال: برای یک توزیع پیوسته بار پتانسیل در نقطه P چقدر است



مثال:



$$\lambda = \frac{Q}{L} = \lambda_0 \Leftarrow \text{چگالی یکنواخت}$$

توزیع نا یکنواخت

$\lambda(x)$

$$\boxed{\lambda_0 = \lambda = \frac{dq}{dx} \Rightarrow dq = \lambda_0\, dx}$$

$$dV = \frac{k\,dq}{L-x+a}$$

$$V=\int dV = k\int \frac{dq}{L-x+a} = k\lambda_0 \int_0^L \frac{dx}{L-x+a} = -k\lambda_0 \int_{L+a}^{a} \frac{du}{u} = -k\lambda_0 \ln u \Big|_{L+a}^{a}$$

$$\lambda(x)$$

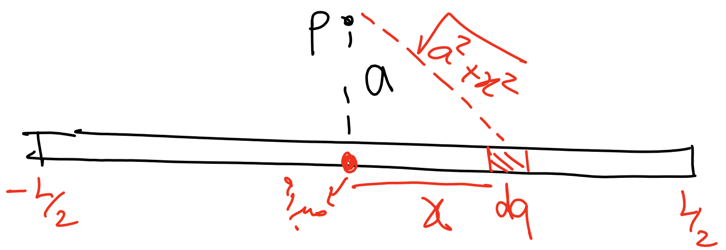
$$u = L-x+a \qquad x\Big|_0^L \qquad u\Big|_{L+a}^{a}$$
$$du = -dx$$

$$= +k\lambda_0 \ln\left(\frac{L+a}{a}\right)$$

$$\boxed{\ln A - \ln B = \ln A/B}$$

توزیع نایکنواخت

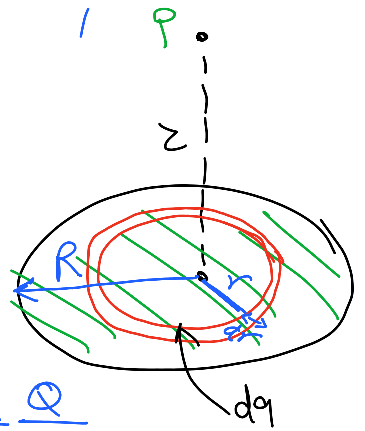
$$\boxed{\lambda(x) = \alpha x^2}$$



تمرین!

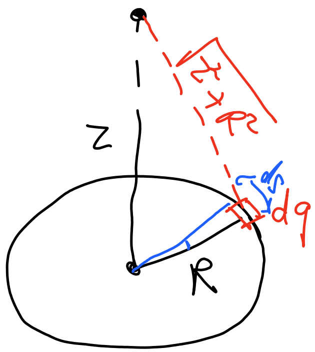
$$dV = \frac{k\,dq}{\sqrt{a^2+x^2}} \qquad V=\int dV = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{k\lambda\,dx}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

تمرین! اگر توزیع $\lambda = \lambda_0 \theta$ باشد آنگاه پتانسیل چقدر است؟



توزیع یکنواخت $\Rightarrow \sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$

$$\sigma = \frac{dq}{da} \Rightarrow dq = 2\pi\sigma r\,dr$$

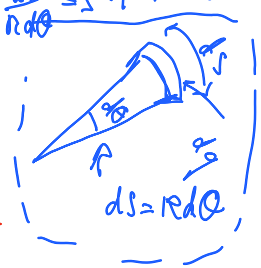


$$\frac{Q}{2\pi R} = \lambda_0$$

پتانسیل یک حلقه

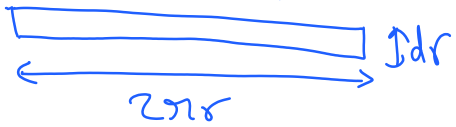
$$\lambda = \frac{dq}{ds} = \frac{dq}{R\,d\theta} \Rightarrow dq = \lambda R\,d\theta$$

$$dV = \frac{k\,dq}{\sqrt{z^2+R^2}}$$



$$V = \int dV = \frac{k}{\sqrt{z^2+R^2}} \int dq = \frac{kQ}{\sqrt{z^2+R^2}}$$

$da = 2\pi r\,dr$



$\int R\,d\theta = R\,2\pi = \theta$

$$dV = \frac{k\,dq}{\sqrt{z^2+r^2}}$$

$$V = \int dV = k\int \frac{dq}{\sqrt{z^2+r^2}} = \pi\sigma k\int_0^R \frac{2r\,dr}{\sqrt{z^2+r^2}} = \pi\sigma k\int_{z^2}^{z^2+R^2} \frac{du}{\sqrt{u}}$$

$$\Rightarrow\quad u = z^2+r^2$$
$$du = 2r\,dr$$

$$r\Big|_0^R \qquad u\Big|_{z^2}^{z^2+R^2}$$

$$V = \pi\sigma k\int_{z^2}^{z^2+R^2} u^{-1/2}\,du = 2\pi\sigma k\sqrt{u}\,\Big|_{z^2}^{z^2+R^2}$$

$z>0$

$$V = 2\pi\sigma k\left(\sqrt{z^2+R^2} - \underbrace{\sqrt{z^2}}_{|z|}\right)$$

$$|z| = \begin{cases} z & z\geqslant 0 \\ -z & z<0 \end{cases}$$

$$V = 2\pi\sigma k\left(\sqrt{z^2+R^2} - z\right)$$

گروه ۸ ۱۴۰۰/۱/۴

تمرین :

$z \gg R$ در فاصله‌ی خیلی دور $\Rightarrow \frac{R}{z} \ll 1$

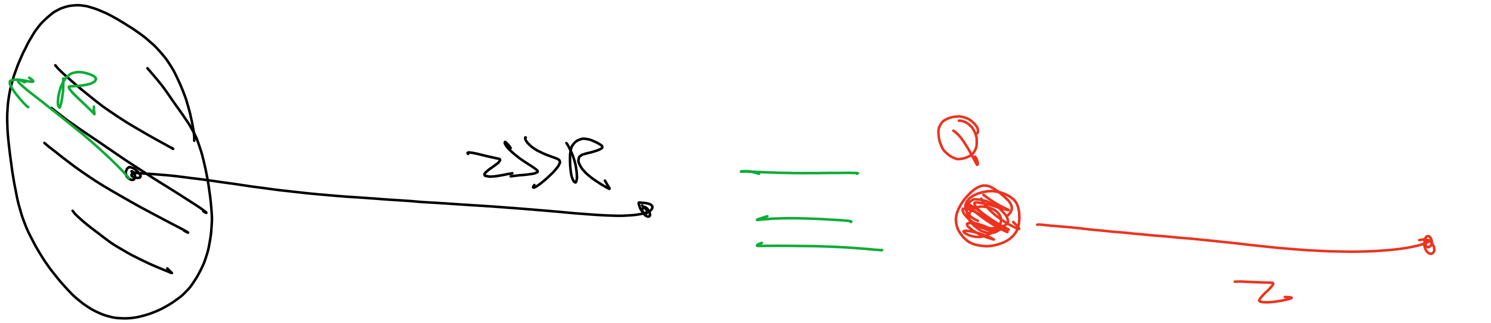
$$\sqrt{z^2+R^2} = z\sqrt{1+\left(\tfrac{R}{z}\right)^2} = z\left(1+\left(\tfrac{R}{z}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \simeq z\left[1+\tfrac{1}{2}\left(\tfrac{R}{z}\right)^2+O\left(\left(\tfrac{R}{z}\right)^4\right)\right]$$

$$(1+\epsilon)^n \underset{\epsilon\ll 1}{\simeq} 1+n\epsilon+\frac{n(n-1)}{2!}\epsilon^2+O(\epsilon^3)$$

$$\simeq z+\frac{1}{2}\frac{R^2}{z}$$

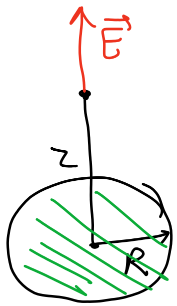
$$V \simeq 2\pi\sigma K\left(\cancel{z}+\tfrac{1}{2}\tfrac{R^2}{z}-\cancel{z}\right) = \frac{\pi R^2\sigma K}{z} = \frac{KQ}{z}$$

$$\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$$



Session 12

Tuesday, April 27, 2021 8:55 AM



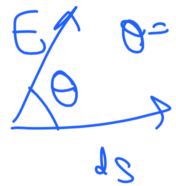
$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(\sqrt{z^2+R^2} - z\right)$$

سوال: آیا اگر پتانسیل را داشته باشیم می‌توانیم از روی آن میدان را محاسبه کنیم؟ بله

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{s} \Rightarrow dV = -\vec{E}\cdot d\vec{s} = -E\,ds\cos\theta$$

$\vec{E} \parallel d\vec{s}$ $\quad \theta = 0$

در مسیر $\vec{ds}$ $\cos\theta = 1$



$$dV = -E\,ds \Rightarrow E = -\frac{dV}{ds} \qquad \vec{ds} = (dx, dy, dz)$$

گرادیان

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V \qquad \vec{\nabla} = \left(\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z\right)$$

$$\boxed{E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}}$$

$V(x, y, z)$

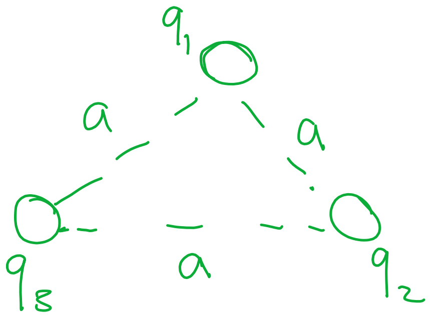
میدان یک دیسک در فاصله z

$$V = V(z)$$

$$E_z = -\frac{dV}{dz} = \frac{\sigma}{2\epsilon}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{\quad}}\right)$$

$\sqrt{z^2+R^2})$

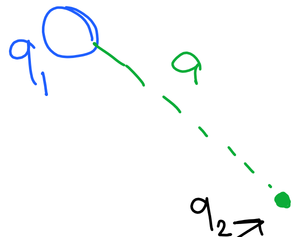
$$V(x,y,z) \Rightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla} V = \left(-\frac{\partial V}{\partial x}, -\frac{\partial V}{\partial y}, -\frac{\partial V}{\partial z}\right)$$



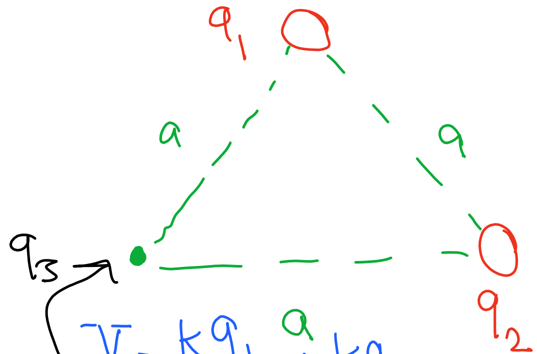
برای تشکیل یک ساختار به چه مقدار انرژی پتانسیل نیاز داریم

$\Delta U = q\Delta V$

$\equiv$



$+$



∞ q_2 , q_3

$$V_1 = \frac{kq_1}{a}$$

$$U_1 = q_2 V_1 = \frac{kq_1q_2}{a}$$

$$V_2 = \frac{kq_1}{a} + \frac{kq_2}{a}$$

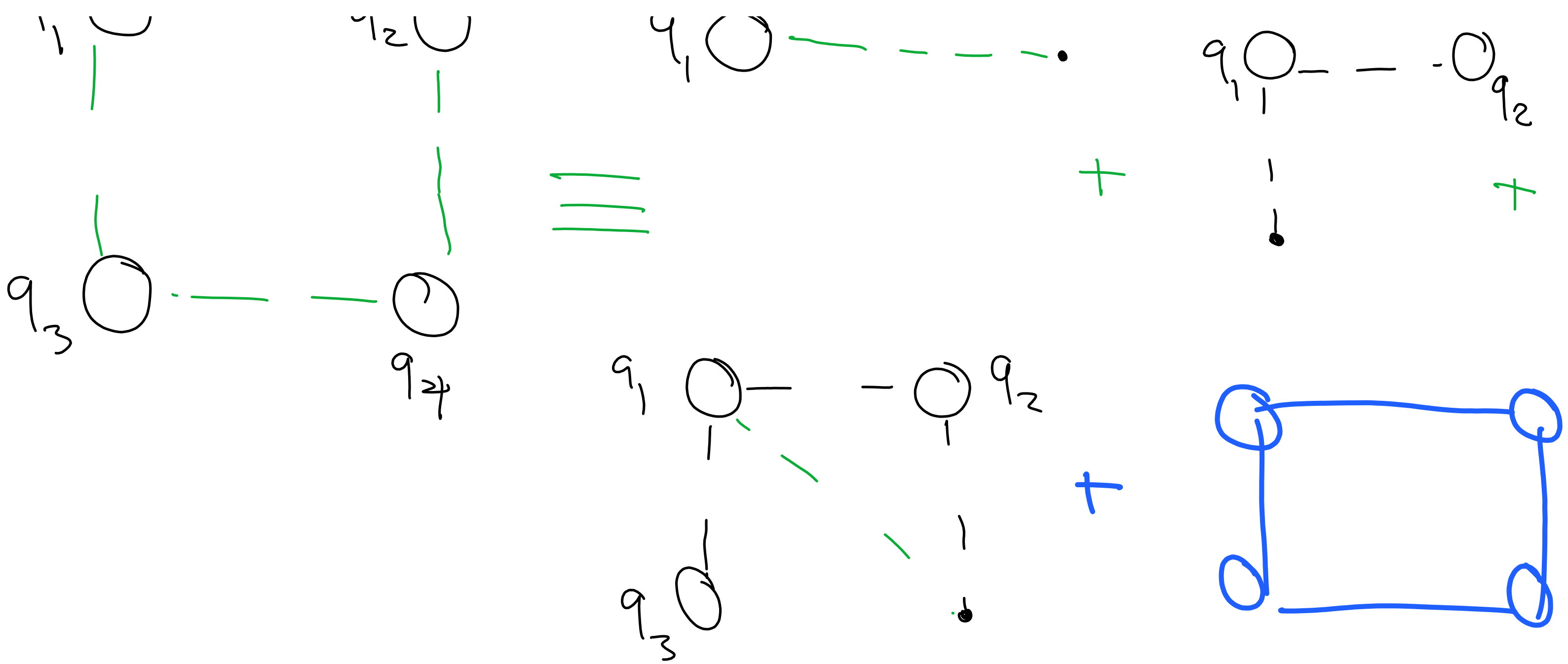
$$U_2 = q_3 V_2 = \frac{kq_1q_3}{a} + \frac{kq_2q_3}{a}$$

$$U = U_1 + U_2 = \frac{kq_1q_2}{a} + \frac{kq_1q_3}{a} + \frac{kq_2q_3}{a}$$

---

q a q

مثال:

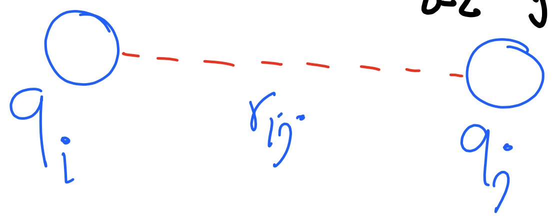


همینطور برای ساختار n ذره‌ای!

$$U = \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j \neq i \\ j > i}}^{n} \frac{K q_i q_j}{r_{ij}}$$

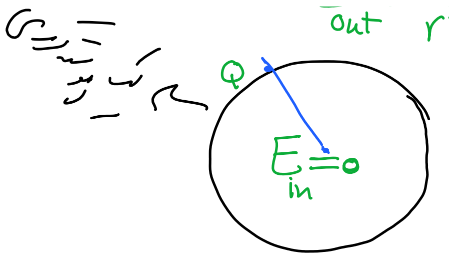
۳ ذره‌ای

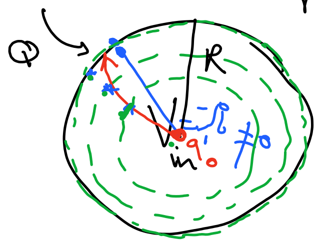
$i=2 \quad j=\cancel{1}\ 3$



$$U = \sum_{i=1}^{3} \sum_{\substack{j \neq i \\ j > i}}^{3} \frac{K q_i q_j}{r_{ij}} = \frac{K q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{K q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{K q_2 q_3}{r_{31}}$$

$E = KQ$





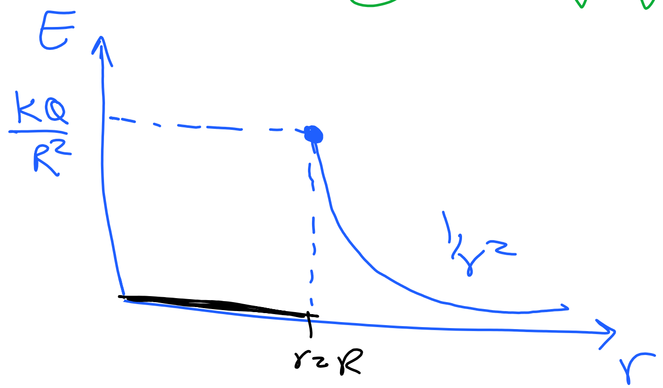
$$V_{out} = \frac{KQ}{r}$$

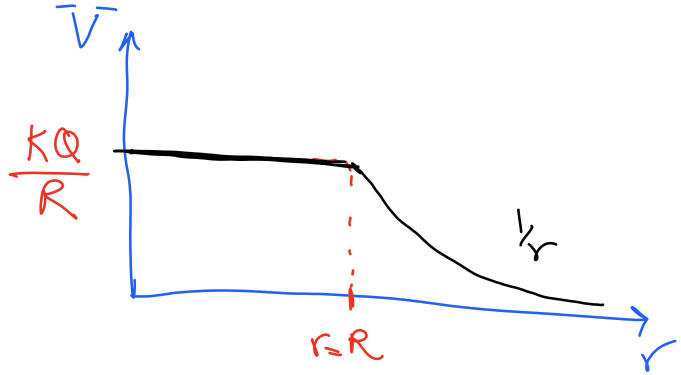
پتانسیل ثابت است!

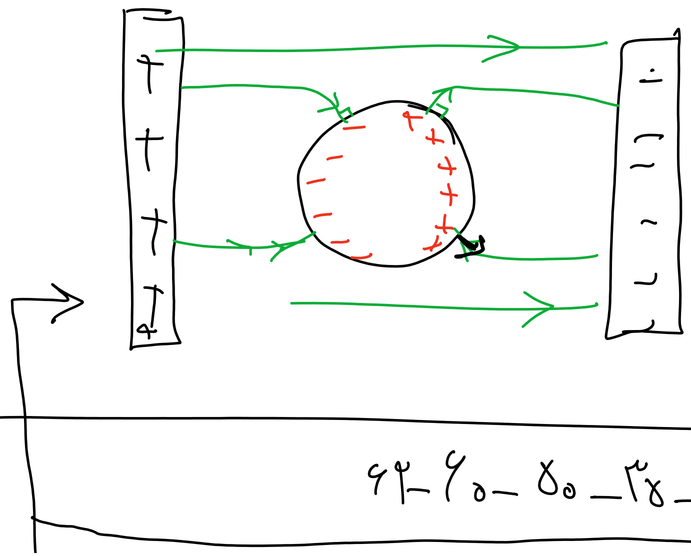
$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} = W$$

$$\frac{KQ}{R} = V_{سطح} = V_{in}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$





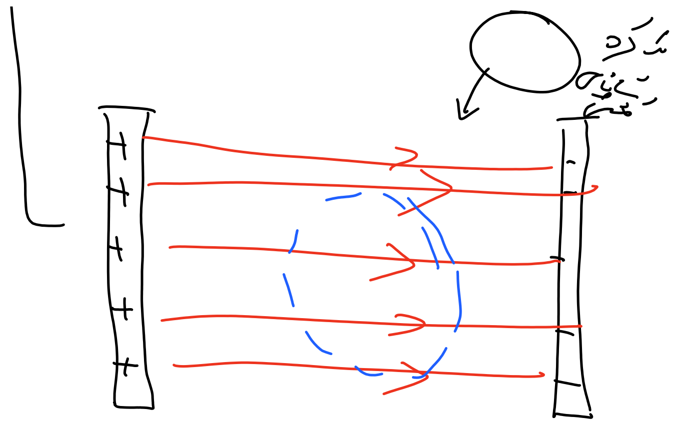


یک رسانا را در میدان خارجی قرار میدهیم

$$V = \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

گروه ۱۴ ‏۲۲/۲/۱۴۰۱ \ تعطیل ۱۴۰۲

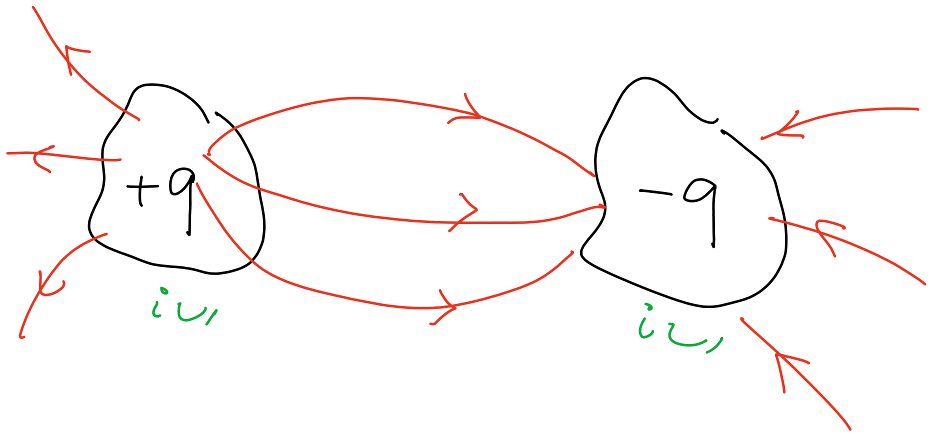
سوالات پایان فصل: ۲۴ـ ۲۸ـ ۲۹ـ ۳۱ـ ۳۲ـ ۳۴ـ ۵۰ـ ۶۰ـ ۶۲



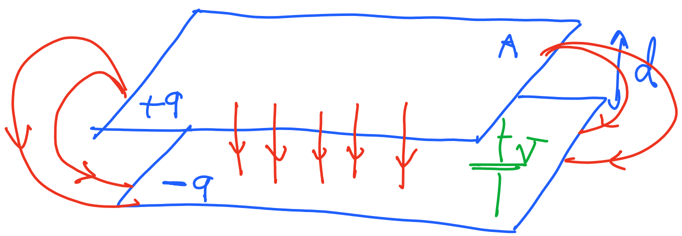
Session 13

Saturday, May 1, 2021 7:56 AM

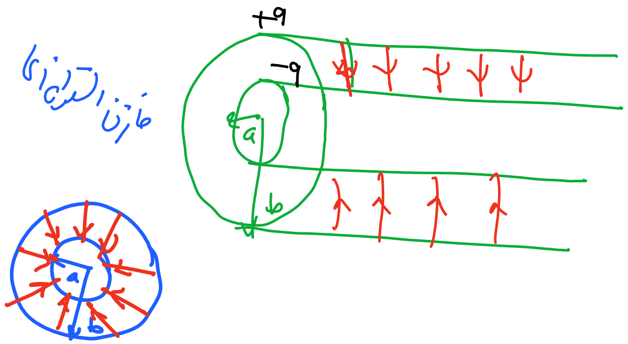
خازن !



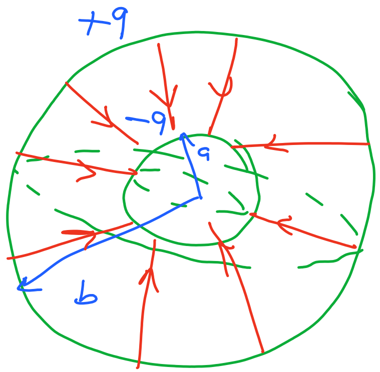
خازن مسطح



خازن استوانه‌ای



خازن کروی



$$C = \frac{q}{V}$$

$1\mu F = 10^{-6} F$ $1pF = 10^{-12} F$ $1F = 1 \underline{C}$

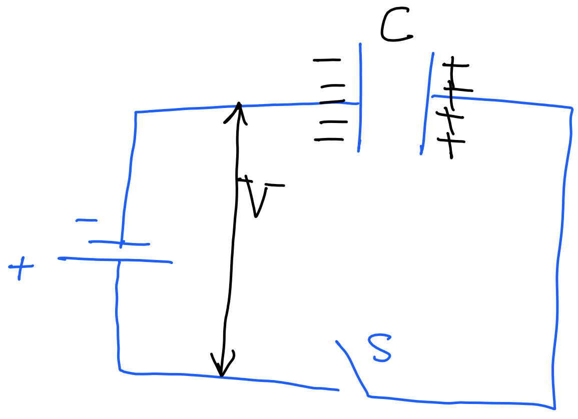
ظرفیت خازن

$$q = C\bar{V}$$

اختلاف پتانسیل بین دو صفحه

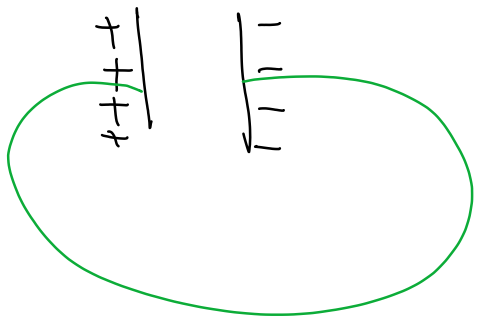
میزان باری که روی سطح یکی از صفحات خازن می‌نشیند

چگونه یک خازن را باردار کنیم



$$q = C\bar{V}$$

چگونه یک خازن را خالی می‌کنیم



چگونه ظرفیت یک خازن را محاسبه کنیم؟

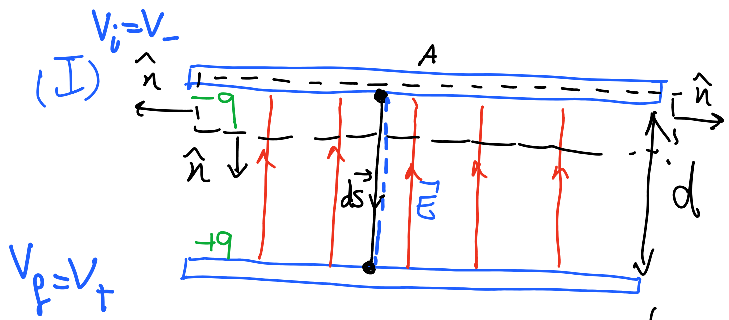
فرض کنید روی یک صفحه بار q و روی صفحه دیگر بار $-q$ باشد

۲ـ میدان الکتریکی E را میان دو صفحه ی به دست بیاورید (قانون گاوس)

۳ـ از روی میدان $\vec{E}$ اختلاف پتانسیل بین دو صفحه را به دست آورید

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

۴ـ حال از رابطه $C = \frac{q}{V}$ ظرفیت خازن به دست می‌آید.



$\hat{n}, \vec{E} \Rightarrow (\theta = \pi)$

خازن مسطح

$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\, da = \sum_i q_i/\epsilon_0$$

$$\int E\cos(\pi)\, da = -q/\epsilon_0$$

(II)

$$E\int da = q/\epsilon_0 \Rightarrow E = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{q}{A\epsilon_0}}$$

$\vec{E}, d\vec{s}\ (\theta = \pi)$ نکته: جهت انتقال بار از صفحه منفی به سمت صفحه مثبت است

$$V = V_+ - V_- = -\int_-^{+} \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\int_-^{+} E\,ds\cos(\pi) = +\int_-^{+} E\,ds$$

$$\boxed{V = \int_-^{+} E\,ds}$$

ططط

$$V = \int_-^{+} \frac{q}{\epsilon_\circ A}\,ds = \frac{q}{\epsilon_\circ A}\cancel{\int_-^{+} ds}^{\,d} = \frac{q\,d}{\epsilon_\circ A}$$

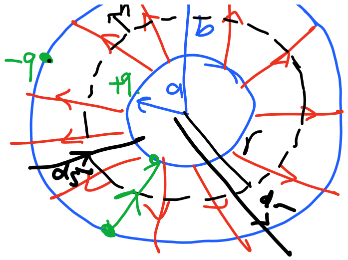
$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q\,d}{\epsilon_\circ A}} = \frac{\epsilon_\circ A}{d}$$

ط V

$C\uparrow \qquad A\uparrow$

$C\downarrow \qquad d\uparrow$

خزن الطاقة (



$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,da = \sum_i q_i/\epsilon_0 = +q/\epsilon_0$$

$$\int E\,da = q/\epsilon_0 \Rightarrow E\int da = q/\epsilon_0$$

$$\boxed{ds = -dr}$$

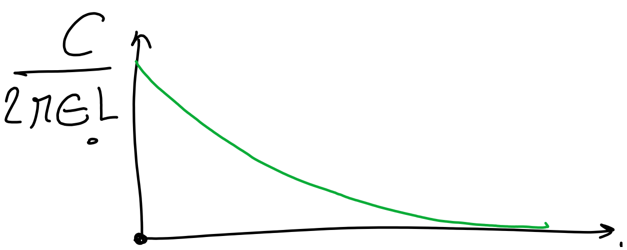
$$E(2\pi r L) = q/\epsilon_0 \Rightarrow E = \frac{q}{2\pi r L\epsilon_0}$$

$$V = \int_-^+ E\,ds = -\int_-^+ E\,dr = \frac{-q}{2\pi\epsilon_0 L}\int_b^a \frac{1}{r}\,dr = \frac{-q}{2\pi\epsilon_0 L}(\ln a - \ln b)$$

$$V = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L}(\ln b - \ln a) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L}\ln(b/a)$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{2\pi\epsilon_0 L}\ln(b/a)} = 2\pi\epsilon_0 L\left(\ln(b/a)\right)^{-1}$$

هرچه دو صفحه به هم نزدیکتر باشند ظرفیت خازن بیشتر می‌شود و هرچه از هم دورتر باشند ظرفیت خازن کاهش می‌یابد *



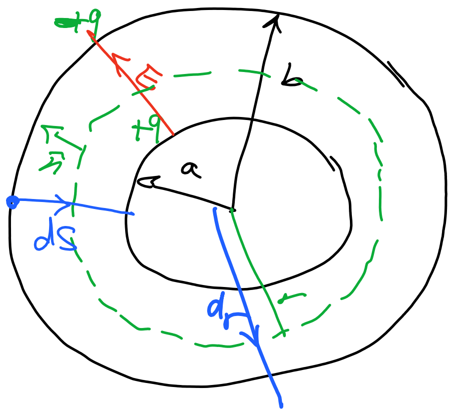
$(a=2)$

$b = a + \epsilon \qquad \epsilon \ll 1$

$$\frac{C}{2\pi L} = \frac{1}{\ln\left(\frac{a+\epsilon}{a}\right)} = \frac{1}{\ln(1+\epsilon/a)} = \ln(1+\epsilon/a)^{-1}$$

3 b 1 $\simeq \frac{1}{\ln(1)} \to \infty$

خازن کروی



$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,da = \sum_i q_i/\epsilon_0 = +q/\epsilon_0$$

$$E\oint da = q/\epsilon_0 \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

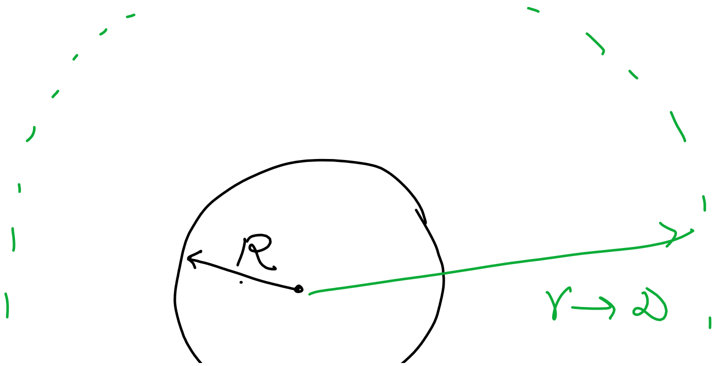
$$\boxed{\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c}$$

$ds = -dr$

$$-V = \int_-^+ E\,ds = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0}\int_b^a \frac{1}{r^2}\,dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}\Big|_b^a = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

$$C = \frac{q}{V} = 4\pi\epsilon_0\left(\frac{ab}{b-a}\right)$$

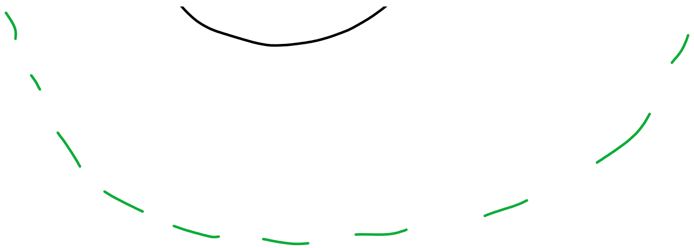
خازن منزوی



$a = R$

$b \to \infty$

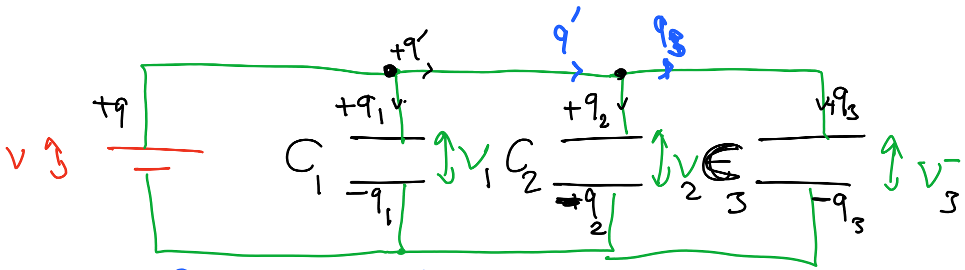
$C \quad \lim 4\pi\epsilon \left(\frac{Rb}{}\right)$

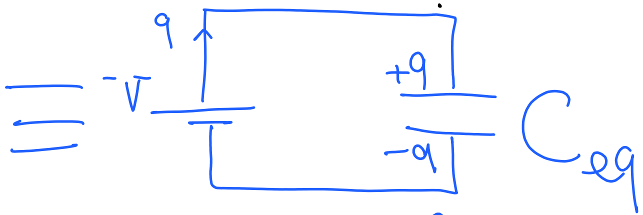


$$C = \lim_{b\to\infty} \ldots (b-R)$$

$$= 4\pi\varepsilon_0 R$$

موازی بستن خازن؟





$$q = q_1 + q' = q_1 + q_2 + q_3$$

$$C_{eq} = \frac{q}{V}$$

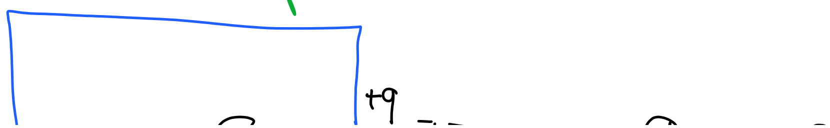
$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

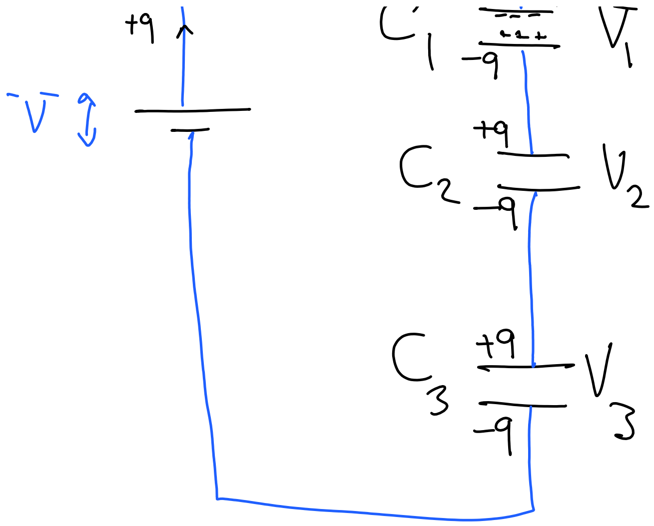
$$\Rightarrow C_{eq} V = C_1 V_1 + C_2 V_2 + C_3 V_3$$

$$= V (C_1 + C_2 + C_3)$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$



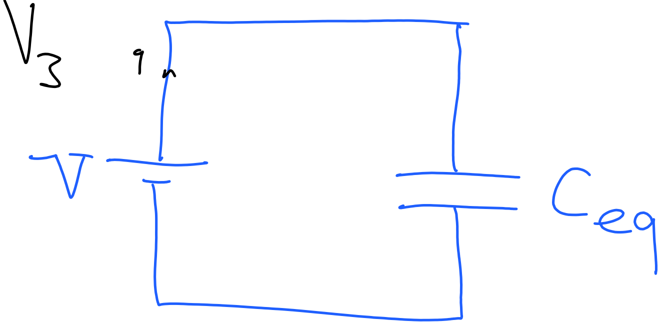
سری



$$q_1 = q_2 = q_3 = q$$

$$\bar{V} = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\equiv$$



$$q = C_{eq}\bar{V}$$

$$\bar{V} = \frac{q}{C_{eq}}$$

$$\frac{q}{C_{eq}} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3}$$

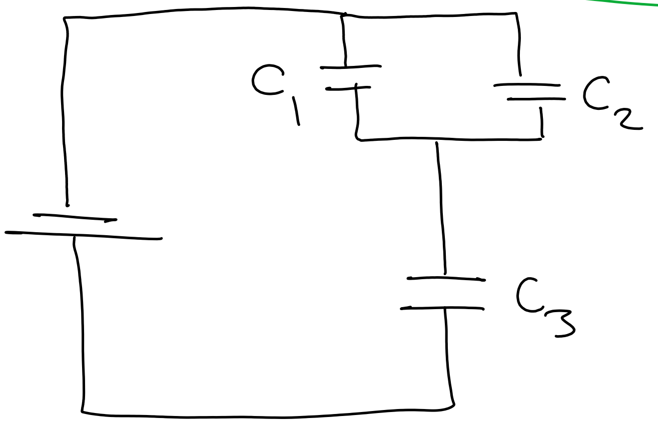
$$= q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^{n} C_i$$ در مدار موازی

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$ در مدار سری

تمرین:



$C_1 = 2\,\mu F$

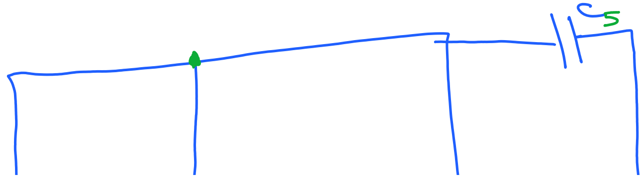
$C_2 = 4\,\mu F$

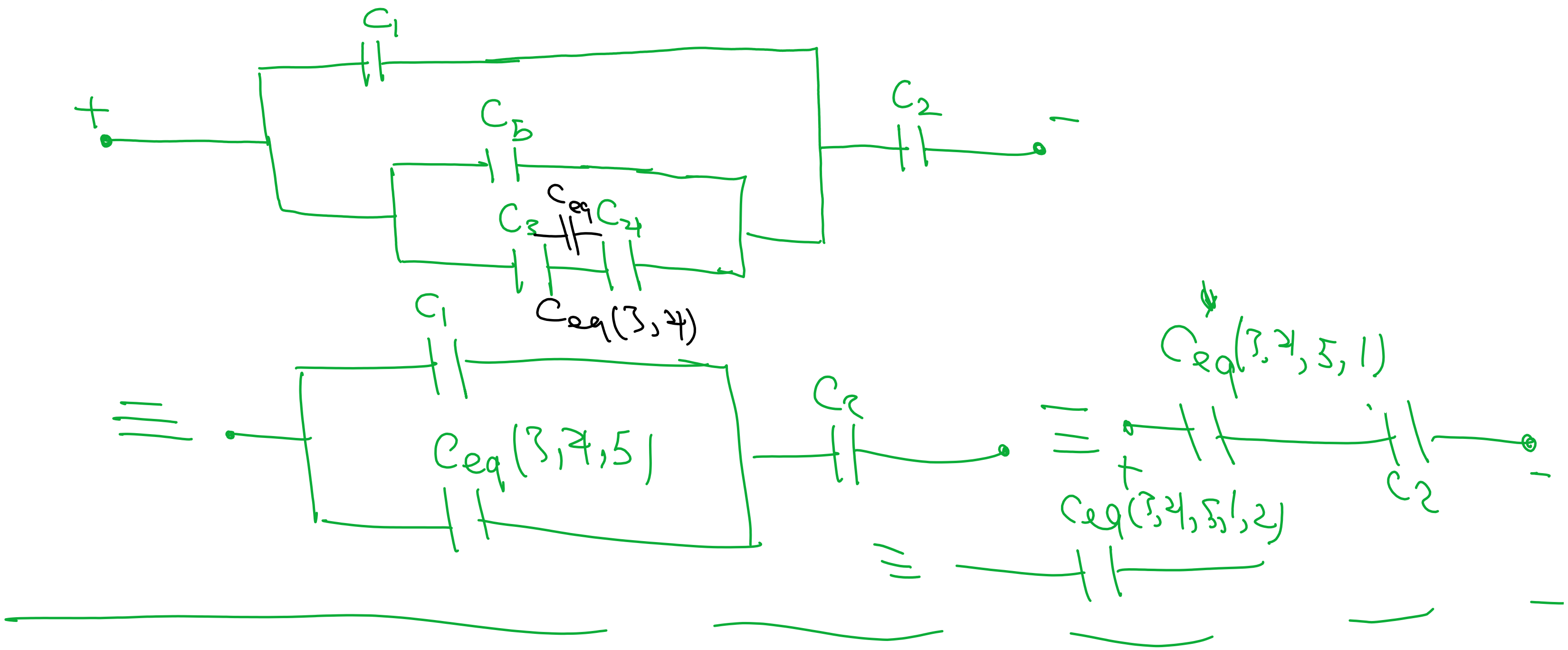
$C_3 = 6\,\mu F$

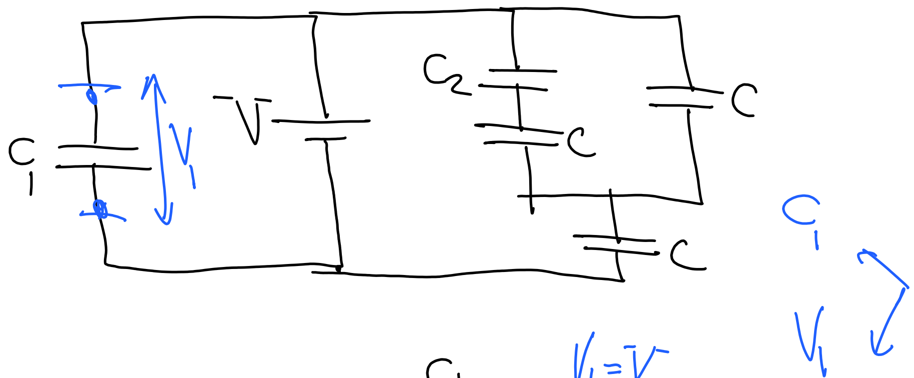
الف) $C_{eq} =$

ب) اگر اختلاف پتانسیل باتری $V = 12v$ باشد در این صورت مقدار بار ذخیره شده روی خازن C_1 چقدر است؟

گروه ۱۴ گروه 8 ۱۴۰۳/۰۲/۱۱



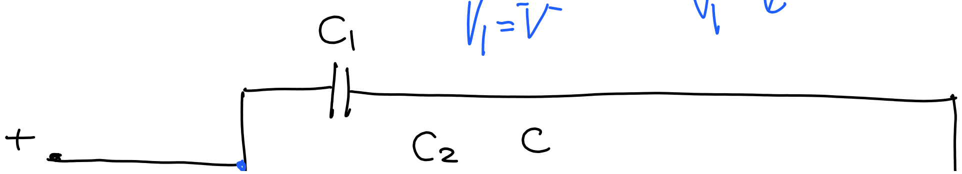




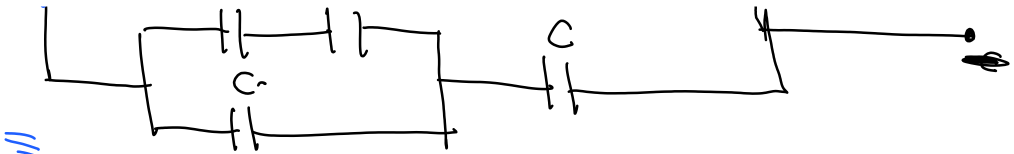
$C_{eq} = ?$

$C = 1.0\,\mu F$ $\quad V = 10\,V$

$q_1 = ?$ $\quad q_2 = ?$

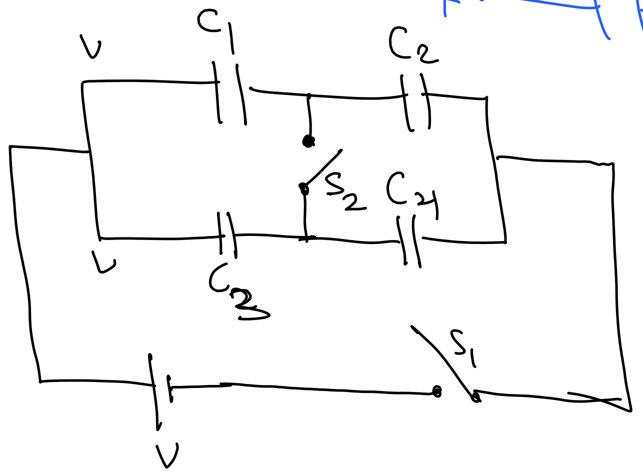


$V_1 = V$



$q = C_{eq} V$

تمرین ۱



$V = 12V$

$C_1 = 1\mu F$

$C_2 = 2\mu F$

$C_3 = 3\mu F$

$C_4 = 4\mu F$

الف) اگر کلید S_2 بسته شود آنگاه مقدار بار روی هر خازن چقدر است

$q_1 = q_2$

$q_3 = q_4$

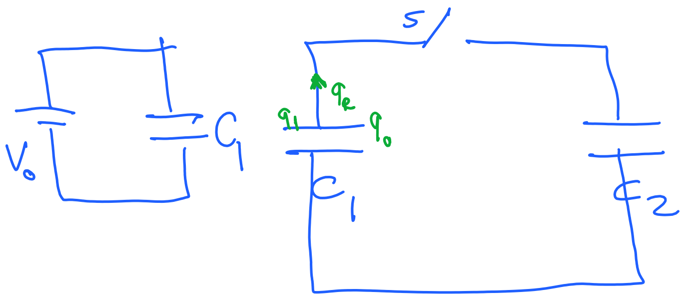
q_1 , q_2 , q_3 , q_4 ?

ب) اگر S_1 و S_2 با هم بسته باشند در این صورت

q_1 , q_2 , q_3 , q_4 ؟

$q_{کل} = C_{eq} V$

مثال ۱



$C_1 = 3\mu F$

در ابتدا خازن C_1 را در اختلاف پتانسیل $V_0 = 6V$ شارژ کرده‌ام

$q_0 = C_1 V_0 = 3 \times 6 = 18\mu C$

سپس مطابق مدار روبه‌رو خازن‌ها را به خازن خالی C_2 متصل می‌کنیم؛ سوال؛ چه مقدار بار

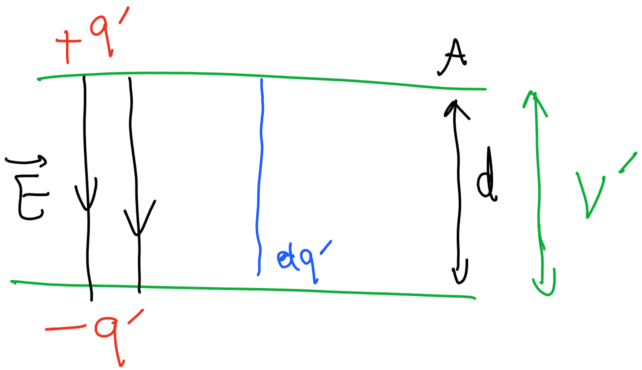
هر یک از خازن‌ها چقدر بار دارد؟

$$V_1 = V_2 \quad (\text{تقارن})$$

$$q_2 = q_0 - q_1 \qquad \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$$

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_0 - q_1}{C_2} \Rightarrow q_1 = ?$$

انرژی پتانسیل ذخیره شده در یک خازن



$$q' = CV'$$

$$dW = V'dq' = \frac{q'}{C}dq'$$

$$W = \int dW = \frac{1}{C}\int_0^q q'dq' = \frac{q^2}{2C}$$

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} C V^2 \Longrightarrow$$ انرژی پتانسیل ذخیره شده در خازن

این انرژی در خطوط میدان بین دو صفحه ذخیره شده باشد

چگالی انرژی

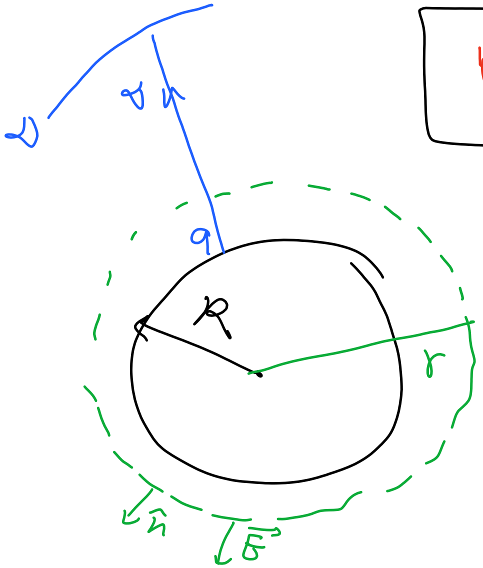
$$u = \frac{U}{\underset{\text{حجم}}{V}} = \frac{U}{Ad} = \frac{CV^2}{2Ad} \Rightarrow u = \frac{1}{2}\epsilon_0 \left(\frac{V}{d}\right)^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \quad , \quad V = -Ed$$

$$\boxed{u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2}$$

این انرژی ذخیره شده در خطوط میدان

مثال: یک خازن کروی در نظر بگیرید



$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$$ انرژی پتانسیل ذخیره شده

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

چگالی انرژی پتانسیل

$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,da = \sum_i q_i/\epsilon_0 \Rightarrow \oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,da = q/\epsilon_0$$

$$E\oint da = q/\epsilon_0 \Rightarrow E_{out} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

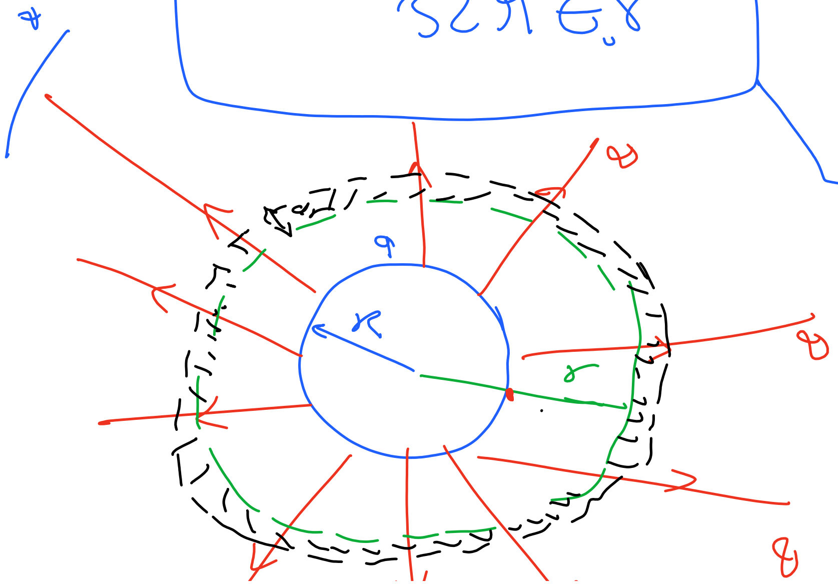
$$E_{surface} = E_{out}(r=R) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0\left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}\right)^2 = \frac{q^2}{32\pi^2\epsilon_0 R^4}$$

$$\boxed{u = \frac{q^2}{32\pi^2\epsilon_0 r^4}}$$

$$U = uV = \frac{q^2}{32\pi^2\epsilon_0 R^4}\times\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{q^2}{24\epsilon_0 R}$$

غلط



$$u = \frac{q^2}{32\pi^2\epsilon_0 r^4}$$

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$dV = 4\pi r^2\,dr$$

$$dU = u\,dV$$

$$U = \int u\,dV = \int u\,4\pi r^2\,dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0}\int_R^{\infty}\frac{1}{r^2}\,dr$$

$$= \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$$

اگر بین دو صفحه خازن را با ماده دی الکتریک (عایق) پر کنیم، در اینصورت ظرفیت خازن چه تغییری میکند؟

C_d ? C_v

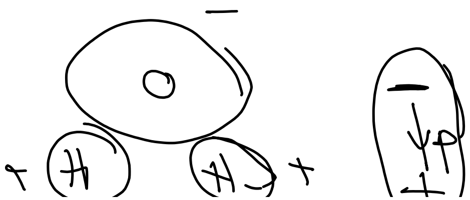
$>$

$<$

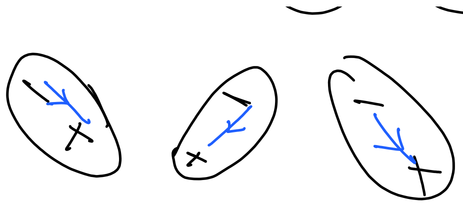
$=$

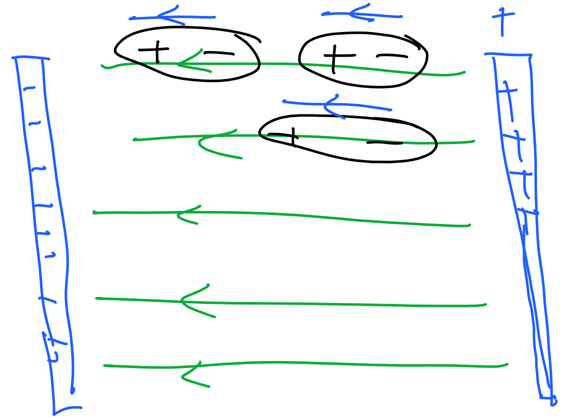
۱- دی الکتریک قطبی:

آب

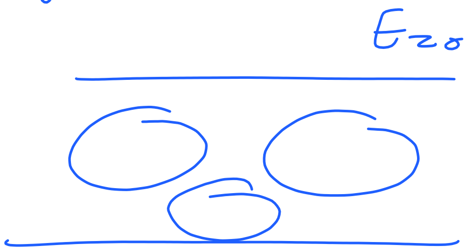


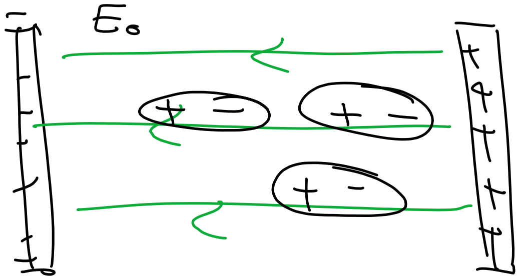
در حضور میدان خارجی، این دوقطبی ها جهت دهی میشوند



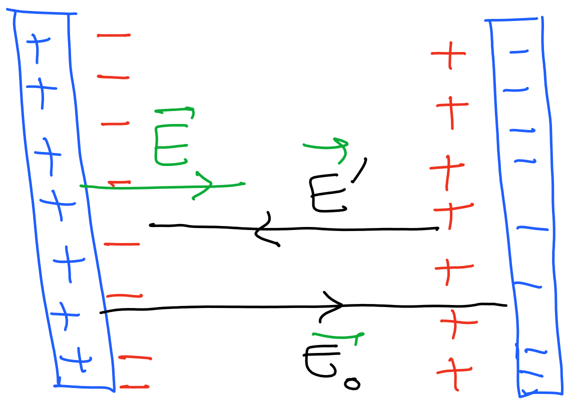


۲_ دی‌الکتریک‌های غیرقطبی





آیا دی‌الکتریک‌ها سبب تضعیف میدان می‌شوند؟



E': میدان الکتریکی ایجاد شده توسط ماده دی‌الکتریک

$$\vec{E} = \vec{E_0} - \vec{E'}$$

* حضور ماده دی‌الکتریک سبب تضعیف میدان می‌شود *

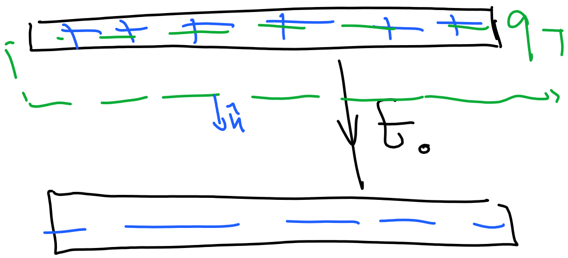
ماده	k

ماده دی‌الکتریک

هوا	1.0054
کاغذ	3.5
روغن	4.5
خلاء	1

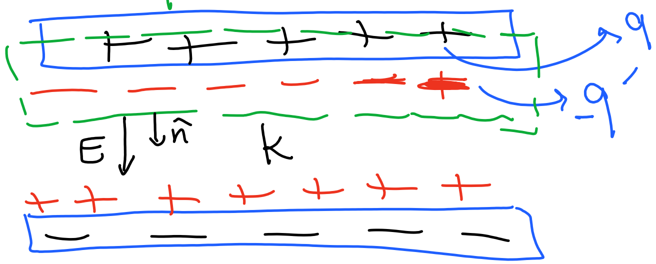
ثابت دی‌الکتریک $K \epsilon_0$ گذردهی خلاء

$\sum_i q_i = q$



$\oint \vec{E}_0 \cdot \hat{n}\, da = \sum_i q_i / \epsilon_0 = q/\epsilon_0 \Rightarrow E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

$\sum_i q_i = q - q'$



$\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}'$

$$\oint \vec{E} \cdot \hat{n}\, da = \sum_i q_i / \epsilon_0 = \frac{q - q'}{\epsilon_0}$$

$$E \oint da = \frac{q - q'}{\epsilon_0} \Rightarrow \epsilon_0 E A = q - q' = \frac{q}{K}$$

$$q - q' = \frac{q}{K}$$

$K > 1$

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 K A} \longrightarrow E = \frac{E_0}{K}$$

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

قانون گاوس در حضور ماده دی الکتریک می‌توان تصحیح شود

$$\epsilon_0 \oint \vec{E_0} \cdot \hat{n}\, da \Rightarrow \epsilon_0 \oint (K\vec{E}) \cdot \hat{n}\, da = \sum_i q_i$$

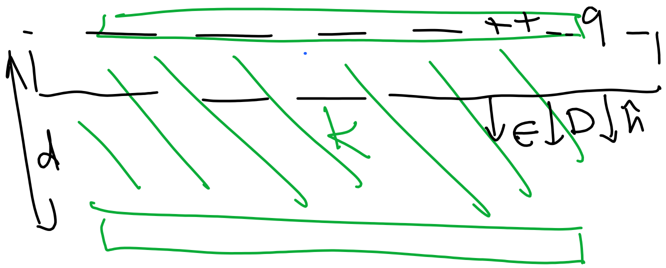
$$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot \hat{n}\, da = \sum_i q_i / K\epsilon_0$$

جابجایی الکتریکی $\vec{D} = \epsilon_0 K \vec{E}$

قانون گاوس

$$\boxed{\oint \vec{D} \cdot \hat{n}\, da = \sum_i q_i}$$

$\vec{D} = \epsilon_0 K \vec{E}$



$$\oint \vec{D}\cdot\hat{n}\,da = q$$

$$D\int da = q \Rightarrow DA = q \Rightarrow D = \frac{q}{A}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q}{\epsilon_0 K A}$$

$$V = \int_{-}^{+} E\,ds = \frac{q}{\epsilon_0 A K}\int^{d} ds = \frac{qd}{\epsilon_0 A K}$$

$$\Rightarrow C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{qd}{\epsilon_0 A k}} = \frac{\epsilon_0 K A}{d}$$

$$C_{\text{خلاء}} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \qquad \overset{K>1}{\epsilon_0 \longrightarrow K\epsilon_0}$$

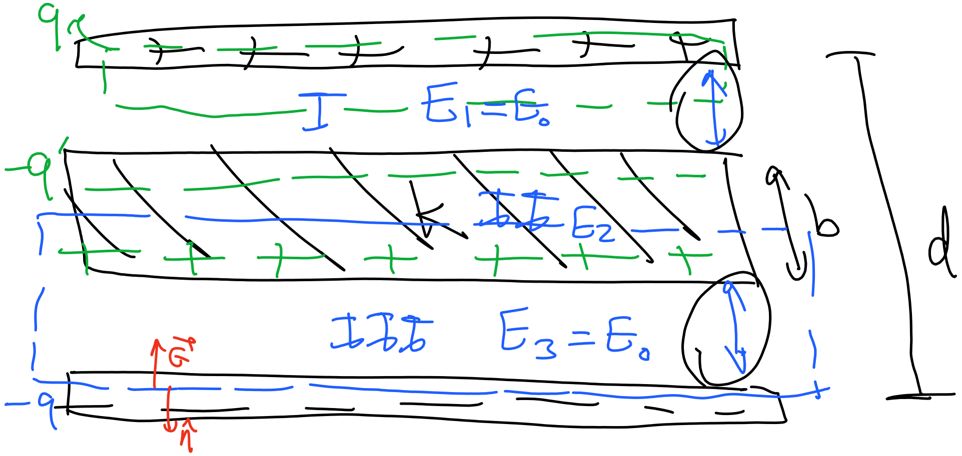
$$C_d = K\,C_{\text{خلاء}}$$

ظرفیت خازن در حضور ماده دی‌الکتریک
افزایش می‌یابد

مایکل فارادی (1837)

تمرین : همین روند را برای خازن کروی و خازن استوانه‌ای که با ماده دی‌الکتریک k پر شده انجام دهید

حل !



$$E_1 = E_3 = E_0$$

$$\epsilon_0 \oint \vec{E}_1 \cdot \hat{n}\, da = q$$

$$E_1 = \frac{q}{\epsilon_0 A} = E_0$$

$$\epsilon_0 \oint k \vec{E}_2 \cdot \vec{da} = q \Rightarrow E_2 = \frac{q}{\epsilon_0 k A} = \frac{E_0}{k}$$

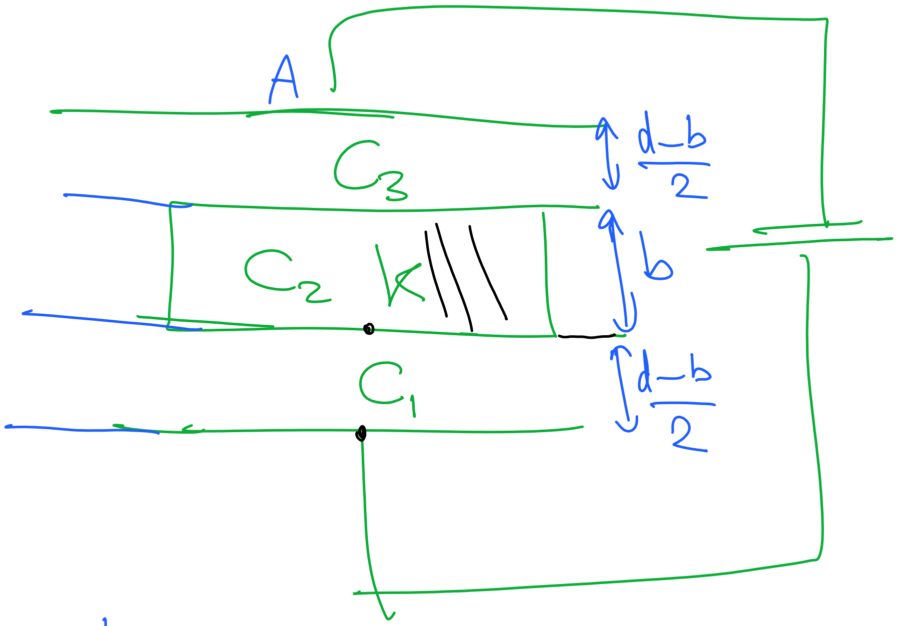
$$\epsilon_0 k \left(\int E_2\, da\right) = q \nearrow$$

$$V = \int_{-}^{+} E\, ds = E_0 (d - b) + E_2 b = E_0 \left(d - b + \frac{b}{k}\right)$$

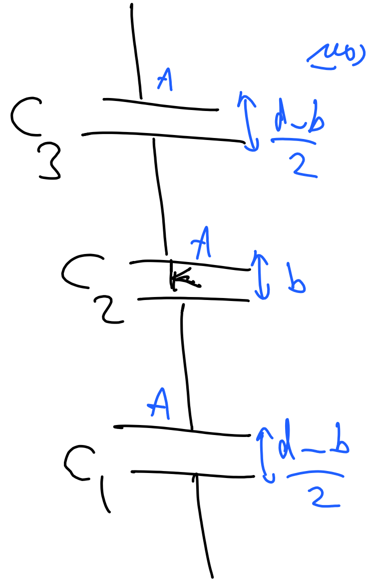
$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{\epsilon_0 A}\left(d - b + \frac{b}{k}\right)}$$

$\epsilon_0 A$ //

$$\Rightarrow C = \frac{\quad}{d - b + \frac{b}{K}} \quad ✓$$



=

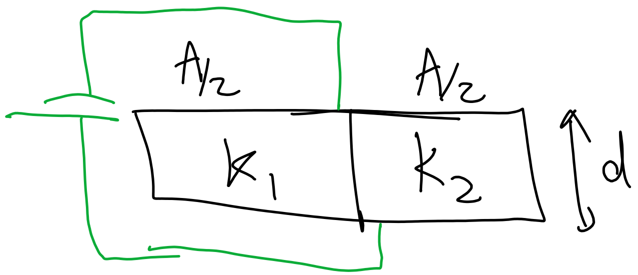


تمرین! ادامه دهید

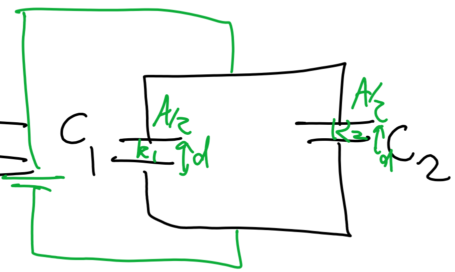
$$C_2 = \frac{K\epsilon_0 A}{b}$$

$$C_1 = \frac{2\epsilon_0 A}{d-b} = C_3$$

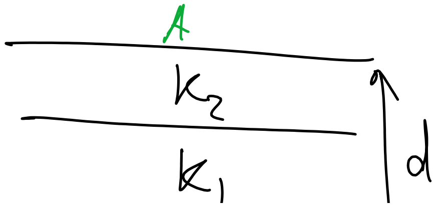
$$C_{eq}^{-1} = {}^1\!/_{C_1} + {}^1\!/_{C_2} + {}^1\!/_{C_3}$$



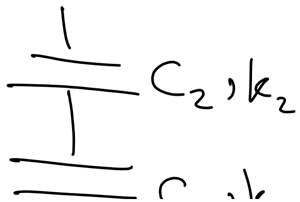
=

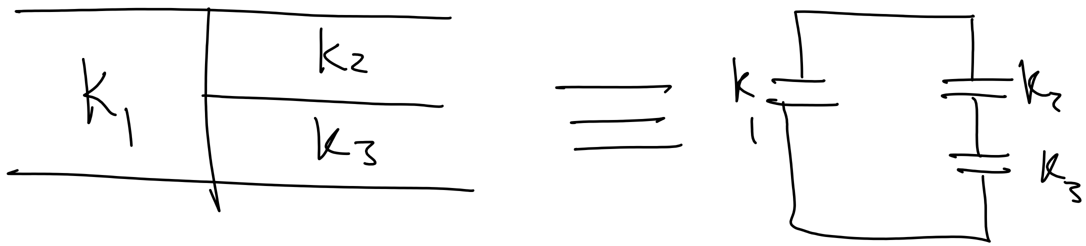


تمرین!



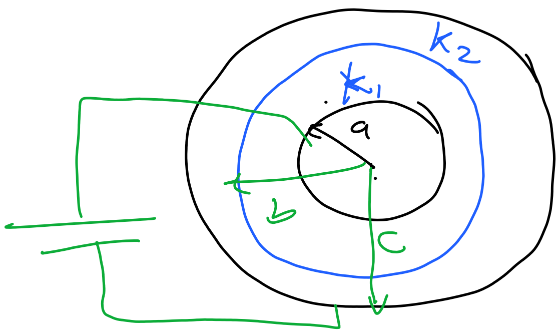
=



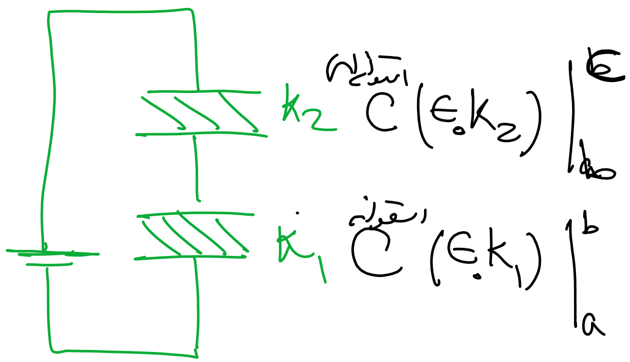


سوال 47, 48, 49 کتاب را حل کنید؟

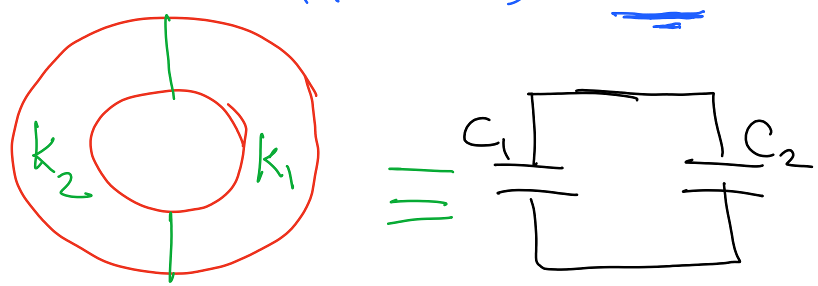
تمرین: ظرفیت خازن کل را محاسبه کنید



خازن استوانه‌ای به صورت زیر با ماده دی‌الکتریک با ثابت‌های k_1 و k_2 پر شده است ظرفیت خازن کل چقدر است؟



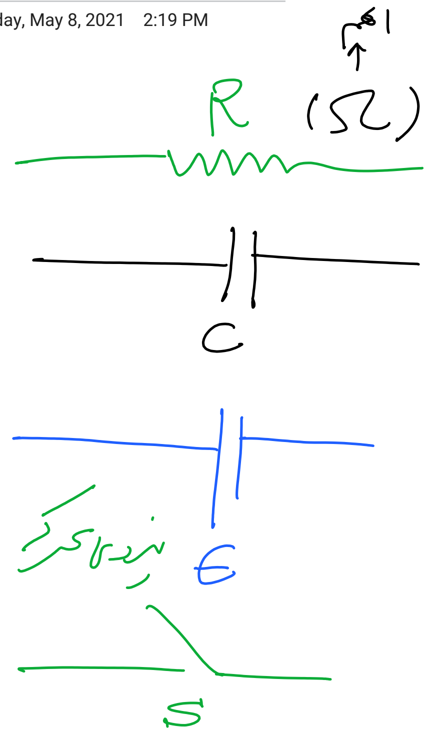
گروه 8 بهار و چهارم ۱ (دوشنبه)

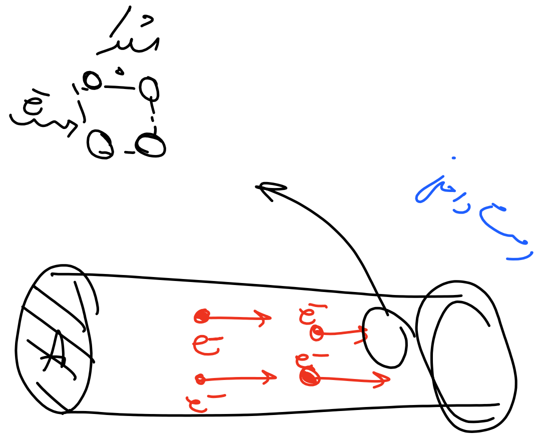


سوالات تست: ۱۱ – ۲۱ – ۲۳ – ۲۵ – ۲۸ – ۴۶

Session 14

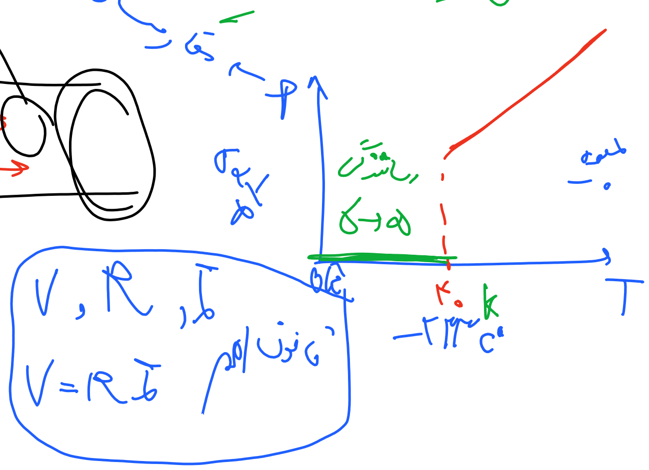
Saturday, May 8, 2021 2:19 PM

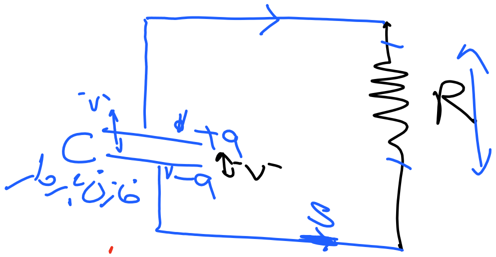




$$i = \frac{dq}{dt}$$

فصل ۲۷ مدارهای الکتریکی



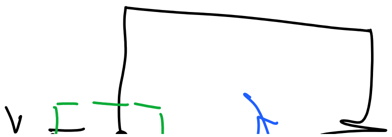


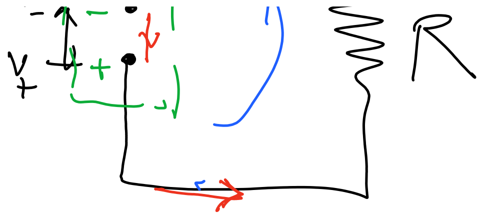
برای حرکت حامل بار در مقاومت

۱- از یک خازن باردار استفاده میکنیم

برای اینجا دیگر جریان استمرار دارد (پایا) ← باید بار بیشتری با انجام کار روی حامل بار، اختلاف پتانسیل

بین دو پایانه را ثابت نگه میدارد ← نیروی محرکه القایی (emf) (ε)



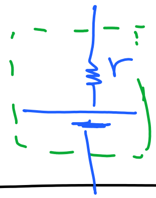


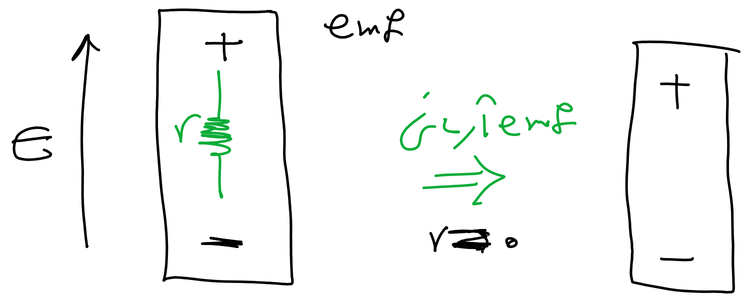
داخل emf ، حامل بار مثبت از ناحیه با پتانسیل الکتریکی پایین‌تر منفی
به سوی ناحیه با پتانسیل بیشتر (پایانه مثبت) حرکت می‌کند

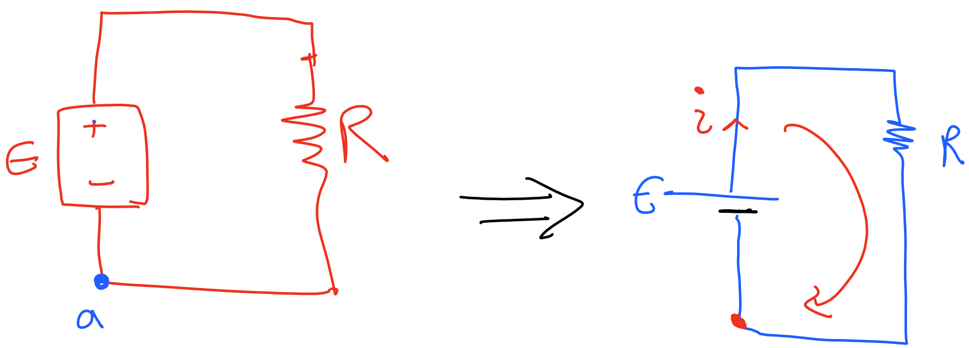
داخل emf : در مدت dt بار dq از پایانه منفی وارد و از پایانه مثبت خارج شود، منبع emf باید کار
انجام دهد

$$dW = \varepsilon \, dq$$

$$\varepsilon = \frac{dW}{dq} \rightarrow \text{نیروی محرکه}$$







محاسبه جریان در یک مدار تک حلقه

مفهوم پتانسیل

پایستگی انرژی

$$P = i^2 R$$

قانون اهم $\boxed{V = iR}$

$$P = \frac{dW}{dt} \Rightarrow dW = P\,dt = i^2 R\,dt \quad \checkmark$$

$$dW = \epsilon\, dq = \epsilon\, i\, dt$$

$$\Rightarrow \epsilon\, i\, dt = i^2 R\, dt$$

$$\epsilon = iR \Rightarrow i = \epsilon / R$$

تعمیم پتانسیل ⇐ قوانین کیرشهوف

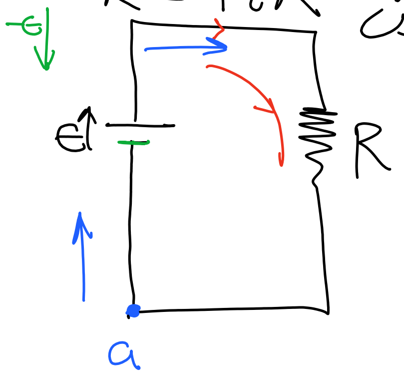
۱_ جمع جبری تغییرات پتانسیل در یک دور کامل صفر است

۲_ حرکت از قطب − به سمت قطب + ⇐ $+\epsilon$

حرکت از قطب + به سمت قطب − ⇐ $-\epsilon$

۳_ اگر در جهت جریان حرکت کنم $V_R = -iR$

در اگر خلاف جهت جریان $V_R = +iR$

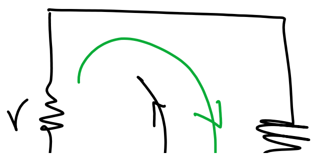


$$+\epsilon - iR = 0 \Rightarrow i = \epsilon / R$$

$$V_a + \epsilon + V_R = V_a \Rightarrow \epsilon + V_R = 0 \Rightarrow \epsilon - iR = 0 \Rightarrow \boxed{i = \epsilon / R}$$

$$V_a + \epsilon - ir - iR = V_a$$

تمرین



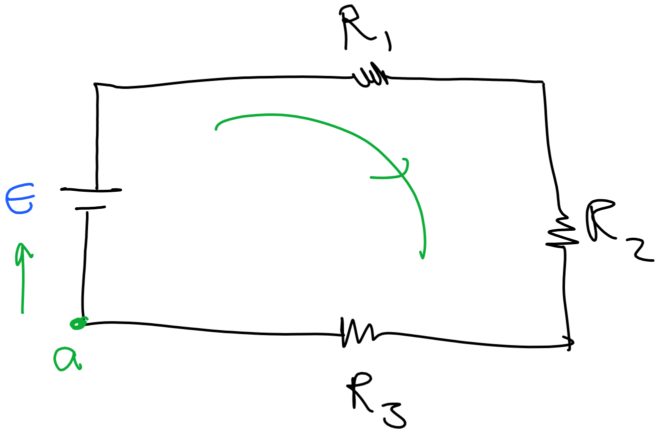
$+\epsilon - ir - iR = 0$

$\Rightarrow i = \dfrac{\epsilon}{r+R}$

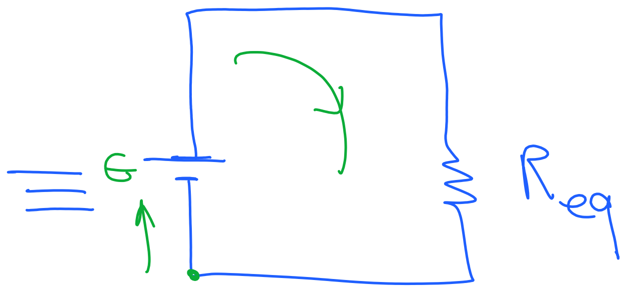
برای انتخاب . $\Rightarrow i = -\dfrac{\epsilon}{R_1+R_2}$

خلاف : $-iR - ir - \epsilon = 0 \Rightarrow i = -\epsilon/_{r+R}$

سری بستن مقاومت



$=$



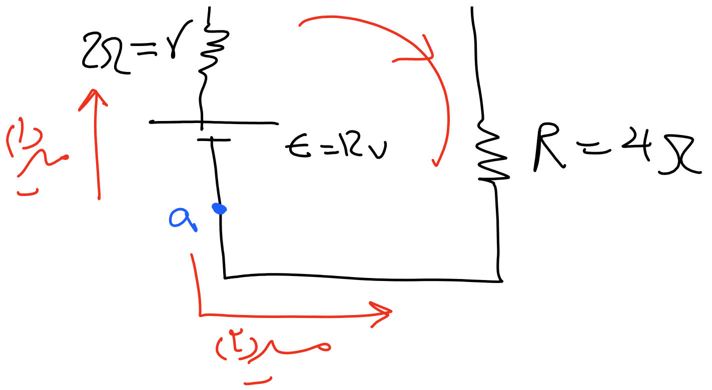
$\epsilon - iR_{eq} = 0 \Rightarrow i = \dfrac{\epsilon}{R_{eq}}$

$+\epsilon - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0 \Rightarrow i = \dfrac{\epsilon}{R_1+R_2+R_3}$

$\Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 \qquad C_{eq}^{-1} = 1/_{C_1} + 1/_{C_2} + 1/_{C_3}$

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

مثال ۱: اختلاف پتانسیل بین دو نقطه در مدار



$V_b - V_a = ?$

(۱) مسیر $\Rightarrow V_a + \epsilon - ir = V_b$ (*)

(۲) مسیر $\Rightarrow V_a + iR = V_b$ (**)

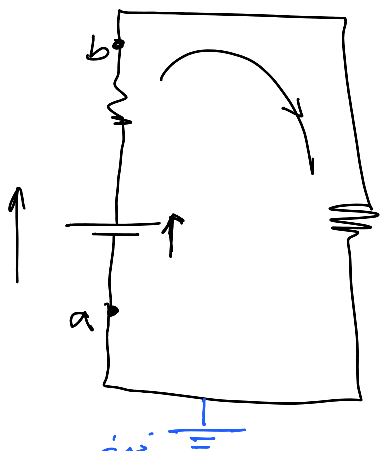
دور کامل $\Rightarrow +\epsilon - ir - iR = 0 \Rightarrow i = \dfrac{\epsilon}{r+R} = \dfrac{12}{6} = 2A$

(۱) مسیر $V_b - V_a = \epsilon - ir = \epsilon - \left(\dfrac{\epsilon}{r+R}\right) r = \epsilon\left(1 - \dfrac{r}{r+R}\right) = \epsilon\left(\dfrac{\cancel{r}+R-\cancel{r}}{r+R}\right) = \dfrac{\epsilon R}{r+R}$

(۲) مسیر $V_b - V_a = iR = \left(\dfrac{\epsilon}{r+R}\right) R$

(*) $\Rightarrow V_b - V_a = 12 - 2\times 2 = 8V$

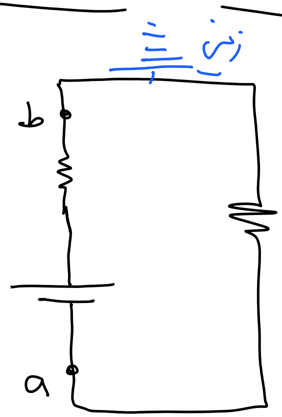
(**) $\Rightarrow V_b - V_a = iR = 2\times 4 = 8V$



$V_a = 0$

$V_b - V_a = 8V$

$V_b = 8V$



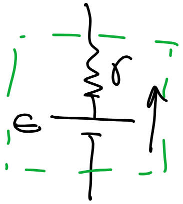
$V_b = 0$

$V_b - V_a = 8V$

$V_a = -8V$

توان emf

$$\boxed{P = iV = i^2R}$$

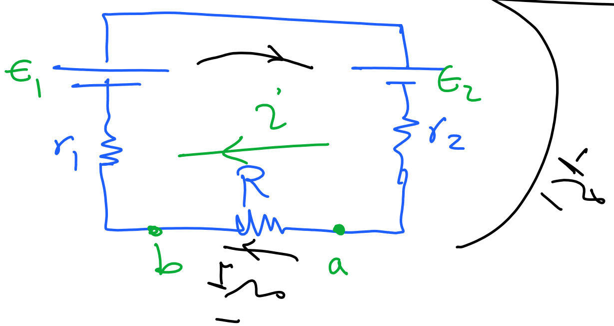


$$V = \varepsilon - ir \Rightarrow P = i(\varepsilon - ir) = i\varepsilon - i^2r$$

توان اتلافی

$$P_{emf} = i\varepsilon$$

تمرین:



$\varepsilon_1 = 4{,}4V$ $\quad \varepsilon_2 = 2{,}1V$

$r_1 = 2.3\Omega$ $\quad r_2 = 1.8\Omega$ $\quad R = 5.5\Omega$

الف) i چقدر است؟

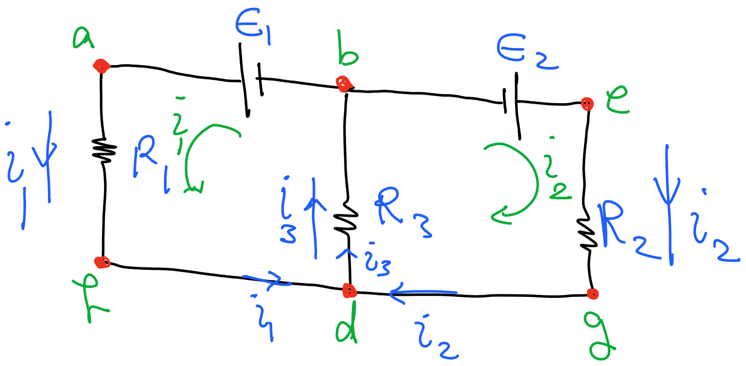
ب) اختلاف پتانسیل $V_b - V_a$ چقدر است؟

(۱۸/۲/۱۴۰۰) گروه 8

گروه ۱۴ ۱۴۰۰,۲,۲۱

مدارهای چند حلقه‌ای

محاسبه جریان در هر حلقه



در گره $\sum_a i_a = 0$

$i_1 + i_2 = i_3$

$i_1 + i_2 - i_3 = 0$ (I)

(bafdb) $\Rightarrow +\varepsilon_1 - i_1 R_1 - i_3 R_3 = 0$ (II)

(begdb) $\Rightarrow +\varepsilon_2 - i_2 R_2 - i_3 R_3 = 0$ (III)

تعداد معادلات = ۳

تعداد مجهولات = ۳ (i_1, i_2, i_3)

(abegdfa) $\Rightarrow -\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - i_2 R_2 + i_1 R_1 = 0$ $\Rightarrow$ * این معادله یک معادله جدید نمی‌باشد

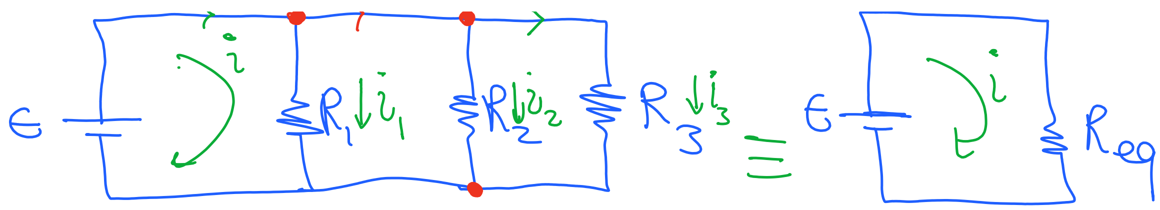
بلکه جمع دو معادله II, III است *

$i = i' + i_1$ $i' = i_3 + i_2$

تمرین: با حل معادلات بالا تعداد i_1, i_2, i_3 را محاسبه نمایید؟

i i' i_3

مدار موازی :



$$-iR_{eq}+\varepsilon=0 \Rightarrow i=\varepsilon/R_{eq} \quad (*)$$

$$i=i'+i_1 \qquad i'=i_2+i_3$$

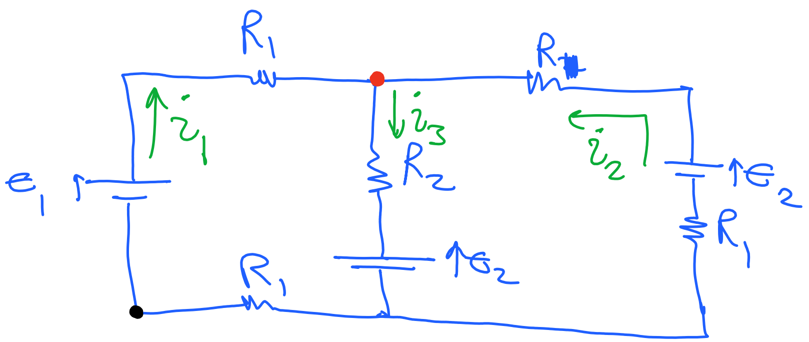
$$i=i_1+i_2+i_3 \quad ✓ \qquad \Rightarrow i=\varepsilon\left(1/R_1+1/R_2+1/R_3\right) \quad (**)$$

$$-i_1R_1+\varepsilon=0 \Rightarrow i_1=\varepsilon/R_1$$

$$-i_2R_2+i_1R_1=0 \Rightarrow i_2=\varepsilon/R_2$$

$$-i_3R_3+i_2R_2=0 \Rightarrow i_3=\varepsilon/R_3$$

$$(*)\ (**) \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \qquad C_{eq}=C_1+C_2+C_3$$



$\varepsilon_1=3V \qquad \varepsilon_2=6V$

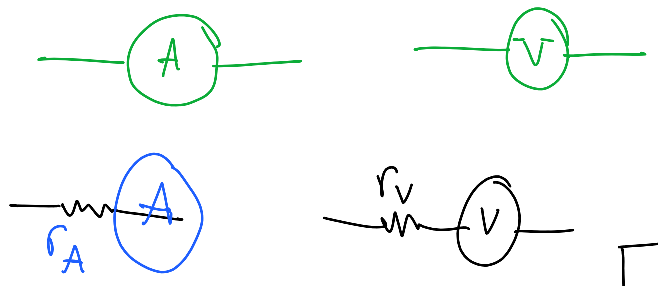
$R_1=2\Omega \qquad R_2=4\Omega$

بزرگی و جهت جریان را مشخص کنید

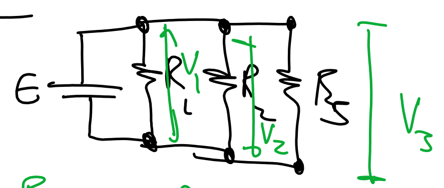
تمرین ۱

$$\begin{cases} i_1+i_2=i_3 \\ -i_3R_2-\epsilon_2-i_1R_1-i_1R_1=0 \\ -i_2R_1+\epsilon_2-i_2R_1-i_3R_2+\epsilon_2=0 \end{cases}$$

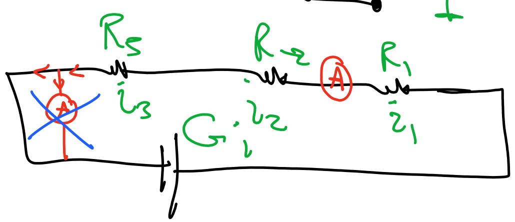
نحوه بستن آمپرسنج و ولت سنج در مدار



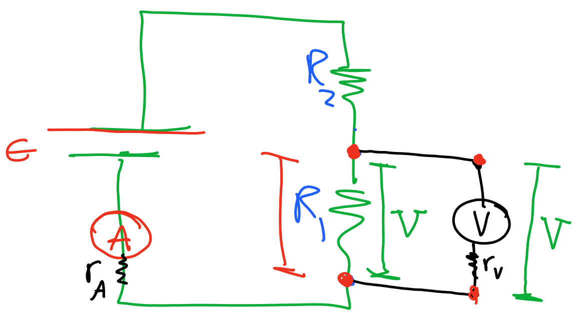
در مدار موازی $\Leftarrow$ $V=V_1=V_2=V_3$



در مدار سری $\Leftarrow$



$i_1=i_2=i_3=i$



$r_V\to\infty \quad \frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{r_V} \Rightarrow 1/R_{eq}=1/R_1$

ولت سنج باید به صورت
موازی در مدار مقاومت
داخلی زیاد باشد

$R_{eq}=R_2+R_1+r_A$

$r_A\to 0 \Rightarrow R_{eq}=R_1+R_2$

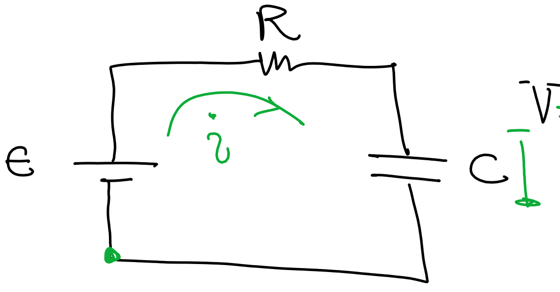
آمپرسنج باید به صورت سری

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{r_A} \quad r_A \to 0 \quad \frac{1}{R_{eq}} \to \infty \Rightarrow (R_{eq} \simeq 0)$$

اگر آمپرسنج به صورت موازی وصل بشه

در مدار تغییر زیادی ایجاد نکند و مدار دارای تفاوت خیلی کم باشه

مدار RC



$$V = \frac{q}{C}$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$\epsilon + V_R + V_C = 0$$

$$\epsilon - iR - \frac{q}{C} = 0$$

$$\Downarrow \; i = \frac{dq}{dt}$$

$$\boxed{R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \epsilon}$$

نیاز به یک شرط اولیه داریم

منبع

یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول

$t=0 \qquad q=0$

$$q(t) \Rightarrow i = \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{d^2q}{dt^2}$$

$t=0 \qquad q=?$

$t=0 \qquad i=\frac{dq}{dt}=?$

$$q = q_{\text{عمومی}} + q_{\text{خصوصی}}$$

$$\left(R\frac{dq}{dt} + q/C = 0\right)$$

جواب عمومی

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{-q}{RC}$$

A+R A R

$$\Rightarrow \int \frac{dq}{q} = \int -\frac{dt}{RC} \Rightarrow \ln q = -\frac{1}{RC}t + D$$

$$e^{\ln q} = e^{-\frac{t}{RC} + D} = e^{-t/RC}\, e^{D}$$

$$\boxed{e^{\ln x} = x}$$

$$\Rightarrow q = e^{-t/RC}\, \underbrace{e^{D}}_{A}$$

$$\Rightarrow \boxed{\underset{\text{عمومی}}{q} = A e^{-t/RC}}$$

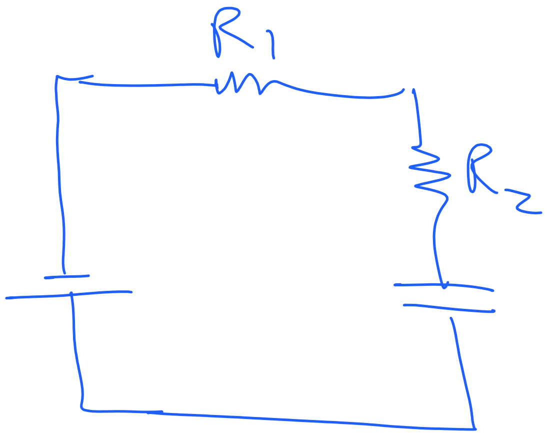
$$q = A e^{-t/RC} + q_{\text{خصوصی}} = \underset{\substack{\downarrow \\ -\varepsilon C}}{A}\, e^{-t/RC} + \varepsilon C$$

$$q_{\text{خصوصی}} = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{dq_{\text{خصوصی}}}{dt} = 0 \Rightarrow q_{\text{خصوصی}} = \varepsilon C$$

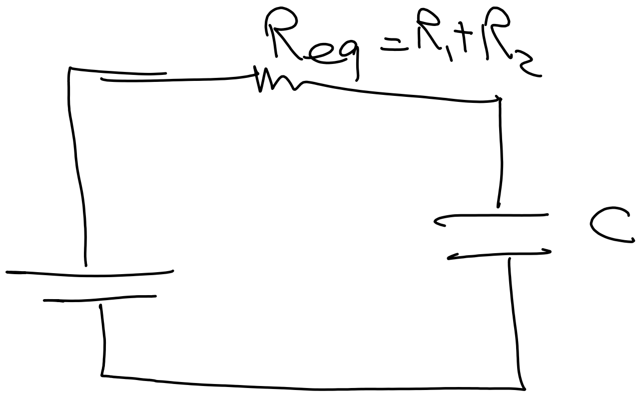
شرایط اولیه $\quad t = 0 \quad q = 0 \quad \Rightarrow 0 = A + \varepsilon C \Rightarrow A = -\varepsilon C$

$$\boxed{q(t) = \epsilon C\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$$

$$\boxed{i = \frac{dq}{dt} = \frac{\epsilon C}{RC} e^{-t/RC} = \epsilon/R \, e^{-t/RC}}$$



$\Rightarrow$



در درازمدت خازن دیگر پر شده است و دیگر بار آن ثابت می‌ماند

$e^{-\infty} \to 1/e^{\infty} = 1/\infty \Rightarrow 0$

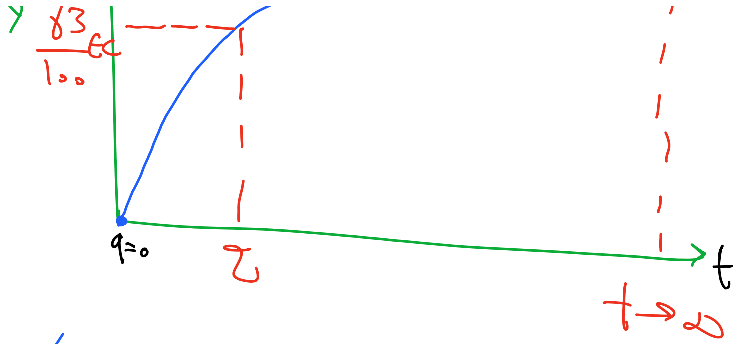
$q(t) = \epsilon C\left(1 - e^{-t/RC}\right)$ $\quad \frac{1}{\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = e^{-\infty} \to 0$

در زمان بی‌نهایت q می‌شود

در چه زمانی مقدار ۶۳ درصد

روی خازن ؟

(τ)



$$\varepsilon \cancel{C}\left(1-e^{-\tau/RC}\right)=0/63\,\varepsilon \cancel{C}$$

$$\boxed{\ln e^{x}=x}$$

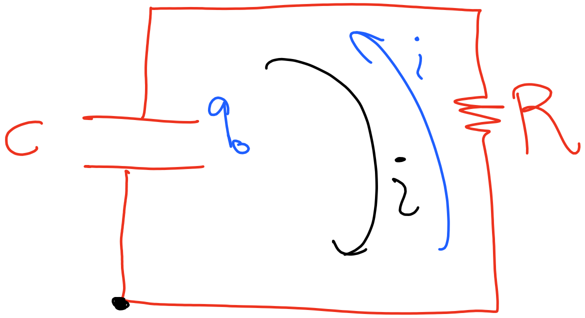
$$1-e^{-\tau/RC}=\frac{63}{100}\Rightarrow e^{-\tau/RC}=1-\frac{63}{100}$$

$$e^{-\tau/RC}=\frac{37}{100}\Rightarrow -\tau/RC=\ln\left(\frac{37}{100}\right)=-1$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau=RC}$$

$$\boxed{q(t)=\varepsilon C\left(1-e^{-t/\tau}\right)}$$

[illegible]



$t=0 \quad q=q_0$ ⇄ شرط اولیه

$q(t)$

$$-\frac{q}{C} - iR = 0 \Longrightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0$$

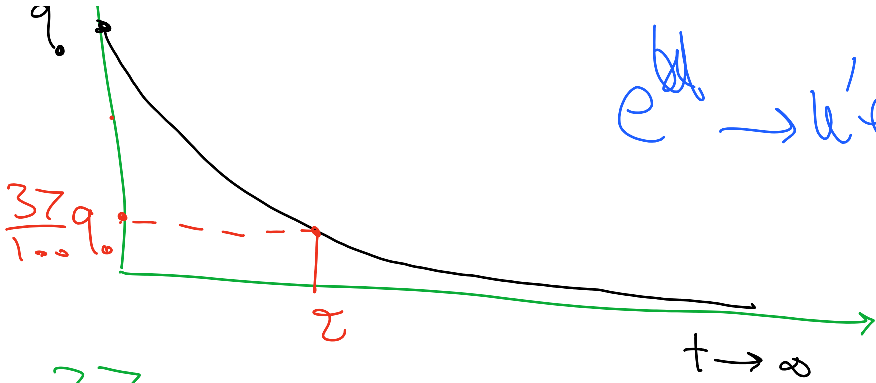
$$\int \frac{dq}{q} = \int -\frac{1}{RC}\,dt \Longrightarrow q = A e^{-t/RC}$$

شرط اولیه $\quad t=0 \quad q=q_0 \Rightarrow q_0 = A \cancel{e^{0/RC}}^{\,1}$

$A = q_0$

$$q(t) = q_0 e^{-t/RC}$$

$$\Rightarrow i = \frac{dq}{dt} = \frac{-q_0}{RC} e^{-t/RC}$$



$e^{u} \to u' e^{u}$

$e^{-t/RC} \to -\frac{1}{RC} e^{-t/RC}$

$$q(\tau) = \frac{37}{100} q_0$$

$$\frac{37}{100} \cancel{q_0} = \cancel{q_0}\, e^{-\tau/RC}$$

$$-\tau/RC = \ln\left(\frac{37}{100}\right) \Rightarrow \boxed{\tau = RC}$$

تمرین‌ها آزمون ۲۴_۲۹_۳۱_۴۴_۵۰_۵۵_۴۵

گروه ۱۴ (۱۴۰۰/۲/۲۵)

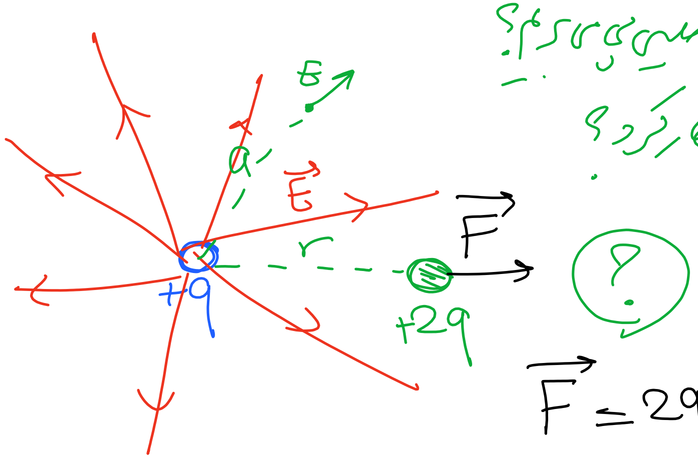
Session 16

Saturday, May 22, 2021   8:01 AM

فصل ۲۸: میدان مغناطیسی

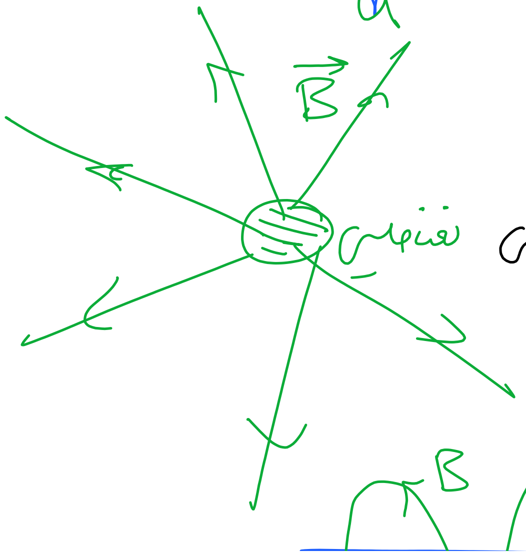
میدان مغناطیسی چیست؟ چگونه پی به وجود میدان مغناطیسی می‌بریم؟

آیا مستقیم می‌توان میدان مغناطیسی را آشکار کرد؟

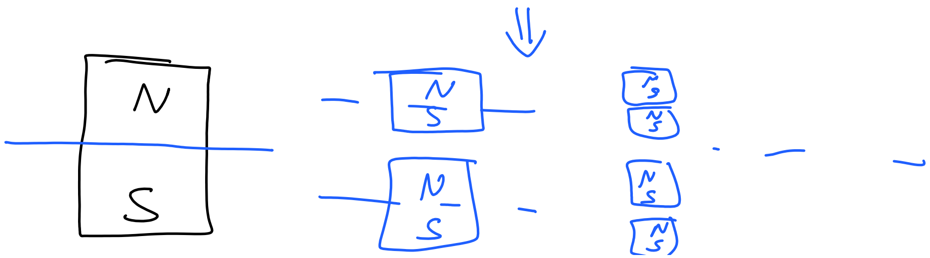


$$\vec{F} = 2q\vec{E}$$

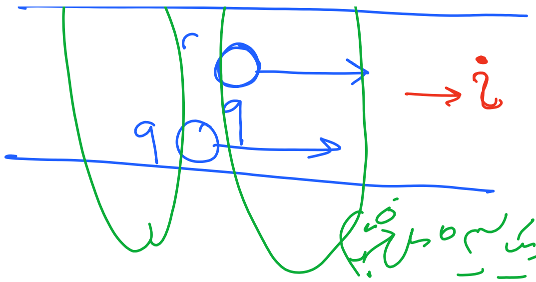
$$E = \frac{kq}{r^2}$$ $\Rightarrow$ میدان الکتریکی را می‌توان از یک بار نقطه‌ای ساخت



مغناطیسی تک قطبی $\Rightarrow$ تک قطبی مغناطیسی وجود ندارد



روش‌های ایجاد میدان

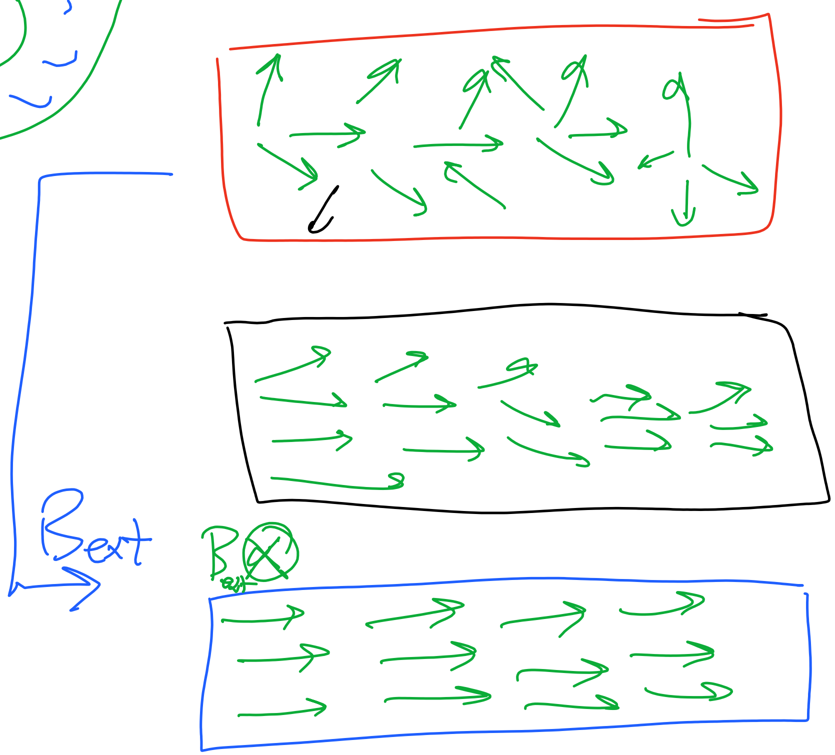


حرکت ذرات باردار

(حرکت ذرات دیگر هم مشخص

⇓

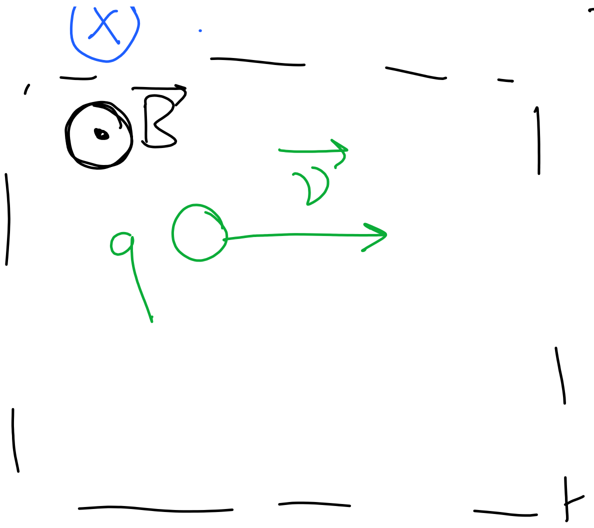
آهنربای الکتریکی



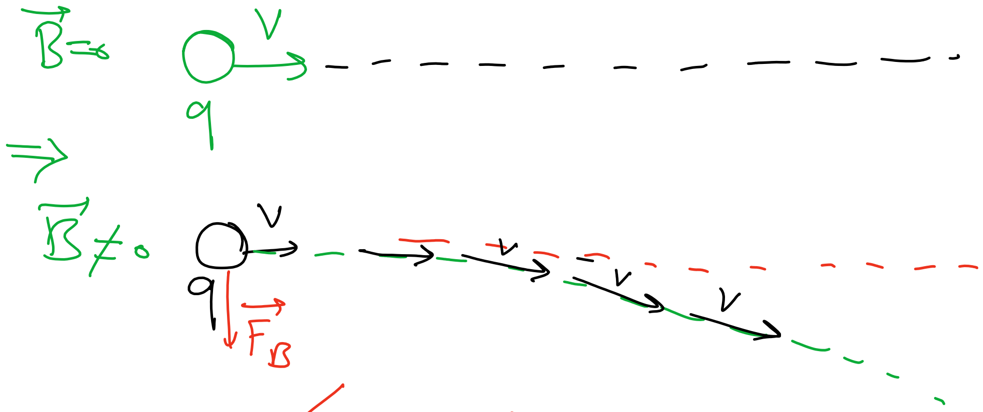
فلز معمولی

آهنربای دائمی

آهنربا



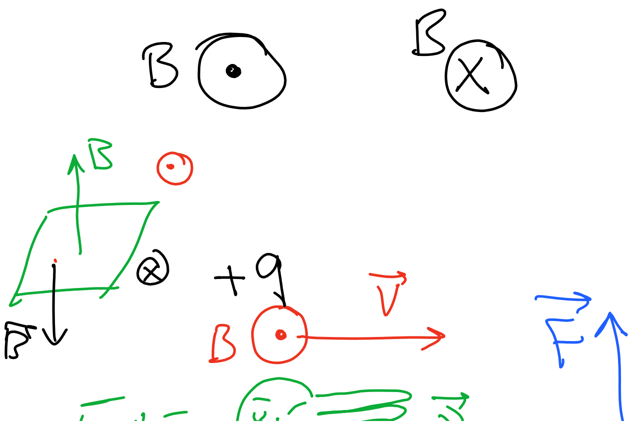
$\vec{F}_B \Leftarrow$ از اثر میدان روی ذرات

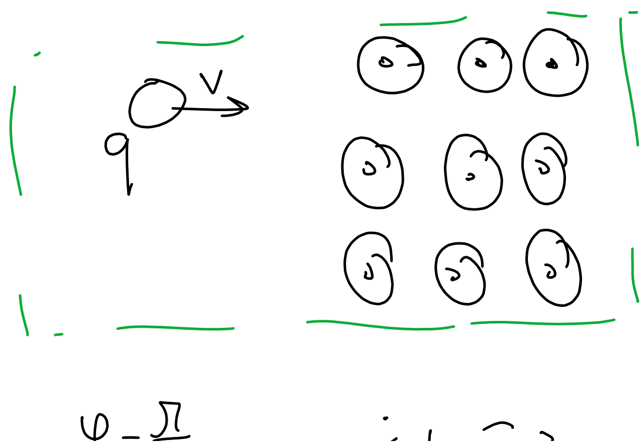


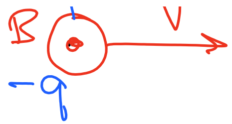
از انحراف ایجاد شده در مسیر حرکت ذره به وجود میدان مغناطیسی پی می‌بریم

$$\vec{F}_B = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

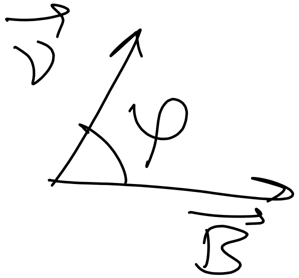
قاعده دست راست

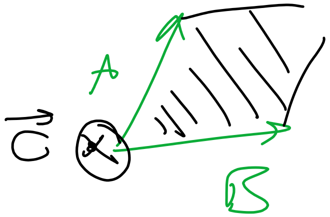






$$\boxed{F = q v B \sin\varphi}$$

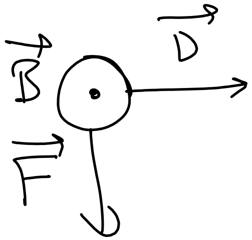




$\vec C = \vec A \times \vec B$

$\vec C \perp \vec A$

$\vec C \perp \vec B$



$\vec F \perp \vec B$

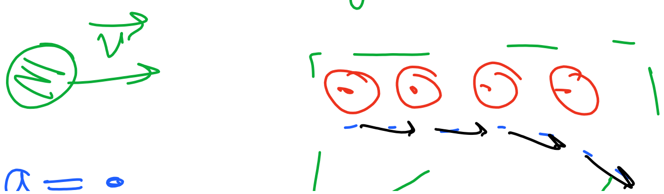
$\vec F \perp \vec v \quad (\vec F \cdot \vec v = 0)$

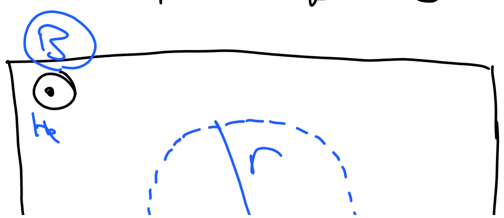
$\Downarrow$

نیروی $\vec F$ هیچ مولفه‌ای در راستای سرعت $\vec v$ ندارد

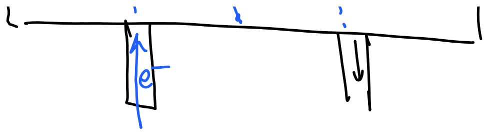
$$\Delta K = W = \int \vec F \cdot \vec{dr} = \int \cancel{\vec F \cdot \vec v}\, dt = 0$$

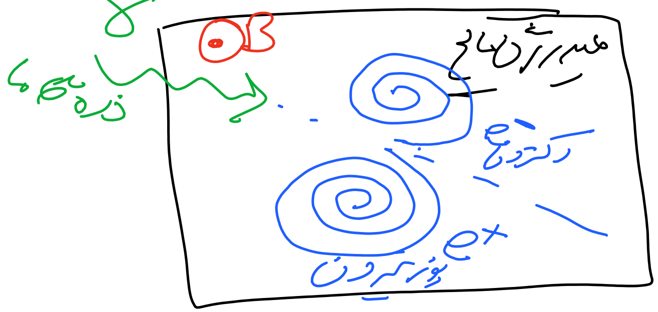
نیروی $\vec F_B$ صرفا جهت سرعت $\vec v$ را عوض می‌کند $\Longleftarrow$ باعث ایجاد شتاب در ذره می‌شود





$a \neq 0$





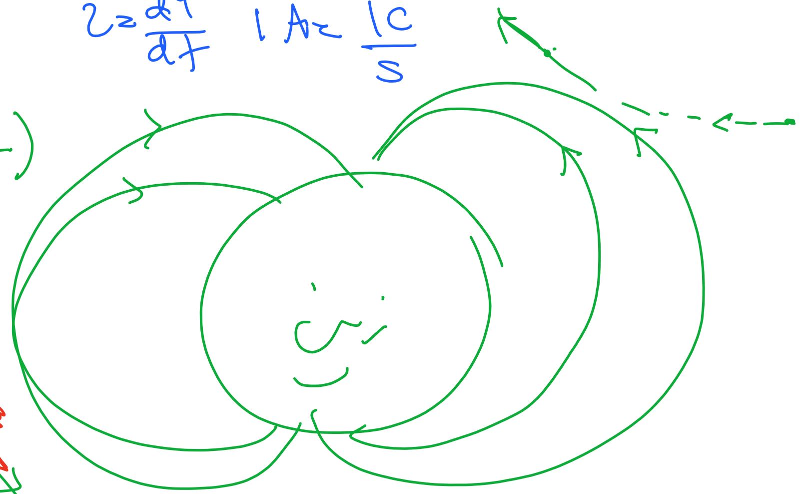
B   تسلا   T   واحد

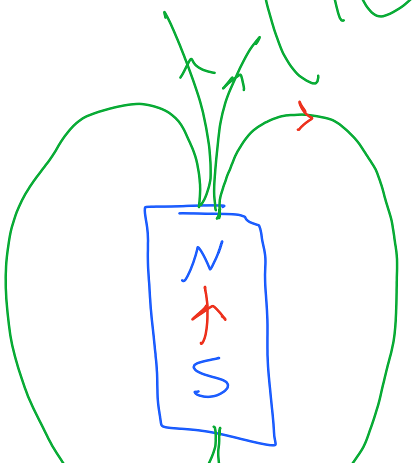
$$1T = \frac{1N}{C\frac{m}{s}} = \frac{1N}{mA}$$

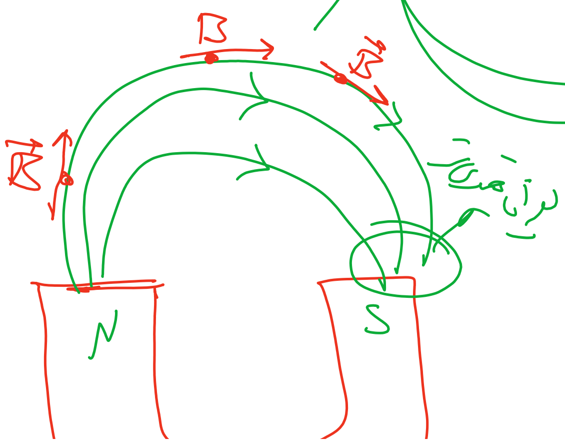
$$i = \frac{dq}{dt} \quad 1A = \frac{1C}{s}$$

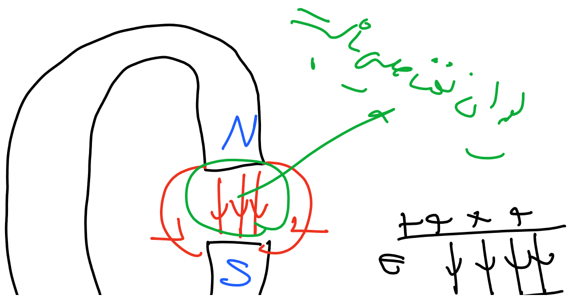
$$1T = 10^4 \text{ گاوس } (G)$$

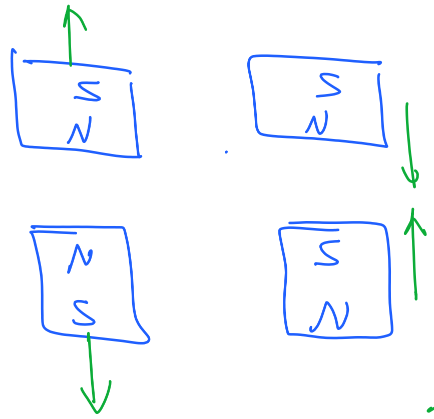
$$(1G = 10^{-4}\,T)$$







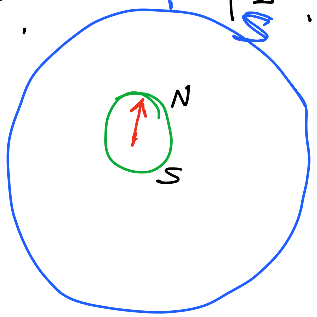




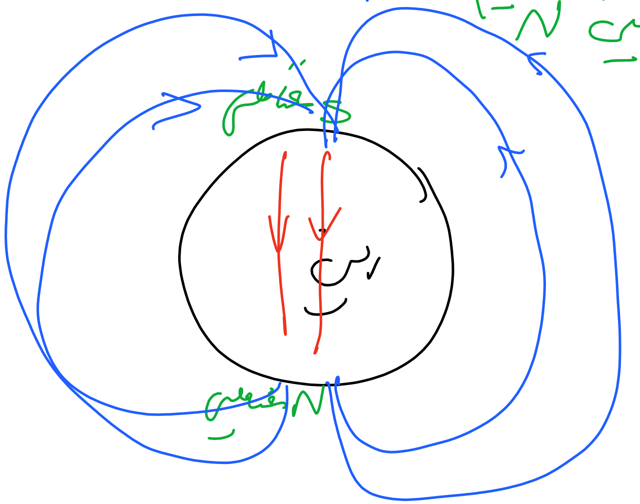
قطب‌ها همنام همدیگر را دفع

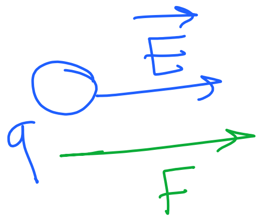
و قطب‌ها ناهمنام همدیگر را جذب می‌کنند

قطب شمال جغرافیایی (قطب جنوب مغناطیسی)



قطب جنوب (قطب شمال مغناطیسی زمین — N)



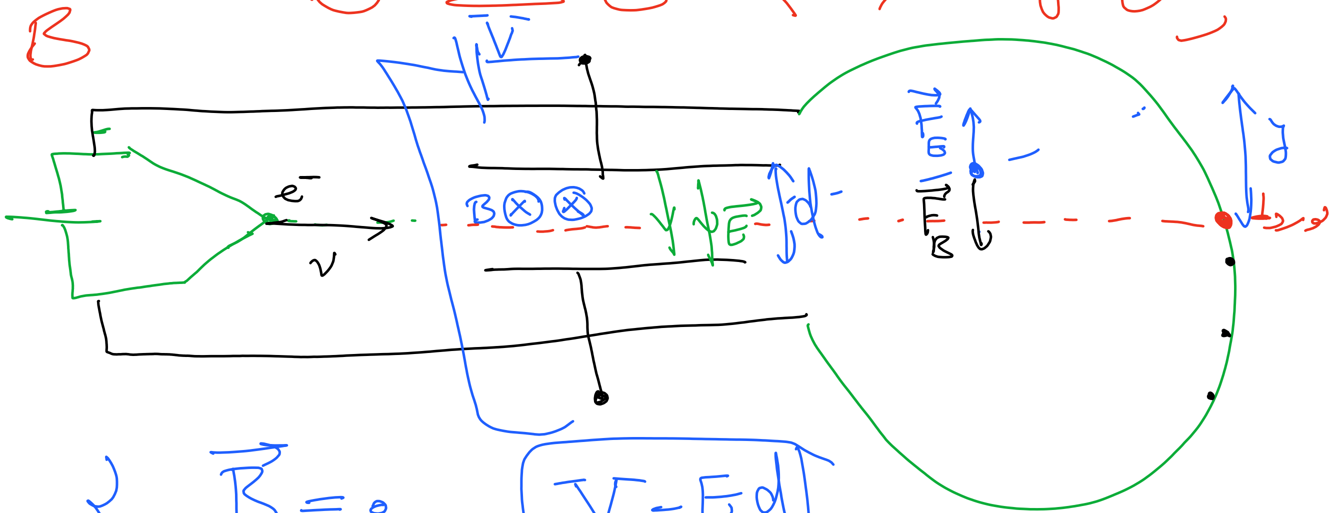


$\vec{F}_E = q\vec{E} \leftarrow \vec{E}$

$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B} \leftarrow \vec{B}$

کشف الکترون!

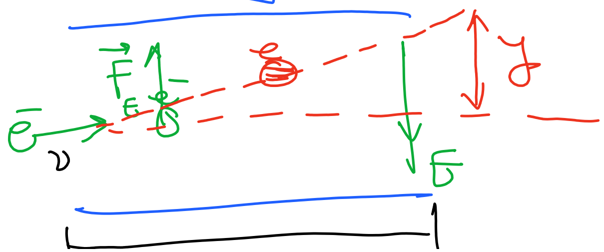
$\vec{B} \perp \vec{E} \Leftarrow$ [illegible]



مورد اول
$$\vec{B} = 0$$
$$\vec{E} = 0$$

$$\boxed{\begin{gathered} V = Ed \\ E = \frac{V}{d} \end{gathered}}$$

مورد دوم
$$\vec{B} = 0$$
$$\vec{E} \neq 0$$



$$\vec{F}_E = q\vec{E} \Rightarrow F = eE$$

$$m_e a = eE \Rightarrow \boxed{a = \frac{eE}{m_e}}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow L = v\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{L}{v}$$

$$y = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}\frac{Ee}{m_e}\frac{L^2}{v^2}$$

مورد ۲ $\begin{cases} \vec{E} \neq 0 \quad \vec{E} \perp \vec{B} \\ \vec{B} \neq 0 \end{cases}$

$$F_B = F_E$$

$$evB\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = eE$$

سنت حرکت $\Rightarrow v = \frac{E}{B}$

$$B$$

$$\boxed{\frac{m_e}{e} = \frac{B^2 L^2}{2yE}} \Rightarrow \frac{m_e}{e} \Rightarrow$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19}\,C$$

جرم m_p هزار برابر بیشتر از جرم الکترون است

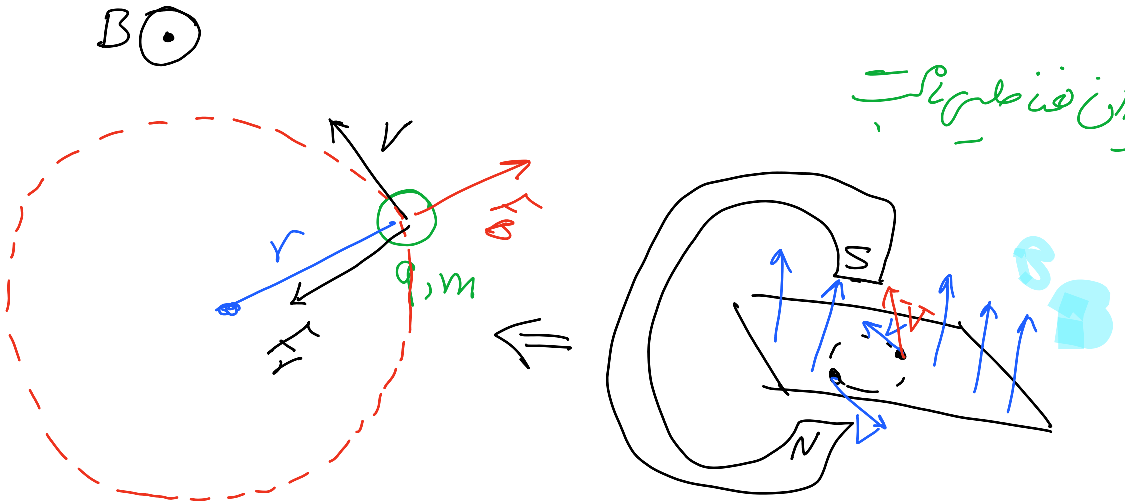
$$\frac{\dfrac{m_p}{\cancel{e_p}}}{\dfrac{m_e}{\cancel{e_e}}} = \frac{m_p}{m_e} \simeq 1000$$

Session 17

Tuesday, May 25, 2021 8:05 AM

✓ اثر هال ⇐ بعداً به آن رجوع خواهیم نمود

ذره باردار در حرکت در میدان مغناطیسی ثابت



$$F_r = \frac{mv^2}{r}$$

$$F_B = vB|q|\sin\varphi = vB|q|\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = vBq$$

شرط پایدار بودن مسیر دایره‌ای $\Rightarrow F_B = F_r \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = vB|q| \Rightarrow r = \frac{mv}{B|q|}$

چه مدت زمان طول می‌کشد تا ذره یک دور کامل بزند (دوره تناوب)

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

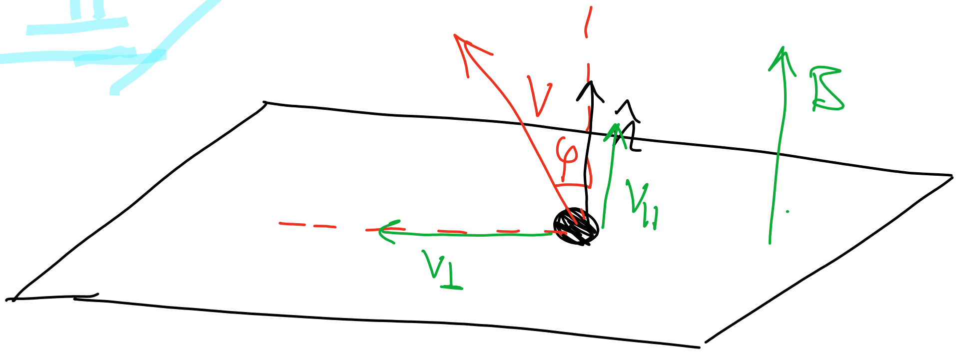
$|q|B$

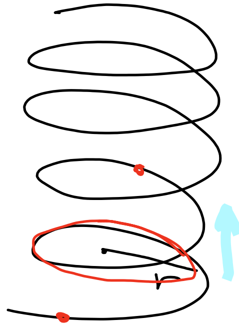
$$f = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m}$$

فرکانس مربوط به اندازه سرعت نیست

به زاویه هم

$$\omega = 2\pi f = \frac{|q|B}{m}$$

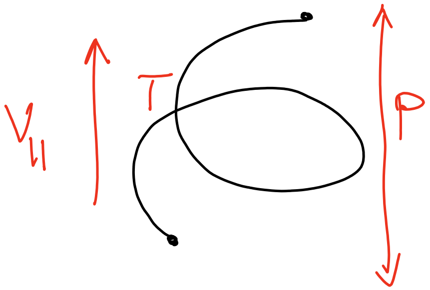




حرکت مارپیچی

$$V_{\parallel} = v\cos\varphi$$

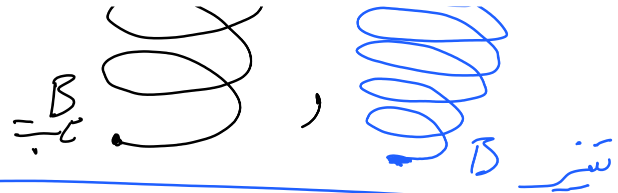
$$V_{\perp} = v\sin\varphi \Rightarrow r = \frac{mV_{\perp}}{|q|B} \Rightarrow T = \frac{2\pi m}{|q|B}$$



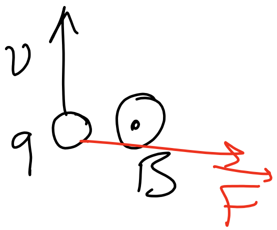
$\Rightarrow$

گام (ارتفاع دور پیچش) ذره در مدت زمان T

$P = V_{\parallel} T = V \cos\varphi \left(\frac{2\pi m}{|q| B} \right)$

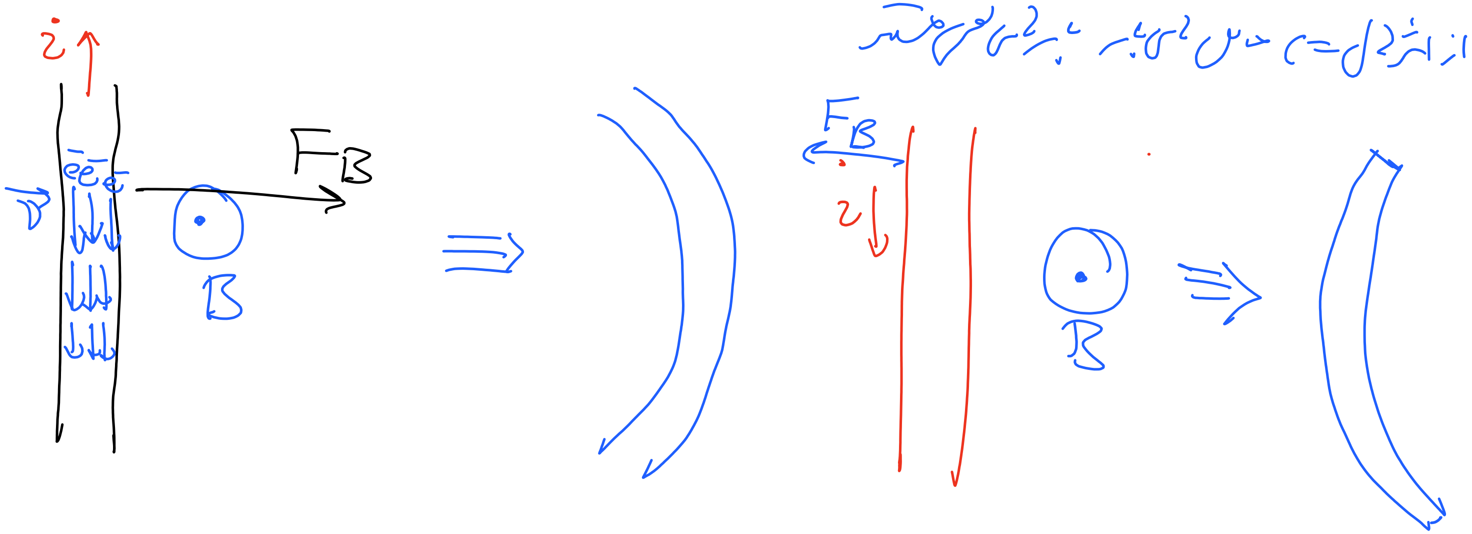


نیروی وارد بر یک سیم حامل جریان



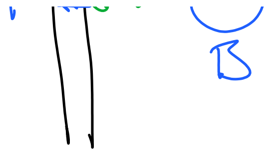
$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$

از اثر کل = جمع اثر بارها برآیند نیرو مشخص



$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = i\,dt$

$\vec{dF} = dq\, \vec{v} \times \vec{B}$



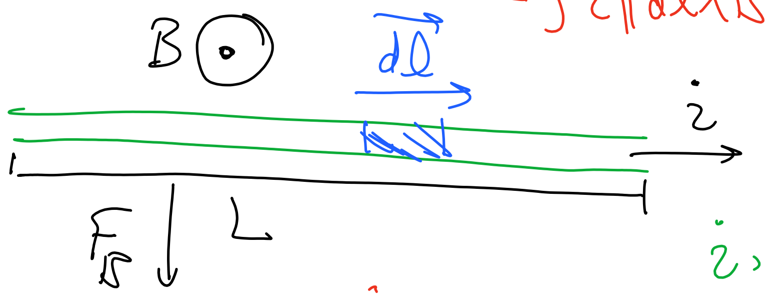
$$d\vec{F} = i\,dt\,\vec{v} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = i\,dt\,\frac{d\vec{l}}{dt} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = i\,d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int i\,d\vec{l} \times \vec{B}$$

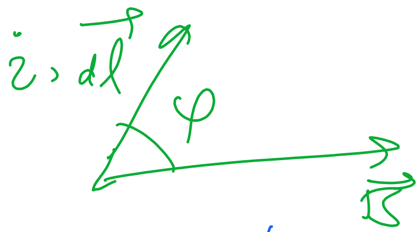
$$F = \int i \| d\vec{l} \times \vec{B} \| = \int i\,dl\,B \sin\varphi$$



$$\| d\vec{l} \times \vec{B} \| = dl\,B\,\sin\varphi$$

زاویه بین dl , B

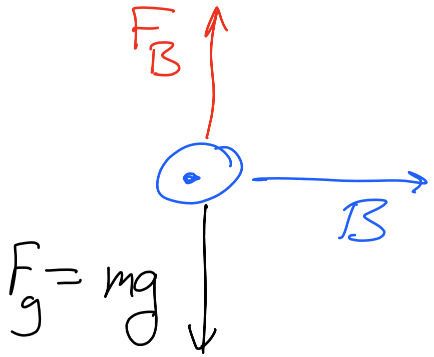
* جهت i = جهت $\vec{dl}$ *



$$\Rightarrow F = \int i\,dl\,B \sin(\pi/2) = Bi \int dl = BiL$$

تمرین :

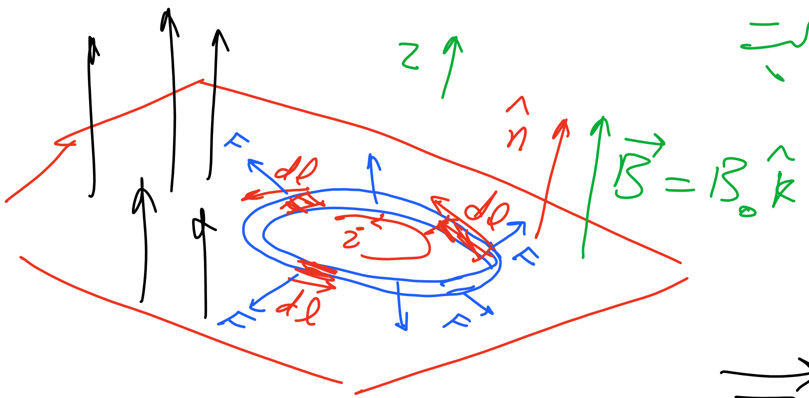
از سیم چه جریانی بگذرد تا در میدان مغناطیسی مقدار باشد تا سیم معلق باشد؟



شرط معلق بودن $\Rightarrow F_B = F_g$

$$BiL = mg \Rightarrow B = \frac{mg}{iL}$$

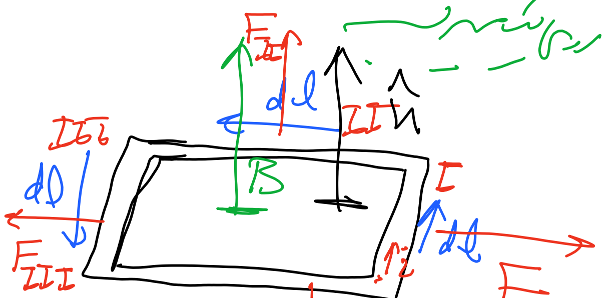
نیروی خالص بر حلقه بسته در میدان مغناطیسی ثابت چقدر است؟ ، حلقه بسته



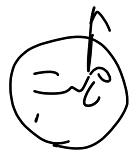
$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

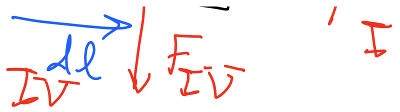
$$\vec{F} = \oint i\, d\vec{l} \times \vec{B} = \underbrace{\left(\oint i\, d\vec{l}\right)}_{=0} \times \vec{B}$$

انتگرال گیری روی یک مسیر بسته



$$\vec{F}_I + \vec{F}_{II} + \vec{F}_{III} + \vec{F}_{IV} = 0$$

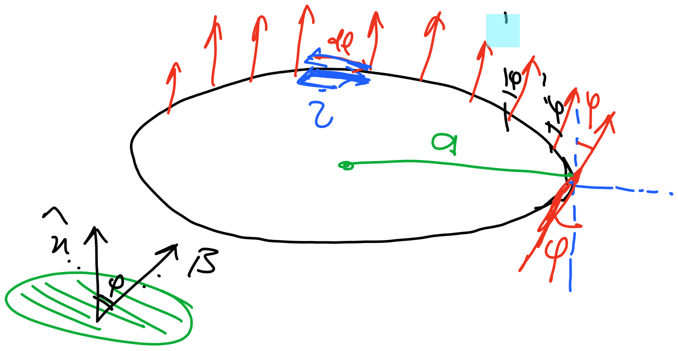




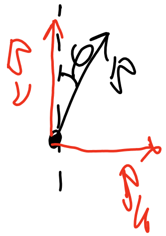
$\Rightarrow$ بیشترین حالت که میدان عمود بر صفحه حلقه باشد

$$\oint d\vec l \times B \neq 0 \Leftarrow \vec F \neq 0$$ اگر میدان غیر ثابت باشد

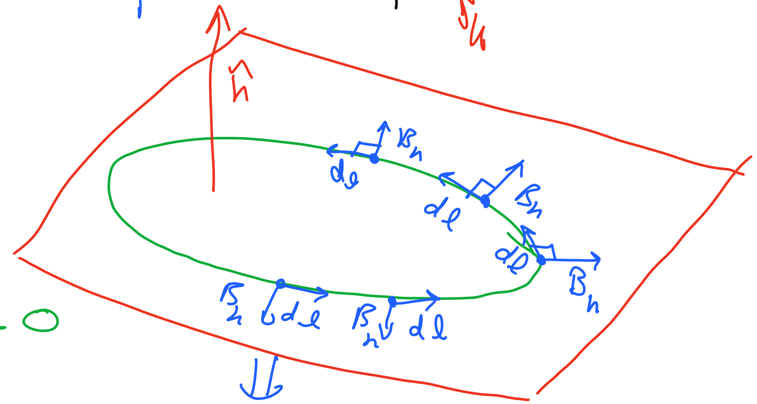
مثال؛ تمرین ۴۴ کتاب



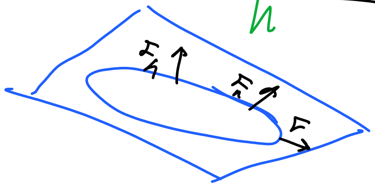
$$B_v = B\cos\varphi$$
$$B_h = B\sin\varphi$$

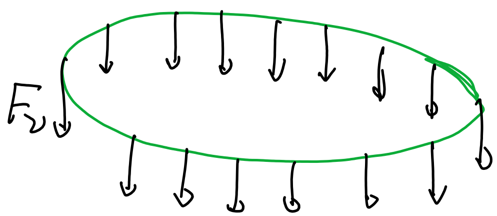


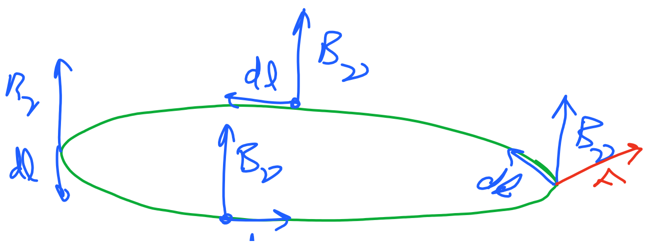
$$F_v = \oint i\, d\vec l \times B_h$$

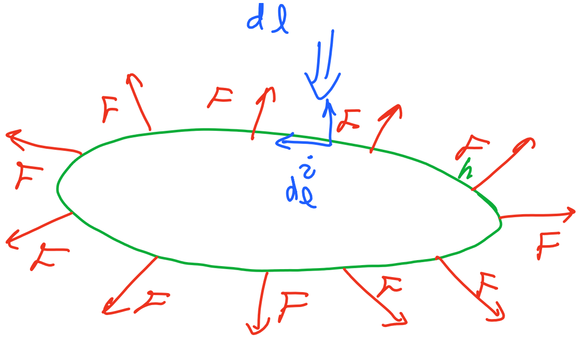


$$F_h = \oint i\, d\vec l \times B_v = 0$$









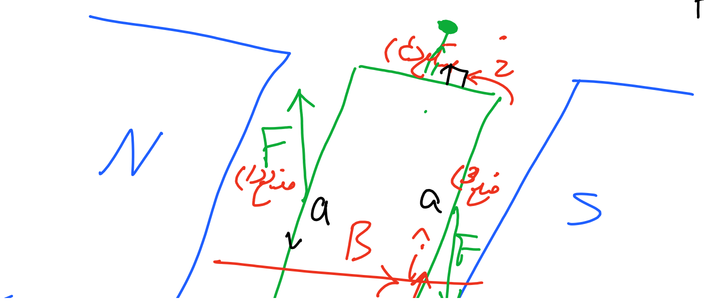
$$\Rightarrow F_h = 0$$

$$F_z = \oint i\, d\ell\, B_h \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \oint i\, d\ell\, B_h$$

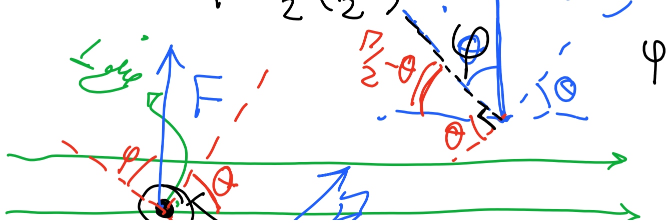
$$= i B_h \oint d\ell = i B \sin\varphi\, (2\pi a)$$

$$F_z = 2\pi a\, i B \sin\varphi$$

$$\vec{F} = \int i\, d\vec{\ell} \times \vec{B}$$



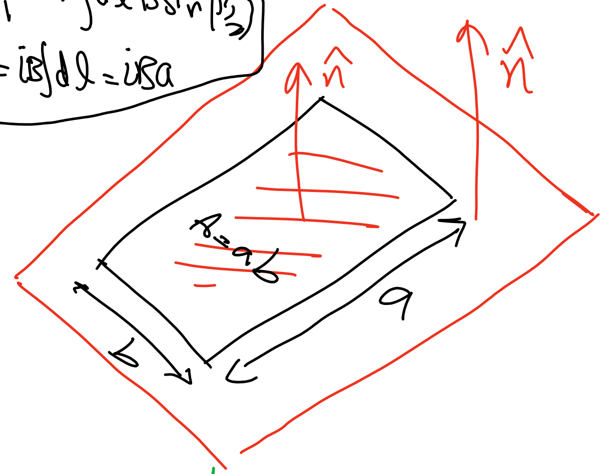
$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \theta$$

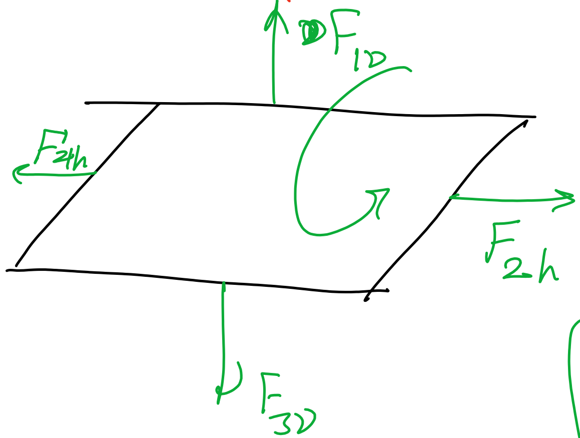


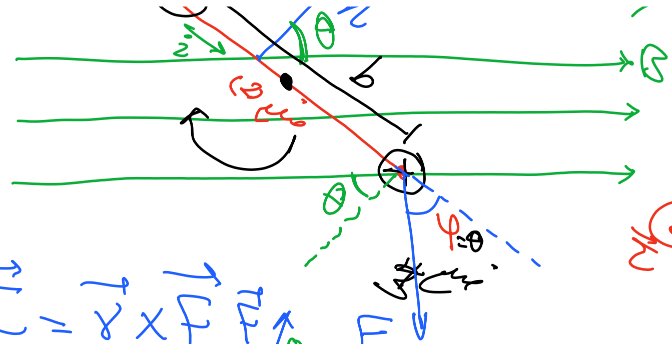
$$\varphi + \frac{\pi}{2} - \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow (\varphi = \theta)$$

$$F_1 = i\int dl\, B \sin(\pi/2) = iB\int dl = iBa$$



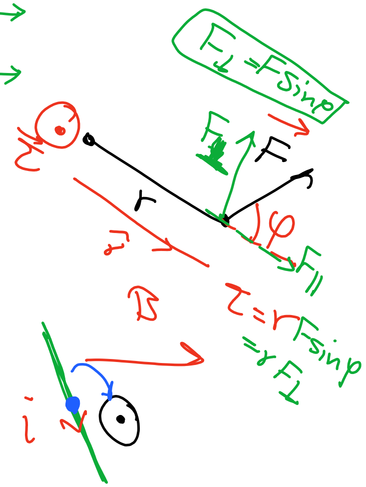


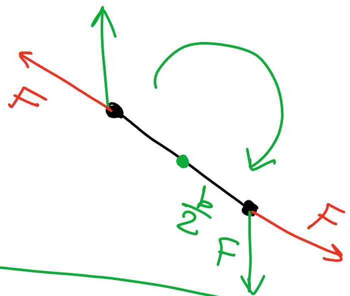


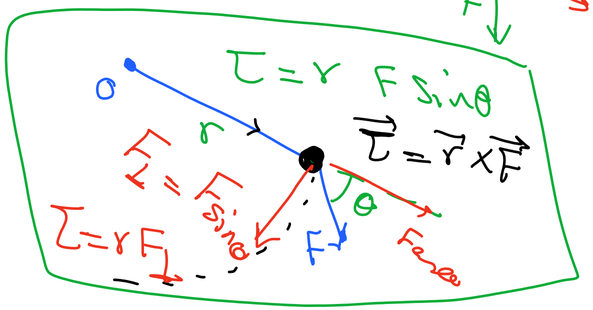
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = rF\sin\theta$$

$$\left(\begin{array}{c} F_2 = F_4 \\ \tau_{2,4} = 0 \end{array} \right)$$

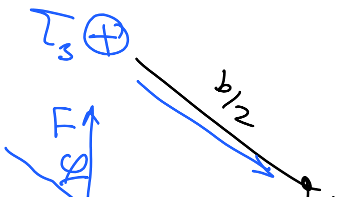






$$\tau_3 = b/2\, F\sin\varphi$$

$$\tau_3 = b/2\, F\sin(\theta)$$



تمرین: میدان نقطه‌به‌نقطه میدان ثابت نباشد

$$B = B_0 \sin\theta$$

میدان ثابت

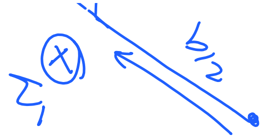
$$F = i\int dl\, B\sin(\pi/2) = iB\int dl = iB\pi R$$

میدان متغیر (تمرین)

$$dl = R\,d\theta$$

$\tau_4 = \frac{b}{2} F \sin(\theta)$

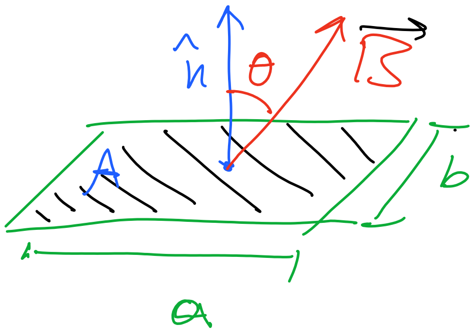
τ_1



$F = iBa$

$$\tau = \tau_3 + \tau_1 = \frac{b}{2} iBa \sin(\theta) + \frac{b}{2} iBa \sin\theta$$

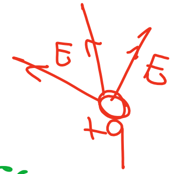
$$= iB(ba)\sin\theta = iBA\sin\theta$$

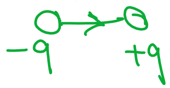


$A = ab$

$\vec{A} = A\hat{n}$

گشتاور دوقطبی الکتریکی ← p





وجود ندارد
تک قطبی مغناطیسی

ممان دوقطبی ← μ

برای یک حلقه N دوری

$$\tau = iNBA\sin\theta = (iNA)B\sin\theta = \mu B\sin\theta$$

$$\vec{\tau} = \underbrace{iN\vec{A}}_{\vec{\mu}} \times \vec{B}$$

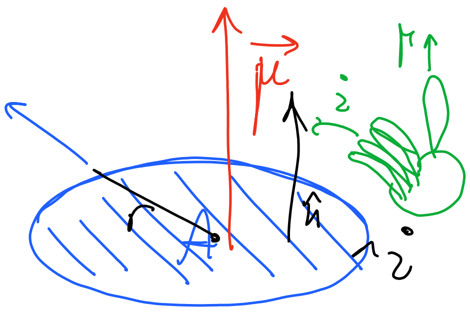
$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}}$$

ممان دوقطبی مغناطیسی ← $\vec{\mu}$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

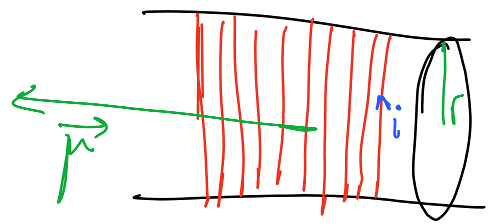
$$\vec{\mu} = i N \vec{A} = i N A \hat{n}$$

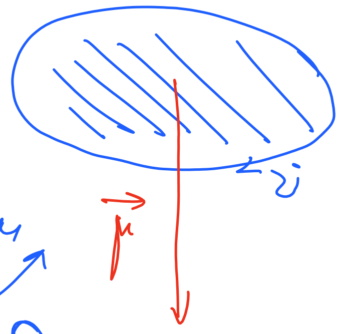
دوقطبی مغناطیسی



$$\mu = i(\pi r^2)$$

N دور

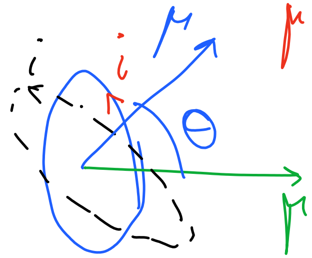




$$\mu = N i (\pi r^2)$$

مثل دوقطبی الکتریکی

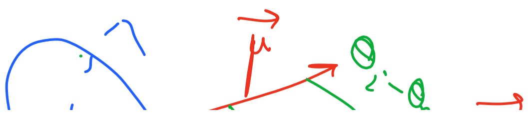
$$U(\theta) = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$



$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

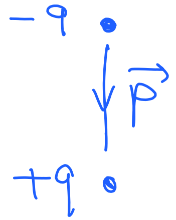
انرژی پتانسیل برای ممان دوقطبی

$$= -\mu B \cos(\theta)$$

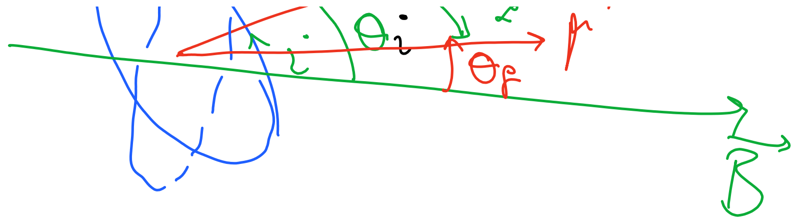


$\vec{p}$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

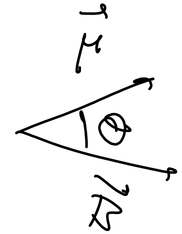


$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$



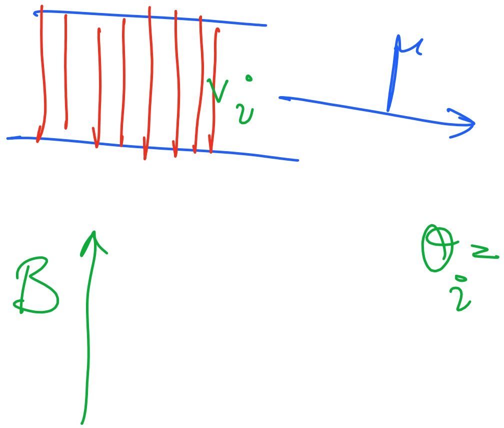
$$-1 \leq \cos(\theta) \leq 1$$

$$-\mu B \leq U(\theta) \leq \mu B$$

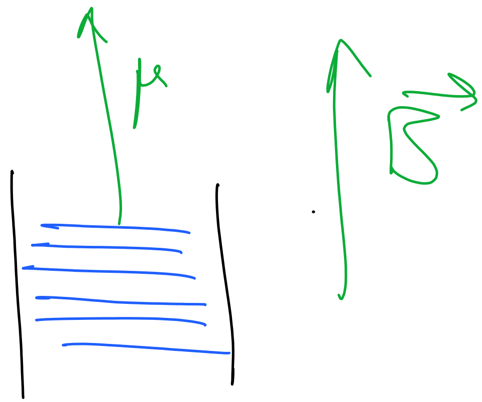


$$W = \Delta U = U(\theta_f) - U(\theta_i)$$

شار ناشی از جریان در سیم پیچ تشکیل شده است



$$\theta_i = \pi/2 \longrightarrow \theta_f = 0$$



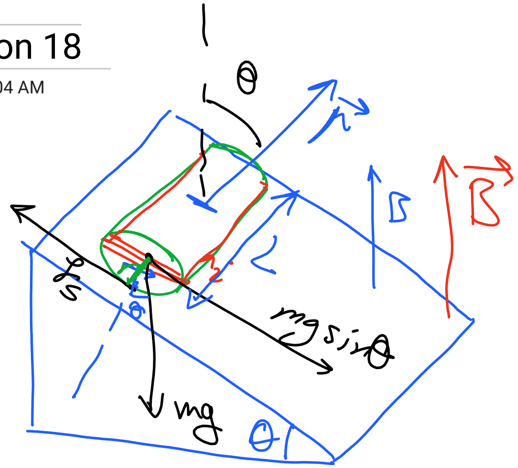
$$W_a = U(0) - U(\pi/2) = -\mu B\cos(0) + \mu B\cos(\pi/2)$$

$$= -\mu B$$

تمرین های آخر فصل (۲۸ ۳۱ _ ۴۲ _ ۴۹ _ ۴۷ _ ۵۲ _ ۶۵

Session 18

Saturday, May 29, 2021 9:04 AM



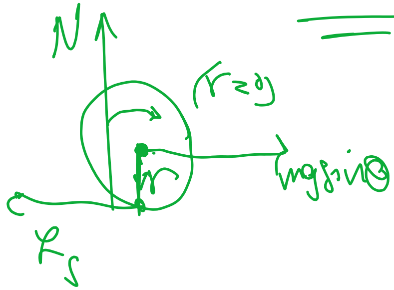
(تمرین ۱۵ کتاب فصل ۲۸

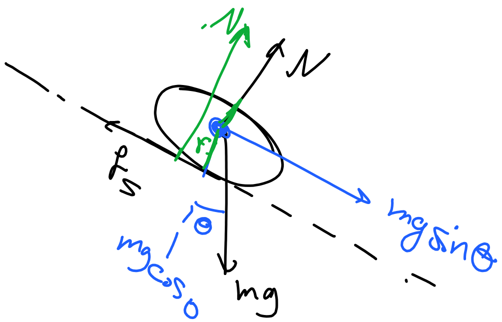
کمترین مقدار جریان چقدر باشد تا استوانه
شروع به غلتش نکند ؟

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$f_s - mg\sin\theta = 0$$

$$\Sigma \vec{\tau} = I\vec{\alpha}$$

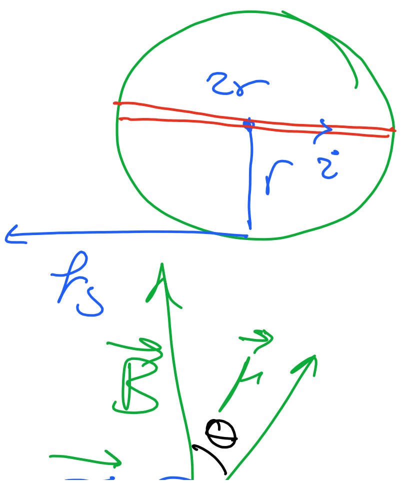




$\Sigma_{mg} = 0$

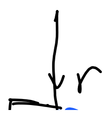
$\Sigma_{f_s} \neq 0$

$\Sigma_{N} = 0$



$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$\mu = iNA = iN(2rL)$$



$\tau_B \odot$ $\qquad$ $f_s \leftarrow \otimes \; \vec{\tau}_{f_s}$

$$\tau_B = B\mu\sin\theta \qquad \tau_{f_s} = r f_s \sin(\pi/2) = r f_s$$

$$\sum \vec{\tau} = I\alpha$$

$$\tau_{f_s} - \tau_B = I\alpha = 0$$

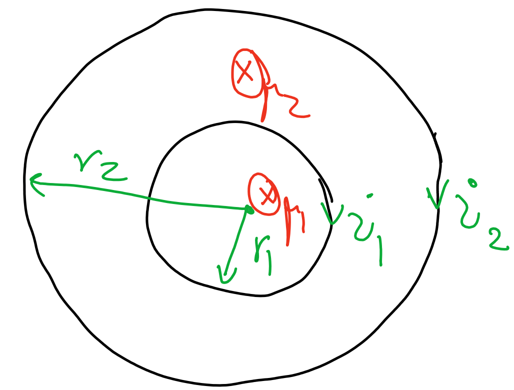
$$f_s r - \mu B\sin\theta = 0$$

$$r\times\begin{cases} f_s r - \mu B\sin\theta = 0 \\ f_s - mg\sin\theta = 0 \end{cases}$$

$$mgr\sin\theta = \mu B\sin\theta = iN(2rL)B\sin\theta$$

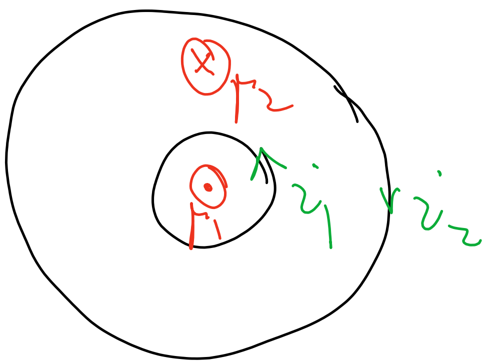
$$\Rightarrow \boxed{i = \frac{mg}{2NLB}}$$

حل :



$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2$$

$$\mu = \mu_1 + \mu_2 = i_1(\pi r_1^2) + i_2(\pi r_2^2)$$

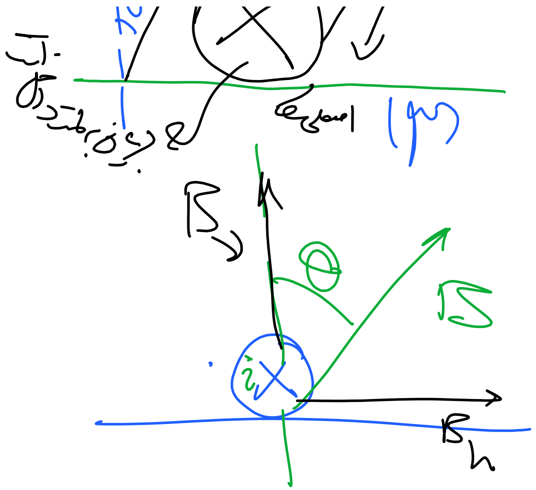


$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2$$

$$\mu = \mu_1 - \mu_2$$

$$\mu = i_1(\pi r_1^2) - i_2(\pi r_2^2)$$

تمرین: حداقل ... شروع به حرکت نکند



$$B_v = B\cos\theta$$

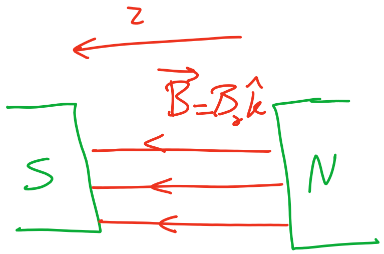
$$B_h = B\sin\theta$$

گروه ۱۴۰۵ (۷/۳۰ - ۱۴۰۴)

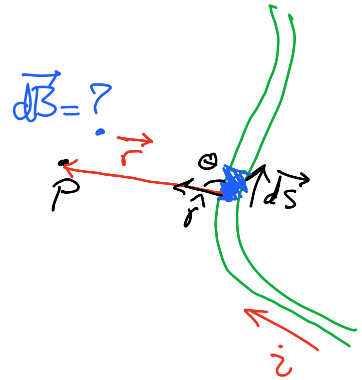
گروه ۱۸۵ (۱۵/۳/۱۴۰۴)

Session 19

Tuesday, June 8, 2021 8:01 AM



فصل ۲۹ کتاب ⟸ میدان مغناطیسی حاصل از جریان



* اگر جریانی در سیمی برقرار شود اطراف آن سیم میدان مغناطیسی وجود دارد *

$\vec{r}$ بردار : فاصله نقطه P از المان گرفته شده از سیم

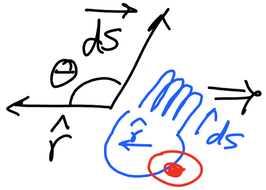
$\vec{ds}$ بردار : در جهت جریان گرفته می‌شود

$$\boxed{\|\vec{A}\times\vec{B}\| = AB\sin\varphi}$$

$$d\vec{B}_P = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,\vec{ds}\times\hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,\vec{ds}\times\vec{r}}{r^3}$$

قانون بیوساوار

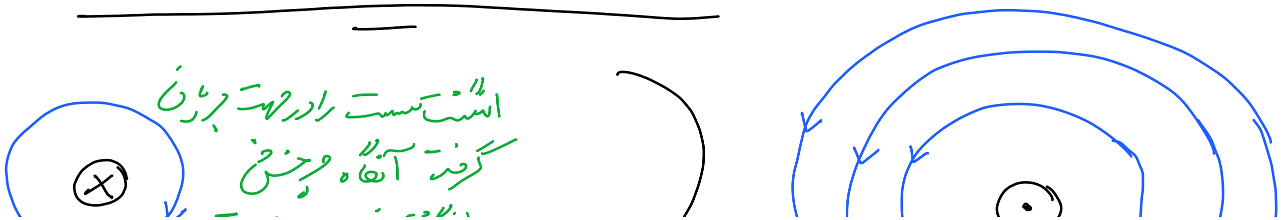
$$\boxed{\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}}$$



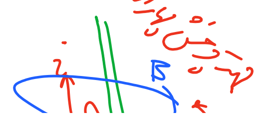
$$\boxed{dB_P = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{ds\sin\theta}{r^2}}$$

با انگشت شست دست راست (جهت میدان را نشان می‌دهد)

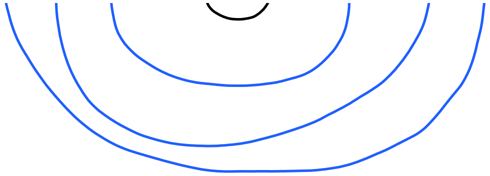
انگشت شست را در جهت جریان گرفته آنگاه چرخش

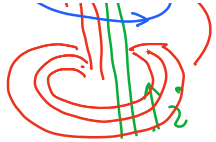


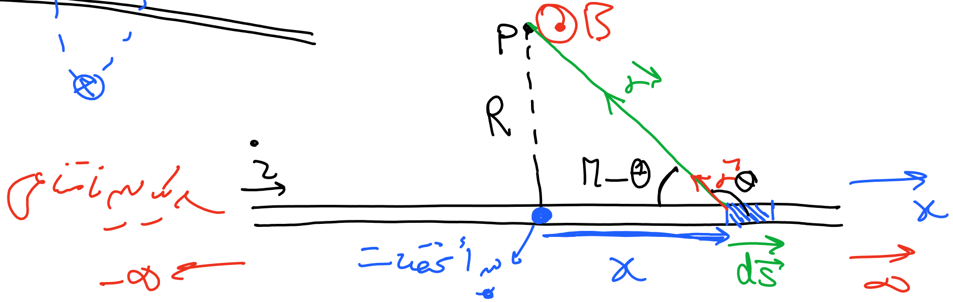
جهت چرخش انگشتان ⟸ جهت میدان مغناطیسی



انگشت های دست راست
جهت میدان مغناطیسی را نشان
می دهد







$\vec{B}_p = ?$

$B_p = ?$

$d\vec{s} = dx\,\hat{i}$

$ds = dx$

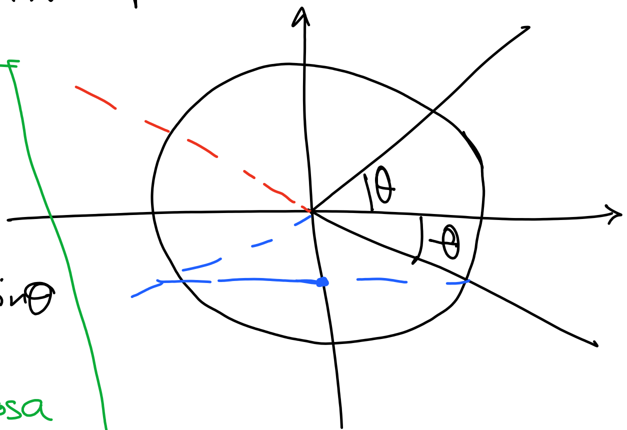
Q ⊗B

$$dB = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\,\frac{ds\sin\theta}{r^2} = \frac{\mu_0 i\,dx\sin\theta}{2\pi\,r^2}$$

$$\sin(\pi-\theta) = \sin(\theta)$$

$$= \cancelto{0}{\sin\pi}\cos(+\theta) - \sin\theta\,\cancelto{-1}{\cos\pi} = \sin\theta$$

$$\sin(a-b) = \sin a\cos b - \sin b\cos a$$



$\sin\theta \quad \sin(\pi-\theta) \quad R \quad R$

$$\sin\theta = \sin(\pi-\theta') = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

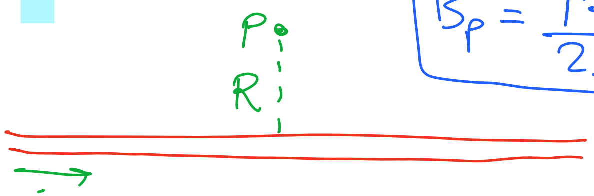
$$dB_p = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\,\frac{dx\,R}{\left(\sqrt{x^2+R^2}\right)\left(x^2+R^2\right)} = \frac{\mu_0\, i R}{4\pi}\,\frac{dx}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

$$B_p = \int dB_p = \frac{\mu_0 i R}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}} = \frac{2\mu_0 i R}{4\pi}\int_0^{\infty}\frac{dx}{\left(x^2+R^2\right)^{3/2}}$$

$$\boxed{f(-x) = f(x) \quad \text{تابع زوج} \quad \Rightarrow \int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_0^{a} f(x)\,dx}$$

$$\frac{R}{x} = \tan\theta \qquad \frac{x}{R} = \cot\theta$$

$$B_p = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\,\frac{\cancel{x}}{\left(x^2+R^2\right)^{\frac{1}{2}}}\Bigg|_0^{\infty} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

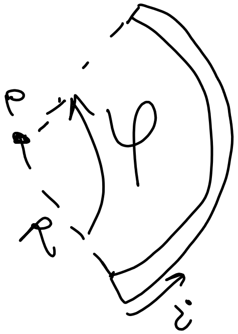


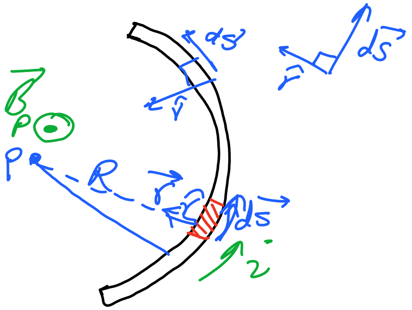
$$\boxed{B_p = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}}$$

خلاصه :

سیم نامتناهی

2

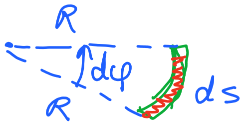




شل !

$$dB_p = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\,\frac{ds\,\sin\theta}{r^2}$$

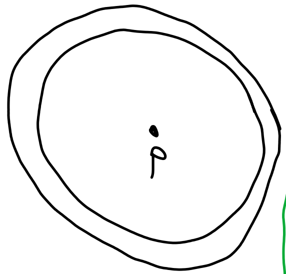
$$dB_p = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\,\frac{ds\,\sin(\pi/2)}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\,\frac{ds}{R^2}$$



$$ds = R\,d\varphi$$

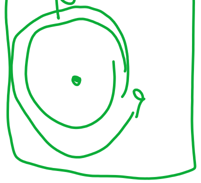
$$B_p = \int dB_p = \frac{\mu_0 i}{4\pi R^2}\int R\,d\varphi = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\int_0^{\varphi} d\varphi$$

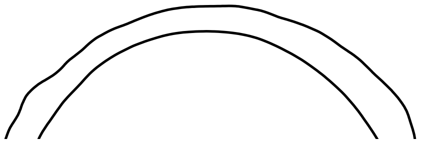
$$\Rightarrow \boxed{B_p = \frac{\mu_0 i\,\varphi}{4\pi R}}$$



$$B_p = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

$$E_p = 0$$

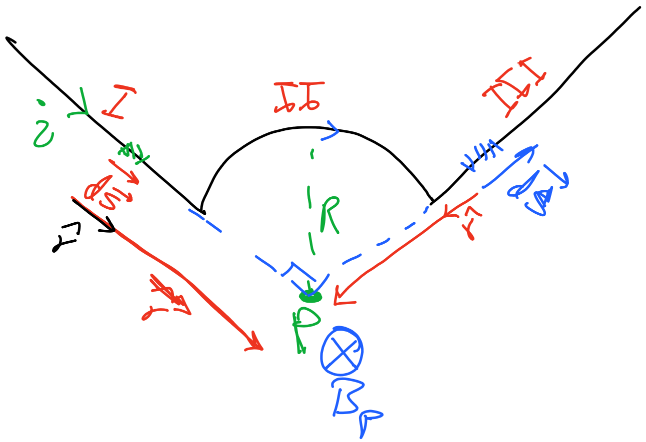




$$B_o = \frac{\mu_0 i\,\pi}{\ } = \mu_0 i$$

$P \quad R \qquad 4\pi R \qquad 4R$

تمرین !



I : $\vec{ds}, \hat{r}$ $\quad \theta = 0$

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{ds\sin(\theta)}{r^2} = 0$$

$$\Rightarrow B_{Ip} = 0$$

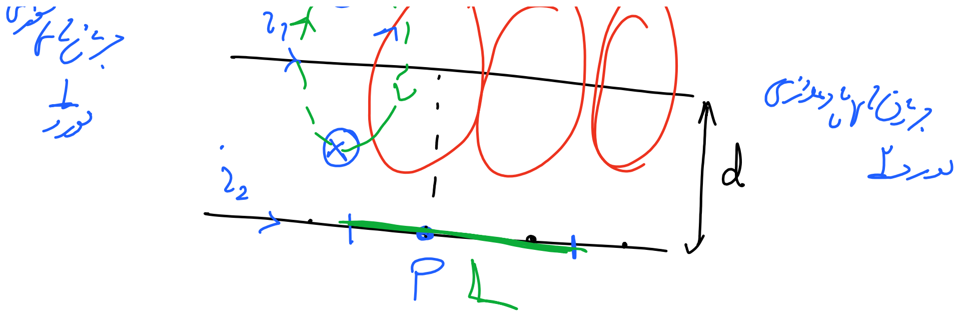
III : $\vec{ds}, \hat{r}$ $\quad \theta = \pi$

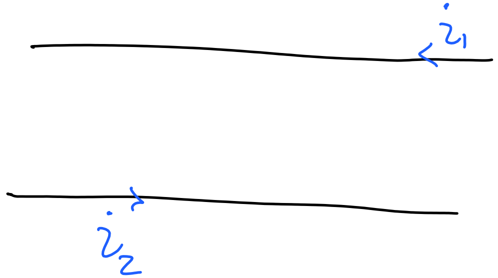
$$\Rightarrow B_{IIIp} = 0$$

$$B_{II} = \frac{\mu_0 i}{8R}$$

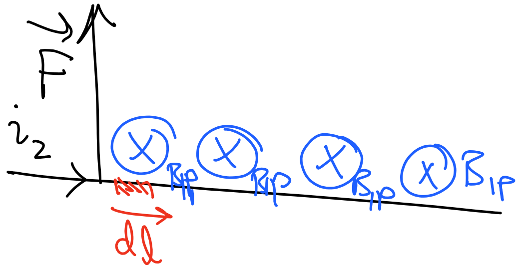
$$B_{\text{کل}\,p} = \cancel{B_I}^{0} + B_{II} + \cancel{B_{III}}^{0} = \frac{\mu_0 i}{8R}$$

مثال ۱ : نیروی بین دو سیم حامل جریان





$$B_{1P} = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d}$$



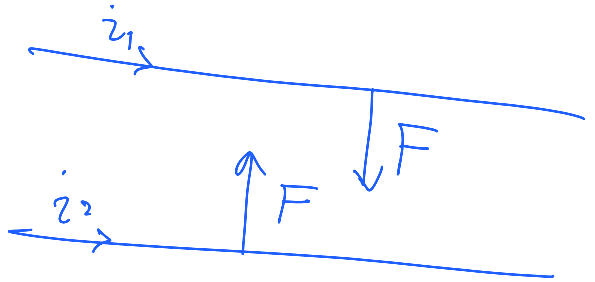
$$\vec{F} = \int i_2 \, d\vec{l} \times \vec{B}_{1P}$$

$$F = \int i_2 \, dl \, B_{1P} \sin\theta$$

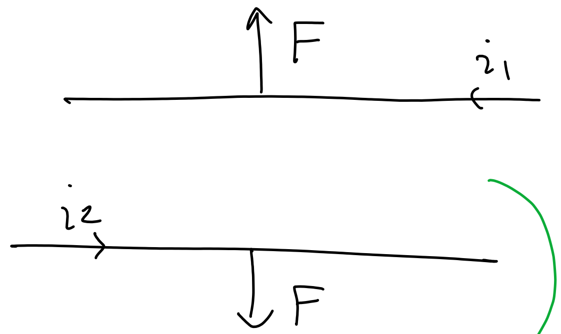
$$\vec{dl}, \ \vec{B}_{1P} \qquad \theta = \pi/2$$

$$\Rightarrow F = \int i_2 \, dl \, B_{1P} \sin(\pi/2) = \frac{i_2 i_1 \mu_0}{2\pi d} \int^{L} dl =$$

$$\Rightarrow \frac{F}{L} = \frac{\mu_0 i_2 i_1}{2\pi d}$$

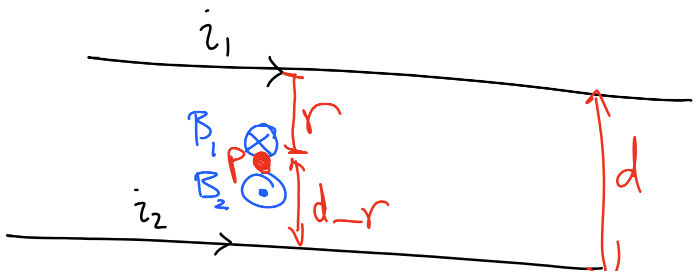


$\Rightarrow$ همدیگر را جذب کنند



همدیگر را دفع کنند.

خلاصه: سیم‌های حامل جریان‌های موازی همدیگر را جذب، در حالیکه سیم‌های حامل جریان‌های پادموازی همدیگر را دفع کنند.



$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r}$$

$$B_2 = \mu_0 i_2$$

$$2\pi(d-r)$$

$$B_p = B_2 - B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{i_2}{d-r} - \frac{i_1}{r}\right)$$

Session 20

Saturday, June 12, 2021 8:15 AM

$[dA] = L^2$

$[ds] = L$

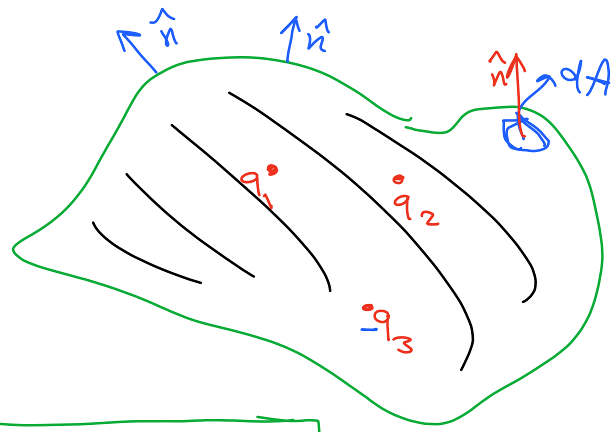
$[i] = A$

$[q] = AT$

قانون آمپر

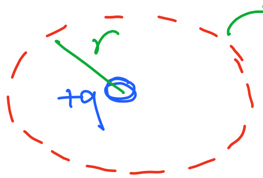
قانون آمپر $\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum_a i_a$

قانون گاوس $\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,dA = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0}\sum_a q_a$



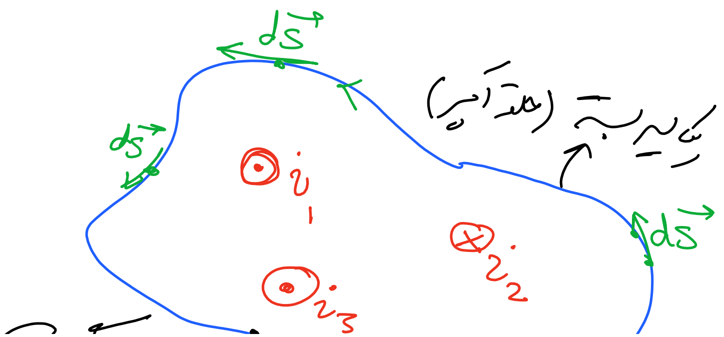
$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,dA = \frac{1}{\epsilon_0}(q_1+q_2+q_3)$$

سطح گاوسی کروی

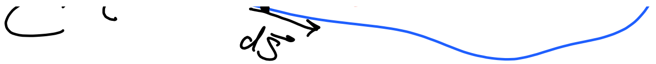


$$\oint \vec{E}\cdot\hat{n}\,dA = \frac{1}{\epsilon_0} q$$

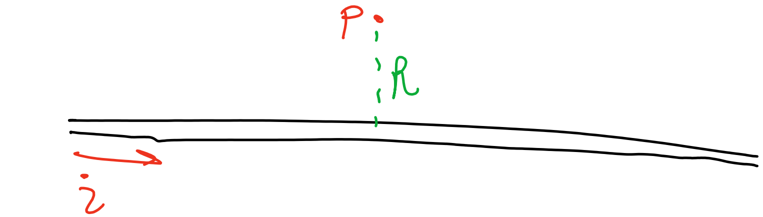
$$E\,4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} q \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



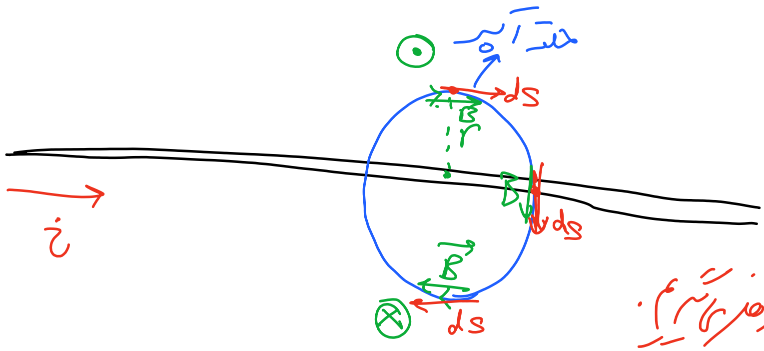
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 (i_1 + i_3 - i_2)$$



مثال!



$$B_P = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$



$$\oint \vec{B}\cdot\vec{ds} = \mu_0 i$$

برای سادگی بهتر است جهت بردار $\vec{ds}$ را در جهت میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در نظر بگیریم.

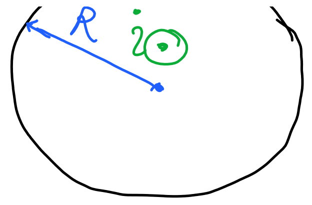
$$\oint \vec{B}\cdot\vec{ds} = \oint B\,ds\cos(0) = \mu_0 i$$

$$\Rightarrow B \underbrace{\cancel{\oint ds}}_{2\pi r} = \mu_0 i \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

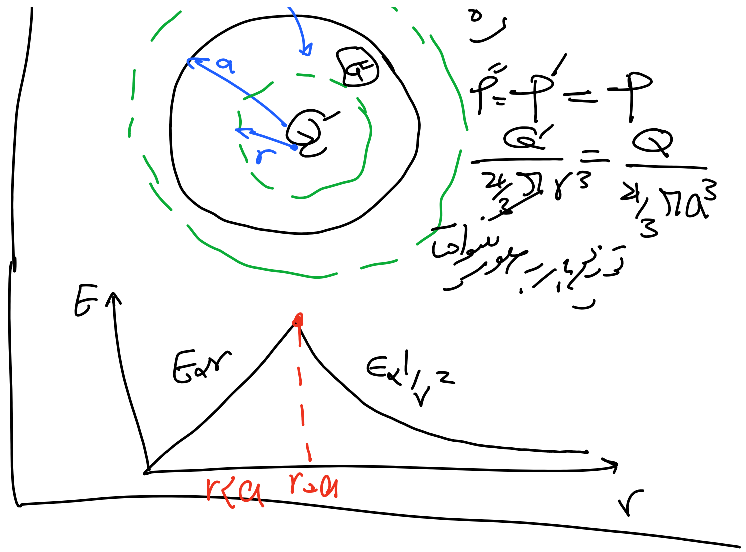
مثال! میدان مغناطیسی داخل و خارج سیمی به شعاع R را که از آن جریان i عبور میکند را بدست آورید.

بردار چگالی جریان

$\vec{J}$



جریان به طور یکنواخت در داخل سیم عبور می‌کند



$\rho = \rho' = \rho$

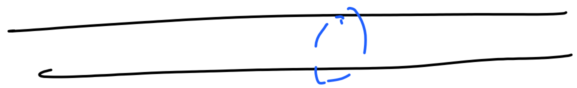
$\frac{Q'}{\frac{4}{3}\pi r^3} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}$

توزیع بار به طور یکنواخت

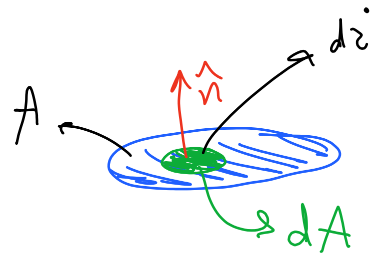
$$[J] = A L^{-2}$$

$\downarrow$ i $\quad$ $\downarrow$ A^{-1}

چگالی جریان: میزان جریانی که در واحد سطح (سطح مقطع) سیم عبور می‌کند



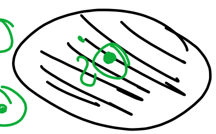
چگالی جریان



$$i = \int \vec{J}\cdot d\vec{A} = \int \vec{J}\cdot\hat{n}\, dA \Leftarrow di = \vec{J}\cdot d\vec{A}$$

$\vec{J}$, $\hat{n}$

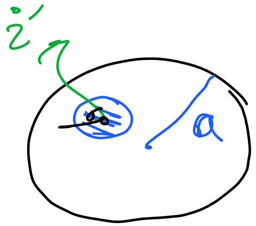
برای سادگی θ را صفر فرض می‌کنیم



$$\Rightarrow \boxed{i = \int J\cos(0)\, dA = \int J\, dA}$$

میدان داخل و خارج یک سیم حامل جریان

مورد (الف) چگالی یکنواخت

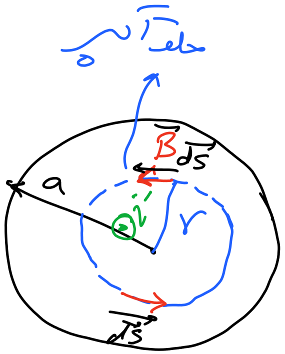


$$J = \frac{i}{\pi a^2}$$

$$J' = \frac{i'}{\pi r^2}$$

چگالی یکنواخت $\Rightarrow J = J'$

$$\Rightarrow \frac{i}{\pi a^2} = \frac{i'}{\pi r^2} \Rightarrow i' = i\left(\frac{r}{a}\right)^2$$



$$\Rightarrow J' = J$$

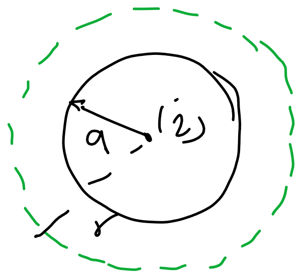
$$\Rightarrow \frac{i'}{\pi r^2} = \frac{i}{\pi a^2} \Rightarrow i' = i\left(\frac{r}{a}\right)^2$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum_a i_a$$

$$\Rightarrow \oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 i' = \mu_0 i\left(\frac{r}{a}\right)^2$$

$$B_{in} \oint ds = \mu_0 i \left(\frac{r}{a}\right)^2 \Rightarrow B_{in}(2\pi r) = \mu_0 i \left(\frac{r}{a}\right)^2$$

$$\Rightarrow B_{in} = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi a^2}\right) r$$

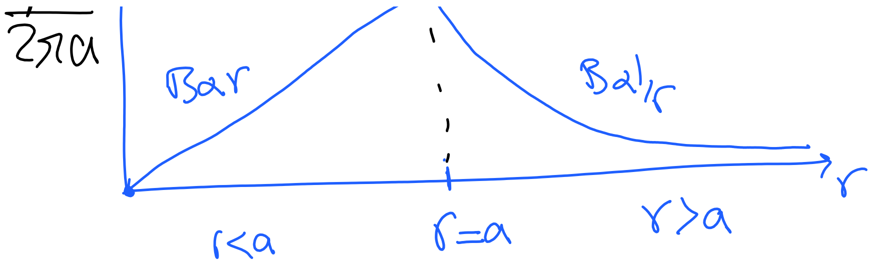


$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i$$

$$\Rightarrow B_{out} 2\pi r = \mu_0 i \Rightarrow B_{out} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

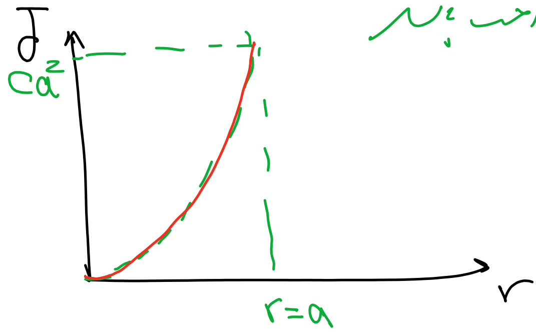
$$[B] \propto \frac{1}{L}$$

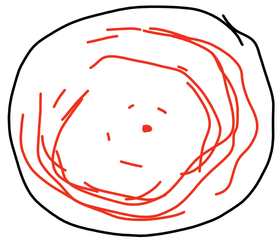
$$B = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 i}{2\pi a^2} r & r < a \\[2ex] \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r} & r > a \end{cases}$$

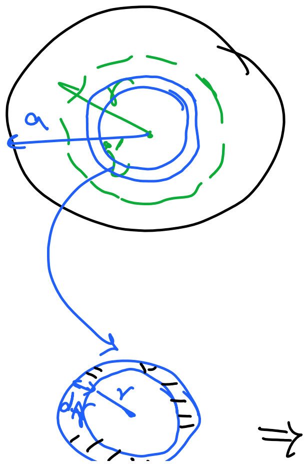


ب) زمانی که چگالی جریان یکنواخت نباشد

$$J = cr^2$$

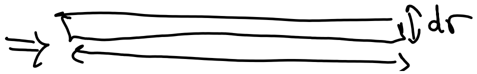






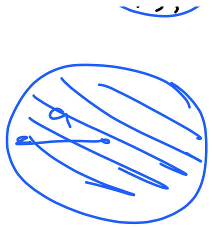
$$i' = \int J\,dA = \int cr^2\,dA = \int_0^r cr^2(2\pi r)\,dr$$

$$\Rightarrow i' = \frac{2\pi c}{4}\left(r^4\right)$$



$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0\, i' = \underline{\pi c}\, r^4$$

$2\pi r$ $\qquad$ 2



$$\Rightarrow B\,2\pi r = \frac{\pi C}{2} r^4$$

$$\Rightarrow B_{in} = \frac{C}{4} r^3$$

$$\boxed{[C] = L^{-4}}$$

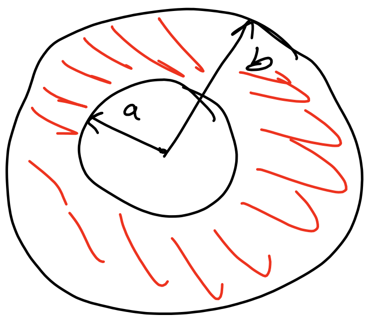
$[B]\propto 1/_L$ $\qquad$ $[B]\propto L^{-1}$ $\quad$ $[C]\propto \frac{1}{L^4}$

تمرین: مقدار C را بیابید اگر جریان عبوری از سیم i باشد (شعاع سیم a)

$$i = \int J\,dA = \int_0^a Cr^2(2\pi r)\,dr$$

$$i = 2\pi C\int_0^a r^3\,dr = \frac{2\pi C a^4}{4} \Rightarrow \frac{i}{2\pi a^4} = C \qquad [C]\propto L^{-4}$$

تمرین: سیمی به شعاع داخلی a و شعاع بیرونی b را در نظر بگیرید



الف) اگر جریان i به صورت یکنواخت از سیم عبور کند

درابتدا صورت میدان را در نواحی زیر بیابید

$r < a$

$a < r < b$

$r > b$

ب) اگر از این سیم جریانی با چگالی $J = cr$ عبور کند در این صورت

الف) مقدار c چقدر است اگر جریان عبوری کل ۲ باشد؟

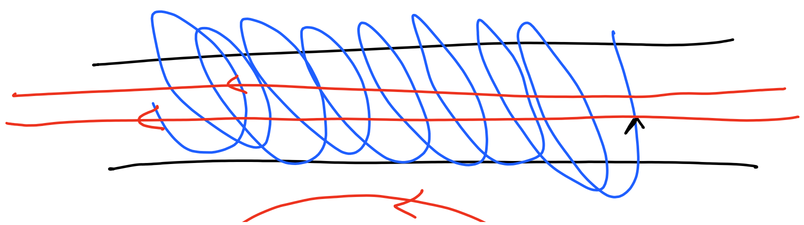
ب) میدان مغناطیسی در نواحی زیر را حساب نمایید؟

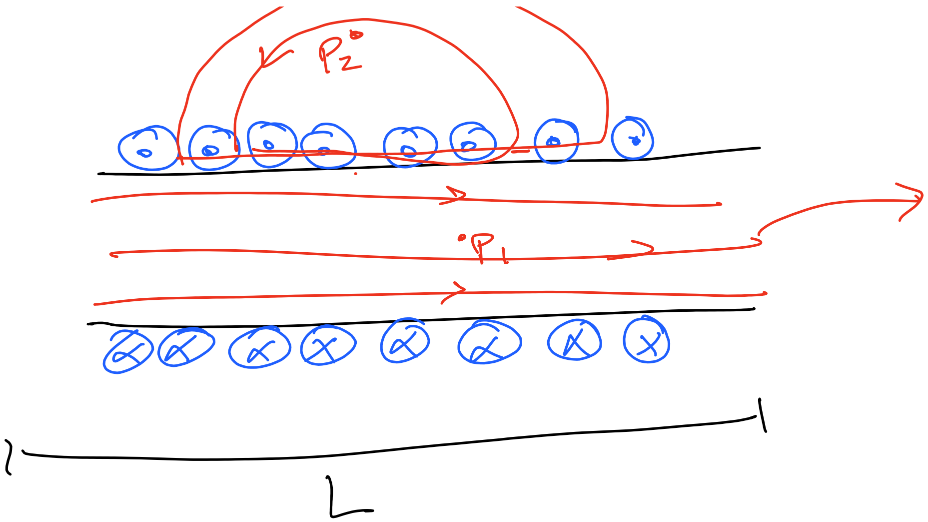
$r < a$

$a < r < b$

$r > b$

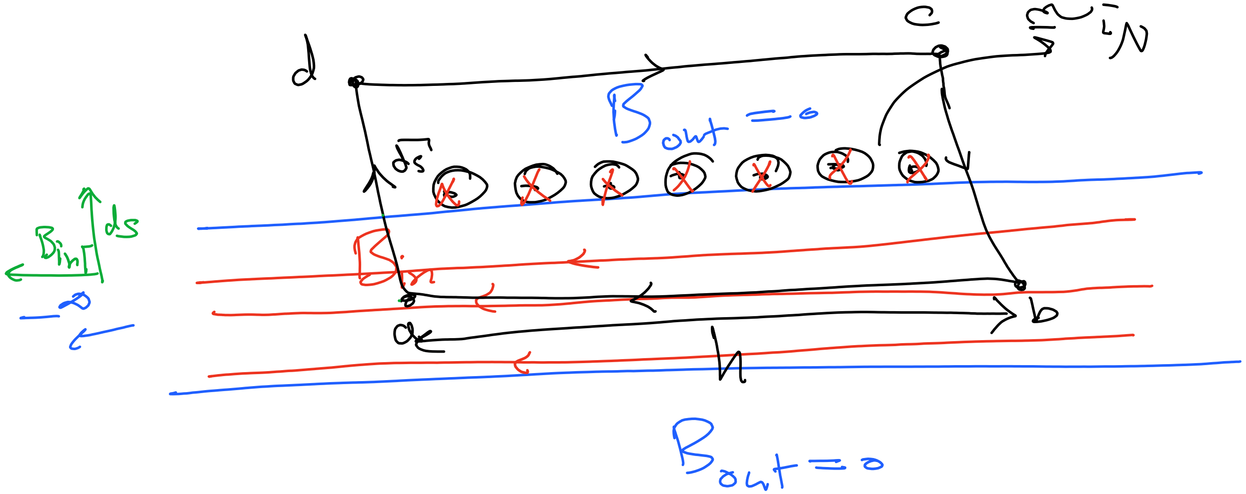
مثال: سیملوله





$P_1 \Rightarrow$ میدان یکنواخت است

$P_2 \Rightarrow$ میدان نا یکنواخت است



یک سیملوله با طول نامتناهی

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int_a^d \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_d^c \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_c^b \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_b^a \vec{B}\cdot d\vec{s}$$

$$\cos(\pi/2) \qquad \cos(\pi/2)$$

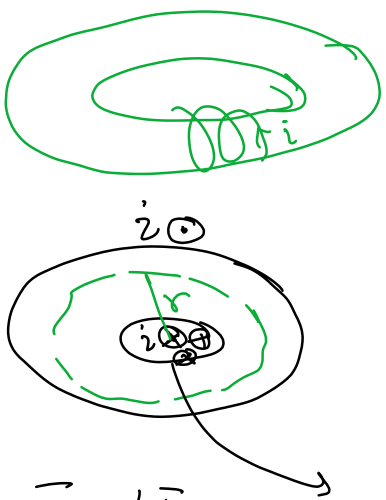
$$= 0 + 0 + 0 + B\underbrace{(a-b)}_{h}$$

$$\Rightarrow Bh = \mu_0 N i = \mu_0 n h i$$

چگالی تعداد

$$\boxed{n = \frac{N}{h}} \Rightarrow B_{in} = \mu_0 n i$$

شکل از بالای چنبره

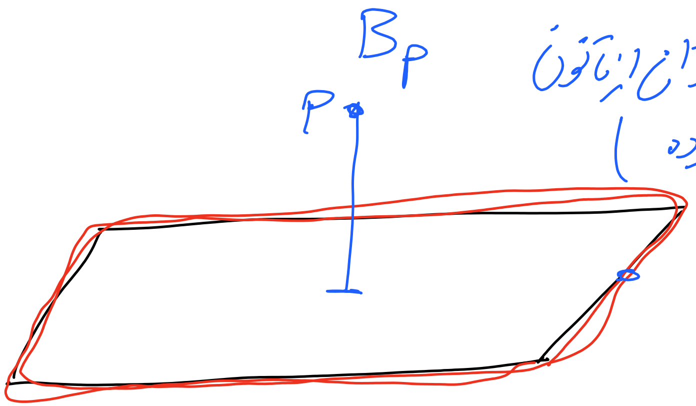


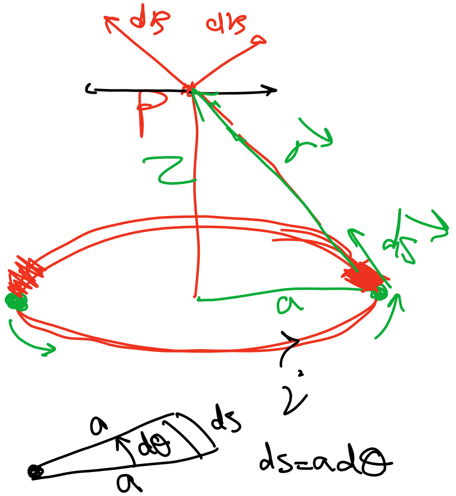
$$B(2\pi r) = \mu_0 (N i)$$

$$\Rightarrow B_{in} = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r}$$

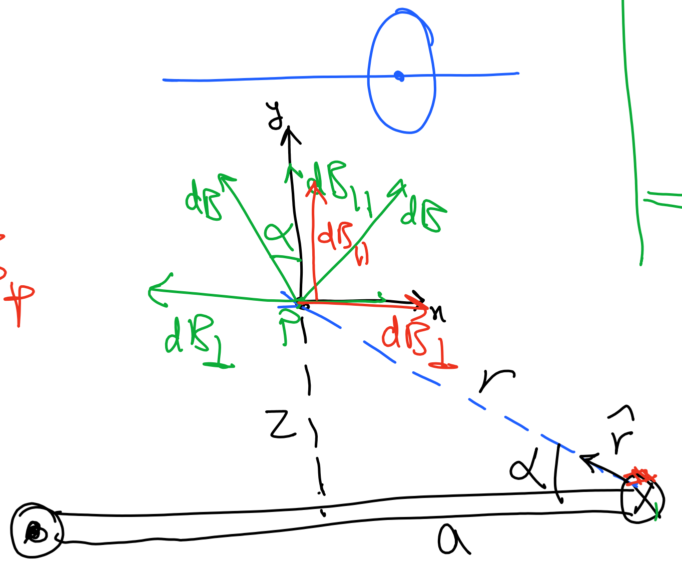
میدان مغناطیسی یک دوقطبی

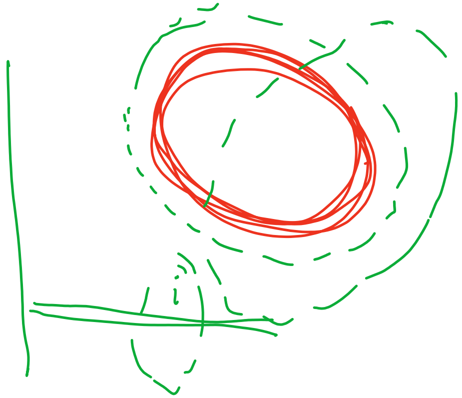
(به علت عدم تقارن کافی نمی‌توان از قانون آمپر استفاده کرد)





B_p

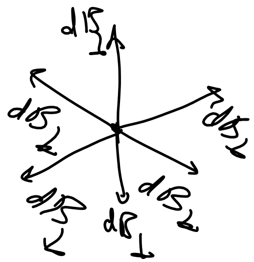




ds ⊗

r

$\vec{ds}, \hat{r} \Rightarrow \theta = \pi/2$



$$\boxed{B_\perp = 0}$$

$$B_{||} = 2\int dB_{||} = 2\int dB\cos\alpha$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\,ds \sin(\cancel{\theta}^{\,\pi/2})}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\,ds}{r^2}$$

$$r = \sqrt{a^2 + z^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{r}$$

$$B_{\parallel} = \frac{i\,2\mu_0}{4\pi} \int \frac{ds}{r^2} \frac{a}{r} = \frac{i}{2\pi} \frac{\mu_0 a}{(a^2+z^2)^{3/2}} \int_0^{\pi} a\,d\theta$$

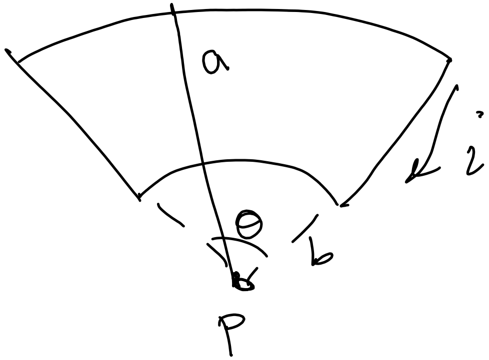
$$\Rightarrow B_{\parallel} = \frac{\mu_0 i a^2}{2(a^2+z^2)^{3/2}}$$

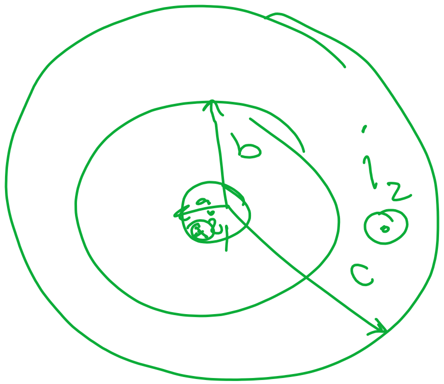
دوبرابر میشه

در فاصله z بسیار دور $z \gg a$

$$B_{\parallel} \sim \frac{N \mu_0 i a^2 (\pi)}{2(\pi) r^3} = \frac{\mu \mu_0}{2\pi r^3}$$

تمرین : میدان در نقطه P





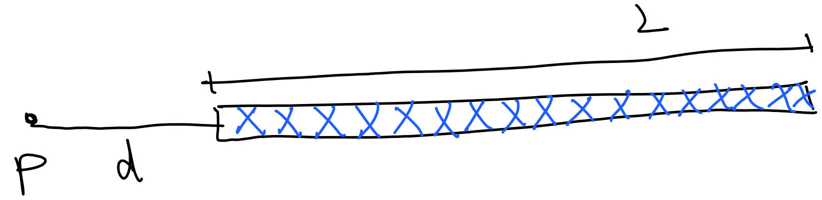
اگر جریان داخلی i_1 باشد درون صفحه و i_2 به جهت بیرون صفحه باشد در این صورت میدان مغناطیسی را در نواحی مختلف بدست آورید؟

$r < a$ ← چگالی یکنواخت است →

$a < r < b$

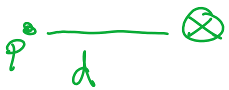
$b < r < c$

شماره تمرین های آخر فصل ← ۶۲ _ ۷۳ _ ۴۱ _ ۲۸ _ ۲۳ _ ۲۱ _ ۱۳ _ ۸



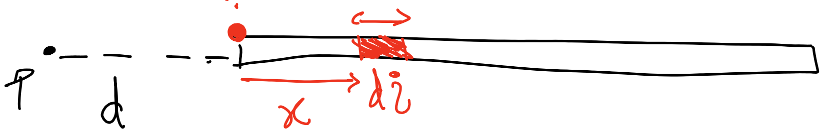
مثال: یک قطعه سیم را به صورت افقی کنار هم قرار داده ایم تا به تقریب یک صفحه را بسازد. در این صورت میدان مغناطیسی را در نقطه ی P محاسبه نمایید؟

برای یک سیم طولانی نامتناهی می دانیم که



$$B_P = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}$$

اکنون اگر ریز سیمی یک المان انتخاب کنیم در این صورت داریم



$$dB = \frac{\mu_0 \, di}{2\pi(x+d)}$$

حال برای بدست آوردن میدان کل، کافی است که روی تمام میدان های المانی انتگرال گیری کنیم در این صورت داریم:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{2\pi} \int \frac{di}{(x+d)} \qquad (*)$$

حال می دانیم که جریان کل i از طول کل میله یعنی L عبور کرده است بنابراین جریان di که از طول dx عبور کرده است با نسبت زیر داده خواهد شد

$$\frac{i}{L} = \frac{di}{dx} \Longrightarrow di = \frac{i}{L} dx$$

حال با قرار دادن رابطه بالا در رابطه میدان $(*)$ به رابطه زیر خواهیم رسید:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int^{L} \frac{dx}{(x+d)} = \frac{\mu_0 i}{\;} \ln\left(\frac{L+d}{\;}\right)$$

291

چون توزیع جایزه از ۵ تا L بوده است
گرد کنید به تعدادی که صفر را در نظر گرفته ام

موفق باشید