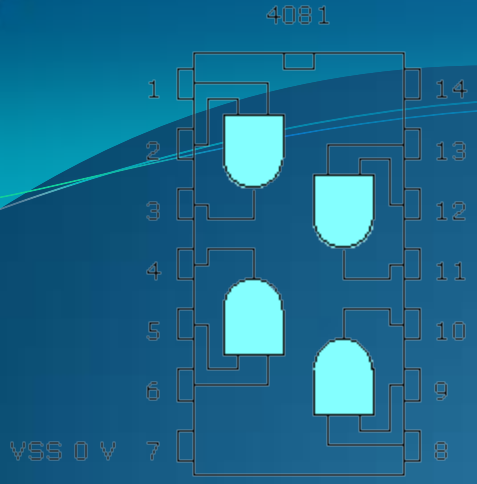
مدار منطقی

فرهادی



– رئوس مطالب

- اهداف درس
- نحوه ارزیابی و مراجع
- سرفصل درس مدار منطقی
- سیستم های آنالوگ و دیجیتال
- سیستم‌های دودویی

– مدار منطقی(Digital Design)

- **هدف درس: دانشجویان با گذراندن این درس دیدگاه وسیعی نسبت به جنبه های سخت افزاری مهندسی کامپیوتر پیدا می‌کنند. دانش فنی و مهارتهای کسب شده در این درس بعداً در دروس پیشرفته کامپیوتر بکار می آید.**

جایگاه درس:

- مدار منطقی
- معماری کامپیوتر
- طراحی کامپیوتری سیستم های دیجیتال
- ریزپردازنده و زبان ماشین
- الکترونیک دیجیتال
- مدار منطقی پیشرفته
- طراحی مدارهای واسط

– زمان بندی

- طول ترم: ۱۶ هفته
- تعطیلات: ۱ جلسه
- تعداد جلسات: ۲۳ جلسه

– نحوه ارتباط

- سایت دانشگاه: www.shahroodut.ac.ir

email: mfarhadi@shahroodut.ac.ir

– نحوه ارزیابی

تمرین:	۲۰٪ (دوره ای) زمان دوشنبه ۱۲-۱۳
کوئیز:	۵٪ (نامشخص)
میانترم:	۳۵٪ (۱۴۰۲/۲/۱۲)
پایانترم:	۴۵٪ تقویم آموزشی
پروژه:	۱۵٪

نمره تشویقی در صورت کسب حداقل ۴۰٪ از مجموع نمرات میان ترم و پایان ترم لحاظ خواهد گردید.

فهرست مطالب

- سیستم دودویی و روش های کدگذاری (BCD، گری، همینگ، افزونی سه و ...)
- جبر بول و گیت های منطقی And, Or , Nor , Nand و ...
- ساده سازی سطح گیت
  - جدول کارنا
  - کویین مک کلاسکی
- مدارهای ترکیبی (Combinational)
  - جمع کننده، ضرب کننده، تفریق گر، مقایسه گر
  - Multiplexer، De-multiplexer
  - انکدر، دیکدر
  - PAL، PLA، PROM
- مدارهای ترتیبی (Sequential)
  - همزمان(Synchronous)
    - فلیپ فلاپ
    - رجیستر
    - حافظه
    - شمارنده
    - مدل مور و میلی
  - غیر همزمان(Asynchronous)

مراجع

- کتاب

Digital Design ویرایش سوم

نویسنده: موریس مانو

انتشارات: خراسان

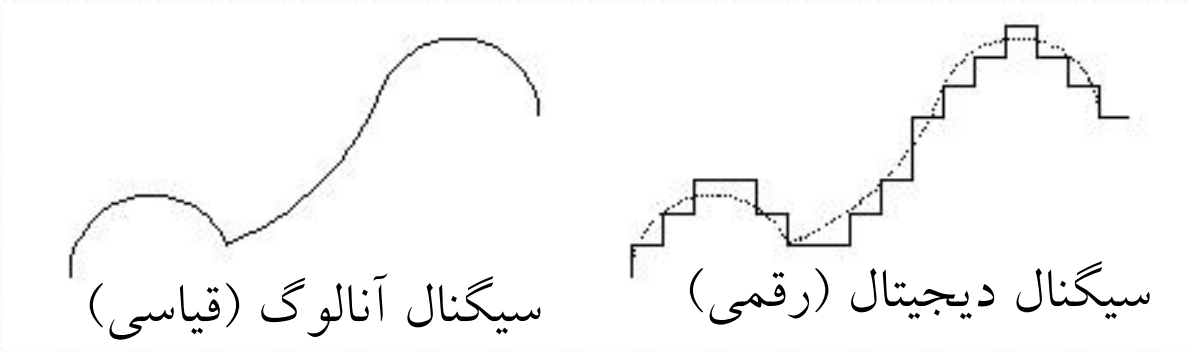
فصل اول:

ورود به سیستم دیجیتال

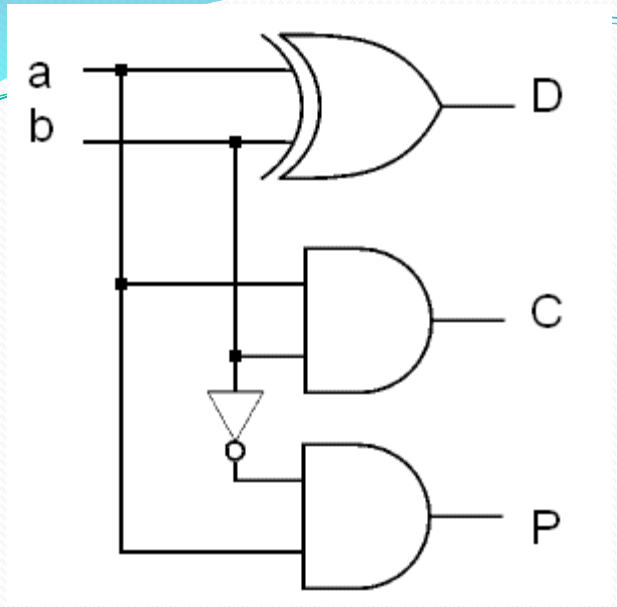
– دیجیتال در مقابل آنالوگ

- یک سیستم **آنالوگ** دارای مجموعه **پیوسته** از مقادیر است.
  - دماسنج جیوه ای (دمای هوا در حوزه ای از مقادیر پیوسته تغییر می کند)
  - چشم انسان

- یک سیستم **دیجیتالی** یک مجموعه متناهی ناپیوسته از مقادیر دارد.
  - دماسنج دیجیتالی
  - دوربین دیجیتالی



ویژگی سیستم های دیجیتال



- ✓ مدارهای ارزان
- ✓ تنظیم و کالیبراسیون آسان
- ✓ نویز کمتر

مقاوم در برابر نویز (Robust)

توسعه سیستم های دیجیتالی

مثال : کامپیوتر، دوربین دیجیتال، موبایل، ...

سیستم ده دهی اعداد (Decimal):

- آشنایی پیچیدگی را پنهان می‌کند؟
- ده رقم 0..9
- موقعیت، وزن تعیین می‌کند:

$$\ldots \quad 10^4 \quad 10^3 \quad 10^2 \quad 10^1 \quad 10^0$$

$$\qquad\qquad\qquad\quad 1 \quad\quad 7 \quad\quad 3$$

$$= 1 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 3 \times 10^0$$

$$= 100 + 70 + 3$$

$$= 173$$

سیستم دودویی اعداد(binary):

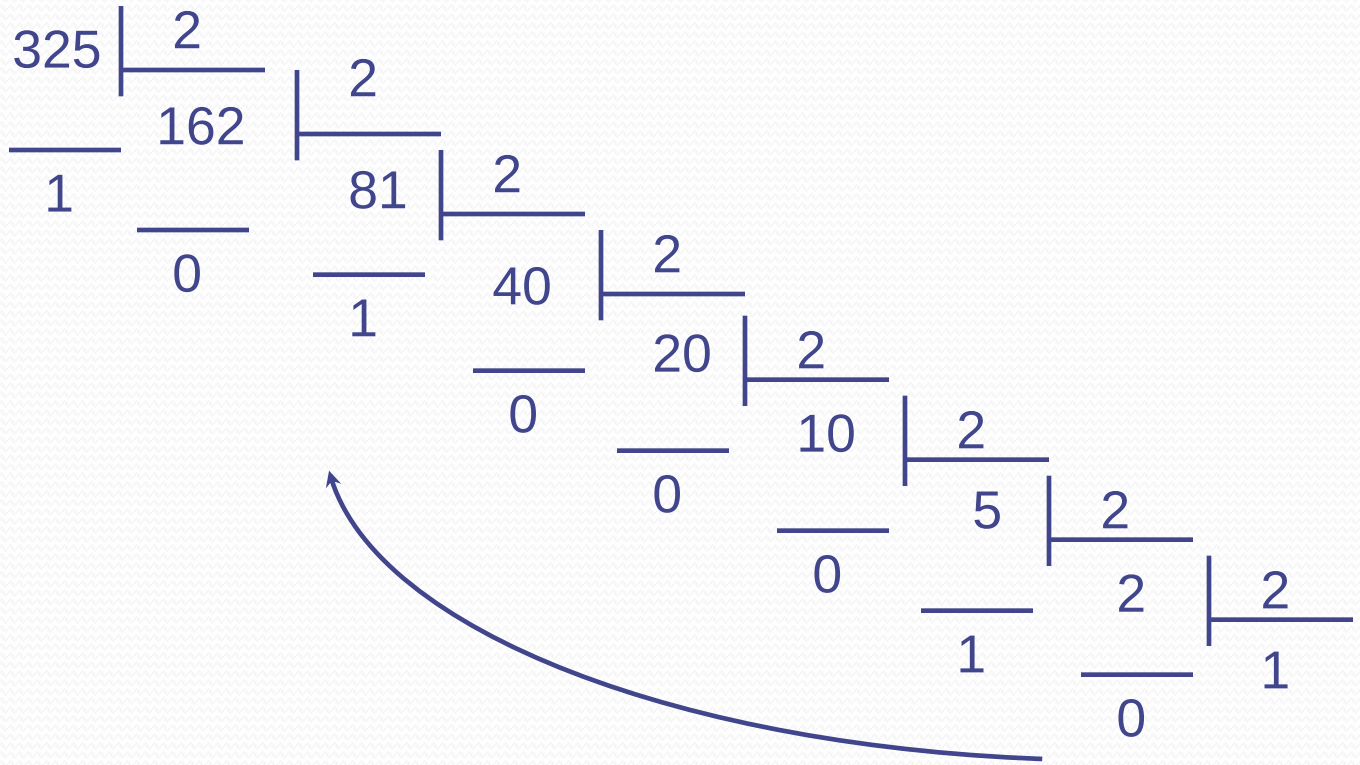
- آسان برای کامپیوتر ها، ناملموس برای ما.
- از ارقام دودویی((binary digits (bits))، به جای ارقام ده دهی استفاده می‌کند.
- n بیت داده شده می‌تواند نشانگر 2^n عدد باشد.
- در این سیستم نیز موقعیت، وزن را تعیین می‌کند.

Dec	2^3	2^2	2^1	2^0	Binary
0				0	0
1				1	1
2			1	0	10
3			1	1	11
4		1	0	0	100
5		1	0	1	101
6		1	1	0	110
7		1	1	1	111
8	1	0	0	0	1000

تبدیل از مبنای ده به مبنای دو

روش اول : تقسیمات متوالی

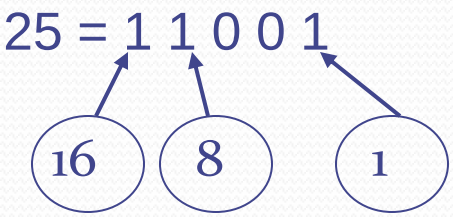
$(325)_{10} \rightarrow (101000101)_2$



روش دوم : کاهش متوالي توان هاي دو

توان های دو :

1 → 2 → 4 → 8 → 16 → 32 → 64 → 128 → 256 → 512 → 1024 → …



تبدیل از مبنای دو به مبنای ده

$$(1\,0\,1\,1\,1\,0)_2 = 0 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 4 + 1 \times 8 + 0 \times 16 + 1 \times 32 = (46)_{10}$$

$$2^5\ 2^4\ 2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$$

اعداد اعشاري

25.43 → 11001.01101 …

0.43 * 2 = 0.86
0.86 * 2 = 1.72
0.72 * 2 = 1.44
0.44 * 2 = 0.88
0.88 * 2 = 1.76
…

اعداد بدون علامت در قالب n بیتی:

- حداقل: 0
- حداکثر: $2^n - 1$

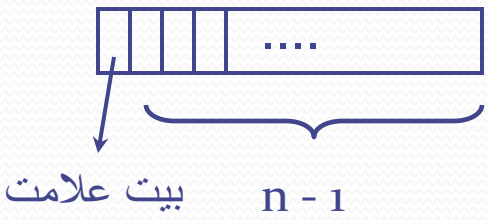
$$2^0 + 2^1 + \ldots + 2^a = 2^{(a+1)} - 1$$

اعداد علامت دار

۱- سیستم علامت مقدار

۰ : +

۱ : –



2 - سیستم متمم دو

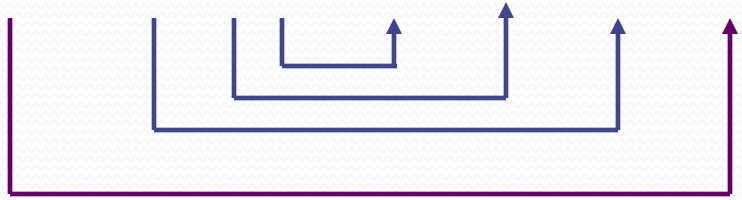
$$258 - 194 = 258 + (999 - 194) + 1 - 1000 =$$

$$A - B = A + \overline{B} + 1$$

متمم دو

در روش متمم دو :

$$1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1 = +2^0 + 2^1 + 2^3 - 2^6 = -53$$



تمرین : یک عدد منفی پیدا کنید، که روش نمایش آن در سیستم متمم n بیتی عینا مشابه نمایش آن در سیستم دو و قالب
علامت مقدار و قالب n بیتی باشد.

تمرین : سیستمی برای ارائه اعداد اعشاری منفی نشان دهید که به کمک آن بتوان جمع و تفریق را انجام داد و درگیر قرض نشد.

روش های ممکن جهت نمایش اعداد علامت دار:

سیستم علامت مقدار	سیستم متمم یک	سیستم متمم دو
000 = +0	000 = +0	000 = +0
001 = +1	001 = +1	001 = +1
010 = +2	010 = +2	010 = +2
011 = +3	011 = +3	011 = +3
100 = -0	100 = -3	100 = -4
101 = -1	101 = -2	101 = -3
110 = -2	110 = -1	110 = -2
111 = -3	111 = -0	111 = -1

Complements

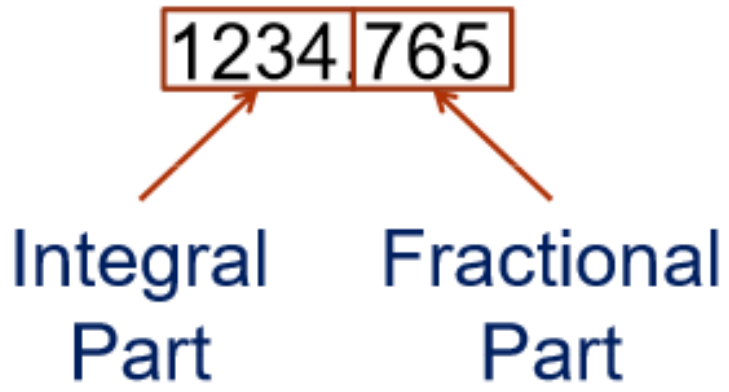
(r-1)'s complements

r is the base of our number system.

X is a number in base r that has n digits in its integral part and a fractional part with m digits.

The (r-1)'s complement of X is defined as $r^n - r^{-m} - X$

Example 1: Decimal numbers



Decimal Number:
9's (r-1's) complement
$= 10^4 - 10^{-3} - 1234.765$
$= 10000 - 0.001 - 1234.765$
$= 8765.234$

Complements

(r-1)'s complements

Example : Binary numbers

- The 1's complement of $(101100)_2$ is
  $(2^6 - 2^0)_{10} - (101100)_2 = (1000000 - 1 - 101100)_2$
  $= (111111 - 101100)_2 = (010011)_2$
- The 1's complement of $(0.0110)_2$ is
  $(2^0 - 2^{-4})_{10} - (0.0110)_2 = (1 - 0.0001 - 0.0110)_2$
  $= (0.1111 - 0.0110)_2 = (0.1001)_2$
- The 1's complement is formed by replacing 1's by 0's and 0's by 1's.

Complements

Conversions

- r's complement to (r-1)'s complement

r's complement – r^{-m}

- (r-1)'s complement to r's complement

(r-1)'s complement + r^{-m}

مکمل گیری

اعداد دهدهی ⟵ مکمل ۹ و مکمل ۱۰

اعداد باینری ⟵ مکمل ۱ و مکمل ۲

- مکمل ۹ عدد دهدهی **N** برابر است با: $(10^n\text{-}1) - N$
- مکمل ۱۰ عدد دهدهی **N** برابر است با: $10^n - N$
- مکمل ۱ عدد باینری **N** برابر است با: $(2^n\text{-}1) - N$
- مکمل ۲ عدد باینری **N** برابر است با: $2^n - N$

- **در کامپیوترهای دیجیتالی از تکنیک مکمل گیری برای انجام عمل تفریق استفاده می کنند.**
  - **برای پیدا کردن مکمل ۱ یک عدد باینری تمام 0 ها را به 1 و تمام 1 ها را به 0 تبدیل کنید.**
  - **برای پیدا کردن مکمل ۲ ، مکمل ۱ را با ۱ جمع کنید.**
    - **یک راه دیگر این است که اولین ۱ را از سمت راست پیدا کرده و تمام ارقام بعد از آن را معکوس کنید.**

مکمل

✓مکمل ۹ عدد ۱۲۳٤٥ : $(10^5 - 1) - 12345 = 87654$

✓مکمل ۹ عدد ۰۱۲۳٤٥ : $(10^6 - 1) - 012345 = 987654$

✓مکمل ۱۰ عدد ۷۳۹۸۲۱ : $10^6 - 739821 = 260179$

✓مکمل ۱۰ عدد ۲۵۰۰ : $10^4 - 2500 = 7500$

✓مکمل ۹ و ۱۰ عدد 00000000 را پیدا کنید:

جواب: 99999999 and 00000000

مکمل ۱ و مکمل ۲

- مکمل ۱ عدد 1101011 برابر است با 0010100
- مکمل ۲ عدد 0110111 برابر است با 1001001
- مکمل ۱ و ۲ عدد 10000000 را پیدا کنید:

جواب: 01111111 و 10000000

استفاده از مکمل گیری برای تفریق

- تفریق دو عدد n رقمی و بدون علامت (M-N) در مبنای r

- M را با مکمل r عدد N جمع کنید: $M + (r^n - N)$
- اگر M≥N نتیجه جمع دارای رقم نقلی خواهد بود که از آن صرفنظر می کنیم.
- اگر M≤N نتیجه جمع دارای رقم نقلی نخواهد بود و نتیجه منفی است. لذا عدد را دوباره به فرم ممکل دو تبدیل کنید تا متوجه شوید که نتیجه‌ی حاصل، منفی چه عددی است.

استفاده از مکمل گیری برای تفریق

✓ انجام تفریق 2100 – 150 با استفاده از مکمل ۱۰

$M =$ 150

مکمل ۱۰ $N =$ 7900

Sum = 8050

منفی ← رقم نقلی نداریم

جواب: – (مکمل ۱۰ عدد ۸۰۵۰) = – ۱۹۵۰

✓ انجام تفریق 3049 – 7188 با استفاده از مکمل 10

$M =$ 7188

10's complement of $N =$ + 6951

Sum = 14139

Discard end carry $10^4 =$ – 10000

Answer = 4139

استفاده از مکمل گیری برای تفریق

تفریق باینری هم به همین صورت انجام می گردد:

✓ **تفریق 1000011 – 1010100 را با استفاده از مکمل ۲ انجام دهید:**

A = 1010100

2's complement of B = + 0111101

Sum = 10010001

Discard end carry = – 10000000 ← end carry

Answer = 0010001

✓ **تفریق 1010100 – 1000011 را با استفاده از مکمل ۲ انجام دهید:**

جواب = – 0010001

استفاده از مکمل گیری برای تفریق

✓ تفریق 1000011 – 1010100 را با استفاده از مکمل ۱ انجام دهید:

$$
\begin{aligned}
A &= \quad 1010100 \\
1\text{'s complement of } B &= + \quad 0111100 \\
\text{Sum} &= \quad 10010000 \\
\text{End-around carry} &= + \quad 1 \\
\textit{Answer} &= \quad 0010001
\end{aligned}
$$

✓ تفریق 1010100 – 1000011 را با استفاده از مکمل ۱ انجام دهید:

جواب = 0010001-

خطاي سرريز (Over flow)

- در جمع اعداد بدون علامت، رخداد سرریز همان رقم نقلی است.
- در جمع و تفریق اعدا علامت دار، سرریز در دو هنگام ممکن است رخ دهد: جمع دو عد
  یا جمع دو عدد منفی.

تشخیص رخداد سرریز:

راه اول : اگر حاصلجمع دو عدد مثبت عددی منفی شود و یا جمع دو عدد منفی، عددی مث

راه دوم : در صورتی که دو رقم نقلی آخر نامساوی باشند.

جمع اعداد اعشاري :

25 . 50 → 0 0 1 1 0 0 1 . 1 0 0 0

\- 38 . 75 → 1 0 1 1 0 0 1 . 0 1 0 0

1 1 1 0 0 1 0 . 1 1 0 0

- 13 0.5 0.25

مبنای ۴، ۸، ۱۶

25 → $(1\,1\,0\,0\,1)_2$

0 1 1 0 0 1 → $(121)_4$

0 1 1 0 0 1 → $(31)_8$

0 0 0 1 1 0 0 1 → $(19)_{16}$

تبدیل از دهدهی به مبنای ۸

- عدد را بر ۸ تقسیم کنید. باقیمانده تقسیم کم ارزشترین بیت است.
- سپس خارج قسمت را بر ۸ تقسیم کنید. باقیمانده بیت کم ارزش بعدی است.
- این کار را تا وقتی که خارج قسمت از ۸ بزرگتر است ادامه دهید.

عدد ۱۱۲۲ را به مبنای ۸ ببرید:

$8\overline{)1122} = 140 + 0.25$ $R2$ ← LSB

$8\overline{)140} = 17 + 0.5$ $R4$

$8\overline{)17} = 2 + 0.125$ $R1$

$8\overline{)2} = 0 + 0.25$ $R2$ ← MSB

$$1122_{10} = 2142_{8}$$

تبدیل از دهدهی به مبنای ۸

✓ عدد $(0.3152)_{10}$ را به مبنای ۸ ببرید. (با چهار رقم دقت)

$0.3152 \times 8 = 2 + 0.5216 \quad a_{-1} = 2$

$0.5216 \times 8 = 4 + 0.1728 \quad a_{-2} = 4$

$0.1728 \times 8 = 1 + 0.3824 \quad a_{-3} = 1$

$0.3824 \times 8 = 3 + 0.0592 \quad a_{-4} = 3$

$$(0.3152)_{10} = (0.a_{-1}a_{-2}a_{-3}a_{-4})_2 = (0.2413)_8$$

$$(1122.3152)_{10} = (\quad ? \quad)_8$$

جدول تبدیل

Decimal	Hex	Binary	Octal
0	0	0000	00
1	1	0001	01
2	2	0010	02
3	3	0011	03
4	4	0100	04
5	5	0101	05
6	6	0110	06
7	7	0111	07
8	8	1000	10
9	9	1001	11
10	A	1010	12
11	B	1011	13
12	C	1100	14
13	D	1101	15
14	E	1110	16
15	F	1111	17

استفاده از جدول تبدیل

- **تبدیل از و به مبناهای ۲ و ۸ و ۱۶ در دنیای دیجیتال مهم هستند.**
- **چون $2^3=8$ و $2^4=16$ هر رقم در مبنای ۸ معادل سه بیت باینری و هر رقم مبنای ۱۶ معادل ۴ بیت باینری است.**

- ✓ $(010\ \ 111\ 100\ .\ 001\ 011\ 000)_2 = (274.130)_8$
- ✓ $(0110\ \ 1111\ 1101\ .\ 0001\ 0011\ 0100)_2 = (6FD.134)_{16}$

} from table

نمونه سئوالات آزمون های سراسری

- **مقدار اعداد نمایش داده شده در کدام مبنا با سایر موارد متفاوت است؟ (کارشناسی ارشد ۹۴)**

1. $(19.1)_{16}$
2. $(25.0625)_{10}$
3. $(31.01)_{8}$
4. $(11001.0001)_{2}$

نمونه سئوالات آزمون های سراسری

- **عدد 101.1111111 در سیستم مکمل ۲ به کدام مقدار دهدهی، نزدیکتر است؟ (دکتری ۹۶ – گرایش معماری)**

1. 0
2. -1
3. -2
4. -3

تمرین

- **سئوالات ۷ – ۸ – ۹ – ۱۲ و ۱۸ از فصل اول کتاب.**

– جلسه آینده

- روشهای کدگذاری اطلاعات
  - باینری
  - BCD
  - گری
  - ASCII
  - EX-3
  - Parity
  - همینگ