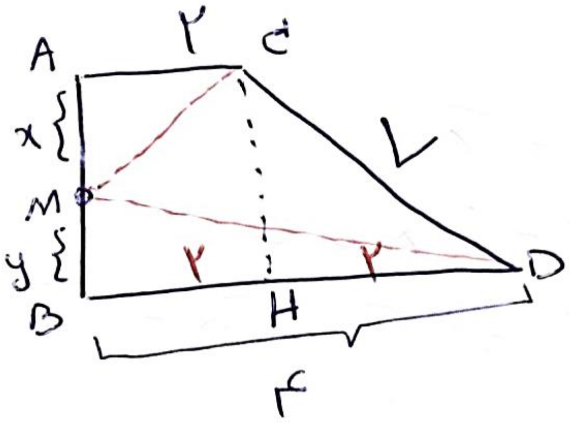
دانشگاه صنعتی شاهرود

درس ریاضی 1

مدرّس : دکترمغاری

در یک ذوزنقه قائم الزاویه اندازه ساق غیر قائم ۷ و اندازه ها ۲ و ۴ واحد است نقطه M بر روی ساق قائم متحرک است کمترین مجموع فاصله های M از دو رأس غیر قائم چقدر است؟



$$f = MC + MD$$

$$AB = CH = \sqrt{۴۹ - ۴} = \sqrt{۴۵}$$

$AM = x$ $\qquad$ $MB = y$

$$
\begin{cases}
f = MC + MD = \sqrt{x^2+4} + \sqrt{y^2+16} \\
\sqrt{45} = AB = AM + MB = x + y
\end{cases}
$$

پس $x + y = \sqrt{45}$

$$f = \sqrt{x^2+4} + \sqrt{(\sqrt{45}-x)^2+16}$$

$$f' = \frac{\cancel{۲}x}{\cancel{۲}\sqrt{x^۲+۴}} + \frac{-\cancel{۲}(\sqrt{۴۵}-x)}{\cancel{۲}\sqrt{(\sqrt{۴۵}-x)^۲+۱۶}} = ۰$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^۲+۴}} = \frac{\sqrt{۴۵}-x}{\sqrt{(\sqrt{۴۵}-x)^۲+۱۶}}$$

.....

$$x = \sqrt{۵}$$

$$y = \sqrt{۴۵} - x$$

$$y = ۳\sqrt{۵} - \sqrt{۵} = ۲\sqrt{۵}$$

$$\Longrightarrow f = \sqrt{(\sqrt{۵})^۲ + ۴} + \sqrt{(۲\sqrt{۵})^۲ + ۱۶} = ۳ + ۶ = ۹$$

– فاصله نقطه min نسبی منحنی $y=x^2e^{-x}$ از خط مجانب آن را بدست آورید.

$$\lim_{x\to\infty} y = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{e^x} \xrightarrow{H} \frac{2x}{e^x} = \frac{2}{e^x} = 0 \Rightarrow y=0$$

مجانب

$$y' = (2x)(e^{-x}) + (-e^{-x})(x^2) = (-x^2+2x)e^{-x}$$

$$y'=0 \longrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases} \qquad y'' = (x^2-4x+2)e^{-x}$$

$y''(0) > 0$ min نسبی $\qquad y''(2) < 0 \rightarrow$ max نسبی

$\min A \,|\, x=0$ $\longrightarrow$ [illegible] $\longrightarrow$ فاصله = ۰

معادله خط مماس بر نمودار $y=\int_x^0 \sqrt{1+t^2}\,dt$ در نقطه‌ای به طول $x=0$ بدست آورید.

$$x=0 \longrightarrow y=\int_0^0 \sqrt{1+t^2}\,dt=0 \qquad \boxed{A\left|\begin{matrix}0\\0\end{matrix}\right.}$$

شیب مماس $y'=(-1)\sqrt{1+x^2}=-1$

$$y-0=-1(x-0) \Longrightarrow y=-x$$

اکسترمم‌های تابع $y = e^{x^2} - 1$ در فاصله $[-2,1]$ بدست آورید.

$$y' = 2x\,e^{x^2} = 0 \longrightarrow x = 0$$

$$y = e^0 - 1 = 0$$

$$\Big|_0^0$$

$$f(-2) = e^4 - 1$$

$$f(1) = e - 1$$

$$\min(e^4 - 1, e-1, 0) = 0$$

$$\max(0, e^4 - 1, e - 1) = e^4 - 1$$

پس در نقطه $\Big|_{e^4-1}^{-2} \longleftarrow$ max مطلق

$\Big|_0^0 \longleftarrow$ min مطلق

موفق باشید