

# مکانیک سیالات ۲

دانشگاه صنعتی شاهروود  
دانشکده مهندسی مکانیک

بخش چهارم از مباحث فصل هفتم:  
جريان لایه مرزی - اثر گرadiان فشار، پدیده جدايش و ضریب درگ

کلاس درس دکتر نوروزی  
۹۹  
اردیبهشت



#### مقدمه

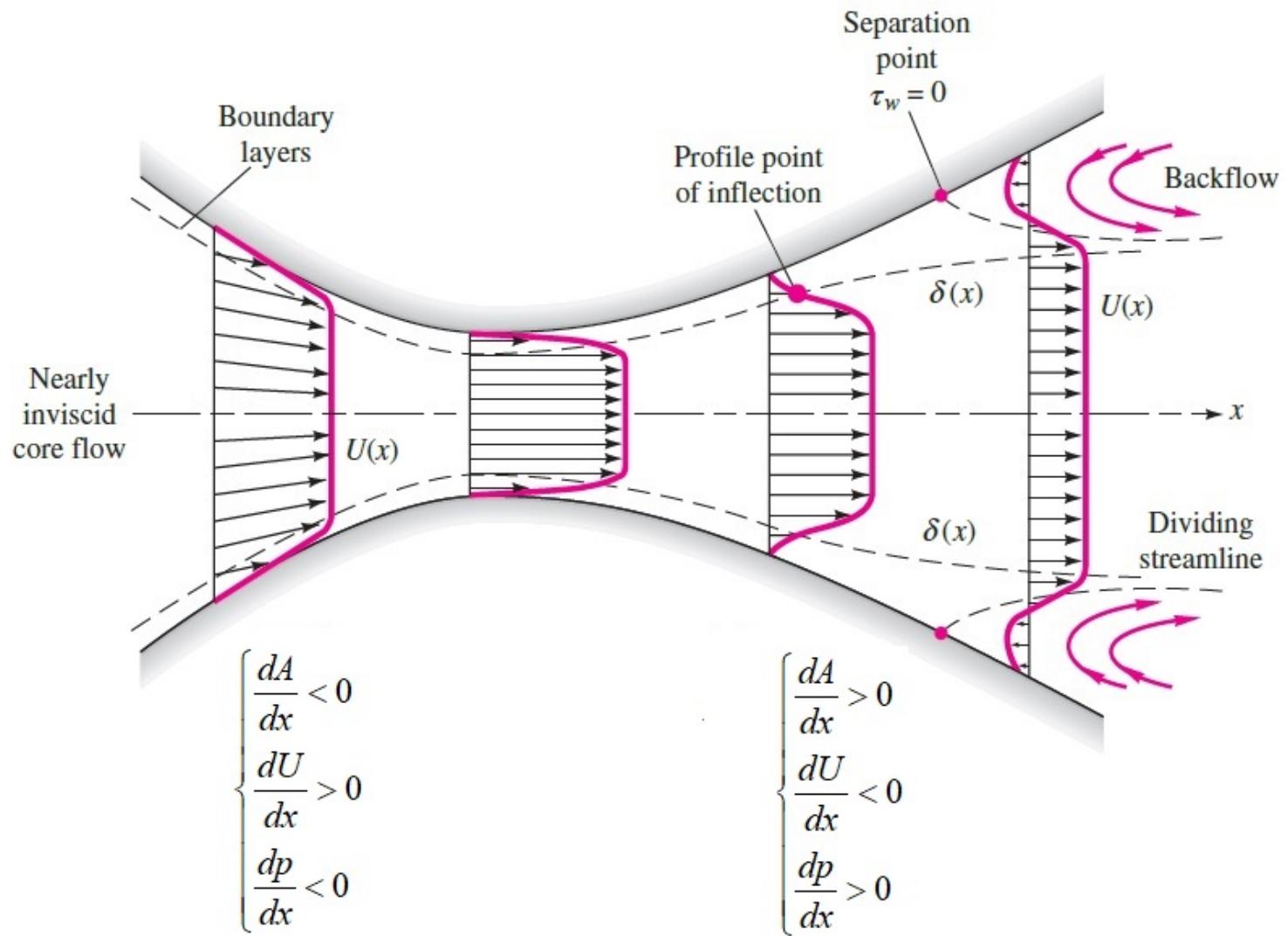
همانطور که پیشتر گفته شد، گرادیان فشار ( $dp/dx$ ) در مساله لایه مرزی ناشی از تغییرات سرعت در خارج لایه مرزی ( $dU/dx$ ) است. در این حالت برای گرادیان فشار داریم:

$$\frac{dp}{dx} = -\rho U \frac{dU}{dx} \quad (1)$$

همچنین با استفاده از آنالیز مرتبه بزرگی اثبات کردیم که معادلات لایه مرزی در صورت وجود گرادیان فشار به شکل زیر هستند:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U \frac{dU}{dx} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{cases} \quad (2)$$

در جریانهای داخلی بویژه در نازلها و دیفیوزرها به سادگی می‌توان گرادیان فشار در مساله لایه مرزی ایجاد کرد.



## پدیده جداش (Separation) (Separation)

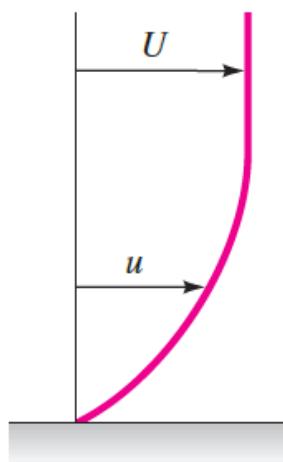
بخش مومنتوم معادله (۲) روی دیوار بصورت زیر خواهد بود:

$$U \frac{dU}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{wall} = 0 \rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{wall} = \frac{-1}{\nu} \left( U \frac{dU}{dx} \right) \quad or \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{wall} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (3)$$

بنابراین از رابطه (۳)، مقدار گرادیان فشار معرف میزان تحدب/تقریر پروفیل سرعت روی دیوار است. مطابق شکل، سه حالت برای جریان قابل وجود دارد:

- در حالت جریان بدون گرادیان فشار، نقطه عطف پروفیل سرعت روی دیواره واقع شده است. در این حالت مقدار مشتق دوم پروفیل سرعت در سایر نواحی جریان منفی است.
- در حالت گرادیان فشار منفی، پروفیل سرعت جریان فاقد نقطه عطف است و در همه جا حتی روی دیوار مقدار مشتق دوم پروفیل سرعت منفی است. در این جریان پدیده جداش اتفاق نمی افتد و این نوع جریان نسبتاً در برابر وقوع آشفتگی و ناپایداری مقاومتر است. به همین دلیل **گرادیان فشار منفی به گرادیان فشار مساعد** معروف است.
- در حالت **گرادیان فشار مثبت** (**گرادیان فشار نامساعد**)، مقدار مشتق دوم پروفیل سرعت روی دیوار و برخی نواحی نزدیک دیوار مثبت است. همچنین این پروفیل سرعت دارای **نقطه عطف** است و در نواحی دور از دیوار، تحدب پروفیل سرعت منفی خواهد شد. مطابق شکل، در صورتی که اندازه **گرادیان فشار نامساعد به حد کافی بزرگ** باشد، جریان برگشتی در مجاورت دیوار تشکیل می شود و لایه مرزی **دچار جداش** می شود. بایستی توجه داشت که وجود گرادیان فشار نامساعد تنها شرط لازم برای وقوع جداش است و در آستانه جداش میزان تنش برشی دیوار صفر است.

$$\frac{dp}{dx} < 0$$



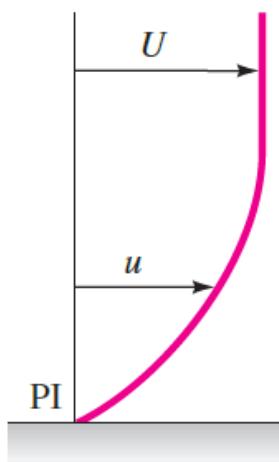
(a) Favorable gradient:

$$\frac{dU}{dx} > 0$$

$$\frac{dp}{dx} < 0$$

No separation,  
PI inside wall

$$\frac{dp}{dx} = 0$$



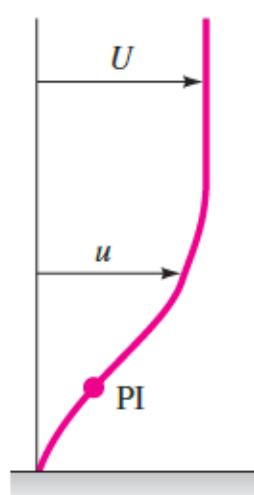
(b) Zero gradient:

$$\frac{dU}{dx} = 0$$

$$\frac{dp}{dx} = 0$$

No separation,  
PI at wall

$$\frac{dp}{dx} > 0$$

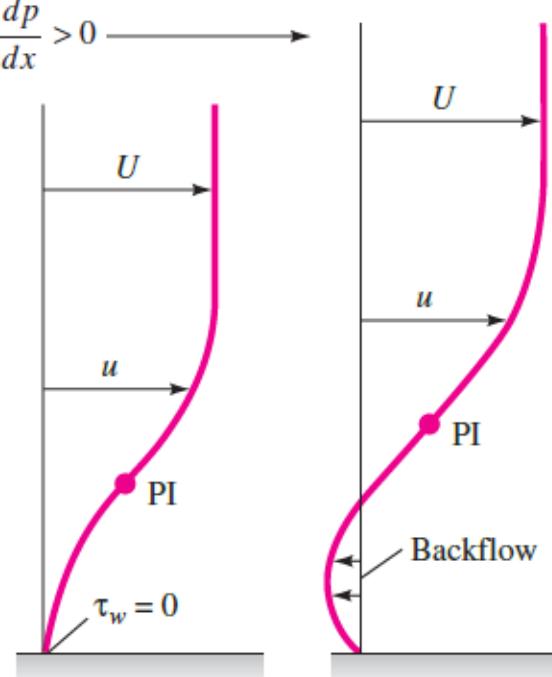


(c) Weak adverse  
gradient:

$$\frac{dU}{dx} < 0$$

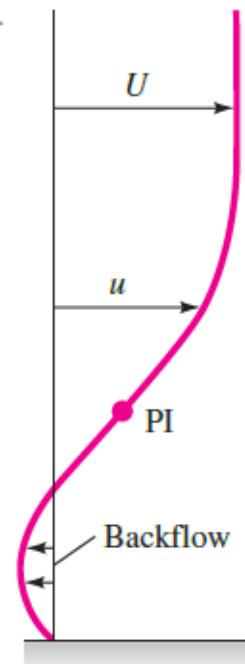
$$\frac{dp}{dx} > 0$$

No separation,  
PI in the flow



(d) Critical adverse  
gradient:

Zero slope  
at the wall:  
*Separation*



(e) Excessive adverse  
gradient:

Backflow  
at the wall:  
Separated  
flow region



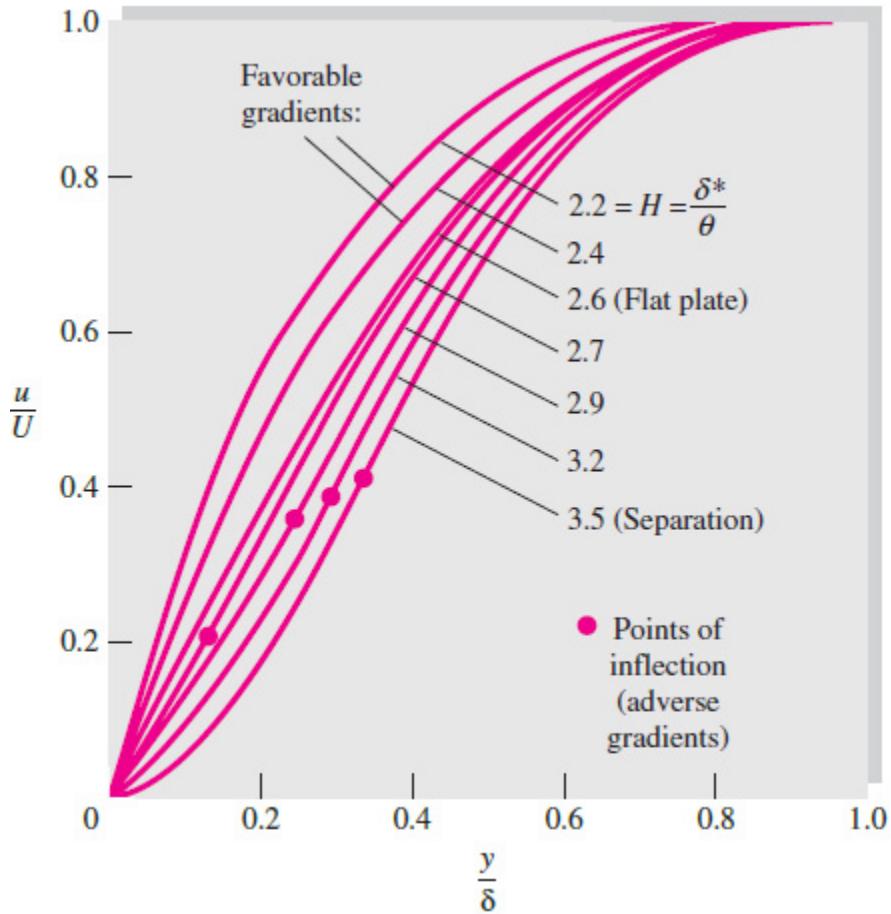
می توان نشان داد که رابطه انتگرال کارمن برای جریان روی صفحه تخت دارای گرادیان فشار بصورت زیر است:

$$\frac{\tau_w}{\rho U^2} = \frac{1}{2} c_f = \frac{d\theta}{dx} + (2 + H) \frac{\theta}{U} \frac{dU}{dx} \quad (4)$$

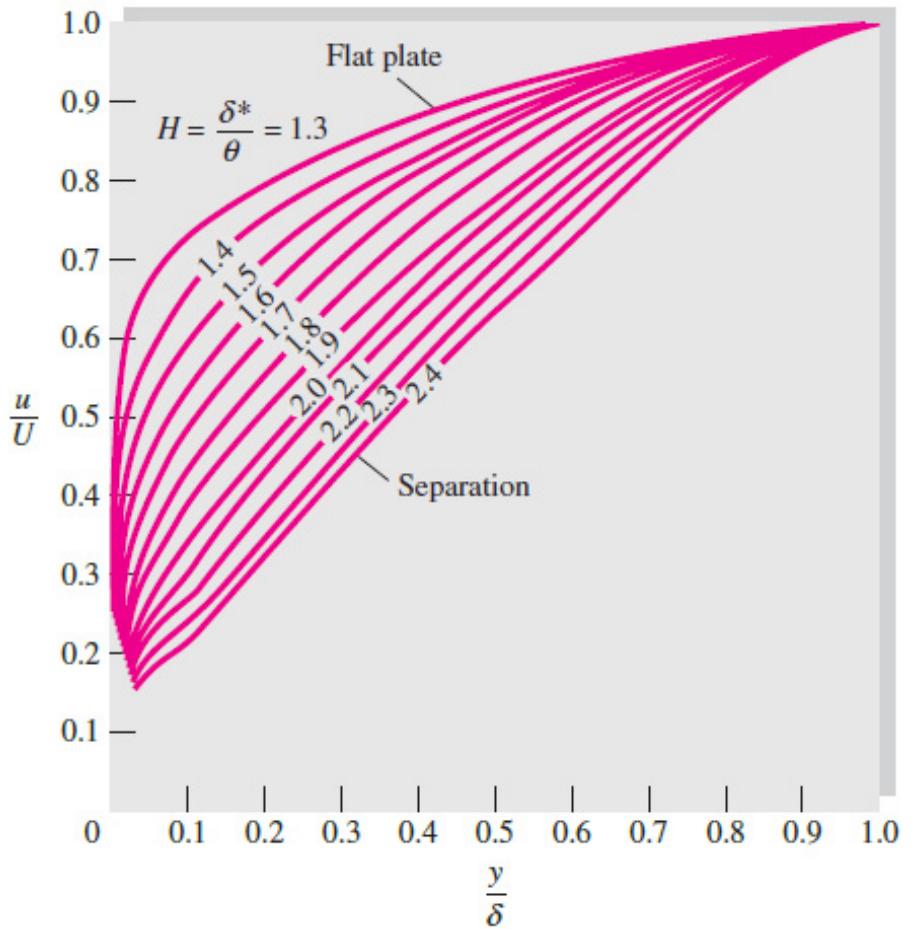
در حالت گرادیان **فشار نامساعد** ( $dp/dx > 0$ ), جمله  $dU/dx$  **منفی** است. بنابراین می توان دریافت که با افزایش ترم  $H$  امکان رسیدن به تنش برشی صفر (آستانه جداش) وجود خواهد داشت. این ترم به ضریب شکل معروف است و برابر با نسبت ضخامت جابجایی به ضخامت مومنتوم است. پیشتر نشان دادیم که برای جریان روی صفحه تخت فاقد گرادیان فشار،  $H$  برای جریانهای آرام و آشفته به ترتیب برابر 2.6 و 1.3 است. با ایجاد گرادیان فشار نامساعد در جریان، ضریب شکل افزایش می یابد به نحوی که در شرایط زیر جریان دچار جداش می شود.

$$H \approx \begin{cases} 3.5 & \text{laminar flow} \\ 2.4 & \text{turbulent flow} \end{cases} \quad (5)$$

در شکل اسلاید بعدی، پروفیلهای سرعت برای مقادیر مختلف ضریب شکل در جریانهای آرام و آشفته نشان داده شده اند. بایستی توجه داشت که در اینجا پروفیلهای سرعت در راستای قائم نشان رسم شده اند. مطابق شکل، با افزایش ضریب شکل، نقطه عطف هر چه بیشتر از دیواره فاصله می گیرند و در  $H=3.5$  جریان در آستانه جداش قرار می گیرد. در جریان آشفته نقاط عطف چندان مشهود نیستند، زیرا این نقاط در بخش زیر لایه لزج قرار دارند.



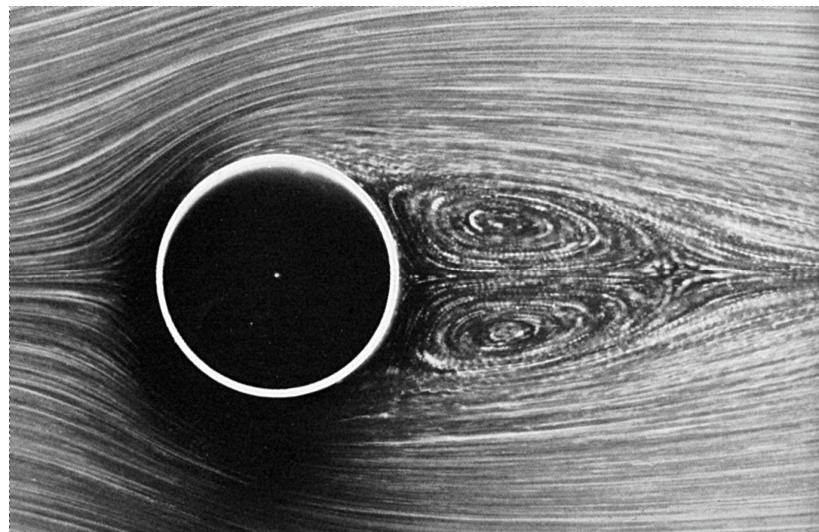
پروفیل سرعت جریان آرام دارای گرادیان فشار

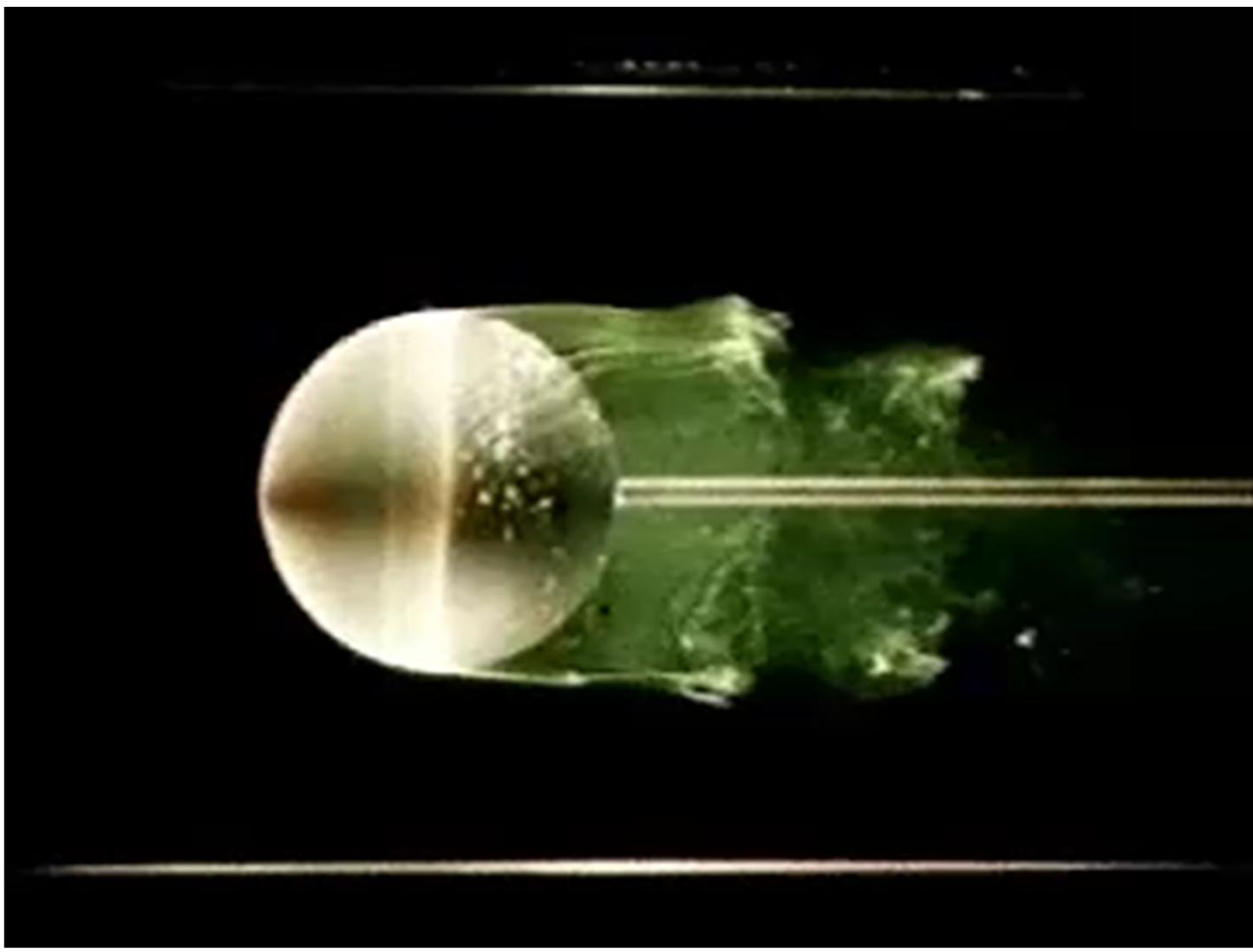


پروفیل سرعت جریان آشفته دارای گرادیان فشار

## پدیده جداش پشت اجسام

در جریانهای اینرسی حول اجسام امکان وقوع پدیده جداش بسیار بالا است. این پدیده ناشی از گرادیان فشار نامساعد (گرادیان فشار معکوس) است که سبب جدا شدن لایه مرزی از روی جسم می شود و گردابه هایی را در پشت جسم ایجاد می کند که انرژی خود را از جریان اصلی می گیرند. ناحیه وقوع این گردابه ها به ناحیه ویک (Wake Region) معروف است. با بزرگ شدن ناحیه ویک، ضریب درگ افزایش می یابد.





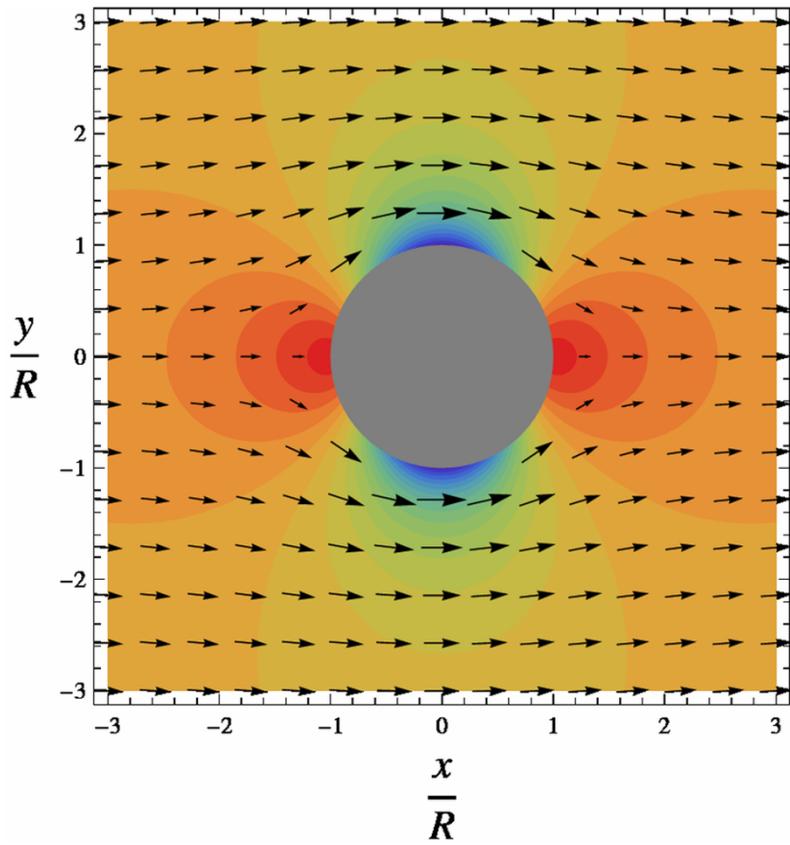
## تغییرات ضریب پسا در جریان حول سیلندر

ضریب فشار نسبت فشار هیدرواستاتیک به فشار دینامیکی است و می‌توان نشان داد که برای جریان پتانسیل حول سیلندر از رابطه زیر تبعیت می‌کند (اثبات در فصل هشتم آمده است):

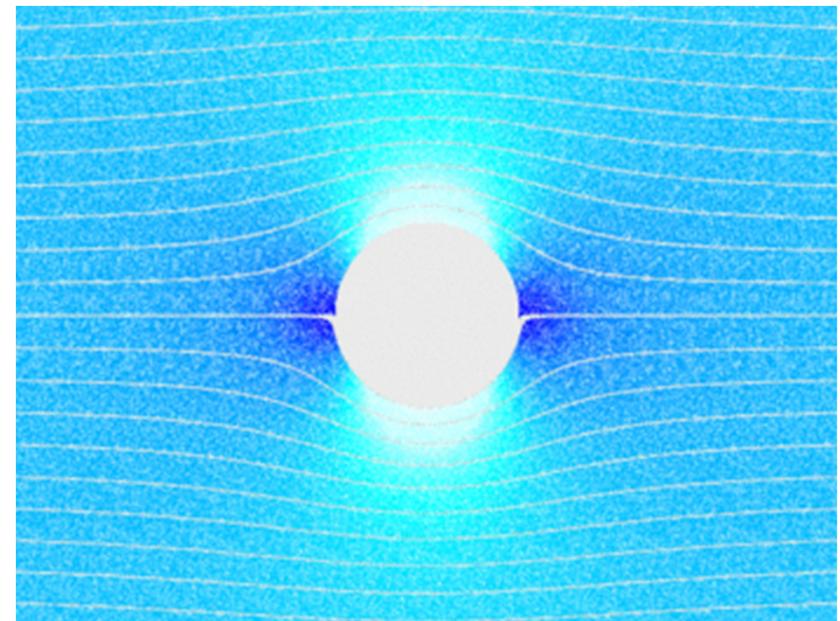
$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} = 1 - 4 \sin^2 \theta \quad (6)$$

مطابق رابطه فوق، در نقطه سکون در جلوی جسم ( $\theta = 0$ )، مقدار فشار و در نتیجه ضریب فشار ماکزیمم است. بایستی توجه داشت که در نقطه سکون، سرعت جریان صفر است و لذا مطابق رابطه برنولی، فشار باید بیشینه باشد. با حرکت جریان روی سطح جسم، فشار کاهش و سرعت افزایش می‌یابد به نحوی که کمینه فشار و بیشینه سرعت در  $\theta = 90^\circ$  قرار دارد. با حرکت جریان در پشت جسم، مقدار فشار افزایش می‌یابد و لذا در پشت جسم **گرادیان فشار نامساعد (معکوس)** وجود دارد. از آنجا که در تئوری جریان پتانسیل، هیچ استهلاک انرژی وجود ندارد لذا تغییرات فشار (ضریب فشار) و سرعت در جلو و پشت جسم کاملاً یکسان است. شایان ذکر است که تئوری جریان پتانسیل هیچ جدایش و درگی را برای جریان پتانسیل پیش بینی نمی‌کند.

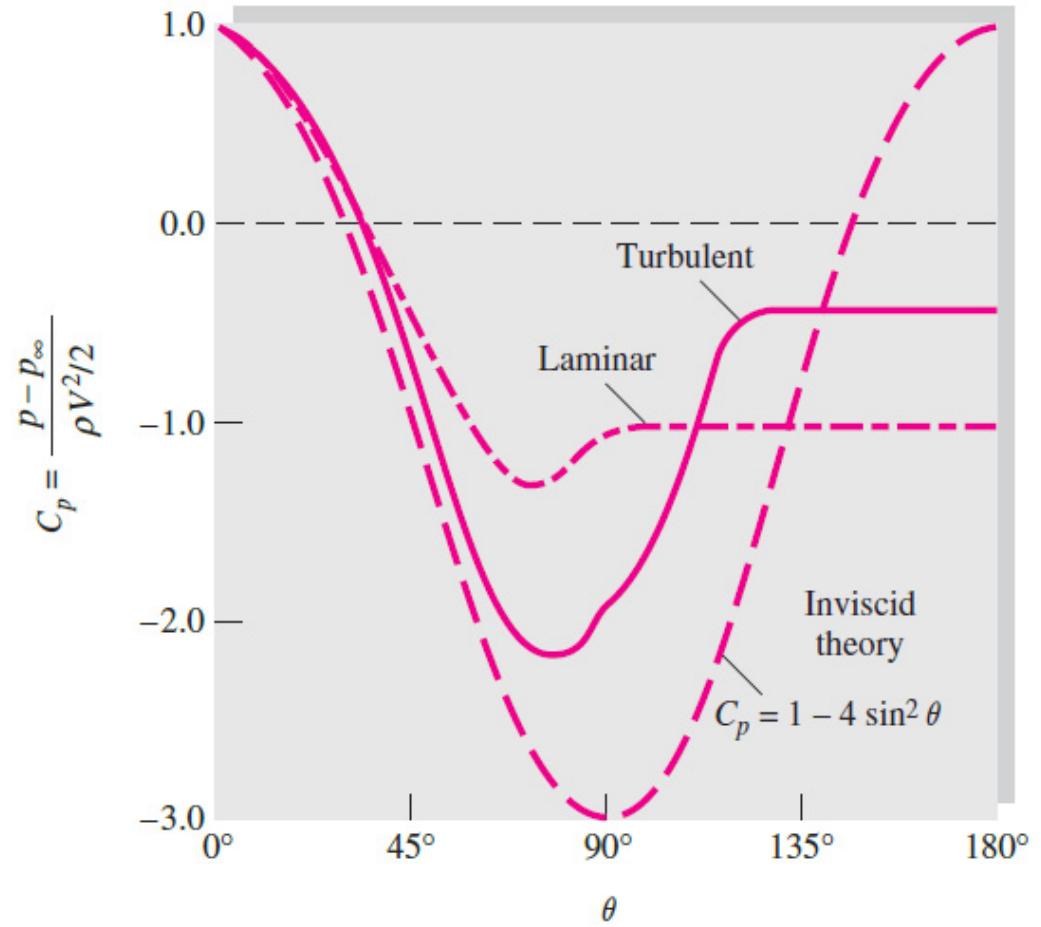
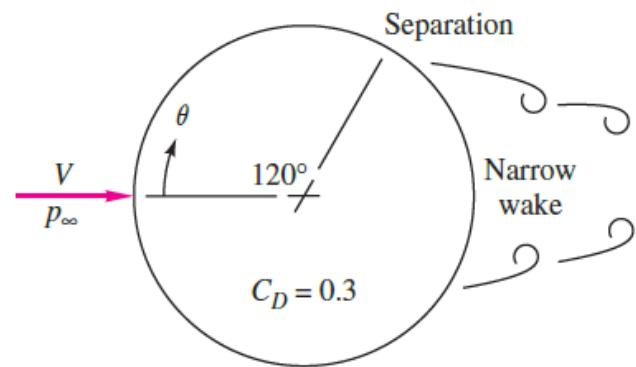
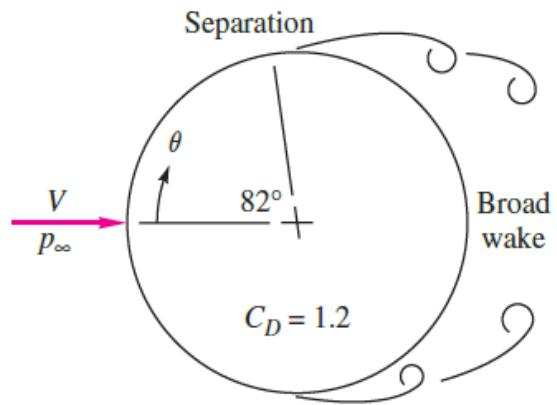
در جریان لزج آرام حول جسم، اثرات تلفات ویسکوز وجود دارد و این جریان در برابر گرادیان فشار معکوس بسیار آسیب پذیرتر است و لذا جدایش در آن در زاویه حدود  $\theta = 82^\circ$  ایجاد می‌شود. لذا این جریان دارای ناحیه ویک بسیار بزرگی است. جریان آشفته حول سیلندر مقاومت بیشتری در مقابل جدایش از خود نشان می‌دهد و لذا در زاویه حدود  $\theta = 120^\circ$  دچار جدایش می‌شود.



توزيع سرعت و فشار حول سیلندر در جریان پتانسیل  
کانتورهای رنگی مربوط به توزیع فشار است (قرمز:  
نواحی پرسشار - آبی: نواحی کم فشار)



جریان پتانسیل حول سیلندر



## ضریب درگ

همانگونه که در فصل چهارم گفته شد، ضریب درگ بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho A U^2} \quad (8)$$

در رابطه فوق، مقدار  $A$  مساحت سطح مینای مربوط به نیروی درگ است و تعریف سطح مینا نیز به شکل هندسی جسم بستگی دارد. بطور کلی از قاعده زیر برای تعریف سطح مینا استفاده می‌شود:

- در خصوص اجسام دارای پهنه‌ای کم در مقابل جریان مانند صفحه تخت، بال هوایپما و ... این سطح، سطح تصویر از بالای جسم است.
- در خصوص اجسام دارای پهنه‌ای زیاد در مقابل جریان مانند سیلندر، کره، اتوموبیل، ساختمانها و نظایر آن این سطح، سطح تصویر از روی روی جسم است.
- برای اجسام شناور، مانند قایق، کشتی و ...، این سطح برابر سطح ترشده جسم است.

بطور کلی ضریب درگ ناشی از اثرات اصطکاک و نیز اختلاف فشار جریان است:

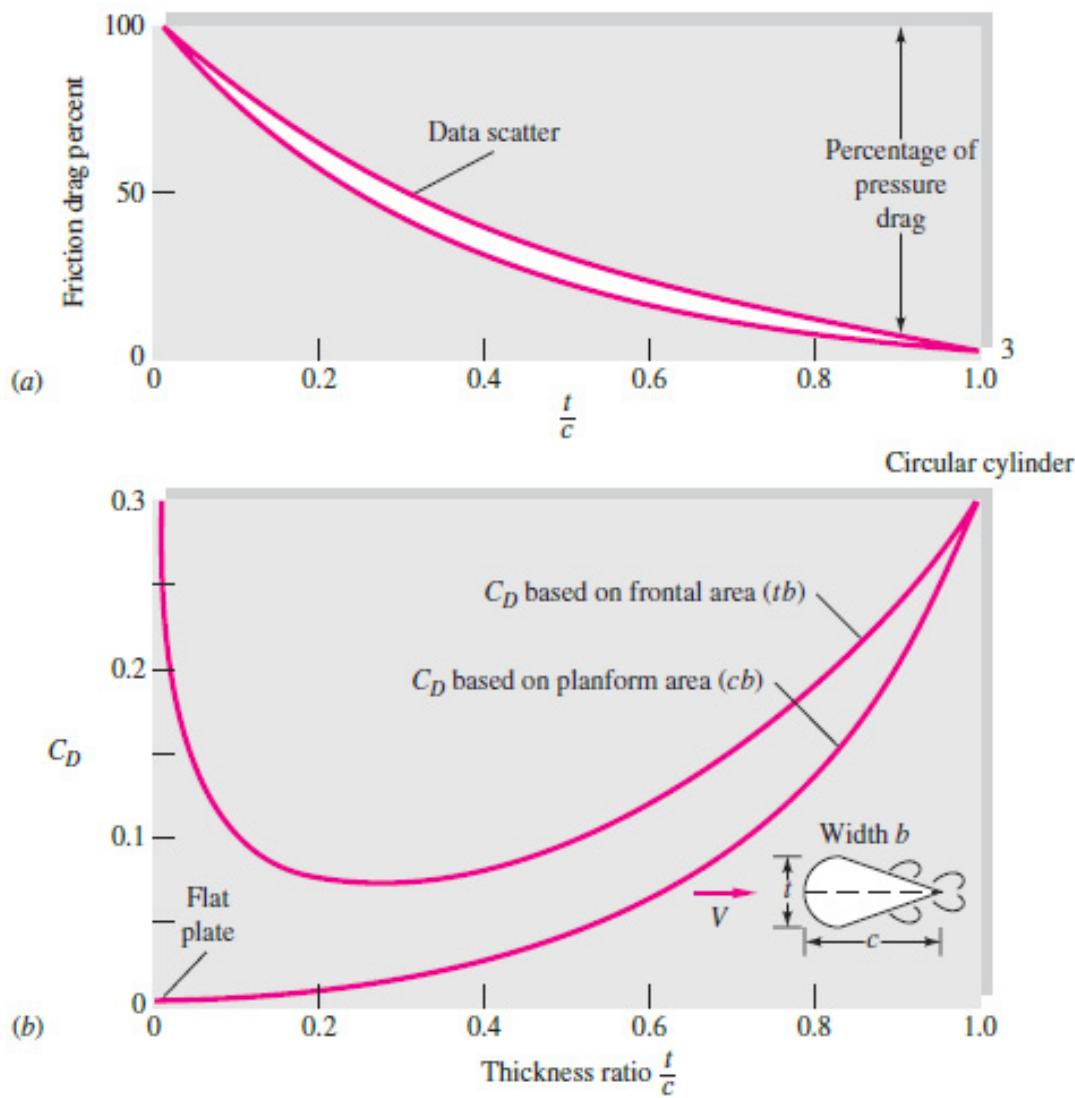
$$C_D = C_{D,press} + C_{D,fric} \quad (9)$$

در رابطه فوق،  $C_{D,press}$  ضریب درگ فشاری و  $C_{D,fric}$  ضریب درگ اصطکاکی است. بایستی توجه داشت که در ناحیه ویک (عمدتاً در پشت جسم) فشار روی سطح بسیار کم است، حال آنکه در ناحیه ای که لایه مرزی به سطح چسبیده است (عمدتاً در جلو جسم) مقدار فشار قابل توجه است. این اختلاف فشار که در واقع از جدایش جریان روی جسم ایجاد شده سبب ایجاد نیروی درگ فشاری می‌شود. درگ اصطکاکی نیز ناشی از اثرات تنش برشی جریان لزج روی دیواره است. بایستی توجه داشت که هر دو درگ اصطکاکی و فشاری در واقع از ویسکوزیته سیال ناشی شده‌اند، زیرا پدیده جدایش نیز به نوعی ناشی از اثرات استهلاکی مربوط به ویسکوزیته سیال است.

## سهم ضرایب درگ و اندازه آنها در هندسه های مختلف

به طور کلی، سهم درگ اصطکاکی و درگ فشاری به شکل هندسی جسم بستگی دارد. در شکل روبرو، سهم ضرایب درگ اصطکاکی و فشاری یک سیلندر با مقطع دوکی شکل نشان داده است. چنانچه ضخامت  $t$  در حدود صفر باشد، شکل جسم به یک صفحه تخت میل می کند و تمام درگ وارد بر آن اصطکاکی خواهد بود.

چنانچه ضخامت جسم زیاد شود، پدیده جدايش روی خواهد داد و سهم درگ فشاری زیاد می شود به نحوی که در  $t/c=1$  سهم درگ اصطکاکی ناچیز و تقریباً تمام درگ ناشی از درگ فشاری است. همچنین در این حالت، مقدار ضریب درگ کل نیز فوق العاده زیاد است. در خصوص اجسامی که دارای ابعاد بزرگی در راستای عمود بر مسیر جريان هستند انتظار می رود که درگ کل عددی بزرگ و سهم عمده آن ناشی از درگ فشاری باشد.



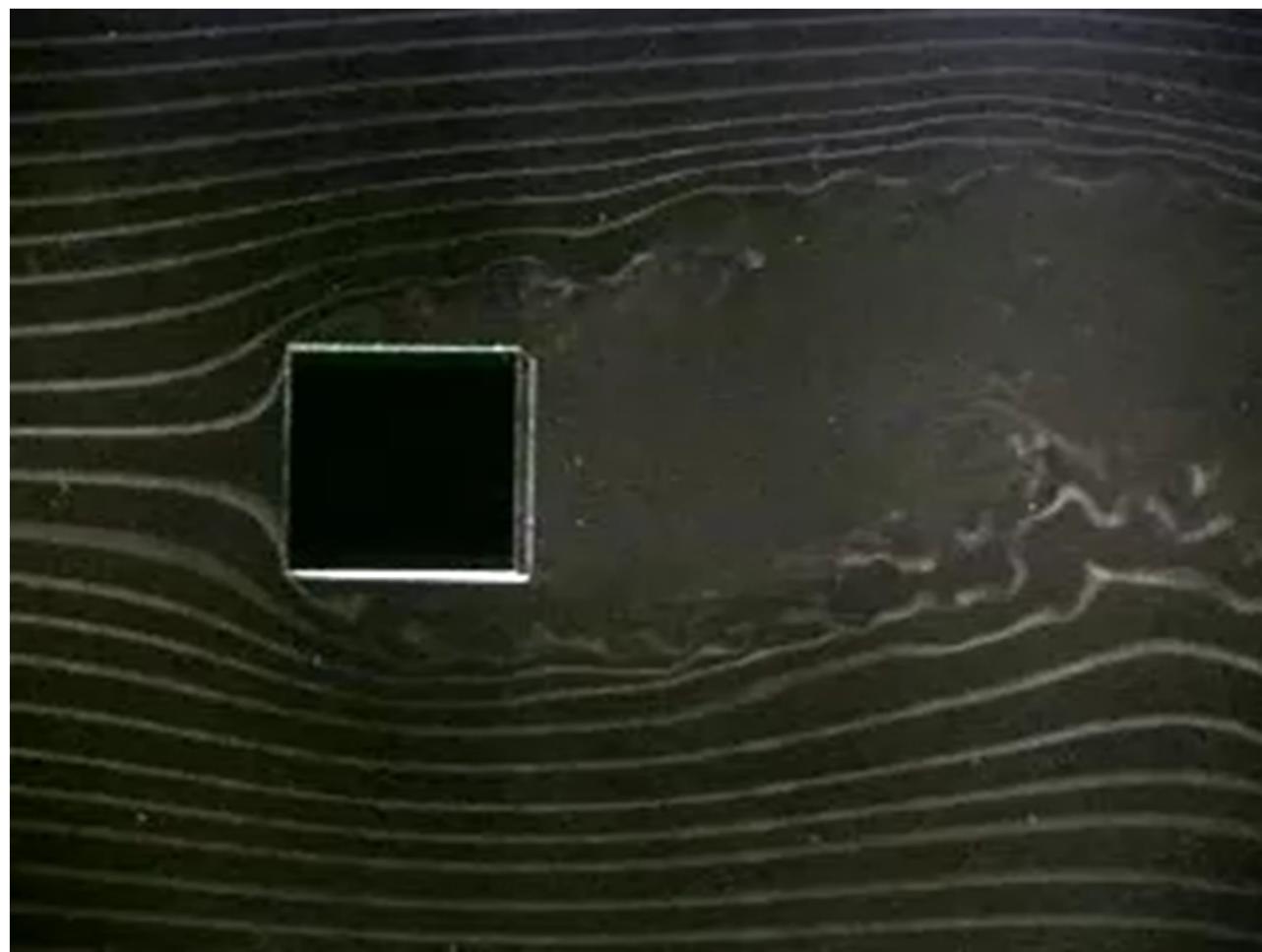


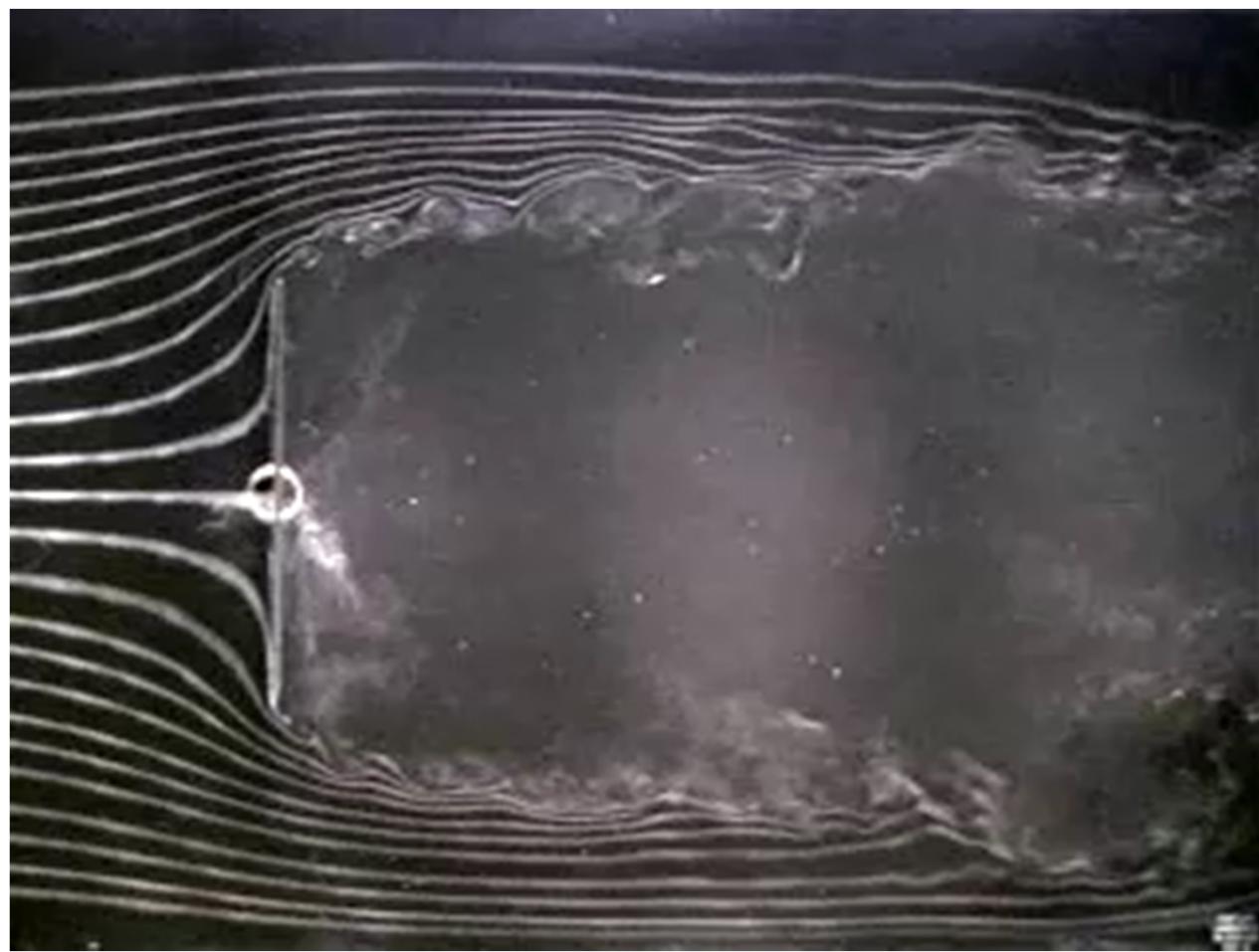
## راه های عمدۀ کاهش ضریب درگ

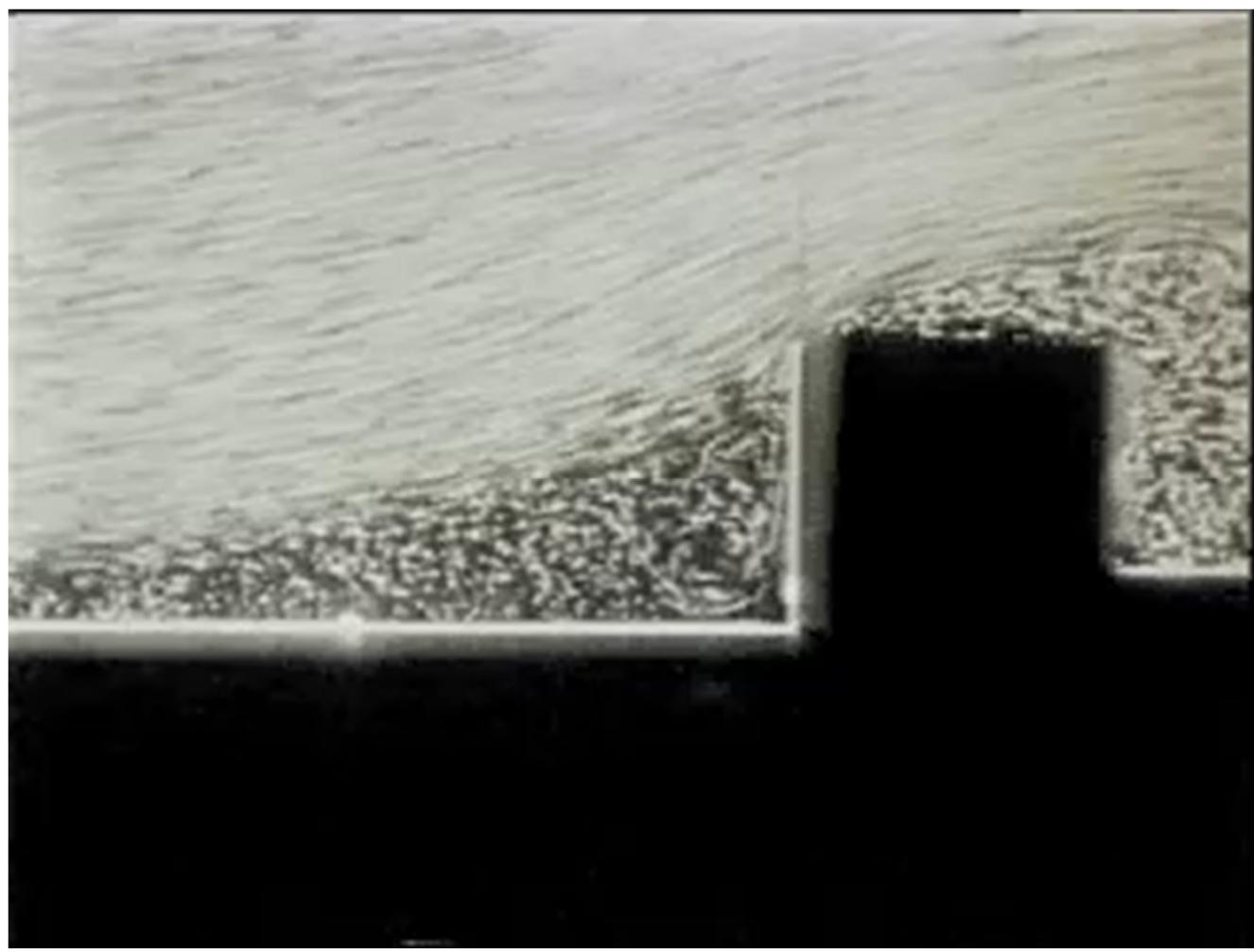
ضریب درگ در عمدۀ کاربردها یک اثر نامطلوب محسوب می شود. برای مثال با افزایش ضریب درگ اتومبیل، نیروی مقاوم در برابر سیر اتومبیل افزایش یافته و برای رسیدن به یک سرعت مطلوب نیازمند موتور قویتر و معمولاً سنگینتر و بزرگتر هستیم که این موضوع با افزایش هزینه های سرمایه ای (هزینه تمام شده خودرو) و نیز مصرف سوخت بیشتر (به دلیل بالا بودن حجم موتور یا بکارگیری توربوشارژر) همراه است. از یک زاویه دید دیگر، دو اتومبیل دارای موتور یکسان اما با ضرایب درگ آیرودینامیک مختلف دارای ماکزیمم سرعت متفاوت هستند (ضریب درگ کمتر، سرعت بیشتر). در خصوص یک پرتابه نظیر خمپاره یا موشک، ضریب درگ کمتر به معنای برد پرتاب و سرعت سیر بالاتر است. صرفا در تعدادی از کاربردهای بسیار خاص، نظیر چرخ پلتون و یا چتر نجات افزایش ضریب درگ معمولاً یک عامل مطلوب محسوب می شود. راههای عمدۀ کاهش درگ عبارتند از:

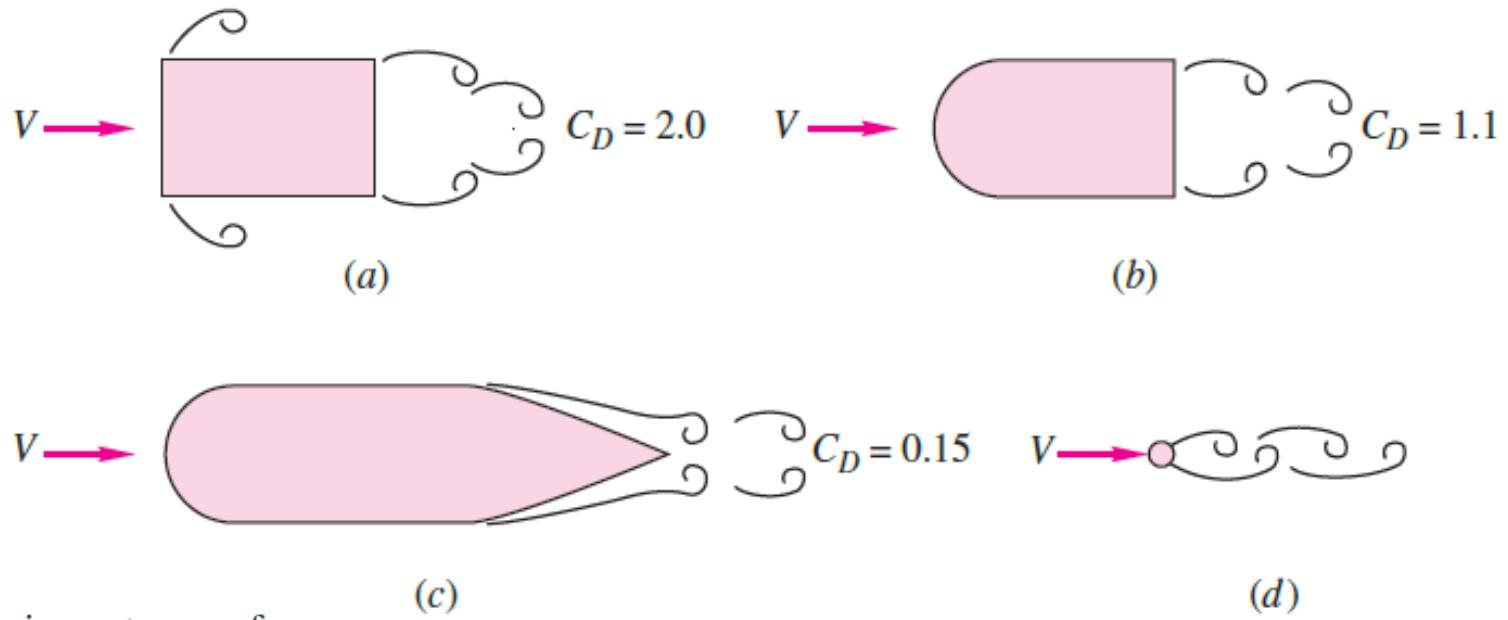
۱ - در خصوص اجسامی که سهم درگ فشاری در آنها زیاد است، با کاهش پهناهی جسم در راستای عمود بر جریان، نقطه جدایش هر چه بیشتر به پشت جسم منتقل می شود و در نتیجه سهم درگ فشاری و مقدار کل نیروی درگ کاهش می یابد. به همین دلیل است که اتومبیلهای اسپرت (بویژه ماشینهای مسابقه) دارای ارتفاع کم و طول نسبتاً زیاد هستند. به عبارت دیگر خط جریانی ساختن این وسایل سبب کاهش نیروی درگ می شود.

۲ - در نقاط دارای لبه های تیز و دارای شکستگی جریان دچار جدایش می شود که این امر با افزایش ضریب درگ همراه است. به همین دلیل حذف لبه های تیز یک مورد مهم در کاهش ضریب درگ است. فرم بدنه اتومبیلهای امروزی نسبت به اتومبیلهای قدیمی دارای لبه های تیز کمتر و به اصلاح خمها نرمتری است. همچنین در کامیونها، نصب بادشکن بر روی تریلر سبب حذف لبه های تیز بین تریلر و کانتینر می شود که این امر کاهش ضریب درگ را در پی دارد.









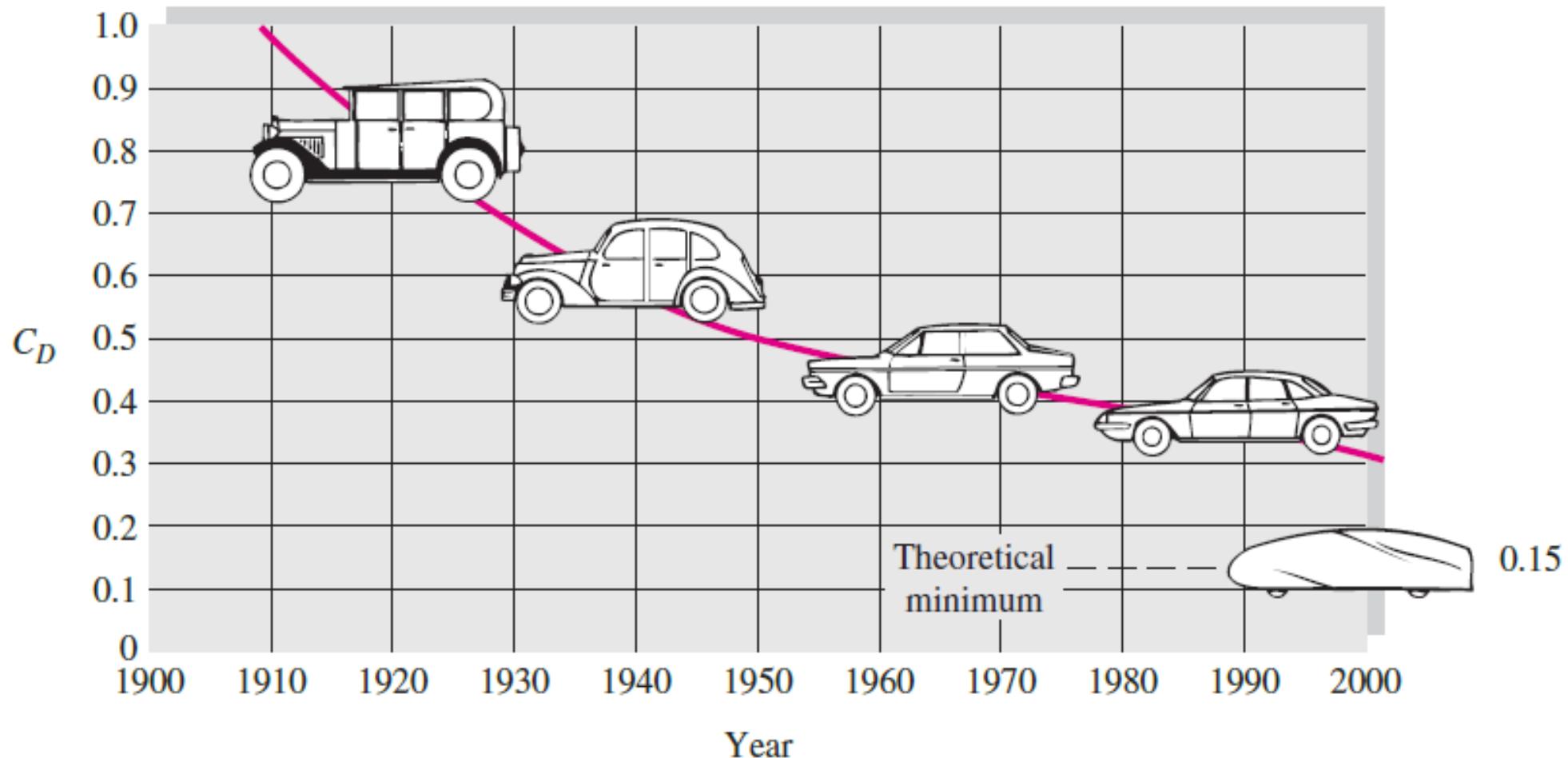
**Fig. 7.15** The importance of streamlining in reducing drag of a body ( $C_D$  based on frontal area):  
 (a) rectangular cylinder;  
 (b) rounded nose; (c) rounded nose and streamlined sharp trailing edge; (d) circular cylinder with the same drag as case (c).

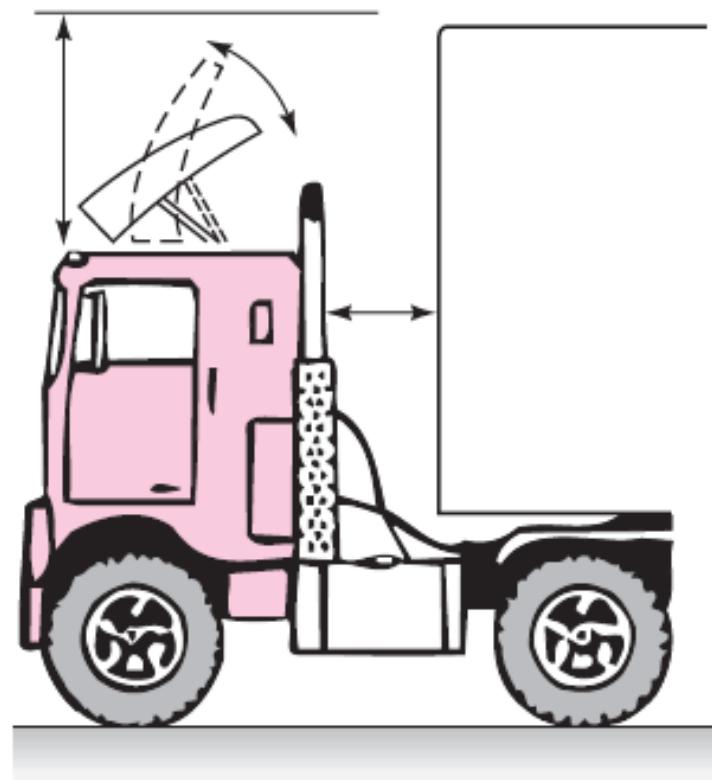
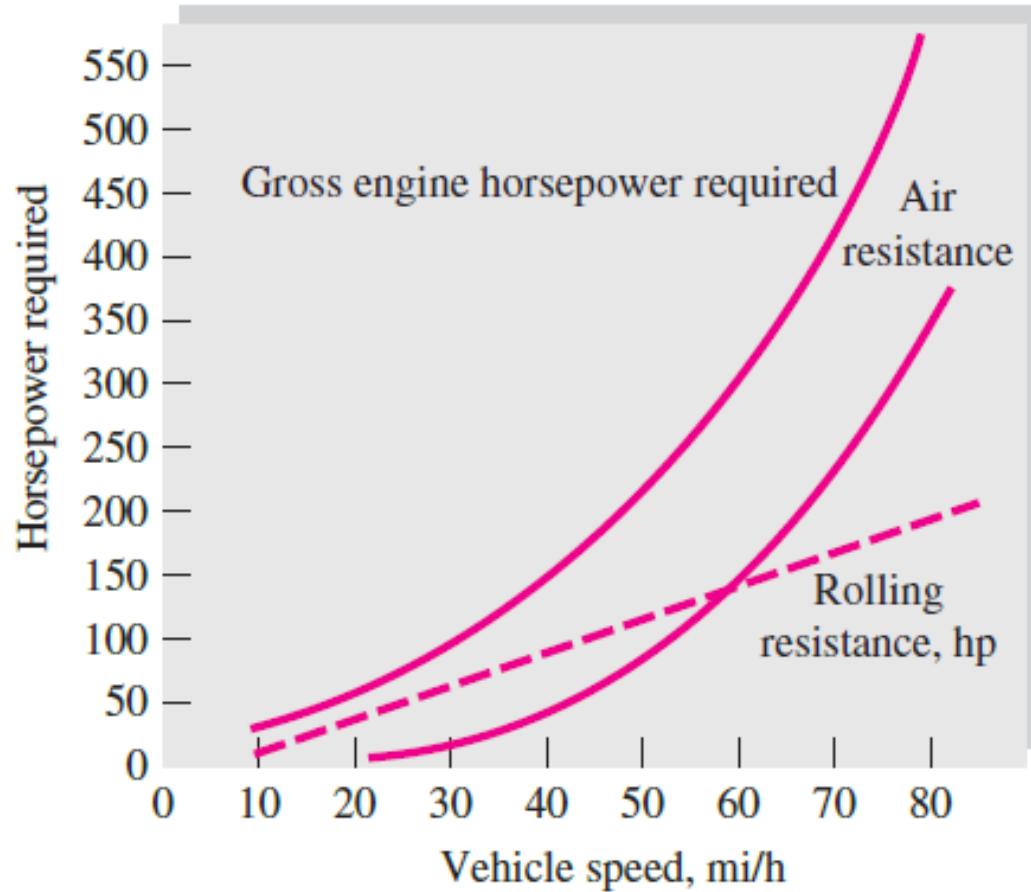
**Model A**



**Sports Car**

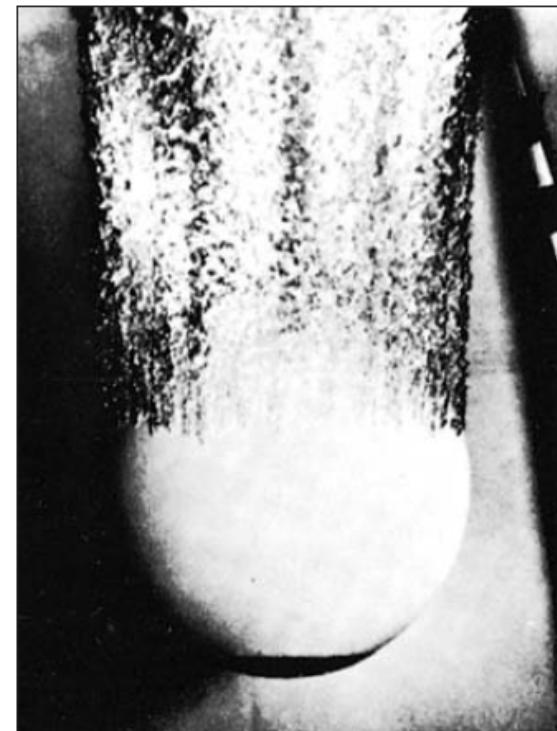


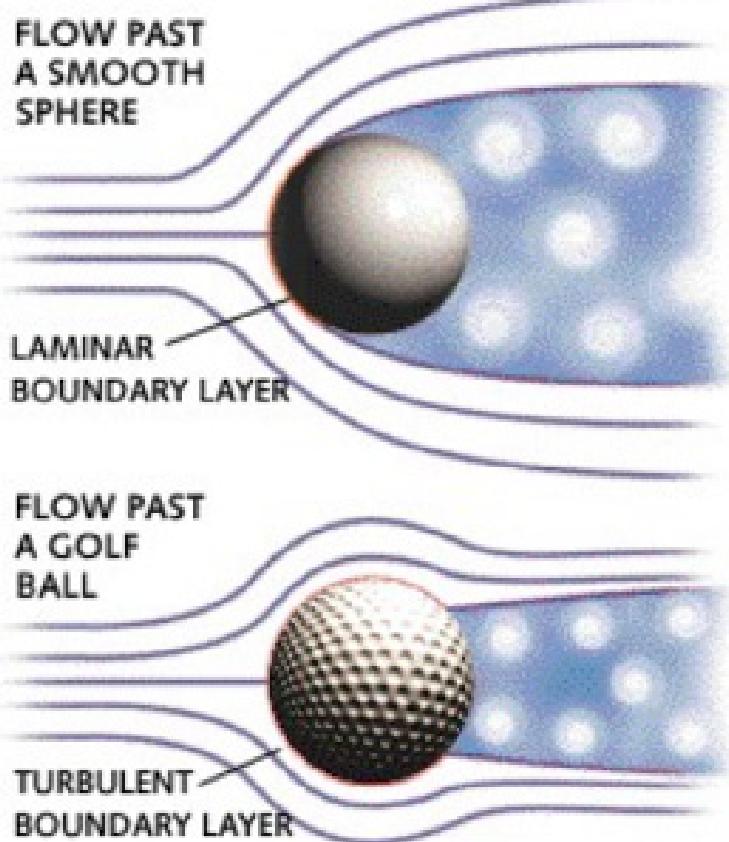




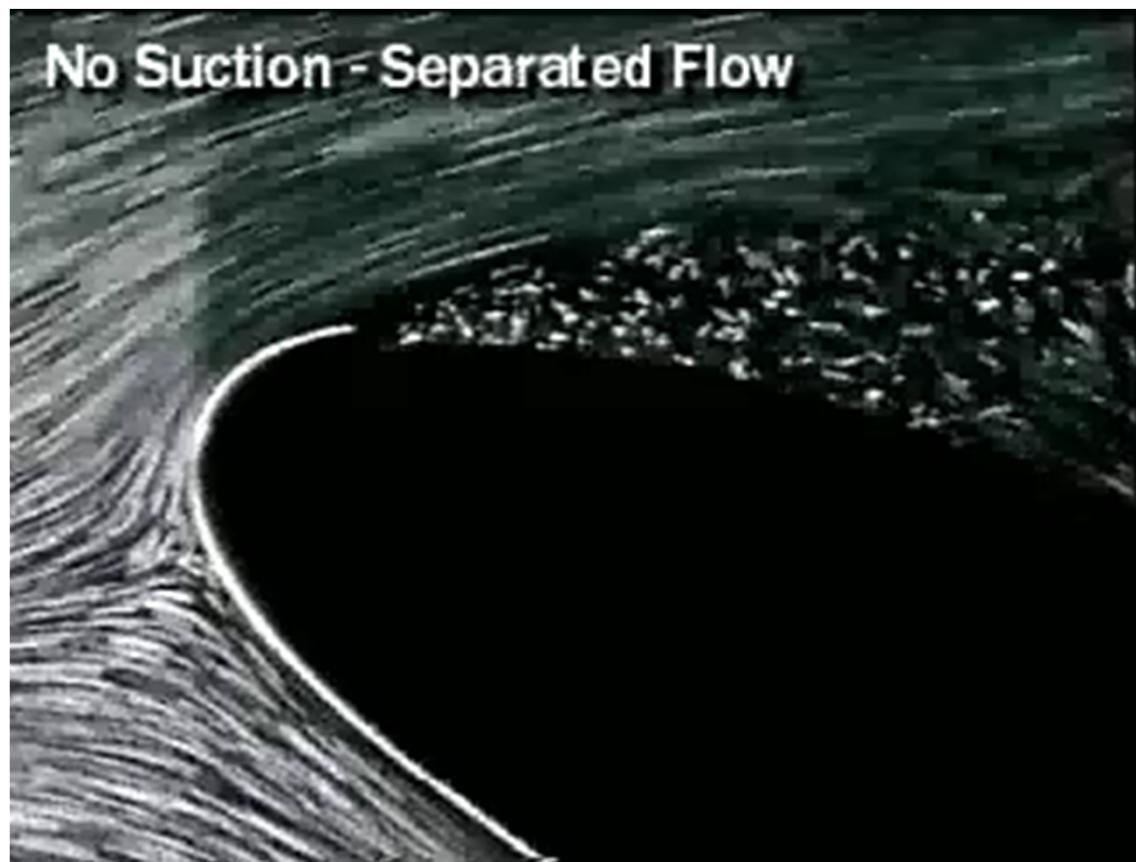
۳- همانطور که پیشتر در خصوص جریان حول سیلندر مدور گفته شد، ضریب درگ جریان آشفته حول سیلندر بسیار کمتر از جریان آرام است. بنابراین انتظار می رود که با وقوع آشفتگی در جریان حول اجسام دارای ضریب درگ فشاری بالا، نقطه جدایش به عقب تر منتقل شده و لذا ضریب درگ فشاری و در نتیجه ضریب درگ کل کاهش یابد. یک راه مناسب برای جلو اندختن آشفتگی جریان افزایش زبری و حتی ایجاد حفرات (دیمپل) برای سطوح است. به همین دلیل است که بعضی از توپهای مربوط به ورزش‌های مختلف نظیر توب تنیس یا توب گلف دارای بدنه زبر و یا دارای حفرات هستند.

آشکارسازی جریان حول توب  
بولینگ (سمت چپ: توب دارای  
بدنه صاف و سمت راست توب  
دارای بدنه زبر)





۴- یک راه دیگر برای کاهش ضربی درگ، استفاده از روش‌های فعال برای کاهش اندازه ناحیه ویک و به عقب منتقل کردن نقطه جدایش از طریق ایجاد مکش روی دیواره‌ها و یا تزریق جریانهای پر مومنتوم (برای جاروب کردن ناحیه جدایش) است.



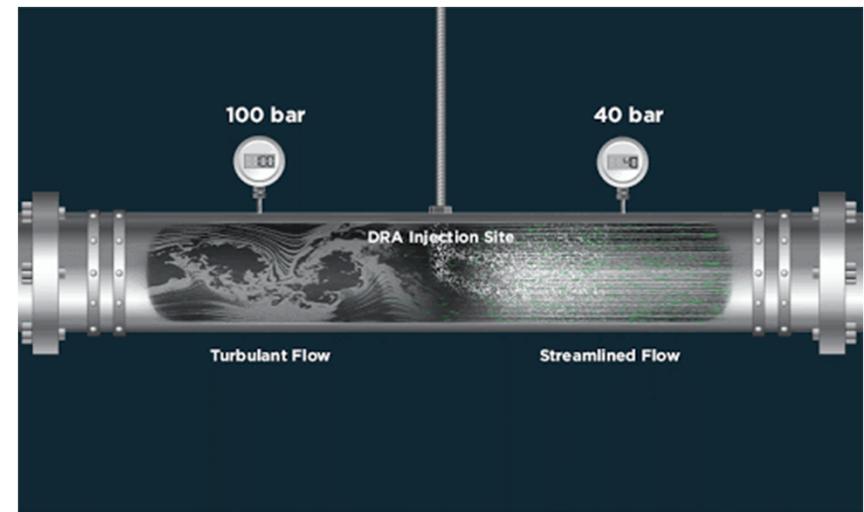
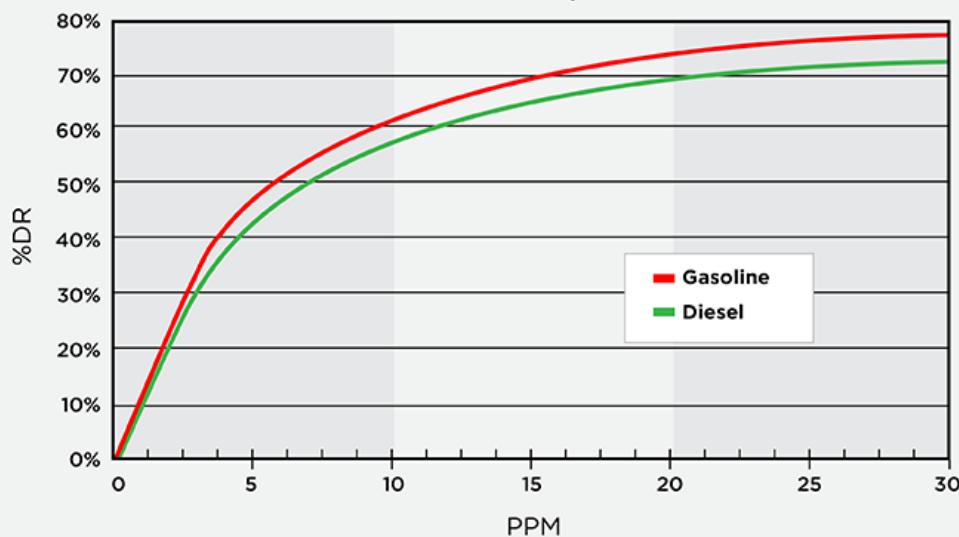


۵- در جریانهای داخلی، استفاده از بعضی افزودنی‌های پلیمری و سورفکتنتها معروف به DRA می‌تواند به کاهش شدید نیروی درگ منجر شود. این پلیمرها منجر به کاهش سایز ادیها و همراستا شدن بیشتر خطوط جریان با مسیر لوله کشی می‌شوند. به این ترتیب، میزان فشار کاری سیستم و نیز انرژی لازم برای پمپاژ کاهش می‌یابد.

شایان ذکر است که روش‌های دیگری مانند استفاده از پوشش‌های خاص، استفاده از حبابها و ... جهت کاهش درگ وجود دارد.

#### TURBOFLO® - Drag Reducer

12" North America Fuels Pipeline Performance





*The End*