www.Mohandesyar.com

فصل 5 قضایای شبکه

مقدمه

و سرانجام فصل آخر هم رسید! به همین زودی! سفر خوبی بود؛ به من که خیلی خوش گذشت؛ و بالاخره در فصل آخر چند قضیه جالب در درس مدار فرا می‌گیریم. اگرچه تاکنون از برخی از آن‌ها استفاده کرده‌ایم؛ اما امروز می‌خواهیم به چشم «قضیه» به آن‌ها نگاه کنیم و می‌خواهیم به مدارها نگاه شبکه‌ای بکنیم. این بحث از جمله مباحث بسیار ظریف و زیباست. ما در این قسمت به 5 قضیه می‌پردازیم که البته دوتای آن‌ها در این مجال مهم‌تر به نظر می‌آیند.

۵ـ۱ قضیهٔ جمع آثار

اگر شبکهٔ N ، خطی و دارای پاسخ یکتا باشد، واجد شرایط این قضیه است به این ترتیب که:

«پاسخ حالت صفر ناشی از اعمال همزمان چند ورودی برابر است با مجموع پاسخ‌های حالت صفر ناشی از اعمال تک‌تک منابع[1]»

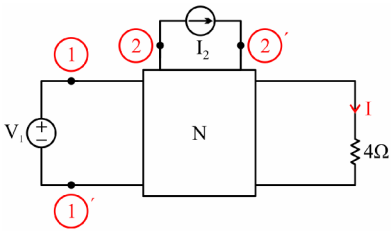
به عبارت دیگر برای به دست آوردن خروجی، اثر تک‌تک منابع را جداجدا به دست می‌آوریم و چون شبکهٔ مورد نظرمان خطی است، خروجی کل برابر مجموع آن پاسخ‌ها می‌شود.

1ـ البته باید منابع از هم مستقل باشند تا قضیهٔ جمع آثار برقرار باشد.

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

1ـ در شکل (5ـ1)، شبکهٔ N مقاومتی و خطی تغییرناپذیر با زمان است. اگر $V_1 = 3V$ و $I_2 = 3A$ انتخاب شوند، $I = 6A$ می‌شود. اگر قطب $1'$ 1 اتصال کوتاه و $I_2 = -2A$ باشد، مقدار $I = 2A$ به دست خواهد آمد. اکنون $V_1 = -2V$ و قطب $2'$ 2 مدار باز می‌شود، در این صورت I چقدر می‌شود؟



شکل (5ـ1) شبکهٔ تمرین 1

این مسئله مثل یک بازی است؛ از فرض وسطی شروع می‌کنم:

$$\begin{cases} I_2 = -2A \xrightarrow{\times(-1)} \\ V_1 = 0 \end{cases} \rightarrow \quad I = 2A$$

یعنی اثر I_2 روی I ، آن است که باید (-1) برابرش کنیم؛ بنابراین در فرض اولیه که $I_2 = 3A$ است، اثر ناشی از آن $I = -3A$ می‌شود، پس اثر ناشی از منبع ولتاژ $V_1 = 3V$ ، 9A می‌شود، چراکه:

$$\begin{cases} I_2 = 3A \xrightarrow{\times(-1)} \\ V_1 = 3V \xrightarrow{\times 3} \end{cases} \rightarrow \quad I = -3 + 9 = 6$$

پس اثر منبع ولتاژ V_1 روی جریان I ، آن است که سه برابر شود، درنتیجه:

$$\begin{cases} I_2 = 0 \\ V_1 = -2V \xrightarrow{\times 3} \end{cases} \rightarrow \quad I = -6A$$

می‌توانستیم به این شبکه قدری سیستماتیک‌تر هم نگاه کنیم و بگوییم چون سیستم خطی است، پس خروجی برابر ترکیب خطی از ورودی‌هاست؛ یعنی:

$$I = \alpha I_2 + \beta V_1$$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

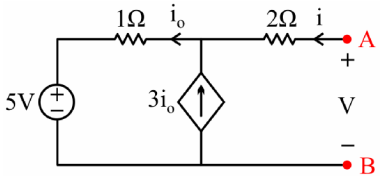
و در اصل اطلاعاتی که صورت مسئله داده، به ما کمک می‌کند تا α و β را به دست بیاوریم؛ $(+3,-1)$ لطفاً شما هم به این چشم به این مسئله نگاه کنید.

۵ـ۲ قضیهٔ شبکه‌های معادل تونن ـ نورتن[1]

تنها محدودیت قضیهٔ تونن ـ نورتن، خطی بودن مدار است.[2] در این صورت هر شبکهٔ N را می‌توان با یک منبع ولتاژ سری با یک امپدانس یا یک منبع جریان موازی با یک ادمیتانس جایگزین کرد.[3]

2ـ در شکل زیر مدار معادل تونن از دو سر A و B کدام است؟

1) 5 V و 1.5Ω
2) 4 V و 3Ω
3) 5 V و 2Ω
4) 4 V و 1Ω



شکل (5ـ2) مدار تمرین 2

خیلی ساده است دیگر، از یک KCL بازی ساده می‌فهمیم که:

$$3i_o - i_o = 2i_o = -i \quad \Rightarrow \quad i_o = -\frac{1}{2}i$$

و با یک KVL در حلقهٔ بیرونی مسئله حل است:

$$V = 2i - \frac{1}{2}i + 5 \quad \Rightarrow \quad V = \frac{3}{2}i + 5$$

یعنی گزینهٔ 1 درست است.

۵ـ۳ قضیهٔ جانشینی

تنها شرط مورد نیاز برای برقراری این قضیه، یکتایی پاسخ است.

حال در مداری با شرایط بالا، اگر برای شاخهٔ K ام ـ که تزویجی با سایر شاخه‌ها ندارد ـ $V_K(t)$ و $I_K(t)$، شکل موج‌های ولتاژ و جریان باشند، می‌توان این شاخه‌ها را با منبع ولتاژ مستقلی با مقدار $V_K(t)$ و یا منبع جریان مستقلی با مقدار $I_K(t)$ تعویض کرد؛ در این صورت تمامی پاسخ‌ها در شبکهٔ جدید با شبکهٔ اولیه یکسان است.

1ـ البته این بحث را که قبلاً داشته‌ایم.

2ـ یعنی لزومی ندارد که حتماً تغییرناپذیر با زمان هم باشد.

3ـ فصل دوم را مرور کنید؛ لبریز بود از همین مفهوم.

www.Mohandesyar.com

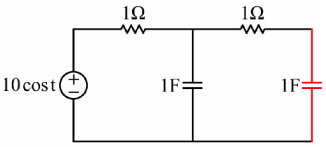
www.Mohandesyar.com

البته مفهوم این قضیه در آزمایشگاه خیلی جالب است؛ این قضیه به ما اجازه می‌دهد که یک مقاومت را برداریم و به‌جایش یک باتری بگذاریم و آب هم از آب تکان نخورد؛ و این خیلی جالب است؛ اما در کنکور نمی‌شود مسئله خیلی عجیبی از این قضیه داد؛ چون از صورت مسئله اصل قضیه پیداست.

ببخشید، از این مبحث چگونه سؤال می‌دهند؟

مثلاً این‌جوری:

3ـ در مدار شکل زیر اگر بخواهیم هیچ پاسخی از مدار تغییر نکند، به‌جای خازن سمت راستی چه منبع ولتاژی بگذاریم؟



شکل (5ـ3) مدار تمرین 3

این حرف دقیقاً قضیهٔ جانشینی است؛ به عبارت دیگر ترجمهٔ صورت این مسئله یعنی ولتاژ خازن سمت راستی را پیدا کنید. حالا یک خواهش[1]! به خودتان 3 دقیقه وقت بدهید و ولتاژ V_0 را پیدا کنید.

00:00

01:00

02:00

03:00

شکل (5ـ4) بدون شرح[2]

حالا یک سؤال غیرتی! چند نفر به جواب آخر رسیدند؟

اگر به جواب آخر نرسیدید، لطفاً تا جایی که زورتان می‌رسد، به‌جای هر کار دیگری مسئله حل کنید، تا دستانتان شود.

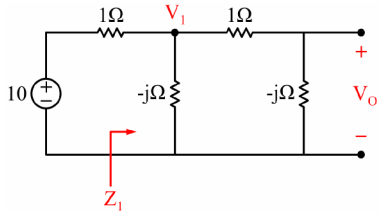
1ـ این خواهش را لطفاً رد نکنید.

2ـ اولاً یعنی: چیزی که عیان است، چه حاجت به بیان است؛ ثانیاً خوشا به حال آن‌هایی که قدر فاکتور زمان را دانستند و برتر از طلا بودن نعمت زمان و وقت و عمر را با عمق وجودشان چشیدند و درنتیجه مثل خورشید درخشیدند و...

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

اجازه بدهید حل کنم.



شکل (5ـ5) مراحل حل تمرین 3

مطابق شکل (5ـ5) داریم:

$$Z_1=\frac{(1-j)(-j)}{1-j-j}=\frac{-1-j}{-2j+1}=\frac{1+j}{-1+2j}$$

و با دوبار تقسیم ولتاژ داستان تمام است.

$$V_1=\frac{Z_1}{1+Z_1}\times 10=\frac{10}{3}(1-j)$$

$$V_o=\frac{-j}{1-j}\times V_1=-\frac{10}{3}j$$

$$V_o(t)=\frac{10}{3}\sin t$$

۵ـ۴ قضیهٔ هم‌پاسخی (شبکه‌های متقابل)

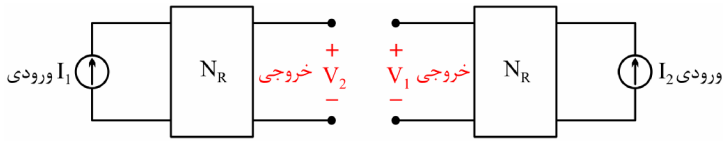
در مورد شبکه‌های خطی تغییرناپذیر با زمان به کار می‌رود که منبع وابسته و منبع مستقل و ژیراتور و شرایط اولیه نداشته باشند.

مفهوم: اگر محل اِعمال ورودی و پاسخ را تعویض کنیم، پاسخ تغییری نمی‌کند اما در **محل اِعمال** ورودی و خروجی و **نوع** ورودی و خروجی باید دقت شود.

اگر خروجی جریان بود، در سر خروجی اتصال کوتاه داریم؛ به عبارت دیگر آمپرسنج ایده‌آل (با مقاومت صفر)

و اگر خروجی ولتاژ بود، در سر خروجی مدار باز داریم؛ به عبارت دیگر ولت‌سنج ایده‌آل (با مقاومت بی‌نهایت)

بیان‌های قضیهٔ هم‌پاسخی[1]:



شکل (5ـ6) بیان اول قضیهٔ هم‌پاسخی[1]

1ـ این قسمت را لطفاً با دقت و بیش از یک‌بار مطالعه کنید.

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

اگر محل منبع جریان I_1 را با ولت‌متری با امپدانس بی‌نهایت عوض کنیم، قرائت ولت‌متر تغییری نخواهد کرد؛ یعنی در شکل (5ـ6)، هرگاه $I_1 = I_2$ باشد، آن‌گاه $V_1 = V_2$ می‌شود.

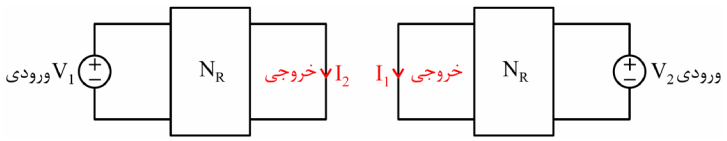
اما این بیان، یک حالت خاص است؛ در حالت کلی‌تر می‌گوییم نسبت $\frac{V_2}{I_1}$ با $\frac{V_1}{I_2}$ برابر است؛ به عبارت دیگر:

$$\frac{V_2}{I_1} = \frac{V_1}{I_2} \qquad (۵ـ۱)$$

و یا:

$$Z_{21} = Z_{12} \qquad (۵ـ۲)$$

یادتان باشد که این دو رابطه اخیر در حوزهٔ s هم درست است. یعنی اگر به $Z_{21}(s)$ و $Z_{12}(s)$ به چشم تابع تبدیل نگاه کنیم، این دو تابع تبدیل در مدارهای متقابل یا هم‌پاسخ با یکدیگر برابرند.



شکل (5ـ7) بیان دوم قضیهٔ هم‌پاسخی

اگر محل منبع ولتاژ V_1 را با آمپرمتری با امپدانس صفر عوض کنیم، قرائت آمپرمتر تغییری نخواهد کرد؛ یعنی در شکل (5ـ7)، هرگاه $V_1 = V_2$ باشد، آن‌گاه $I_1 = I_2$ می‌شود.

باز این بیان هم خاص است؛ در حالت کلی‌تر، می‌گوییم نسبت $\frac{I_2}{V_1}$ با $\frac{I_1}{V_2}$ برابر است؛ به عبارت دیگر:

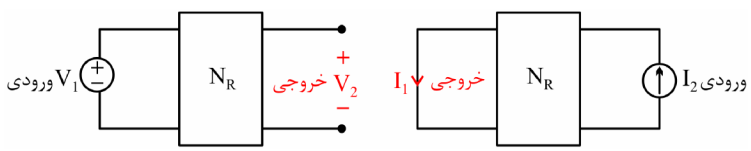
$$\frac{I_2}{V_1} = \frac{I_1}{V_2} \qquad (۵ـ۳)$$

و با توجه به جهت جریان‌های I_1 و I_2 و مقایسه با شکل (5ـ1) چنین به دست می‌آید:

$$-y_{21} = -y_{12} \quad \Rightarrow \quad y_{21} = y_{12} \qquad (۵ـ۴)$$

طبیعتاً y_{12} و y_{21} هم یه‌جورایی تابع تبدیل هستند و در شبکه‌های متقابل این دو تابع تبدیل برابرند. حالا مفصلاً با این مفهوم سروکار خواهیم داشت اما یک توضیح ساده برای فهم بیشتر این است که: «اگر در سر اول منبع ولتاژ $u(t)$ بگذاریم، در سر دوم آمپرمتر جریان e^{-2t} را نشان می‌دهد؛ حال اگر در سر دوم منبع ولتاژ $\delta(t)$ بگذاریم، آمپرمتر در سر اول جریان $-2e^{-2t}$ را نشان می‌دهد.»

لطفاً این عبارت آخر را یک‌بار دیگر بخوانید و به آن فکر کنید.



شکل (5ـ8) بیان سوم قضیهٔ هم‌پاسخی

1ـ منظور از N_R شبکهٔ هم‌پاسخ است.

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

به شرط آنکه منبع ولتاژ V_1 و منبع جریان I_2 دارای شکل موج یکسانی باشند، یعنی $V_1(t)=I_2(t)$، آن‌گاه ولتاژ خروجی V_2 و جریان خروجی I_1 با یکدیگر برابرند، یعنی $V_2(t)=I_1(t)$ و به عبارت کلی‌تر:

$$\frac{V_2}{V_1}=\frac{I_1}{I_2} \qquad (۵\text{ـ}۵)$$

و با توجه به جهت جریان خروجی یعنی I_1[1]، داریم:

$$h_{21}=-h_{12} \qquad (۶\text{ـ}۵)$$

و به عبارتی:

$$H_V=H_I \qquad (۷\text{ـ}۵)$$

یعنی مثلاً اگر در سر اول منبع ولتاژ «فلان» بدهیم، در سر دوم ولتاژ «بهمان» می‌گیریم؛ حال اگر در سر دوم منبع جریان «انتگرال فلان» بدهیم، در سر اول جریانی برابر «انتگرال بهمان» خواهیم داشت؛ فقط باید به جهت جریان خروجی توجه جدی بکنیم.

استاد، من یک سؤال دارم؛ شما در ابتدای بحث هم‌پاسخی فرمودید که این قضیه در مورد شبکه‌های LTIیی درست است که منبع وابسته و مستقل و ژیراتور و شرایط اولیه نداشته باشند؛ آیا این بدان معنی است که اگر مداری شامل این‌ها باشد، دیگر در آن قضیهٔ هم‌پاسخی برقرار نیست؟

سؤال بسیار جالبی است. جواب شما منفی است، یعنی نخیر!

ببینید من یک مثال می‌زنم؛ می‌گوییم: «اگر باران بیاید، آن‌گاه ابر بوده است.» این درست است، اما آیا عکس آن نیز لزوماً درست است؟ یعنی:

«اگر ابر باشد، حتماً باران آمده است؟» واضح است که «نه»[2].

در اینجا هم می‌گوییم: اگر مداری این شرایط را داشت، حتماً «هم‌پاسخ» است ولی اگر این شرایط را نداشت، باید هم‌پاسخی آن مورد بررسی قرار بگیرد. به این مثال دقت کنید:

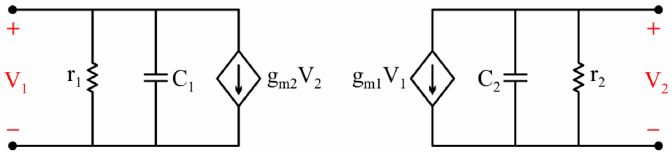
1ـ در بیان سوم قضیهٔ هم‌پاسخی توجه به جهت جریان خروجی بسیار بسیار مهم است، یعنی اگر به آن دقت نکنیم ممکن است مرتکب اشتباه بدی بشویم ...

2ـ به قول اساتید منطق چنانچه $p \Rightarrow q$ درست باشد، لزوماً نقیض آن یعنی $\sim q \Rightarrow \sim q$ درست نیست؛ اما قطعاً عکس نقیض آن $(\sim q \Rightarrow \sim p)$ درست است. کمی با این مفهوم کلنجار بروید؛ بازی شیرینی است؛ حیف که درس «منطق» از ریاضیات دبیرستان و برخی جاهای دیگر حذف شده است!!

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

4ـ مدار شکل زیر تحت چه شرایطی هم‌پاسخ است؟



شکل (5ـ9) مدار تمرین 4

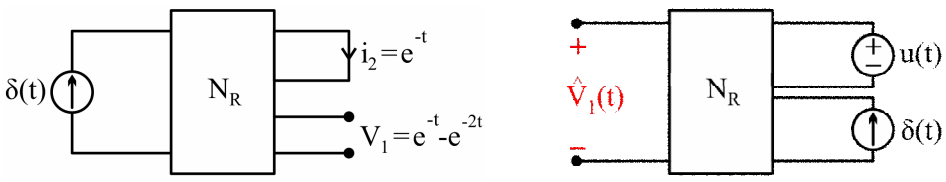
طبق بیان دوم قضیهٔ هم‌پاسخی، پس از نوشتن ماتریس ادمیتانس گره داریم:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{r_1}+c_1 s & g_{m_2} \\ g_{m_1} & \frac{1}{r_2}+c_2 s \end{pmatrix}\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \cancelto{0}{-g_{m_2}V_2} \\ \cancelto{0}{-g_{m_1}V_1} \end{pmatrix}$$

$$y_{12}=y_{21} \quad \Rightarrow \quad g_{m_1}=g_{m_2}$$

یعنی به شرط برابری g_{m_1} و g_{m_2} ، این شبکه هم‌پاسخ است، با آنکه منبع وابسته هم دارد.

5ـ در مدار خطی تغییرناپذیر با زمان شکل (5ـ10ـ الف) اطلاعات روی شکل مفروض است؛ اکنون مدار را به شکل (5ـ10ـ ب) وصل می‌کنیم. ولتاژ $\hat{V}_1$ چقدر است؟



(الف) (ب)

شکل (5ـ10) شبکه‌های تمرین 5

با هم‌پاسخی، مسئله حل است. ابتدا با بیان اول هم‌پاسخی:

$\delta(t)$ پاسخ در اثر ورودی منبع جریان $\hat{V}_1=e^{-t}-e^{-2t}$

ازطرفی طبق شکل (5ـ10ـ الف) پاسخ منبع جریان $\delta(t)$ برابر e^{-t} است؛ پس پاسخ $u(t)$، برابر انتگرال آن است و نهایتاً طبق بیان سوم هم‌پاسخی:

$u(t)$ پاسخ در اثر ورودی منبع ولتاژ $\hat{V}_1=\int_0^t e^{-t}\,dt=1-e^{-t}$

نهایتاً به کمک قضیه ارزشمند جمع آثار خروجی معلوم می‌شود:

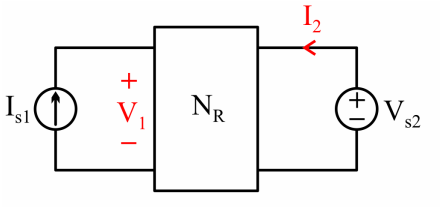
$$\hat{V}_1=\cancel{e^{-t}}-e^{-2t}+1-\cancel{e^{-t}}=1-e^{-2t}$$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

حل دوستتان عالی بود؛ اما پیشنهاد می‌کنم که خودتان این مسئله را دوباره در حوزهٔ s نیز حل کنید و دقیقاً به همین نتیجه برسید.

6ـ در دو قطبی شکل زیر که متقابل و هم پاسخ است، 3 آزمایش انجام داده‌ایم، که نتایج آن در جدول ذیل داده شده است. مقادیر خانه‌های خالی جدول را بیابید.



ردیف	I_{s1}	V_1	I_2	V_{s2}
1	6	16	-4	0
2	0		2	30
3	-3	12		15

شکل (5ـ11) دوقطبی تمرین 6 و اطلاعات سه آزمایش

ابتدا با بیان سوم هم‌پاسخی و **توجه به جهت جریان خروجی**، داریم:

$$\text{آزمایش (1)} \quad \rightarrow \quad H_I = \frac{I_2}{I_{s_1}} = -\frac{-4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$H_V = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \text{آزمایش (2)} \rightarrow \quad V_1 = 30 \times \frac{2}{3} = 20\ \text{V}$$

پس V_1 با توجه به بیان سوم هم‌پاسخی و توجه به جهت جریان در خروجی به دست آمد. حالا برای I_2 با توجه به آزمایش‌های (1) و (2) و جمع آثار داریم:

$$I_2 = \left(-\frac{3}{6}\right) \times (-4) + \left(\frac{15}{30}\right) \times 2 = 2 + 1 = 3\text{A}$$

آفرین؛ چقدر قشنگ حل کردی! معلومه که مغز «هم‌پاسخی» را فهمیده‌ای.

www.Mohandesyar.com

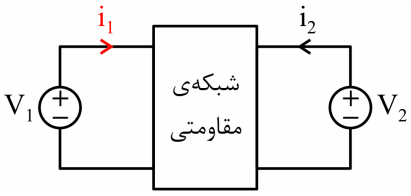
www.Mohandesyar.com

7ـ در شبکهٔ مقاومتی LTI شکل زیر این اطلاعات داده شده است:

$V_1(t)=30t \quad , \quad V_2(t)=0$

$i_1(t)=5t \quad , \quad i_2(t)=2t$

به ازای $V_1(t)=30t+60$ و $V_2(t)=60t+15$، مقدار $i_1(t)$ کدام است؟



شکل (12ـ5) شبکهٔ تمرین 7

1) $5t+10$ 2) $-4t-1$ 3) $t+9$ 4) $9t+11$

به عبارت‌هایی که می‌گویم دقت کنید، هر جا لازم بود، بفرمایید که توضیح بدهم:[1]

$$y_{11}=\frac{I_1}{V_1}=\frac{5t}{30t}=\frac{1}{6}$$

پس خروجی در اثر ورودی V_1 معلوم شد؛ چراکه ادمیتانس ورودی مدار مقدار ثابتی است، بنابراین:

$$V_1 \text{ در اثر } i_1=\frac{1}{6}\times(30t+60)=5t+10$$

تا اینجا چه استفاده‌ای از قضیهٔ هم‌پاسخی شد؟

هیچی، مگر قرار است لحظه به لحظه از هم‌پاسخی کمک بگیریم؟

ادامه می‌دهم:

$$y_{12}=y_{21}=\frac{I_2}{V_1}=\frac{2t}{30t}=\frac{1}{15}$$

1ـ شیرین‌ترین لحظه برای یک معلم، لحظه‌ای است که می‌بیند شاگردش از خودش بهتر درس می‌دهد؛ بهتر تفهیم می‌کند و خلاصه دیدن پرواز شاگرد دیروز و استاد امروز آن‌قدر شور و شعف دارد که نگو و نپرس؛ و خدا را شکر که شما دو نفر به این نقطه رسیده‌اید. مطمئنم که شماها معلم‌هایی خواهید شد بی‌نظیر و عالی و... ان‌شاءا...

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

و حالا با بیان دوم هم‌پاسخی:

V_2 در اثر $i_1 = \frac{1}{15} \times (60t + 15) = 4t + 1$

درنتیجه به کمک روابط به‌دست‌آمده برای i_1 و جمع آثار داریم:

i_1 کل $= 5t + 10 + 4t + 1 = 9t + 11$

یعنی گزینه 4 درست است.

حالا محبت کنید همین مسئله را عیناً با همین اطلاعات یک‌بار دیگر حل کنید، با این تفاوت که این بار، جهت جریان i_2 را برعکس کنید.

حل قسمت اول دوست من یعنی i_1 در اثر V_1 که ربطی به جهت i_2 نداشت، پس این رابطه کماکان برقرار است.

آنچه تغییر می‌کند مقدار i_2 در اثر V_2 است که قرینه می‌شود، پس:

i_1 کل $= 5t + 10 - (4t + 1) = t + 9$

دیدید که این پاسخ هم در گزینه‌ها موجود بود. پس باز می‌گویم، به جهت‌ها خیلی خوب توجه کنید. (خصوصاً در بیان سوم هم‌پاسخی)

و اما آخرین قضیهٔ شبکه:

۵ـ۵ قضیه تلگان

برای هر شبکهٔ فشرده (که در آن قوانین KVL و KCL برقرارند) اعم از خطی و غیرخطی، اکتیو یا پسیو، تغییرپذیر با زمان یا تغییرناپذیر با زمان برقرار است.

طبق یک بیان ساده و واضح، اگر V_K و I_K ولتاژ و جریان شاخهٔ K ام از مدار طبق جهت‌های قراردادی متناظر باشند، طبق قضیه تلگان داریم:

$$\sum_{k=1}^{b} V_K I_K = 0 \qquad (۸ـ۵)$$

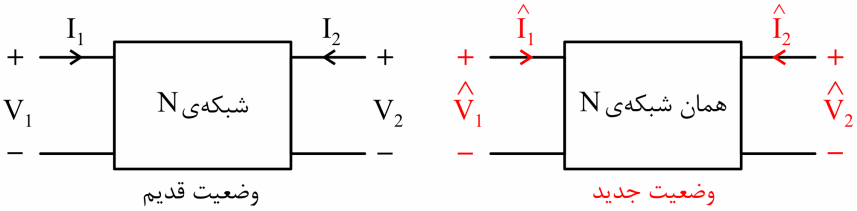
رابطهٔ بالا در اصل بیانگر همان اصل بقای انرژی است. همان‌طوری که می‌دانیم $V_K I_K$ برابر است با توان مصرفی شاخهٔ K ام. حال اگر مداری از محیط بیرون ایزوله باشد، جمع جبری این توان‌ها برای تمامی شاخه‌ها برابر صفر خواهد بود؛ یعنی عده‌ای از شاخه‌ها توان تولید می‌کنند و عده‌ای دیگر مصرف و جمع جبری این‌ها صفر است.

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

و حال یک بیان مفید، خصوصاً در تست‌ها که البته نتیجهٔ همین بیان ساده است:

اگر شبکهٔ N را در دو وضعیت (مثلاً به نام‌های قدیم و جدید) در نظر بگیریم، بین ولتاژها و جریان‌های دو قطب آن‌ها رابطهٔ (9ـ5) برقرار است:



شکل (13ـ5) یک شبکه دوقطبی در دو وضعیت قدیم و جدید

$$\underset{\text{قدیم}}{V_1}\ \underset{\text{جدید}}{\hat{I}_1} + \overset{\text{ورودی}}{V_2}\ \overset{\text{خروجی}}{\hat{I}_2} = \overset{\text{ورودی}}{\hat{V}_1}\ \overset{\text{خروجی}}{I_1} + \underset{\text{جدید}}{\hat{V}_2}\ \underset{\text{قدیم}}{I_2} \qquad (۹ـ۵)$$

رابطهٔ بالا در حل سریع بعضی تست‌ها، فوق‌العاده مفید است. به عنوان نمونه همین دو مسئله آخر یعنی تمرینات 6 و 7 را با روش قضیهٔ تلگان حل کنید.

8ـ حل مجدد تمرین 6 به روش تلگان:

با توجه به آزمایش‌های (1) و (2) در شکل (11ـ5) و رابطهٔ ارزشمند (9ـ5) داریم:

$$16\times 0+0\times 2=\hat{V}_1\times 6+30\times(-4)$$

$$\hat{V}_1=\frac{\cancel{30}\times 4}{\cancel{6}}=20\,V$$

که همان جواب حاصل از هم‌پاسخی است.

و با آزمایش‌های (2) و (3) داریم:

$$20\times(-3)+30\times\hat{I}_2=12\times 0+15\times 2$$

$$\hat{I}_2=\frac{30+60}{30}=3A$$

باز هم، همان نتیجهٔ هم‌پاسخی حاصل شد.

یک چیزی را به شما لو می‌دهم؛ چون الان قضیه هم‌پاسخی را خیلی خوب یاد گرفته‌اید لو دادن این راز! اشکالی ندارد؛ ببینید قضیه هم‌پاسخی یه‌جورایی معادل قضیه تلگان است؛ یعنی اگر در یک مسئله‌ای دیدید که در حل با هم‌پاسخی کمی به

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

مشکل برمی‌خورید، مثل نوشیدن

و با به‌کارگیری رابطهٔ ارزشمند آقای تلگان (یعنی رابطهٔ (5ـ9)) مسئله را در چشم به هم زدنی می‌توانید حل کنید.

9ـ حل مجدد تمرین 7 به روش تلگان:

باز از رابطهٔ مفید (5ـ9) و اطلاعات تمرین 7 بهره می‌گیریم؛ داریم:

$$30t\times\hat{i}_1(t)+0\times\hat{i}_2(t)=(30t+60)\times 5t+(60t+15)\times 2t$$

$$\hat{i}_1(t)=5t+10+4t+1=9t+11$$

که باز هم پاسخ قبلی حاصل شد.

و اما یک تمرین دیگر که از همهٔ تمرین‌هایی که تا کنون داشتیم، مهم‌تر است:

حل مجدد تمام تمرین‌های کتاب به روش و به فکر و به دست خودتان، تا رسیدن به مرز اشباع و وصول به مرزهای توانایی پس از این همه دانایی...

www.Mohandesyar.com

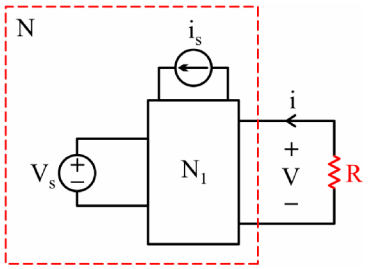
www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

مسایل تکمیلی فصل پنجم

1ـ در مدار زیر N_1 شامل مقاومت‌های خطی مثبت دو سر است و رابطهٔ ولتاژ به جریان برای N با $i_s=2(A)$ و $V_s=2\cos t(V)$ به‌صورت $2V-3i-1+3\cos t=0$ است. اگر $i_s=2\cos t$ و $V_s=2$ شود، ماکزیمم توان R چند وات است؟



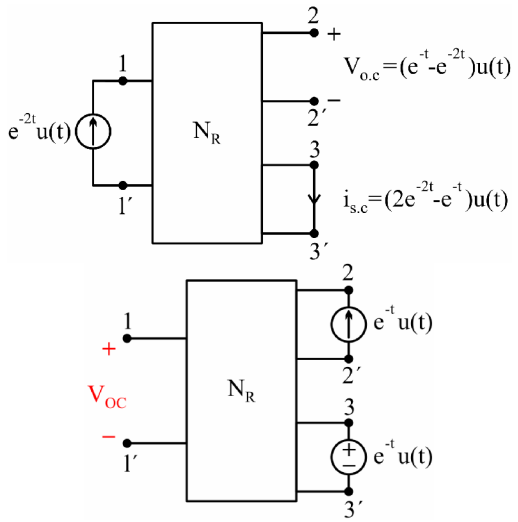
1) $\frac{11}{12}$

2) $\frac{5}{24}$

3) $\frac{19}{48}$

4) $\frac{19}{288}$

2ـ نتایج یک آزمایش بر روی سه‌قطبی متقابل N_R در شکل (الف) داده شده است. (پاسخ‌های حالت صفر). در آزمایش شکل (ب) ولتاژ V_{oc} برابر است با: (مهندسی برق 76)



1) $e^{-t}u(t)$

2) $(te^{-t}-e^{-t})u(t)$

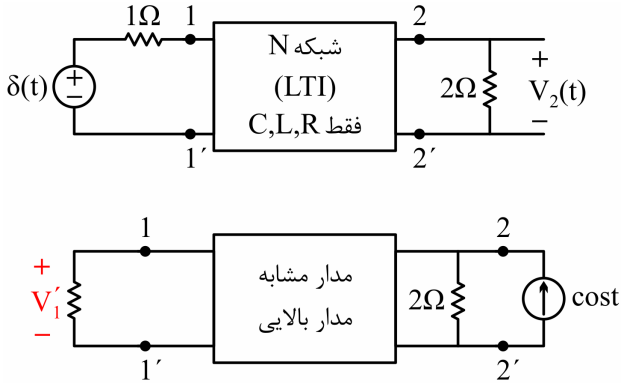
3) $(te^{-t}-2e^{-t})u(t)$

4) $(te^{-t}+e^{-t})u(t)$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

3ـ در مدار زیر وقتی که ورودی در قطب $(1,1')$ برابر $\delta(t)$ باشد، ولتاژ خروجی در قطب $(2,2')$ برابر با $V_2(t)=2e^{-t}$ است. حال اگر منبع تغذیه ورودی را اتصال کوتاه کنیم و در خروجی یک منبع جریان برابر $\cos t$ قرار دهیم، ولتاژ $V_1'(t)$ در قطب $(1,1')$ چه می‌شود؟



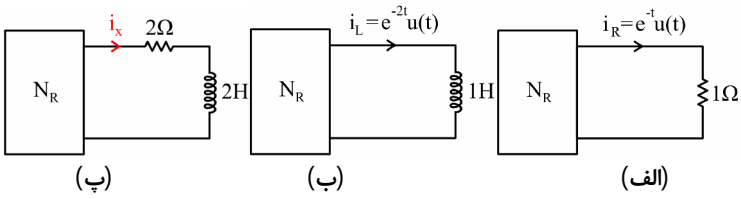
1) $\frac{2}{\sqrt{2}}\cos(t+30)$

2) $\frac{2}{\sqrt{2}}\cos(t+45^\circ)$

3) $\frac{2}{\sqrt{2}}\cos(t-45^\circ)$

4) $\frac{2}{\sqrt{2}}\cos(t-30^\circ)$

4ـ یک‌قطبی N متشکل از عناصر خطی تغییرناپذیر با زمان و منابع وابسته و نابسته است. در شکل‌های (الف) و (ب) نتایج آزمایش‌ها بر روی این یک‌قطبی داده شده است. (پاسخ‌های حالت صفر) در آزمایش شکل (پ) i_x برابر است با: (مهندسی برق 78)

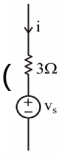


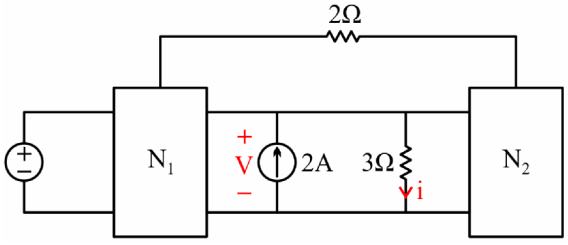
1) $\frac{1}{2}(3e^{-2t}-1)u(t)$

2) $\frac{1}{2}(3e^{-2t}+1)u(t)$

3) $(3e^{-2t}-2e^{-t})u(t)$

4) $(3e^{-2t}+2e^{-t})u(t)$

5ـ در مدار زیر N_1 و N_2 از مقاومت‌های خطی مثبت تشکیل شده و $v=\frac{1}{6}\cos t+\frac{1}{2}$ ولت است. اگر منبع ولتاژ $v_s=12$ ولت را با مقاومت 3Ω سری کنیم (به صورت ) جریان i به اندازه: (مهندسی برق 83)



1) $\frac{11}{3}$ آمپر کم می‌شود.

2) 3 آمپر کم می‌شود.

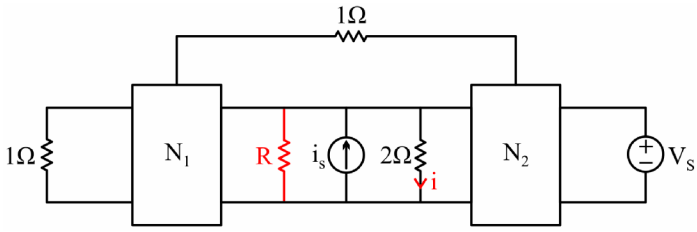
3) 4 آمپر کم می‌شود.

4) 4 آمپر اضافه می‌شود.

www.Mohandesyar.com

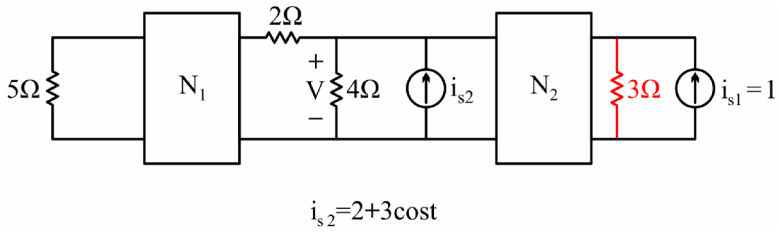
www.Mohandesyar.com

6ـ در شکل زیر مدارهای N_1 و N_2 از مقاومت‌های خطی مثبت تشکیل شده و به ازای $R=2\Omega$، $i=\frac{1}{3}i_s+\frac{1}{4}v_s$ است. به ازای چه مقدار R، توان آن ماکزیمم است؟ (مهندسی برق 84)



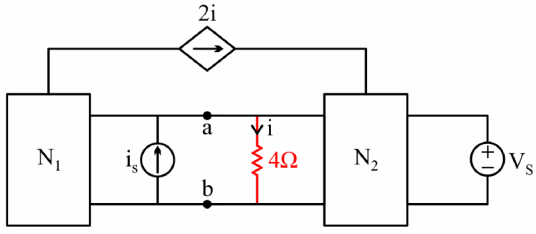
1) -1Ω
2) 1Ω
3) 2Ω
4) $\frac{2}{5}\Omega$

7ـ در مدار زیر N_1 و N_2 مدارهای مقاومتی خطی و هم‌پاسخ و بدون منابع نابسته هستند. برای $i_{s_1}=1$ و $i_{s_2}=2+3\cos t$ به‌دست می‌آوریم $v=8+9\cos t$. برای $i_{s_1}=0$ و $i_{s_2}=\cos t$ توان متوسط مقاومت 3 اهمی چند وات است؟ (مهندسی برق 85)



1) $\frac{2}{3}$
2) $\frac{1}{6}$
3) $\frac{4}{3}$
4) 6

8ـ در مدار زیر (با فرض جواب یکتا)، N_1 و N_2 از مقاومت‌های خطی تشکیل شده‌اند و $i=\frac{2}{7}(v_s+i_s)$ است. به‌جای مقاومت 4Ω چه مقاومتی بگذاریم تا مقاومت کل مدار از دو سر a و b برابر $\frac{8}{9}\Omega$ شود؟ (مهندسی برق 86)



1) $\frac{8}{7}\Omega$
2) $\frac{8}{5}\Omega$
3) 2Ω
4) 4Ω

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

حل تشریحی

1. **گزینه 3 درست است.**

می‌دانیم که رابطه $V-i$ برای مدارهای مقاومتی به صورت $V = R_{eq} i + e_{oc}$ است.

پس در اینجا:

$$V = \underbrace{\frac{3}{2}}_{R_{eq}} i + \underbrace{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\cos t}_{e_{oc}}$$

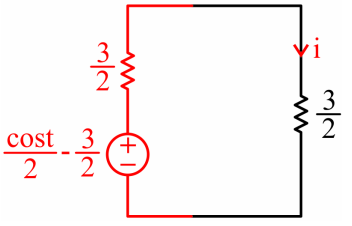
و مقدار R_{eq} هم مستقل از منابع است؛ حالا باید رابطهٔ e_{oc} را به صورت ترکیب خطی از i_s و V_s بنویسیم:

$$e_{oc} = \underbrace{\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\cos t}_{} = \underbrace{\frac{1}{4} i_s - \frac{3}{4} V_s}_{}$$

حالا با ورودی‌های جدید، داریم:

$$e_{oc} = \frac{\cos t}{2} - \frac{3}{2}$$

و طبق قضیهٔ مچینگ باید $R = \frac{3}{2}\Omega$ باشد، پس مدار ساده‌شده این‌طور می‌شود:



$$i = \frac{1}{6}\cos t - \frac{1}{2}$$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

و توان R برابر است با:

$$p=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\left(\frac{1}{6}\right)^2+\frac{3}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{19}{48}W$$

2. گزینه 1 درست است.

با توجه به بیان‌های قضیهٔ هم‌پاسخی، مسئله حل می‌شود. ابتدا ارتباط قطب‌های $11'$ با $22'$:

$$Z_{21}=\frac{\frac{1}{S+1}-\frac{1}{S+2}}{\frac{1}{S+2}}=\frac{1}{S+1}$$

پس طبق قضیهٔ هم‌پاسخی:

$$Z_{21}=Z_{12}=\frac{1}{S+1}=\frac{V_1}{I_2}=\frac{V_1}{\frac{1}{S+1}}$$

یعنی:

$$V_1=\left(\frac{1}{S+1}\right)^2$$

این شد اثر منبع جریان؛ حال بگذارید دوستتان اثر منبع ولتاژ را بگوید.

با توجه به شکل (الف) در سرهای $11'$ و $33'$ داریم:

$$H_I=\frac{I_3}{I_1}=\frac{\frac{2}{S+2}-\frac{1}{S+1}}{\frac{1}{S+2}}=\frac{S}{S+1}$$

اینجا بیان سوم قضیهٔ هم‌پاسخی به فریادمان می‌رسد که:

$$H_I=H_V=\frac{S}{S+1}=\frac{V_1}{V_3}=\frac{V_1}{\frac{1}{S+1}}$$

یعنی:

$$V_1=\frac{S}{(S+1)^2}$$

و حالا به کمک قضیهٔ جمع آثار داریم:

$$V_{oc}=\frac{S+1}{(S+1)^2}=\frac{1}{S+1}$$

و نهایتاً:

$$V_{oc}=e^{-t}\,u(t)$$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

این مسئله، مسئله جالبی است؛ به حل آن خوب توجه کنید [1].

3. گزینه 3 درست است.

باز با بیان سوم قضیهٔ هم‌پاسخی من شروع می‌کنم:

$$H_V=\frac{V_2}{V_1}=\frac{\frac{2}{S+1}}{1}=\frac{2}{S+1}=H_I=\frac{I'_1}{I'_2}$$

ضمناً معلومه که:

$$i'_2=\cos t \Rightarrow I'_2=\frac{S}{S^2+1}$$

و...

ببخشید، ادامه ندهید، در این مسئله به‌جای استفاده از تبدیل لاپلاس و عکس آن برای یافتن i'_1، مانند مسایل فصل لاپلاس در تابع تبدیل S را به $j\omega$ تبدیل کرده و به‌جای ω فرکانس ورودی را که در اینجا فرکانس i'_2 است قرار می‌دهیم:

$$H_I=\frac{2}{j\omega+1}=\frac{2}{j+1} \Rightarrow |H_I|=\frac{2}{\sqrt{2}}\ , \qquad H_I=-45^{\circ}$$

پس:

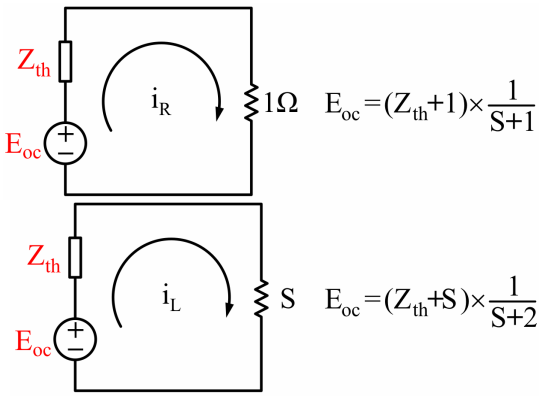
$$i'_1(t)=\frac{2}{\sqrt{2}}\cos\left(t-45^{\circ}\right)$$

و چون $V'_1(t)$ ولتاژ دو سر مقاومت یک اهم است، مقدارش با $i'_1(t)$ برابر است.

حال یک مسئلهٔ ترکیبی از قضایای مدار معادل تونن ـ نورتن و بحث لاپلاس.

4. گزینه 1 درست است.

توضیح استاد، قبل از مسئله، یک کمک خوب برای حل است؛ حتماً شما هم موافقید که:



1ـ البته مثل همیشه، حتماً ابتدا خودتان مسئله را حل کنید و بعداً به حل دوستانتان مراجعه کنید.

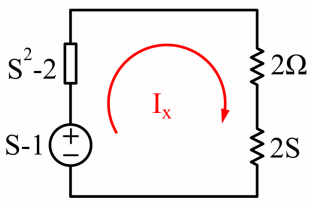
www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

با حل این دو معادله، دو مجهول داریم:

$E_{oc}=S-1$ و $Z_{th}=S^2-2$

پس مدار شکل (پ) به صورت زیر خواهد بود:



$$I=\frac{S-1}{S^2-\cancel{2}+\cancel{2}+2S}=\frac{S-1}{S(S+2)}$$

$$I=\frac{-\frac{1}{2}}{S}+\frac{\frac{3}{2}}{S+2}$$

و سرانجام با عکس لاپلاس گرفتن:

$$i(t)=\left(-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}e^{-2t}\right)u(t)$$

5. گزینه 1 درست است.

در حالت اول از روی v داده‌شده، جریان i به دست می‌آید:

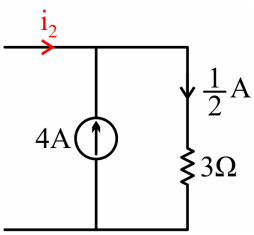
$$i_1=\frac{1}{18}\cos t+\frac{1}{6}$$

و زمانی‌که مقاومت سه اهم با منبع ولتاژ سری می‌شود با یک تبدیل نورتن می‌توانیم بگوییم که منبع 2A قبلی به منبع $\left(2+\frac{12}{3}\right)=6A$ تبدیل شده است.

پس جریان هم سه برابر می‌شود:

$$\frac{1}{6}\times 3=\frac{1}{2}A$$

حواسمان باشد که این جریان مقاومت سه اهم است ولی i که سؤال مشخص کرده جریان مقاومت سری با منبع ولتاژ است؛ پس:



$$i_2=\frac{1}{2}-4=\frac{-7}{2}$$

$$\Delta i=i_2-i_1=\frac{-7}{2}-\frac{1}{6}=\frac{-22}{6}=\frac{-11}{3}A$$

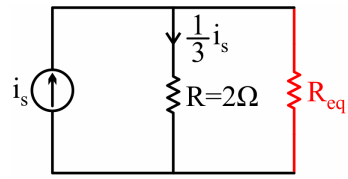
www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

6. گزینه 2 درست است.

باید R با مقاومت معادل از دو سرش برابر باشد تا ماکزیمم توان به آن برسد و از طرف دیگر زمانی‌که $R = 2\Omega$ بوده است، جریانش به دلیل تساوی دو مقاومت با i داده‌شده در صورت سؤال برابر است.

و چون شبکه‌های N_1 و N_2 مقاومتی هستند، باید v_s را صفر کنیم و از دو سر R موازی با i_s یک مقاومت معادل ببینیم:



$$\frac{1}{3}i_s = \frac{R_{eq}}{R_{eq}+2}i_s \quad \Rightarrow \quad R_{eq} = 1\Omega$$

7. گزینه 1 درست است.

می‌توانیم از قضایای هم‌پاسخی استفاده کنیم؛ که با توجه به شرایط داده‌شده، قضیهٔ اول می‌شود. در حالت اول با صفر کردن جریان i_{s_2}، ولتاژ V داده‌شده، همان ولتاژ ولت‌متر طرف دوم می‌شود برای جریان i_{s_1} و در حالت دوم هم i_{s_1} را صفر در نظر گرفته و درواقع دو سر مقاومت 3Ω ولت‌متر قرار داده که ولتاژش را برای یافتن توان باید بخوانیم.

و نسبت ولت‌متر به منبع جریان را در دو حالت باید برابر قرار دهیم:

$$\frac{V_{4\Omega}}{i_{s_1}} = \frac{8}{1}$$

اشتباه نکنید! همه 8V ناشی از i_{s_1} نیست، i_{s_2} هم بخش DC دارد و باید سهم هرکدام را جداگانه با توجه به جمع آثار به دست آوریم.

$$V_{4\Omega} = 3i_{s_2} + 2i_{s_1} \quad \Rightarrow \quad \left.\frac{V_{4\Omega}}{i_{s_1}}\right|_{i_{s_2}=0} = 2 = \left.\frac{V_{3\Omega}}{i_{s_2}}\right|_{i_{s_1}=0} \quad \Rightarrow \quad V_{3\Omega} = 2\cos t \quad \Rightarrow$$

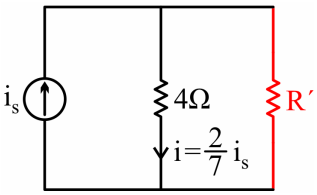
$$P_{3\Omega} = \frac{1}{2}\frac{|V|^2}{R} = \frac{1}{2}\frac{2^2}{3} = \frac{2}{3}W$$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

8. گزینه 3 درست است.

شبیهش را دیده‌ایم؛ دوباره باید v_s را صفر کنیم و چون شبکه‌ها مقاومتی هستند از دو سر منبع جریان موازی با مقاومت 4Ω یک مقاومت معادل ببینیم:



$$i=\frac{2}{7}i_s=\frac{R'}{R'+4}i_s \quad \Rightarrow \quad R'=\frac{8}{5}\Omega$$

حالا باید ببینیم $\frac{8}{5}\Omega$ موازی چه مقاومتی بشود تا معادل $\frac{8}{9}\Omega$ شود:

$$\frac{1}{R_{ab}}=\frac{9}{8}=\frac{5}{8}+\frac{1}{R} \quad \Rightarrow \quad R=2\Omega$$

www.Mohandesyar.com

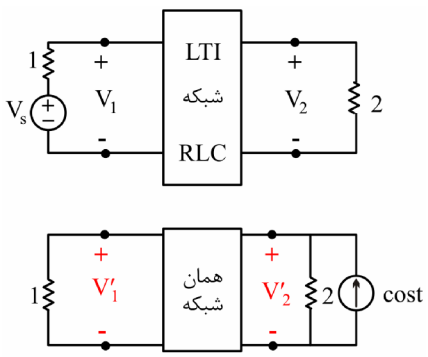
www.Mohandesyar.com

خودآزمایی فصل پنجم

1. در شکل الف، اگر v_s ضربه باشد؛ پاسخ‌های ضربه آن برای $t \geq 0$ عبارتند از:

$$v_1(t) = \delta(t) + e^{-t} + e^{-2t} \;;\; v_2(t) = 2e^{-t} - e^{-2t}$$

حالا شکل (ب) را در نظر بگیرید؛ منبع V_s را صفر می‌کنیم و منبع جریان cos t را به خروجی وصل می‌کنیم. در این حالت $|V'_1|$ کدام است؟



1) 1
2) 0.6
3) 0.8
4) اطلاعات مسأله کافی نمی‌باشد.

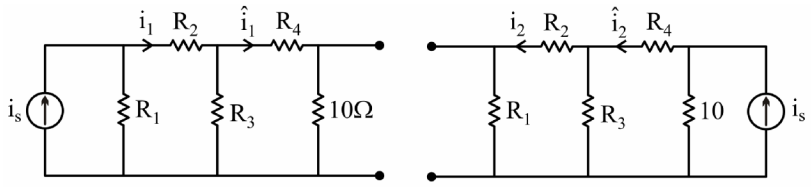
2. در مسأله‌ی فوق $|V'_2|$ در شکل (ب) کدام است؟

1) 1
2) 0.6
3) 0.8
4) اطلاعات مسئله کافی نمی‌باشد.

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

3. سه شبکه مقاومتی موجود در شکل را در نظر بگیرید. در اندازه‌گیری اول $\hat{i}_1 = 0.3\, i_s$ و $i_1 = 0.6\, i_s$ و در اندازه‌گیری دوم $\hat{i}_2 = 0.5\, i_s$ و $i_2 = 0.2\, i_s$ به‌دست آمده است. در صورتی که هر دو ورودی را اعمال کنیم، k چه‌قدر باشد تا $V_2 = 2V_1$ شود؟

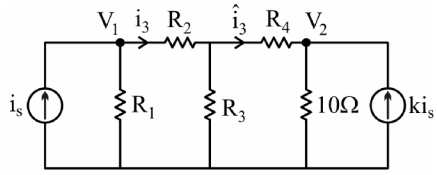


1) $k = \frac{1}{2}$

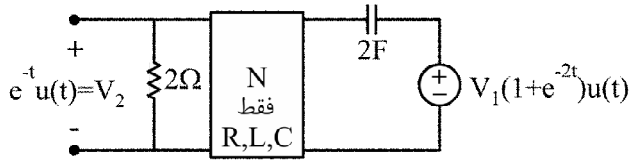
2) $k = -9$

3) $k = 2$

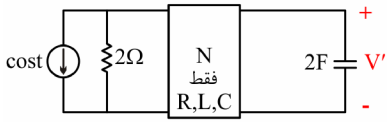
4) $k = -3$



4. در مدار شکل (1) وقتی ورودی V_1 را اعمال کنیم ولتاژ خروجی برابر V_2 خواهد شد حال اگر منبع تغذیه در ورودی را اتصال کوتاه کرده و در خروجی یک منبع جریان $\cos t$ قرار دهیم ولتاژ V' کدام است؟



مدار شکل (1)



مدارشکل (2)

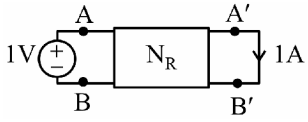
1) $-\frac{\sqrt{2}}{8}\cos\left(t-\frac{\pi}{4}\right)$

2) $\frac{-\sqrt{2}}{4}\cos\left(t-\frac{\pi}{8}\right)$

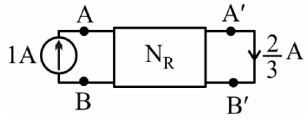
3) $\frac{-\sqrt{2}}{8}\sin\left(t-\frac{\pi}{4}\right)$

4) $\frac{-\sqrt{2}}{4}\cos\left(t-\frac{\pi}{8}\right)$

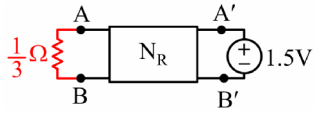
5. در مورد شبکه‌های متقابل N_R، آزمایش‌های (الف) و (ب) انجام شده است. حالا اگر مطابق شکل (ج) در سر $A'B'$ منبع 1.5V وصل کنیم، جریان مقاومت $\frac{1}{3}\Omega$ برابر با کدام گزینه می‌شود؟



(الف)



(ب)



(ج)

1) 0.5A

2) 1.5A

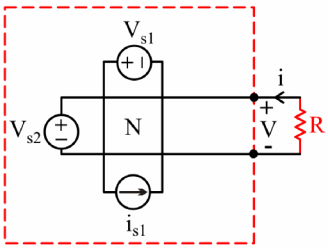
3) 1A

4) 3A

www.Mohandesyar.com

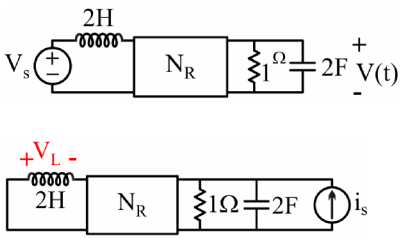
www.Mohandesyar.com

6. N یک شبکه مقاومتی خطی است و به ازاء $V_{s1}=4$ و $V_{s2}=\cos t$ و $i_{s1}=3\sin 2t$ رابطه v و i به‌صورت $3v-3i+6+2\cos t-3\sin 2t=0$ می‌گردد، حالا اگر $V_{s1}=0$ و $V_{s2}=3$ و $i_{s1}=6\sqrt{2}\cos t$ باشد، ماکزیمم توان مقاومت R، چند وات است؟



1) 32W
2) 2W
3) 8W
4) 1W

7. N_R یک دوقطبی هم‌پاسخ است. اگر $V_s=u(t)$ آن‌گاه $V(t)=\left[e^{-t}+2+e^{-2t}\cos t\right]u(t)$ اگر چنانچه $i_s=2u(t)$ باشد، $V_L\left(0^+\right)$ برابر کدام می‌شود؟



1) 8V
2) 6V
3) 12V
4) هیچ‌کدام

8. در شبکه مقاومتی خطی تغییرناپذیر با زمان شکل داده شده اطلاعات زیر مفروض است:

$V_1(t)=10t \qquad V_2(t)=2t$

$i_1(t)=5t \qquad i_2(t)=0$

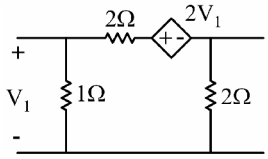
با فرض $V_1(t)=20t$، $i_2(t)=3t+5$، $i_1(t)$ کدام است؟

1) $6t-2$
2) $-6t+2$
3) $9.4t-1$
4) $-9.4t+1$

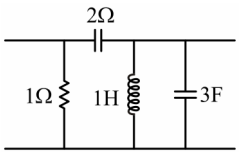
www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

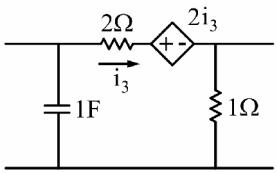
9. در مورد شبکه‌های دو قطبی شکل زیر کدام یک از جملات صحیح است؟



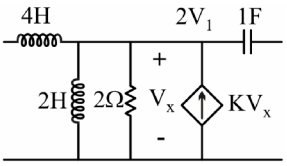
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

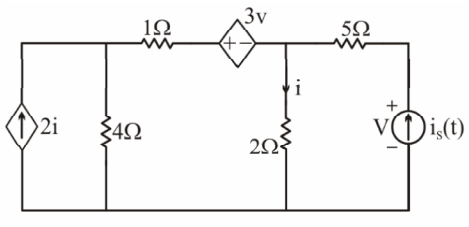
1) تنها شبکه (ب) هم پاسخ است.
2) همه شبکه‌ها هم پاسخ هستند.
3) تنها شبکه (الف) هم پاسخ نیست.
4) شبکه (د) بسته به مقدار k می‌تواند هم پاسخ باشد یا نباشد.

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

سؤالات مدارهای الکتریکی کنکور کارشناسی ارشد 1388

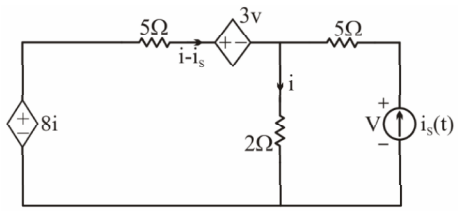
1. اگر $i_s(t)=1+\frac{2\cos t}{3}$ باشد، توان متوسط منبع ولتاژ وابسته چند وات است؟



1) +11
2) −11
3) 13
4) −13

حل: گزینه 2 درست است.

پس از تبدیل نورتن به تونن در سمت چپ مدار، با KCL بازی کردن و KVL زدن داریم:



$$KVL: V=5i_s(t)+2i$$

$$KVL: -8i+5(i-i_s)+3(5i_s(t)+2i)+2i=0 \quad \Rightarrow \quad i=-2i_s$$

حالا توان منبع وابسته را در حالت‌های dc و ac حساب کرده و جمع می‌کنیم:

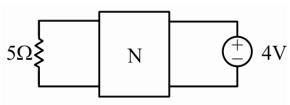
$$P=3V(i-i_s)=3(5i_s+2(-2i_s))(-2i_s-i_s)=-9i_s^2$$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

$$\Rightarrow \begin{cases} P_{dc} = -9 \\ P_{ac} = -9 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \quad P_t = -11\,W$$

2. مدار داده شده در شکل مقابل مقاومتی، خطی و تغییرناپذیر با زمان است. 80 درصد توان متوسط توسط N جذب می‌شود. اندازه منبع ولتاژ ثابت را چند برابر کنیم تا 30 درصد توان به مقاومت 5Ω برسد؟



1) $\frac{3}{2}$ برابر

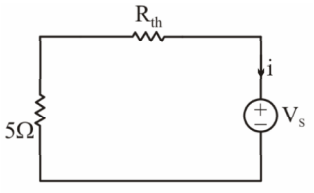
2) $\frac{9}{4}$ برابر

3) درصدتوان جذب شده توسط 5Ω فقط به مقدار مقاومت بستگی دارد و مستقل از منبع ولتاژ است.

4) درصد توان جذب شده توسط 5Ω به مقدار مقاومت و N بستگی دارد و مستقل از اندازه منبع ولتاژ است.

حل: گزینه 4 درست است.

با توجه به مقاومتی و LTI بودن شبکه N ازدو سر مقاومت 5Ω می‌توانیم یک مدار معادل تونن ببینیم؛ این لطفی است که قضیه‌ی مدار معادل به ما می‌کند و به ما اجازه می‌دهد که به جای یک هیولای ناشناخته، فقط یک مقاومت فسقلی و یک منبع مستقل قرار بدهیم:



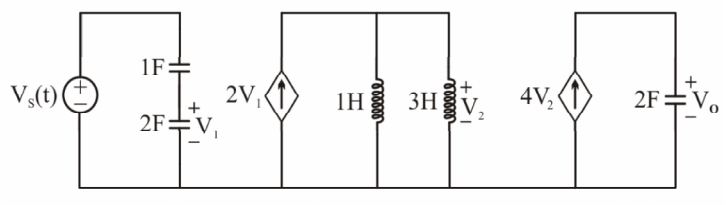
به نظر می‌رسد درصدی از توان کل که به مقاومت 5Ω می‌رسد به مقدار این مقاومت و همچنین مقدار R_{th} بستگی دارد و میزان V_s روی این درصد اثر نمی‌گذارد و به‌طور دقیق داریم:

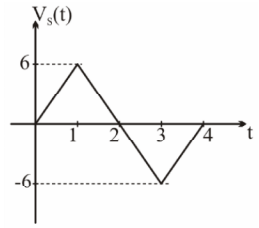
$$\left|\frac{P_{5\Omega}}{P_t}\right| = \left|\frac{5i^2}{V_s i}\right| = \left|\frac{5i}{V_s}\right| = \left|\frac{5}{V_s} \times \frac{-V_s}{5+R_{th}}\right| = \frac{5}{5+R_{th}}$$

www.Mohandesyar.com

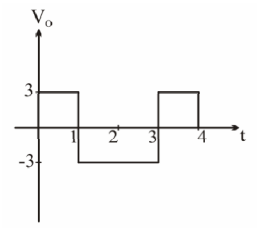
www.Mohandesyar.com

3. شکل موج $V_s(t)$ مدار شکل مقابل به صورت زیر داده شده است. شکل موج ولتاژ خروجی V_o کدام است؟ (شرایط اولیه صفر)

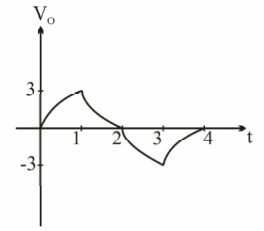




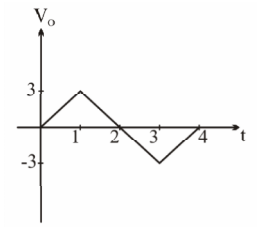
(1



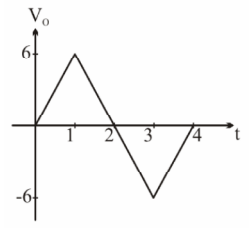
(2



(3



(4



حل: گزینه 4 درست است.

بدون شرح[1]

$$V_1 = \frac{1}{1+2}V_s = \frac{1}{3}V_s$$

$$V_2 = 3\frac{di_{3H}}{dt} = 3\frac{d\left(\frac{1}{1+3}2V_1\right)}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dV_s}{dt}$$

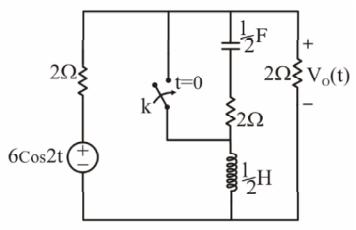
$$V_o = \frac{1}{2}\int i_{2F}dt = \frac{1}{2}\int 4V_2 dt = \frac{1}{2}\int 4\times\frac{1}{2}\frac{dV_s}{dt}dt = V_s$$

1ـ خدا وکیلی بعد این همه مدت غواصی در دریاچه‌ی عمیق مدارهای الکتریکی، دیگه یاداوری روابط تقسیم ولتاژ و تقسیم جریان و فرمول‌های خازن و سلف و ... بی انصافیه! هم برای گوینده و هم برای شنونده!

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

4. در مدار شکل زیر که در حالت دائمی قرار دارد، کلید k در لحظه $t=0$ بسته می‌شود. بخش گذرای پاسخ $V_o(t)$ برای $t \geq 0$ کدام است؟



1) $-e^{-2t}$

2) $-\frac{3}{2}e^{-2t}$

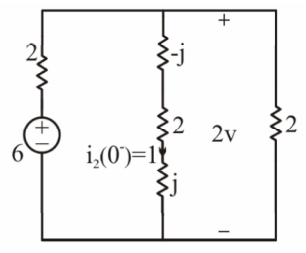
3) $\frac{1}{2}e^{-2t}$

4) $\frac{5}{4}e^{-2t}$

حل: گزینه 3 درست است.

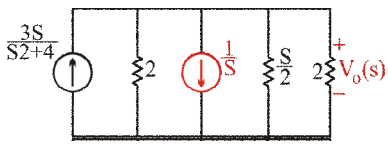
ابتدا قبل از بسته شدن کلید مقدار اولیه جریان سلف که در $t \geq 0$ مورد احتیاج است را به کمک آن قدم صفرم دوست داشتنی! و رسم مدار در 0^- به کمک رابطه بی نهایته پیدا می‌کنیم:

in $t=\overline{0}$;



حالا برای $t>0$ که کلید بسته شده است، مدار را در حوزه لاپلاس در نظر می‌گیریم و با مقادیر اولیه بدست آمده دست به کار می‌شویم:

$t>0$



$$V_o(S)=\left(\frac{3S}{S^2+4}-\frac{1}{S}\right)\left(2 \quad 2 \quad \frac{S}{2}\right)=\left(\frac{3S}{S^2+4}-\frac{1}{S}\right)\left(\frac{S}{S+2}\right)=\frac{0.5}{S+2}+\frac{AS+B}{S^2+4}$$

واضح است که برای بخش‌گذاری $V_o(t)$ نیاز به بدست آوردن A و B نداریم و با لاپلاس معکوس خواهیم داشت:

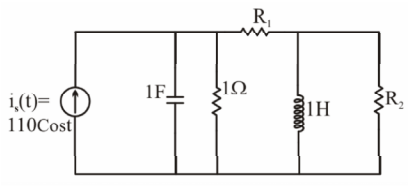
$$V_o(t)=0.5e^{-2t}u(t)$$

مرحبا! همان‌طور که در فصل مبانی مدارات LTI هم گفته بودیم دیدید که هم ورودی‌ها و هم شرایط اولیه هر دو در تولید پاسخ‌گذرای مدار نقش دارند.

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

5. در مدار شکل مقابل توان متوسط (یا توان مصرفی) مقاومت R_1 برابر P_1 وات و توان مصرفی مقاومت R_2 برابر P_2 وات است. مقاومت‌های R_1 و R_2 چند اهمی باشند تا P_1+P_2 حداکثر باشد؟



1) $R_2=\frac{1}{2}\ ,\ R_1=\frac{1}{2}$

2) $R_2=0\ ,\ R_1=1$

3) $R_2=1\ ,\ R_1=0$

4) $R_2=2\ ,\ R_1=2$

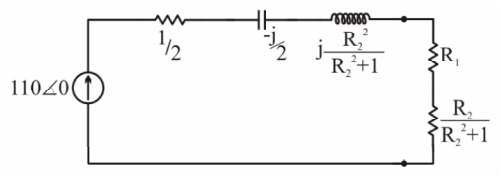
حل: گزینه 3 درست است.

اگر بخواهیم ماکزیمم توان به مقاومت‌های R_1 و R_2 برسد، بهتر است این مقاومت‌ها را کنار هم بیاوریم و از قضیه انتقال توان ماکزیمم استفاده کنیم.

ابتدا شاخه R_2 موازی با سلف 1H را به سری تبدیل می‌کنیم:

$$Z=\frac{R_2 j}{R_2+j}=\frac{R_2 j(R_2-j)}{R_2^2+1}=\frac{R_2}{R_2^2+1}+j\frac{R_2^2}{R_2^2+1}$$

نهایتاً بعد از تبدیل RC موازی به سری مدار به این صورت در می‌آید:



و حالا طبق قضیه انتقال توان ماکزیمم باید $R_L=|Z_s|$ باشد، پس:

$$R_1+\frac{R_2}{R_2^2+1}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{R_2^2}{R_2^2+1}-\frac{1}{2}\right)^2}$$

اگر نخواهیم معادله را کامل حل کنیم، می‌توانید گزینه‌ها را در آن جایگذاری کنیم که به سادگی دیده می‌شود که $R_1=0$ و $R_2=1$ در آن صدق می‌کند.

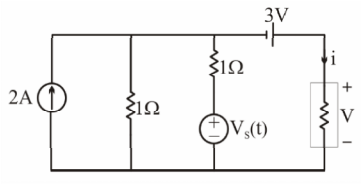
پس گزینه 3 درست است. مسأله‌ی قشنگی بود؛ یک‌بار دیگر خودتان از اول آن را حل کنید.

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

6. در مدار شکل زیر، ولتاژ $V(t)$ دو سر مقاومت غیر خطی به کدام جواب نزدیک‌تر است؟

$v_s(t) = 0.18\cos 2t$ و مشخصه مقاومت غیر خطی $i = \begin{cases} v^2 & v > 0 \\ 0 & v < 0 \end{cases}$، است.

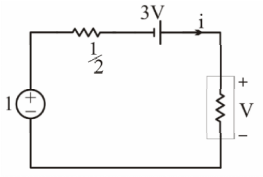


1) $2 + 0.03\cos 2t$ 2) $2 + 0.06\cos 2t$

3) $4 + 0.018\cos 2t$ 4) $4 + 0.036\cos 2t$

حل: گزینه 1 درست است.

به نظرم بهتر است که ابتدا بخش dc مدار را در نظر بگیریم تا نقطه کار این مقاومت غیر خطی را بیابیم. با تبدیل نورتن به تونن داریم:



$$KVL: -1 + \frac{1}{2}v^2 - 3 + v = 0$$

$$\frac{1}{2}v^2 + v = 4 \quad \Rightarrow \quad v = 2$$

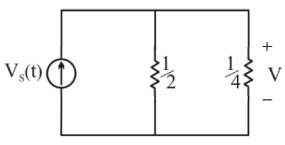
ادامه کار را می‌سپرم به دوستم!

حال که نقطه کار این مقاومت پیدا شده می‌توانیم مقاومت معادل آن در این نقطه را به دست آوریم:

$$\frac{1}{R} = \frac{di}{dv} = 2v = 4 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{1}{4}$$

من هم جمع‌بندی کار را می‌سپرم به دوست عزیزم[1]!

برای بخش سیگنال کوچک داریم:



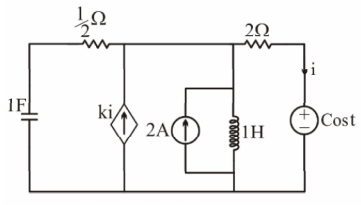
$$v = \left(\frac{1}{2} \quad \frac{1}{4}\right) v_S(t) = \frac{1}{6} v_S(t) = 0.03\cos 2t$$

1- ظاهراً دوستان بزرگوار، کلاس را با زمین والیبال اشتباه گرفته‌اند!

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

7. **در مدار شکل زیر با فرض** $k=2$ **، حالت دائمی جریان** $i(t)$:



1) فرکانس‌های $\omega=1$ و $\omega=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ دارد.

2) فرکانس‌های $\omega=1$ و $\omega=2\sqrt{3}$ دارد.

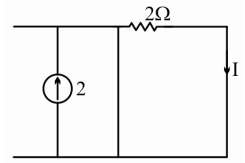
3) فرکانس‌های $\omega=1$ ، $\omega=0$ و $\omega=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ دارد.

4) حالت دائمی ندارد.

حل: گزینه 1 درست است.

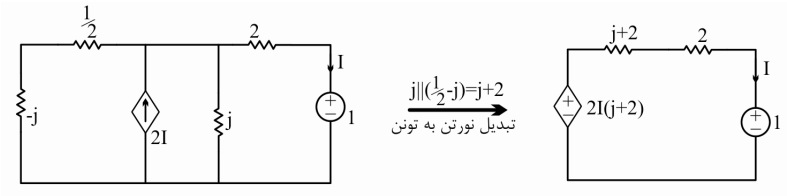
من قدم‌های اولیه را بر می‌دارم تا ببینیم چه می‌شود! مدار دارای دو منبع با فرکانس‌های 0 و 1 است، ابتدا این دو را بررسی کنیم:

at $\omega=0;$



$I(j0)=0$

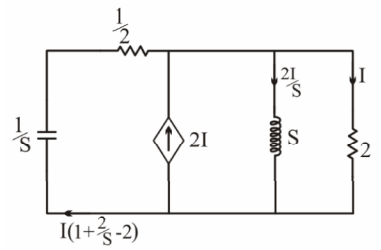
at $\omega=1;$



$$\text{KVL}: -2I(j+2)+(j+2+2)I+1=0 \quad \Rightarrow \quad I=\frac{-1}{-j}=-j=1 \quad -90^\circ$$

پس در فرکانس 1، $i(t)$ حالت دائم سینوسی دارد. ممکن است ساختار مدار هم در خروجی فرکانسی را اضافه کند.

برای یافتن فرکانس طبیعی مدار می‌توانیم ورودی‌ها را صفر کرده و برای I معادله‌ای بنویسیم تا از روی آن به فرکانس‌های طبیعی پی ببریم!



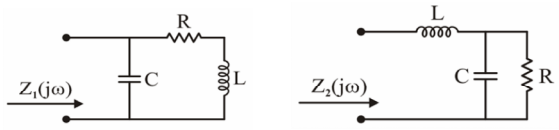
$$\text{KVL}: I\left(\frac{2}{S}-1\right)\left(\frac{1}{S}+\frac{1}{2}\right)+2I=0$$

$$\xrightarrow{\text{معادله مشخصه}} \frac{3}{2}S^2+2=0 \quad \Rightarrow \quad S=\pm 2\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

8. **برای آنکه فرکانس تشدید دو مدار شکل زیر یکسان باشند، کدام شرط باید برقرار باشد؟**



1) $R=\frac{L}{C}$ 2) $R=\frac{C}{L}$

3) $R=\sqrt{\frac{L}{C}}$ 4) $R=\sqrt{\frac{C}{L}}$

حل: گزینه 3 درست است.

اگر جزو آن دسته از دانشجویانی نیستید که فرکانس تشدید را برای چندین مدار مشهور حفظ کرده‌اید، چاره‌ای ندارید جز این که تست را از راه تشریحی حل کنید. یعنی برای یافتن فرکانس تشدید، باید امپدانس یا ادمیتانس (هر کدام راحت‌تر است) را به دست آورده و بخش موهومی آن را برابر صفر قرار دهیم.

اینم که کاری نداره، من می‌نویسم؛ هر کجا اشکالی داشتید، بفرمایید تا توضیح بدهم!

$$Y_1(j\omega)=jC\omega+\frac{1}{R+jL\omega}=jC\omega+\frac{R-jL\omega}{R^2+(L\omega)^2}$$

$$\mathrm{Im}\left(Y_1(j\omega)\right)=0 \;\Rightarrow\; C\omega-\frac{L\omega}{R^2+(L\omega)^2}=0 \;\Rightarrow\; \omega_r=\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{L^2}}$$

$$Z_2(j\omega)=jL\omega+\frac{R\times\frac{1}{jC\omega}}{R+\frac{1}{jC\omega}}=jL\omega+\frac{R}{RjC\omega+1}=jL\omega+\frac{R(1-jRC\omega)}{1+(RC\omega)^2}$$

$$\mathrm{Im}\left(Z_2(j\omega)\right)=0 \;\Rightarrow\; L\omega-\frac{R^2C\omega}{1+(RC\omega)^2}=0 \;\Rightarrow\; \omega_r=\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{1}{R^2C^2}}$$

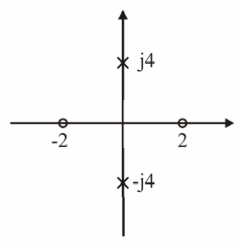
و سرانجام قدم بسیار دشوار کار را بنده انجام می‌دهم!! اگر این فرکانس‌ها را با هم برابر قرار دهیم داریم:

$$\frac{R^2}{L^2}=\frac{1}{R^2C^2} \;\Rightarrow\; R^4=\frac{L^2}{C^2} \;\Rightarrow\; R=\sqrt{\frac{L}{C}}$$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

9. محل صفرها و قطب‌های یک تابع شبکه در شکل زیر نشان داده شده است. اگر بدانیم بهره dc این شبکه -1 است، به ازای کدام مقدار $a>0$ ، ورودی به صورت $e^{-at}u(t)$ پاسخی به صورت ke^{-at} ایجاد نخواهد کرد؟



1) 1
2) 2
3) 4
4) یافتن چنین مقدار a ممکن نیست.

حل: گزینه 2 درست است.

باتوجه به محل صفر و قطب‌های تابع شبکه و بهره dc برابر -1 و سر سوزن ذوق کنترلی! داریم:

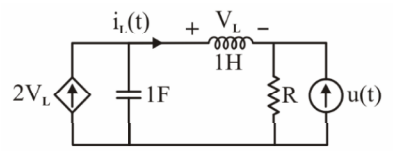
$$H(S)=\frac{4(S+2)(S-2)}{(S^2+16)}$$

$$Y(S)=X(S)H(S)=\frac{1}{S+a}\frac{4(S+2)(S-2)}{S^2+16}=\frac{k(-a+2)(-a-2)}{S+a}+\frac{As+B}{s^2+16}$$

برای آنکه جمله‌ای به صورت ke^{-at} در خروجی نداشته باشیم باید صورت کسر با مخرج $S+a$ را برابر صفر قرار دهیم (تا پاسخ گذرا صفر گردد) و با توجه به $a>0$ داریم:

$$(-a+2)=0 \quad \Rightarrow \quad a=2$$

10. در مدار مرتبه دوم شکل مقابل پاسخ حالت صفر $i_L(t)$ به ورودی پله واحد کدام مشخصه زیر را دارد؟



1) به ازای $R=2\Omega$ پاسخ مدار بی‌اتلاف خواهد بود.
2) به ازای $R=2\Omega$ پاسخ مدار میرای بحرانی خواهد بود.
3) به ازای $R=4\Omega$ پاسخ مدار میرای شدید خواهد بود.
4) به ازای $R>4\Omega$ پاسخ مدار میرای ضعیف خواهد بود.

حل: گزینه 1 درست است.

برای مشخص شدن فرم پاسخ باید به دنبال معادله مشخصه و فرکانس‌های طبیعی برویم، می‌دانیم معادله مشخصه هم مستقل از منابع مستقل است، پس منبع $u(t)$ را صفر کرده، سپس برای خروجی i_L یک KVL در حوزه لاپلاس می‌نویسیم؛ داستان از این قرار خواهد شد:

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

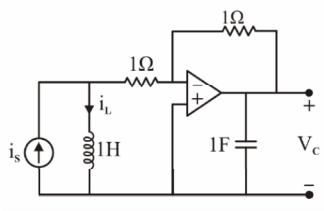
$$SI_L + RI_L + \frac{1}{S}(I_L - 2\underbrace{V_L}_{sI_L}) = 0$$

$$I_L\left(S + R + \frac{1}{S} - 2\right) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{معادله مشخصه}} S^2 + (R-2)S + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2\alpha = R - 2$$

اگر $R = 2 \quad \Rightarrow \quad 2\alpha = 0$ پاسخ مدار بی تلف خواهد بود

11. در مدار شکل زیر آپامپ ایده‌آل است. اگر i_s ورودی و $V_c(t)$ پاسخ باشد، پاسخ حالت صفر به ورودی ضربه واحد کدام مورد خواهد بود؟



1) $V_c(t) = e^{-t}u(t)$

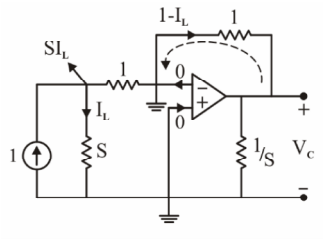
2) $V_c(t) = \delta(t) - e^{-t}u(t)$

3) $V_c(t) = e^{-t}u(t) - \delta(t)$

4) $V_c(t) = e^{-t}u(t) + \delta(t)$

حل: گزینه 3 درست است.

پس از زمین در نظر گرفتن سر مثبت آپامپ و هم‌پتانسیل بودن دو سرش پس از KCL زدن چنین به دست می‌آوریم:



$$KCL: 1 = I_L + SI_L$$

$$I_L = \frac{1}{S+1}$$

حالا با KVL زدن V_c را به راحتی پیدا می‌کنیم:

$$KVL: V_c = -1(1 - I_L) = \frac{1}{S+1} - 1$$

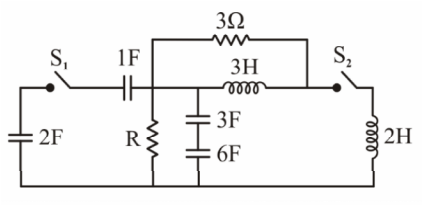
$$V_c(t) = e^{-t}u(t) - \delta(t)$$

طبق معمول مدارهای شامل آپامپ، این مسأله هم بسیار راحت و سریع حل شد.

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

12.در مدار شکل مقابل R بر حسب اهم چقدر باشد تا در حالت باز بودن کلیدها مقدار یکی از فرکانس‌های طبیعی مخالف صفر برابر $\frac{1}{10}$ تعداد فرکانس‌های طبیعی صفر این مدار باشد؟



1) $\frac{5}{2}$ 2) $\frac{5}{3}$

3) 1 4) $\frac{10}{27}$

حل: گزینه 1 درست است.

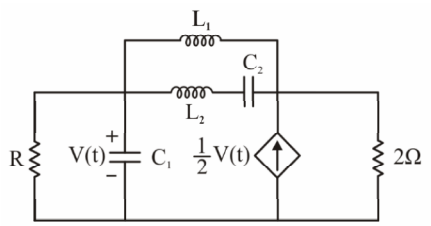
در حالت باز بودن کلید، فرکانس طبیعی غیر صفری که به مقدار R هم مربوط باشد به شاخه RC سری اختصاص دارد، پس مقدار فرکانس طبیعی غیر صفر به این صورت است:

$$R+\frac{1}{\frac{3\times 6}{3+6}S}=0 \quad \Rightarrow \quad |S|=\left|\frac{-1}{2R}\right|$$

تعداد فرکانس‌های طبیعی صفر هم برابر تعداد کات‌ست‌های خازنی و حلقه‌های سلفی است که به دلیل داشتن دو کات ست خازنی برابر 2 می‌شود، پس:

$$\frac{1}{2R}=\frac{1}{10}\times 2=\frac{1}{5} \quad \Rightarrow \quad R=\frac{5}{2}\Omega$$

13.در مدار شکل زیر اگر $[V_{C1}\ ,\ V_{C2}\ ,\ i_{L1}\ ,\ i_{L2}]$ بردار شرایط اولیه باشد، کدام یک از مقادیر داده شده برای این بردار، یک بردار ویژه ماتریس حالت خواهد بود؟



1) $[2\ \ 0\ \ 0\ \ 0]$

2) $[0\ \ 2\ \ 0\ \ 0]$

3) $[0\ \ 0\ \ 2\ \ 0]$

4) $[0\ \ 0\ \ 2\ \ -2]$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

حل: گزینه 1 درست است.

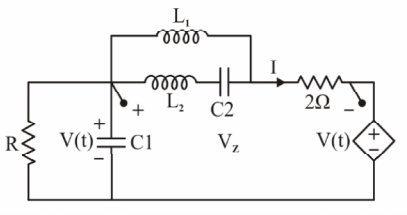
مقادیر ویژه، s_i ، رو که می‌شناسید، صفرهای معادله زیر هستند:[1]

$$|SI - A| = 0$$

که روشی هم برای به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی است. بردار ویژه ، u_i ، هم برداری است که در معادله زیر صدق کند:

$$Au_i = S_i u_i \qquad (*)$$

بعد از یک تبدیل نورتن به تونن داریم:



$$V_z = V(t) - V(t) = 0$$

$$I = \frac{V_z}{z} = 0$$

$$KCL: V\left(\frac{1}{R} + C_1 S\right) = 0$$

فرکانس طبیعی متغیر V:

$$S = -\frac{1}{RC_1}$$

صفر شدن ولتاژ دو سر این شاخه باعث می‌شود که سه پارامتر i_{L1}، i_{L2}، V_{C2} مستقل از V_{C1} شوند، بنابراین معادله $(*)$ به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{RC_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{bmatrix} u_i = -\frac{1}{RC_1} u_i$$

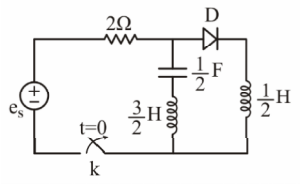
واضح است که گزینه 1 در این معادله به عنوان u_i صدق می‌کند و گزینه درست است.

1ـ یا به عبارت باکلاس‌تر، فرکانس‌های طبیعی برابر مقادیر ویژه ماتریس ضرایب حالت A هستند.

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

14. در مدار شکل مقابل $e_s = u(-t)$. اگر کلید K را در لحظه $t=0$ باز کنیم حداکثر انرژی ذخیره شده در خازن چقدر خواهد بود؟



1) فقط در لحظه $t=\frac{\pi}{2}$ ثانیه انرژی خازن حداکثر بوده و برابر با $\frac{1}{2}$ ژول است.

2) فقط در لحظه $t=\frac{\pi}{2}$ ثانیه انرژی خازن حداکثر بوده و برابر با $\frac{1}{16}$ ژول است.

3) فقط در $t\geq\frac{\pi}{2}$ ثانیه انرژی ذخیره شده در خازن ثابت و برابر با $\frac{1}{32}$ ژول است.

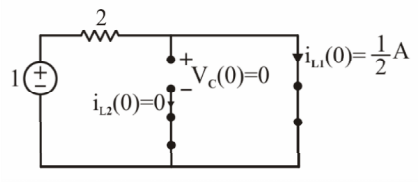
4) فقط در $t\geq\frac{\pi}{2}$ ثانیه انرژی ذخیره شده در خازن ثابت و برابر با $\frac{1}{64}$ ژول است.

حل: گزینه 4 درست است.

اگر تست‌های چند سال اخیر را حل کرده باشید، این مدار را عیناً دیده‌اید و لذا حل کردن این تست برایتان بسیار ساده خواهد بود.

با تحلیل مدار، قبل از باز شدن کلید در قدم صفرم مدار این‌طور می‌شود:

in $t=\overline{0}$;



در $t=0^+$ که سلف‌ها با یکدیگر سری می‌شوند، مقدار اولیه را از قانون بقای شار می‌یابیم.

بار قبلی این تست را در تمرینات فصل چهارم در حوزهٔ زمان تحلیل کردیم، این بار سعی کنید آن را در حوزهٔ لاپلاس تحلیل کنید تا مشکل سری شدن سلف‌ها را هم نداشته باشیم و دیگر نیازی به استفاده از قانون بقای شار هم نداریم.

بعد از باز شدن کلید با یک KVL در حوزهٔ لاپلاس داریم:

$$\frac{1}{2}S\,I(S)-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{3}{2}S\,I(S)+\frac{1}{\frac{1}{2}S}I(S)=0$$

$$I(S)=\frac{\frac{1}{4}}{2S+\frac{2}{S}}=\frac{1}{8}\frac{S}{S^2+1}\quad\Rightarrow\quad i(t)=\frac{1}{8}\cos t$$

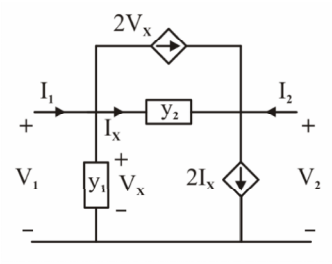
www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

در نتیجه جریان سلف که همان جریان دیود هم هست در $t=\frac{\pi}{2}\sec$ صفر شده و دیود خاموش می‌شود، به دلیل مدار باز شدن حلقه و صفر شدن جریان خازن، ولتاژ خازن ثابت باقی می‌ماند.

$$V_C\left(\frac{\pi^-}{2}\right)=V_L\left(\frac{\pi^-}{2}\right)=L\frac{di_L}{dt}\Bigg|_{t=\frac{\pi}{2}}=-2\times\frac{1}{8}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{1}{4}\quad\Rightarrow\quad W_c=\frac{1}{2}CV^2\,\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{64}\,j$$

15. پارامترهای y دو قطبی شکل مقابل کدام است؟



1) $\begin{bmatrix} y_1+y_2 & -y_2 \\ y_2-y_1 & -y_2 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} y_1+y_2+2 & -y_2 \\ y_2+2 & -y_2 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} y_1+y_2-2 & -y_2 \\ y_2-2 & -y_2 \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} y_1+y_2+2 & -y_2 \\ -2+y_2 & -y_2 \end{bmatrix}$

حل: گزینه 4 درست است.

با یک نگاه اجمالی به گزینه‌ها مشخص است که به دست آوردن y_{11} و y_{21} کفایت می‌کند، پس داریم:

$$y_{11}=\frac{I_1}{V_1}\Bigg|_{V_2=0}\quad,\quad y_{21}=\frac{I_2}{V_1}\Bigg|_{V_2=0}$$

$$KCL: I_1=y_1V_x+I_x+2V_x$$
$$I_2=2I_x-I_x-2V_x=I_x-2V_x$$

$V_1=V_x$ است و پس از اتصال کوتاه کردن سر دوم دو قطبی $(V_2=0)$ با KVL زدن داریم:

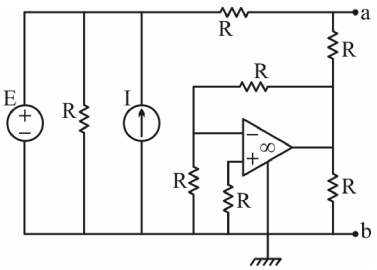
$$V_1=\frac{I_x}{y_2}\quad\Rightarrow\quad I_x=V_1y_2$$
$$I_1=y_1V_1+V_1y_2+2V_1\quad\Rightarrow\quad y_{11}=y_1+y_2+2$$
$$I_2=V_1y_2-2V_1\quad\Rightarrow\quad y_{21}=y_2-2$$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

سؤالات مدارهای الکتریکی کنکور کارشناسی ارشد 1389

1. **مدار معادل تونن از سرهای a و b کدام است؟ ($op-amp$ در ناحیه خطی و ایده‌آل است.)**



1) $R_{th}=\frac{2}{3}R \quad , \quad V_{th}=E+RI$

2) $R_{th}=\frac{10}{11}R \quad , \quad V_{th}=\frac{E+RI}{2}$

3) $R_{th}=\frac{R}{2} \quad , \quad V_{th}=\frac{E}{2}$

4) $R_{th}=R \quad , \quad V_{th}=E$

حل: گزینه 3 درست است.

به نظرم فقط کافیه که یکی از دو پارامتر V_{th} یا R_{th} را بیابیم.

آفرین! اجازه بدهید دو نکتهٔ ساده را مرور کنم، در آپ‌امپ:

قانون اول: جریان پایانه‌های ورودی آپ‌امپ صفر است.

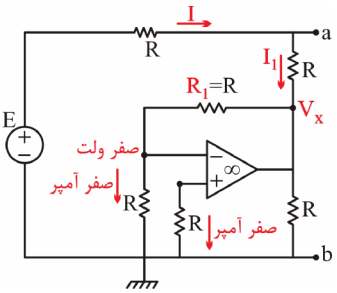
قانون دوم: ولتاژ پایانه‌های مثبت و منفی آپ‌امپ برابر است.

بنابراین به سرعت نتیجهٔ ساده ولی مهم زیر بدست می‌آید:

جریان و ولتاژ پایانه‌های مثبت و منفی این مدار هر دو صفرند.

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com



حالا قبول دارید جریان I_1 همان جریان I است (یاد $V_{th} = V_{oc}$ بیفتید!)

پس با یک KVL در ساده در حلقهٔ بیرون مدار، مسئله حل است:

$$-E + RI + RI + V_x = 0$$

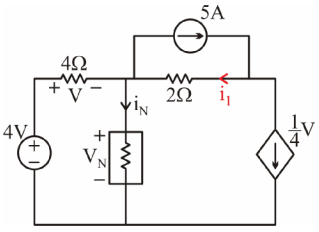
و با کمی دقت، چون جریان مقاومت R_1 نیز صفر است، مقدار ولتاژ V_x نیز صفر بدست می‌آید و لذا خواهیم داشت:

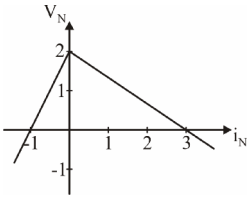
$$I = \frac{E}{2R}$$

و با یک KVL حلقهٔ ab ، مسئله حل است:

$$V_{ab} = RI + V_x = \frac{E}{2}$$

2. در مدار شکل مقابل اگر $i_N = \frac{3}{2}A$ باشد، i_1 چند آمپر است؟ (مدار دارای جواب یگانه است.)





1) $\frac{23}{4}$

2) $\frac{17}{4}$

3) $\frac{17}{8}$

4) $\frac{23}{8}$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

حل: هر دو گزینه 1 و 2 درست هستند.

از روی مشخصه عنصر غیر خطی داده شده و با توجه به $i_N = \frac{3}{2}A$، V_N برابر $1V$ خواهد بود و با زدن یک KVL در حلقهٔ سمت چپ داریم:

$$V = 4 - V_N = 3V$$

و حالا با یک KVL در گرهٔ سمت چپ به راحتی i_1 پیدا می‌شود.

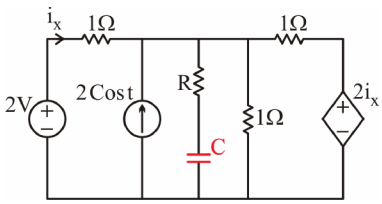
$$i_1 = 5 + i_N - \frac{V}{4} = 5 + \frac{3}{2} - \frac{3}{4} = \frac{23}{4}$$

i_1 را با KCL زدن در گره سمت راست هم می‌توانستیم به دست آوریم:

$$i_1 = 5 - \frac{V}{4} = 5 - \frac{3}{4} = \frac{17}{4}$$

بله متأسفانه صورت این تست کنکور دارای اشکال بوده و از دو راه مختلف به هر دو گزینهٔ 1 و 2 می‌توان رسید و اگر فقط جهت منبع جریان وابسته را عوض کنیم، این مشکل برطرف شده و $i_1 = \frac{23}{4}$ که همان گزینهٔ 1 است درست خواهد بود.

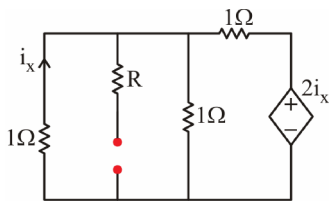
3. در مدار شکل مقابل مقاومت مثبت R را چنان بیابید که اگر به جای خازن C، سلف $L = C$ قرار دهیم ثابت زمانی مدار تغییر نکند؟



1) 0.8Ω
2) 0.6Ω
3) 1.2Ω
4) 1.5Ω

حل: گزینه 1 درست است.

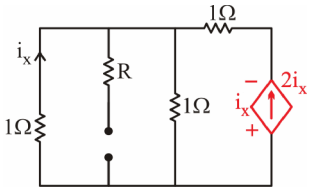
کافیه مقاومت معادل از دو سر خازن را بدست بیاوریم و ثابت زمانی‌ها را در دو حالت با هم برابر قرار دهیم. در قدم اول منابع مستقل را صفر می‌کنیم و داریم:



www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

حالا من یک پیشنهادی دارم، اگر از یک تبدیل تونن به نورتن استفاده کنیم، منبع جریان وابسته حاصل به راحتی به مقاومت تبدیل می‌شود.



$$R'_{eq} = \frac{i_x}{2i_x} = \frac{1}{2}$$

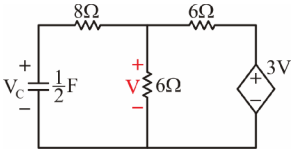
$$\Rightarrow \quad R_{eq} = \left(\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 1\right) + R = \frac{1}{5} + R$$

و حالا ثابت زمانی‌ها را در دو حالت خازنی و سلفی برابر قرار می‌دهیم:

$$R_{eq}C = \frac{L}{R_{eq}}$$

$$\left(R + \frac{1}{5}\right)C = \frac{C}{\left(R + \frac{1}{5}\right)} \quad \Rightarrow \quad \left(R + \frac{1}{5}\right)^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad R = 0.8\Omega$$

4. در مدار شکل مقابل در لحظه $t = t_0$ ولتاژ خازن 2 ولت است. چند ثانیه بعد از $t = t_0$ ولتاژ V نصف می‌شود؟



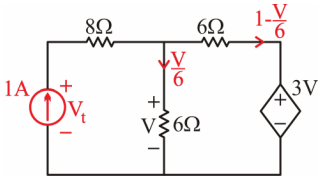
1) $2\ln 2$ 2) $\ln 2$

3) $t_0 + 2\ln 2$ 4) $7\ln 2$

حل: گزینه 2 درست است.

به دلیل عدم وجود منبع مستقل در مدار مقدار نهایی ولتاژ صفر است و پاسخ به صورت $V(0)e^{-\frac{t}{e}}$ است و نصف شدن ولتاژ ناشی از این بخش نمایی است.

بنابراین کافیست مقاومت معادل از دو سر خازن و از آنجا ثابت زمانی را پیدا کنیم.



$$KVL: 6\left(1 - \frac{V}{6}\right) + 3V - V = 0 \quad \Rightarrow \quad V = -6$$

$$KVL: V_t = 8 + V = 2 \quad \Rightarrow \quad R_{eq} = 2\Omega$$

$$\Rightarrow \quad \tau = R_{eq}C = 2 \times \frac{1}{2} = 1\text{sec}$$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

حال با مبنا در نظر گرفتن زمان t_0 داریم:

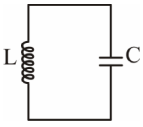
$$e^{-\frac{t}{1}} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \ln 2$$

5. کدام عبارت در مورد شبکه‌های LTI متشکل از فقط مقاومت‌ها و خازن‌ها و سلف‌ها (که مقادیر همه‌شان مثبت است) همواره درست است؟

1) در این شبکه‌ها، شرایط اولیه فقط در پاسخ‌گذاری شبکه تأثیر دارند.
2) در این شبکه‌ها، ورودی‌های کران‌دار همیشه خروجی‌های کران‌دار ایجاد می‌کنند.
3) در این شبکه‌ها، پاسخ کامل شبکه تابعی خطی از شرایط اولیه است.
4) هیچ‌کدام

حل: گزینه 4 درست است.

یادِ مدار معروفِ «LC موازی» بخیر! یک درس مدار داشتیم و یک مدار معروفِ تانک! بنابراین اگر هر یک از پاسخ‌های مدار را در نظر بگیریم، همواره به فرمت کلی زیر خواهد بود:



$$\Rightarrow \quad y(t) = A\cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \varphi\right)$$

و این یعنی مداری که شرایط اولیهٔ آن، باعث پاسخی می‌شود که تا $t \to \infty$ در مدار وجود دارد.

پس گزینهٔ 1 نقض شد!

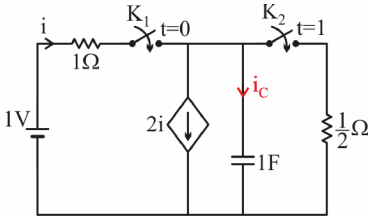
به نظرم در گزینهٔ 2 طراح محترم قصد سنجش اطلاعات کنترل خطی ما را داشته‌اند. کافیست سیستم (مداری) را در نظر بگیریم که دارای فرکانس ذاتیِ $S = \pm j\omega_0$ می‌باشد و سپس ورودیِ این مدار را در همان فرکانس $S = \pm j\omega_0$ تحریک کنیم. در آن صورت پاسخی به صورت $t\cos(\omega_0 t + \varphi)$ در مدار بوجود خواهد آمد.

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

فکر کنم گزینهٔ 3 هم جزو سرفصل‌های درسیمان بود. پس تنها گزینه‌ای که می‌تواند پاسخ تست باشد، گزینهٔ 4 است.

6. در مدار شکل مقابل، خازن بدون ولتاژ اولیه بوده و کلید k_1 در $t=0$ بسته می‌شود. پس از یک ثانیه، کلید k_2 را نیز می‌بندیم. میزان تغییر i_c در لحظه $t=1\sec$ (یعنی $i_c(1^+)-i_c(1^-)$) چند آمپر است؟

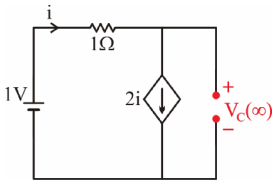


1) $-2(e-1)$
2) $-2e$
3) $2(e-1)$
4) $2e$

حل: گزینه 3 درست است.

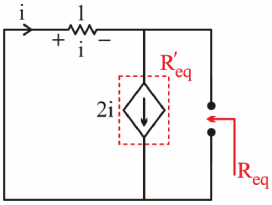
به نظر بهتر است که رابطه طلائیه را برای V_C بنویسیم تا در لحظهٔ کلیدزنی در $t=1$ از پیوستگی آن استفاده می‌کنیم:

$t\to\infty$



$$i=2i \quad\Rightarrow\quad i=0$$
$$V_C(\infty)=1$$

برای محاسبه ثابت زمانی هم احتیاج به مقاومت معادل از دو سر خازن داریم که بعد از صفر کردن منبع مستقل و تبدیل منبع وابسته به مقاومت داریم:



$$R'_{eq}=\frac{V}{I}=\frac{i}{-2i}=-\frac{1}{2}$$

$$R_{eq}=\frac{-1}{2}\quad 1=\frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=-1$$

$$\Rightarrow\quad V_C(t)=1\left(1-e^{-\frac{t}{-1}}\right)\quad\Rightarrow\quad V_C(t=1)=1-e$$

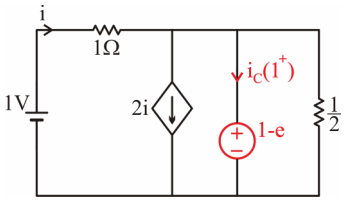
$$i_C(t)=C\frac{dV_C}{dt}=-e^{t}\quad\Rightarrow\quad i_C(t=1^-)=-e$$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

بلافاصله بعد از کلیدزنی با قرار دادن منبع ولتاژ به جای خازن داریم:

$t=1^+$

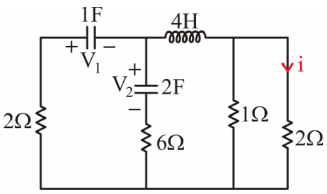


$$KVL: 1 = i + 1 - e \quad \Rightarrow \quad i = e$$

$$KCL: i_C\left(1^+\right) = i - 2i - \frac{1-e}{\frac{1}{2}} = -e - 2 + 2e = e - 2$$

$$\Rightarrow \quad i_C\left(1^+\right) - i_C\left(1^-\right) = e - 2 + e = 2e - 2 = 2(e-1)$$

7. در مدار شکل مقابل اگر $i\left(0^-\right) = 2A$ ، $V_1\left(0^-\right) = 3V$ **و** $V_2\left(0^-\right) = 1V$ **باشد،** $\frac{di}{dt}\left(0^+\right)$ **چقدر است؟**



1) $-\frac{5}{4}$ 2) $-\frac{11}{12}$

3) $\frac{11}{12}$ 4) $\frac{5}{4}$

حل: گزینه 1 درست است.

برای آنکه به دنبال یافتن مشتق i برویم، بهتر است که آن را به i_L ربط دهیم، که آن هم با یک KVL بازی ساده و KCL میسر می‌شود:

$$i_L = i + 2i = 3i$$

حالا با یک KVL ، مشتق i در رابطه ظاهر می‌شود:

$$4\frac{d3i}{dt} + 2i - 6\times 2\frac{dV_2}{dt} - V_2 = 0 \qquad (*)$$

برای یافتن $\frac{dV_2}{dt}$ باید از حل یک دو معادله دو مجهول استفاده کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} KVL: 2\frac{dV_1}{dt} + V_1 + V_2 + 6\times 2\frac{dV_2}{dt} = 0 \\ KCL: \frac{dV_1}{dt} - 2\frac{dV_2}{dt} = 3i \quad \Rightarrow \quad \frac{dV_1}{dt} = 2\frac{dV_2}{dt} + 3i \end{array}\right\} \Rightarrow \quad 2\left(2\frac{dV_2}{dt} + 3i\right) + V_1 + V_2 + 12\frac{dV_2}{dt} = 0$$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

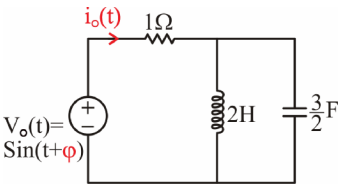
با توجه به پیوستگی ولتاژ خازن و جریان سلف و در نظر گرفتن معادله در $t=0^+$ داریم:

$$16\frac{dV_2}{dt}\left(0^+\right)+6\times2+3+1=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{dV_2}{dt}\left(0^+\right)=-1$$

حال با جایگذاری در رابطه $(*)$ در $t=0^+$ داریم:

$$12\frac{di}{dt}\left(0^+\right)+2\times2-12\times(-1)-1=0 \quad\Rightarrow\quad \frac{di}{dt}\left(0^+\right)=-\frac{15}{12}=-\frac{5}{4}$$

8. مدار شکل مقابل در حالت دائمی سینوسی است. به‌ازای کدام مقدار φ پاسخ حالت دائمی سینوسی به صورت $i_o(t)=I_m\cos t$ خواهد بود و مقدار I_m کدام است؟



1) $I_m=\sqrt{2}\,A \quad , \quad \varphi=-\frac{\pi}{4}$

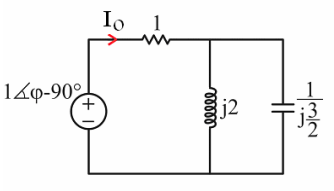
2) $I_m=\frac{1}{\sqrt{2}}A \quad , \quad \varphi=-\frac{\pi}{4}$

3) $I_m=\frac{1}{\sqrt{2}}A \quad , \quad \varphi=\frac{\pi}{4}$

4) $I_m=\sqrt{2}\,A \quad , \quad \varphi=\frac{\pi}{4}$

حل: گزینه 3 درست است.

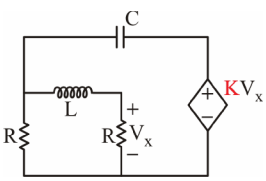
با بردن مدار در حوزهٔ فازور داریم:



$$I_o=\frac{1\quad\varphi-90^\circ}{1+\dfrac{j2\times\frac{1}{j\frac{3}{2}}}{j2+\frac{1}{j\frac{3}{2}}}}=\frac{1\quad\varphi-90^\circ}{1+\dfrac{\frac{4}{3}}{j\frac{4}{3}}}=\frac{1\quad\varphi-90^\circ}{1-j}=\frac{1}{\sqrt{2}}\quad\varphi-45^\circ$$

پس برای صفر شدن زاویه، $\varphi=45^\circ$ باید باشد.

9. به‌ازای کدام مقدار k مدار شکل مقابل نوسانی است و فرکانس نوسان آن کدام است؟



1) $\omega=\sqrt{\frac{2}{LC}} \quad , \quad K=1+\frac{L}{R^2C}$

2) $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}} \quad , \quad K=1+\frac{L}{R^2C}$

3) $\omega=\sqrt{\frac{2}{LC}} \quad , \quad K=1+\frac{C}{R^2L}$

4) $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}} \quad , \quad K=1+\frac{C}{R^2L}$

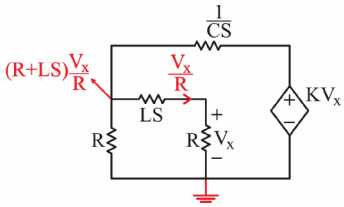
www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

حل: گزینه 1 درست است.

برای اعمال شرایط نوسانی بودن مدار نیاز به بدست آوردن معادله مشخصه داریم و به دلیل وجود گرهٔ کمتر KCL زدن مناسب‌تر به نظر می‌آید.

بله با بدست آوردن ولتاژ گرهٔ مجهول برحسب V_x و سپس KCL در حوزهٔ لاپلاس داریم:



$$KCL:(R+LS)\frac{V_x}{R^2}+\frac{V_x}{R}+\left((R+LS)\frac{V_x}{R}-KV_x\right)CS=0$$

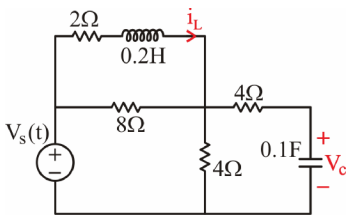
$$\Rightarrow \quad \text{معادله مشخصه}: \frac{LC}{R}S^2+\left(\frac{L}{R^2}+C-KC\right)S+\frac{2}{R}=0$$

که برای نوسانی بودن مدار باید بخش 2α که ضریب S است را برابر صفر قرار دهیم:

$$\frac{L}{R^2}+C-KC=0 \quad \Rightarrow \quad K=1+\frac{L}{R^2C}$$

$$\frac{LC}{R}S^2+\frac{2}{R}=0 \quad \Rightarrow \quad S^2=\frac{-2}{LC} \quad \Rightarrow \quad S=\pm j\sqrt{\frac{2}{LC}} \quad \Rightarrow \quad \omega=\sqrt{\frac{2}{LC}}$$

10.اگر بردار حالت مدار شکل مقابل را به صورت $X=\begin{bmatrix} i_L \\ V_C \end{bmatrix}$ انتخاب کنیم، ماتریس A در معادلات حالت $\dot{X}=AX$ به کدام صورت خواهد بود؟



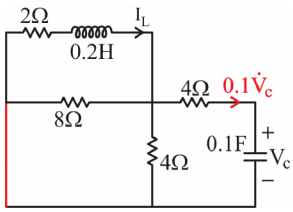
1) $\begin{bmatrix} -18 & 4 \\ -2 & -1.5 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} -2 & -1.5 \\ -18 & +4 \end{bmatrix}$

3) $\begin{bmatrix} 4 & -1.5 \\ -18 & -2 \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} -18 & -2 \\ 4 & -1.5 \end{bmatrix}$

حل: گزینه 4 درست است.



با توجه به اینکه اطلاعاتی از ماتریس B خواسته نشده است، برای راحتی می‌توانیم منبع ولتاژ ورودی را صفر کرده و در هر کجای مدار که دلمان خواست یک معادله بنویسیم.

www.Mohandesyar.com

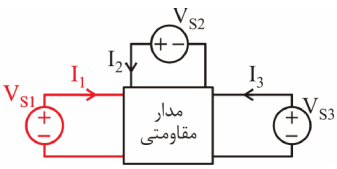
www.Mohandesyar.com

مثلاً با یک KVL در حلقهٔ کلی مدار داریم:

$$2I_L + 0.2\dot{I}_L + 0.4\dot{V}_C + V_C = 0$$
$$\Rightarrow \quad \dot{I}_L + 2\dot{V}_C = -10I_L - 5V_C$$

که با چک کردن این رابطه در گزینه‌ها تنها گزینهٔ 4 می‌تواند درست باشد.

11. مدار شکل مقابل با معادلات $\begin{pmatrix} 10a & 1 & -a \\ a & 0.5 & 0 \\ -1 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{S1} \\ V_{S2} \\ V_{S3} \end{pmatrix}$ **توصیف می‌شود. امپدانس دیده شده در دو سر منبع** V_{S1} **کدام است؟**



1) $3a$
2) $6a$
3) $\frac{3}{2a}$
4) $\frac{2}{3a}$

حل: گزینه 2 درست است.

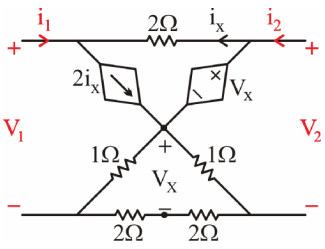
امپدانس معادل از دو سر منبع V_{S1} برابر $\frac{V_{S1}}{I_1}$ است در حالیکه منابع مستقل V_{S2} و V_{S3} را صفر کرده‌ایم، پس از سطر دوم و سوم معادلات داریم:

$$aI_1 + 0.5I_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_2 = -2aI_1$$
$$-I_1 + 0.5I_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_3 = 2I_1$$

حالا می‌توانیم به راحتی این مقادیر را در سطر اول جایگذاری کنیم:

$$10aI_1 + I_2 - aI_3 = V_{S1} \quad \Rightarrow \quad (10a - 2a - 2a)I_1 = V_{S1}$$
$$\Rightarrow \quad Z_{in1} = \frac{V_{S1}}{I_1} = 6a$$

12. پارامتر هایبرید h_{11} **کدام است؟**



1) -3
2) -1
3) 1
4) 3

www.Mohandesyar.com

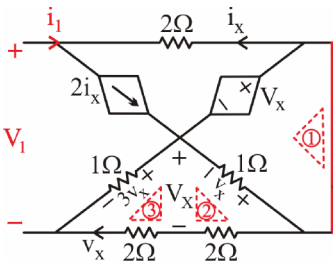
www.Mohandesyar.com

حل: گزینه 2 درست است.

معادله ماتریس هایبرید H به این شکل است:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \Rightarrow h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0}$$

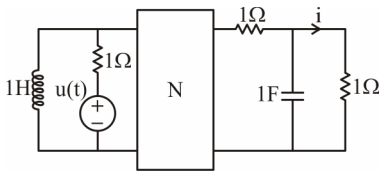
حالا با اتصال کوتاه کردن سر دوم دوقطبی شروع به KVL و KCL بازی می‌کنیم:



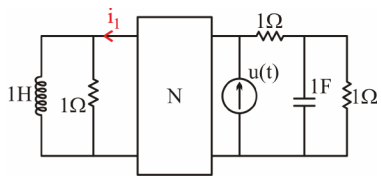
$$\left.\begin{aligned} &KVL: V_1 = -2i_x + 4V_x \\ &KCL: i_1 = 2i_x - i_x = i_x \\ &KCL: i_1 = 3V_x + V_x = 4V_x \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$V_1 = -2i_1 + i_1 = -i_1 \quad \Rightarrow \quad h_{11} = -1$$

13. در مدار شکل (1) جریان حالت صفر $i(t)$ به صورت $i(t) = \left(2e^{-t} - e^{-2t} - e^{-3t}\right)u(t)$ است. جریان حالت صفر $i_1(t)$ را در شکل (2) بیابید. (N شبکه هم پاسخ است.)



شکل (1)



شکل (2)

1) $i_1(t) = \left(4e^{-2t} - e^{-3t} + 1\right)u(t)$

2) $i_1(t) = \left(5 - e^{-2t} - \frac{1}{2}e^{-3t} - \frac{1}{2}e^{-t}\right)u(t)$

3) $i_1(t) = \frac{2}{3}e^{-3t}u(t)$

4) $i_1(t) = \frac{1}{3}\left(7 + 2e^{-3t}\right)u(t)$

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

حل: گزینه 4 درست است.

من طبق معمول ترجیح می‌دهم اینگونه مسایل را از هم پاسخی حل کنم و در شکل (1) منبع ولتاژ را به نورتن تبدیل می‌کنم که می‌شود منبع جریان طرف اول و از روی i داده شده مقدار ولتاژ خوانده شده از ولتمتر در سر دوم را به دست می‌آورم که باید با مقدار ولتاژ ولتمتر در سر اول در شکل (2) برابر باشد. بعد از کمی KVL و KCL بازی داریم:

در شکل(1) ؛ $e_{oc_2} = i(1+S)+i=(S+2)i=(S+2)\left(\frac{2}{S+1}-\frac{1}{S+2}-\frac{1}{S+3}\right)$

در شکل (2) ؛ $e_{oc_1} = e_{oc_2} = i_1\frac{S}{S+1}$

$$\Rightarrow \quad i_1=\frac{(S+1)}{S}(S+2)\left(\frac{2}{S+1}-\frac{1}{S+2}-\frac{1}{S+3}\right)=\frac{\frac{7}{3}}{S}+\frac{\frac{2}{3}}{S+3} \quad \Rightarrow \quad i_1(t)=\frac{1}{3}\left(7+2e^{-3t}\right)u(t)$$

«به پایان آمد این دفتر حکایت همچنان باقیست»

www.Mohandesyar.com

www.Mohandesyar.com

پاسخنامه

فصل اول

	۱	۲	۳	۴
۱	۱	●	۳	۴
۲	۱	●	۳	۴
۳	●	۲	۳	۴
۴	۱	●	۳	۴
۵	۱	●	۳	۴
۶	۱	۲	●	۴
۷	۱	۲	۳	●
۸	۱	۲	۳	●
۹	۱	۲	۳	●
۱۰	۱	●	۳	۴
۱۱	۱	●	۳	۴

فصل دوم

	۱	۲	۳	۴
۱	۱	۲	●	۴
۲	۱	●	۳	۴
۳	●	۲	۳	۴
۴	۱	۲	●	۴
۵	۱	۲	۳	●
۶	۱	۲	●	۴
۷	۱	۲	●	۴
۸	۱	●	۳	۴
۹	۱	۲	●	۴
۱۰	۱	۲	●	۴
۱۱	۱	۲	۳	●
۱۲	۱	●	۳	۴

فصل سوم

	۱	۲	۳	۴
۱	۱	●	۳	۴
۲	۱	●	۳	۴
۳	۱	●	۳	۴
۴	●	۲	۳	۴
۵	●	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	●
۷	●	۲	۳	۴
۸	●	۲	۳	۴

فصل چهارم

	۱	۲	۳	۴
۱	۱	۲	۳	●
۲	۱	۲	۳	●
۳	۱	●	۳	۴
۴	●	۲	۳	۴
۵	۱	●	۳	۴
۶	۱	●	۳	۴
۷	۱	●	۳	۴
۸	۱	۲	●	۴
۹	●	۲	۳	۴
۱۰	۱	●	۳	۴
۱۱	۱	●	۳	۴

فصل پنجم

	۱	۲	۳	۴
۱	●	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	●
۳	۱	●	۳	۴
۴	●	۲	۳	۴
۵	۱	۲	●	۴
۶	۱	●	۳	۴
۷	۱	۲	●	۴
۸	۱	۲	●	۴
۹	۱	۲	●	۴

www.Mohandesyar.com