سیگنال‌ها و سیستم‌ها

دکتر حمید حسن‌پور

فصل اول

مفاهیم اولیه در پردازش سیگنال

فهرست مطالب فصل

۱- ۱- مقدمه

۱- ۲- سیگنال‌ها و انواع آن‌ها

۱- ۳- انرژی و توان سیگنال

۱- ۴- سیگنال‌های پایه

۱- ۵- سیستم‌ها و انواع آن‌ها

۱- ۶- کدهای Matlab

مقدمه

- **تعریف سیگنال**

هر سیگنال از نظر ریاضی به صورت تابعی از یک یا چند متغیر مستقل تعریف می‌شود. این تابع نمایانگر متغیرهای فیزیکی است که در ارتباط با یک سیستم مطرح می‌شود.

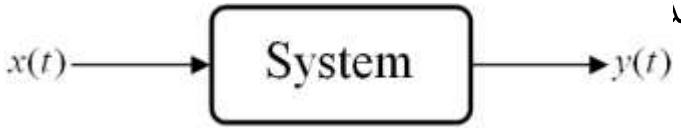
در سیستم‌های الکتریکی، سیگنال‌ها معمولاً نشان دهنده جریان‌ها و ولتاژها است. در عوض در سیستم‌های مکانیکی، سیگنال‌ها نشان دهنده نیروها و یا سرعت‌ها می‌باشند. در سیستم‌های هیدرولیکی سیگنال‌ها می‌توانند نشان دهنده فشار و نرخ جریان باشند. در سیستم‌های نوری سیگنال‌ها بیانگر شدت نور و در سیستم‌های حرارتی نشانگر درجه حرارت و یا مقدار گرما هستند.

مقدمه

- **تعریف سیستم**

یک سیستم نمایانگر هر پردازه‌ای نظیر انجام عملیاتی همچون جمع، ضرب و انتگرال است که بر روی سیگنال انجام می‌شود و آن را از یک حالت به حالت دیگر تبدیل می‌کند. در واقع یک سیستم، یک یا چند سیگنال ورودی را به یک یا چند سیگنال خروجی تبدیل می‌کند.

- به طورکلی در تجزیه و تحلیل یک سیستم ممکن است حالت‌های زیر وجود داشته باشد:



۱- ورودی سیستم و خود سیستم معلوم باشند و خروجی سیستم نامعلوم باشد

۲- ورودی و خروجی سیستم معلوم و خود سیستم نامعلوم باشد.

۳- سیستم و خروجی سیستم معلوم و ورودی سیستم نامعلوم باشد

سیگنال‌ها و انواع آن‌ها

۱- ۲- سیگنال‌ها و انواع آن‌ها

۱- ۲- ۱- سیگنال‌های معین و نامعین

۱- ۲- ۲- سیگنال‌های زمان پیوسته و زمان گسسته

۱- ۲- ۳- سیگنال‌های آنالوگ و رقمی

۱- ۲- ۴- سیگنال‌های حقیقی و مختلط

۱- ۲- ۵- سیگنال‌های زوج و فرد

۱- ۲- ۶- سیگنال‌های متناوب و نامتناوب

سیگنال‌های معین و نامعین

- سیگنال‌های معین (قطعی)، سیگنال‌هایی هستند که می‌توان آن‌ها را به صورت توابع ریاضی مدل کرد. به عنوان مثال سیگنال:

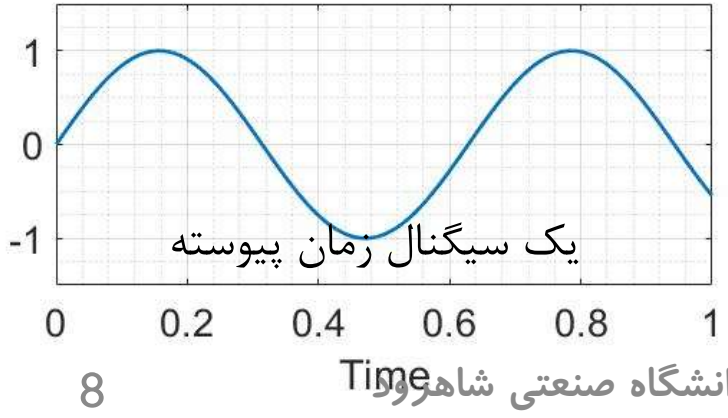
$$x(t) = Acos(\omega_0 t + \phi) + e^{4jt}, -\infty < t < +\infty$$

در حالیکه A، ω_0 و ϕ ثابت باشند، یک سیگنال قطعی است بدین معنی که در هر زمان t، سیگنال $x(t)$ معلوم است.

- دسته دوم سیگنال‌ها، نامعین (اتفاقی، نامعلوم یا غیرقطعی) می‌باشند. این دسته از سیگنال‌ها به صورت کاملاً اتفاقی ، مقادیر خود را در هر لحظه مشخص می‌کنند و بایستی با استفاده از روش‌های علم احتمال مدل شوند. این دسته از سیگنال‌ها در این درس مورد بررسی قرار نمی‌گیرند.

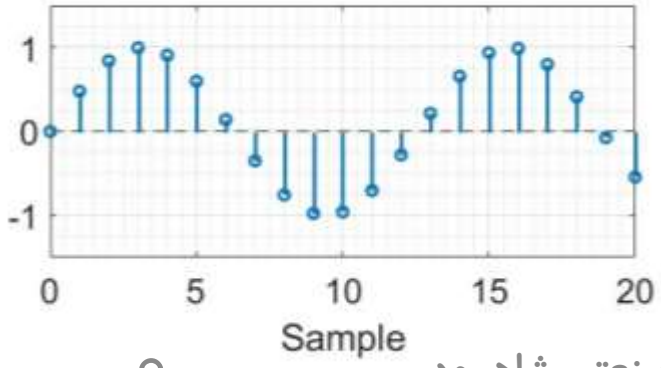
سیگنال‌های زمان پیوسته و زمان گسسته

- در سیگنال‌های زمان پیوسته، متغیرهای مستقل پیوسته هستند و لذا این سیگنال‌ها برای تمامی مقادیر پیوسته‌ای تعریف می‌شوند که متغیرهای مستقل می‌توانند اختیار کنند.
- تابع $x(t) = \sin(10t)$ نمونه‌ای از یک سیگنال زمان پیوسته است. از عبارت بیان شده نباید این برداشت شود که سیگنال گفته شده حتماً یک تابع پیوسته ریاضی است. نمونه‌هایی از سیگنال‌های زمان پیوسته، سیگنال صوت، تصویر و یا سیگنال رادار می‌باشند.



سیگنال‌های زمان پیوسته و زمان گسسته

در سیگنال‌های زمان گسسته متغیرهای مستقل گسسته هستند یعنی فقط در زمان‌های گسسته تعریف می‌شوند. اجاره بهاء یک خانه اجاره‌ای مثالی ساده برای سیگنال زمان گسسته می‌تواند باشد. بیشتر سیگنال‌های موجود در طبیعت، سیگنال زمان پیوسته هستند که طی فرایند نمونه‌برداری به سیگنال زمان گسسته تبدیل می‌شوند.



یک سیگنال زمان گسسته

سیگنال‌های زمان پیوسته و زمان گسسته

- به طور معمول، یک سیگنال زمان پیوسته به صورت تابع $y = f(t)$ و یک سیگنال زمان گسسته به صورت $y = f[t]$ نمایش داده می‌شود.
- علامت پرانتز نشان دهنده پیوسته بودن و علامت براکت نشان دهنده گسسته بودن نسبت به متغیر ورودی است.
- در بیشتر نوشتارهای علمی، یک سیگنال زمان گسسته به صورت $y = f[n]$ مدل می‌شود که بجای زمان از واحد "نمونه" استفاده می‌شود.

سیگنال‌های آنالوگ و رقمی

در سیگنال رقمی(دیجیتال) مقادیر سیگنال محدود به تعداد قابل شمارش عدد است. در هر زمان سیگنال می‌تواند از یک سطح به سطح دیگر تغییر کند. مقادیر سیگنال‌های آنالوگ محدود به تعداد قابل شمارش عدد نیست. به طور مثال، تعداد دانشجویانی که نمره ۲۰ از یک درس اخذ می‌کنند رقمی است در حالیکه قد دانشجویان یک مقدار آنالوگ است.

سیگنال‌های حقیقی و مختلط

- سیگنال حقیقی، سیگنالی است که همه مقادیر آن اعدادی حقیقی باشد. همچنین سیگنال مختلط، سیگنالی است که مقادیر آن شامل اعداد مختلط باشد. به صورت کلی یک سیگنال مختلط $x(t)$ (یا $x[n]$) را می‌توان به صورت زیر نمایش داد. $x[n] = x_1[n] + jx_2[n]$ $\quad$ $x(t) = x_1(t) + jx_2(t)$

  $x_1(t)$ (یا $x_1[n]$) و $x_2(t)$ (یا $x_2[n]$) دو سیگنال حقیقی هستند.

- به $x_1(t)$ (یا $x_1[n]$) بخش حقیقی سیگنال و به $x_2(t)$ (یا $x_2[n]$) بخش موهومی سیگنال گفته می‌شود.

$$Re\{x[n]\} = x_1[n] \qquad Re\{x(t)\} = x_1(t)$$
$$Im\{x[n]\} = x_2[n] \qquad Im\{x(t)\} = x_2(t)$$

سیگنال‌های حقیقی و مختلط

- سیگنال مختلط را می‌توان به فرم نمایی زیر نمایش داد.

$$x(t) = |x(t)|e^{j\theta(t)} \qquad x[n] = |x[n]|e^{j\theta[n]}$$

- $|x(t)|$ (یا $|x[n]|$) اندازه سیگنال در زمان t (برای نمونه n) را نشان می‌دهد.
- $\theta(t)$ (یا $\theta[n]$) زاویه یا آرگومان سیگنال در زمان t (برای نمونه n) را نشان می‌دهد.

$$|x(t)| = \sqrt{\left(x_1(t)\right)^2 + \left(x_2(t)\right)^2} \qquad |x[n]| = \sqrt{(x_1[n])^2 + (x_2[n])^2}$$

$$\theta(t) = Arg\left(x(t)\right) = \tan^{-1}\frac{x_2(t)}{x_1(t)}, -\pi \le \theta(t) \le \pi \qquad \theta[n] = Arg(x[t]) = \tan^{-1}\frac{x_2[n]}{x_1[n]}, -\pi \le \theta[n] \le \pi$$

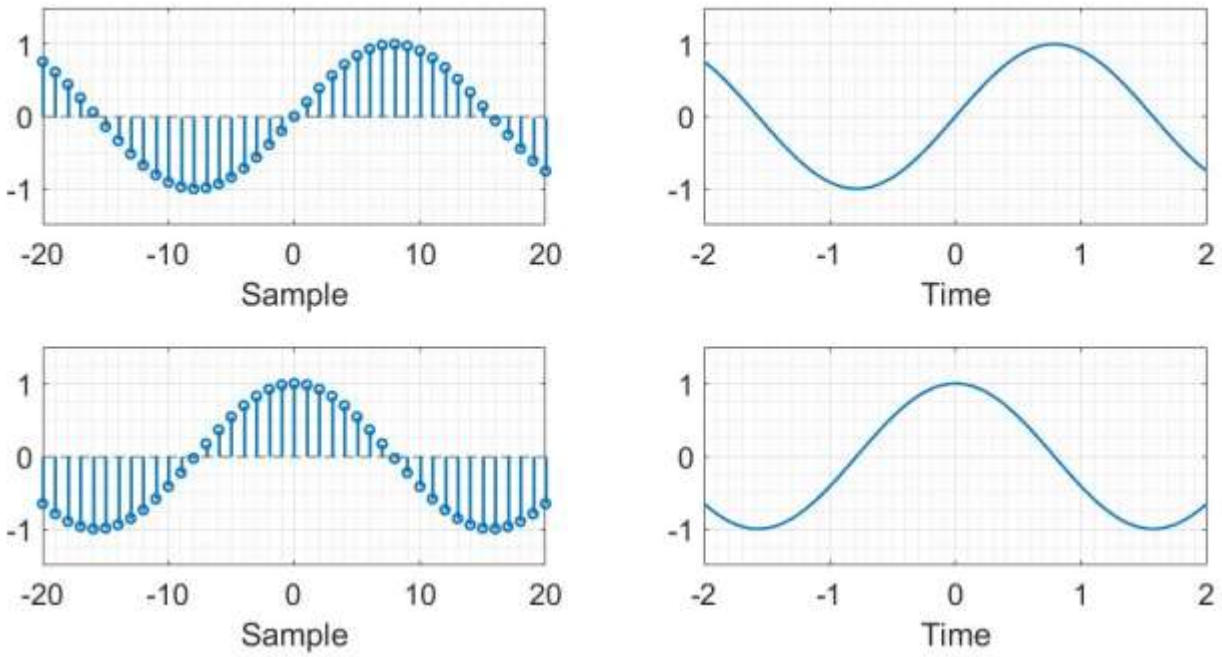
سیگنال‌های زوج و فرد

- یک سیگنال زوج است اگر با انعکاس آن نسبت به محور y یکسان بماند؛ به عبارت ریاضی

$$x(-t) = x(t)$$

- یک سیگنال فرد است اگر با انعکاس آن نسبت به مبدأ مختصات یکسان بماند. به عبارت ریاضی

$$x(-t) = -x(t)$$



سیگنال‌های زوج و فرد

- هر سیگنال را می‌توان به صورت مجموع دو سیگنال زوج و فرد تجزیه کرد.

$$x(t) = Even\{x(t)\} + Odd\{x(t)\}$$

$$Even\{x(t)\} = \frac{x(t) + x(-t)}{2}$$

$$Odd\{x(t)\} = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$

- زوج بودن و فرد بودن یک دنباله زمان گسسته مشابه سیگنال‌های زمان پیوسته است.

ویژگی‌های سیگنال‌های زوج و فرد

- **ویژگی ۱**– سیگنال فرد لزوماً در $t = 0$ (یا $n = 0$) مقدار صفر دارد.
- **ویژگی ۲**–

الف) برای سیگنال زوج $x(t)$ داریم:

$$\int_{-a}^{+a} x(\tau)d\tau = 2\int_{0}^{+a} x(\tau)d\tau$$

ب) برای سیگنال فرد $x(t)$ داریم:

$$\int_{-a}^{+a} x(\tau)d\tau = 0$$

ویژگی‌های سیگنال‌های زوج و فرد

- ویژگی ۳-

الف) برای سیگنال زوج $x[n]$ داریم:

$$\sum_{n=-k}^{k} x[n] = x[0] + 2\sum_{n=1}^{k} x[n]$$

ب) برای سیگنال فرد $x(t)$ داریم:

$$\sum_{n=-k}^{k} x[n] = 0$$

سیگنال‌های زوج و فرد

- مثال: سیگنال $x(t) = e^{j\omega_0 t}$ را به صورت مجموع دو سیگنال زوج و فرد بنویسید.

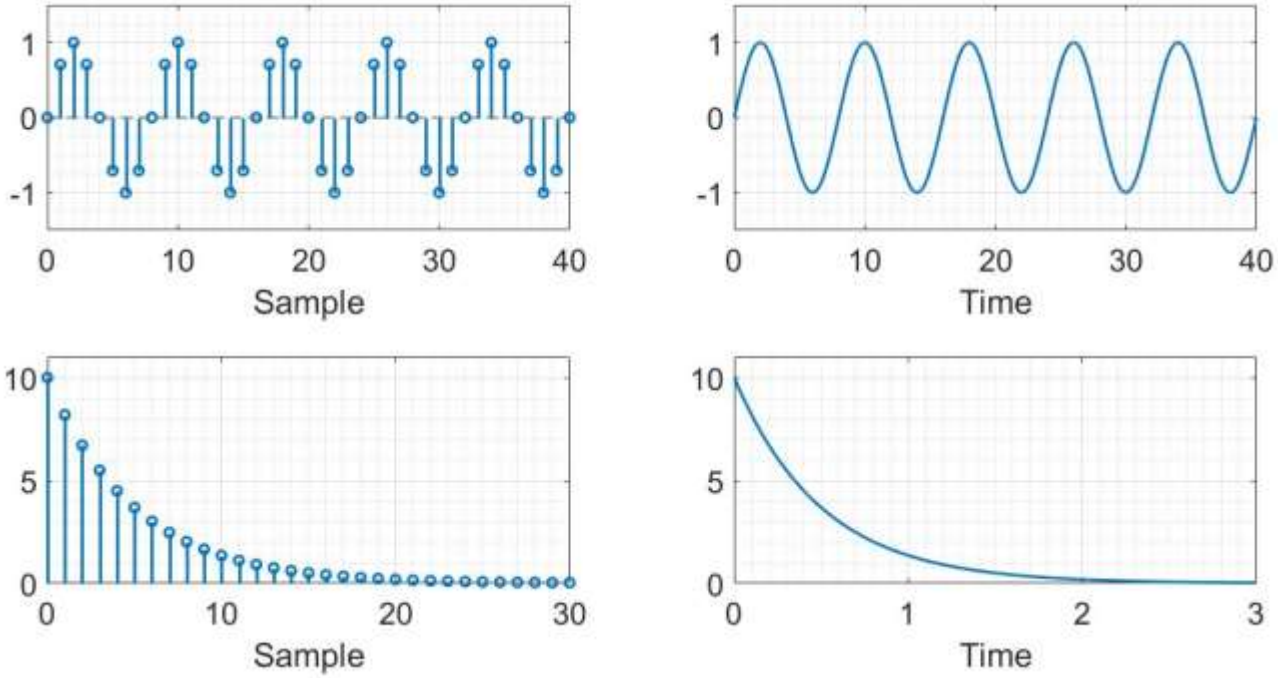
$$Even\{x(t)\} = \frac{x(t) + x(-t)}{2} = \frac{e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}}{2} = \cos(\omega_0 t)$$

$$Odd\{x(t)\} = \frac{x(t) - x(-t)}{2} = \frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2} = j\sin(\omega_0 t)$$

بنابراین داریم:

$$x(t) = Even\{x(t)\} + Odd\{x(t)\} = \cos(\omega_0 t) + j\sin(\omega_0 t)$$

سیگنال‌های متناوب و نامتناوب



بالا) دو سیگنال متناوب، پایین) دو سیگنال نامتناوب.

سیگنال‌های متناوب و نامتناوب

- سیگنال $x(t)$ را متناوب گویند اگر عدد **حقیقی** مثبتی همچون T وجود داشته باشد به طوری که

$$x(t+T) = x(t), \qquad -\infty < t < +\infty, \qquad T > 0$$

- به کوچک‌ترین عدد حقیقی مثبتی که در رابطه بالا صدق می‌کند، دوره تناوب سیگنال گفته می‌شود و معمولاً با T_0 نمایش داده می‌شود.
- هر سیگنالی که خاصیت بالا را نداشته باشد، سیگنال نامتناوب نامیده می‌شود.

سیگنال‌های متناوب و نامتناوب

- در مورد سیگنال‌های زمان گسسته نیز شرایط مشابه است.
- سیگنال $x[n]$ را متناوب گویند اگر عدد **صحیح** مثبتی همچون N وجود داشته باشد به طوری که

$$x[n+N] = x[n], \qquad -\infty < n < +\infty, \qquad N > 0$$

- به کوچک‌ترین عدد صحیح مثبتی که در رابطه بالا صدق می‌کند، دوره تناوب سیگنال گفته می‌شود و معمولاً با N_0 نمایش داده می‌شود.

سیگنال‌های متناوب و نامتناوب

مثال: دوره تناوب سیگنال $x(t) = e^{j\left(\frac{2\pi}{5}\right)t} + e^{j\left(\frac{\pi}{4}\right)t}$ را در صورت وجود بیابید.

$$x(t+T) = x(t)$$

$$\Rightarrow e^{j\left(\frac{2\pi}{5}\right)(t+T)} + e^{j\left(\frac{\pi}{4}\right)(t+T)} = e^{j\left(\frac{2\pi}{5}\right)t} + e^{j\left(\frac{\pi}{4}\right)t}$$

$$\Rightarrow e^{j\left(\frac{2\pi}{5}\right)t} e^{j\left(\frac{2\pi}{5}\right)T} + e^{j\left(\frac{\pi}{4}\right)t} e^{j\left(\frac{\pi}{4}\right)T} = e^{j\left(\frac{2\pi}{5}\right)t} + e^{j\left(\frac{\pi}{4}\right)t}$$

$$\Rightarrow e^{j\left(\frac{2\pi}{5}\right)t}\left(1 - e^{j\left(\frac{2\pi}{5}\right)T}\right) + e^{j\left(\frac{\pi}{4}\right)t}\left(1 - e^{j\left(\frac{\pi}{4}\right)T}\right) = 0$$

برای آنکه رابطه بالا همواره درست باشد، باید شروط زیر برقرار باشد.

$$\begin{cases} 1 - e^{j\left(\frac{2\pi}{5}\right)T} = 0 \\ 1 - e^{j\left(\frac{\pi}{4}\right)T} = 0 \end{cases}$$

ادامه مثال

بنابراین خواهیم داشت.

$$\begin{cases} e^{j\left(\frac{2\pi}{5}\right)T} = 1 = e^{j2k_1\pi} \\ e^{j\left(\frac{\pi}{4}\right)T} = 1 = e^{j2k_2\pi} \end{cases}$$

که در آن‌ها k_1 و k_2 اعداد صحیح مثبت هستند، در نتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} T = 5k_1 \\ T = 8k_2 \end{cases}$$

کوچک‌ترین مقدار T که هر دو رابطه بالا صدق کند، $T = 40$ است.

سیگنال‌های متناوب و نامتناوب

مثال: دوره تناوب سیگنال $x(t) = e^{(-1+j)t}$ را در صورت وجود بیابید.

$$x(t+T) = x(t) \Rightarrow e^{(-1+j)(t+T)} = e^{(-1+j)t}$$

$$\Rightarrow e^{(-1+j)t} e^{(-1+j)T} = e^{(-1+j)t} \Rightarrow e^{(-1+j)T} = 1$$

$$\Rightarrow T = 0$$

بنابراین این سیگنال نامتناوب است زیرا دوره تناوب عددی صحیح و مثبت است.

سیگنال‌های متناوب و نامتناوب

مثال: دوره تناوب سیگنال $x(t) = \mathrm{e}^{j\omega_0 t+\theta}$ را در صورت وجود بیابید. $(\omega_0 \neq 0)$

$$x(t+T) = x(t) \Rightarrow \mathrm{e}^{j\omega_0(t+T)+\theta} = \mathrm{e}^{j\omega_0 t+\theta}$$

$$\Rightarrow \mathrm{e}^{j\omega_0 t}\mathrm{e}^{j\omega_0 T}\mathrm{e}^{\theta} = \mathrm{e}^{j\omega_0 t}\mathrm{e}^{\theta} \Rightarrow \mathrm{e}^{j\omega_0 T} = 1$$

$$\Rightarrow j\omega_0 T = j2k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$\Rightarrow T = \frac{2k\pi}{\omega_0}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

بنابراین این سیگنال متناوب است و دوره تناوب پایه آن، کوچک‌ترین عدد مثبت حقیقی است که در رابطه بالا صدق کند که برابر است با $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$.

سیگنال‌های متناوب و نامتناوب

مثال: دوره تناوب سیگنال $x[n] = \mathrm{e}^{j\Omega_0 n+\theta}$ را در صورت وجود بیابید. $(\Omega_0 \neq 0)$

$$x[n+N] = x[n] \Rightarrow \mathrm{e}^{j\Omega_0(n+N)+\theta} = \mathrm{e}^{j\Omega_0 n+\theta}$$

$$\Rightarrow \mathrm{e}^{j\Omega_0 n}\mathrm{e}^{j\Omega_0 N}\mathrm{e}^{\theta} = \mathrm{e}^{j\Omega_0 n}\mathrm{e}^{\theta} \Rightarrow \mathrm{e}^{j\Omega_0 N} = 1$$

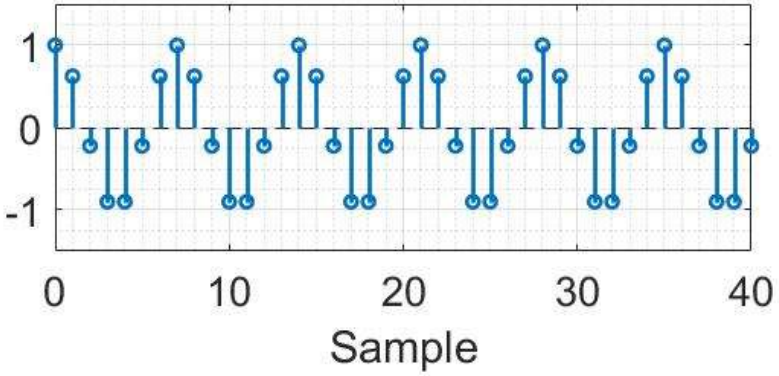
$$\Rightarrow j\Omega_0 N = j2k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$\Rightarrow N = \frac{2k\pi}{\Omega_0}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

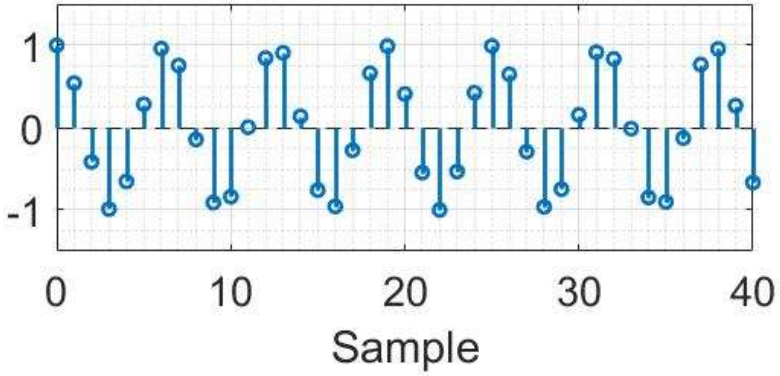
بنابراین این سیگنال در صورتی متناوب است که مقدار N صحیح و مثبتی پیدا شود که در رابطه بالا صدق کند.

سیگنال‌های متناوب و نامتناوب

$$x[n] = e^{j(\frac{2\pi}{7})n}$$



$$x[n] = e^{jn}$$



چپ) سیگنال متناوب، راست) سیگنال نامتناوب

۱– ۳– انرژی و توان سیگنال

کل انرژی نرمال شده سیگنال $x(t)$ از انتگرال زیر محاسبه می‌شود:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(\tau)|^2 d\tau$$

در بسیاری از نوشتارها، از رابطه‌های انرژی بالا با عنوان کوتاه شده "انرژی سیگنال" یاد می‌شود. شکل گسسته روابط بالا برای محاسبه انرژی سیگنال $x[n]$ در زیر آمده است.

$$E = \sum_{n=n_1}^{n_2} |x[n]|^2$$

$$E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2$$

۱– ۳– انرژی و توان سیگنال

توان متوسط سیگنال متناوب $x(t)$ با دوره تناوب T و همچنین توان متوسط سیگنال متناوب $x[n]$ با دوره تناوب N با کمک رابطه‌های زیر محاسبه می‌شود.

$$P = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} |x(\tau)|^2 d\tau$$

$$P = \frac{1}{N}\sum_{n=t_0}^{t_0+N-1} |x[n]|^2$$

۱– ۳– انرژی و توان سیگنال

مثال: توان سیگنال متناوب $x(t) = Acos(\omega_0 t + \phi_0)$ را محاسبه نمایید.

$$P = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} |x(\tau)|^2 d\tau = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} |Acos(\omega_0\tau + \phi_0)|^2 d\tau = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} A^2\cos^2(\omega_0\tau + \phi_0)\, d\tau$$

$$= \frac{A^2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} \frac{1}{2}(1 + \cos(2\omega_0\tau + 2\phi_0))d\tau = \frac{A^2}{2T}\int_{t_0}^{t_0+T} d\tau + \frac{A^2}{2T}\int_{t_0}^{t_0+T} \cos(2\omega_0\tau + 2\phi_0)\, d\tau$$

$$= \frac{A^2}{2T}\tau\Big|_{t_0}^{t_0+T} = \frac{A^2}{2}$$

سیگنال‌های پایه

۱- ۴- سیگنال‌های پایه

۱- ۴- ۱- تابع پله واحد و دنباله پله واحد

۱- ۴- ۲- تابع شیب و دنباله شیب

۱- ۴- ۳- تابع ضربه واحد و دنباله ضربه واحد

۱- ۴- ۴- سیگنال‌های سینوسی

۱- ۴- ۵- ساخت سیگنال‌ها از روی سیگنال‌های پایه

سیگنال‌های پایه

- دسته مهمی از سیگنال‌هایی که در پردازش سیگنال مورد استفاده قرار می‌گیرند به سیگنال‌های پایه معروف هستند.
- این سیگنال‌ها دو نوع زمان پیوسته و زمان گسسته دارند.
- در این کلاس کلمه "تابع" اشاره به یک سیگنال زمان پیوسته و کلمه "دنباله" اشاره به یک سیگنال زمان گسسته دارد.

سیگنال‌های پایه

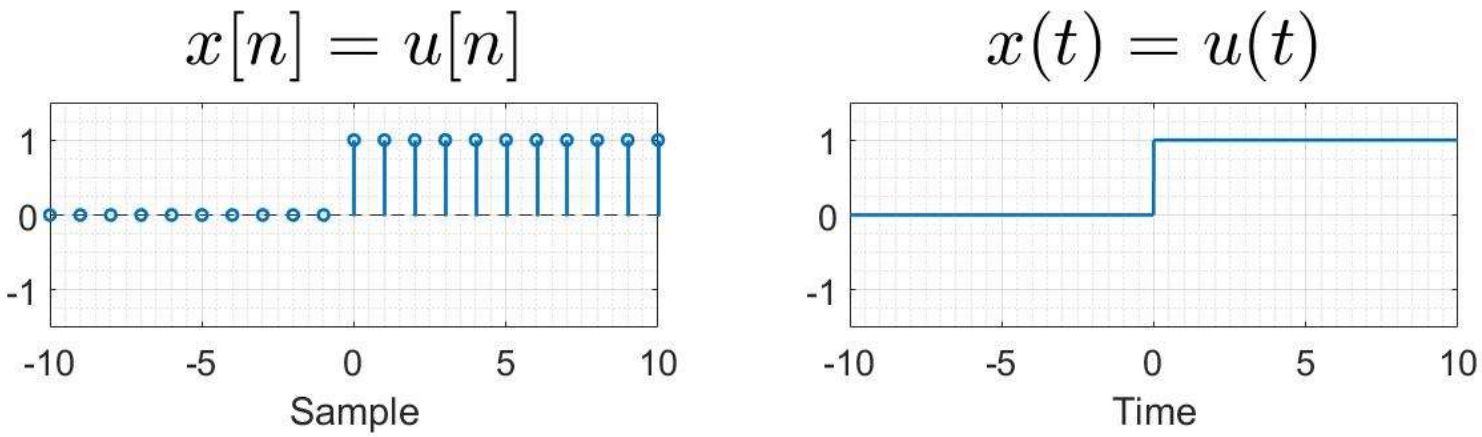
- دسته مهمی از سیگنال‌هایی که در پردازش سیگنال مورد استفاده قرار می‌گیرند به سیگنال‌های پایه معروف هستند.
- این سیگنال‌ها دو نوع زمان پیوسته و زمان گسسته دارند.
- در این کلاس کلمه "تابع" اشاره به یک سیگنال زمان پیوسته و کلمه "دنباله" اشاره به یک سیگنال زمان گسسته دارد.

تابع پله واحد و دنباله پله واحد

- تابع پله واحد که یک سیگنال زمان پیوسته است، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \text{تعریف نشده}, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

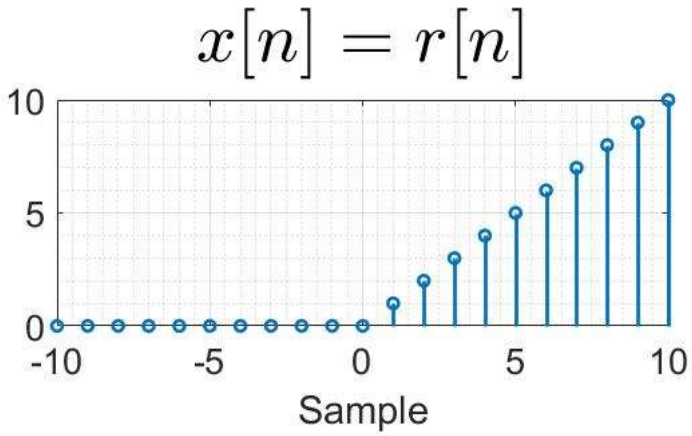
$$u[n] = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases}$$

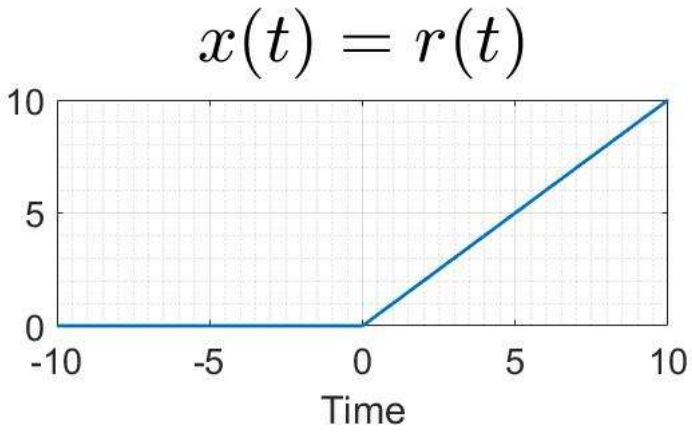


تابع و دنباله پله واحد، راست) زمان پیوسته، چپ) زمان گسسته

تابع شیب و دنباله شیب

$$r[n] = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ n, & n \geq 0 \end{cases} \qquad r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t, & t \geq 0 \end{cases}$$



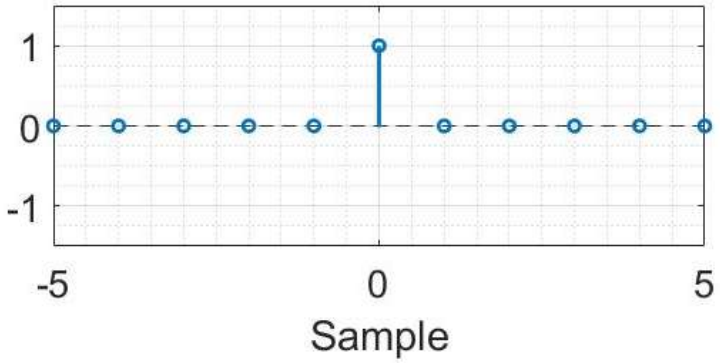


تابع و دنباله شیب، راست) زمان پیوسته، چپ) زمان گسسته

دنباله ضربه واحد

$$x[n] = \delta[n]$$

$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$



- دنباله ضربه را می‌توان با تفاضل مرتبه اول از روی دنباله پله واحد محاسبه کرد.

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

- به صورت برعکس نیز می‌توان دنباله پله واحد را از روی مجموع ضربه‌های انتقال داده شده محاسبه نمود.

$$u[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} \delta[k]$$

برخی روابط مهم از دنباله ضربه

$$\delta[n] = \delta[-n]$$

$$x[n]\delta[n - n_0] = x[n_0]$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\delta[n - n_0] = x[n_0]$$

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]\delta[n - k] = x[n]$$

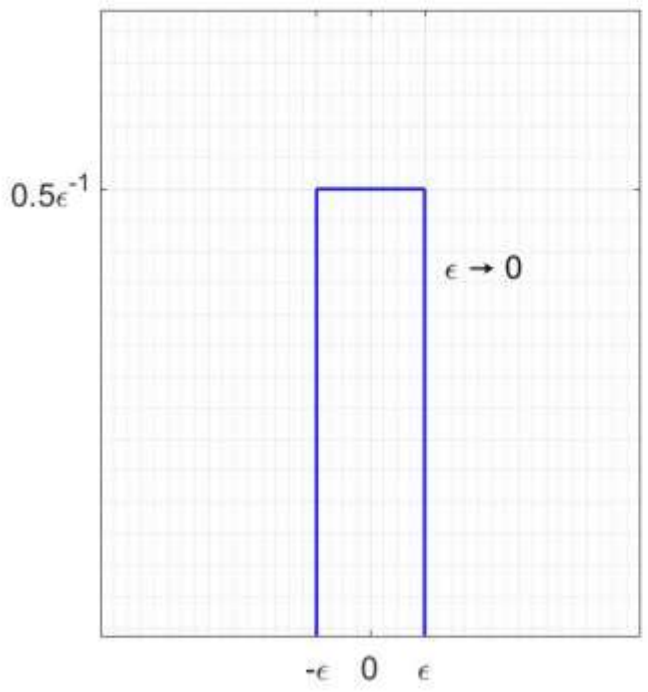
$$\delta[an] = \delta[n], \qquad a \in \mathbb{Z}$$

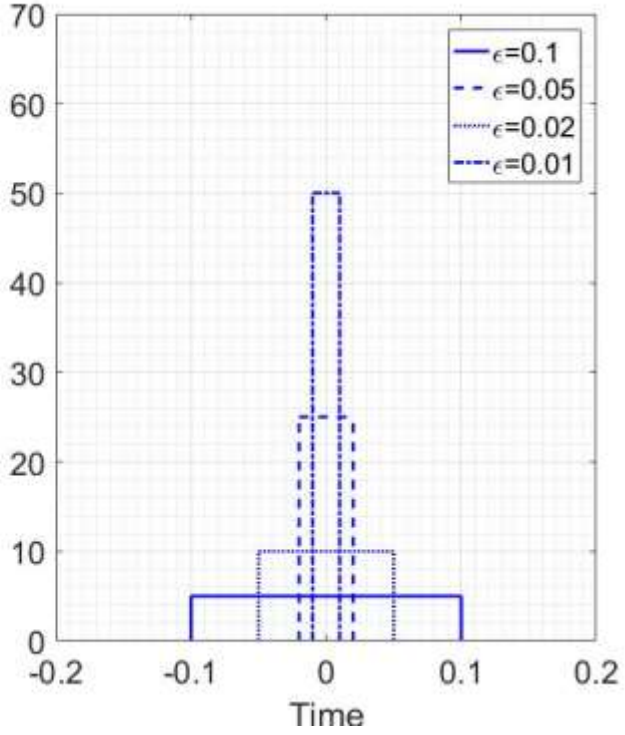
تابع ضربه واحد

شکل زمان پیوسته ضربه واحد (تابع دلتای دیراک) را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد. یک *تابع تعمیم‌یافته روی محور اعداد حقیقی است که انتگرال آن روی کل محور برابر یک است و عرض (محدوده غیر صفر) آن بسیار محدود است*. محور اعداد حقیقی را می‌توان معادل محور زمان در نظر گرفت.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) = 1$$

یک انتخاب برای تابع ضربه





$$\delta(t) = \lim_{\varepsilon \to 0} p_\varepsilon(t)$$

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0 \\ \infty, & t = 0 \end{cases}$$

یک انتخاب برای تابع ضربه

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0 \\ \infty, & t = 0 \end{cases}$$

- می‌دانیم تابعی که فقط در یک نقطه مقدار غیرصفر دارد، انتگرال آن صفر است؛ بنابراین‌رابطه قبل را نمی‌توانیم به عنوان تابع ضربه در نظر بگیریم.

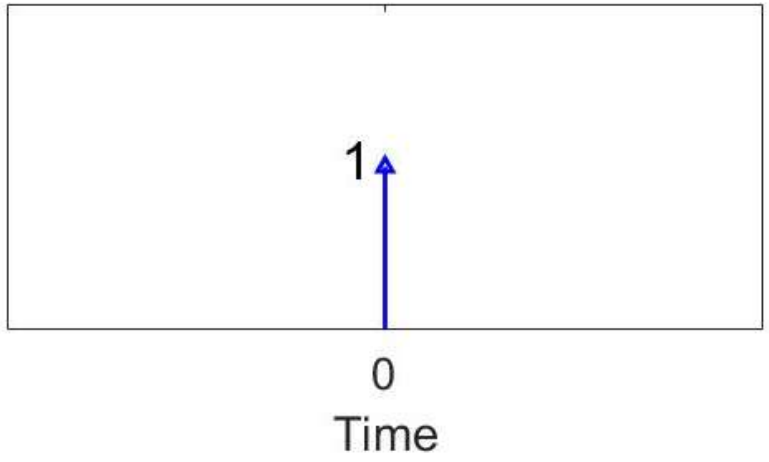
- به عبارت ریاضی می‌توان تابع ضربه را به یکی از دو مدل زیر به عنوان تابع توسعه یافته تعریف کرد.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\tau)\delta(\tau)d\tau = \phi(0)$$

$$\int_{a}^{b} \phi(\tau)\delta(\tau)d\tau = \begin{cases} \phi(0), & a < 0 < b \\ 0, & a < b < 0 \; or \; 0 < a < b \\ \text{تعریف نشده}, & a = 0 \; or \; b = 0 \end{cases}$$

که در آن‌ها $\phi(\tau)$ تابع دلخواه پیوسته در صفر است.

یک انتخاب برای تابع ضربه



- تابع ضربه انتقال داده شده نیز به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\tau)\delta(\tau - t_0)d\tau = \phi(t_0)$$

$$\int_{a}^{b} \phi(\tau)\delta(\tau - t_0)d\tau = \begin{cases} \phi(t_0), & a < t_0 < b \\ 0, & a < b < t_0 \text{ یا } t_0 < a < b \\ \text{تعریف نشده}, & a = t_0 \text{ یا } b = t_0 \end{cases}$$

- تابع ضربه واحد با یک پیکان و عدد یک نمایش داده می‌شود. دقت کنید این عدد نمایانگر مساحت زیر نمودار تابع است.

روابط مهم برای تابع ضربه واحد

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)d\tau = u(t)$$

$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$$

$$\delta(t) = \delta(-t)$$

$$x(t)\delta(t - t_0) = x(t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)\delta(t - \tau)d\tau = x(t)$$ با فرض پیوسته بودن $x(t)$

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t)$$

مثال: حاصل عبارات ریاضی زیر را محاسبه نمایید.

$$I_1 = \int_{-5}^{5} (3t+4)\delta(t)dt \qquad I_2 = \int_{-5}^{5} (3t+4)\delta(t-3)dt$$

$$I_3 = \int_{-5}^{5} (3t+4)\delta(t-7)dt \quad I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t}\delta(4t-4)dt$$

$$I_1 = \int_{-5}^{5} (3t+4)\delta(t)dt = (3t+4)\Big|_{t=0} = 4$$

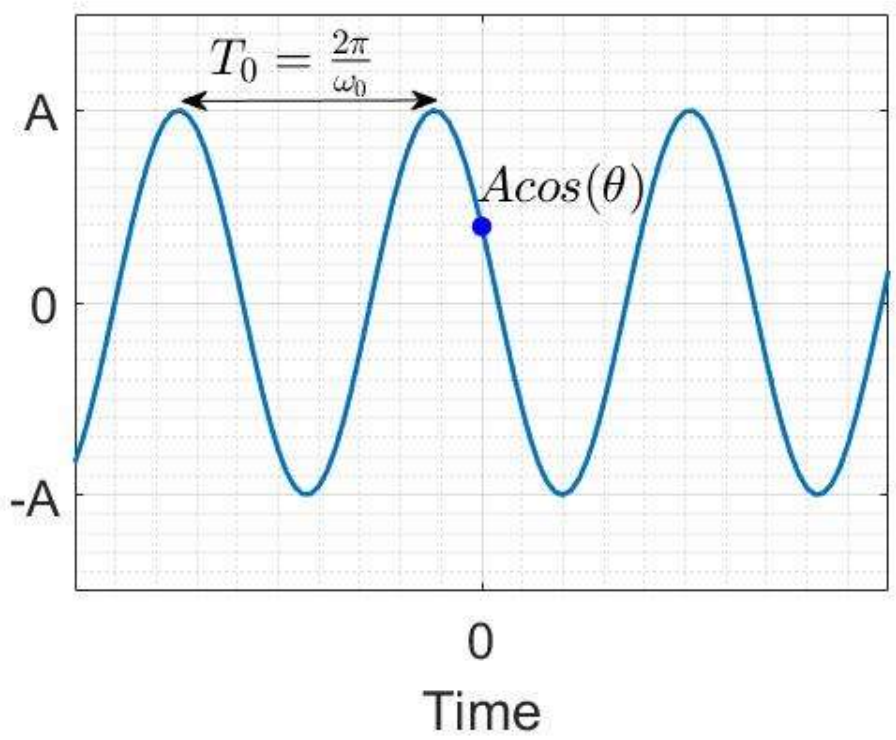
$$I_2 = \int_{-5}^{5} (3t+4)\delta(t-3)dt = (3t+4)\Big|_{t=3} = 13$$

$$I_3 = \int_{-5}^{5} (3t+4)\delta(t-7)dt = 0$$

$$I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t}\delta(4t-4)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t}\frac{1}{|4|}\,\delta(t-1)dt = \frac{e^{-t}}{4}\Bigg|_{t=1} = \frac{1}{4e}$$

سیگنال‌های سینوسی

$$x(t) = Acos(\omega_0 t + \theta)$$



- یک سیگنال زمان پیوسته سینوسی به صورت روبرو تعریف می‌شود.

در آن A دامنه سیگنال نامیده می‌شود و عددی حقیقی است. ω_0 فرکانس زاویه‌ای سیگنال با یکای رادیان بر ثانیه ($\frac{rad}{sec}$) است. θ نیز زاویه فاز سیگنال نامیده می‌شود و یکای آن رادیان است.

- دوره تناوب سیگنال سینوسی از رابطه روبرو محاسبه می‌شود. $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$
- فرکانس پایه سیگنال سینوسی به صورت زیر است.

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \qquad f_0 = \frac{1}{T_0}$$

- یکای فرکانس پایه سیگنال هرتز(Hz) است که همان عکس ثانیه ($\frac{1}{s}$) است.

سیگنال‌های سینوسی

مثال: دوره تناوب سیگنال $x[n] = \cos(\frac{\pi n}{6})$ را در صورت وجود بیابید.

$$x[n+N] = x[n] \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi(n+N)}{6}\right) = \cos(\frac{\pi n}{6})$$

می‌دانیم که به ازای عدد صحیح k، رابطه $\cos(\phi) = \cos(\phi + 2k\pi)$ درست است؛ بنابراین داریم:

$$\cos\left(\frac{\pi(n+N)}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi n}{6} + 2k\pi\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\pi(n+N)}{6} = \frac{\pi n}{6} + 2k\pi$$

$$\Rightarrow \frac{N}{6} = 2k \Rightarrow N = 12k, k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

با توجه به رابطه بالا، سیگنال متناوب و دوره تناوب اصلی آن $N_0 = 12$ است.

سیگنال‌های سینوسی

مثال: دوره تناوب سیگنال $x[n] = \cos(\frac{n}{2})$ را در صورت وجود بیابید.

$$x[n+N] = x[n] \Rightarrow \cos\left(\frac{n+N}{2}\right) = \cos(\frac{n}{2})$$

می‌دانیم که به ازای عدد صحیح k، رابطه $\cos(\phi) = \cos(\phi + 2k\pi)$ درست است؛ بنابراین داریم:

$$\cos\left(\frac{n+N}{2}\right) = \cos\left(\frac{n}{2}\right) = \cos(\frac{n}{2} + 2k\pi)$$

$$\Rightarrow \frac{n+N}{2} = \frac{n}{2} + 2k\pi$$

$$\Rightarrow \frac{N}{2} = 2k\pi \Rightarrow N = 4k\pi, k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

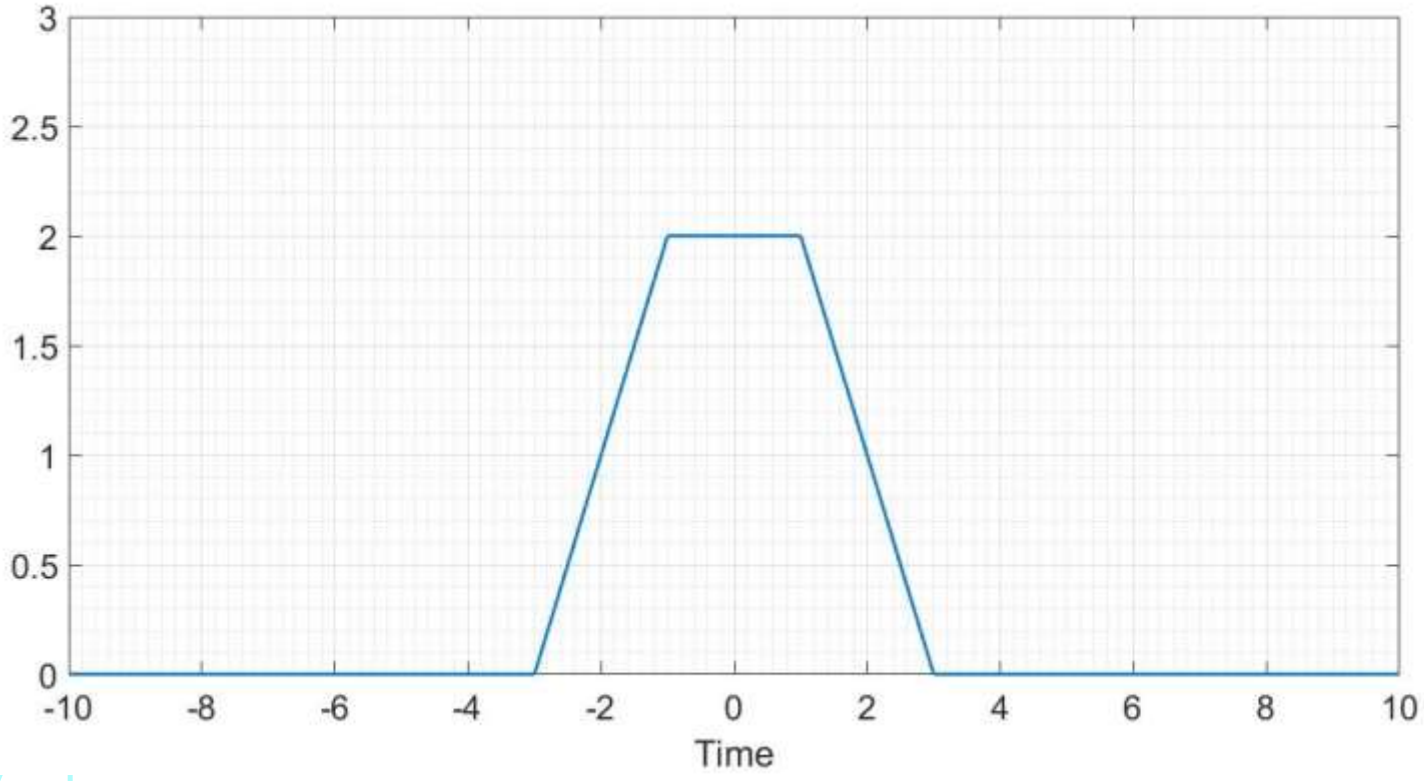
با توجه به رابطه بالا، هیچ مقدار N صحیحی وجود ندارد؛ بنابراین این سیگنال متناوب نیست.

ساخت سیگنال‌ها از روی سیگنال‌های پایه

- در این بخش نشان خواهیم داد که چگونه می‌توان ضابطه یک سیگنال را با استفاده از سیگنال‌های پایه از روی شکل آن به دست آورد. از همین رو تجزیه و تحلیل سیگنال‌های پایه اهمیت زیادی دارد.
- روش کلی و دقیقی برای به دست آوردن ضابطه سیگنال برحسب سیگنال‌های پایه نمی‌توان بیان کرد ولی به هرحال گام‌هایی وجود دارد که روند کار را برای ما ساده‌تر می‌کند

ساخت سیگنال‌ها از روی سیگنال‌های پایه

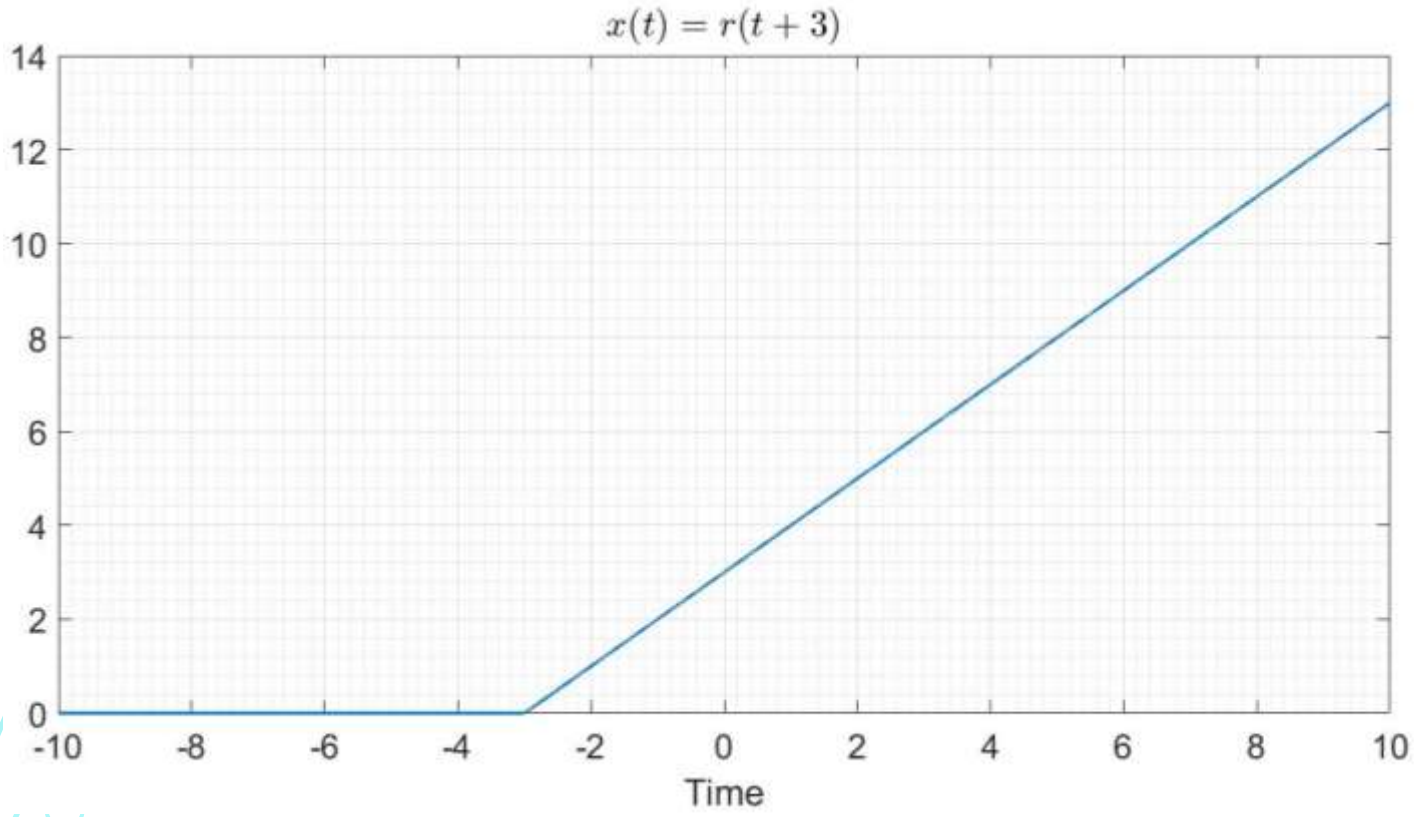
مثال: ضابطه سیگنال نشان داده شده در زیر را بیابید.



همانطور که در شکل مشاهده می‌شود تابع از ۳- تا ۳+ دارای مقادیر غیر صفر و در سایر نقاط مقدار آن صفر است؛ بنابراین بازه $[-3\ \ 3]$مهم است. برای شروع از کران پایین این بازه، یعنی ۳- شروع کنید و بر حسب توابع پایه برای آن ضابطه پیدا نمایید.

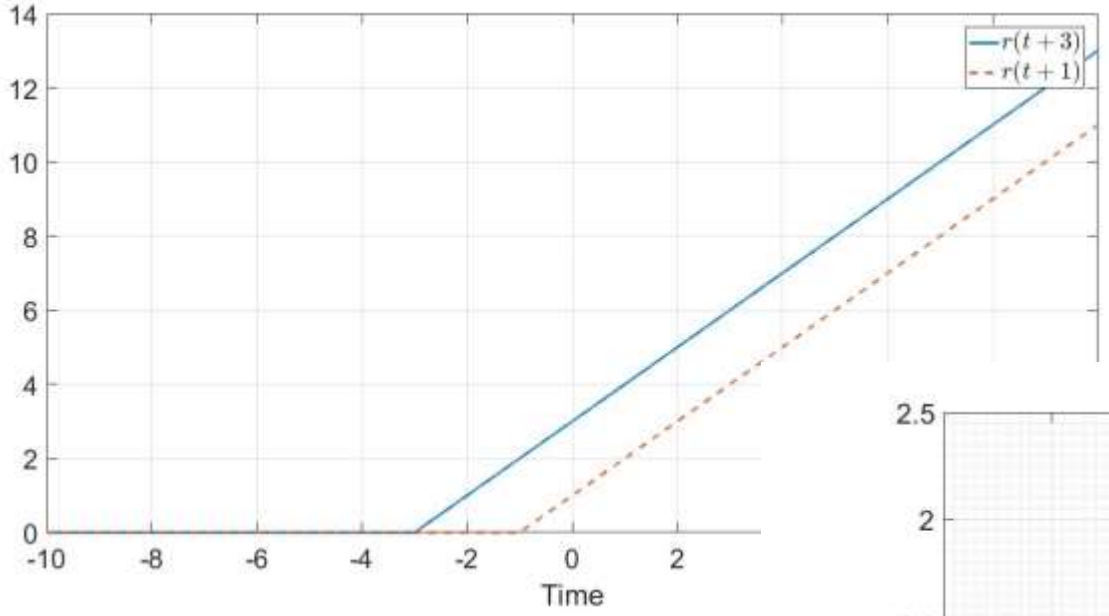
ادامه مثال

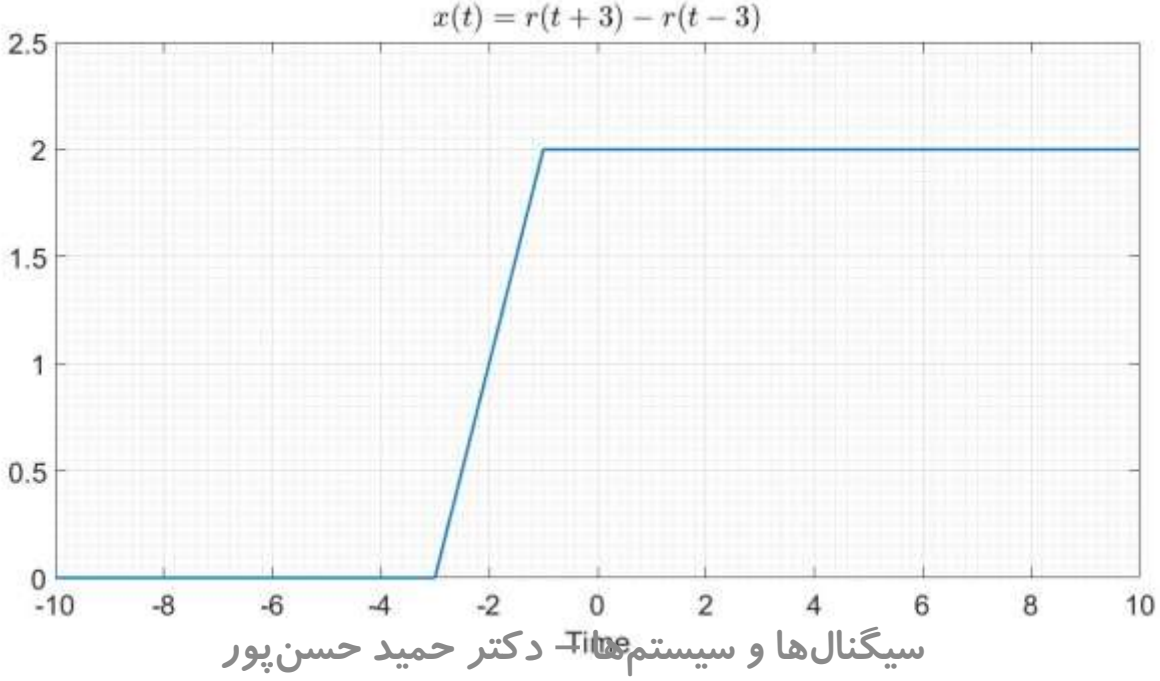
بازه $[-3-1]$ یک خط با شیب یک است که شبیه تابع پایه $r(t)$ است؛ بنابراین می‌توان حدس زد که برای این بازه باید از فرمی از تابع پایه $r(t)$ استفاده کرد. برای اینکه در بازه $[-3-1]$ بتوان تابعی مانند تابع اصلی به دست آورد باید تابع $r(t)$ را به سمت چپ ۳ واحد انتقال داد. پس ضابطه تابع به صورت $r(t+3)$ خواهد بود



ادامه مثال

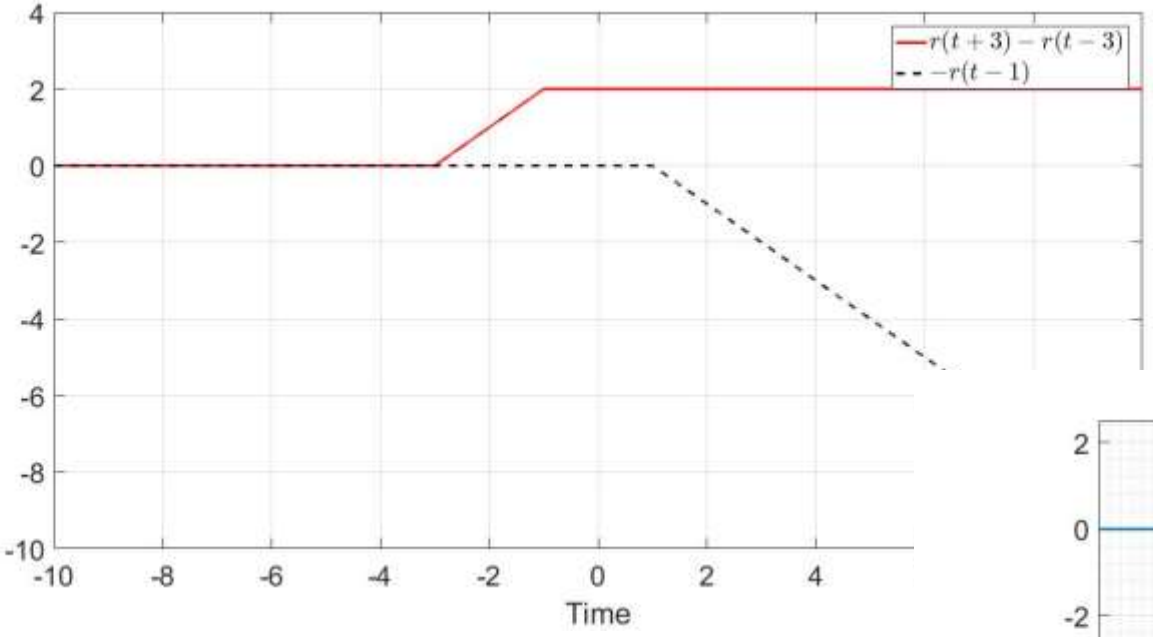
تابع در بازه $[-1 + 1]$مقدار ثابت ۲ را دارد؛ بنابراین باید یکی از توابع پایه را به تابع $x(t)$ اضافه و یا از آن کم کنیم تا به مقدار ثابت ۲ برسیم

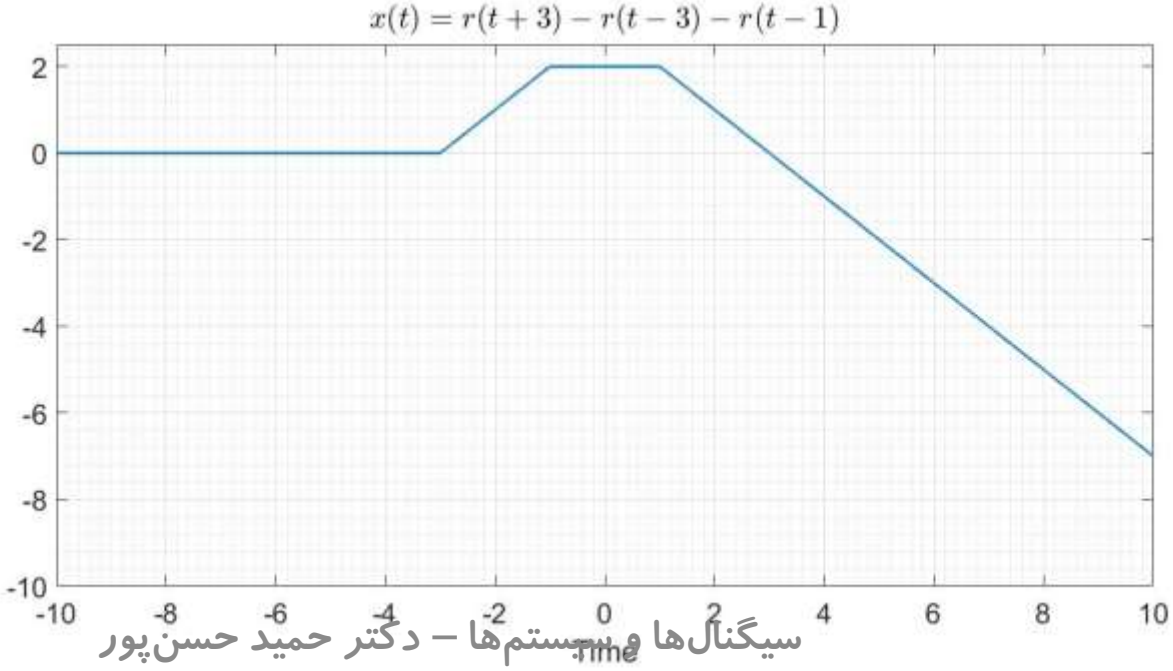




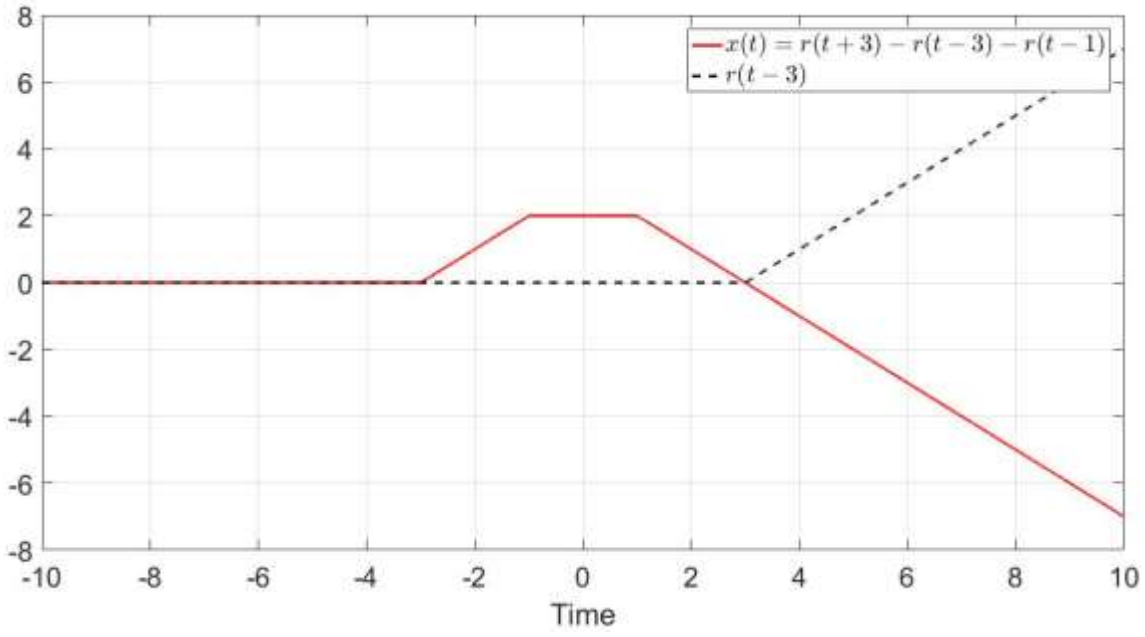
ادامه مثال

حال نیاز داریم تا مقدار ثابت ۲ در تابع را به یک مقدار نزولی تبدیل کنیم. لذا می‌توان یک فرم از تابع پایه $r(t)$ را از تابع $x(t)$ کم کرد.





ادامه مثال



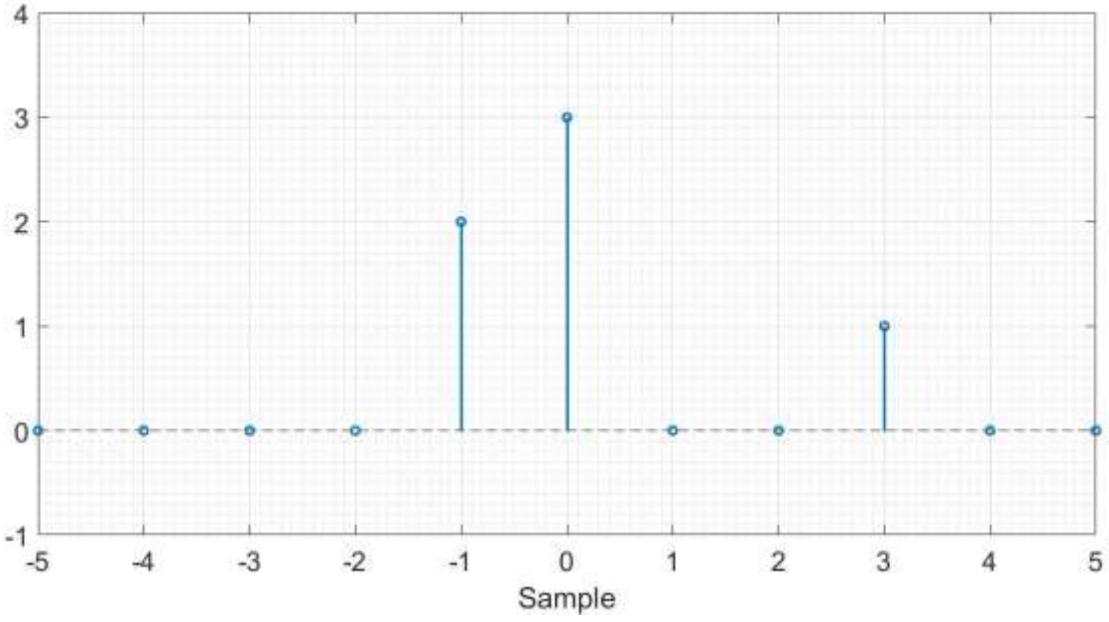
از آنجایی که تابع در بازه $[+3 + \infty]$ مقدار صفر دارد، باید با اضافه کردن فرمی از تابع پایه $r(t)$ به ضابطه تابع مقادیر آن را در این بازه صفر کرد.

بنابراین ضابطه تابع $x(t)$ به صورت زیر است.

$$x(t) = r(t+3) - r(t+1) - r(t-1) + r(t-3)$$

ساخت سیگنال‌ها از روی سیگنال‌های پایه

مثال: ضابطه سیگنال نشان داده شده در زیر را بیابید.



$$x[n] = 2\delta[n+1] + 3\delta[n] + \delta[n-3]$$

سیستم‌ها و انواع آن‌ها

۱- ۵- سیستم‌ها و انواع آن‌ها

۱- ۵- ۱- بازنمایی سیستم‌ها

۱- ۵- ۲- سیستم‌های زمان پیوسته و زمان گسسته

۱- ۵- ۳- سیستم‌های علّی و غیرعلّی

۱- ۵- ۴- سیستم‌های حافظه‌دار و بدون حافظه

۱- ۵- ۵- سیستم‌های خطی و غیرخطی

۱- ۵- ۶- سیستم‌های تغییرپذیر با زمان و تغییرناپذیر با زمان

۱- ۵- ۷- سیستم‌های خطی تغییرناپذیر با زمان

۱- ۵- ۸- سیستم‌های پایدار و ناپایدار

۱- ۵- ۹- سیستم‌های بازخوردی

۱- ۵- ۱۰- سیستم‌های وارون‌پذیر

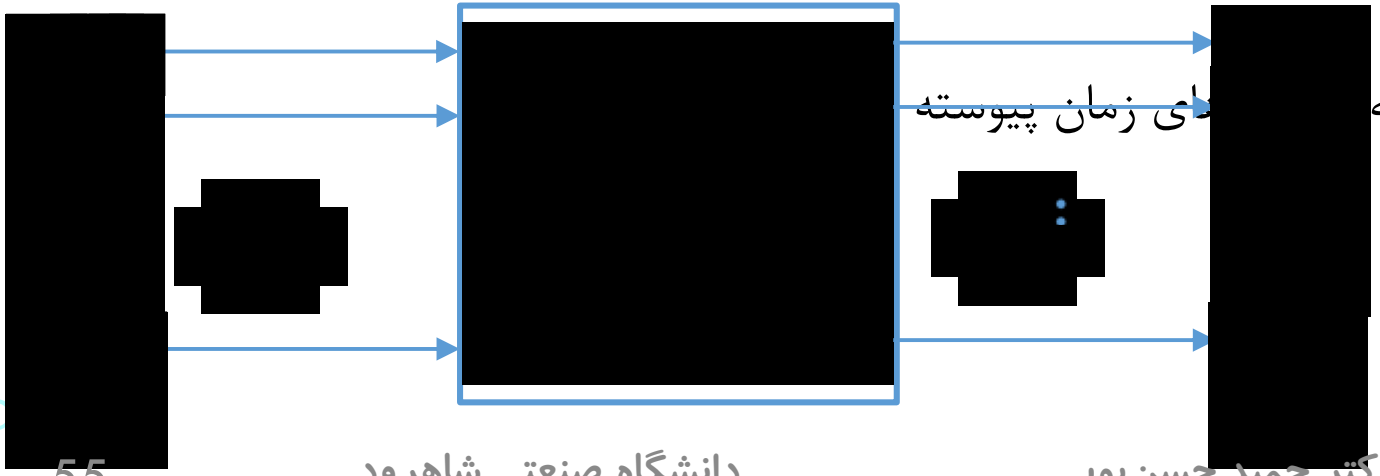
بازنمایی سیستم‌ها

وابستگی خروجی سیستم به ورودی آن به فرم $y(t) = T\{x(t)\}$ نشان داده می‌شود که در آن $y(t)$ پاسخ سیستم T به ورودی $x(t)$ نامیده می‌شود.

عملگر T بیان کننده سیستم است و تعیین می‌کند که قرار است بر روی سیگنال $x(t)$ چه عملیاتی انجام شود تا $y(t)$ تولید گردد.

برای یک سیستم چند ورودی و چند خروجی، $x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_p(t)\}$ و $y(t) = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_q(t)\}$ در هر لحظه یک بردار هستند.

در مورد سیستم‌های زمان گسسته شرایط مشابه [redacted] های زمان پیوسته



سیستم‌های زمان پیوسته و زمان گسسته

- ماهیت یک سیستم را سیگنال‌هایی که توسط آن سیستم پردازش می‌شوند، تعیین می‌کند. اگر سیگنال‌هایی که توسط یک سیستم پردازش می‌شوند سیگنال‌های زمان پیوسته باشند خود سیستم به عنوان سیستم زمان پیوسته تلقی می‌شود. همچنین اگر سیگنال‌هایی که پردازش می‌شوند فقط در زمان‌های گسسته وجود داشته باشند آنگاه سیستم زمان گسسته نامیده می‌شود؛ به عبارت دیگر، سیستم‌های زمان پیوسته با سیگنال‌های زمان پیوسته و سیستم‌های زمان گسسته با سیگنال‌های زمان گسسته سر و کار دارند.

- اگر سیگنال‌ها در مقادیر محدودی از سطح‌ها کوانتیزه باشند سیستم رقمی(دیجیتال) نامیده می‌شود. سیستم دیجیتال به سیستمی گفته می‌شود که هم رقمی و هم زمان گسسته است.

سیستم‌های علّی و غیرعلّی

- سیستم علّی به سیستمی گفته می‌شود که پاسخ آن به یک ورودی، فقط به ورودی فعلی و ورودی‌های گذشته سیستم بستگی داشته باشد.

سیستم‌های علّی و غیرعلّی

مثال: بررسی کنید سیستم توصیف شده با رابطه‌های زیر علّی است یا نه؟

$$y_1(t) = x(t) + x(t-2)$$
$$y_2[n] = x[n] + x[n+2]$$
$$y_3[n] = x[-n]$$
$$y_4(t) = x(t)e^{j(t+1)}$$
$$y_5(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$$

سیستم با پاسخ $y_1(t)$ سیستمی علّی است زیرا خروجی آن در هر زمان فقط به مقادیر گذشته (یعنی $x(t-2)$) و ورودی فعلی (یعنی $x(t)$) بستگی دارد.

سیستم با پاسخ $y_2[n]$ سیستمی غیرعلّی است زیرا خروجی آن در هر زمان به مقادیر آینده (یعنی $x[n+2]$) بستگی دارد.

سیستم با پاسخ $y_3[n]$ سیستمی غیرعلّی است زیرا خروجی آن در بعضی از زمان‌ها به آینده وابسته است. به طور مثال خروجی سیستم در زمان $n=-4$ به ورودی سیستم در لحظه $n=4$ (یعنی $x[4]$) وابسته است.

سیستم با پاسخ $y_4(t)$ سیستمی علّی است زیرا خروجی آن در هر زمان فقط به ورودی فعلی (یعنی $x(t)$) بستگی دارد. دقت کنید که در بخش $e^{j(t+1)}$ اثری از ورودی سیستم دیده نمی‌شود.

سیستم با پاسخ $y_5(t)$ سیستمی علّی است زیرا خروجی آن در هر زمان فقط به مقادیر گذشته و ورودی فعلی بستگی دارد.

سیستم‌های حافظه‌دار و بدون حافظه

- به سیستمی که خروجی آن در هر لحظه فقط به ورودی در همان لحظه بستگی دارد، سیستم بی حافظه نامیده می‌شود. سیستم با حافظه سیستمی است که خروجی در حال حاضر به مقادیر گذشته یا آینده ورودی وابسته باشد.
- تمام سیستم‌های بدون حافظه علّی‌اند. البته برعکس این موضوع درست نیست.
- سیستم‌های غیرعلّی همیشه حافظه‌دارند.

سیستم‌های حافظه‌دار و بدون حافظه

مثال: حافظه‌دار یا بدون حافظه بودن سیستم‌های زیر را بررسی نمایید.

$$y_1(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$$

$$y_2(t) = x(t)\cos(\omega_0 t)$$

سیستم با پاسخ $y_1(t)$، یک سیستم حافظه‌دار است؛ زیرا خروجی در لحظه جاری به گذشته هم وابسته است.

سیستم با پاسخ $y_2(t)$، یک سیستم بدون حافظه است؛ زیرا خروجی در لحظه جاری فقط ورودی فعلی وابسته است.

سیستم‌های خطی و غیرخطی

- سیستم خطی به سیستمی گفته می‌شود که دارای دو ویژگی زیر باشد.

خاصیت همگنی a عددی ثابت است. $T\{ax(t)\} = aT\{x(t)\}$

خاصیت جمع‌پذیری $T\{x_1(t) + x_2(t)\} = T\{x_1(t)\} + T\{x_2(t)\}$

- شرط لازم برای خطی بودن سیستم آن است که طبق خواص قبلی، پاسخ ورودی صفر، صفر باشد.

- دو ویژگی بالا را می‌توان به صورت یک ویژگی نیز مطرح کرد.

a_1 و a_2 اعدادی ثابت هستند. $T\{a_1x_1(t) + a_2x_2(t)\} = a_1T\{x_1(t)\} + a_2T\{x_2(t)\}$

سیستم‌های خطی و غیرخطی

- شرایط برای سیستم‌های گسسته نیز دقیقاً مشابه است
- سیستم خطی به سیستمی گفته می‌شود که دارای دو ویژگی زیر باشد.

خاصیت همگنی a عددی ثابت است. $T\{ax[n]\} = aT\{x[n]\}$

خاصیت جمع‌پذیری $T\{x_1[n] + x_2[n]\} = T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\}$

- شرط لازم برای خطی بودن سیستم آن است که طبق خواص قبلی، پاسخ ورودی صفر، صفر باشد.
- دو ویژگی بالا را می‌توان به صورت یک ویژگی نیز مطرح کرد.

a_1 و a_2 اعدادی ثابت هستند. $T\{a_1x_1[n] + a_2x_2[n]\} = a_1T\{x_1[n]\} + a_2T\{x_2[n]\}$

سیستم‌های خطی و غیرخطی

مثال: خطی بودن سیستم $y(t) = x^2(t)$ را بررسی کنید.

پاسخ: یکبار $T\{a_1x_1(t) + a_2x_2(t)\}$ و $a_1T\{x_1(t)\} + a_2T\{x_2(t)\}$ به صورت مجزا محاسبه می‌شود. در صورتی که دو مقدار یکسان باشد، سیستم خطی و در غیراینصورت غیرخطی است.

$$I_1 = T\{a_1x_1(t) + a_2x_2(t)\} = \left(a_1x_1(t) + a_2x_2(t)\right)^2$$

$$= (a_1)^2\left(x_1(t)\right)^2 + (a_2)^2\left(x_2(t)\right)^2 + 2a_1a_2x_1(t)x_2(t)$$

$$I_2 = a_1T\{x_1(t)\} + a_2T\{x_2(t)\} = a_1\left(x_1(t)\right)^2 + a_2\left(x_2(t)\right)^2$$

از آنجایی که $I_1 \neq I_2$ است بنابراین سیستم غیرخطی است.

سیستم‌های خطی و غیرخطی

مثال: خطی بودن سیستم $y[n] = x^*[n]$ را بررسی کنید. ($x^*[n]$ مزدوج مختلط $x[n]$ است.)

پاسخ: برای خطی بودن باید هر دو ویژگی خاصیت همگنی و جمع‌پذیری را داشته باشد. اگر سیستمی یکی از این دو ویژگی را نداشته باشد، غیرخطی است. برای خاصیت همگنی، یکبار $T\{ax[n]\}$ و $aT\{x[n]\}$ به صورت مجزا محاسبه می‌شود. باید این دو مقدار با یکدیگر یکسان باشد.

$$I_1 = T\{ax[n]\} = a^* x^*[n]$$

$$I_2 = aT\{x[n]\} = ax^*[n]$$

از آنجایی که $I_1 \neq I_2$ است بنابراین سیستم غیرخطی است.

سیستم‌های خطی و غیرخطی

خاصیت جمع‌پذیری و همگنی یکدیگر را تکمیل می‌کنند و هم ارز یکدیگر نیستند؛ به عبارت دیگر، نمی‌توان با درست بودن یکی از آن‌ها به این نتیجه رسید که دیگری نیز درست است.

سیستم موجود در مثال قبل دارای خاصیت جمع‌پذیری است.

$$I_1 = T\{x_1[n] + x_2[n]\} = x_1^*[n] + x_2^*[n]$$

$$I_2 = T\{x_1[n]\} + T\{x_2[n]\} = x_1^*[n] + x_2^*[n]$$

که در $I_1 = I_2$ است یعنی سیستم دارای خاصیت جمع‌پذیری است.

سیستم‌های تغییرپذیر با زمان و تغییرناپذیر با زمان

- یک سیستم تغییرناپذیر با زمان (مستقل از زمان) است هرگاه رابطه بین ورودی و خروجی آن با زمان تغییر نکند؛ در غیر اینصورت سیستم تغییرپذیر با زمان نامیده می‌شود.
- یک سیستم زمان پیوسته تغییرناپذیر با زمان است اگر و تنها اگر

$$\forall x, \tau, t: T\{x(t-\tau)\} = y(t-\tau)$$

- برای آزمون تغییرناپذیری با زمان، پاسخ سیستم به ورودی $x(t-\tau)$ (یعنی $y_1(t) = T\{x(t-\tau)\}$) محاسبه می‌شود. اگر شرط $y_1(t) = y(t-\tau)$ درست باشد، سیستم تغییرناپذیر با زمان و در غیر اینصورت تغییرپذیر با زمان است.

سیستم‌های تغییرپذیر با زمان و تغییرناپذیر با زمان

- شرایط برای سیستم‌های زمان گسسته نیز مشابه است.
- یک سیستم زمان گسسته تغییرناپذیر با زمان است اگر و تنها اگر

$$\forall x, k, n: T\{x[n-k]\} = y[n-k] \forall x, k, n: T\{x[n-k]\} = y[n-k]$$

برای آزمون تغییرناپذیری با زمان، پاسخ سیستم به ورودی $x[n-k]$ (یعنی $y_1[n] = T\{x[n-k]\}$) محاسبه می‌شود. اگر شرط $y_1[n] = y[n-k]$ درست باشد، سیستم تغییرناپذیر با زمان و در غیر اینصورت تغییرپذیر با زمان است.

سیستم‌های تغییرپذیر با زمان و تغییرناپذیر با زمان

مثال: تغییرپذیر با زمان بودن سیستم $y(t) = tx(t)$ را بررسی کنید.

پاسخ:

$$y_1(t) = T\{x(t-\tau)\} = tx(t-\tau)$$

$$y(t-\tau) = (t-\tau)x(t-\tau) = tx(t-\tau) - \tau x(t-\tau)$$

از آنجایی که $y_1(t) \neq y(t-\tau)$ است بنابراین سیستم تغییرپذیر با زمان است.

سیستم‌های تغییرپذیر با زمان و تغییرناپذیر با زمان

مثال: تغییرپذیر با زمان بودن سیستم $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$ را بررسی کنید.

پاسخ:

$$y_1(t) = T\{x(t-\tau)\} = \int_{-\infty}^{t} x(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{t-\tau} x(\tau)d\tau$$

$$y(t-\tau) = \int_{-\infty}^{t-\tau} x(\tau)d\tau$$

از آنجایی که $y_1(t) = y(t-\tau)$ است بنابراین سیستم تغییرناپذیر با زمان است.

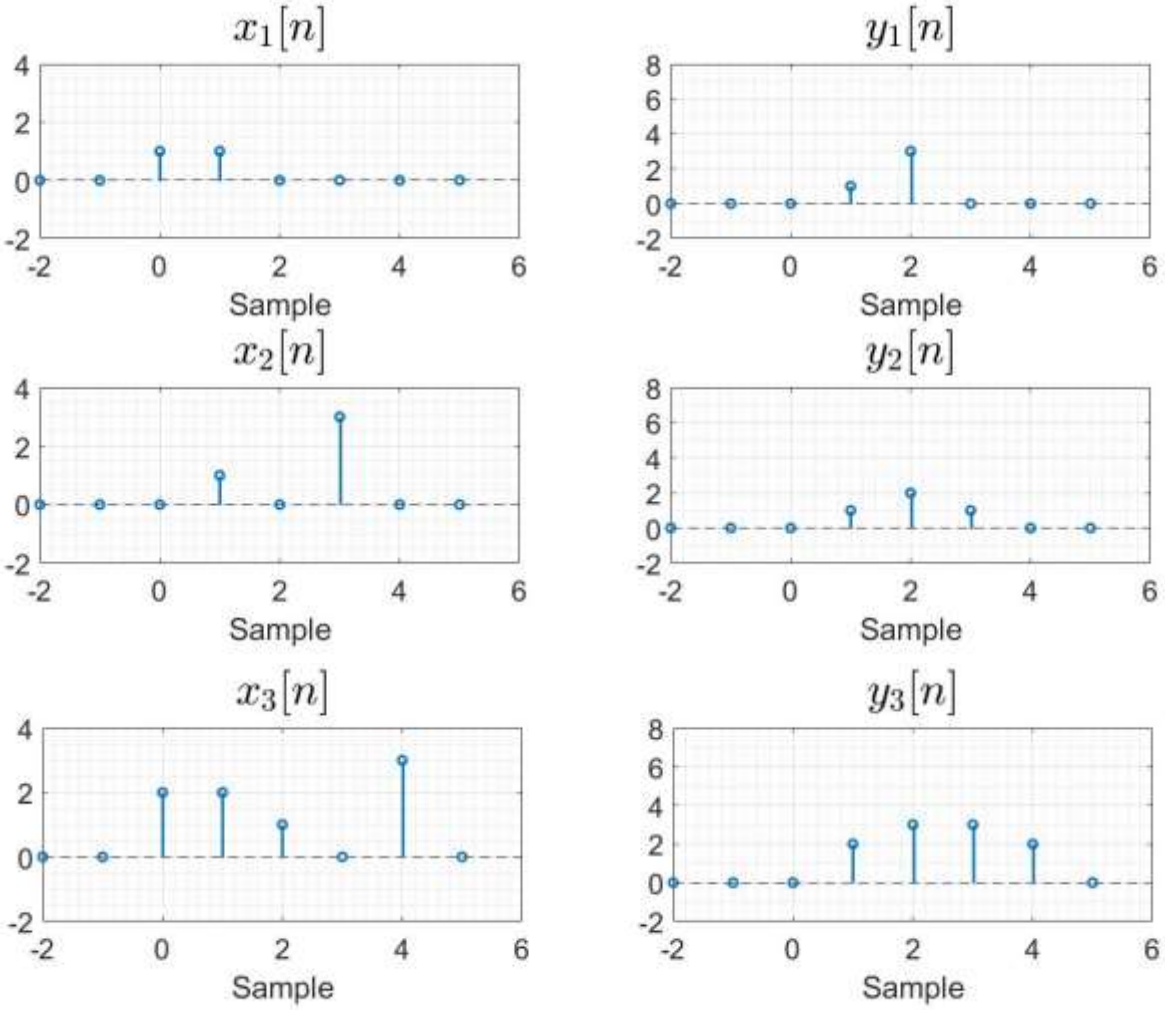
سیستم‌های خطی تغییرناپذیر با زمان

- دسته مهمی از سیستم‌ها، سیستم‌های خطی تغییرناپذیر با زمان (LTI) هستند؛ به عبارت دیگر سیستم‌های LTI هم خطی بوده و هم تغییرناپذیر با زمان هستند.

سیستم‌های خطی تغییرناپذیر با زمان

مثال: فرض کنید ورودی‌ها و خروجی‌های یک سیستم تغییرناپذیر با زمان به صورت روبرو است. آیا این سیستم خطی است؟ بین ورودی‌های این سیستم، رابطه زیر برقرار است.

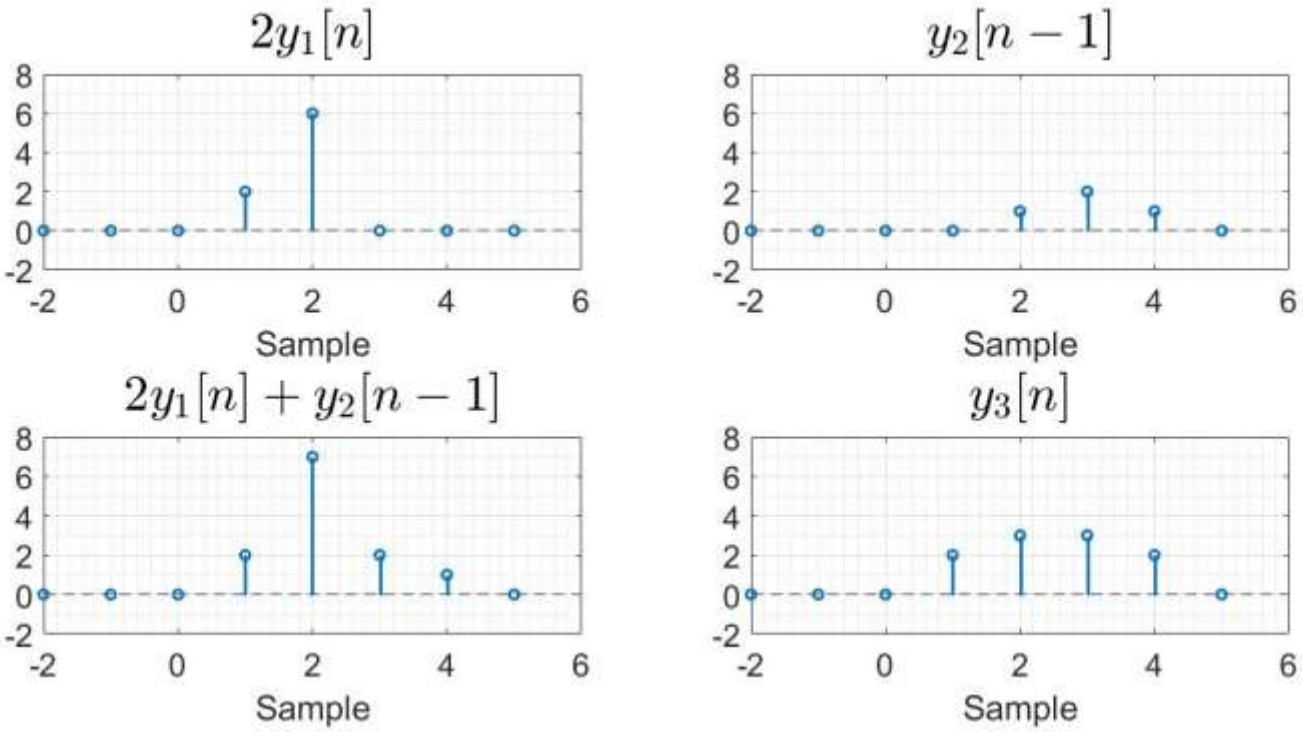
$$x_3[n] = 2x_1[n] + x_2[n-1]$$



ادامه مثال

پاسخ:برای اثبات غیرخطی بودن یک سیستم، آوردن یک مثال نقض کافی است. اگر سیستم خطی و تغییرناپذیر با زمان باشد و $x_3[n] = 2x_1[n] + x_2[n-1]$ برقرار باشد، بنابراین $y_3[n] = 2y_1[n] + y_2[n-1]$ خواهد بود.

از آنجایی که $y_3[n] \neq 2y_1[n] + y_2[n-1]$ است بنابراین سیستم غیرخطی است.



سیستم‌های پایدار و ناپایدار

- پایداری یکی از خواص مهم یک سیستم است.
- سیستمی پایدار است که به ازای ورودی محدود خروجی آن نیز محدود باشد.
- به بیان ساده، سیستم پایدار سیستمی است که در آن به ازای ورودی‌های کوچک، پاسخ‌های واگرا به وجود نمی‌آید.

سیستم‌های پایدار و ناپایدار

مثال: پایداری سیستم $y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$ را بررسی کنید.

پاسخ: فرض کنید ورودی $x(t) = u(t)$ به سیستم اعمال شود.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{t} u(\tau)d\tau = \int_{0}^{t} d\tau = tu(t)\Big|_{0}^{t} = tu(t) = r(t)$$

این سیستم با ورودی محدود به سمت بینهایت میل می‌کند $\left(\left(\lim_{t\to+\infty} r(t)\right) \to +\infty\right)$ بنابراین ناپایدار است.

سیستم‌های پایدار و ناپایدار

مثال: پایداری سیستم $y(t) = x(t)\cos(\omega_0 t)$ را بررسی کنید.

پاسخ:

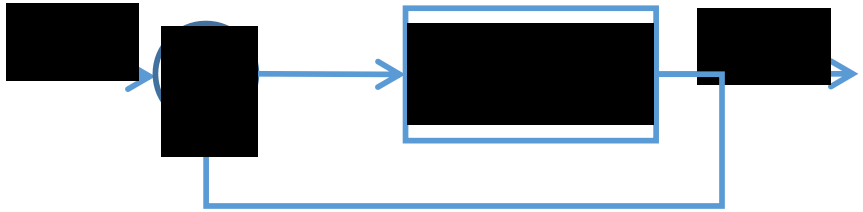
$$|y(t)| = |x(t)\cos(\omega_0 t)| = |x(t)|.|\cos(\omega_0 t)|$$

$$\xRightarrow{|\cos(\omega_0 t)|\leq 1} |y(t)| \leq |x(t)|$$

اگر ورودی این سیستم محدود باشد، خروجی آن نیز محدود است؛ بنابراین این سیستم پایدار است.

سیستم‌های بازخوردی

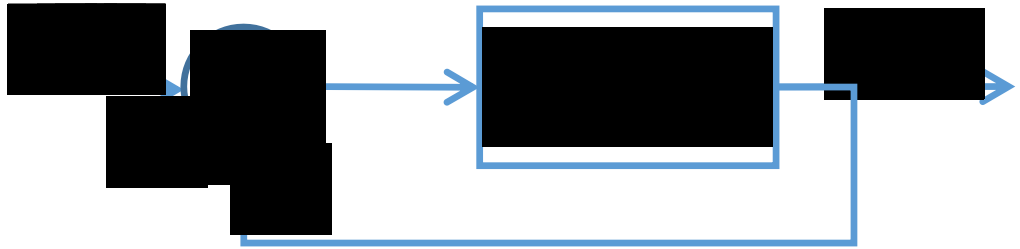
- سیستم‌های بازخوردی، سیستم‌هایی هستند که خروجی سیستم به عنوان ورودی به سیستم وارد می‌شود.



مثالی از سیستم بازخوردی

سیستم‌های بازخوردی

مثال: رابطه ورودی-خروجی سیستم زیر را تعیین کنید. سیستم Unit delay یک تاخیر یک واحدی در محور نمونه ایجاد می‌کند.



$$y[n] = x[n-1] - y[n-1]$$

سیستم‌های وارون‌پذیر

- اگر سیستمی وارون‌پذیر باشد آنگاه سیستم وارونی وجود دارد که وقتی با سیستم اولیه به صورت متوالی قرار بگیرد، خروجی آن ($y_2(t)$) برابر با ورودی اعمال شده به سیستم است.

- این موضوع در مورد سیستم‌های گسسته دقیقاً مشابه است.

کدهای MATLAB

۱- ۶- کدهای Matlab

۱- ۶- ۱- سیگنال پله واحد

۱- ۶- ۲- سیگنال شیب

۱- ۶- ۳- سیگنال ضربه واحد

۱- ۶- ۴- تابع بازنمایی سیگنال

سیگنال پله واحد

```
function [ y ] = SS_u( t , v0 )
%SS_U returns unit step function
%   SS_u( t ) retutns the value 0 for t < 0, and 1 for t >= 0.
%   SS_u( t , v0 ) retutns the value 0 for t < 0, 1 for t > 0, % and v0 for t = 0.
%
% see also SS_delta, SS_r


if nargin==1
    v0=1;
end
y=(t>0)+v0*(t==0);
```

سیگنال پله واحد

- در صورتیکه بخواهید سیگنال $u[n-3]$ را محاسبه نمایید، کافی است از دستورات زیر استفاده کنید.

```
n=-10:10;

signal=SS_u(n-3);
```

- برای مدل کردن سیگنال‌های زمان پیوسته می‌توان فاصله نمونه‌ها را به قدر کافی کم کرد. به طور مثال برای سیگنال $u(t-3)$ می‌توان کد زیر را نوشت.

```
t=-10:0.001:10;

signal=SS_u(t-3);
```

سیگنال شیب

```
function [ y ] = SS_r( t )
%SS_r returns ramp function
%   SS_r( t ) retutns the value 0 for t < 0, and t for t >= 0.
%
% see also SS_delta, SS_u


y=t.*SS_u(t);
```

سیگنال ضربه واحد

```
function [ y ] = SS_delta( t , width)
%SS_delta returns unit impulse function
%   SS_delta( t ) retutns the value 0 for t <> 0, and 1 for
% t = 0.
%   SS_delta( t , width ) returns the value 1/(2*width) for
% -width<t<width, and 0 for other times.
% see also SS_u, SS_r
if nargin==1
    y=(t==0);
else
    y=1/(2*width)*((t>=-width)&(t<=width));
end
```

سیگنال ضربه واحد

در صورتیکه بخواهید سیگنال $\delta[n-3]$ را محاسبه نمایید، کافی است از دستورات زیر استفاده کنید.

```
n=-10:10;

signal=SS_delta(n-3);
```

برای مدل کردن سیگنال‌های زمان پیوسته می‌توان فاصله نمونه‌ها را به قدر کافی کم کرد. به طور مثال برای سیگنال $\delta(t-3)$ می‌توان کد زیر را نوشت که یک ضربه با عرض ۰.۲ ثانیه و ارتفاع ۵ را تولید می‌کند.

```
t=-10:0.00001:10;

signal=SS_delta(t-3,0.1);
```

تابع بازنمایی سیگنال زمان پیوسته

```
function [h] =
SS_rep_ct(time,signal,ampLim,timeL
abel,FontSize )
%SS_rep_ct represents a Continuous time signal.
%SS_rep_ct(time,signal,ampLim,timeLabel,FontSize )
%       time: x-axis
%       signal: y-axis
%       ampLim: y-axis limits(default: automatic)
%       timeLabel: y-axis label(default: Time)
%       FontSize: Font Size(default: 20)
%       h: a column vector of chart line objects
%
% see also SS_delta, SS_u
h =
plot(time,signal,'LineWidth',2);
if ((nargin >=3) & (size(ampLim)~=
0))
    ylim(ampLim);
end
if nargin >=4
    xlabel(timeLabel);
else
    xlabel('Time');
end
if nargin >=5
    set(gca,'fontsize',FontSize);
else
    set(gca,'fontsize',20);
end
grid on; grid minor
end
```

تابع بازنمایی سیگنال زمان پیوسته

- مثال: برنامه‌ای بنویسید تا سیگنال زیر را در بازه $-7 \leq t \leq 7$ نمایش دهد.

$$x(t) = 3u(t-2) + 2r(t) - 2r(t-5)$$

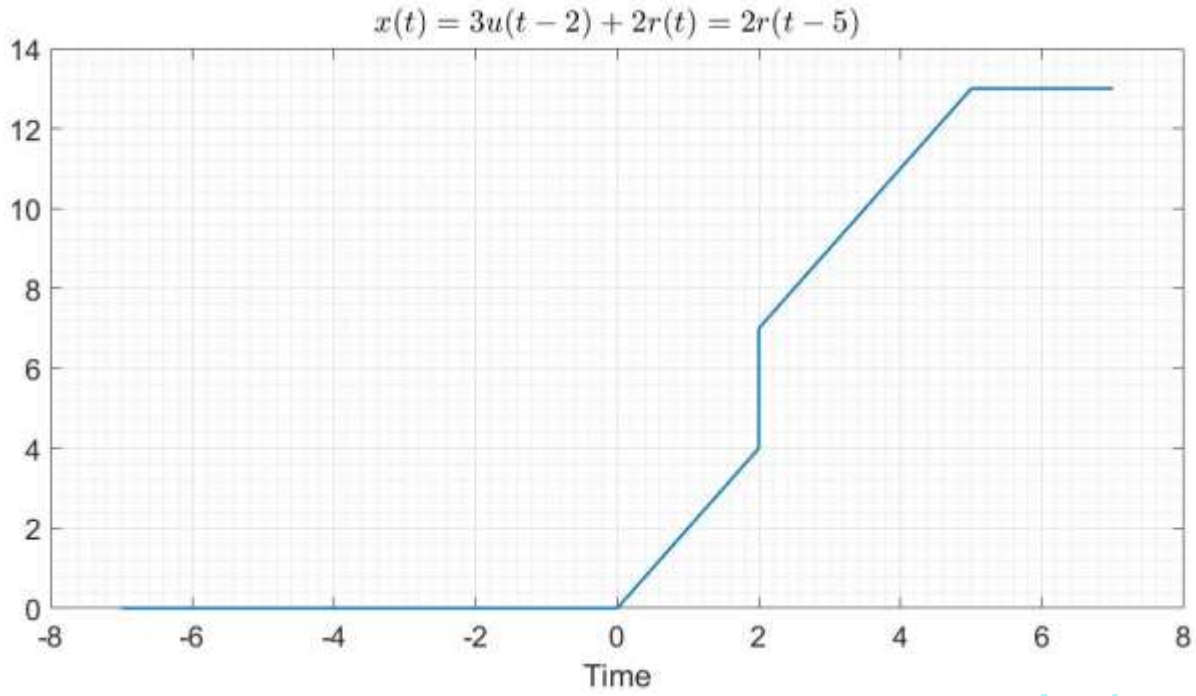
ادامه مثال

```
>> t=-7:0.001:7;

>> x=3*SS_u(t-2)+2*SS_r(t)-2*SS_r(t-5);

>> SS_rep_ct(t,x);

>> title('$x(t)=3u(t-2)+2r(t)=2r(t-5)$','Interpreter','latex');
```

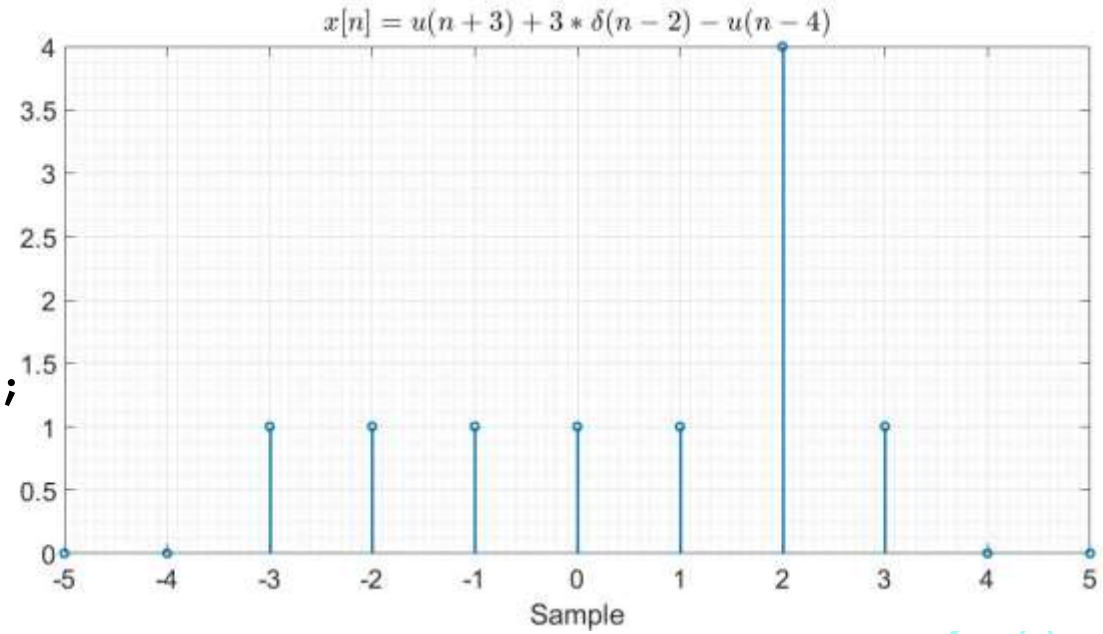


تابع بازنمایی سیگنال زمان گسسته

```
function [h] =
SS_rep_dt(time,signal,ampLim,timeL
abel,FontSize )
%SS_rep_dt represents a discrete time signal.
%
SS_rep_dt(time,signal,ampLim,timeLabel,FontSize )
%
%       sample: x-axis
%       signal: y-axis
%       ampLim: y-axis limits(default: automatic)
%       timeLabel: y-axis label(default: sample)
%       FontSize: Font Size(default: 20)
%
%       h: a column vector of chart line objects
%
% see also SS_delta, SS_u
h=stem(time,signal,'LineWidth',2);
hbase = h.BaseLine;
hbase.LineStyle = '--';
if ((nargin >=3) & (size(ampLim)~=
0))
    ylim(ampLim);
end
if nargin >=4
    xlabel(timeLabel);
else
    xlabel('Sample');
end
if nargin >=5
    set(gca,'fontsize',FontSize);
else
    set(gca,'fontsize',20);
end
grid on; grid minor
end
```

تابع بازنمایی سیگنال زمان گسسته

- مثال: برنامه‌ای بنویسید تا سیگنال $x[n] = u[n+3] + 3\delta[n-2] - u[n-4]$ را در بازه $-5 \leq n \leq 5$ نمایش دهد.

ادامه مثال

```
>> n=-5:5;

>> x=SS_u(n+3)+3*SS_delta(n-2)-SS_u(n-4);

>> SS_rep_dt(n,x);

>> title('$x[n]=u(n+3)+3*\delta(n-2)-u(n-4)$','Interpreter','latex');
```