نیرو و کوپل در C. نیروی $\mathbf{P}$ را با سیستم نیرو-کوپل معادل در مرکز سطح C جایگزین می‌کنیم

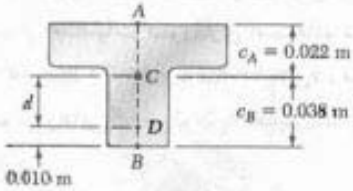
$$P = P \quad M = Pd = P(0.028\ \text{m}) = 0.028\,P$$

نیروی $\mathbf{P}$ وارد بر مرکز سطح باعث توزیع تنش یکنواخت می‌شود (شکل ۱) و کوپل خمشی $\mathbf{M}$ باعث توزیع تنش خطی می‌شود (شکل ۲).

$$\sigma_0 = \frac{P}{A} = \frac{P}{3\times10^{-4}} = 3333\,P \quad \text{(فشاری)}$$

$$\sigma_1 = -\frac{Mc_A}{I} = \frac{(0.028P)(0.022)}{868\times10^{-9}} = 710\,P \quad \text{(کششی)}$$

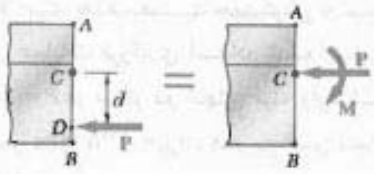
$$\sigma_2 = \frac{Mc_B}{I} = \frac{(0.028P)(0.038)}{868\times10^{-9}} = 1226\,P \quad \text{(فشاری)}$$



ترکیب. با ترکیب توزیع تنش‌های ناشی از بار مرکزی $\mathbf{P}$ و کوپل خمشی $\mathbf{M}$، توزیع تنش کل به‌دست می‌آید (شکل ۳). چون کشش مثبت است و فشار منفی است، می‌نویسیم:

$$\sigma_A = -\frac{P}{A} + \frac{Mc_A}{I} = -3333\,P + 710\,P = +377\,P \quad \text{(کششی)}$$

$$\sigma_B = -\frac{P}{A} - \frac{Mc_B}{I} = -3333P - 1226P = -1559\,P \quad \text{(فشاری)}$$



ماکزیمم بار مجاز. برای تعیین مقدار $\mathbf{P}$، که به‌ازای آن تنش کششی در نقطه A مساوی 30 MPa است، می‌نویسیم:

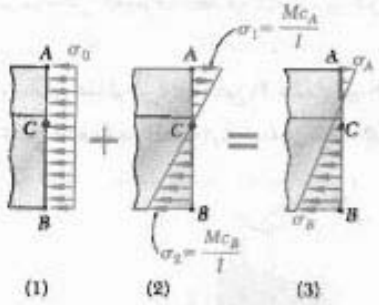
$$\sigma_A = 377\,P = 30\ \text{MPa} \Longrightarrow P = 79.6\ \text{kN} \blacktriangleleft$$

برای تعیین مقدار $\mathbf{P}$، که به‌ازای آن تنش در B مساوی تنش مجاز فشاری 120 MPa است، می‌نویسیم:

$$\sigma_B = -1559\,P = -120\ \text{MPa} \Longrightarrow P = 77.0\ \text{kN} \blacktriangleleft$$

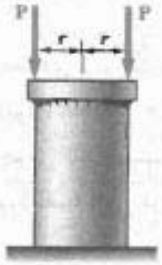
با انتخاب مقدار کوچکتر، تنش‌های حاصل از تنش مجاز بیشتر نمی‌شوند. درنتیجه،

$$P = 77.0\ \text{kN} \blacktriangleleft$$



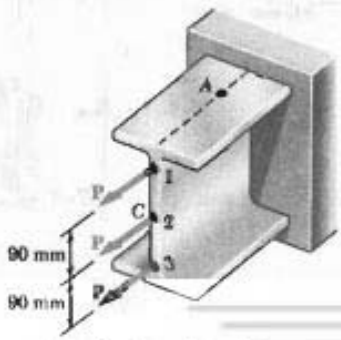
مسائل

۴-۹۹ دو نیروی $\mathbf{P}$ را به‌طور جداگانه یا همزمان می‌توان بر ورقی که به میله توپر استوانه‌ای به شعاع r جوش شده است وارد کرد. مطلوبست ماکزیمم تنش فشاری در میله استوانه‌ای: (الف) وقتی هر دو نیرو وارد شوند، (ب) وقتی یکی از نیروها وارد شود.



شکل م۴-۹۹

۴-۱۰۰ سه بار محوری، هر یک با مقدار $P = 50$ kN، را بر انتهای تیر فولادی نورد W 200×31.1 می‌توان وارد کرد. مطلوبست تنش در نقطه A: (الف) برای بارگذاری نشان داده شده، (ب) برای وقتی که بارها فقط در نقاط ۱ و ۲ وارد شوند.

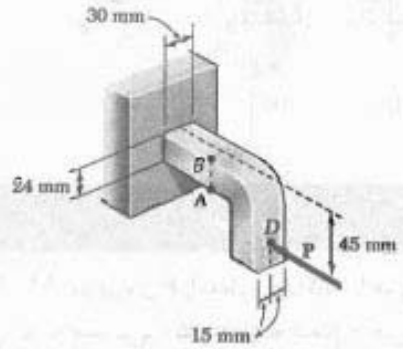


شکل م۴-۱۰۰ و م۴-۱۰۱

RuEB

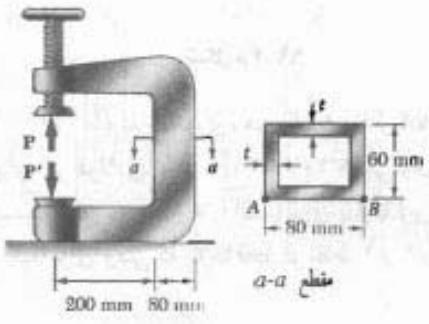
۴-۱۰۱ سه بار محوری، هر یک با مقدار $P = 50$ kN، را بر انتهای تیر فولادی نورد W۲۰۰ × ۳۱٫۱ می‌توان وارد کرد. مطلوبست تنش در نقطه A: (الف) برای بارگذاری نشان داده شده، (ب) برای وقتی که بارها فقط در نقاط ۲ و ۳ وارد شوند.

۴-۱۰۲ اگر مقدار نیروی افقی P مساوی ۸ kN باشد، مطلوبست تنش: (الف) در نقطه A، (ب) در نقطه B.



شکل م۴-۱۰۲

۴-۱۰۳ قسمت عمودی پرس نشان داده شده، از یک لوله مستطیلی با ضخامت دیواره $t = 10$ mm تشکیل شده است. اگر پرس را روی قطعات چوبی که چسب خورده‌اند تا نیروی $P = 20$ kN سفت کنیم، (الف) تنش در نقطه A، (ب) تنش در نقطه B را بیابید.

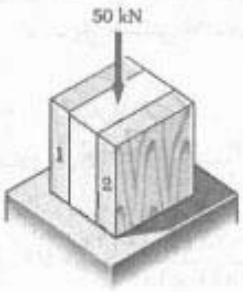


شکل م۴-۱۰۳

۴-۱۰۴ مسئله ۴-۱۰۳ را برای $t = 8$ mm حل کنید.

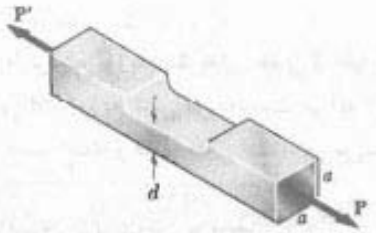
۴-۱۰۵ با میخ کردن دو قطعه چوبی mm ۱۰۰ × ۲۵ به قطعه چوبی mm ۱۰۰ × ۵۰، ستون کوتاهی ساخته شده است.

مطلوبست ماکزیمم تنش فشاری در ستون پس از اعمال بار ۵۰ kN در مرکز قسمت بالایی ستون در صورتی که: (الف) ستون به‌صورت گفته شده باشد، (ب) قطعه ۱ حذف شود، (ج) قطعات ۱ و ۲ حذف شوند.



شکل م۴-۱۰۵

۴-۱۰۶ برای حذف قسمت چهارگوش از میله توپر نشان داده شده، از عملیات فرزکاری استفاده شده است. اگر $a = 30$ mm، $d = 20$ mm و $\sigma_{all} = 60$ MPa، مطلوبست مقدار P ماکزیمم نیروهایی که می‌توان با اطمینان در مراکز دو انتهای میله وارد کرد.

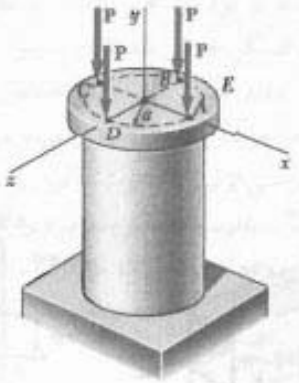


شکل م۴-۱۰۶ و م۴-۱۰۷

۴-۱۰۷ برای حذف قسمت چهارگوش از میله توپر نشان داده شده، از عملیات فرزکاری استفاده شده است. نیروها با مقدار $P = 18$ kN در مراکز دو انتهای میله وارد شده‌اند. اگر $a = 30$ mm و $\sigma_{all} = 135$ MPa، کمترین عمق مجاز d قسمت فرز شده را بیابید.

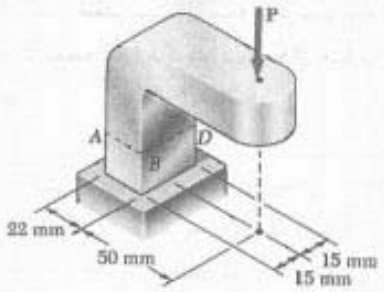
۴-۱۰۸ چهار نیروی نشان داده شده بر صفحه صلبی که توسط تیر توپر فولادی با شعاع a نگه داشته شده است وارد می‌شود. مطلوبست تنش ماکزیمم در تیر وقتی: (الف) تمام چهار نیرو وارد شوند، (ب) نیرو در D حذف شود، (ج) نیروها در C و D حذف شوند.

RNuEB



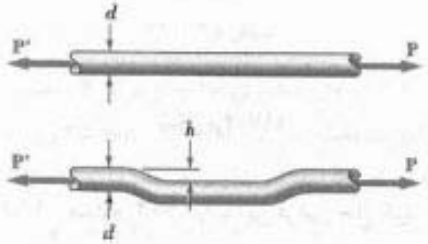
شکل م۴-۱۰۸

۴-۱۰۹ اگر تنش مجاز در مقطع $ABCD$ برابر با ۷۰ MPa باشد، ماکزیمم نیروی **P** را که می‌توان بر براکت نشان داده شده وارد کرد بیابید.



شکل م۴-۱۰۹

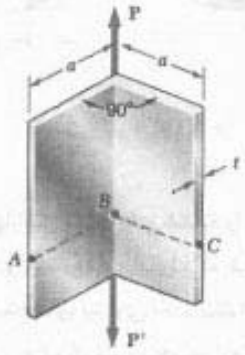
۴-۱۱۰ میله توپر دایره‌ای به‌قطر d باید دارای انحراف h باشد. اگر بدانیم که تنش ماکزیمم پس از ایجاد انحراف نباید از ۴ برابر تنش در میله مستقیم بیشتر باشد، ماکزیمم انحراف مورد استفاده را بیابید.



شکل م۴-۱۱۰ و م۴-۱۱۱

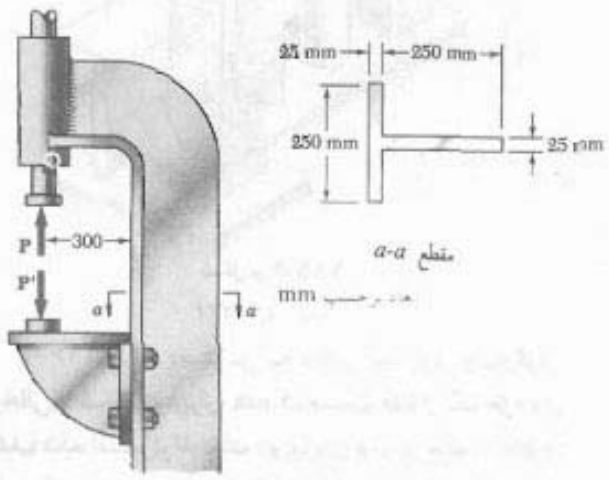
۴-۱۱۱ لوله فلزی با قطر خارجی ۱۸ mm و ضخامت دیواره ۲ mm باید دارای انحراف h باشد. اگر بدانیم که تنش ماکزیمم پس از ایجاد انحراف نباید از ۴ برابر تنش در لوله مستقیم بیشتر باشد، ماکزیمم انحراف مورد استفاده را بیابید.

۴-۱۱۲ عضو نشان داده شده از خم کردن یک ورق نازک فولادی به‌وجود آمده است. اگر ضخامت t در مقایسه با طول a این عضو کوچک باشد، مطلوبست: (الف) تنش در A، (ب) تنش در B، (ج) تنش در C.



شکل م۴-۱۱۲

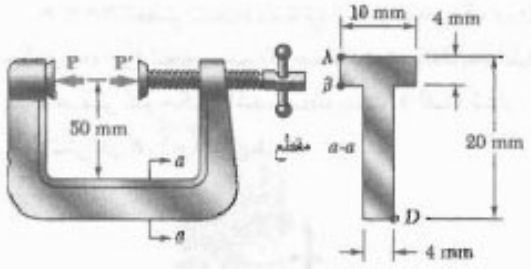
۴-۱۱۳ اگر تنش مجاز در مقطع a-a از پرس هیدرولیکی نشان داده شده در کشش و فشار، به‌ترتیب، ۴۰ MPa و ۸۰ MPa باشد، ماکزیمم نیروی **P** را که می‌توان بر پرس وارد کرد بیابید.



شکل م۴-۱۱۳

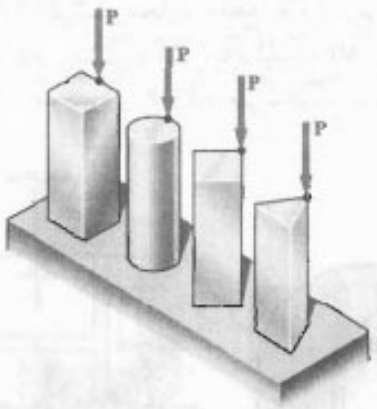
PNuEB

۴-۱۱۴ اگر گیره نشان داده شده روی قطعات چوبی چسب خورده تا نیروی $P = 400\ N$ سفت شود، در مقطع $a-a$ مطلوبست: (الف) تنش در نقطه A، (ب) تنش در نقطه D، (ج) مکان محور خنثی.



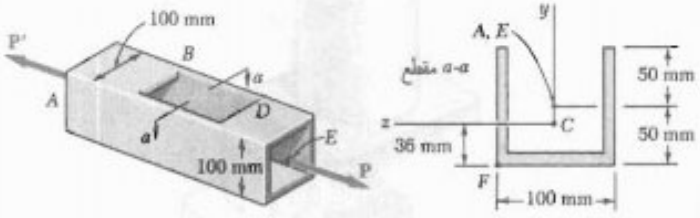
شکل م۴-۱۱۴

۴-۱۱۵ چهار بار نشان داده شده دارای مساحت مقطع عرضی یکسانند. برای بارگذاری‌های داده شده، نشان دهید که: (الف) ماکزیمم تنش‌های فشاری به نسبت ۹: ۷: ۵: ۴ هستند، (ب) ماکزیمم تنش‌های کششی به نسبت ۳: ۵: ۳: ۲ هستند. (راهنمایی: مقطع عرضی میله به‌صورت مثلث متساوی‌الاضلاع است.)



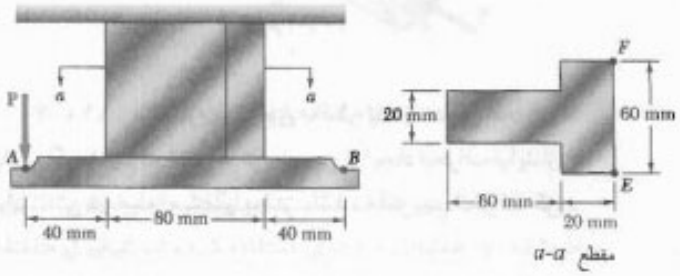
شکل م۴-۱۱۵

۴-۱۱۶ برای دسترسی به داخل یک لوله چهارگوش توخالی با ضخامت دیواره 6 mm، قسمت CD از یک طرف آن حذف شده است. لوله تحت دو نیروی برابر و متضاد 60 kN قرار می‌گیرد. این نیروها در مراکز هندسی A و E دو انتهای لوله وارد می‌شوند. مطلوبست: (الف) تنش ماکزیمم در مقطع $a-a$، (ب) **تنش در نقطه F**. داده: مرکز سطح مقطع عرضی در نقطه C است و $I_z = 2 \times 10^6\ mm^4$.



شکل م۴-۱۱۶

۴-۱۱۷ اگر تنش مجاز در مقطع $a-a$ آویز نشان داده شده 150 MPa باشد، مطلوبست: (الف) ماکزیمم نیروی عمودی **P** که می‌توان در نقطه A وارد کرد، (ب) مکان متناظر محور خنثی مقطع $a-a$.

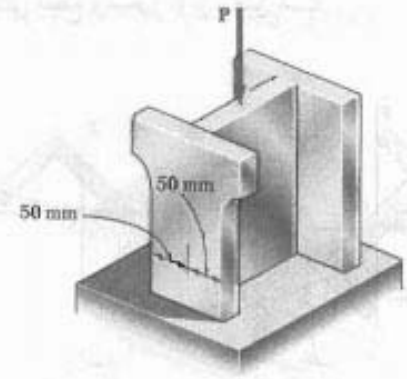


شکل م۴-۱۱۷

۴-۱۱۸ مسئله ۴-۱۱۷ را با این فرض حل کنید که نیروی عمودی **P** در نقطه B وارد شود.

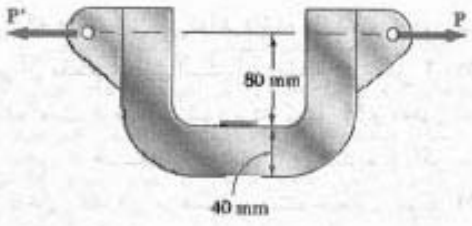
RuEB

۴-۱۱۹ سه صفحه فولادی، هر یک با مقطع عرضی ۲۵ × ۱۵۰ mm، به‌یکدیگر جوش شده‌اند و ستون کوتاه به شکل H را تشکیل داده‌اند. سپس، به دلایل معماری، نواری به‌عرض ۲۵ mm از هر طرف یکی از بالها درآورده می‌شود. اگر بار نسبت به مقطع عرضی اولیه به‌صورت مرکزی بماند، و تنش مجاز ۱۰۰ MPa باشد، مطلوبست ماکزیمم نیروی P: (الف) که می‌تواند بر ستون اولیه وارد کرد، (ب) که می‌تواند بر ستون تغییر یافته وارد کرد.



شکل م۴-۱۱۹

۴-۱۲۰ برای تعیین مقدار P نیروهای نشان داده شده، از میله فولادی C شکل استفاده می‌شود. اگر مقطع عرضی میله به‌صورت چهارگوش به‌ضلع ۴۰ mm، و کرنش در لبه داخلی ۴۵۰ μ باشد، مقدار P را بیابید. از $E = 200$ GPa استفاده کنید.

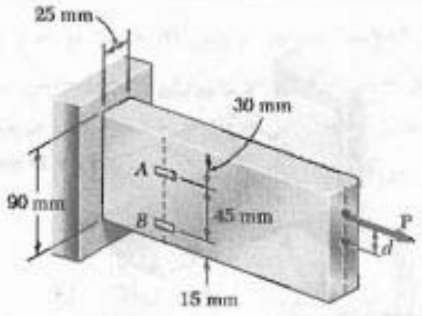


شکل م۴-۱۲۰

۴-۱۲۱ نیروی محوری خارج از مرکز P، مطابق شکل، بر میله فولادی با مقطع عرضی ۲۵ mm × ۹۰ mm وارد شده است. کرنش‌ها در A و B به‌صورت زیر هستند

$$\varepsilon_A = +350\ \mu \qquad \varepsilon_B = -70\ \mu$$

اگر $E = 200$ GPa، مطلوبست: (الف) فاصله d، (ب) مقدار نیروی P.



شکل م۴-۱۲۱

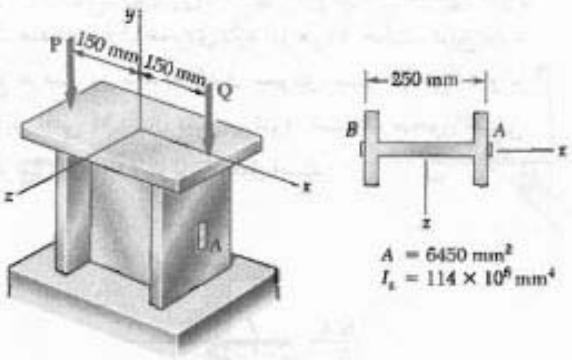
۴-۱۲۲ مسئله ۴-۱۲۱ را با فرض زیر حل کنید:

$$\varepsilon_A = +600\ \mu \qquad \varepsilon_B = +420\ \mu$$

۴-۱۲۳ طول کوتاهی از ستون فولادی نورد شده یک صفحه صلب را نگه می‌دارد. بارهای P و Q، مطابق شکل، بر این صفحه وارد شده‌اند. کرنش‌ها در دو نقطه A و B روی خطوط مرکزی وجوه خارجی بال‌ها به‌صورت زیر هستند:

$$\varepsilon_A = -400 \times 10^{-6}\ \text{mm/mm} \qquad \varepsilon_B = -300 \times 10^{-6}\ \text{mm/mm}$$

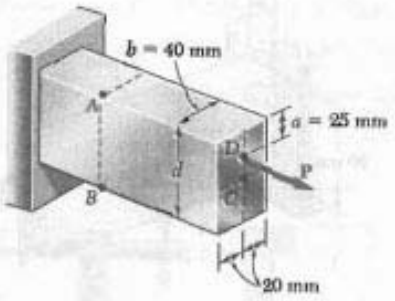
اگر $E = 29 \times 10^6$ psi، مقدار هر بار را بیابید.



شکل م۴-۱۲۳

۴-۱۲۴ نیروی محوری، خارج از مرکز P، که در نقطه D وارد می‌شود، باید ۲۵ mm زیر سطح بالایی میله فولادی نشان داده شده باشد. برای $P = 60$ kN، مطلوبست: (الف) عمق d میله که به‌ازای آن تنش‌های کششی در نقطه A ماکزیمم است، (ب) تنش متناظر در نقطه A.

RuEB

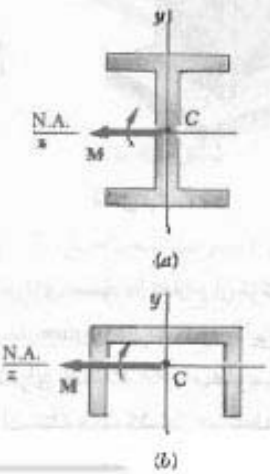


شکل م۴-۱۲۴

۴-۱۲۵ در مسئله ۴-۱۲۴، مطلوبست: (الف) عمق d میله که به‌ازای آن تنش فشاری در نقطه B ماکزیمم است، (ب) تنش متناظر در نقطه B.

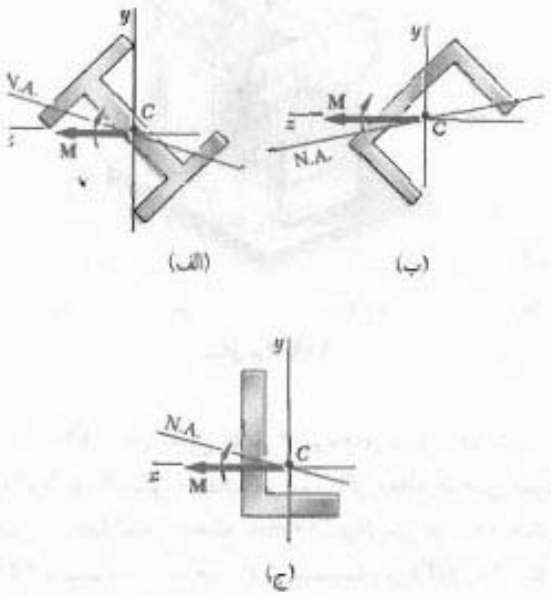
۴-۱۳ خمش نامتقارن

تابه‌حال، فقط خمش خالص عضوهایی را بررسی کرده‌ایم که حداقل یک صفحه تقارن دارند و تحت کوپل‌هایی که در آن صفحه اثر می‌کنند قرار می‌گیرند. در قسمت ۴-۳ دیدیم که این عضوها نسبت به صفحه کوپل‌ها متقارن می‌مانند و در آن صفحه خم می‌شوند. شکل ۴-۵۵ الف مقطع عرضی عضوی را نشان می‌دهد که دو صفحه تقارن دارد، یکی عمودی و دیگری افقی، و قسمت (ب) این شکل مقطع عرضی عضوی را نشان می‌دهد که فقط یک صفحه تقارن عمودی دارد. در هر دو حالت، کوپل وارد بر مقطع عرضی در صفحه تقارن عمودی عضو اثر می‌کند و با بردار کوپل افقی **M** نشان داده می‌شود؛ ضمناً، محور خنثی مقطع عرضی بر محور کوپل منطبق است.



شکل ۴-۵۵

اکنون، حالت‌هایی را در نظر می‌گیریم که در آن کوپل‌های خمشی در صفحه تقارن عضو اثر نمی‌کنند، یا اینکه عضو صفحه تقارن ندارد. در این موارد، نمی‌توان فرض کرد که عضو در صفحه کوپل‌ها خم می‌شود. این موضوع در شکل ۴-۵۶ نشان داده شده است. در هر قسمت شکل، فرض شده است کوپل وارد بر مقطع در یک صفحه عمودی اثر می‌کند و با بردار کوپل افقی **M** نشان داده شده است. البته، چون صفحه عمودی صفحه تقارن نیست، نمی‌توان گفت عضو در آن صفحه خم می‌شود، یا محور خنثی مقطع بر محور کوپل منطبق است.



شکل ۴-۵۶

می‌خواهیم شرایطی را بیابیم که در آن محور خنثی مقطع عرضی، که هر شکلی می‌تواند داشته باشد، بر محور کوپل **M** مؤثر بر آن مقطع منطبق است. این مقطع در شکل ۴-۵۷ نشان داده شده است. فرض می‌شود بردار کوپل **M** و محور خنثی در امتداد محور z هستند. در قسمت ۴-۲ دیدیم که اگر نیروهای جزئی داخلی $\sigma_x dA$ را برحسب سیستم معادل کوپل **M** بیان کنیم، خواهیم داشت:

$$\int \sigma_x dA = 0 \qquad (۴-۱)$$: در امتداد x

$$\int z\sigma_x dA = 0 \qquad (۴-۲)$$: لنگر نسبت به محور y

$$\int (-y\,\sigma_x dA) = M \qquad (۴-۳)$$: لنگر نسبت به محور z

قبلاً دیدیم که وقتی تنش‌ها کمتر از حد تناسب‌اند، طبق معادله (۴-۱) محور خنثی یک محور گذرا از مرکز سطح است، و

RuEB