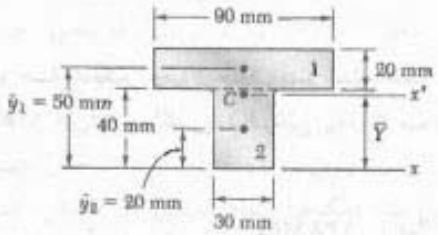
حل

مرکز سطح. مقطع عرضی T شکل قطعه را به دو مستطیل نشان داده شده تقسیم می‌کنیم و می‌نویسیم:

	مساحت، mm^2	$\bar{y}$, mm	$\bar{y}A$, mm^3	
۱	$(۲۰)(۹۰)=۱۸۰۰$	۵۰	۹۰×۱۰^3	$\bar{Y}\sum A=\sum \bar{y}A$
۲	$(۴۰)(۳۰)=۱۲۰۰$	۲۰	۲۴×۱۰^3	$\bar{Y}(۳۰۰۰)=۱۱۴\times۱۰^3$
	$\sum A=۳۰۰۰$		$\sum \bar{y}A=۱۱۴\times۱۰^3$	$\bar{Y}=۳۸$ mm

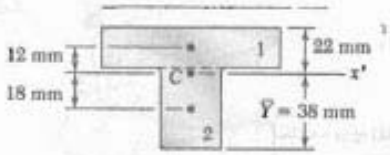


ممان اینرسی مرکزی*. از قضیه محورهای موازی برای تعیین ممان اینرسی هر یک از مستطیل‌ها نسبت به محور x'، که از مرکز سطح مقطع مرکب می‌گذرد، استفاده می‌کنیم و سپس آنها را جمع می‌زنیم:

$$I_{x'} = \sum(\bar{I} + Ad^2) = \sum(\tfrac{1}{12}bh^3 + Ad^2)$$

$$= \tfrac{1}{12}(۹۰)(۲۰)^3 + (۹۰\times۲۰)(۱۲)^2 + \tfrac{1}{12}(۳۰)(۴۰)^3 + (۳۰\times۴۰)(۱۸)^2$$

$$= ۸۶۸\times۱۰^{-9}\ m^4 \qquad I = ۸۶۸\times۱۰^{-9}\ m^4$$



الف. ماکزیمم تنش کششی. چون کوپل وارده باعث خمش قطعه به‌طرف پایین می‌شود، مرکز انحنا در پایین مقطع عرضی قرار دارد. ماکزیمم تنش کششی در نقطه A (دورترین نقطه از مرکز انحنا) ایجاد می‌شود:

$$\sigma_A = \frac{Mc_A}{I} = \frac{(۳\ kN.m)(۰/۰۲۲\ m)}{۸۶۸\times۱۰^{-9}\ m^4} \Longrightarrow \sigma_A = +۷۶/۰\ MPa \blacktriangleleft$$

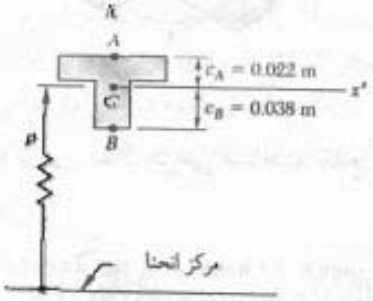
ماکزیمم تنش فشاری. این تنش در نقطه B روی می‌دهد:

$$\sigma_B = -\frac{Mc_B}{I} = -\frac{(۳kN.m)(۰/۰۳۸\ m)}{۸۶۸\times۱۰^{-9}\ m^4} \Longrightarrow \sigma_B = -۱۳۱/۳MPa \blacktriangleleft$$

ب. شعاع انحنا. از معادلهٔ (۴-۲۱)،

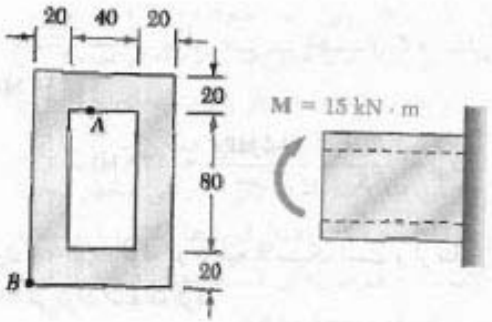
$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = \frac{۳\ kN.m}{(۱۶۵\ GPa)(۸۶۸\times۱۰^{-9}\ m^4)}$$

$$= ۲۰/۹۵\times۱۰^{-3}\ m^{-1} \Longrightarrow$$

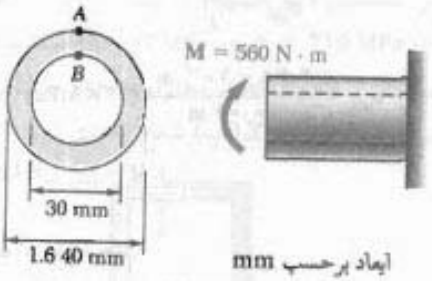


مسائل

۴-۱ و ۴-۲ اگر کوپل نشان داده شده در صفحه قائم اثر کند، مطلوبست تنش در: (الف) نقطه A، (ب) نقطه B.



شکل م۴-۱



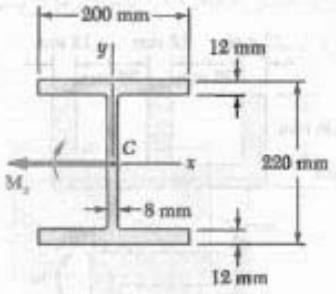
ابعاد برحسب mm

شکل م۴-۲

* ممان اینرسی نسبت به محور گذرا از مرکز سطح-مترجم.

RuEB

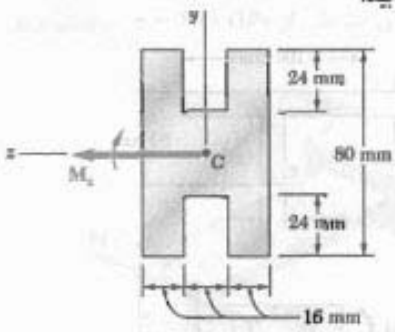
۴-۳ با استفاده از تنش مجاز ۱۵۵ MPa، ماکزیمم لنگر خمشی M را که می‌توان بر تیر بال پهن نشان داده شده وارد کرد بیابید. از تأثیر گرده‌ها صرف‌نظر کنید.



شکل م۴-۳

۴-۴ مسئله ۴-۳ را با این فرض حل کنید که تیر بال پهن تحت کوپل M_y حول محور y خم شود.

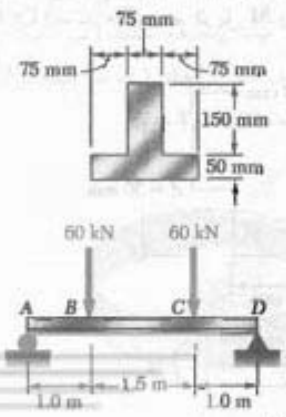
۴-۵ تیری با مقطع عرضی نشان داده شده، از آلومینیوم ساخته شده است. $\sigma_Y = 250$ MPa و $\sigma_U = 450$ MPa. برای ضریب اطمینان ۳٫۰۰، ماکزیمم کوپلی را که می‌توان حول محور z وارد کرد بیابید.



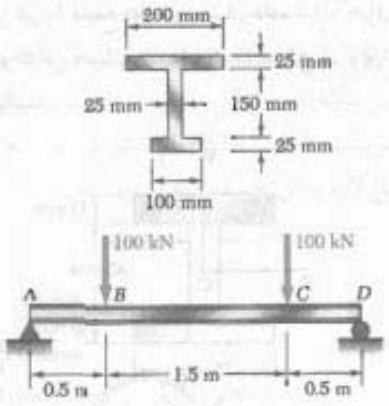
شکل م۴-۵

۴-۶ مسئله ۴-۵ را برای خمش حول محور y حل کنید.

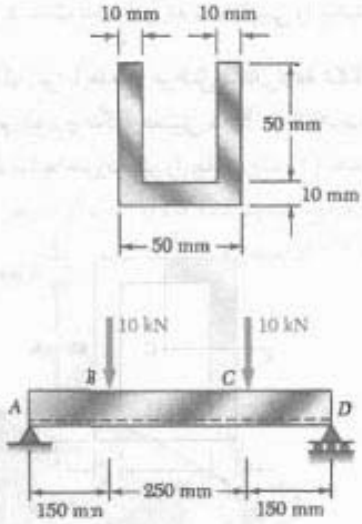
۴-۷ تا ۴-۹ دو نیروی عمودی بر تیر با مقطع عرضی نشان داده شده وارد شده‌اند. ماکزیمم تنش‌های کششی و فشاری را در قسمت BC تیر بیابید.



شکل م۴-۷

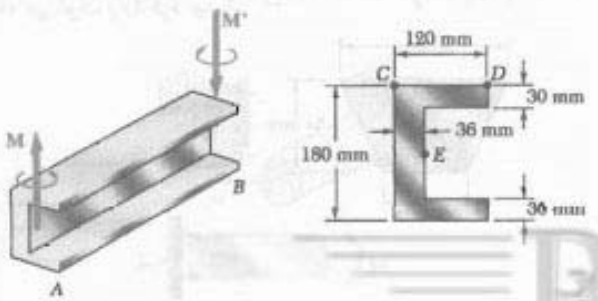


شکل م۴-۸



شکل م۴-۹

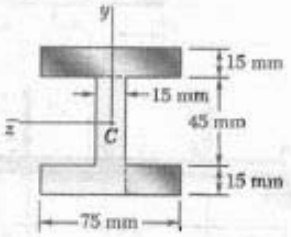
۴-۱۰ دو کوپل مساوی و متضاد با مقدار $M = 25$ kN.m بر تیر AB، که به‌شکل ناودانی است، وارد شده است. اگر کوپل‌ها باعث شوند تیر در صفحه افقی خم شود، مطلوبست: (الف) تنش در نقطه C، (ب) تنش در نقطه D، (ج) تنش در نقطه E.



شکل م۴-۱۰

RuEB

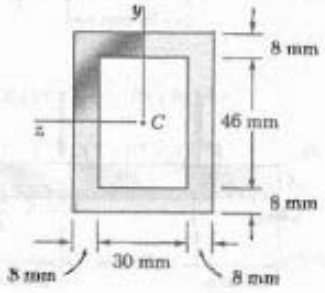
۴-۱۱ اگر تیر با مقطع عرضی نشان داده شده حول محور افقی خم شود و لنگر خمشی ۸ kN.m باشد، کل نیروی وارد بر بال فوقانی را بیابید.



شکل م۴-۱۱ و م۴-۱۲

۴-۱۲ اگر تیر با مقطع عرضی نشان داده شده حول یک محور عمودی خم شود و لنگر خمشی ۴ kN.m باشد، کل نیروی وارد بر قسمت سایه‌خورده بال پایینی را بیابید.

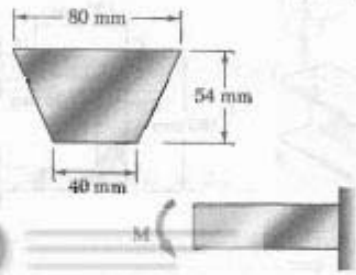
۴-۱۳ اگر تیر با مقطع عرضی نشان داده شده حول یک محور افقی خم شود و لنگر خمشی ۹۰۰ N.m باشد، کل نیروی وارد بر قسمت سایه خورده تیر را بیابید.



شکل م۴-۱۳

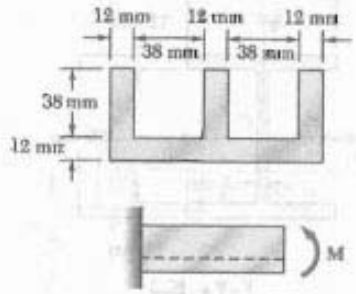
۴-۱۴ مسئله ۴-۱۳ را با این فرض حل کنید که تیر حول یک محور عمودی خم شود و لنگر خمشی ۹۰۰ N.m باشد.

۴-۱۵ اگر برای تیر اکسترود نشان داده شده، تنش مجاز در کشش ۱۲۰ MPa و در فشار ۱۵۰ MPa باشد، ماکزیمم کوپل M را که می‌توان وارد کرد بیابید.



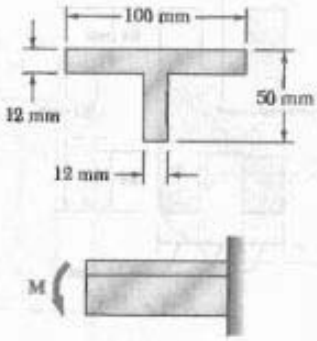
شکل م۴-۱۵

۴-۱۶ اگر برای تیر اکسترود نشان داده شده، تنش مجاز در کشش ۸۴ MPa و در فشار ۱۱۰ MPa باشد، ماکزیمم کوپل M را که می‌توان وارد کرد بیابید.



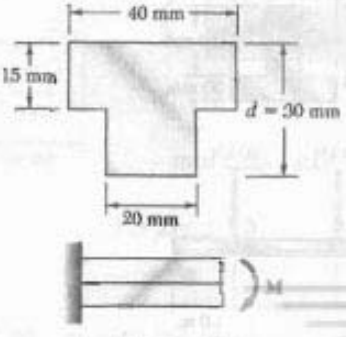
شکل م۴-۱۶

۴-۱۷ برای تنش‌های مجاز زیر، ماکزیمم کوپل M را که می‌توان بر قطعه نشان داده شده وارد کرد بیابید:
$\sigma_{all} = -100$ MPa ، $\sigma_{al} = +42$ MPa.



شکل م۴-۱۷

۴-۱۸ تیر نشان داده شده از نایلون ساخته شده است. برای نایلون به‌کار رفته، تنش مجاز در کشش ۲۴ MPa و در فشار ۳۰ MPa است. ماکزیمم کوپل M را که می‌توان بر تیر وارد کرد بیابید.

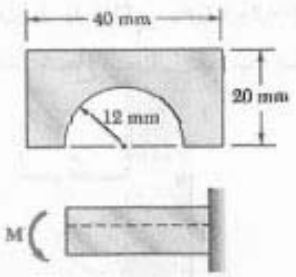


شکل م۴-۱۸

FNuEB

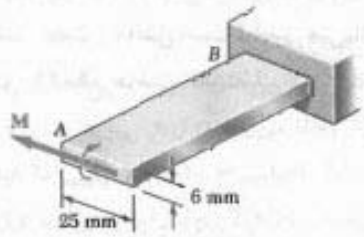
۴-۱۹ مسئله ۴-۱۸ را با فرض $d = 40$ mm حل کنید.

۴-۲۰ اگر برای تیر نشان داده شده، تنش مجاز در کشش ۸۴ MPa و در فشار ۱۱۰ MPa باشد، ماکزیمم کوپل **M** را که می‌توان وارد کرد بیابید.



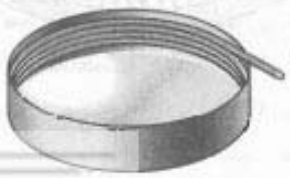
شکل م۴-۲۰

۴-۲۱ اگر σ_{all} برای نوار فولادی AB برابر با ۱۶۵ MPa باشد، مطلوبست: (الف) ماکزیمم کوپل **M** را که می‌توان وارد کرد، (ب) شعاع انحنای متناظر. از $E = 200$ GPa استفاده کنید.



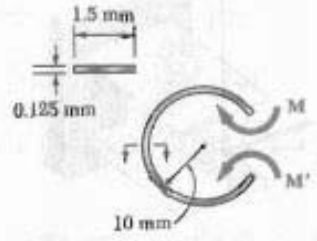
شکل م۴-۲۱

۴-۲۲ میله‌های راست به قطر ۶ mm و به‌طول ۳۰ m را داخل فلکه‌ای با قطر داخلی ۱٫۲۵ m قرار می‌دهیم. مطلوبست: (الف) ماکزیمم تنش در میله پیچیده شده، (ب) لنگر خمشی متناظر در میله. فرض کنید تنش ایجاد شده در میله از استقامت تسلیم آن بیشتر نمی‌شود. $E = 200$ GPa.



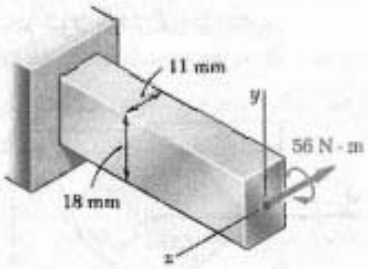
شکل م۴-۲۲

۴-۲۳ دیده می‌شود که نوار نازک فولادی به‌عرض ۱٫۵ mm را می‌توان به‌صورت دایره‌ای به‌قطر ۱۰ mm خم کرد بدون اینکه تغییرشکل دائمی به‌وجود آید. اگر $E = 200$ GPa، مطلوبست: (الف) ماکزیمم تنش در نوار خمیده، (ب) مقدار کوپل لازم برای خمیده کردن نوار.



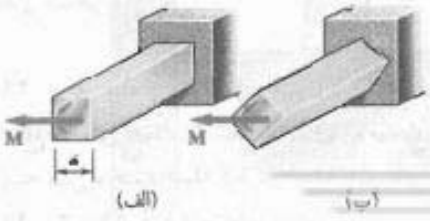
شکل م۴-۲۳

۴-۲۴ کوپل ۶۵ N.m بر میله فولادی نشان داده شده وارد شده است. (الف) اگر کوپل حول محور z وارد شود، ماکزیمم تنش و شعاع انحنای میله را بیابید. (ب) قسمت (الف) را با این فرض حل کنید که کوپل حول محور y وارد شود. از $E = 200$ GPa استفاده کنید.



شکل م۴-۲۴

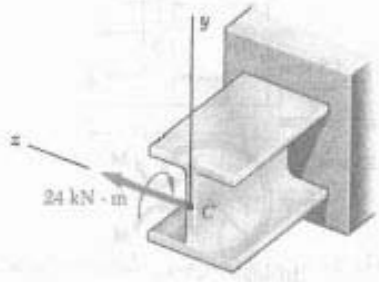
۴-۲۵ کوپل با مقدار M بر میله چهارگوشی به‌ضلع a وارد شده است. برای هر یک از وضعیت‌های نشان داده شده، ماکزیمم تنش و شعاع انحنای میله را بیابید.



شکل م۴-۲۵

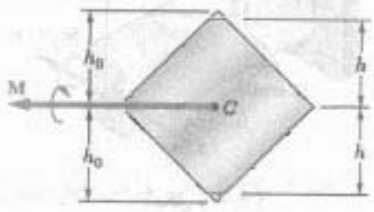
RuEB

۲۶-۴ کوپل ۲۴ kN.m بر تیر فولادی نورد شده W ۲۰۰ × ۴۶٫۱ وارد شده است. (الف) اگر کوپل حول محور z وارد شود، تنش ماکزیمم و شعاع انحنای تیر را بیابید. (ب) قسمت (الف) را با این فرض حل کنید که کوپل حول محور y وارد شود. از $E = 200$ GPa استفاده کنید.



شکل م۴-۲۶

۲۷-۴ میله چهارگوشی فرزکاری شده است و مقطع آن به‌صورت نشان داده شده درآمده است. سپس، این میله تحت کوپل M قرار می‌گیرد و حول قطر افقی‌اش خم می‌شود. با در نظر گرفتن حالت $h = 0.9\,h_0$، ماکزیمم تنش در میله را به‌صورت $\sigma_m = k\,\sigma_0$ بیان کنید، که در آن σ_0 ماکزیمم تنش ایجاد شده در صورتی است که میله چهارگوش اوّلیه تحت همان کوپل M خم شود. مقدار k را نیز بیابید.



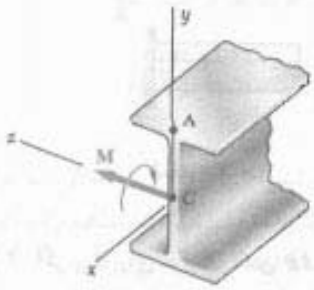
شکل م۴-۲۷

۲۸-۴ در مسئله ۴-۳۲، مطلوبست: (الف) مقدار h که به‌ازای آن تنش ماکزیمم σ_m تا حد امکان کوچک باشد، (ب) مقدار متناظر k.

۲۹-۴ برای میله و بارگذاری مثال ۴-۱۰، مطلوبست: (الف) شعاع انحنای ρ، (ب) شعاع انحنای ρ' مقطع عرضی، (ج) زاویه بین وجوه میله که در ابتدا عمودی بودند. از $E = 200$ GPa و $\nu = 0.29$ استفاده کنید.

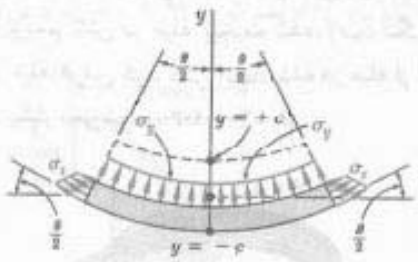
۳۰-۴ برای میله آلومینیومی و بارگذاری مسئله نمونه ۴-۱، مطلوبست: (الف) شعاع انحنای ρ' مقطع عرضی، (ب) زاویه بین وجوه میله که در ابتدا عمودی بودند. از $E = 73$ GPa و $\nu = 0.33$ استفاده کنید.

۳۱-۴ تیر فولادی نورد شده W ۲۰۰ × ۳۱٫۳ تحت کوپل M = ۴۵ kN.m قرار دارد. اگر $E = 200$ GPa و $\nu = 0.29$، مطلوبست: (الف) شعاع انحنائی ρ، (ب) شعاع انحنای ρ' مقطع عرضی.



شکل م۴-۳۱

۳۲-۴ در قسمت ۲-۳ فرض شد که تنش‌های قائم σ_y در عضوی که تحت خمش خالص است ناچیز می‌باشند. برای عضو الاستیکی با مقطع عرضی مستطیلی که ابتدا مستقیم است، (الف) عبارت تقریبی σ_y را به‌صورت تابعی از y بیابید، (ب) نشان دهید که $(\sigma_y)_{max} = -(c/3\rho)(\sigma_x)_{max}$. لذا، نشان دهید که σ_y را در موارد عملی می‌توان ناچیز گرفت. (راهنمایی: نمودار آزاد قسمتی از تیر را که زیر سطح با مختصه y است در نظر بگیرید و فرض کنید که توزیع تنش σ_x به‌صورت خطی است).



شکل م۴-۳۲

RuEB