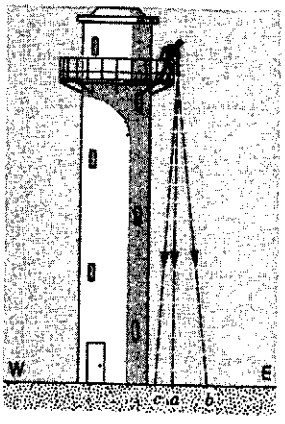
www.YasDL.com

یا به نقطهٔ b متمایل به شرق، یا به نقطهٔ c متمایل به غرب؟ جسم را از حالت سکون رها کرده‌اید، و زمین از غرب به شرق می‌چرخد.



شکل ۲۲. پرسش ۳۲

۳۳. با استدلال کیفی نشان بدهید که، به علت چرخش زمین، بادی که در نیمکرهٔ شمالی از شمال به جنوب بوزد به طرف راست منحرف می‌شود. بادی که از جنوب به شمال بوزد چطور؟ اوضاع در نیمکرهٔ جنوبی چگونه خواهد بود؟

مسئله‌ها

بخش ۶ـ۲ نیروی اصطکاک

۱. ضریب اصطکاک ایستایی بین تفلون و خاگینه در حدود ۰٫۰۴ است. کف (افقی) یک ماهیتابهٔ تفلون را حداقل باید چند درجه کج کرد تا خاگینه روی آن بلغزد؟

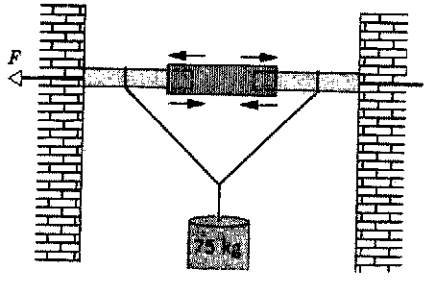
۲. فرض کنید فقط چرخهای عقب اتومبیل می‌توانند به آن شتاب بدهند، و این چرخها نیمی از وزن اتومبیل را تحمل می‌کنند. (الف) اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین لاستیکها و جاده μ_s باشد، بیشترین شتابی که اتومبیل می‌تواند بگیرد چقدر است؟ (ب) μ_s را برابر با ۰٫۵۶ بگیرید و یک مقدار برای این شتاب محاسبه کنید.

۳. ضریب اصطکاک ایستایی بین پیست و کفشهای دونده‌ای ۰٫۹۵ است. بیشترین شتابی که این دونده می‌تواند بگیرد چقدر است؟

۴. یک بازیکن بیسبال (شکل ۲۳) به جرم ۷۹kg در پایان یک حرکت روی زمین سر می‌خورد و حرکتش با نیروی اصطکاک ۴۷۰N کند می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی بین این بازیکن و زمین چقدر است؟

شکل ۲۳. مسئلهٔ ۴

۵. یک میلهٔ افقی برای نگه داشتن جسمی به جرم ۷۵kg بین دو دیوار کار گذاشته شده است. شکل ۲۴. نیروهای یکسان F را، که میله بر دیوارها وارد می‌کند، می‌توان با کم و زیاد کردن طول میله تغییر داد. فقط اصطکاک بین دو سرمیله با دیوارهاست که سیستم را نگه می‌دارد. ضریب اصطکاک ایستایی میان میله و دیوار ۰٫۴۱ است. کمترین مقدار نیروی F برای برقراری تعادل چقدر است؟



شکل ۲۴. مسئلهٔ ۵

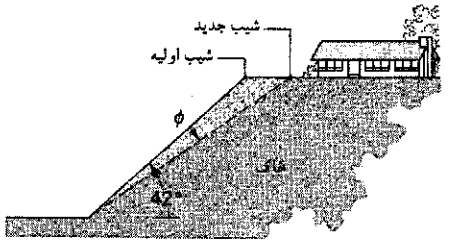
۶. کنده‌ای به وزن ۵۳lb(یعنی۲۴۰N) روی زمین ساکن است. ضریب اصطکاک ایستایی میان کنده و زمین ۰٫۴۱، و ضریب اصطکاک جنبشی میان این دو ۰٫۳۲ است. (الف) کمترین نیروی افقی‌ای که می‌تواند کنده را به حرکت در بیاورد چقدر است؟ (ب) پس از شروع حرکت، چه نیروی افقی‌ای باید اعمال کرد تا کنده با سرعت ثابت به حرکتش ادامه بدهد. (ج) اگر، به‌جای این نیرو، همان نیروی اولیه (لازم برای شروع حرکت) همچنان به کنده اثر کند چه شتابی به آن می‌دهد؟

۷. ضریب اصطکاک ایستایی میان لاستیکهای یک اتومبیل و جادهٔ خشک ۰٫۶۲ است. جرم اتومبیل ۱۵۰۰kg است. (الف) روی جادهٔ

www.YasDL.com

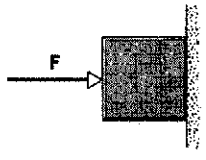
افقی و (ب) روی جاده‌ای با شیب ۸٫۶° به طرف پایین، حداکثر چه نیروی ترمزی می‌توان اعمال کرد؟

۸. خانه‌ای برفراز تپه‌ای ساخته شده است. شیب دامنهٔ تپه ۴۲° است. ریزش دامنه نشان می‌دهد که شیب را باید کم کرد. اگر ضریب اصطکاکِ خاک بر خاک ۰٫۵۵ باشد، شیب را به اندازهٔ چه زاویه‌ای (ϕ) باید کمتر کرد (شکل ۲۵)؟



شکل ۲۵. مسئلهٔ ۸

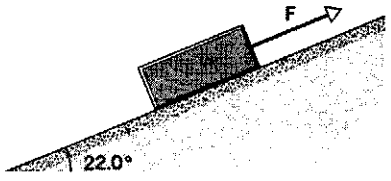
۹. نیروی افقی F به مقدار 12lb، جسمی به وزن 5.0lb را به یک دیوار قائم می‌فشارد (شکل ۲۶). ضریب اصطکاک ایستایی میان دیوار و جسم ۰٫۶۰، و ضریب اصطکاک جنبشی میان این دو ۰٫۴۰ است. فرض کنید جسم در ابتدا ساکن است. (الف) آیا جسم شروع به حرکت می‌کند؟ (ب) دیوار چه نیرویی به جسم وارد می‌کند؟



شکل ۲۶. مسئلهٔ ۹

۱۰. صندوقی به جرم 136kg روی زمین ساکن است. مردی می‌خواهد با نیروی افقی 412N آن‌را به حرکت در بیاورد. (الف) فرض کنید ضریب اصطکاک ایستایی میان صندوق و زمین ۰٫۳۷ است. نشان بدهید که صندوق حرکت نمی‌کند. (ب) مرد دیگری، برای کمک به اولی، صندوق را به طرف بالا می‌کشد. این دومی حداقل باید چه نیرویی به طرف بالا وارد کند تا صندوق روی زمین به راه بیفتد؟ (ج) اگر دومی، به‌جای نیروی قائم، یک نیروی افقی به صندوق وارد کند، حداقل چه نیرویی، علاوه بر نیروی شخص اول، باید وارد کند تا صندوق شروع به حرکت کند؟

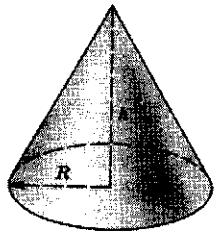
۱۱. جسمی به جرم 7.96kg روی سطحی با شیب ۲۲٫۰° نسبت به افق قرار دارد (شکل ۲۷). ضریب اصطکاک ایستایی ۰٫۲۵، و ضریب اصطکاک جنبشی ۰٫۱۵ است. (الف) حداقل نیروی F، موازی با سطح شیبدار، برای جلوگیری از لغزیدن جسم روی سطح چقدر است؟ (ب) حداقل نیروی F برای به حرکت درآوردن جسم به طرف بالای سطح شیبدار چقدر است؟ (ج) حداقل نیروی F برای اینکه جسم با سرعت ثابت به‌طرف بالای سطح شیبدار حرکت کند چقدر است؟



شکل ۲۷. مسئلهٔ ۱۱

۱۲. دانشجویی می‌خواهد ضرایب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین یک جعبه و یک تخته را به‌دست بیاورد. جعبه را روی تخته می‌گذارد و یک سر تخته را کم‌کم بلند می‌کند. هنگامی که زاویهٔ شیب تخته با سطح افقی ۲۸٫۰° می‌شود، جعبه شروع به لغزیدن می‌کند و طی 3.92s مسافت 2.53m را روی سطح شیبدار طی می‌کند. ضرایب اصطکاک را پیدا کنید.

۱۳. کارگری می‌خواهد مقداری ماسه را در ناحیه‌ای دایره‌ای شکل روی هم انباشته کند؛ شعاع دایره R است و هیچ ماسه‌ای نباید به ناحیهٔ خارج از دایره بریزد (شکل ۲۸). نشان بدهید که بیشترین حجم ماسه‌ای که به این ترتیب می‌توان انباشته کرد $\pi\mu_s R^3/3$ است، که در آن μ_s ضریب اصطکاک ایستایی ماسه با ماسه است. (حجم مخروطی به مساحت قاعدهٔ A و ارتفاع h، $Ah/3$ است.)



شکل ۲۸. مسئلهٔ ۱۳

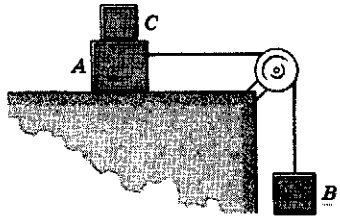
۱۴. گرمای ناشی از اصطکاک، که در اثر حرکت اسکی ایجاد می‌شود، عامل اصلی لغزیدن اسکی روی برف است. اسکی در شروع کار به برف می‌چسبد، اما در اثر حرکت، برف زیر آن ذوب می‌شود. با موم زدن به اسکی، اصطکاک میان اسکی و لایهٔ آب کم می‌شود. مجله‌ای گزارش کرده است که نوع جدیدی اسکی پلاستیکی، از موم هم کم اصطکاکتر است و یک اسکی‌باز با این اسکی روی شیب ملایمی به طول 230m در آلپ، توانسته است رکورد خودش را از 61s به 42s کاهش بدهد. با فرض اینکه زاویهٔ شیب ۳٫۰° باشد، ضریب اصطکاک جنبشی را برای دو نوع اسکی حساب کنید.

www.YasDL.com

۱۵. جسمی با سرعت ثابت روی سطح شیبداری به‌زاویهٔ θ به پایین می‌لغزد. همین جسم را با سرعت اولیهٔ v_0 به طرف بالای سطح شیبدار پرتاب می‌کنیم. (الف) جسم تا چه مسافتی بالا می‌رود؟ (ب) آیا باز به پایین برمی‌گردد؟

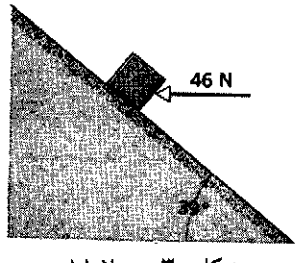
۱۶. قطعه‌ای یخ در حالت سکون روی سطح شیبداری به زاویهٔ ۳۳٫۰°، که با یخ اصطکاک دارد، شروع به لغزش می‌کند و مسافت معینی را می‌پیماید. زمان پیمودن این مسافت دو برابر زمانی است که برای پیمودن همان مسافت روی سطح شیبداری با همان شیب، اما بدون اصطکاک، لازم است. ضریب اصطکاک جنبشی بین یخ و سطح شیبدار ناهموار چقدر است؟

۱۷. در شکل ۲۹ جرم A برابر با ۴٫۴kg و جرم B برابر با ۲٫۶kg است. ضرایب اصطکاک ایستایی و جنبشی میان A و میز، به‌ترتیب، ۰٫۱۸ و ۰٫۱۵ است. (الف) جسم C را روی A می‌گذاریم تا مانع لغزش آن شود. (الف) حداقل جرم C چقدر باشد تا A نلغزد؟ (ب) C را به ناگهان از روی A برمی‌داریم. شتاب A چقدر می‌شود؟



شکل ۲۹. مسئلهٔ ۱۷

۱۸. جسمی به جرم ۴٫۸kg روی سطح شیبداری به‌زاویهٔ ۳۹° است و نیروی افقی ۴۶N بر آن وارد می‌شود (شکل ۳۰). ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح ۰٫۳۳ است. (الف) اگر جسم در حال حرکت به طرف بالای سطح شیبدار باشد، شتاب آن چقدر است؟ (ب) اگر سرعت اولیهٔ جسم ۴٫۳m/s باشد، و نیروی افقی هم دائماً بر آن اثر کند، جسم تا چه مسافتی روی سطح شیبدار بالا می‌رود؟ (ج) پس از اینکه جسم به بالاترین نقطهٔ مسیر خود رسید، چه بر سرش می‌آید؟



شکل ۳۰. مسئلهٔ ۱۸

۱۹. جسمی فولادی به جرم ۱۲kg روی میزی افقی ساکن است. ضریب اصطکاک ایستایی میان جسم و میز ۰٫۵۲ است. (الف) اندازهٔ نیروی افقی لازم برای اینکه جسم شروع به حرکت کند چقدر است؟ (ب) اندازهٔ نیرویی با زاویهٔ ۶۲° بالاتر از سطح افقی، که بتواند جسم را به حرکت دربیاورد چقدر است؟ (ج) اگر جهت نیرو ۶۲° پایین‌تر از سطح افقی باشد، اندازه آن حداکثر چقدر می‌تواند باشد بی‌آنکه جسم شروع به حرکت کند؟

۲۰. زاویهٔ دستهٔ زمین‌شویی با راستای قائم θ است (شکل ۳۱). μ_k ضریب اصطکاک جنبشی و μ_s ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین‌شوی و کف اتاق است. (الف) به زمین‌شوی نیروی F را در راستای دستهٔ آن وارد می‌کنیم. اندازهٔ این نیرو چقدر باشد تا زمین‌شوی با سرعت ثابت روی زمین حرکت کند؟ (ب) نشان بدهید که اگر θ از زاویه‌ای معین، θ_0، کمتر باشد، نیروی F هر چقدر بزرگ هم که باشد زمین‌شوی را به‌حرکت در نمی‌آورد. زاویهٔ θ_0 چقدر است؟

شکل ۳۱. مسئلهٔ ۲۰

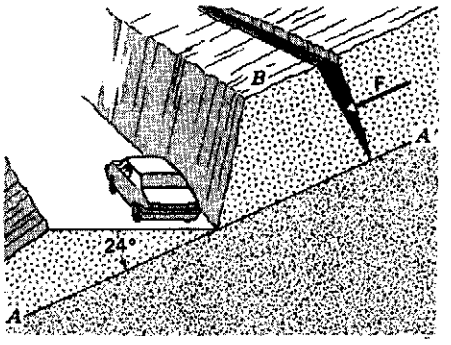
۲۱. کارگری صندوقی به وزن ۱۵۰lb را به کمک طنابی روی زمین می‌کشد. طناب با سطح افقی زاویهٔ ۱۷° می‌سازد. ضریب اصطکاک ایستایی ۰٫۵۲ و ضریب اصطکاک جنبشی ۰٫۳۵ است. (الف) چه کششی در طناب لازم است تا صندوق شروع به حرکت کند. (ب) شتاب اولیهٔ صندوق چقدر است؟

۲۲. از سیمی که فقط تحمل ۱٫۲۲kN کشش را دارد برای کشیدن جعبه‌ای روی زمین استفاده می‌کنیم. حداکثر وزن جعبه‌ای که با این سیم می‌توانیم بکشیم چقدر می‌تواند باشد؟ ضریب اصطکاک ایستایی ۰٫۳۵ است، و سیم را الزاماً افقی به‌کار نمی‌بریم.

۲۳. شکل ۳۲ مقطع جاده‌ای را نشان می‌دهد که روی دامنهٔ کوهی ساخته شده است. خط AA' نمایندهٔ صفحهٔ بستر سستی است که روی آن امکان لغزش وجود دارد (صفحهٔ شکست). قطعهٔ B بلافاصله بالای جاده، توسط یک شکاف بزرگ (مفصل) از صخره‌های بالایی تپه جدا شده است، بنابراین فقط نیروی اصطکاک بین این قطعه و صفحهٔ احتمالی "شکست" است که مانع لغزش می‌شود. جرم قطعه

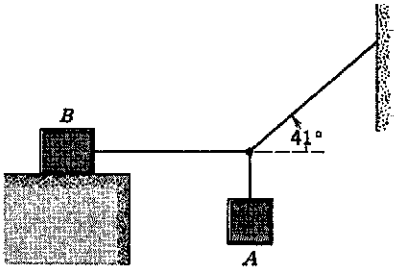
www.YasDL.com

$۱٫۸ \times ۱۰^{۷}$kg، زاویهٔ صفحهٔ شکست ۲۴° پایین‌تر از سطح جاده، و ضریب اصطکاک ایستایی میان قطعه و صفحه ۰٫۶۳ است. (الف) نشان بدهید که قطعه نمی‌لغزد. (ب) اگر آب در مفصل جمع شود و نیروی هیدروستاتیکی F را در راستای موازی با شیب قطعه بر آن وارد کند، حداقل نیروی F لازم برای لغزش قطعه چقدر است؟



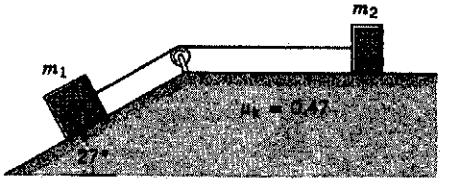
شکل ۳۲. مسئلهٔ ۲۳

۲۴. در شکل ۳۳، وزن جسم B برابر با ۷۱۲N است. ضریب اصطکاک ایستایی میان جسم B و میز ۰٫۲۵ است. حداکثر وزن A چقدر باشد تا سیستم از حالت تعادل خارج نشود؟



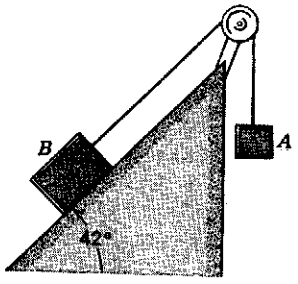
شکل ۳۳. مسئلهٔ ۲۴

۲۵. در شکل ۳۴، جرم $m_۱$ برابر با ۴٫۲۰kg و جرم $m_۲$ برابر با ۲٫۳۰kg است. ضریب اصطکاک جنبشی بین $m_۲$ و سطح افقی ۰٫۴۷ است. سطح شیبدار اصطکاک ندارد. (الف) شتاب اجسام و (ب) کشش ریسمان را پیدا کنید.



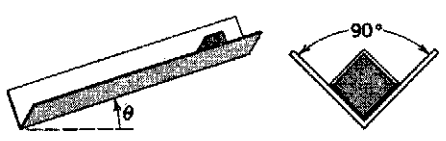
شکل ۳۴. مسئلهٔ ۲۵

۲۶. در شکل ۳۵، وزن B برابر با ۹۴٫۰lb و وزن A برابر با ۲۹٫۰lb است. ضریب اصطکاک ایستایی میان B و سطح ۰٫۵۶، و ضریب اصطکاک جنبشی میان آنها ۰٫۲۵ است. (الف) شتاب B، در حال حرکت به طرف بالا، چقدر است؟ (ب) شتاب B، در حال حرکت به طرف پایین، چقدر است؟ زاویهٔ سطح شیبدار ۴۲٫۰° است.



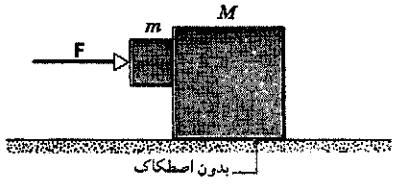
شکل ۳۵. مسئلهٔ ۲۶

۲۷. جعبه‌ای در ناودان شیبداری با مقطع قائم‌الزاویه، به طرف پایین می‌لغزد (شکل ۳۶). ضریب اصطکاک جنبشی میان جعبه و سطح داخلی ناودان μ_k است. شتاب جعبه چقدر است؟



شکل ۳۶. مسئلهٔ ۲۷

۲۸. در شکل ۳۷، $m = ۱۶$kg و $M = ۸۸$kg است. ضریب اصطکاک ایستایی بین دو جسم $\mu_s = ۰٫۳۸$ است، اما M با سطح زیرینش اصطکاک ندارد. نیروی افقی F حداقل باید چقدر باشد تا m نسبت به M ساکن بماند؟

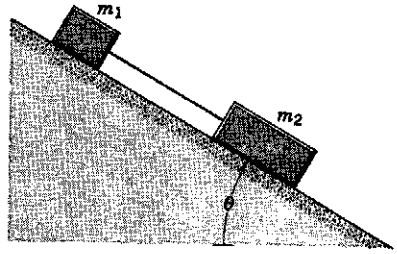


شکل ۳۷. مسئلهٔ ۲۸

۲۹. روی یک سطح شیبدار، دو جسم به جرمهای $m_۱ = ۱٫۶۵$kg و $m_۲ = ۳٫۲۲$kg، با میله‌ای بی‌جرم به هم متصل‌اند. میله با سطح موازی است (شکل ۳۸). این مجموعه به طرف پایین سطح شیبدار می‌لغزد، چنان که $m_۱$ به دنبال $m_۲$ حرکت می‌کند. زاویهٔ سطح شیبدار ۲۹٫۵° است. ضریب اصطکاک جنبشی بین $m_۱$ و سطح شیبدار $\mu_۱ = ۰٫۲۲۶$، و بین $m_۲$ و سطح شیبدار $\mu_۲ = ۰٫۱۲۷$ است. (الف) شتاب مشترک دو جسم و (ب) کشش میله را به‌دست بیاورید. (ج) اگر جای $m_۱$ و $m_۲$ را عوض کنیم چه تغییری در

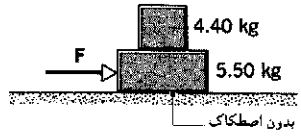
www.YasDL.com

جوابهای (الف) و (ب) به‌وجود می‌آید؟



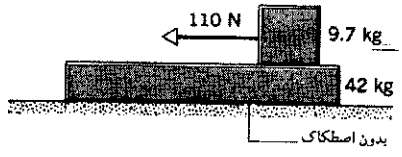
شکل ۳۸. مسئلهٔ ۲۹

۳۰. جسمی به جرم ۴٫۴۰kg روی جسم دیگری به جرم ۵٫۵۰kg قرار دارد. برای اینکه جسم رویی روی جسم زیری بلغزد (در حالی که جسم زیری ثابت نگه داشته شده است)، باید نیروی افقی به اندازهٔ ۱۲٫۰N بر جسم رویی وارد شود. مجموعهٔ دو جسم را روی میزی افقی و بدون اصطکاک می‌گذاریم (شکل ۳۹). (الف) حداکثر نیروی افقی F که می‌توان بر جسم زیرین وارد کرد تا دو جسم با هم حرکت کنند چقدر است؟ (ب) شتاب دو جسم، به‌ازای این نیرو، چقدر است؟ (ج) ضریب اصطکاک ایستایی بین دو جسم را پیدا کنید.



شکل ۳۹. مسئلهٔ ۳۰

۳۱. تیغه‌ای به جرم ۴۲kg روی یک سطح بدون اصطکاک واقع شده است. جسمی به جرم ۹٫۷kg روی ورقه قرار دارد (شکل ۴۰). ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و تیغه ۰٫۵۳، و ضریب اصطکاک جنبشی میان آنها ۰٫۳۸ است. به جسم ۹٫۷ کیلوگرمی نیرویی افقی به‌اندازهٔ ۱۱۰N وارد می‌شود. (الف) شتاب جسم و (ب) شتاب تیغه چقدر است؟



شکل ۴۰. مسئلهٔ ۳۱

بخش ۶ـ۳ دینامیک حرکت دایره‌ای یکنواخت

۳۲. در یک مسابقهٔ لوژسواری در المپیک، یک تیم اروپایی پیچی به شعاع ۲۵ft را با سرعت ۶۰mi/h می‌پیماید. شتاب مسابقه‌دهنده‌ها (الف) برحسب ft/s^2 و (ب) برحسب یکای g چقدر است؟

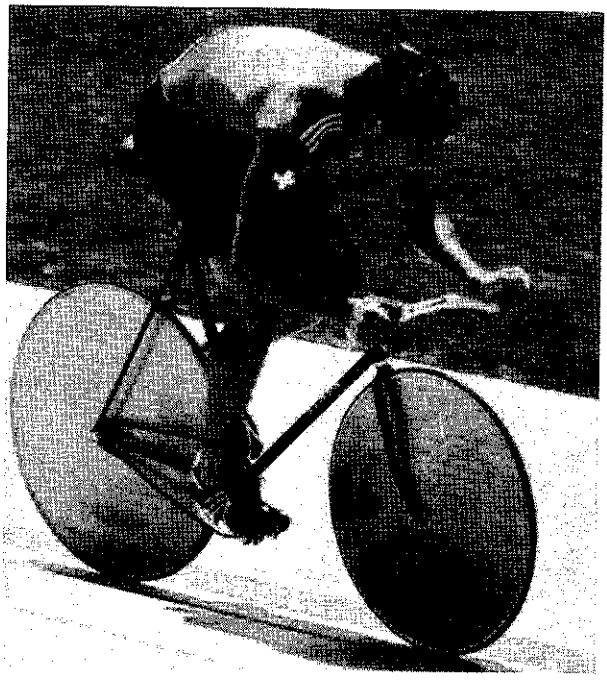
۳۳. اتومبیلی به وزن ۲۴۰۰lb (یعنی۱۰٫۷kN)، که با سرعت ۳۰mi/h (یعنی۱۳٫۴m/s) حرکت می‌کند، می‌خواهد از پیچی به شعاع ۲۰۰ft (یعنی۶۱٫۰m) که شیب عرضی ندارد بگذرد. (الف) نیروی اصطکاک لازم برای اینکه اتومبیل بر دایره بماند چقدر است؟ (ب) حداقل ضریب اصطکاک لازم بین لاستیکها و جاده، برای تأمین این نیرو، چقدر است؟

۳۴. پیچ دایره‌ای شکل بزرگراهی برای سرعت ۶۰km/h (یعنی۳۷mi/h) طراحی شده است. (الف) اگر شعاع پیچ ۱۵۰m (یعنی۴۹۰ft) باشد، زاویهٔ صحیح شیب عرضی چقدر است؟ و (ب) اگر پیچ شیب عرضی نداشته باشد، حداقل ضریب اصطکاک بین لاستیکها و جاده چقدر باشد تا اتومبیلهایی که با این سرعت از پیچ می‌گذرند نلغزند؟

۳۵. دارید اتومبیلتان را با سرعت ۸۵km/h می‌رانید که متوجه مانعی در جاده می‌شوید که ۶۲m جلوتر از شماست. (الف) برای اینکه بتوانید پیش از مانع متوقف بشوید، ضریب اصطکاک ایستایی بین لاستیکها و جاده حداقل چقدر باید باشد؟ (ب) فرض کنید که دارید در پارکینگ خالی و وسیعی با سرعت ۸۵km/h می‌رانید. ضریب اصطکاک ایستایی حداقل چقدر باشد تا بتوانید با اتومبیل روی دایره‌ای به شعاع ۶۲m حرکت کنید (تا به دیواری که ۶۲m جلوی شماست برخورد نکنید)؟

۳۶. یک آونگ مخروطی وزنه‌ای به جرم ۵۳g دارد که به ریسمانی به طول ۱٫۴m متصل است. وزنهٔ آونگ روی دایره‌ای به شعاع ۲۵cm حرکت می‌کند. (الف) سرعت وزنه چقدر است؟ (ب) شتاب آن چقدر است؟ (ج) کشش ریسمان چقدر است؟

۳۷. دوچرخه‌سواری (شکل ۴۱) دایره‌ای به شعاع ۲۵m را با سرعت ثابت ۸٫۷m/s می‌پیماید. جرم مجموعهٔ دوچرخه و دوچرخه‌سوار ۸۵kg است. نیرویی را که جاده بر دوچرخه وارد می‌کند (مقدار و زاویه با راستای قائم را) محاسبه کنید.



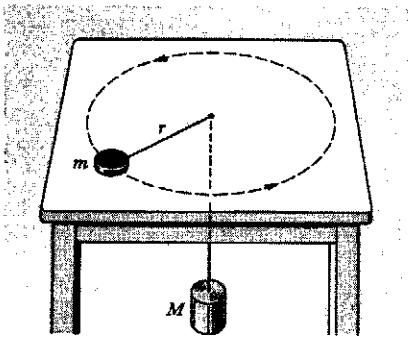
شکل ۴۱. مسئلهٔ ۳۷

www.YasDL.com

۳۸. در مدل بور برای اتم هیدروژن، الکترون در مداری دایره‌ای شکل به دور هسته می‌گردد. اگرشعاع مدار $۵٫۳ \times ۱۰^{-۱۱}\text{m}$ و بسامد چرخش الکترون $۶٫۶ \times ۱۰^{۱۵}\text{rev/s}$ باشد، (الف) سرعت الکترون، (ب) شتاب الکترون، و (ج) نیروی وارد بر الکترون را حساب کنید. (این نیرو ناشی از جاذبهٔ بین هستهٔ با بار مثبت و الکترون با بار منفی است.)

۳۹. کودکی یک زنبیل پیک‌نیک را روی لبهٔ بیرونی صفحهٔ چرخانی به شعاع ۴٫۶m می‌گذارد. صفحه هر ۲۴s یک دور می‌چرخد. ضریب اصطکاک ایستایی حداقل چقدر باشد تا زنبیل روی صفحه باقی بماند؟

۴۰. قرصی به جرم m روی میزی بدون اصطکاک است و با ریسمانی که از سوراخی در میز می‌گذرد، به استوانه‌ای به جرم M متصل است (شکل ۴۲). قرص با چه سرعتی باید در دایره‌ای به شعاع r حرکت کند تا استوانه ساکن بماند؟



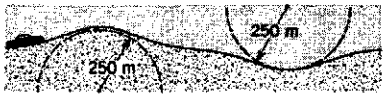
شکل ۴۲. مسئلهٔ ۴۰

۴۱. در دفترچهٔ راهنمای اتومبیلی آمده است که اگر با سرعت ۴۸km/h در حرکت باشید و بخواهید درکوتاهترین مسافت ممکن متوقف بشوید، از لحظه‌ای که تصمیم می‌گیرید تا لحظه‌ای که پای شما به پدال ترمز برسد، اتومبیل ۱۰m جلو رفته است و بعد از ترمز هم ۲۱m دیگر می‌پیماید تا متوقف شود. (الف) در این محاسبات، ضریب اصطکاک چقدر فرض شده است؟ (ب) حداقل شعاع مسیری که با سرعت ۴۸km/h می‌توان در آن پیچید، بی‌آنکه اتومبیل بلغزد، چقدر است؟

۴۲. پیچ دایره‌ای بزرگراهی با شیب عرضی مناسب برای سرعت ۹۵km/h طراحی شده است. شعاع پیچ ۲۱۰m است. در یک روز بارانی، ترافیک با سرعت ۵۲km/h در این بزرگراه حرکت می‌کند. (الف) ضریب اصطکاک بین لاستیکها و جاده حداقل چقدر باشد تا اتومبیلها (با وجود این اختلاف سرعت) سر پیچ نلغزند؟ (ب) به‌ازای این ضریب اصطکاک، اتومبیلها حداکثر با چه سرعتی می‌توانند پیچ را بدون لغزش طی کنند؟

۴۳. دانشجویی ۱۵۰lb وزن دارد. وزن ظاهری این دانشجو، در بالاترین نقطهٔ چرخ و فلکی که با سرعت ثابت می‌چرخد، ۱۲۵lb است. (الف) وزن ظاهری او در پایین‌ترین نقطهٔ چرخ و فلک چقدر است؟ (ب) اگر سرعت چرخ و فلک دو برابر شود، وزن ظاهری دانشجو در بالاترین نقطهٔ آن چقدر می‌شود؟

۴۴. اتومبیلی با سرعت ثابت روی جاده‌ای مستقیم که به جب و راست نمی‌پیچد اما پستی و بلندی دارد، حرکت می‌کند. بخشی از این جاده یک ناحیهٔ برآمدگی و یک ناحیهٔ فرورفتگی دارد که شعاع هر دو ناحیه ۲۵۰m است (شکل ۴۳). (الف) هنگامی که اتومبیل از برآمدگی می‌گذرد، نیروی عمودی وارد بر آن از جاده نصف وزن اتومبیل است. وزن اتومبیل ۱۶kN است. نیروی عمودی وارد بر اتومبیل هنگام گذشتن از فرورفتگی چقدر است؟ (ب) حداکثر سرعت اتومبیل، برای اینکه هنگام گذشتن از برآمدگی از جاده جدا نشود، چقدر می‌تواند باشد؟ (ج) اگر اتومبیل با سرعت قسمت (ب) حرکت کند، نیروی عمودی وارد بر آن، هنگام گذشتن از فرورفتگی چقدر است؟

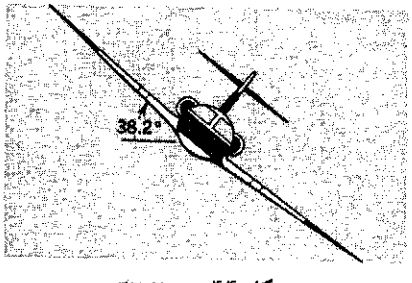


شکل ۴۳. مسئلهٔ ۴۴

۴۵. سکه‌ای کوچک روی صفحهٔ تخت و افقی گرامافونی قرار دارد. مشاهده می‌شودکه گرامافون هر ۳٫۳s دقیقاً ۳ دور می‌زند. (الف) سکه به‌فاصلهٔ ۵٫۲cm از مرکز صفحه است و بدون لغزش همراه با آن می‌گردد. سرعت سکه چقدر است؟ (ب) (اندازه و جهت) شتاب سکه را به‌دست بیاورید. (ج) اگر جرم سکه ۱٫۷g باشد، نیروی اصطکاک وارد بر آن چقدر است؟ (د) مشاهده می‌شود که اگر سکه درفاصله‌ای بیش از ۱۲cm از مرکز صفحه قرار بگیرد می‌لغزد. ضریب اصطکاک ایستایی بین سکه و صفحه چقدر است؟

۴۶. جسم کوچکی به فاصلهٔ ۱۳٫۰cm از مرکز صفحهٔ گرامافونی قرار دارد. مشاهده می‌شود که صفحه اگر با سرعت $۳۳\frac{۱}{۳}\text{rev/min}$ بچرخد جسم نمی‌لغزد، اما اگر با سرعت ۴۵٫۰rev/min بچرخد جسم می‌لغزد. ضریب اصطکاک ایستایی میان جسم و صفحه درچه گستره‌ای می‌تواند باشد؟

۴۷. هواپیمایی با سرعت ۴۸۲km/h روی دایره‌ای افقی پرواز می‌کند. بالهای هواپیما با سطح افقی زاویهٔ ۳۸٫۲° می‌سازند (شکل ۴۴). شعاع دایره‌ای که هواپیما روی آن پرواز می‌کند چقدر است؟ فرض کنید نیروی مرکزگرا تماماً از نیروی بالابرنده‌ای تأمین می‌شود که بر بالها عمود است.



شکل ۴۴. مسئلهٔ ۴۷

۴۸. یک مرغ دریایی در یک مسیر دایره‌ای افقی، بدون بال زدن،

www.YasDL.com

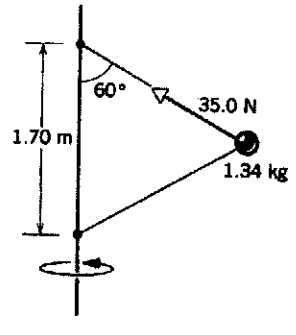
پرواز می‌کند. زاویهٔ بالهای او با سطح افقی حدود ۲۵° است. ۱۳s طول می‌کشد تا این پرنده یک دورکامل بزند. (الف) سرعت این پرواز چقدر است؟ (ب) شعاع دایرهٔ مسیر چقدر است؟[1]

۴۹. ریسمانی می‌تواند کششی تا حد ۹٫۲lb را تحمل کند و پاره نشود. کودکی سنگی به وزن ۰٫۸۲lb را به یک سر آن می‌بندد، سر دیگر آن‌را در دست می‌گیرد، و سنگ را در صفحهٔ قائم در دایره‌ای به شعاع ۲٫۹ft می‌گرداند. کودک سرعت سنگ را به‌تدریج زیاد می‌کند تا اینکه ریسمان پاره شود. (الف) هنگام پاره‌شدن ریسمان، سنگ درکجای مسیرش بوده است؟ (ب) سرعت سنگ هنگام پاره‌شدن ریسمان، چقدر بوده است؟

۵۰. یک هواپیمای مدل به جرم ۰٫۷۵kg به یک سر ریسمانی به طول ۳۳m بسته شده است و در دایره‌ای افقی در ارتفاع ۱۸m پرواز می‌کند. سر دیگر ریسمان به زمین متصل است. هواپیما در دقیقه ۴٫۴ دور می‌زند. نیروی بالابرنده بر بالها، که افقی‌اند، عمود است. (الف) شتاب هواپیما چقدر است؟ (ب) کشش ریسمان چقدر است؟ (ج) نیروی بالابرنده‌ای که بر بالهای هواپیما وارد می‌شود چقدر است؟

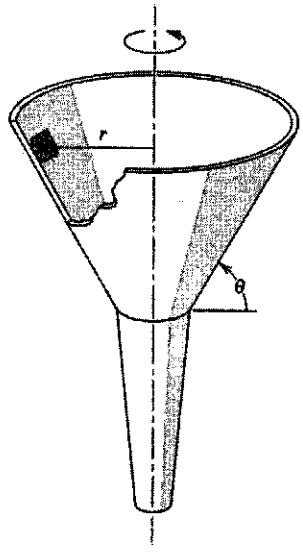
۵۱. فرض کنید در صورتی که زمین نمی‌چرخید، کیلوگرم استاندارد در سطح دریا در خط استوا دقیقاً ۹٫۸۰N وزن می‌داشت. حالا اگر چرخش زمین را در نظر بگیرید، این جسم طی یک شبانه‌روز محیط دایره‌ای به شعاع ۶۳۷۰km (شعاع زمین) را طی می‌کند. (الف) نیروی مرکزگرای لازم برای اینکه کیلوگرم استاندارد در این مسیر دایره‌ای حرکت کند چقدر است؟ (ب) نیرویی که کیلوگرم استاندارد، در استوا، بر نیروسنج فنری وارد می‌کند (وزن ظاهری جسم) چقدر است؟

۵۲. توپی به جرم ۱٫۳۴kg با دو ریسمان "بی‌جرم"، هر یک به طول ۱٫۷۰m، به میله‌ای صلب و قائم بسته شده است. ریسمانها به دو نقطهٔ میله، به فاصلهٔ ۱٫۷۰m از یکدیگر بسته شده‌اند و سیستم حول میله می‌چرخد؛ هر دو ریسمان کاملاً کشیده‌اند و با میلهٔ مثلثی متساوی‌الاضلاع می‌سازند (شکل ۴۵). کشش ریسمان بالایی ۳۵٫۰N است. (الف) کشش ریسمان پایینی را پیدا کنید. (ب) نیروی خالص وارد بر توپ را، در وضعیتی که در شکل ۴۵ نشان داده شده است، پیدا کنید. (ج) سرعت گلوله چقدر است؟



شکل ۴۵. مسئلهٔ ۵۲

۵۳. مکعب بسیارکوچکی به جرم m در قیفی قرار دارد که با آهنگ ثابت v دور بر ثانیه حول یک محور قائم می‌چرخد (شکل ۴۶). زاویهٔ دیوارهٔ قیف با سطح افقی θ است. ضریب اصطکاک ایستایی بین مکعب و قیف μ_s، و فاصلهٔ مرکز مکعب از محور دوران r است. (الف) بیشترین و (ب) کمترین مقدار v برای اینکه مکعب نسبت به قیف حرکت نکند چقدر است؟



شکل ۴۶. مسئلهٔ ۵۳

۵۴. چون زمین می‌چرخد، نخ شاقول دقیقاً در راستای نیروی گرانش زمین قرار نمی‌گیرد و ممکن است کمی از این راستا منحرف شود. (الف) نشان بدهید که زاویهٔ انحراف θ برحسب رادیان، در عرض جغرافیایی L برابر است با

$$\theta = \left(\frac{2\pi^2 R}{gT^2}\right) \sin 2L$$

که در آن R شعاع زمین و T دورهٔ تناوب چرخش زمین است. (ب) زاویهٔ انحراف درکدام عرض جغرافیایی بیشینه است؟ (ج) زاویهٔ انحراف در قطبها چقدر است؟ در استوا چقدر است؟

بخش ۶ـ۵ نیروهای وابسته به زمان: روش تحلیلی

۵۵. مکان ذره‌ای به جرم ۲٫۱۷kg، که بر خط راست حرکت می‌کند، از رابطهٔ

$$x = 0{,}179t^2 - 2{,}08t^3 + 17{,}1$$

به‌دست می‌آید که در آن x برحسب متر و t برحسب ثانیه است. (الف) سرعت، (ب) شتاب، و (ج) نیروی وارد بر ذره در زمان $t = 7{,}18s$ را پیدا کنید.

---

۱. نگاه کنید به

"The Amateur Scientist," Jearl Walker, *Scientific American*, March 1985, p. 122.

www.YasDL.com

۵۶. ذره‌ای به جرم m تحت اثر نیروی خالصی به شکل

$$\mathbf{F}(t) = F_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right) \mathbf{i}$$

است؛ یعنی، $F(t)$ در $t = 0$ برابر با F_0 است و به‌طور خطی با زمان کم می‌شود تا در زمان T به صفر می‌رسد. ذره در زمان $t = 0$، با سرعت $v_0\mathbf{i}$ از مبدأ $x = 0$ می‌گذرد. نشان بدهید که در زمان $t = T$، که در آن $F(t)$ صفر می‌شود، سرعت و مسافت پیموده شده عبارت‌اند از

$$v(T) = v_0 + \frac{1}{2}a_0 T$$

$$x(T) = v_0 T + \frac{1}{3}a_0 T^2$$

که در آن، $a_0 = F_0/m$ شتاب اولیه است. این نتایج را با معادلات ۱۵ و ۱۹ فصل ۲ مقایسه کنید.

۵۷. ذره‌ای به جرم m در $x = 0$ ساکن است. از زمان $t = 0$، نیرویی به شکل $F = F_0 e^{-t/T}$ در جهت مثبت x بر آن وارد می‌شود؛ F_0 و T ثابت‌اند. در $t = T$ نیرو حذف می‌شود. در لحظه‌ای که نیرو حذف می‌شود (الف) سرعت ذره چقدر است و (ب) مکان آن کجاست؟

بخش ۶ـ۷ نیروی مقاومت شاره‌ها و حرکت پرتابی

۵۸. وزنهٔ کوچکی به جرم ۱۵۰g در عمق ۳٫۴km در اقیانوس است و با سرعت حد ثابت ۲۵m/s سقوط می‌کند. نیرویی که آب بر این وزنه وارد می‌کند چقدر است؟

۵۹. جسمی را از حالت سکون رها می‌کنیم. با فرض اینکه اصطکاک شاره به صورت $D = bv^2$ باشد، سرعت حد جسم را به‌دست بیاورید.

۶۰. چه مدت طول می‌کشد تا جسم مثال ۵ به نصف سرعت حدِ خودش برسد؟

۶۱. با استفاده از جدول ۲، مقدار b را برای قطرهٔ باران حساب کنید؛ فرض کنید که اصطکاک هوا $D = bv$ است. چگالی آب $1.0\,g/cm^3$ است.

۶۲. لوکوموتیوی به قطاری (روی ریلهای افقی) که ۲۳ واگن دارد شتاب می‌دهد. جرم هر واگن ۴۸٫۶ تن متریک، و نیروی مقاومت هوا وارد بر هر واگن $f = 243v$ است که در آن v (سرعت) برحسب m/s و f برحسب N است. در لحظه‌ای که قطار ۳۴٫۵km/h سرعت دارد، شتاب آن $0.182\,m/s^2$ است. (الف) کشش در اتصال بین واگن اول و لوکوموتیو چقدر است؟ (ب) فرض کنید که این کشش بیشترین نیرویی است که لوکوموتیو می‌تواند به قطار وارد کند. در این صورت، تندترین شیبی که در آن لوکوموتیو می‌تواند قطار را با سرعت ۳۴٫۵km/h بکشد کدام است؟ (۱ تن متریک = ۱۰۰۰kg)

۶۳. بالونی با سرعت ثابت ۱٫۸۸m/s در هوای آرام پایین می‌آید. وزن کل بالون با محتویاتش ۱۰٫۸kN است. نیروی ارشمیدس ثابتی به‌اندازهٔ ۱۰٫۳kN بر بالون وارد می‌شود. علاوه براین، هوا یک نیروی مقاومت اصطکاکی به‌شکل $D = bv^2$ هم بر بالون وارد می‌کند؛ v سرعت بالون و b یک کمیت ثابت است. سرنشینان بالون ۲۶٫۵kg بار اضافی از بالون بیرون می‌ریزند. پس از این کار، بالون نهایتاً با چه سرعت ثابتی پایین می‌آید؟

۶۴. مسئلهٔ ۶۳ را تکرار کنید، اما نیروی اصطکاک هوا را $D = bv$ بگیرید. توجه کنید که b را باید دوباره برای این مورد محاسبه کرد.

۶۵. لنجی به جرم m با سرعت v_i در حرکت است که موتورهایش خاموش می‌شوند. نیروی اصطکاک آب به شکل $D = bv$ است. (الف) عبارتی برای زمانی که طول می‌کشد تا سرعت لنج به v_i کاهش پیدا کند به‌دست بیاورید. (ب) مقدار عددی این زمان را برای لنجی به جرم ۹۷۰kg که از سرعت اولیهٔ ۳۲km/h به سرعت ۸٫۳km/h می‌رسد حساب کنید. مقدار b برابر با ۶۸N.s/m است.

۶۶. جسم افتان مثال ۵ را در نظر بگیرید. (الف) شتاب جسم را به‌صورت تابعی از زمان به‌دست بیاورید. این شتاب در tهای کوچک، و در tهای بزرگ چگونه است؟ (ب) مسافت سقوط جسم را به‌صورت تابعی از زمان پیدا کنید.

۶۷. با فرض اینکه نیروی اصطکاک هوا به شکل $D = bv$ است، (الف) نشان بدهید که مسافت y_{95}، یعنی مسافتی که جسم از حالت سکون تا رسیدن به ۹۵٪ سرعت حدش می‌پیماید،

$$y_{95} = (v_T^2/g)\left(\ln 20 - \frac{19}{20}\right)$$

است، که در آن v_T سرعت حد است. (راهنمایی: نتیجه‌ای را که در مسئلهٔ ۶۶ برای $y(t)$ به‌دست آوردید به‌کار ببرید). (ب) با استفاده از سرعت حد ۴۲m/s برای توپ بیسبال، از جدول ۲، مسافت ۹۵٪ را به‌دست بیاورید. چرا نتیجه شما با مقداری که در جدول ۲ آمده است نمی‌خواند؟

پروژه‌های کامپیوتری

۶۸. در بخش ۶ـ۶ روشی عددی برای انتگرال‌گیری از قانون دوم نیوتون و به‌دست آوردن جدولی از مکان و سرعت جسم در زمانهای متوالی ارائه شد. بازهٔ شامل زمان اولیهٔ t_0 تا زمان پایانی t_f را به N بازهٔ کوچک Δt تقسیم کنید. اگر x_b، v_b، و F_b، به‌ترتیب، مختصه، سرعت، و نیرو در ابتدای بازه باشند، $x_e = x_b + v_b\Delta t$ و $v_e = v_b + (F_b/m)\Delta t$، به‌ترتیب، برآوردی از مختصه و سرعت در انتهای بازه‌اند. این مقادیر، به عنوان مختصه و سرعت در ابتدای بازهٔ بعدی به‌کار نمی‌روند. هرچه Δt کوچکتر باشد، برآورد بهتر است، اما Δt را خیلی هم نمی‌شود کوچک گرفت، زیرا اگر Δt خیلی کوچک باشد، طی محاسبه رقمهای با معنی از دست می‌روند. نیرو می‌تواند تابع مکان، سرعت و زمان باشد. شکل صریح این تابع را شرایط فیزیکی تعیین می‌کند؛ با داشتن این شکل می‌توان F_b را، با استفاده از مقادیر x_b، v_b، و t_b به‌دست آورد. یک برنامهٔ کامپیوتری بنویسید، یا الگوریتمی طرح کنید، که این انتگرال‌گیری را انجام بدهد. ورودی برنامه x_0، v_0، t_0، Δt، و N است. به عنوان مثال، حالت زیر را در نظر بگیرید.

www.YasDL.com

شخصی صندوقی به جرم ۹۵kg را روی سطح ناهمواری هل می‌دهد. صندوق از حالت سکون شروع به حرکت می‌کند و نیرویی که شخص بر آن وارد می‌کند $F = ۲۰۰e^{-۰٫۱۵t}$ است، که در آن F برحسب نیوتون و t برحسب ثانیه است. نیرو به شکل نمایی کم می‌شود زیرا شخص خسته می‌شود. طی حرکت، یک نیروی اصطکاک ثابت ۸۰N با حرکت صندوقی مخالفت می‌کند. (الف) صندوق چه مدت پس از شروع حرکت متوقف می‌شود؟ (ب) در این مدت چه مسافتی را می‌پیماید؟ جوابها را با دقت دو رقم بامعنی به‌دست بیاورید.

برای انتگرال‌گیری، زمان بین $t = ۰$s و $t = ۱۵$s را به ۱۵۰۰ بازه، هر یک به‌اندازهٔ ۰٫۰۱s تقسیم کنید. هدف این نیست که مکان و سرعت را در پایان هر بازه نمایش بدهید. در اجرای اول، نتایج را در پایان هر ۱۰۰ بازه نمایش بدهید. در اجرای بعدی، قاعدتاً می‌خواهید که نتایج را، در گستره‌ای کوچکتر، در پایان بازه‌های کوچکتری نمایش بدهید. پس از به‌دست آوردن جدول نتایج، به دنبال دو نقطهٔ مجاور بگردید که $v_e = ۰$ بین آنهاست. اگر مقدار x این دو نقطه تا دو رقم با معنی یکسان باشد، محاسبه تمام است. در غیر این‌صورت باید بازه‌هایی را که نتایج را در انتهای آنها نشان می‌دهید کوچکتر کنید، یا احتمالاً بازه‌های انتگرال‌گیری را کوچکتر بگیرید، و محاسبه را تکرار کنید.

۶۹. توپی به جرم ۱۵۰g با سرعت اولیهٔ ۲۵m/s، از لبهٔ صخره‌ای مستقیماً به بالا پرتاب می‌شود. در بازگشت، توپ ازکنار صخره می‌گذرد و ۳۰۰m پایین‌تر به‌زمین برمی‌خورد. علاوه بر نیروی گرانش، نیروی مقاومت هوای $F_D = -۰٫۱۵۰v$ هم بر توپ وارد می‌شود؛ F_D برحسب نیوتون و v برحسب m/s است. (الف) مدت حرکت این توپ چقدر است؟ (ب) سرعت توپ درست پیش از برخورد به زمین، چقدر است؟ (ج) نسبت این سرعت به سرعت حد چقدر است؟

یک برنامهٔ کامپیوتری یا الگوریتم برای انتگرال‌گیری از قانون دوم نیوتون به‌کار ببرید. (راهنماییهای لازم را از بخش ۶ـ۶ و مسئلهٔ قبل بگیرید.) طول بازهٔ انتگرال‌گیری را ۰٫۰۱s بگیرید. مختصه و سرعت را، در فاصلهٔ $t = ۰$s تا $t = ۱۲$s، هر ۰٫۱s نمایش بدهید. با این مقادیر باید جوابهایی با دقت دو رقم با معنی به‌دست بیاورید.

۷۰. پرتابه‌ای به جرم ۲٫۵kg از روی زمینی‌افقی‌پرتاب می‌شود. سرعت اولیهٔ پرتابه ۱۵۰m/s و زاویهٔ پرتاب ۴۰° بالای سطح افقی است. علاوه بر نیروی گرانشی، نیروی مقاومت هوای $\mathbf{F}_D = -۰٫۳۰\mathbf{v}$ نیز بر پرتابه وارد می‌شود؛ $\mathbf{F}_D$ برحسب نیوتون و $\mathbf{v}$ برحسب m/s است. به‌طور عددی، بین $t = ۰$ (زمان پرتاب) و $t = ۲۰$s از قانون دوم نیوتون انتگرال بگیرید. اندازهٔ بازه‌های انتگرال‌گیری را ۰٫۰۱s انتخاب کنید، اما نتایج را هر ۰٫۵s نمایش بدهید. هم مختصات x و y و هم دو مؤلفهٔ سرعت را باید در نظر بگیرید. معادلات $a_x = -(b/m)v_x$ و $a_y = -g - (b/m)v_y$ را به‌کار ببرید؛ b ثابت نیروی اصطکاک هواست. به پروژه‌های کامپیوتری قبلی رجوع کنید. (الف) مسیر y برحسب x را از نقطهٔ پرتاب تا نقطهٔ برخورد به زمین رسم کنید. توجه کنید که مسیر نسبت به محور قائمی که از نقطهٔ اوج می‌گذرد متقارن نیست. اگر مقاومت هوا نبود، مسیر متقارن می‌شد. با استفاده از نمودار، یا جدول مقادیر، این کمیتها را تخمین بزنید: (ب) زمانی که پرتابه به نقطهٔ اوج مسیر خود می‌رسد و مختصات نقطهٔ اوج؛ (ج) زمانی که پرتابه به زمین می‌خورد، برد پرتابه، و سرعت آن درست پیش از برخورد. (د) این کمیتها را با مقادیری که در غیاب مقاومت هوا به‌دست می‌آمد مقایسه کنید. مقاومت هوا چه تغییری در ارتفاع اوج می‌دهد؟ در برد چطور؟ در سرعت پیش از برخورد چطور؟

۷۱. مقاومت هوا می‌تواند تأثیر چشمگیری در زاویهٔ پرتابی که به برد بیشینه می‌انجامد داشته باشد. برای دیدن این تأثیر، پرتابه‌ای به جرم ۲٫۵kg را در نظر بگیرید که با سرعت ۱۵۰m/s بر فراز سطحی افقی پرتاب می‌شود، و فرض کنید که نیروی اصطکاک هوا $\mathbf{F}_D = -۰٫۳۰\mathbf{v}$ است، که در آن $\mathbf{F}_D$ برحسب نیوتون و $\mathbf{v}$ برحسب m/s است. برای هر یک از زوایای پرتاب ۲۵°، ۳۰°، ۳۵°، و ۴۰°، به‌طور عددی از قانون دوم نیوتون انتگرال بگیرید: اندازهٔ بازه‌های انتگرال‌گیری را ۰٫۰۰۱s بگیرید و نتایج را هر ۰٫۵s، از $t = ۰$s (زمان پرتاب) تا $t = ۲۵$s نمایش بدهید. به پروژه‌های کامپیوتری قبلی رجوع کنید. با استفاده از این نتایج برد را تخمین بزنید. برد در کدام‌یک از این زوایا بیشینه است؟

۷۲. پرتابه‌ای که تحت اثر مقاومت هوا قرار دارد به سرعت حدی‌اش می‌رسد. فرض کنید که نیروی خالص وارد بر پرتابه $-mg\mathbf{j} - b\mathbf{v}$ باشد، که در آن b ثابت مقاومت شاره است و جهت مثبت محور y به طرف بالاست. درسرعت حد $\mathbf{v}_T$، نیروی خالص صفر می‌شود. بنابراین، $\mathbf{v}_T = -(mg/b)\mathbf{j}$. توجه کنید که این سرعت مؤلفهٔ افقی ندارد. پرتابه در نهایت مستقیماً به طرف پایین سقوط می‌کند.

می‌توانید با استفاده از یک برنامهٔ کامپیوتری یا الگوریتم، "ببینید" که یک پرتابه چگونه به سرعت حد می‌گراید. پرتابه‌ای به جرم ۲٫۵kg را در نظر بگیرید که، با سرعت اولیهٔ ۱۵۰m/s با زاویهٔ ۴۰° بالای سطح افقی، پرتاب می‌شود. ضریب اصطکاک شاره را ۰٫۵۰kg/s بگیرید. به‌طور عددی از قانون دوم نیوتون انتگرال بگیرید و نتایج را هر ۰٫۵s، از $t = ۰$s (زمان پرتاب) تا زمانی که مؤلفهٔ y سرعت به ۹۰ درصد v_T می‌رسد، نمایش بدهید. $v_x(t)$ و $v_y(t)$ را در یک نمودار نمایش بدهید. توجه کنید که با نزدیک شدن v_y به v_T، v_x به ۰ می‌گراید.

۷۳. اگر اثر مقاومت هوا را بر پرتابه در نظر بگیریم، مختصات آن با روابط زیر بیان می‌شوند:

$$x(t) = (v_{۰x}/b)(۱ - e^{-bt})$$
$$y(t) = (۱/b^۲)(g + bv_{۰y})(۱ - e^{-bt}) - (g/b)t$$

جهت مثبت y را به‌طرف بالا و مبدأ مختصات را در نقطهٔ پرتاب گرفته‌ایم. ضریب مقاومت b گرمای شدت برهم‌کنش هوا و پرتابه است. از