کتاب «مقدمه‌ای بر احتمال و آمار فازی»

محمد رضا ربیعی

دانشگاه صنعتی شاهرود

اسفند 1394

فهرست

- مقدمه
-
-
-
-
-
- نتیجه‌گیری
- منابع

فهرست

- مقدمه
-
- نتیجه‌گیری
- منابع

فهرست

- **مقدمه**
-
-
-
-
-
- نتیجه‌گیری
- منابع

فهرست

- مقدمه
-
-
-
-
-
- نتیجه‌گیری
- منابع

فهرست

- مقدمه
-
-
-
-
-
- نتیجه‌گیری
- منابع

فهرست

- مقدمه
-
-
-
-
-
- نتیجه‌گیری
- منابع

فهرست

- مقدمه
-
-
-
-
-
- نتیجه‌گیری
- منابع

فهرست

- مقدمه
-
-
-
-
-
- نتیجه‌گیری
- منابع

ایده‌ی مجموعه‌های فازی توسط پروفسور لطفی عسگرزاده، دانشمند ایرانی تبار، در سال ۱۹۶۵ میلادی (برابر با ۱۳۴۴ هجری شمسی) با انتشار مقاله «مجموعه‌های فازی» [?] به عرصه‌ی دانش معرفی شد و تا دهه ۱۹۷۰ مبانی نظریه مجموعه‌های فازی و نیز منطق فازی شکل گرفت. از دهه ۱۹۸۰ تولید محصولات کاربردی مبتنی بر منطق فازی آغاز شد و از دهه ۱۹۹۰ این محصولات به‌طور گسترده وارد بازارهای تجاری شدند. هم اکنون این نظریه با بسیاری از شاخه‌های علوم و فناوری ارتباط یافته است.

در کنار ارتباط‌هایی که نظریه مجموعه‌های فازی با سایر شاخه‌های علوم پیدا کرده است، ارتباط آن با احتمال و آمار شایان توجه است. هم از این روی که هر دو نظریه احتمال و نظریه مجموعه‌های فازی با عدم قطعیت سروکار دارند: اولی با عدم قطعیت ناشی از تصادف و دومی با عدم قطعیت ناشی از ابهام.

مطالعات در احتمال و آمار فازی عمدتاً از دهه‌ی ۱۹۸۰ آغاز شد. برای مروری بر کارهای انجام شده در مورد آمار فازی می‌توان به مراجع

طاهری، سید محمود(1381)؛ آمار فازی: مروری بر گذشته و چشم اندازهای آینده، اندیشه آماری، شماره 7: 72–58.

Taheri, S. M. (2003). Trends in fuzzy statistics. Austrian journal of statistics,32(3), 239-257.

و دو کتاب زیر در زمینه احتمال و آمار فازی مراجعه کرد:

Viertl, R. (1995). Statistical methods for non-precise data. CRC Press.
Kruse, R., Meyer, K. D. (2012). Statistics with vague data (Vol. 6). Springer Science Business Media.

مقدمه

تعریف 1

گردایه‌ای معین از اشیاء را مجموعه می‌نامند. اشیاء این گردایه، اعضا یا عناصر مجموعه نامیده می‌شوند.

مثال 1

اعداد طبیعی کوچکتر یا مساوی ۱۰، تشکیل یک مجموعه می‌دهند. اگر این مجموعه را با A نشان دهیم، داریم $A = \{۱, ۲, \cdots, ۱۰\}$.

- در هر موضوع، مجموعه‌ی شامل تمام عناصر مورد بحث را مجموعه مرجع نامیده با U یا X نشان می‌دهند.
- گاهی یک مجموعه مانند A را با یک ویژگی کاملاً معیّن (خوش تعریف) مشخص می‌کنند. یعنی اگر P یک ویژگی خوش تعریف در مورد عناصر X باشد که مجموعه A توسط آن ویژگی مشخص می‌شود، می‌نویسند $A = \{x \in X | P(x)\}$.

مقدمه

تعریف 1

گردایه‌ای معین از اشیاء را مجموعه می‌نامند. اشیاء این گردایه، اعضا یا عناصر مجموعه نامیده می‌شوند.

مثال 1

اعداد طبیعی کوچکتر یا مساوی ۱۰ ، تشکیل یک مجموعه می‌دهند. اگر این مجموعه را با A نشان دهیم، داریم $A = \{۱, ۲, \cdots, ۱۰\}$.

- در هر موضوع، مجموعه‌ی شامل تمام عناصر مورد بحث را مجموعه مرجع نامیده با U یا X نشان می‌دهند.
- گاهی یک مجموعه مانند A را با یک ویژگی کاملاً معیّن (خوش تعریف) مشخص می‌کنند. یعنی اگر P یک ویژگی خوش تعریف در مورد عناصر X باشد که مجموعه A توسط آن ویژگی مشخص می‌شود، می‌نویسند $A = \{x \in X | P(x)\}$.

مقدمه

تعریف 1

گردایه‌ای معین از اشیاء را مجموعه می‌نامند. اشیاء این گردایه، اعضا یا عناصر مجموعه نامیده می‌شوند.

مثال 1

اعداد طبیعی کوچکتر یا مساوی ۱۰، تشکیل یک مجموعه می‌دهند. اگر این مجموعه را با A نشان دهیم، داریم $A = \{۱, ۲, \cdots, ۱۰\}$.

- در هر موضوع، مجموعه‌ی شامل تمام عناصر مورد بحث را مجموعه مرجع نامیده با U یا X نشان می‌دهند.
- گاهی یک مجموعه مانند A را با یک ویژگی کاملاً معیّن (خوش تعریف) مشخص می‌کنند. یعنی اگر P یک ویژگی خوش تعریف در مورد عناصر X باشد که مجموعه A توسط آن ویژگی مشخص می‌شود، می‌نویسند $A = \{x \in X | P(x)\}$.

مثال 2

*در مثال 1، ویژگی **کوچکتر یا مساوی ۱۰**، یک ویژگی خوش تعریف است. لذا مجموعه A را می‌توان این گونه نیز نوشت $A = \{x \in N | x \leq ۱۰\}$.*

مثال 3

اگر X مجموعه انسان‌ها و P ویژگی بلندتر از ۱۸۰ سانتی‌متر باشد، آنگاه $A = \{x \in X | P(x)\}$ عبارت است از مجموعه تمام انسان‌هایی که ویژگی P را دارند، یعنی قد آن‌ها از ۱۸۰ سانتی‌متر بیشتر است.

تعریف 2

الف) گوییم مجموعه A زیرمجموعه B است، اگر هر عضو A عضوی از B باشد. در این صورت می‌نویسیم $A \subseteq B$. دو مجموعه A و B را مساوی گوییم و می‌نویسیم $A = B$ اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$.

ب) متمم مجموعه A (نسبت به X) که با A^c نشان داده می‌شود، عبارت است از مجموعه عناصری از X که در A نیستند؛ یعنی $A^c = \{x \in X | x \notin A\}$.

پ) اشتراک دو مجموعه A و B که با $A \cap B$ نشان داده می‌شود، عبارت است از مجموعه عناصری که هم در A و هم در B عضو باشند. یعنی $A \cap B = \{x | x \in A, x \in B\}$.

ت) اجتماع دو مجموعه A و B که با $A \cup B$ نشان داده می‌شود، عبارت است از مجموعه عناصری که در A یا در B (یا هر دو) عضو باشند. یعنی $A \cup B = \{x | x \in A \text{ یا } x \in B\}$.

توجه 1

عملگرهای متمم، اشتراک و اجتماع دارای ویژگی‌های زیر هستند.

1) برگشت‌پذیری $(A^c)^c = A$
2) جابه‌جایی $A \cup B = B \cup A \quad , \quad A \cap B = B \cap A$
3) شرکت‌پذیری $A\cup(B\cup C) = (A\cup B)\cup C \, , \, A\cap(B\cap C) = (A\cap B)\cap C$
4) توزیع‌پذیری $(A\cup B)\cap C = (A\cup C)\cap(B\cup C) \, , \, (A\cap B)\cup C = (A\cap C)\cup(B\cap C)$
5) خودتوانی $A \cup A = A \quad , \quad A \cap A = A$
6) جذب $A \cup (A \cap B) = A \quad , \quad A \cap (A \cup B) = A$
7) شمول و طرد $A \cap A^c = \phi \quad , \quad A \cup A^c = X$
8) قوانین دمورگان $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c \quad , \quad (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$.

تعریف 3

گوییم مجموعه‌های غیرتهی A_1، A_2 و ... و A_n از مجموعه مرجع X یک افراز برای X هستند، اگر در دو شرط زیر صدق کنند

1) $A_i \cap A_j = \phi\ , \quad \forall i \neq j$

2) $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = X$

مثال 4

اگر $X = [0, \infty)$ مجموعه مرجع طول عمر یک نوع لامپ باشد، آنگاه مجموعه‌های زیر تشکیل یک افراز برای طول عمر لامپ می‌دهند

$$A_1 = [0, 500)\ ،\ A_2 = [500, 1500)\ ،\ A_3 = [1500, 5000)\ ،\ A_4 = [5000, \infty)$$

توجه 2

در عمل، در بسیاری از موارد ویژگی مورد بحث، یک ویژگی دقیق و خوش تعریف نیست. در این موارد، در تعیین عناصر مجموعه‌ی متناظر با آن ویژگی، دچار مشکل می‌شویم. مثلاً در هیچ یک از حالت‌های زیر ویژگی P خوش تعریف نیست.

- الف) X مجموعه اعداد طبیعی و P ویژگی خیلی کوچک‌تر از ۱۰ بودن
- ب) X مجموعه انسان‌ها و P ویژگی بلند قد بودن
- پ) X مجموعه زنان و P ویژگی زیبا بودن
- ت) X مقادیر درجه حرارت هوا و P ویژگی گرم بودن
- ث) X مجموعه مقادیر پارامتر نسبت در توزیع دوجمله‌ای و P ویژگی بسیار کوچک بودن
- ج) X مجموعه مقادیر شوری خاک در یک ناحیه و P ویژگی حدوداً ۱۲/۵۰ بودن.

- در هیچ یک از مثال‌های بالا، نمی‌توان عناصر مجموعه A متناظر با ویژگی P را دقیقاً تعیین نمود. در این موارد با نوعی عدم قطعیت روبرو هستیم که مربوط به عدم مرزبندی دقیق مفاهیم است.
- این عدم دقت ربطی به نامعلوم بودن وقوع یک پیشامد (عدم قطعیت تصادفی) مانند آنچه در نظریه احتمال بیان می‌شود، ندارد. بلکه به خوش تعریف نبودن مفاهیم و مبهم بودن آن‌ها باز می‌گردد.
- بدیهی است که اگر این نوع عدم قطعیت‌ها را در نظر نگیریم، و مواردی را که مثلاً در بندهای بالا برشمردیم از دامنه‌ی کار خارج سازیم، قادر به مدل‌سازی و بررسی بخش وسیعی از آنچه در تفکر و زبان انسان وجود دارد نیستیم.

یک روش مفید در تعریف و نشان دادن یک مجموعه، استفاده از تابع نشانگر است.

تعریف 4

فرض کنید A یک زیرمجموعه از مجموعه مرجع X باشد. تابع نشانگر A به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$I_A(x) = \begin{cases} ۱ & x \in A \\ ۰ & x \notin A \end{cases} \tag{1.2}$$

بعبارت دیگر هر مجموعه، یک تابع نشانگر دارد و بالعکس هر تابع به‌صورت (1.2) *دقیقاً یک مجموعه را تعریف و مشخص می‌کند.*

مثال 5

اگر $X = \{۱, ۲, \ldots, ۶, ۷\}$ و $A = \{۲, ۴, ۷\}$، آنگاه

$$I_A(x) = \begin{cases} ۱ & x = ۲, ۴, ۷ \\ ۰ & x = ۱, ۳, ۵, ۶ \end{cases}$$

مثلاً $I_A(۴) = ۱$ و $I_A(۵) = ۰$.

توجه 3

روش‌های دیگر برای تعریف و نشان دادن یک مجموعه، تعریف مجموعه به‌صورت زوج‌های مرتب و یا به‌شکل کسری بر پایه‌ی مقادیر تابع نشانگر است. مثلاً برای مجموعه A در مثال بالا می‌نویسیم

$$A = \{(1,0), (2,1), (3,0), (4,1), (5,0), (6,0), (7,1)\}$$

$$A = \left\{\frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{0}{3}, \frac{1}{4}, \frac{0}{5}, \frac{0}{6}, \frac{1}{7}\right\}$$

مثال 5

اگر $X=\{۱,۲,\ldots,۶,۷\}$ و $A=\{۲,۴,۷\}$، آنگاه

$$I_A(x)=\begin{cases} ۱ & x=۲,۴,۷ \\ ۰ & x=۱,۳,۵,۶ \end{cases}$$

مثلاً $I_A(۴)=۱$ و $I_A(۵)=۰$.

توجه 3

روش‌های دیگر برای تعریف و نشان دادن یک مجموعه، تعریف مجموعه به‌صورت زوج‌های مرتب و یا به‌شکل کسری بر پایه‌ی مقادیر تابع نشانگر است. مثلاً برای مجموعه A در مثال بالا می‌نویسیم

$$\begin{aligned} A &= \{(1,0),(2,1),(3,0),(4,1),(5,0),(6,0),(7,1)\} \\ A &= \left\{\frac{0}{1},\frac{1}{2},\frac{0}{3},\frac{1}{4},\frac{0}{5},\frac{0}{6},\frac{1}{7}\right\} \end{aligned}$$

عملگرهای مجموعه‌ای را می‌توانیم برحسب توابع نشانگر بیان کنیم. برای هر $x \in X$

$$
\begin{aligned}
A \subseteq B \quad &\Leftrightarrow \quad I_A(x) \leq I_B(x) \\
I_{A^c}(x) \quad &= \quad 1 - I_A(x) \\
I_{A\cap B}(x) \quad &= \quad I_A(x) \wedge I_B(x) = \min[I_A(x), I_B(x)] \\
I_{A\cup B}(x) \quad &= \quad I_A(x) \vee I_B(x) = \max[I_A(x), I_B(x)]
\end{aligned}
$$

مثال 6

فرض کنید $X = \{۱, ۲, \ldots, ۷\}$ ، $A = \{۲, ۴, ۷\}$ و $B = \{۵, ۶, ۷\}$. دراین‌صورت

$$I_A(x) = \begin{cases} 1 & x = 2,4,7 \\ 0 & x = 1,3,5,6 \end{cases} \quad \text{و} \quad I_B(x) = \begin{cases} 1 & x = 5,6,7 \\ 0 & x = 1,2,3,4 \end{cases}$$

بنابراین

$$I_{A^c}(x) = ۱ - I_A(x) = \begin{cases} ۰ & x = ۲, ۴, ۷ \\ ۱ & x = ۱, ۳, ۵, ۶ \end{cases}$$

و این یعنی $A^c = \{۱, ۳, ۵, ۶\}$. همچنین، برای نمونه

$$\begin{aligned} I_{A\cap B}(2) &= \min[I_A(2), I_B(2)] = \min[1,0] = 0 \\ I_{A\cup B}(2) &= \max[I_A(2), I_B(2)] = \max[1,0] = 1 \end{aligned}$$

پس $۲ \notin A \cap B$ ولی $۲ \in A \cup B$.

الف– در بخش پیشین گفته شد که یک مجموعه معمولی، با یک ویژگی دقیق و معیّن مشخص می‌شود. مثلاً اگر مجموعه مقادیر ممکن برای طول قد انسان‌ها $X = [۰, ۲۵۰]$ باشد، و P ویژگی *بلندتر از ۱۸۰ سانتی‌متر*، آنگاه P یک ویژگی دقیق است که یک مجموعه مانند A را تعریف می‌کند که عبارت است از انسان‌های با قد بیشتر از ۱۸۰ سانتی‌متر.

ب– اکنون ویژگی **انسان‌های بلند قد**، یک ویژگی نادقیق و مبهم است. این که چه انسان‌هایی بلند قد هستند و کدام‌ها نیستند، یک موضوع نادقیق و مبهم است. مثلاً آیا یک فرد با ۱۷۰ سانتی‌متر قد، بلند قد است؟ با ۱۸۰ سانتی‌متر چطور؟ با ۱۹۰ سانتی‌متر چطور؟

ج– نکته‌ی مهم آن است که بیشتر مفاهیمی که در زندگی روزمره به کار می‌بریم و بر اساس آن‌ها استدلال انجام می‌دهیم و تصمیم‌گیری می‌کنیم، مفاهیمی نادقیق هستند و مجموعه‌هایی با کران‌های تقریبی می‌باشند.

- نکته‌ی مهم آن است که بیشتر مفاهیمی که در زندگی روزمره به کار می‌بریم و بر اساس آن‌ها استدلال انجام می‌دهیم و تصمیم‌گیری می‌کنیم، مفاهیمی نادقیق هستند و مجموعه‌هایی با کران‌های تقریبی می‌باشند.
- مثلاً لامپ‌های با طول عمر زیاد، شوری خاک حدوداً ۱۲٫۴، ضریب هوشی پایین، مسافت‌های طولانی، نرخ تورم بالا، مقاومت کششی زیاد، تاثیر کم دارو، فشار خون بسیار بالا، همگی از این نوع مفاهیم و مجموعه‌ها هستند.

- نظریه مجموعه‌های فازی، نظریه‌ای برای صورت بندی و تجزیه و تحلیل این گونه مفاهیم مبهم است. برای توضیح مفهوم مجموعه فازی، مثال بالا را پی می‌گیریم.
- در مثال بالا هر مقدار عددی طول قد یا بیشتر از ۱۸۰ است یا نیست و لذا مقدار تابع نشانگر برای هر x از $[۰,۲۵۰]$ یا صفر است (عدم تعلق x به A) یا یک (تعلق x به A). اکنون اجازه می‌دهیم که تابع نشانگر بتواند هر عددی را از بازه $[۰,۱]$ اختیار کند.
- در این صورت می‌توانیم به مقادیر بزرگ طول قد، اعداد نزدیک ۱ متناظر کنیم (یعنی تعلق بیشتر به مجموعه انسان‌های بلند قد) و به مقادیر کوچک طول قد، اعداد نزدیک ۰ را متناظر کنیم (یعنی تعلق کمتر به مجموعه انسان‌های بلند قد).

- به این ترتیب به جای آنکه بگوییم یک شخص با طول قد ۱۸۳ سانتی‌متر بلند قد است یا بلند قد نیست یا آنکه در این باره ساکت باشیم، می‌گوییم وی با درجه‌ی، مثلاً ۷۰٪، بلند قد محسوب می‌شود. به سخن دیگر به جای تعلق قطعی یا عدم تعلق قطعی، می‌گوییم وی به میزان ۷۰٪ عضو مجموعه‌ی انسان‌های بلند قد است.
- واضح است که اساس کار، چیزی نیست جز گسترش مفهوم تابع نشانگر.

تعریف 5

یک مجموعه فازی از مجموعه مرجع X، توسط یک تابع $\mu_A(x) : X \to [0,1]$ به نام تابع عضویت مشخص می‌شود که در آن برای هر x از X، مقدار $\mu_A(x)$ میزان عضویت x در مجموعه فازی A را نشان می‌دهد.

توجه 4

دقت می‌کنید که دیگر نگران آن نیستیم که ویژگی P که یک مجموعه فازی را مشخص می‌کند، حتماً خوش تعریف باشد. کافی است یک تابع عضویت را در نظر بگیریم که رفتار و مقادیر آن، توصیف کننده‌ی ویژگی P باشد.

مثال 7

فرض کنید $X = \{۱, ۲, \ldots, ۷\}$. می‌خواهیم یک مجموعه فازی تعریف کنیم که اعضای آن ویژگی نادقیق کوچک را داشته باشند. مثلاً یک تابع عضویت برای مدل سازی مفهوم فوق این گونه است

$$\mu_A(x) = \begin{cases} ۱ & x = ۱ \\ ۰/۹ & x = ۲ \\ ۰/۷ & x = ۳ \\ ۰/۵ & x = ۴ \\ ۰/۳ & x = ۵ \\ ۰/۱ & x = ۶ \\ ۰ & x = ۷ \end{cases}$$

توجه 5

در مثال قبل مجموعه فازی A را به‌صورت زیر نیز نمایش می‌دهیم

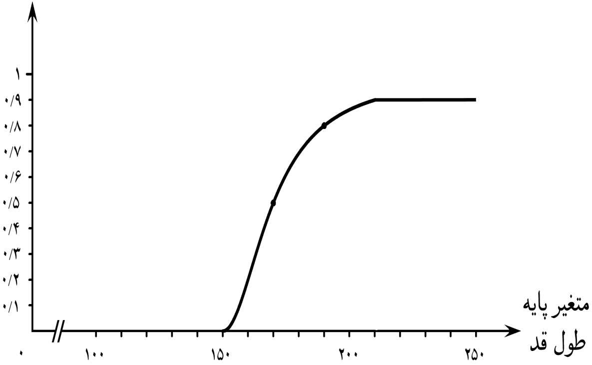
$$\begin{aligned} A &= \{(1,1),(2,0.9),(3,0.7),(4,0.5),(5,0.3),(6,0.1),(7,0)\} \\ A &= \left\{\frac{1}{1},\frac{0.9}{2},\frac{0.7}{3},\frac{0.5}{4},\frac{0.3}{5},\frac{0.1}{6},\frac{0}{7}\right\} \end{aligned}$$

برای مثال $\mu_A(۳) = ۰/۷$ بدین معنی است که از نظر تصمیم گیرنده عدد ۳ به اندازه ۰/۷ به مجموعه فازی اعداد کوچک تعلق دارد. به سخن دیگر از نظر وی گزاره ۳ عددی کوچک است به اندازه ۰/۷ درست است. بدیهی است که افراد مختلف ممکن است دیدگاه‌های گوناگونی درباره‌ی مفهوم کوچک داشته باشند و هر فرد مفهوم کوچک را به نوع متفاوتی مدل سازی کند.

مثال 8

فرض کنید $X = [۰, ۲۵۰]$ مجموعه مقادیر ممکن طول قد انسان‌ها باشد. مجموعه فازی افراد بلند قد، A، را می‌توان با تابع عضویت زیر مدل سازی کرد (شکل 1)

$$\mu_A(x) = \begin{cases} ۰ & x < ۱۵۰ \\ ۲(\frac{x-۱۵۰}{۶۰})^۲ & ۱۵۰ \leq x < ۱۸۰ \\ ۱ - ۲(\frac{۲۱۰-x}{۶۰})^۲ & ۱۸۰ \leq x < ۲۱۰ \\ ۱ & ۲۱۰ \leq x \end{cases}$$



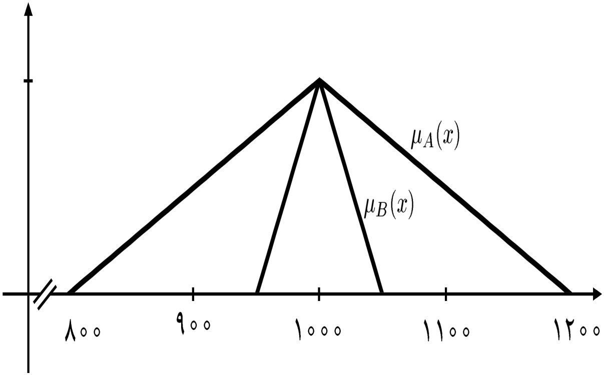
شکل: نمودار تابع عضویت مجموعه فازی افراد بلند قد در مثال 8

مثال 9

فرض کنید $X = [0, \infty)$ مجموعه مقادیر ممکن طول عمر یک نوع لامپ (برحسب ساعت) باشد. مجموعه فازی A توصیف‌کننده طول عمر حدوداً ۱۰۰۰ و مجموعه فازی B توصیف‌کننده طول عمر بسیار نزدیک به ۱۰۰۰ را می‌توان با توابع عضویت زیر تعریف کرد (شکل 2)

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-800}{200} & 800 \leq x < 1000 \\ \frac{1200-x}{200} & 1000 \leq x < 1200 \end{cases}$$

$$\mu_B(x) = \begin{cases} \frac{x-950}{50} & 950 \leq x < 1000 \\ \frac{1050-x}{50} & 1000 \leq x < 1050 \end{cases}$$



شکل: نمودار توابع عضویت مجموعه‌های فازی مثال 9

عملگرهای مجموعه‌ای برای مجموعه‌های فازی به‌صورت یک تعمیم طبیعی این عملگرها برای مجموعه‌های معمولی تعریف می‌شوند. در ادامه فرض می‌شود که X مجموعه مرجع و A، B، ... مجموعه‌های فازی از X هستند.

از این پس، برای کوتاهی، به جای $\mu_A(x)$ می‌نویسیم $A(x)$. همچنین در حالت گسسته، x هایی را که برای آن‌ها $A(x) = \circ$ نخواهیم نوشت.

تعریف 6

گوییم مجموعه فازی A، زیرمجموعه‌ی مجموعه فازی B است و می‌نویسیم $A \subseteq B$، اگر برای هر $x \in X$، $A(x) \leq B(x)$. دو مجموعه فازی A و B را مساوی گوییم و می‌نویسیم $A = B$، اگر برای هر $x \in X$، $A(x) = B(x)$.

تعریف 7

مجموعه فازی A^c، متمم مجموعه فازی A، توسط تابع عضویت زیر تعریف می‌شود

$$A^c(x) = ۱ - A(x)\ , \quad \forall x \in X$$

مثال 10

در مثال 7، متمم مجموعه فازی A، عبارت است از

$$A^c = \left\{ \frac{۰}{۱}, \frac{۰/۱}{۲}, \frac{۰/۳}{۳}, \frac{۰/۵}{۴}, \frac{۰/۷}{۵}, \frac{۰/۹}{۶}, \frac{۱}{۷} \right\}$$

مجموعه A^c توصیف کننده مفهوم غیرکوچک است.

مثال 11

در مثال 9، مجموعه فازی B زیرمجموعه‌ی مجموعه فازی A است.

تعریف 8

الف) اشتراک دو مجموعه فازی A و B به‌صورت یک مجموعه فازی با تابع عضویت زیر تعریف می‌شود

$$(A \cap B)(x) = \min[A(x), B(x)] \ , \quad \forall x \in X$$

ب) اجتماع دو مجموعه فازی A و B به‌صورت یک مجموعه فازی با تابع عضویت زیر تعریف می‌شود

$$(A \cup B)(x) = \max[A(x), B(x)] \ , \quad \forall x \in X$$

توجه 6

اگر k یک مجموعه اندیس گذار باشد و A_i ها، $i \in k$، مجموعه‌های فازی از X باشند، آنگاه $\bigcap_{i\in k} A_i$ و $\bigcup_{i\in k} A_i$ به‌صورت مجموعه‌های فازی با توابع عضویت زیر تعریف می‌شوند

$$
\begin{aligned}
(\bigcap_{i\in k} A_i)(x) &= \inf\{A_i(x)\ ,\ i \in k\} \\
(\bigcup_{i\in k} A_i)(x) &= \sup\{A_i(x)\ ,\ i \in k\}
\end{aligned}
$$

مثال 12

فرض کنید $(0, \infty)$ مجموعه مقادیر ممکن طول عمر یک نوع لامپ برحسب ساعت باشد. اگر مجموعه فازی A بیانگر طول عمر کم و مجموعه فازی B بیانگر طول عمر حدوداً ۱۰۰۰ با توابع عضویت زیر باشند

$$A(x) = \begin{cases} \frac{1500-x}{1500} & x < 1500 \\ 0 & x \geq 1500 \end{cases}$$

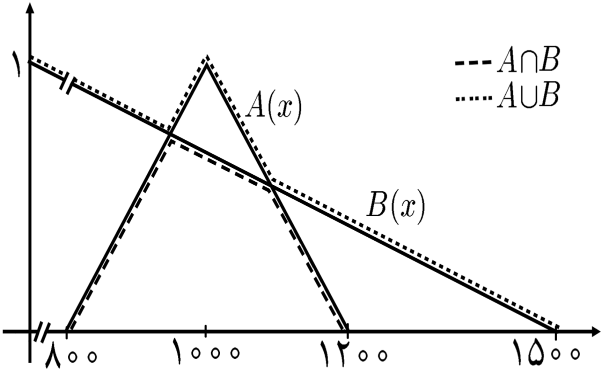
$$B(x) = \begin{cases} \frac{x-800}{200} & 800 \leq x < 1000 \\ \frac{1200-x}{200} & 1000 \leq x < 1200 \end{cases}$$

آنگاه

$$(A \cap B)(x) = \min[A(x), B(x)] = \begin{cases} 0 & x < 800 \\ \frac{x-800}{200} & 800 \leq x < 882.4 \\ \frac{1500-x}{1500} & 882.4 \leq x < 1153.8 \\ \frac{1200-x}{200} & 1153.8 \leq x < 1200 \\ 0 & 1200 \leq x \end{cases}$$

$$(A \cup B)(x) = \max[A(x), B(x)] = \begin{cases} \frac{1500-x}{1500} & 0 \leq x < 882.4 \\ \frac{x-800}{200} & 882.4 \leq x < 1000 \\ \frac{1200-x}{800} & 1000 \leq x < 1153.8 \\ \frac{1500-x}{1500} & 1153.8 \leq x < 1500 \\ 0 & 1500 \leq x \end{cases}$$

نمودار توابع عضویت A، B، $A \cap B$ (یعنی طول عمر کم و حدوداً ۱۰۰۰ ساعت)، و $A \cup B$ (یعنی طول عمر کم یا حدوداً ۱۰۰۰ ساعت) در شکل 3 رسم شده‌اند.



شکل: نمودار توابع عضویت مجموعه‌های فازی مثال 12

قضیه 1

عملگرهای متمم، اشتراک و اجتماع برای مجموعه‌های فازی (به گونه‌ای که در تعریف‌های 7 و 8 ارائه شدند) در تمام ویژگی‌های بیان شده در توجه 1 (به غیر از ویژگی شمول و طرد) صدق می‌کنند.

یکی از روش‌های جایگزین در تعریف اشتراک و اجتماع دو مجموعه فازی استفاده از عملگرهای ضرب و جمع احتمالی است.

تعریف 9

الف) ضرب جبری

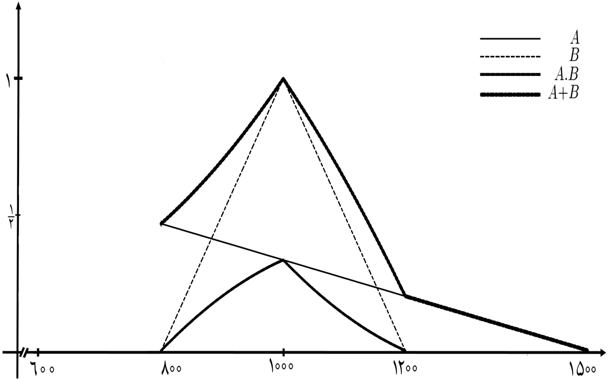
$$(A \cdot B)(x) = A(x)B(x) \, , \quad \forall \, x \in X$$

ب) جمع احتمالی

$$(A + B)(x) = A(x) + B(x) - A(x)B(x) \, , \quad \forall \, x \in X$$

مثال 13

در مثال 12، اگر از عملگر ضرب برای اشتراک دو مجموعه فازی A و B و از عملگر جمع احتمالی برای اجتماع استفاده کنیم، آنگاه $A \cap B$ و $A \cup B$ دارای توابع عضویتی خواهند بود که نمودار آن‌ها در شکل 4 رسم شده است.



شکل: نمودار توابع عضویت مجموعه‌های فازی $A\cap B$ و $A\cup B$ در مثال 12 با استفاده از عملگرهای ضرب و جمع احتمالی

تعریف 10

اگر A یک مجموعه فازی باشد، آنگاه αA که در آن $\alpha \in [۰, ۱]$، به‌صورت یک مجموعه فازی با تابع عضویت $(\alpha A)(x) = \alpha A(x)$ تعریف می‌شود.

تعریف 11

توان m ام $(m > ۰)$ مجموعه فازی A، که با A^m نشان داده می‌شود به‌صورت یک مجموعه فازی با تابع عضویت $A^m(x) = [A(x)]^m$ تعریف می‌شود.

به‌عنوان دو حالت خاص از تعریف بالا، عملگرهای تمرکز و اتساع بر مجموعه فازی A این گونه تعریف می‌شوند

$$CON(A) = A^{۲} \text{ (تمرکز)} \quad , \quad DIL(A) = A^{۰/۵} \text{ (اتساع)}$$

در مسائل کاربردی معمولاً از عملگرهای تمرکز و اتساع، به‌ترتیب، برای مدل سازی قیدهای بسیار (خیلی) و نسبتاً استفاده می‌شود.

مثال 14

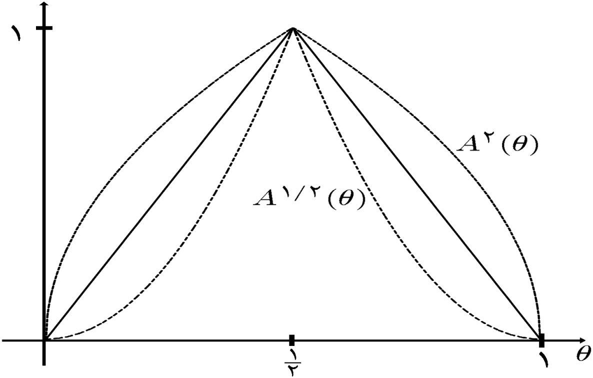
فرض کنید $\Theta = [۰, ۱]$ مجموعه مقادیر ممکن برای پارامتر θ در یک توزیع دوجمله‌ای باشد. مجموعه فازی A با تابع عضویت زیر یک توصیف برای فرضیه فازی: θ تقریباً $\frac{۱}{۲}$ است، می‌باشد

$$A(\theta) = \begin{cases} ۲\theta & ۰ \leq \theta < \frac{۱}{۲} \\ ۲(۱-\theta) & \frac{۱}{۲} \leq \theta \leq ۱ \end{cases}$$

اکنون اگر بخواهیم فرضیه فازی: θ *بسیار* نزدیک به $\frac{1}{2}$ *است* را مدل سازی کنیم می‌توانیم از A^{2} استفاده کنیم. همچنین فرضیه فازی: θ *نسبتاً* $\frac{1}{2}$ *است* را با مجموعه فازی $A^{\frac{1}{2}}$ مدل سازی می‌کنیم. خواهیم داشت (شکل 5)

$$A^{2}(\theta) = \begin{cases} 4\theta^{2} & 0 \leq \theta < \frac{1}{2} \\ 4(1-\theta)^{2} & \frac{1}{2} \leq \theta \leq 1 \end{cases}$$

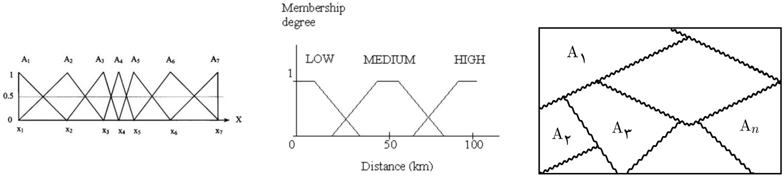
$$A^{\frac{1}{2}}(\theta) = \begin{cases} \sqrt{2\theta} & 0 \leq \theta < \frac{1}{2} \\ \sqrt{2(1-\theta)} & \frac{1}{2} \leq \theta \leq 1 \end{cases}$$



شکل: نمودار توابع عضویت مجموعه‌های فازی A، $A^{۲}$ و $A^{\frac{۱}{۲}}$ در مثال 14

تعریف 12

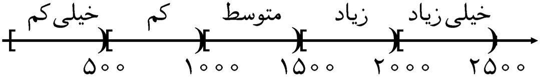
فرض کنید X یک مجموعه مرجع باشد و A_1 و ... و A_n (برای هر A_i، $A_i \neq X, \phi$) مجموعه‌های فازی از X باشند، به‌قسمی‌که برای هر x از X، $\sum_{i=1}^{n} A_i(x) = 1$. در این صورت گوییم مجموعه‌های فازی A_1 و ... و A_n یک افراز فازی برای X تشکیل می‌دهند (شکل 6).



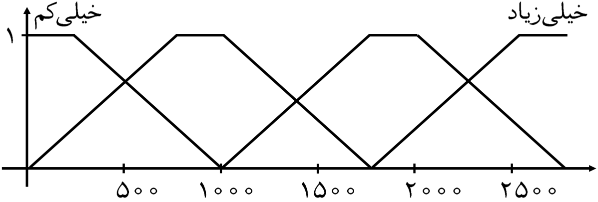
شکل: افراز فازی یک مجموعه به چند مجموعه فازی

مثال 15

فرض کنید درجه حرارت یک کوره در فاصله $[0, T]$ تغییر کند. اگر بخواهیم درجه حرارت کوره را به‌صورت درجه‌های خیلی کم، کم، متوسط، زیاد و خیلی زیاد تقسیم‌بندی کنیم، چنان چه این کار به‌وسیله‌ی یک افراز معمولی توسط مجموعه‌های معمولی انجام گیرد تقسیم‌بندی‌هایی به‌صورت شکل 7 (الف) خواهیم داشت. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود این تقسیم‌بندی در نزدیکی مرزها بی‌اعتبار است. در حالی که اگر این تقسیم‌بندی‌ها توسط یک افراز فازی انجام گیرد، دیگر مشکل مرزی وجود ندارد و یک درجه حرارت می‌تواند مثلاً هم درجه حرارت خیلی کم و هم درجه حرارت کم باشد، ولی با درجه‌های عضویت متفاوت. یک افراز فازی برای درجه حرارت کوره، که معقول‌تر و مناسب‌تر است، در شکل 7(ب) ارائه شده است.



(الف)



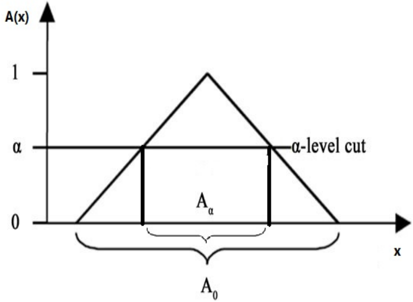
(ب)

شکل: الف) یک افراز معمولی برای $[0, T]$ (ب) یک افراز فازی برای $[0, T]$

تعریف 13

مجموعه (معمولی) عناصری را از X که درجه عضویت آن‌ها در مجموعه فازی A دست کم به بزرگی α $(0 < \alpha \leq 1)$ باشد، $\alpha-$ برش A (مجموعه تراز α وابسته به A) گوییم و با A_α نشان می‌دهیم، یعنی

$$A_\alpha = \{x \in X | A(x) \geq \alpha\}$$



مثال 16

فرض کنید $X=\{۰,۱,۲,\ldots\}$ مجموعه مقادیر یک متغیر تصادفی پواسن مربوط به تعداد تصادفات شبانه‌روزی در یک ناحیه باشد و فرض کنید مجموعه فازی A از X بیانگر تعداد تصادفات کم با تابع عضویت زیر تعریف شود

$$A=\left\{\frac{۱}{۰},\frac{۰/۸}{۱},\frac{۰/۶}{۲},\frac{۰/۴}{۳},\frac{۰/۲}{۴}\right\}$$

(در فصل ۲ خواهیم دید که A در واقع یک پیشامد فازی است). در این صورت چند $\alpha-$ برش A عبارت‌اند از

$$\begin{aligned} A_{0.2} &= \{0,1,2,3,4\} \qquad A_{0.5}=\{0,1,2\} \\ A_{0.6} &= \{0,1,2\} \qquad A_{0.85}=\{0\} \end{aligned}$$

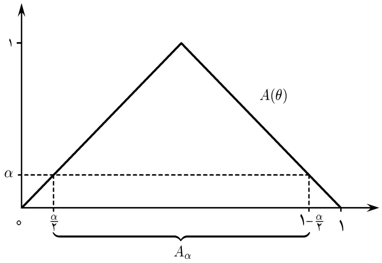
به‌طور خلاصه می‌توان نوشت

$$A_\alpha = \begin{cases} \{۰, ۱, ۲, ۳, ۴\} & ۰ < \alpha \leq ۰/۲ \\ \{۰, ۱, ۲, ۳\} & ۰/۲ < \alpha \leq ۰/۴ \\ \{۰, ۱, ۲\} & ۰/۴ < \alpha \leq ۶ \\ \{۰, ۱\} & ۰/۶ < \alpha \leq ۰/۸ \\ \{۰\} & ۰/۸ < \alpha \leq ۱ \end{cases}$$

مثال 17

در مثال 14، A_α به‌صورت زیر به‌دست می‌آید (شکل 9)

$$\begin{aligned} A_\alpha &= \{\theta \in [0,1] \mid A(\theta) \geq \alpha\} \\ &= \{\theta \in [0,1] \mid 2\theta \geq \alpha \text{ یا } 2(1-\theta) \geq \alpha\} \\ &= [\frac{\alpha}{2}, 1-\frac{\alpha}{2}] \end{aligned}$$



ویژگی‌های اساسی مربوط به $\alpha-$ برش‌ها در قضیه زیر بیان شده است.

قضیه 2

1) خانواده $\{A_\alpha | \alpha \in [۰,۱]\}$ یکنواست، یعنی
$$۰ < \alpha \leq \beta \leq ۱ \Rightarrow A_\beta \subseteq A_\alpha$$

2) $$A \subseteq B \Leftrightarrow (A_\alpha \subseteq B_\alpha \ , \quad \forall\, \alpha \in I)$$

3) $$(A \cap B)_\alpha = A_\alpha \cap B_\alpha \text{ ، } \quad (A \cup B)_\alpha = A_\alpha \cup B_\alpha$$

اکنون به بیان و تشریح یک رابطه‌ی اساسی، به نام اتحاد تجزیه می‌پردازیم.

قضیه 3

(اتحاد تجزیه) هر مجموعه فازی مانند A را می‌توان به‌صورت زیر برحسب مجموعه‌های تراز آن تجزیه کرد

$$A = \bigcup_{\alpha} \alpha A_\alpha$$

که در آن αA_α در تعریف 10 تعریف شده است.

یادآور می‌شویم که در برخی متون، اتحاد تجزیه به‌صورت زیر بیان شده است:
هر مجموعه فازی A از مجموعه مرجع X را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$A(x) = Sup_{۰\leq\alpha\leq۱}\ \alpha I_{A_\alpha}(x), \quad \forall x \in X$$

که در آن I_{A_α} تابع نشانگر مجموعه تراز A_α است.

مثال 18

برای مجموعه فازی A مثال 16 می‌توانیم بنویسیم

$$\begin{aligned} A &= 0.2\left\{\frac{1}{0},\frac{1}{1},\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4}\right\}\cup 0.4\left\{\frac{1}{0},\frac{1}{1},\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right\} \\ &\cup 0.6\left\{\frac{1}{0},\frac{1}{1},\frac{1}{2}\right\}\cup 0.8\left\{\frac{1}{0},\frac{1}{1}\right\}\cup 1\left\{\frac{1}{0}\right\} \end{aligned}$$

یا به‌طور خلاصه‌تر

$$\begin{aligned} A &= 0.2\{0,1,2,3,4\}\cup 0.4\{0,1,2,3\} \\ &\cup 0.6\{0,1,2\}\cup 0.8\{0,1\}\cup 1\{1\} \\ &= \left\{\frac{1}{0},\frac{0.8}{1},\frac{0.6}{2},\frac{0.4}{3},\frac{0.2}{4}\right\} \end{aligned}$$

مثال 19

مجموعه فازی A مثال 17 را می‌توانیم، با استفاده از اتحاد تجزیه، به‌صورت زیر برحسب $\alpha-$ برش‌های آن تجزیه کنیم

$$A = \bigcup_{\alpha} \alpha A_{\alpha} = \bigcup_{\alpha} \alpha \left[\frac{\alpha}{2}, 1 - \frac{\alpha}{2}\right] = \bigcup_{\alpha} \alpha \left\{\theta | \frac{\alpha}{2} \leq \theta \leq 1 - \frac{\alpha}{2}\right\}$$

توجه 7

از اتحاد تجزیه نه تنها برای تجزیه یک مجموعه فازی به دنباله‌ای از مجموعه‌های معمولی می‌توان استفاده کرد، بلکه برعکس برای ترکیب دنباله‌ای از مجموعه‌های معمولی و به‌دست آوردن یک مجموعه فازی نیز می‌توان استفاده نمود. در واقع عکس اصل تجزیه بدین صورت مطرح می‌شود: اگر $\{B_\alpha\}_{\alpha\in[0,1]}$ یک رده از زیرمجموعه‌های X باشد، آیا مجموعه فازی مانند A از X وجود دارد که $A_\alpha = B_\alpha \ , \quad \forall\alpha\in[0,1]$

پاسخ این سوال تحت شرایطی مثبت است و به‌صورت قضیه نمایش بیان می‌شود.

قضیه 4

(قضیه نمایش) *فرض کنید $\{B_\alpha\}_{\alpha\in[0,1]}$ رده‌ای از زیرمجموعه‌های X باشد که $B_0 = X$. شرط لازم و کافی برای آنکه مجموعه فازی A از X وجود داشته باشد به‌طوری که برای هر $\alpha\in[0,1]$، داشته باشیم $A_\alpha = B_\alpha$، آن است که برای هر $\alpha_1,\alpha_2\in[0,1]$ که $\alpha_1<\alpha_2$، $B_{\alpha_2}\subseteq B_{\alpha_1}$.*

مثال 20

فرض کنید مجموعه‌های معمولی B_{α_1} تا B_{α_4} و اعداد α_1 تا α_4 متناظر با آن‌ها به‌صورت زیر داده شده باشند

$$\begin{array}{rl} \alpha_1 = 1 & \qquad B_{\alpha_1} = \{x_3\} \\ \alpha_2 = 0.75 & \qquad B_{\alpha_2} = \{x_2, x_3\} \\ \alpha_3 = 0.45 & \qquad B_{\alpha_3} = \{x_2, x_3, x_5\} \\ \alpha_4 = 0.25 & \qquad B_{\alpha_4} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\} \end{array}$$

چون مجموعه‌های فوق به همراه α_1 تا α_4 در شرط قضیه نمایش صدق می‌کنند پس بر پایه‌ی این دنباله از مجموعه‌ها یک مجموعه فازی مانند A به‌صورت زیر ساخته می‌شود

$$\begin{aligned} A = \bigcup_{\alpha} \alpha A_{\alpha} \quad &= \quad \alpha_1 A_{\alpha_1} \cup \alpha_2 A_{\alpha_2} \cup \alpha_3 A_{\alpha_3} \cup \alpha_4 A_{\alpha_4} \\ &= \quad \left\{ \frac{0.25}{x_2}, \frac{0.75}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \frac{0.25}{x_4}, \frac{0.45}{x_5} \right\} \end{aligned}$$

حساب اعداد فازی

اعداد فازی، یک تعمیم طبیعی اعداد معمولی هستند. در واقع این اعداد، مجموعه‌های فازی خاص از مجموعه اعداد حقیقی $\mathbb{R}$ می‌باشند. اعداد فازی نقش کلیدی در صورت بندی و تحلیل بسیاری از مسائل کاربردی ایفا می‌کنند. در این فصل اعداد فازی و عملگرهای حسابی مربوط به این اعداد و همچنین نوع خاصی از اعداد فازی به نام اعداد فازی LR معرفی و مرور می‌شوند. برای تعمیم عملگرهای حسابی معمولی به عملگرهای حسابی فازی، نیاز به بیان و تشریح یک اصل اساسی موسوم به اصل توسیع است، که در ابتدای فصل ارائه می‌شود.

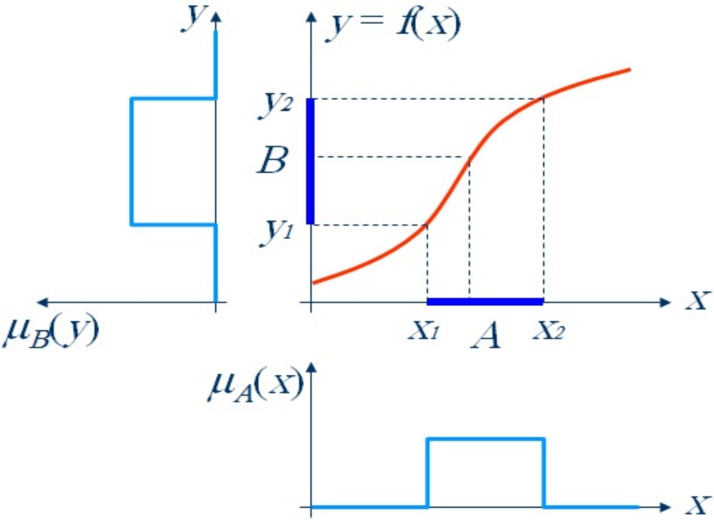
تعریف 14

فرض کنید f یک تابع از X به Y باشد، یعنی

$$y = f(x)\ , \quad x \in X, y \in Y$$

این تابع به هر نقطه از X، نقطه‌ای را از Y می‌نگارد. حال فرض کنید A زیرمجموعه‌ای معمولی از X باشد. با استفاده از f و A می‌توانیم نگاشت A تحت f، یعنی $f(A)$ را به‌صورت زیر به‌دست آوریم

$$f(A) = \{f(a) \in Y | a \in A\}$$



شکل: نگاشتی روی مجموعه A با استفاده از تابع f

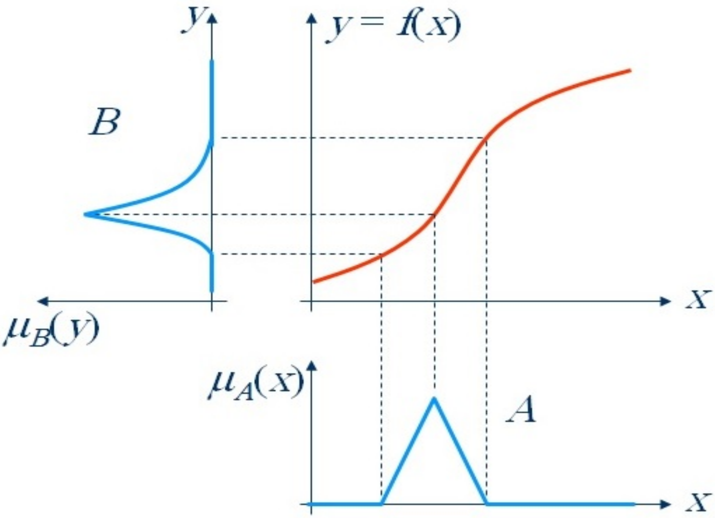
اکنون می‌خواهیم f را طوری توسیع (گسترش) دهیم که به جای این که صرفاً به یک نقطه از X یا یک زیرمجموعه معمولی از X عمل کند، بتواند بر یک زیرمجموعه فازی از X نیز عمل کند. مسلماً انتظار داریم که $f(A)$، حاصل عمل f بر مجموعه فازی A از X، دیگر یک مجموعه معمولی از Y نباشد، بلکه یک مجموعه فازی از Y مانند $B = f(A)$ باشد. در اینجا تعیین تابع عضویت $B(y)$ مهم است. واضح است که اگر f تابعی یک به یک باشد، آنگاه $B(y) = A(f^{-1}(y))$. اما در حالت کلی ممکن است $y \in Y$ تصویر چندین نقطه از X باشد. در این حالت اصل توسیع روش تعریف $B = f(A)$ را ارائه می‌دهد. نخست اصل توسیع را برای توابع یک متغیره بیان و تشریح می‌کنیم و سپس حالت کلی آن را مطرح می‌کنیم.

تعریف 15

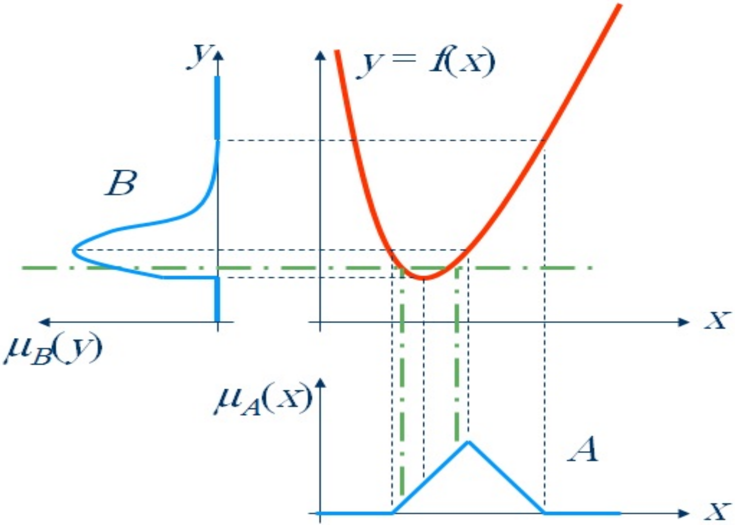
فرض‌کنید $Y \to X : f$ یک تابع و A یک مجموعه فازی از X باشد. در این صورت $B = f(A)$ به‌صورت یک مجموعه فازی از Y با تابع عضویت زیر تعریف می‌شود

$$B(y) = \begin{cases} \sup_{y=f(x);x\in X} A(x) & f^{-1}(\{y\}) \neq \phi \\ 0 & f^{-1}(\{y\}) = \phi \end{cases}$$

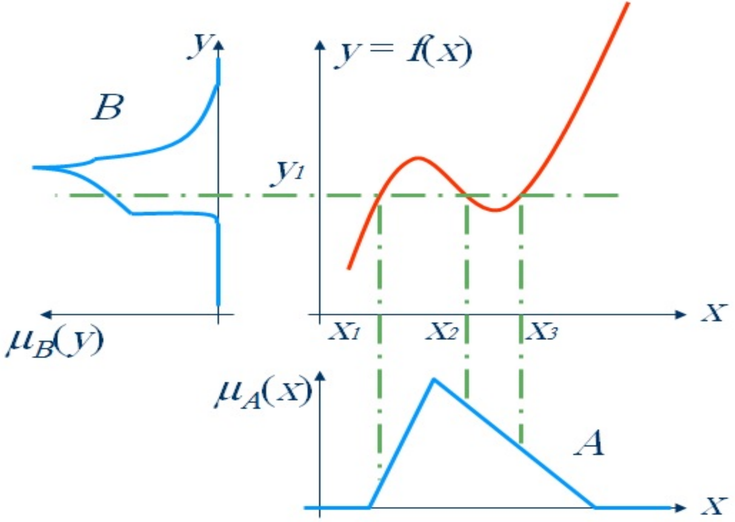
که درآن $f^{-1}(\{y\})$ نگاشت معکوس f است که گاهی آن را با $f^{-1}(y)$ نشان می‌دهند.



شکل: نگاشتی روی مجموعه A با استفاده از تابع f



شکل: نگاشتی روی مجموعه A با استفاده از تابع f



شکل: نگاشتی روی مجموعه A با استفاده از تابع f

اصل گسترش

تعریف 16

فرض کنید $X_1, \ldots, X_n$، n مجموعه مرجع و $X = X_1 \times \cdots \times X_n$ حاصل ضرب دکارتی آن‌ها باشد. همچنین $A_1, \ldots, A_n$، n مجموعه فازی به‌ترتیب از $X_1, \ldots, X_n$ باشند. به‌علاوه $y = f(x_1, \ldots, x_n)$ یک نگاشت از X به Y باشد. حاصل عمل f بر n مجموعه فازی $A_1, \ldots, A_n$ به‌صورت مجموعه فازی B از Y با تابع عضویت زیر تعریف می‌شود

$$B(y) = f(A_1, \ldots, A_n)(y) = \begin{cases} \sup\limits_{\substack{x_1, \ldots, x_n \\ y = f(x_1, \ldots, x_n)}} \min\{A_1(x_1), \ldots, A_n(x_n)\} \\ \\ 0 \end{cases}$$

که در آن $f^{-1}(y)$ نگاشت معکوس y تحت f است.

مثال 21

فرض کنید $X_۱ = X_۲ = N$ مجموعه اعداد صحیح مثبت، $A_۱$ مجموعه فازی *تقریباً ۵*، و $A_۲$ مجموعه فازی *تقریباً ۶* به‌صورت زیر باشند

$$A_۱ = \left\{\frac{۰/۳}{۳}, \frac{۰/۷}{۴}, \frac{۱}{۵}, \frac{۰/۷}{۶}, \frac{۰/۳}{۷}\right\} \;,\; A_۲ = \left\{\frac{۰/۶}{۵}, \frac{۱}{۶}, \frac{۰/۶}{۷}\right\}$$

آنگاه براساس اصل توسیع می‌توان جمع دو مجموعه فازی *تقریباً ۵* و *تقریباً ۶* را انجام داد. مثلاً

$$\begin{aligned}
(A_1 \oplus A_2)(8) &= \max_{\substack{x_1, x_2 \\ x_1 + x_2 = 8}} \min\{A_1(x_1), A_2(x_2)\} \\
&= \min\{A_1(3), A_2(5)\} = \min\{0/3, 0/6\} = 0/3 \\
(A_1 \oplus A_2)(9) &= \max_{\substack{x_1, x_2 \\ x_1 + x_2 = 9}} \min\{A_1(x_1), A_2(x_2)\} \\
&= \max\{\min\{A_1(3), A_2(6)\} \;,\; \min\{A_1(4), A_2(5)\}\}
\end{aligned}$$

و سرانجام

$$A_{۱} \oplus A_{۲} = \left\{ \frac{۰/۳}{۸}, \frac{۰/۶}{۹}, \frac{۰/۷}{۱۰}, \frac{۱}{۱۱}, \frac{۰/۷}{۱۲}, \frac{۰/۶}{۱۳}, \frac{۰/۳}{۱۴} \right\}$$

ملاحظه می‌کنید که $A_{۱} \oplus A_{۲}$ را می‌توان تعبیری از یک مجموعه فازی که *تقریباً* ۱۱ را مدل‌سازی می‌کند تعبیر کرد، و این چیزی است که انتظار آن را داریم.

اعداد فازی

تعریف 17

مجموعه فازی N از $\mathbb{R}$ (اعداد حقیقی) را یک عدد فازی (حقیقی) گوییم، اگر

۱) N نرمال و تک‌نمایی باشد. یعنی یک و دقیقاً یک $x_\circ \in \mathbb{R}$ وجود داشته باشد که $N(x_\circ) = ۱$.

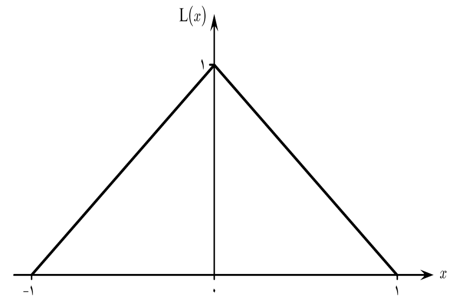
۲) $\alpha-$ برش‌های N، به‌ازای هر $\alpha \in (\circ, ۱]$، به‌صورت بازه‌های بسته باشند.

مجموعه همه‌ی اعداد فازی را با $F(\mathbb{R})$ نشان می‌دهیم.

مثال 22

مجموعه فازی L با تابع عضویت زیر یک عدد فازی است. می‌توان L را یک مدل سازی برای عدد فازی *تقریباً* صفر تعبیر کرد.

$$L(x) = ۱ - |x| \qquad -۱ \leq x \leq ۱$$



شکل: نمودار تابع عضویت عدد فازی *تقریباً* صفر در مثال 22

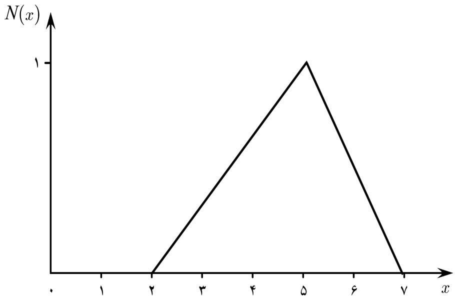
تعریف 18

عدد فازی N را مثبت (منفی) گوییم اگر برای هر $x \leq ۰$ ($x \geq ۰$)، $N(x) = ۰$.

مثال 23

عدد فازی N با تابع عضویت زیر، یک عدد فازی مثبت است. این عدد فازی تعبیری برای *تقریباً پنج* است.

$$N(x) = \begin{cases} \frac{x-۲}{۳} & ۲ \leq x < ۵ \\ \frac{۷-x}{۲} & ۵ \leq x < ۷ \end{cases}$$



شکل: نمودار تابع عضویت عدد فازی تقریباً پنج در مثال 23