

$WW_i =$ پیشامد اینکه در بار دوم از جعبه آم دو مهره سفید خارج شود

$A =$ پیشامد اینکه در بار اول جعبه A انتخاب شده باشد

$B =$ پیشامد اینکه در بار اول جعبه B انتخاب شده باشد

$D =$ پیشامد مورد نظر مسئله

در این صورت

$$P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) = P(A)P(D | A) + P(B)P(D | B)$$

$$\text{اما از طرفی } P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(D | A) = P(R_A | WW_B) = \frac{P(R_A)P(WW_B | R_A)}{P(R_A)P(WW_B | R_A) + P(W_A)P(WW_B | W_A)}$$

$$= \frac{\frac{4}{5} \times \frac{\binom{2}{2}}{\binom{4}{2}}}{\frac{4}{5} \times \frac{\binom{2}{2}}{\binom{6}{2}} + \frac{2}{5} \times \frac{\binom{2}{2}}{\binom{6}{2}}} = \frac{4}{13}$$

$$P(D | B) = P(R_B | WW_A) = \frac{P(R_B)P(WW_A | R_B)}{P(R_B)P(WW_A | R_B) + P(W_B)P(WW_A | W_B)}$$

$$= \frac{\frac{2}{5} \times \frac{\binom{2}{2}}{\binom{4}{2}}}{\frac{2}{5} \times \frac{\binom{2}{2}}{\binom{8}{2}} + \frac{3}{5} \times \frac{\binom{2}{2}}{\binom{8}{2}}} = \frac{9}{21}$$

$$P(D) = \frac{1}{2} \times \frac{4}{13} + \frac{1}{2} \times \frac{9}{21} = \frac{20}{52} = \frac{67}{182}$$

نایاب

۱۵.۳ تعریفات

در هر یک از حالات زیر فضای نمونه آزمایش تصادفی را معین کنید.

الف- پرتاپ یک سکه ۳ مرتبه

- ب - پرتاب یک تاس ۳ مرتبه
- ج - جواب دادن به یک آزمون تستی ۴ جوابه شامل ۲۰ سؤال
- د - تعداد ذرات رادیواکتیو که از یک شمارنده در یک ساعت عبور می‌کنند
- ه - یک تاس را پرتاب می‌کنیم اگر عدد زوج آمد تاس را دو مرتبه پرتاب می‌کنیم و در غیر اینصورت یک سکه را پرتاب می‌کنیم
- و - زمان ملاقات دو نفر در بین ساعات یک تا دو بعد از ظهر
- ز - انتخاب یک نقطه درون مربعی به ضلع ۴ سانتیمتر که اضلاع آن روی محورهای مختصات و در ناحیه اول باشد
- ح - پرتاب متوالی یک تاس تا مشاهده یک عدد مضرب ۳.
- ۲ در آزمایش‌های تمرین ۱ نوع فضای نمونه را از لحاظ متناهی یا نامتناهی شمارش‌پذیر و یا پیوسته معین کنید.
- ۳ در هر یک از قسمت‌های تمرین ۱ پیشامدهای زیر را معین کنید.
- الف - مشاهده حداکثر یک شیر
- ب - مشاهده مجموع ۵ در پرتاب ۳ مرتبه تاس
- ج - تنها ۵ سؤال اول صحیح پاسخ داده شوند
- د - حداکثر ۲۰ ذره رادیواکتیو از شمارنده عبور کنند
- ه - مشاهده شیر در پرتاب سکه
- و - زمان ملاقات در بین ساعات ۱/۳۰ تا ۱/۴۵ باشد
- ز - نقطه انتخابی درون مربعی به ضلع ۲ سانتیمتر و یک رأس روی مبدأ مختصات باشد
- ح - حداقل ۵ پرتاب برای مشاهده عدد مضرب ۳ لازم باشد.
- ۴ سکه‌ای را چهار مرتبه پرتاب می‌کنیم. فرض کنید E پیشامد مشاهده شیر در بار اول و آخر و F پیشامد شیر در بار دوم و سوم باشد. پیشامدهای زیر را مشخص کنید
- $$E, F, EUF, E \cap F, F-E$$
- ۵ ثابت کنید برای هر دو پیشامد E و F داریم که
- $$(E \cap F)' = E' \cup F' \quad , \quad (EUF)' = E' \cap F'$$

این قوانین به قوانین دمرگان معروف هستند. این قوانین را به بیش از دو پیشامد تعمیم دهید.
 ۶ چهار کارت به شماره‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ وجود دارند که شانس انتخاب شماره ۴ دو برابر انتخاب شماره ۲ و شانس انتخاب شماره‌های فرد ۳ برابر انتخاب شماره ۴ می‌باشد. مدل احتمال برای انتخاب یک کارت از بین این کارت‌ها را معین کنید. احتمال اینکه عدد انتخاب شده مربع کامل باشد را بباید.

۷ فرض کنید که یک تاس طوری ساخته شده باشد که در آن احتمال آمدن هر عدد متناسب با خود آن عدد باشد. مدل احتمال برای پرتاپ یک بار این تاس را معین کنید و با استفاده از آن احتمال آمدن یک عدد زوج و احتمال آمدن یک عدد بزرگتر از ۴ را حساب کنید.

۸ فرض کنید که یک تاس طوری ساخته شده باشد که در آن احتمال آمدن هر عدد متناسب با عکس خود آن عدد باشد. مدل احتمال برای پرتاپ یک بار این تاس را معین کنید و با استفاده از آن احتمال آمدن یک عدد فرد و احتمال آمدن یک عدد کمتر از ۴ را حساب کنید.

۹ با فرض $P(A) = 0.6$ و $P(B) = 0.7$ مطلوب است محاسبه

$$P(A \cap B), \quad P(B - A), \quad P(B' - A')$$

۱۰ فرض کنید A و B دو پیشامد ناسازگار باشند و $P(A) = 0.4$ و $P(B) = 0.3$ مطلوب است

$$P(A \cup B), \quad P(A - B), \quad P(A' - B')$$

۱۱ احتمال اینکه به بیماری که به دکتر مراجعه کرده، قرص داده شود 0.37 و احتمال اینکه به وی آمپول داده شود 0.28 است و احتمال اینکه به وی هم قرص و هم آمپول داده شود 0.15 است.

احتمال اینکه به وی قرص یا آمپول و یا هر دو داده شود را بباید.

۱۲ فرض کنید A و B دو پیشامد باشند به طوری که $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{3}{8}$

مطلوب است محاسبه

$$P(A \cup B), \quad P(A'), \quad P(B'), \quad P(A' \cap B'), \quad P(A' \cup B'), \quad P(A \cap B'), \quad P(A' \cap B)$$

۱۳ اگر پلاک اتومبیلها از ۵ شماره غیر صفر و یک حرف الفبای فارسی تشکیل شود، تعداد اتومبیلهایی را که می‌توان شماره کرد را تعیین کنید.

۱۴ به چند طریق می‌توان ۶ کتاب ریاضی مختلف و ۵ کتاب فیزیک مختلف را در یک قفسه قرار داد به طوری که کتابهای یک رشته در کنار هم قرار گیرند و کتابهای ریاضی سمت چپ کتابهای فیزیک

باشند؟

۱۵ به چند طریق می‌توان ۹ کتاب را در یک قفسه در کنار هم قرارداد به طوری که سه تای آنها همیشه پهلوی هم قرار گیرند؟

۱۶ چند عدد سه رقمی از ارقام ۱، ۲، ۴، ۶، ۸ و ۹ می‌توان نوشت به طوری که

الف - محدودیتی نداشته باشیم

ب - اعداد زوج باشند.

ج - اعداد مضرب ۵ باشند.

د - اعداد کوچکتر از ۴۰۰ باشند.

۱۷ دوازده زن و ده مرد در یک محل زندگی می‌کنند که از بین آنها سه زن و دو مرد با هم خواهر و برادر هستند. به چند طریق این عده می‌توانند با هم ازدواج کنند؟

۱۸ تعداد جایگشتهای مختلف حروف کلمه STATISTICS را به دست آورید.

۱۹ به چند طریق می‌توان ۱۲ نفر را به کمیته‌های ۳، ۴ و ۵ نفره تقسیم نمود؟

۲۰ از یک گروه شامل ۹ مرد و ۳ زن می‌خواهیم یک کمیته ۴ نفره تشکیل دهیم

الف - احتمال اینکه کمیته شامل فقط یک زن باشد را بیابید.

ب - احتمال اینکه کمیته شامل حداقل یک زن باشد را بیابید.

ج - احتمال اینکه کمیته شامل هم مرد و هم زن باشد را بیابید.

۲۱ ۱۲ بسته محتوی جوایز در دست داریم که قرار است به دانش آموزی یکی از این ۱۲ بسته به عنوان جایزه داده شود. دانش آموز نمی‌داند که در ۳ بسته کیف بغلی، در ۵ بسته دفترچه و در ۴ بسته خودکار وجود دارد.

الف - اگر دانش آموز یک بسته را به تصادف انتخاب کند، احتمال اینکه جایزه او کیف بغلی

باشد را بیابید.

ب - اگر دانش آموز دو بسته را به تصادف انتخاب کند، احتمال اینکه جایزه او کیف بغلی

باشد را بیابید.

۲۲ ده مهره غیر متمایز را به چند طریق می‌توانید در چهار جعبه متمایز قرار دهید در صورتی که بخواهیم در هر جعبه لااقل یک مهره قرار گیرد؟

۲۳ یک خانواده ۳ نفری پنجشنبه یا جمعه متولد شده‌اند. احتمال اینکه هم پنجشنبه و هم جمعه جشن تولد داشته باشند را بیابید.

۲۴ با فرض $n \leq 2$ ثابت کنید که

$$\binom{n}{r} = \binom{n-1}{r} + \binom{n-1}{r-1}, \quad \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

۲۵ بیست اتومبیل در مسابقه‌ای شرکت می‌کنند. هشت مرسدس بنز، هفت پژو و بقیه شورلت می‌باشند. هر گاه فقط کارخانه سازنده اتومبیل در نظر گرفته شود، مطلوب است

الف - احتمال اینکه یکی از اتومبیلهای مرسدس بنز مقام اول را به دست آورد را بیابید.

ب - احتمال اینکه مقامهای اول و دوم توسط اتومبیلهای مرسدس بنز به دست آیند را بیابید.

۲۶ یک آسانسور از طبقه هم کف با ۸ نفر حرکت می‌کند، به طوری که در طبقه ششم هیچکس در آسانسور باقی نمی‌ماند. به چند طریق این افراد می‌توانسته‌اند از آسانسور پیاده شوند؟ اگر افراد شامل ۵ مرد و ۳ زن بوده باشند، جواب چیست؟

۲۷ فروشگاهی ۵۰ دستگاه ضبط صوت را از تولید کننده‌ای دریافت می‌کند. چهار دستگاه به طور تصادفی انتخاب شده و آزمایش می‌شوند. اگر هر چهار دستگاه سالم باشند فروشگاه محموله را قبول می‌کند و در غیر اینصورت ۵۰ دستگاه را عودت می‌دهد. فرض کنید محموله حاوی ۵ دستگاه نقص دارد.

الف - احتمال اینکه محموله توسط فروشگاه پذیرفته شود را بیابید.

ب - احتمال اینکه دو دستگاه آزمایش شده اول دارای نقص و دو دستگاه بعدی بدون نقص باشند را بیابید.

۲۸ جعبه‌ای شامل ۳ مهره قرمز و ۷ مهره سیاه است. افراد A و B مهره‌ها را به ترتیب یکی یکی و بدون جایگذاری خارج می‌کنند تا اینکه یک مهره قرمز انتخاب شود. احتمال اینکه مهره قرمز توسط A انتخاب شود را بیابید.

۲۹ محموله‌ای شامل ۱۰ جفت کفش است. اگر ۸ لنگه کفش از این محموله به تصادف انتخاب شود، مطلوب است

الف - احتمال اینکه هیچکدام از این ۸ لنگه کفش جفت نباشند را بیابید.

ب - احتمال اینکه دقیقاً دو تا از این ۸ لنگه کفش جفت باشند را بیابید.

۳۰ اگر A_1, A_2, \dots, A_n پیشامدهای دلخواهی باشند ثابت کنید که

$$\begin{aligned} P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) &= \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j>i}^n P(A_i \cap A_j) + \sum_{i=1}^{n-2} \sum_{j>i}^{n-1} \sum_{k>j}^n P(A_i \cap A_j \cap A_k) \\ &\quad + \dots + (-1)^n P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) \end{aligned}$$

۳۱ صد مهره وجود دارد که از شماره ۱ تا ۱۰۰ شماره گذاری شده‌اند و صد جعبه وجود دارد که آنها نیز از شماره ۱ تا ۱۰۰ شماره گذاری شده‌اند. هر مهره را به تصادف تنها در یکی از این جعبه‌ها قرار می‌دهیم به طوری که هر جعبه تنها شامل یک مهره شود. احتمال اینکه حداقل شماره یک مهره با شماره جعبه آن یکی باشد را بیابید.

۳۲ شما به طرف هدفی آنقدر تیراندازی می‌کنید تا به هدف برسورد کند. فرض کنید که در هر تیراندازی احتمال اینکه شما به هدف بزنید $9/0$ است و تیراندازی‌ها از یکدیگر مستقل هستند. احتمال این را به دست آورید که

الف- بیش از دو تیراندازی لازم باشد.

ب- تعداد تیراندازی‌های لازم مضربی از ۳ باشد.

۳۳ حسن امتحان کتبی گواهی نامه رانندگی را آنقدر می‌دهد تا پذیرفته شود. فرض کنید که احتمال قبول شدنش در هر بار که امتحان می‌دهد $1/0$ باشد و امتحان‌ها از یکدیگر مستقل باشند. احتمال این را به دست آورید که

الف- حداقل ۴ بار امتحان لازم باشد.

ب- حداقل ۱۰ بار امتحان لازم باشد.

۳۴ نقطه‌ای به تصادف بین 0 و 1 روی محور x ‌ها در صفحه (x,y) انتخاب می‌کنیم سپس دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات رسم می‌کنیم که بر آن نقطه بگزند. احتمال اینکه مساحت دایره رسم شده کمتر از $\frac{\pi}{2}$ باشد را بیابید.

۳۵ یک خط کش 30 سانتی‌متری به تصادف در یک نقطه در امتداد طولش به دو قطعه شکسته شده است. احتمال اینکه قطعه طولیتر لااقل دو برابر قطعه کوتاه‌تر باشد را بیابید.

۳۶ فرض کنید که از سه پیشامد A, B و C پیشامدهای A و B مستقل هستند و پیشامدهای B و C ناسازگارند و $P(C) = 0/3, P(B) = 0/1, P(A) = 0/5$. پیشامدهای زیر را به صورت

مجموعه‌ها بنویسید و احتمال هر یک از آنها را محاسبه کنید.

الف - B و C رخ دهند.

ج - B رخ ندهد.

۳۷ از دانشجویان سال اول دانشکده‌ای، ۲۵٪ از درس ریاضی، ۱۵٪ از درس فیزیک و ۱۰٪ از هر دو درس ریاضی و فیزیک مردود شده‌اند. دانشجویی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه

الف - اگر از درس فیزیک مردود شده است، از درس ریاضی نیز مردود شده باشد.

ب - اگر از درس ریاضی مردود شده است، از درس فیزیک نیز مردود شده باشد.

۳۸ احتمال به صدار آمدن هر یک از سه آژیر خطر مستقلی که در یک فروشگاه نصب شده‌اند به هنگام بروز آتش سوزی برابر ۹۵٪ است.

الف - احتمال اینکه هر سه آژیر خطر به هنگام آتش سوزی به صدار آیند را بیابید.

ب - احتمال اینکه حداقل یکی از ۳ آژیر خطر به صدار آید را بیابید.

۳۹ از ظرفی که دارای ۶ مهره سیاه و ۴ مهره سفید است، ۳ مهره را یکی یکی و بدون جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه هر سه مهره از یک رنگ باشند را بیابید. احتمال اینکه از هر دو رنگ مشاهده شود را بیابید.

۴۰ در ظرفی ۳ مهره سفید و ۵ مهره سیاه داریم. از این ظرف دو مهره یک به یک و بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم. نشان دهید احتمال اینکه مهره اول سفید باشد برابر است با احتمال اینکه مهره دوم سفید باشد.

۴۱ جعبه‌ای شامل ۶ مهره سفید و ۹ مهره سیاه است. اگر ۴ مهره یک به یک و بدون جایگذاری از این جعبه خارج کنیم، احتمال اینکه ۲ مهره انتخابی اول سفید و ۲ مهره انتخابی آخر سیاه باشند را بیابید.

۴۲ یک ظرف دارای ۵ مهره سفید و ۷ مهره سیاه است. در هر بار یک مهره به تصادف از ظرف انتخاب می‌کنیم و آن را با ۲ مهره هم رنگ خودش به ظرف باز می‌گردانیم. احتمال اینکه دو مهره انتخابی اول سیاه و دو مهره انتخابی بعدی سفید باشند را بیابید.

۴۳ در تمرین ۱۳۹ اگر مهره‌ها را یکی یکی و با جایگذاری انتخابی کنیم. احتمالات مورد نظر را به

دست آورید.

۴۴ یک تولید کننده هواکش‌های الکتریکی، موتورهای مورد نیاز خود را از دو شرکت تهیه می‌کند. ۷۵٪ از موتورها از شرکت A و ۲۵٪ بقیه از شرکت B خریداری می‌شود. فرض کنید که ۵٪ از موتورهای شرکت A و ۳٪ از موتورهای شرکت B خراب باشند. این تولید کننده یک موتور خراب در بین موتورها پیدا کرده است، چقدر احتمال دارد که این موتور از شرکت B خریداری شده باشد؟

۴۵ دو جعبه را در نظر بگیرید که جعبه اول شامل ۲ توب سفید و ۳ توب سیاه و جعبه دوم شامل ۳ توب سفید و ۲ توب سیاه می‌باشند. یکی از جعبه‌ها را به تصادف انتخاب کرده و از آن ۲ توب به تصادف خارج می‌کنیم

الف- احتمال اینکه ۲ توب خارج شده سیاه باشند را بیابید.

ب- اگر ۲ توب خارج شده سفید باشند، احتمال اینکه جعبه دوم انتخاب شده باشد را بیابید.

۴۶ شرکتی دارای دو کارخانه است که دوربین عکاسی تولید می‌کنند. ۲۰٪ تولیدات کارخانه A و ۵٪ تولیدات کارخانه B معیوب هستند. تولیدات A در هفته دو برابر تولیدات B است.

الف- احتمال اینکه دوربینی که به طور تصادفی از میان دوربین‌های تولید شده انتخاب می‌شود، سالم باشد را بیابید.

ب- اگر دوربین انتخاب شده خراب باشد، احتمال اینکه از تولیدات کارخانه A باشد را بیابید.

۴۷ در کارخانه‌ای کارگران در سه شیفت صبح، عصر و شب کار می‌کنند. آمار نشان می‌دهد که به ترتیب ۴۰٪، ۴۰٪ و ۲۰٪ تولیدات توسط شیفت‌های صبح، عصر و شب تولید می‌شود و به ترتیب ۱۰٪ و ۲۰٪ از تولیدات شیفت‌های صبح، عصر و شب معیوب هستند. اگر کالای معیوبی را به طور تصادفی انتخاب کنیم، احتمال اینکه توسط شیفت صبح تولید شده باشد را بیابید.

۴۸ فرض کنید ۵ مرد از ۱۰۰ مرد و ۲۵ زن از ۱۰۰ زن یک شهر که تعداد زنها و مردھای آن شهر یکسان هستند، کوررنگ باشند. از این شهر یک نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم. چنانچه شخص انتخاب شده کوررنگ باشد، احتمال اینکه مرد باشد را بیابید.

۴۹ در یک دانشگاه وزن ۴٪ مردان و ۱٪ زنان از ۶۰ کیلوگرم بیشتر است و می‌دانیم ۶۰٪ از دانشجویان زن می‌باشند. دانشجویی را به تصادف انتخاب کرده و وزن او از ۶۰ کیلوگرم بیشتر

است. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه این دانشجو زن باشد.
۵۰ کیسه‌ای حاوی یک سکه ۵ ریالی، یک سکه ۱۰ ریالی و یک سکه ۲۰ ریالی است. با توجه به اینکه ۵ ریالی سکه‌ای تقلبی با دور روی شیر است، از این کیسه سکه‌ای به تصادف انتخاب کرده و آن را چهار بار متوالی پرتاب می‌کنیم. اگر نتیجه چهار شیر باشد، احتمال اینکه سکه پرتاب شده همان سکه تقلبی باشد را بیابید.

۵۱ ظرف A شامل ۳ مهره قرمز و ۵ مهره سفید و ظرف B شامل ۲ مهره قرمز و ۱ مهره سفید و ظرف C شامل ۲ مهره قرمز و ۳ مهره سفید می‌باشند. یک ظرف به تصادف انتخاب می‌کنیم و دو مهره از آن به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر دو مهره انتخابی یکی قرمز و دیگری سفید باشند، احتمال اینکه از ظرف A انتخاب شده باشند را بیابید.

۵۲ دو جعبه وجود دارند که جعبه اول شامل ۳ مهره سفید و ۲ مهره سیاه است و جعبه دوم شامل ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. از جعبه اول ۲ مهره به تصادف انتخاب کرده و در داخل جعبه دوم می‌اندازیم و سپس از جعبه دوم ۳ مهره به تصادف و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم.

الف- احتمال اینکه ۳ مهره خارج شده از جعبه دوم، ۲ سفید و ۱ سیاه باشند را بیابید.
ب- اگر هر ۳ مهره خارج شده از جعبه دوم سیاه باشند، احتمال اینکه ۲ مهره خارج شده از جعبه اول سیاه باشند را بیابید.

۵۳ فرض کنید یک موسسه بیمه افراد جامعه را به سه گروه افراد دارای ریسک بالا، متوسط و پائین تقسیم نموده است که به ترتیب ۲۰، ۵۰ و ۳۰ درصد جامعه را تشکیل می‌دهند. اطلاعات این موسسه نشان می‌دهد که احتمال تصادف کردن این گروهها در طول سال به ترتیب ۱۵، ۳۰ و ۵ درصد می‌باشد.

الف- اگر از هر یک از این گروهها یک نفر به تصادف انتخاب شوند احتمال اینکه هیچکدام در طول سال تصادفی نداشته باشند را بیابید
ب- اگر از افراد بیمه شده یک نفر انتخاب شود احتمال اینکه در طول سال تصادفی داشته باشد را بیابید.

ج- اگر از افراد بیمه شده یک نفر در طول سال تصادفی نداشته باشد، احتمال اینکه این شخص از گروه با ریسک متوسط باشد را بیابید.

۵۴ سه سکه وجود دارد که سکه اول یک سکه سالم است، سکه دوم دو شیری (هر دو طرف آن شیر) است و سکه سوم شانس مشاهده شیر در آن سه برابر خط است. یکی از سکه ها را به تصادف انتخاب می کنیم.

الف- احتمال اینکه در پرتاب یک مرتبه این سکه شیر مشاهده شود را بیابید.

ب- اگر در پرتاب دو مرتبه این سکه دو شیر مشاهده شود، احتمال اینکه سکه سالم انتخاب شده باشد را بیابید.

۵۵ فروشگاهی دارای سه شعبه A، B و C است که به ترتیب ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰ کارمند دارند و به ترتیب ۵۰، ۵۰ و ۷۰ درصد کارمندان آن شعب زن هستند. فرض کنید استعفا در میان تمام کارمندان شانس یکسان داشته باشند.

الف- اگر از هر شعبه یک نفر استغفار دهد، احتمال آنکه هر سه نفر زن باشند را بیابید.

ب- اگر از این فروشگاه یک نفر استغفار دهد، احتمال آنکه زن باشد را بیابید.

ج- اگر یک زن از این فروشگاه استغفار دهد، احتمال آنکه از شعبه C باشد را بیابید.

۵۶ یک دستگاه حقیقت سنج به مظنون وصل می گردد و می دانیم اگر شخص گناهکار باشد با احتمال ۹۰٪ دستگاه در او اثر می کند و اگر بی گناه باشد ۹۹٪ در او اثر دارد. اگر یک مظنون از یک گروه مظنون که فقط ۵۰٪ آنها تاکنون جنایتی مرتکب شده اند انتخاب گردد و دستگاه نشان دهد که او گناهکار است، احتمال اینکه او بی گناه باشد را بیابید.

۵۷ جعبه A محتوی ۳ توب قرمز و ۲ توب سفید و جعبه B محتوی ۲ توب قرمز و ۵ توب سفید است. جعبه ای را به تصادف انتخاب و توپی از آن خارج می کنیم و پس از مشاهده رنگ آن، توب را در جعبه دیگری می اندازیم و سپس توپی از این جعبه به تصادف خارج می کنیم. احتمال اینکه هر دو توب خارج شده هم رنگ باشند را بیابید.

۵۸ در ظرف A، ۵ مهره قرمز و ۵ مهره سیاه و در ظرف B، ۴ مهره قرمز و ۸ مهره سیاه و در ظرف C، ۳ مهره قرمز و ۶ مهره سیاه وجود دارند. یک مهره از A خارج می کنیم و آن را در B قرار می دهیم و سپس یک مهره از B خارج می کنیم و در C قرار می دهیم. حال اگر یک مهره از C خارج کنیم احتمال قرمز بودن آن را بیابید.