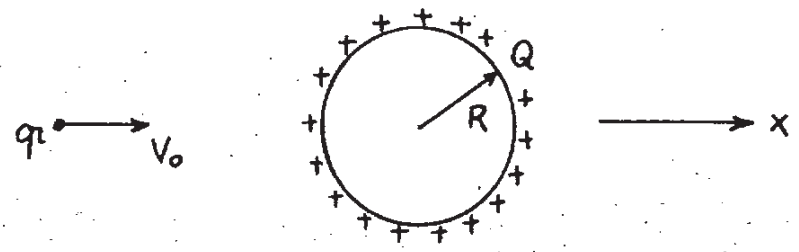
# میدان الکتریکی و قانون کولن

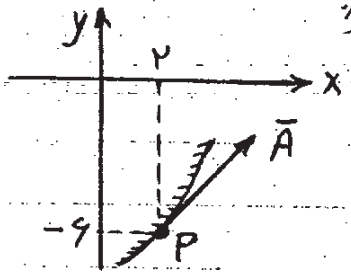
۱- یک بار نقطه ای q با جرم m از بی نهایت با سرعت اولیه $V_0 \hat{u}_x$ بسوی مرکز یک کره با شعاع R و بار یکنواخت Q پرتاب میشود. بار کل Q روی کره هم علامت با بار q است.

الف) حداقل سرعت اولیه لازم را برای آنکه بار به کره برخورد کند، تعیین کنید.

ب) اگر سرعت اولیه بار برابر نصف نتیجه در (الف) باشد، بار به چه فاصله ای از کره میرسد؟



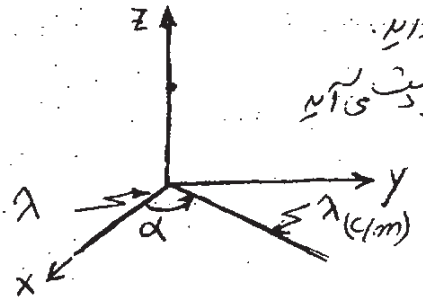

۲- قسمتی از سطح مقطع یک هادی کامل که در امتداد محور z نامتناهی است، در شکل نشان داده شده است. در نقطه $P(2,-6,0)$ روی مرز هادی با هوا، چگالی بار سطحی $\sigma = 10\sqrt{2}\,\varepsilon_0$ وجود دارد. بردار $\bar{A} = 3\hat{u}_x + \hat{u}_y$ در این نقطه بر سطح هادی مماس است. شدت میدان الکتریکی را در این نقطه به دست آورید.



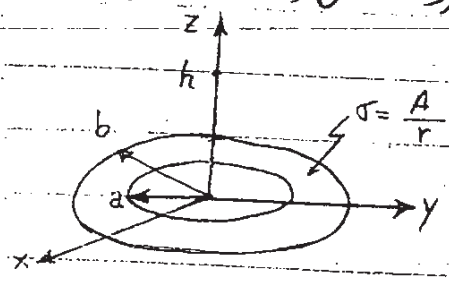

۳- بار الکتریکی بطور یکنواخت با چگالی $\lambda$ روی دو نیم خط که زاویه بین آنها $\alpha$ است، توزیع شده است. دو نیم خط مطابق شکل در صفحه xy قرار داشته و سر مشترکشان در مبدأ مختصات قرار دارد. یک نیم خط را در امتداد محور x فرض کنید.

الف) میدان الکتریکی $\bar{E}$ را در یک نقطه روی محور z به دست آورید.

ب) نشان دهید که در حالت $\alpha = \pi$، میدان یک خط نامتناهی به دست می آید.



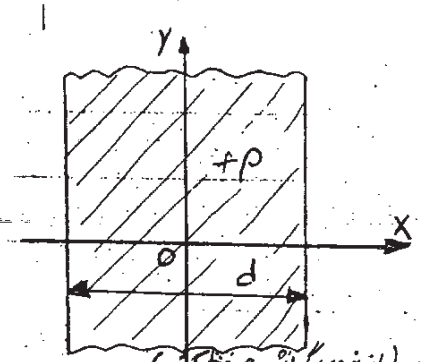
۴- یک نوار دایروی در ناحیه $a \leq r \leq b$ را در نظر بگیرید، که حامل چگالی بار سطحی متناسب با عکس فاصله شعاعی $r$ بصورت $\sigma = \frac{A}{r}$ می باشد.




میدان الکتریکی را در نقطه‌ای روی محور نوار دایروی به فاصله $h$ از مرکزش تعیین کنید. شدت میدان را برای مقادیر زیر محاسبه کنید:

$h = 10\,(m)$ ؛ $1\,(m) \leq r \leq 2\,(m)$ ؛ $\sigma = \frac{100}{r}\left(\frac{\mu C}{m^2}\right)$

۵- ناحیه‌ای از فضا با پهنای $d$ و ارتفاع بی نهایت مطابق شکل دارای چگالی بار حجمی یکنواخت $\rho$ است.

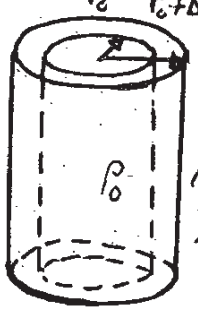



(از نیروی گرانش صرفنظر کنید)

(الف) با استفاده از قانون گاوس چگالی شار الکتریکی $D$ را داخل و خارج حجم بار به دست آورید.

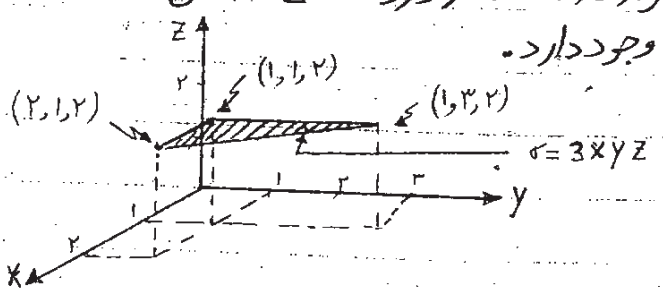
(ب) فرض کنید که الکترونی با بار $e-$ و جرم $m$ (داخل بار) از حالت سکون در فاصله $x$ صفحه مرکزی رها شود، حرکت الکترون را مشخص کنید و ماکیمات مربوط به حرکت الکترون را تعیین کنید.

۶- یک پوسته استوانه‌ای فلزی بسیار بلند توخالی با شعاع داخلی $r_0$ و شعاع خارجی $r_0 + \Delta r$ ($\Delta r \ll r_0$) را در نظر بگیرید. بار الکتریکی با چگالی بار حجمی یکنواخت $\rho_0$ داخل پوسته ($r < r_0$) وجود دارد. میدان الکتریکی را در نواحی $r < r_0$، $r_0 < r < r_0 + \Delta r$ و $r > r_0 + \Delta r$ تعیین کنید. چگالی بارهای سطحی را روی سطوح داخلی و خارجی پوسته استوانه‌ای به دست آورید. فرض کنید که بار کل روی استوانه صفر است.




اگر استوانه فلزی به زمین وصل شود، میدانها و چگالی بارهای سطحی را تعیین کنید.

۱۰- یک سطح مثلثی شکل مسطح را که گوشه‌هایش در نقاطی با مختصات قائم (۲، ۱ و ۲) متر، (۲، ۱، ۱) متر و (۱، ۳، ۲) متر مطابق شکل قرار دارد، در نظر بگیرید. توزیع بار سطحی با چگالی بار سطحی $\sigma = 3xyz\left(\frac{C}{m^2}\right)$ روی سطح مثلثی وجود دارد.




بار کل روی سطح مثلثی شکل را محاسبه کنید.

۸- یک حلقه دایره‌ای به شعاع $R$ حامل چگالی بار خطی یکنواخت $\lambda$ روی یک نیم حلقه و $-\lambda$ روی نیم حلقه دیگر است. میدان الکتریکی را در مرکز حلقه به دست آورید.

۹- چگالی بار حجمی داخل مکعبی با ضلع $1(m)$ برابر $\rho = 16xyz\ (\mu C/m^3)$ است. سیستم مختصات قائم در یک گوشه مکعب قرار دارد. شار الکتریکی خارج شونده از مکعب را تعیین کنید.

۱۰- یک استوانه نامتناهی با شعاع $a$ حامل بار حجمی یکنواخت با چگالی $\rho$ است. یک سوراخ استوانه‌ای با شعاع $a/2$ موازی محور استوانه کنده شده است، بطوری که سطح سوراخ استوانه‌ای مماس بر سطح استوانه باشد. میدان را خارج از استوانه به فاصله $s$ از محورش در صفحه شامل دو محور به دست آورید.

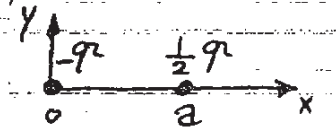
۱۱- دو کره دی الکتریک با قطر کوچک و جرم $m = 5(gr)$ می‌توانند روی یک ریسمان غیر هادی آویخته بلغزند. هر یک از دو کره حامل بار منفی $Q = -2\times10^{-6}\ (C)$ می‌باشد. اگر کره پائینی از حرکت بازداشته شود، فاصله بین دو کره را تعیین کنید.

۱۲- یک دایره با شعاع $a$ در صفحه $xy$ قرار دارد و مرکزش بر مبدأ مختصات منطبق است. زاویه فضائی را که این دایره در یک نقطه روی محور $z$ می‌سازد، به دست آورید.

۱۳- یک بار خطی با طول $L$ و چگالی یکنواخت $\lambda\ (C/m)$ در امتداد محور $z$ از $z = z_0$ تا $z = z_0 + L$ قرار دارد. نیروی وارد بر این بار خطی را ناشی از یک توزیع بار کروی یکنواخت با چگالی $\rho\ (C/m^3)$ با مرکزش واقع بر مبدأ و شعاع $a < z_0$ به دست آورید.

۱۴- دو بار نقطه‌ای $q$ و $-q$ روی محور $z$ به ترتیب در نقاط $z = a$ و $z = -a$ قرار دارند. مقدار کاری را که یک عامل خارجی باید انجام دهد، تا آنکه فاصله بین بارها از $2a$ به $a$ کاهش یابد، تعیین کنید.

۱- دو بار نقطه ای $-q$ و $\frac{1}{2}q$ به ترتیب در مبداء مختصات و در نقطه $(a,0,0)$ قرار دارند.



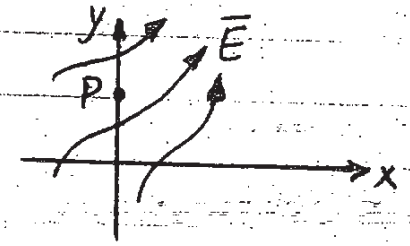

الف- در کدام نقطه روی محور x، میدان الکتریکی برابر صفر است؟

ب- پتانسیل الکتریکی V را در این نقطه محاسبه کنید.

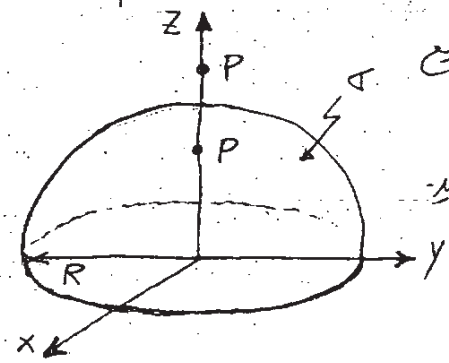
ج- منحنی هم پتانسیلی را که از این نقطه در صفحه x-y می گذرد تعیین کنید.
آیا این نقطه یک حداقل واقعی است؟

د- سطح هم پتانسیل $V=0$ را در فضای سه بعدی xyz به دست آورید.
و مشخصات آن را تعیین کنید. آیا سطح هم پتانسیل یک کره است؟

۲- پتانسیل الکتریکی در صفحه $z=0$ با رابطه $V(x,y)=-e^{-x}\sin y$ داده شده است.
یک الکترون در نقطه $P(0,\frac{\pi}{3})$ قرار دارد.
زاویه بین محور y و جهت حرکت اولیه الکترون را تعیین کنید.

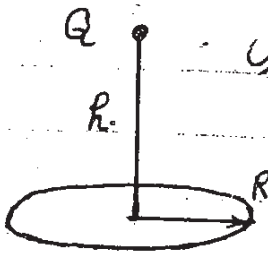



۳- یک نیم کره با شعاع R دارای بار سطحی کل Q که بطور یکنواخت توزیع شده (با چگالی بار سطحی $\sigma$ یکنواخت) می باشد.
پتانسیل الکتریکی را روی محور z داخل و خارج نیمکره به دست آورید.




۴- یک سطح مخروطی حامل بار سطحی یکنواخت با چگالی $\sigma$ است. ارتفاع مخروط و شعاع قاعده اش هریک برابر a می باشد. پتانسیل را در رأس مخروط به دست آورید.

۵- بار نقطه ای Q در بالای یک سطح دایره ای با شعاع R و در امتداد محورش قرار دارد. فاصله بار مذکور از مرکز دایره h است. شار الکتریکی را که از سطح دایره می گذرد، به دست آورید.
شار را برای $R=3(m)$ و $h=4(m)$ محاسبه کنید.

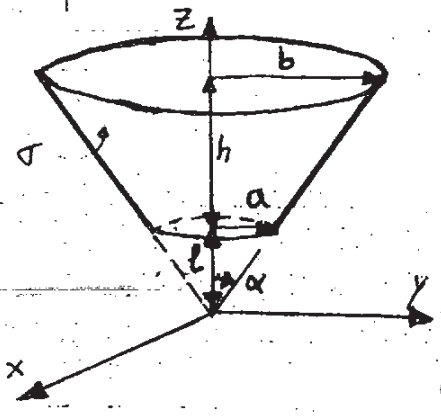


۶- مربع $-a \le x \le a$ ، $-a \le y \le a$ و $z=0$ حامل بار سطحی با چگالی $\sigma = \sigma_0 |x||y|/a^2$ است.

(الف) انتگرالها را برای محاسبه پتانسیل $V$ در نقاط روی محورهای $x$، $y$ و $z$ جداگانه بدون حل بنویسید.

(ب) پتانسیل $V$ را روی محور $z$ از طریق حل انتگرال مربوطه محاسبه کنید.

۷- مخروط ناقصی با شعاعهای قاعده کوچک $a$ و قاعده بزرگ $b$ و ارتفاع $h$ مفروض است. مخروط ناقص توخالی است. چگالی بار سطحی یکنواخت $\sigma$ روی سطح جانبی مخروط ناقص وجود دارد. مطلوبست




(الف) میدان الکتریکی در رأس مخروط در مبداء مختصات مطابق شکل

(ب) پتانسیل الکتریکی در رأس مخروط در مبداء مختصات مطابق شکل

توجه: ابتداء فاصله $l$ و زاویه نیم رأس $\alpha$ مخروط را تعیین کنید.

۸- چگالی بار حجمی داخل یک کره با شعاع $a$ توسط رابطه $\rho = kr^2 \left(\frac{C}{m^3}\right)$ داده شده است. پتانسیل $V$ را خارج کره با استفاده از رابطه انتگرالی محاسبه کنید.

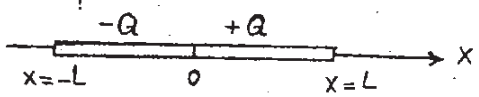
۹- توزیع پتانسیل داخل یک اتم هیدروژن بصورت زیر تابع فاصله شعاعی $r$ است:

$$V(r) = \frac{A e^{-\alpha r}}{r}\left(1 + \frac{\alpha r}{2}\right)$$

فرض کنید که اتم یک کره کامل باشد. توزیع بار لازم برای ایجاد چنین پتانسیلی را به دست آورید.

۱۰- بار الکتریکی با چگالی حجمی $\rho_v$ بطور یکنواخت در یک حجم استوانه‌ای با شعاع $a$ و طول $2L$ توزیع شده است. مبداء مختصات را در مرکز استوانه روی محورش در نظر بگیرید. پتانسیل $V$ را در نقطه‌ای روی محور استوانه $z$ محاسبه کنید.

۱۱- دو میله یکسان با طول $L$ روی محور $x$ در دو طرف مبداء قرار دارند و بارهای $+Q$ و $-Q$ بطور یکنواخت به ترتیب روی آنها مطابق شکل زیر توزیع شده است.



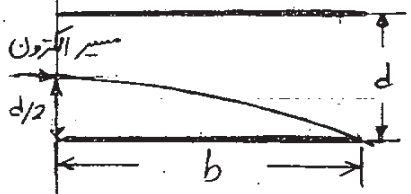

الف) تابع پتانسیل $V$ را روی محور $x$ برای $x \rangle L$ محاسبه کنید.

ب) گشتاور دو قطبی الکتریکی ( ممان دو قطبی ) توزیع بار خطی را به دست آورید.

ج) عبارت تابع پتانسیل را برای حالت $x \rangle\rangle L$ ساده کنید. چه نتیجه ای می گیرید؟

۱۲- یک استوانه نامتناهی با شعاع $a$ بطور یکنواخت با بار الکتریکی با چگالی حجمی $\rho$ پر شده است. اگر پتانسیل روی محور استوانه برابر $V_0$ باشد، توزیع پتانسیل را داخل استوانه به دست آورید.

۱۳- الکترونی از حالت سکون در اختلاف پتانسیل $V_0$ شتاب می گیرد و مطابق شکل وارد ناحیه خلاء بین دو ورق موازی با طول $b$ و فاصله $d$ بین شان می شود. اختلاف پتانسیل بین دو ورق برابر $V_1$ است.




اندازه $V_1$ را تعیین کنید، بطوری که الکترون به انتهای ورق برسد.
فرض کنید $b \gg d$

۱۴- پتانسیل را روی محور یک نوار استوانه‌ای با شعاع $a$ و ارتفاع $L$ حامل بار سطحی با چگالی یکنواخت $\sigma$ محاسبه کنید. مبداء مختصات $z$ روی محور را در مرکز قاعده استوانه فرض کنید.

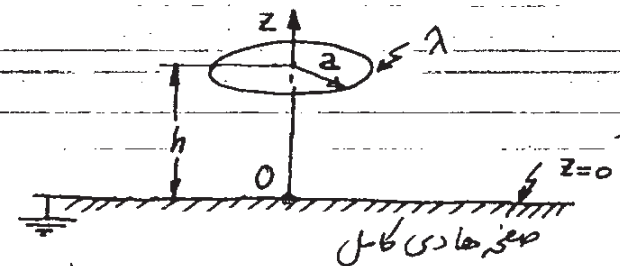
۱۵- دو ورق هادی بسیار پهناور به فاصله ۱۵ سانتیمتر از یک دیگر بوده و در اختلاف پتانسیل $10^4$ ولت نگه داشته می شوند. یک قطره روغن با جرم ۰.۱ گرم بین دو ورق معلق می ماند. بار روی قطره روغن را تعیین کنید.

۱۶- یک دو قطبی الکتریکی با گشتاور الکتریکی (مان) $P = 6 \times 10^{-12}$ (c-m) به فاصله $d = 100$ (mm) از یک بار نقطه‌ای $Q = 2 \times 10^{-9}$ (c) قرار دارد.
حداکثر نیروی منتجه وارد بر دو قطبی را به دست آورید.

۱۷- دو گلوله هادی با شعاع ۰.۱ متر در فضای آزاد به فاصله 3 متر از یک دیگر قرار دارند. الکترونهائی با بار منفی برابر تعداد $10^{13}$ در ثانیه از یکی به دیگری منتقل می شود. مدت زمان لازم را برای ایجاد اختلاف پتانسیلی برابر ۱۰۰ کیلو ولت بین دو گلوله محاسبه کنید.

۱۸- یک کره هادی با قطر ۵۰ میلیمتر توسط یک کره هادی هم مرکز خالی با قطر ۱۲۰ میلیمتر احاطه شده است. اختلاف پتانسیل بین دو کره برابر ۲۰،۰۰۰ ولت است. کره خارجی به زمین وصل شده و کره داخلی در پتانسیل مثبت می باشد. چگالی بار سطحی را روی کره خارجی به دست آورید.

۱- حلقه‌ای با شعاع a و چگالی بار خطی $\lambda$ به موازات صفحه هادی زمین شده (واقع در $z=0$) و به فاصله $h$ از آن قرار گرفته است.

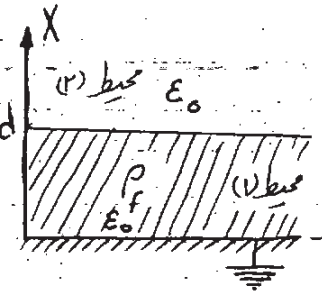



چگالی بار الکتریکی سطحی در نقطه O درست در زیر مرکز دایره را مطابق شکل تعیین کنید.

۲- دو کره هادی هم مرکز با شعاعهای a و b با $(b>a)$ را در نظر بگیرید. ناحیه پیوسته کروی حامل توزیع بار با تقارن کروی و چگالی حجمی $\rho=\rho_0\left(\frac{r}{a}\right)^n\left(\frac{C}{m^3}\right)$ است. $\rho_0$ یک ثابت و $n$ یک عدد صحیح است. کره داخلی در پتانسیل $V_0$ و کره خارجی در پتانسیل صفر است.

پتانسیل را در ناحیه $a<r<b$ به دست آورید. اگر $n=-2$ یا $n=-3$، تابع پتانسیل را شرح دهید.

۳- یک ورق هادی بار آزاد با ضخامت d و چگالی بار حجمی $\rho_f=\rho_0\sin ax$ روی یک صفحه زمین هادی قرار دارد.




الف) معادله پواسان را داخل ورق هادی حامل بار و معادله لاپلاس را خارج از بار حجمی تحت شرایط مرزی حل کنید. تابع پتانسیل را در کلیه نقاط به دست آورید.

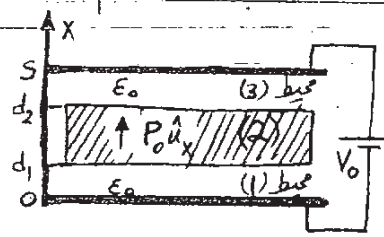
ب) شدت میدان الکتریکی را در کلیه نقاط تعیین کنید و توزیع بار سطحی را روی صفحه زمین به دست آورید.

۴- یک لامپ خلاء "تریود" را می‌توان بصورت زیر مدل کرد: یک کاتد استوانه‌ای با شعاع a در پتانسیل $V_0-$ که الکترونهائی را ساطع می‌کند؛ یک آند استوانه‌ای با شعاع c در پتانسیل $V_0+$ که الکترونها را دریافت می‌کند؛ و یک شبکه (بصورت یک ورق هادی مشبک) استوانه‌ای با شعاع b $(a<b<c$ با $V_0+>V_g>V_0-)$ در پتانسیل $V_g$ که الکترونها از آن عبور می‌کنند.

دو ناحیه شامل بار حجمی با چگالی یکنواخت ولی متفاوت $\rho_1$ و $\rho_2$ است. پتانسیل را در دو ناحیه به دست آورید.

۵- نشان دهید که پتانسیل الکتریکی ناشی از یک دوقطبی الکتریکی در معادله لاپلاس صدق می‌کند. نشان دهید که میدان الکتریکی دوقطبی کانسرواتیو است.

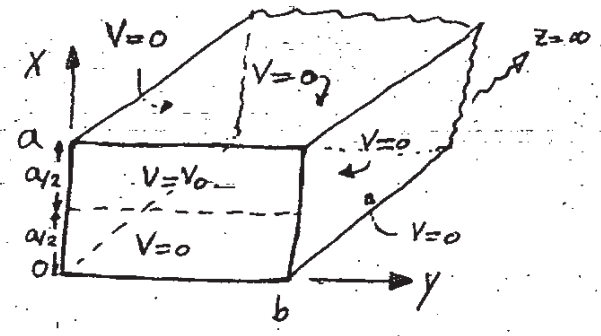
۶- میدان الکتریکی را در کلیه نقاط بین دو ورق هادی کامل به فاصله $d$ از یک دیگر و متصل به اختلاف پتانسیل $V_0$ و حاوی یک ورق دی الکتریک با ضخامت $b$ (از $d_1$ تا $d_2$) و پلاریزاسیون $\vec{P}=P_0\hat{u}_x$ به دست آورید.




می‌توانید معادله لاپلاس را در سه ناحیه تحت شرایط مرزی حل کنید.
ورق دی الکتریک پلاریزه شده را توسط بارهای مقید جایگزین کنید.

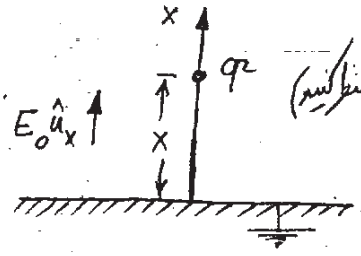
۷- یک منشور مستطیلی با پهنای $a$ در جهت $x$ و $b$ در جهت $y$ با گسترش در جهت $z$ از $z=0$ تا $z=\infty$ را در نظر بگیرید. هر چهار وجه منشور در پتانسیل صفر قرار دارد. پوشش منشور در سطح مقطع $z=0$ دارای توزیع پتانسیل زیر است

$$V(x,y,0)=\begin{cases}0 & \text{برای } 0<x<\frac{a}{2}\\ V_0 & \text{برای } \frac{a}{2}<x<a\end{cases}$$



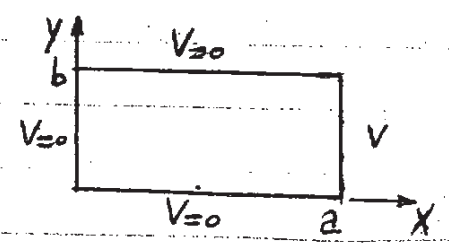

تابع پتانسیل را داخل منشور به دست آورید.

۸- یک بار نقطه‌ای $q$ به فاصله $x$ از یک صفحه هادی زمین شده قرار دارد. یک میدان یکنواخت $E_0\hat{u}_x$ در بالای صفحه وجود دارد. (از نیروی گرانش هم صرف‌نظر کنید)




الف) در چه فاصله $x$ از صفحه هادی، برآیند نیروی وارد بر بار $q$ برابر صفر است.
ب) اگر موقعیت اولیه بار در نقطه‌ای به فاصله نصف آنچه در (الف) به دست آمد باشد، حداقل سرعت اولیه بار را به دست آورید، تا آنکه بار به حرکت خود تا بی‌نهایت $x=\infty$ ادامه دهد
ج) اگر $E_0=0$ باشد، کار لازم برای حرکت بار از $x=d$ تا بی‌نهایت $x=\infty$ را به دست آورید.

۹- تابع پتانسیل را داخل ناحیه مستطیلی با ابعاد $a$ و $b$ با شرایط مرزی مطابق شکل به دست آورید.




$$V=\begin{cases}\frac{2V_0}{b}y & 0\le y\le b/2\\ \frac{2V_0}{b}(b-y) & \frac{b}{2}\le y\le b\end{cases}$$

۱۰- یک نیمه‌هادی با سطح مقطع ثابت A دارای پیوندگاهی در $x=0$ است. چگالی بار حجمی در دو طرف پیوندگاه برابر $\rho = \rho_0 x (x^2 + x_1^2)^{-3/2}$ است.

الف- پتانسیل V را بصورت تابع x به دست آورید.

ب- شدت میدان الکتریکی E را تعیین کنید.

ج- ظرفیت خازنی را بین نقاط $x = \pm 100 x_1$ تعیین کنید.

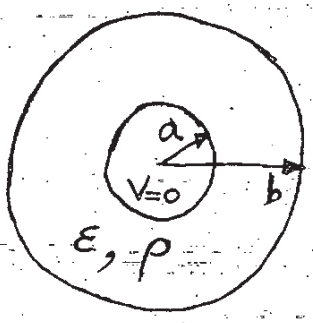
شرایط مرزی عبارتند از: $x=0 \Rightarrow V=0$ ؛ $x \to \infty \Rightarrow E=0$

۱۲- دو ورق هادی نامتناهی موازی صفحه مختصات XY است. یک ورق واقع در $z=0$ در پتانسیل صفر و ورق دیگر واقع در $z=d$ در پتانسیل $V_0$ قرار دارد. ناحیه بین دو ورق با بار الکتریکی با چگالی حجمی $\rho = \rho_0 \left(\frac{z}{d}\right)^2$ پر شده است. تابع پتانسیل بین ورقها را تعیین کنید.

۱- چگالی بار حجمی یکنواخت $\rho_0$ ($c/m^3$) در حجم کره‌ای از عایق کامل با شعاع a وجود دارد. ضریب الکتریکی عایق $\varepsilon$ است. پتانسیل الکتریکی را داخل عایق (کره) به دست آورید.

۲- کره‌ای دی الکتریک با ضریب الکتریکی $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ با شعاع a و با چگالی بار حجمی ثابت $\rho$ ساخته شده است.
پتانسیل الکتریکی را در یک نقطه داخل کره به فاصله r از مرکزش به دست آورید.

۳- فضای بین دو استوانه هم محور با شعاع‌های a و b (با b>a) مطابق شکل توسط بار الکتریکی با چگالی حجمی $\rho = \rho_0/r$ ($c/m^3$) پر شده است. $\rho_0$ یک ثابت است.

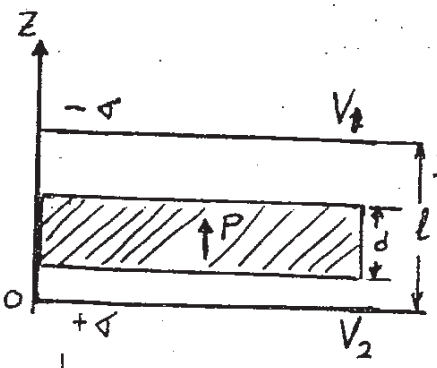



الف) توزیع پتانسیل در دی الکتریک را محاسبه کنید.
استوانه خارجی در پتانسیل $V_0$ و استوانه داخلی در پتانسیل صفر است.
معادله پواسن را حل کنید.
ب) میدان الکتریکی را تعیین کنید.
ج) چگالی بار سطحی روی استوانه‌های داخلی و خارجی را به دست آورید.

۴- در یک کره دی الکتریک، چگالی حجمی بارهای مقید (قطبی شده) یکنواخت و برابر $\rho_p$ است. بردار پلاریزاسیون (قطبی شدگی) $\vec{P}$ را داخل کره تعیین کنید.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad ; \quad \nabla \cdot \vec{P} = -\rho_p$$

۵-
(الف) یک ورق دی الکتریک با پلاریزاسیون $\vec{P}$ معلوم بر دو رویه اش، بین دو صفحه دارای چگالی بارهای سطحی $\pm\sigma$ قرار دارد.
شدت میدان الکتریکی را در کلیه نقاط بین دو صفحه به دست آورید.

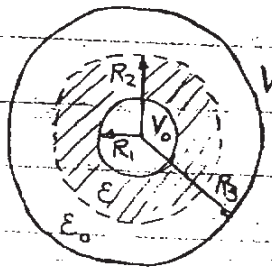



ب) فرض کنید که دو صفحه توسط وترهای هادی جایگزین شود و در پتانسیل‌های $V_1$ و $V_2$ نگهداشته شوند.
شدت میدان را در کلیه نقاط تعیین کنید.

۶- یک کابل قدرت هم محور بطور جزئی توسط ماده دی الکتریکی با ضریب الکتریکی $\varepsilon$ پر شده است. اگر فقط هوا بین دو هادی استوانه‌ای (با شعاعهای $R_1$ و $R_3$) وجود داشته باشد، کابل قبل از شکست هوا می‌تواند ولتاژ $V_0$ را تحمل کند. (فرض کنید کرهٔ داخلی در پتانسیل $V_0$ و کرهٔ خارجی در پتانسیل صفر باشد.)

ولتاژ شکست را در حضور ماده دی الکتریک (در ناحیه استوانه‌ای بین شعاعهای $R_1$ و $R_3$) تعیین کنید.

این ولتاژ شکست را برای ابعاد زیر محاسبه کنید




$V_0 = 600(KV)$ , $\varepsilon = 10\varepsilon_0$

$R_1 = 1(cm)$, $R_2 = 2(cm)$, $R_3 = 3(cm)$

۷- ضریب الکتریکی یک محیط نامحدود تابعی از فاصله $r$ از مبدأ مختصات بصورت $\varepsilon(r) = \varepsilon_0(1+\frac{a}{r})$ با $a$ بعنوان یک ثابت است. یک کره هادی با شعاع $R$ با مرکزش منطبق با مبدأ مختصات حامل بار $Q$ است.

(الف) تابع پتانسیل و شدت میدان الکتریکی را در محیط دی الکتریک تعیین کنید.

(ب) چگالی بارهای مقید حجمی و سطحی روی سطح مشترک بین محیط دی الکتریک و کره هادی را محاسبه کنید.

کل بارهای الکتریکی مقید حجمی و سطحی را بدست آورید. چه نتیجه‌ای بدست می‌آورید؟

مرجع پتانسیل صفر را در بی نهایت فرض کنید. اگر شعاع کره $R$ بسوی صفر میل کند، چه نتیجه‌ای حاصل می‌شود؟

۸- ناحیه بین دو کره هم مرکز، شعاعهای $a$ و $b$ ($b>a$) توسط ماده عایقی پر شده است.

بار نقطه‌ای $Q$ را در مرکز پوسته کروی قرار می‌دهیم. مشاهده می‌کنیم که شدت میدان الکتریکی در ناحیه عایق عبارتست از:

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b^2}\hat{u}_r \qquad a<r<b$$

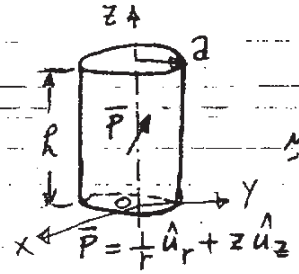
(الف) ضریب الکتریکی ماده عایق ($\varepsilon$) را بدست آورید.

(ب) چگالی بار سطحی پلاریزاسیون را روی سطوح کروی $r=a$ و $r=b$ تعیین کنید.

(ج) چگالی بار حجمی پلاریزاسیون را در ناحیه $a<r<b$ تعیین کنید.

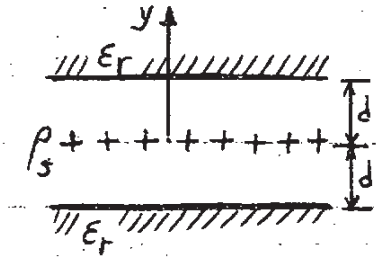
(د) بار پلاریزاسیون کل سطحی و حجمی را محاسبه کنید. بار پلاریزاسیون کل چقدر است؟

۹- (الف) یک استوانه عایق با شعاع a و ارتفاع h هم محور با محور z



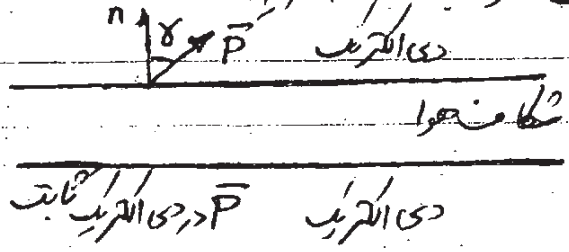

بصورت $\bar{P}=\frac{1}{r}\hat{u}_r+z\hat{u}_z$ بطور دائمی پلاریزه شده است. چگالی بارهای پلاریزاسیون حجمی و سطحی را روی سطوح جانبی و قاعده استوانه بدست آورید

(ب) ناحیه $d<|y|$ در شکل با عایقی با ضریب دی الکتریک نسبی $\varepsilon_r$ پر شده است. در صفحه $y=0$ بار سطحی نامتناهی با چگالی $\rho_s$ وجود دارد، که باعث قطبی شدگی فضای $y>d$ و $y<-d$ شده است. مطلوبست چگالی بار سطحی مقید ناشی از قطبی شدگی $\rho_{ps}$ بر روی مصل مشترک $y=d$

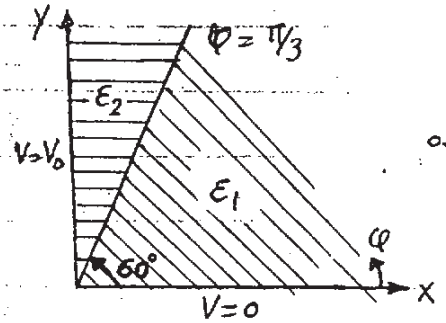



۱۰- در ناحیه $z>0$ با ثابت دی الکتریک $\varepsilon_r=2$، میدان الکتریکی $\bar{E}=2\hat{u}_x-3\hat{u}_y+5\hat{u}_z$ است. زاویه‌ای که میدان الکتریکی در ناحیه $z\leq 0$ با ثابت دی الکتریک $\varepsilon_r=5$ با سطح فاصل بین دو محیط می سازد، محاسبه کنید.

۱۱- دو قطعه دی الکتریک نامتناهی کنار یک دیگر قرار دارند، بطوری که یک شکاف هوای باریک بین آنها قرار دارد. پلاریزاسیون $\bar{P}$ در هر دو دی الکتریک ثابت است. زاویه $\theta$ را با بردار عمود بر سطح دی الکتریک که در تماس هستند، می سازد. شدت میدان الکتریکی را در شکاف هوا بدست آورید.




۱۲- دو نیم صفحه هادی $\varphi=0$ و $\varphi=\pi/2$ در دستگاه مختصات استوانه‌ای، به ترتیب دارای پتانسیل‌های صفر و $V_0$ می باشد. ناحیه $0<\varphi<\frac{\pi}{3}$ را عایق کاملی با ضریب الکتریکی $\varepsilon_1$ و ناحیه $\frac{\pi}{3}<\varphi<\frac{\pi}{2}$ را عایق دیگری با ضریب الکتریکی $\varepsilon_2$ پر کرده است.




ر.ک. شکل مقابل.

(الف) از طریق حل معادله لاپلاس، تابع پتانسیل را در ناحیه بین دو صفحه هادی $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$ تعیین کنید.

(ب) شدت میدان الکتریکی را در دو ناحیه بدست آورید.

(ج) چگالی بار مقید سطحی را در مرز بین دو عایق در $\varphi=\frac{\pi}{3}$ تعیین کنید.

(د) تابع پتانسیل را در ناحیه $\frac{\pi}{3}<\varphi<2\pi$ مشخص کنید.

۱۳- یک کره دی الکتریک با ضریب الکتریکی $\varepsilon$ و شعاع $R$ و مرکزش منطبق بر مبداء مختصات کروی بطور شعاعی با بردار پلاریزاسیون $\vec{P} = k r^2 \hat{a}_r$ (با ثابت $k$) قطبی شده است. پتانسیل الکتریکی را در مرکز کره محاسبه کنید.

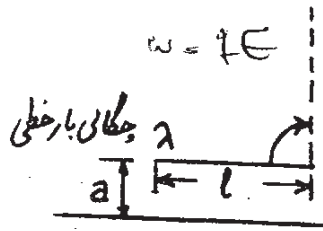
۱۴- یک حفره استوانه‌ای با شعاع $a$ و طول $L$ موازی بردار پلاریزاسیون $\vec{P}$ در یک محیط دی الکتریک با پلاریزاسیون یکنواخت کنده شده است. میدان الکتریکی را در مرکز حفره بدست آورید.

۱۵- یک ورق تحت دی الکتریک با ثابت دی الکتریک $\varepsilon_r = 6$ عمود بر میدان الکتریکی $D = 2\ (C/m^2)$ قرار دارد. ورق دارای حجم $v = 0.1\ (m^3)$ و پلاریزاسیون یکنواخت است. گشتاور (ممان) دوقطبی الکتریکی $\vec{P}$ ورق را تعیین کنید.

۱۶- فضای بین دو استوانه هادی هم محور با شعاعهای $a$ و $b$ ($b > a$) توسط ماده عایقی با ثابت دی الکتریک متغیر با بعد $\varepsilon_r = \alpha \rho^n$ (با $\alpha$ و $n$ ثابت) پر شده است. بار آزاد با چگالی خطی $\lambda\ (C/m)$ روی هادی داخلی قرار دارد.
تحت کدام شرایط اندازه $\vec{E}$ بین دو استوانه ثابت می‌ماند.

## انرژی پتانسیل و نیروی الکتریکی

۱- یک بار خطی با چگالی $\lambda\left(\frac{C}{m}\right)$ و طول $l$ به موازات و به فاصله $a$ از یک ورق نامتناهی بار سطحی با چگالی $\sigma_0\left(\frac{C}{m^2}\right)$ قرار دارد. مقدار کار لازم برای آنکه بار خطی را بچرخانیم تا آنکه عمود بر ورق قرارگیرد، محاسبه کنید.

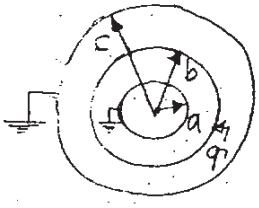



۲- چگالی بار حجمی داخل یک تابه الکترون استوانه‌ای با شعاع $R$ و طول واحد (یک متر)، برابر $\rho = ar$ با $a$ بعنوان یک ثابت است. بازه‌ی $r$ بین صفر تا بی‌نهایت است. انرژی ذخیره شده در تابه را با استفاده از $W_e = \frac{1}{2}\int_V \vec{E}\cdot\vec{D}\,dv$ محاسبه کنید.

۳- کره‌ای با شعاع $a$ دارای بار الکتریکی با چگالی حجمی $\rho = Ar^n\left(\frac{C}{m^3}\right)$ است. مرکز کره بر مبداء مختصات منطبق بوده، $r$ فاصله شعاعی، $A$ ثابتی و $n \geq 0$ است. انرژی پتانسیل الکتریکی توزیع بار را به دست آورید. رابطه را برحسب بار کل $Q$ داخل کره بنویسید.

۴- یک کره فرضی با شعاع $a$ حول یک دوقطبی الکتریکی با گشتاور الکتریکی (همان) $P$ واقع در مرکزش در نظر بگیرید. انرژی الکتریکی را خارج از این کره فرضی محاسبه کنید.

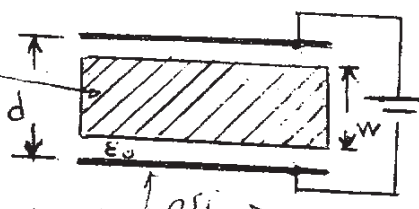
۵- سه سطح کروی هادی هم مرکز را در نظر بگیرید. شعاعهای کره داخلی $a$، کره میانی $b$ و کره خارجی $c$ است. دو کره داخلی و خارجی به زمین وصل شده‌اند. بار $q_1$ روی کره میانی قرار دارد.

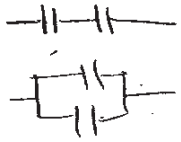



(الف) پتانسیل کره میانی را به دست آورید.

(ب) انرژی پتانسیل این سیستم را با استفاده از فرمول $W_e = \frac{1}{2}\int_S \rho V\,dS$ محاسبه کنید.

۶- یک خازن مسطحی شامل دو ورق هادی با مساحت سطح $S$ و فاصله $d$ از یک دیگر به یک باتری با پتانسیل $V_0$ وصل شده است. قطعه هادی کاملی با مساحت سطحی $S$ و ضخامت $w$ ($w < d$) را وارد فضای این خازن می‌کنیم. کار انجام شده را به دست آورید.

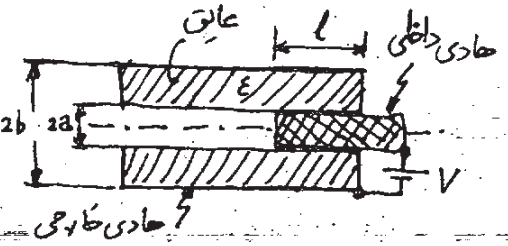


دو حالت

۷- یک خازن متشکل از دو سطح هادی کروی هم مرکز و با شعاعهای a و b مفروض است. فضای بین دو کره هادی محدود به $a<r<c$ توسط عایقی با ضریب الکتریکی $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$ پر شده است. بقیه فضای بین دو کره محدود به $c<r<b$ خلاء فرض می‌شود. بارهای Q و -Q روی هادیها قرار داده می‌شود. نیروی وارد بر کره هادی بیرونی را محاسبه کنید.

۸- استوانه داخلی یک کابل هم محوری تواند داخل یک پوسته استوانه‌ای از جنس دی الکتریک جامد بلغزد. ضریب الکتریکی عایق $\varepsilon$ و شعاعهای داخلی و خارجی آن به ترتیب a و b می‌باشد.




اندازه و جهت نیروی وارد بر استوانه هادی داخلی را به دست آورید.

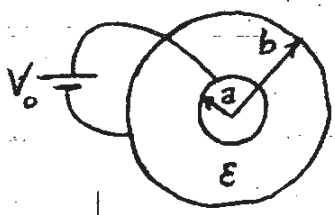
اختلاف پتانسیل V بین استوانه داخلی هادی و استوانه هادی خارجی با شعاع b اعمال می‌شود. کلیه فرمولها را اثبات کنید.

۹- یک خازن کروی با شعاعهای a و b (با $b>a$) حاوی فضای آزاد است. ضخامت عایقی با ثابت دی الکتریک $\varepsilon_r$ را که باید روی سطح هادی داخلی قرار داده شود، تا ظرفیت خازنی سه برابر شود، تعیین کنید.

$a=4\,(cm)$, $b=10\,(cm)$, $\varepsilon_r=5$,

۱۰- فضای بین دو کره هادی هم مرکز با شعاعهای a و b (با $a<b$) توسط ماده دی الکتریک دارای ضریب الکتریکی $\varepsilon=\frac{K\varepsilon_0}{r^2}$ پر شده است.

اختلاف پتانسیل $V_0$ بین دو کره اعمال می‌شود.



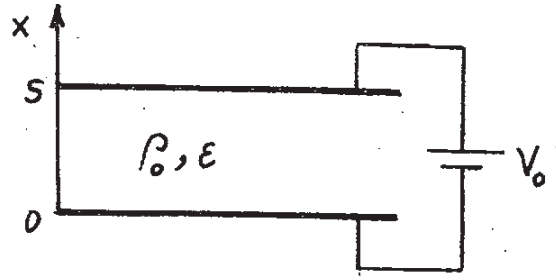

الف) انرژی الکتریکی ذخیره شده در این سیستم را محاسبه کنید.

ب) با استفاده از عبارت انرژی الکتریکی، ظرفیت خازنی را به دست آورید.

پ) ظرفیت خازنی را از طریق تعاریف کلاسیک محاسبه کرده و مقایسه کنید.

۱۱- یک توزیع یکنواخت بار آزاد با چگالی $\rho_0$ بین دو ورق هادی موازی با اختلاف پتانسیل $V_0$ قرار دارد.

الف) انرژی الکتریکی ذخیره شده در سیستم را محاسبه کنید. ب) ظرفیت خازنی سیستم را بدست آورید.



۱۲- یک زوج هادی استوانه‌ای هم محور با طول (cm) ۲۰ و شعاعهای (cm) ۵ و (cm) ۱۰ با ماده دی الکتریک با ضریب الکتریکی $\varepsilon = 10\varepsilon_0$ پر شده است. ولتاژی بین هادیها اعمال شده است تا میدان الکتریکی $E = \frac{10^6}{r}$ را بین دو استوانه ایجاد کند. انرژی الکتریکی ذخیره شده را محاسبه کنید.

۱۳- یک خازن صفحات موازی در ابتداء خالی است. هنگامی که یک ورق دی الکتریک، تمام مساحت اش را می پوشاند ولی تنها در نیمی از ضخامت خازن قرار میگیرد، اندازه ظرفیت خازنی به اندازه یک سوم مقدار اولیه اش افزایش می یابد. ثابت دی الکتریک ماده وارد شده در خازن را تعیین کنید.

۱۴- دو استوانه هادی هم محور با شعاعهای a و b (با $b > a$) را در نظر بگیرید، که اختلاف پتانسیل $V_0$ بین آنها اعمال شده باشد. پتانسیل استوانه داخلی نسبت به استوانه خارجی مثبت است. اندازه نیروی (در واحد سطح) وارد بر استوانه داخلی را به دست آورید.

۱۵- دو ورق هادی هر یک با مساحت $2000\ (mm^2)$ به فاصله $3\ (mm)$ از یک دیگر در فضای آزاد قرار دارند. اختلاف پتانسیل بین آنها برابر $500\ (V)$ است. نیروی وارد بر ورقهای هادی را تعیین کنید.