دانشگاه صنعت آب و برق

جزوه آموزشی Matlab

-محاسبات عددی-

محمد سرفراز

فهرست

مقدمه

Matlab یک زبان با کاربری فوق العاده برای عملیات محاسباتی است، که امکانات متعدد محاسباتی، نمایشی و برنامه‌نویسی را در محیطی که استفاده از آن برای کاربر آسان است، فراهم می‌کند. در این محیط برای مسائل و پاسخها از علائم و سمبلهای آشنای ریاضی استفاده شده است. کاربردهایی از این زبان عبارتند از :

- ریاضیات و محاسبات
- محاسبات علمی پیشرفته
- داده یابی
- مدل کردن، شبیه سازی، نمونه سازی اولیه
- آنالیز کردن اطلاعات، شناسایی و تجسم بخشیدن
- نمودارهای علمی و مهندسی
- کاربردهای پیشرفته نظیر ایجاد مبدلهای گرافیکی (GUI)

جزوه‌ای که پیش رو دارید، شامل مباحث و فرامینی است که که کاربرد Matlab را در محاسبات عددی بیان می‌کند.

این نوشتار شامل بخش‌های زیر است:

۱) مروری بر دستورات مقدماتی

۲) آشنایی با مباحث مخصوص ریاضیات تحلیلی

۳) آشنایی با مباحث مخصوص ریاضیات عددی

در قسمت سوم، سعی شده است که تمامی مباحث موجود در کتاب «محاسبات عددی»، نوشته «جناب آقای دکتر علی‌محمد پورپاک» گنجانیده شود و در پایان هر مبحث، مثالی از کتاب به همراه ذکر شماره صفحه آن آورده شده است.

برای دریافت برنامه‌هایی (M-File) هایی که در این نوشتار آورده شده است، می‌توانید از طریق e-mail با بنده مکاتبه نمایید.

mohammad.sarfaraz@gmail.com

محمد سرفراز

بهار ۱۳۸۹

MATLAB نسبت به حروف بزرگ و کوچک، حساس است. با قراردادن ; در انتهای هر دستور، از چاپ نتایج جلوگیری می‌شود.

دستورات پاک کردن

`clc` پاک کردن صفحه نمایش

`clear` پاک کردن (delete) تمامی متغیرها

`clear x` پاک کردن (delete) متغیر x

توابع مثلثاتی

acos(x)	معکوس کسینوس، رادیان	cosh(x)	کسینوس هیپربولیک
acosd(x)	معکوس کسینوس، درجه	cot(x)	کتانژانت، رادیان
acosh(x)	معکوس کسینوس هیپربولیک	cotd(x)	کتانژانت، درجه
acot(x)	معکوس کتانژانت، رادیان	coth(x)	کتانژانت هیپربولیک
acotd(x)	معکوس کتانژانت ، درجه	csc(x)	کسکانت ، رادیان
acoth(x)	معکوس کتانژانت هیپربولیک	cscd(x)	کسکانت ، درجه
acsc(x)	معکوس کسکانت، رادیان	csch(x)	کسکانت هیپربولیک
acscd(x)	معکوس کسکانت ، درجه	sec(x)	سکانت، رادیان
acsch(x)	معکوس کسکانت هیپربولیک	secd(x)	سکانت ، درجه
asec(x)	معکوس سکانت، رادیان	sech(x)	سکانت هیپربولیک
asecd(x)	معکوس سکانت ، درجه	sin(x)	سینوس، رادیان
asech(x)	معکوس سکانت هیپربولیک	sind(x)	سینوس، درجه
asin(x)	معکوس سینوس، رادیان	sinh(x)	سینوس هیپربولیک
asind(x)	معکوس سینوس، درجه	tan(x)	تانژانت، رادیان
asinh(x)	معکوس سینوس هیپربولیک	tand(x)	تانژانت ، درجه
atan(x)	معکوس تانژانت، رادیان	tanh(x)	تانژانت هیپربولیک
atand(x)	معکوس تانژانت ، درجه		
atanh(x)	معکوس تانژانت هیپربولیک		
cos(x)	کسینوس، رادیان		
cosd(x)	کسینوس، درجه		

توابع نمایی

exp(x)	e^x (ورودی حقیقی و مختلط)
log(x)	لگاریتم در مبنای e (ورودی حقیقی و مختلط)
log2(x)	لگاریتم در مبنای ۲ (ورودی حقیقی و مختلط)
log10(x)	لگاریتم در مبنای ۱۰ (ورودی حقیقی و مختلط)
reallog(x)	لگاریتم در مبنای e (ورودی فقط اعداد حقیقی مثبت)
realsqrt(x)	جذر (ورودی فقط اعداد حقیقی نامنفی)
sqrt(x)	جذر (ورودی حقیقی و مختلط)
nthroot(x,y)	$\sqrt[y]{x}$

توابع گردکردن

fix(x)	گرد کردن به سمت صفر
floor(x)	گرد کردن به سمت منفی بی‌نهایت
ceil(x)	گرد کردن به سمت مثبت بی‌نهایت
abs(x)	قدر مطلق
round(x)	گرد کردن به سمت نزدیک‌ترین عدد صحیح
vpa(x,d)	نمایش عدد x با d رقم اعشار
maple('evalf(x,d')	نمایش عدد x با d رقم اعشار

توابع ریاضیات گسسته

factor(x)	تجزیه x به عوامل اول
factorial(x)	x!
gcd(x,y)	بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک x و y
lcm(x,y)	کوچک‌ترین مضرب مشترک x و y
isprime(x)	نمایش ۱ درصورت اول بودن x و درغیر این‌صورت، نمایش 0
nchoosek(x,y)	$\binom{x}{y}$
primes(x)	نمایش اعداد اول از ۲ تا x

توابع اعداد مختلط

i	$\sqrt{-1}$
j	$\sqrt{-1}$
abs(z)	محاسبه مقدار قدرمطلق
angle(z)	محاسبه مقدار زاویه برحسب رادیان
conj(z)	محاسبه مزدوج
imag(z)	نمایش قسمت موهومی
real(z)	نمایش قسمت حقیقی
isreal(z)	اگر z عدد حقیقی باشد، مقدار ۱ و اگر متلط باشد، صفر را برمی‌گرداند.
complex(a,b)	ایجاد یک عدد مختلط به فرم a+bi

مثال)

```
>> z1=2+3*i

z1 =

   2.0000 + 3.0000i

>> z2=-5+j

z2 =

  -5.0000 + 1.0000i

>> r=abs(z1)

r =

    3.6056

>> a=angle(z2)

a =

    2.9442
```

```
>> z3=conj(z1)

z3 =

   2.0000 - 3.0000i

>> a1=real(z1)

a1 =

     2

>> b1=imag(z1)

b1 =

     3

>> isreal(z2)

ans =

     0

>> z3=complex(7,-8)

z3 =

   7.0000 - 8.0000i


>> z4=z1*z2-z3

z4 =

 -20.0000 - 5.0000i
```

فرمت‌ها

format long	نمایش خروجی با ۱۴ یا ۱۵ رقم اعشار
format short	نمایش خروجی با ۴ رقم اعشار
format short e	نمایش خروجی با ۴ رقم اعشار و نماد علمی
format long e	نمایش خروجی با ۱۴ یا ۱۵ رقم اعشار و نماد علمی
format rat	نمایش خروجی به صورت کسری

$$Ex.)\ \sqrt{\sinh(0.125)} + \cos(35^\circ) * \sqrt[6]{\ln 25} + \binom{10}{3} * [\tanh 17] + \log_7 23 = ?$$

Command Window

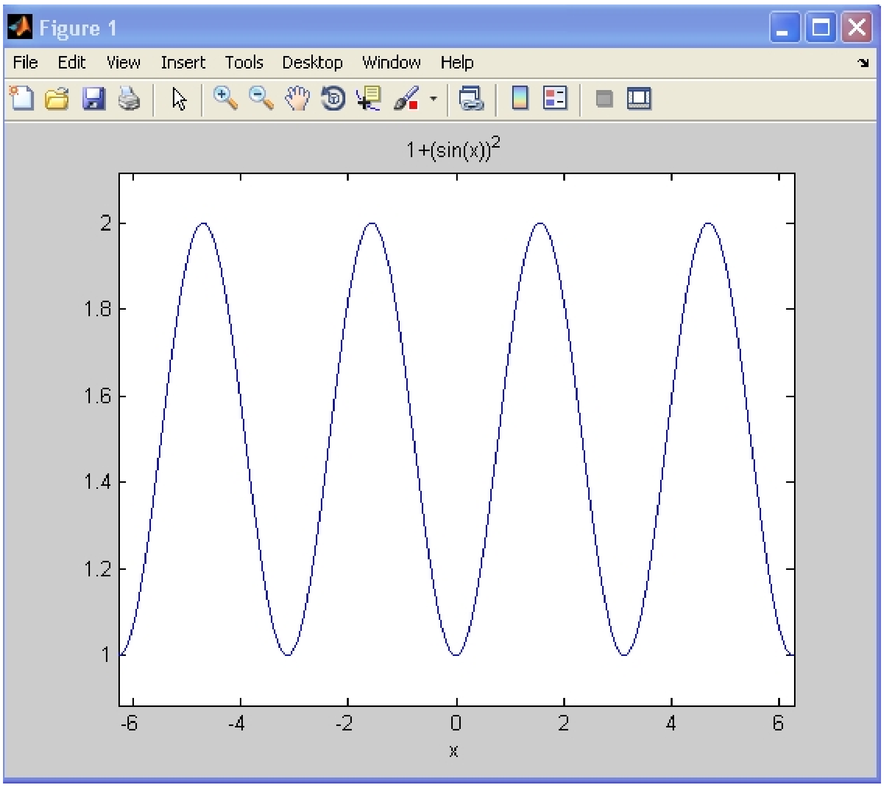
```
>> clear
>> a=sqrt(sinh(0.125))+cosd(35)+nthroot(log(25),6)+nchoosek(10,3)*floor(tanh(17))+(log(23))/log(7)

a =

   3.999606098686637

>> vpa(a,10)

ans =

3.999606099


>> format long
>> a

a =

   3.999606098686637

>> vpa(a,11)

ans =

3.9996060987


>> disp(a)
   3.999606098686637

>> display(a)

a =

   3.999606098686637
```

```
>> format rat
>> a

a =

   10155/2539
```

معرفی تابع یک متغیره

مثال) می‌خواهیم تابع $y=f(x)=1+\sin^2(x)$ را معرفی، مقدار دهی و رسم کنیم.

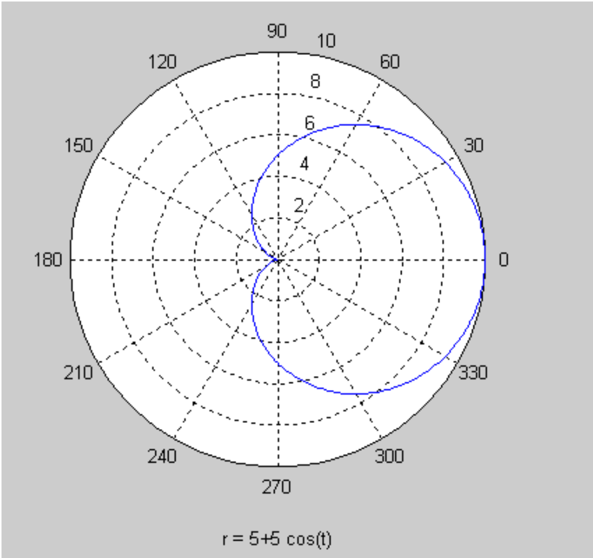
```
>> clear
>> format long
>> syms x
>> f=inline('1+(sin(x))^2','x')

f =

     Inline function:
     f(x) = 1+(sin(x))^2

>> f(0)

ans =

     1

>> f(pi+atan(0.25))

ans =

   1.058823529411765

>> ezplot(f)
>>
```



رسم در مختصات قطبی

مثال) مطلوبست ترسیم تابع (r=5(1+cos θ

```
>> syms t
>> ezpolar(5*(1+cos(t)))
```



رسم توابع یک متغیره با ezplot

مثال) مطلوبست نمایش تابع (y=x+sinh(x

```
>> syms x
>> ezplot(x+sinh(x))
>>
```

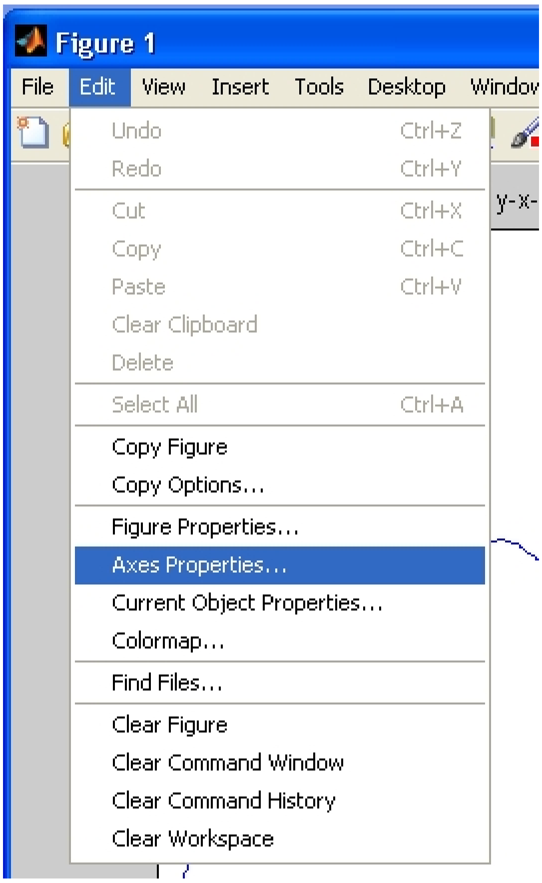
مثال) مطلوبست نمایش تابع (y=x+sinh(x در فاصله $-2\pi \le x \le 2\pi$.

```
>> syms x
>> ezplot(x+sinh(x),[-2*pi 2*pi])
>>
```

مثال) مطلوبست نمایش تابع (y=x+sinh(x و تابع $y=x+\sin^2(x)$ در کنار هم.

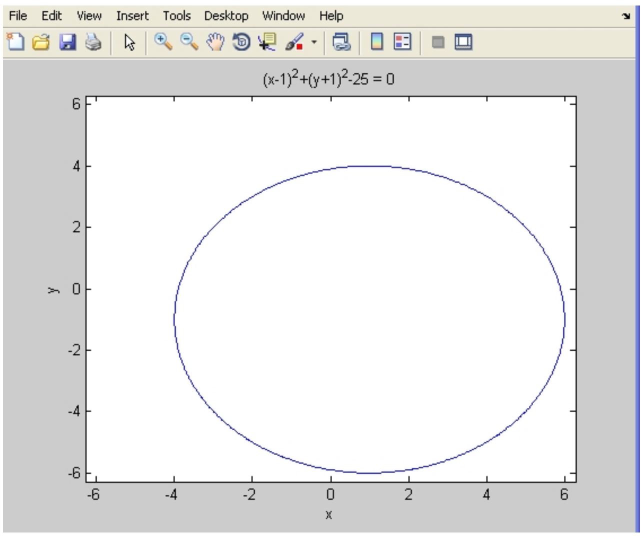
```
>> syms x
>> ezplot(x+sinh(x))
>> hold on
>> ezplot(x+(sin(x))^2)
>>
```

تذکر: برای برای تغییر مشخصات گراف مانند حدود x و y، تغییر رنگ، لگاریتمی کردن مقیاس x یا y و... از منوی Edit گزینه ...Axes Properties را انتخاب می کنیم.



مثال) نمودار دایره $(x-1)^2+(y+1)^2=25$ را رسم کنید.

```
>> syms x y
>> ezplot('(x-1)^2+(y+1)^2-25')
>>
```



به دلیل اینکه مقیاس محورها برابر نیست، نمودار دایره شبیه بیضی شده است. کافی است دستور زیر را اجرا کنیم.

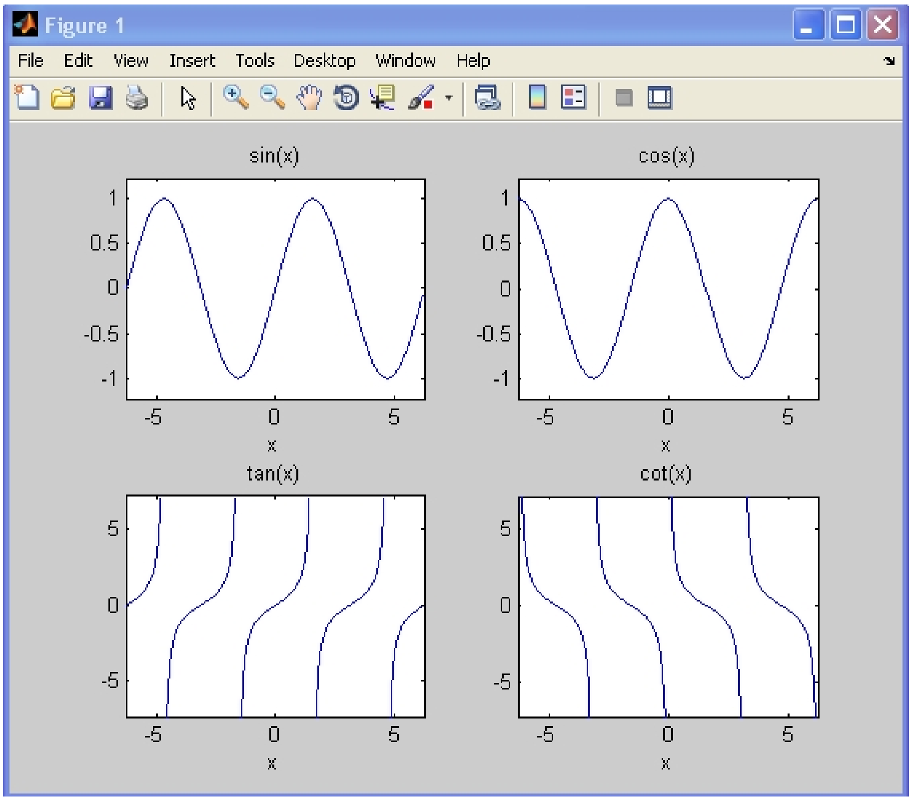
```
>> axis equal
>>
```

مثال) مطلوبست رسم نمودار رابطه $\sqrt{x^2+y^2}\times(x^2-y^2)=3xy$

```
>> ezplot('sqrt(x^2+y^2)*(x^2-y^2)-3*x*y')
>>
```

مثال) می‌خواهیم نمودارهای `y=sin(x)` و `y=cos(x)` و `y=tan(x)` و `y=cot(x)` را در یک پنجره گراف و جدا از هم رسم کنیم.

```
>> syms x
>> subplot(2,2,1)
>> ezplot(sin(x))
>> subplot(2,2,2)
>> ezplot(cos(x))
>> subplot(2,2,3)
>> ezplot(tan(x))
>> subplot(2,2,4)
>> ezplot(cot(x))
```



معرفی تابع دو متغیره

مثال) می‌خواهیم تابع `f(x,y)=1+xy-sin(x+2y)` را معرفی و مقداردهی کنیم.

```
>> syms x y
>> f=inline('1+x*y-sin(x+2*y)','x','y')

f =

     Inline function:
     f(x,y) = 1+x*y-sin(x+2*y)

>> a=f(pi,2)

a =

   6.526382811871658
```

مقداردهی با دستور `subs`

مثال)

```
>> syms a b x c
>> f=a*x^2+b*x+c

f =

a*x^2+b*x+c


>> m=subs(f,x,2)

m =

4*a+2*b+c
```

در مثال بالا مقدار ۲ در متغیر `x` جایگذاری شده است.

مثال)

```
>> syms a b x c
>> f=a*x^2+b*x+c

f =

a*x^2+b*x+c


>> k=subs(f,{x,a,b,c},{2,-3,4,8})
```

```
k =

     4
```

در مثال بالا مقدار ۲ در متغیر x ، مقدار ۳- در متغیر a ، مقدار ۴ در متغیر b ، مقدار ۸ در متغیر c ، جایگذاری شده است.

عملیات بر روی چندجمله‌ای‌ها

مثال)

```
>> syms t x y
>> f=(x+2)^3+4*y*t+y*x+t*x+4*y*(x+2);
>> g=(x^2-1)*(x-2)*(x-3);
>> collect(f,x)

ans =

x^3+6*x^2+(12+t+5*y)*x+8+8*y+4*y*t


>> collect(g,x)

ans =

-6+x^4-5*x^3+5*x^2+5*x


>> e=x^4+4;
>> factor(e)

ans =

(x^2-2*x+2)*(x^2+2*x+2)


>> factor(g)

ans =

(x-1)*(x+1)*(x-2)*(x-3)
```

```
>> h=cos(x+y);
>> expand(g)

ans =

-6+x^4-5*x^3+5*x^2+5*x


>> expand(h)

ans =

cos(x)*cos(y)-sin(x)*sin(y)


>> expand(f)

ans =

x^3+6*x^2+12*x+8+4*y*t+5*y*x+t*x+8*y
>> p=(cos(3*x))^2+(sin(3*x))^2

p =

cos(3*x)^2+sin(3*x)^2


>> simplify(p)

ans =

1
> b=(1/x^3+6/x^2+12/x+8)^(1/3);
>> b1=simple(b);
>> b1

b1 =

(2*x+1)/x


>> b2=simplify(b);
>> b2
```

```
b2 =

((2*x+1)^3/x^3)^(1/3)
```

همانطور که ملاحظه می‌گردد، دستور `collect` ، `f` را برحسب `x` مرتب می‌کند. دستور `factor` ، `e` را تجزیه می‌کند. دستور `expand` بسط می‌دهد و دستور `simple` و `simplify` عبارت را ساده می‌کند.

نمایش با دستور pretty

```
>> syms s
>> n=(10*s^2+40*s+30)/(s^2+6*s+8);
>> pretty(n)

                                   2
                               10 s  + 40 s + 30
                               -----------------
                                  2
                                 s  + 6 s + 8
>>
```

محاسبه حدود توابع

$Ex.)\ \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=?$

```
>> syms x
>> l=limit((1-cos(x))/(x^2),x,0)

l =

1/2
```

$Ex.)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{ax^2+2x}}{2x+\sin(x)}=?$

```
>> syms x a
>> l=limit((sqrt(a*x^2+2*x))/(2*x+sin(x)),x,+inf)

l =

1/2*a^(1/2)
```

$Ex.)\ \lim_{x\to\pi^-}[\sin x]=?$

```
>> syms x
>> l=limit(floor(sin(x)),x,pi,'left')
```

```
l =

0
```

$Ex.)\ \lim_{x\to\pi^+}[\sin x] = ?$

```
>> l=limit(floor(sin(x)),x,pi,'right')

l =

-1
```

$Ex.)\ \lim_{x\to\pi}[\sin x] = ?$

```
>> l=limit(floor(sin(x)),x,pi)

l =

NaN
```

دقت شود که منظور از `NaN`، `Not a Number` می‌باشد.

محاسبه مشتق توابع

$Ex.)\ \frac{d}{dx}(x+\tan x) = ?$

```
>> syms x
>> f=x+tan(x);
>> d=diff(f,x)

d =

2+tan(x)^2
```

$Ex.)\ \frac{d^4}{dx^4}(x+\tan x) = ?$

```
>> syms x
>> f=x+tan(x);
>> d4=diff(f,x,4)

d4 =

16*(1+tan(x)^2)^2*tan(x)+8*tan(x)^3*(1+tan(x)^2)
```

اگر می‌خواستیم مقدار مشتق چهارم f را در نقطه x=-7.5 حساب کنیم :

```
>> syms x
>> f=x+tan(x);
>> d4=diff(f,x,4);
>> subs(d4,x,-7.5)

ans =

   -4.318149972714537e+003
```

$Ex.)\ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\ (y^3x^2 + y^2x + z^2xy^4) = ?$

```
>> syms x y z
>> f=y^3*x^2+y^2*x+z^2*x*y^4;
>> d2=diff(f,y,2)

d2 =

6*y*x^2+2*x+12*z^2*x*y^2
```

$Ex.)\ \frac{\partial^2 f}{\partial x\,\partial y}\ (y^3x^2 + y^2x + z^2xy^4) = ?$

```
>> syms x y z
>> f=y^3*x^2+y^2*x+z^2*x*y^4;
>> d=diff(diff(f,y),x)

d =

6*y^2*x+2*y+4*z^2*y^3
```

محاسبه انتگرال معین

$Ex.)\ \int e^{ax}\cos(bx)\ dx = ?$

```
>> syms a b x
>> k=int(exp(a*x)*cos(b*x),x)

k =

a/(a^2+b^2)*exp(a*x)*cos(b*x)+b/(a^2+b^2)*exp(a*x)*sin(b*x)
```

```
>> pretty(k)

                   a exp(a x) cos(b x)   b exp(a x) sin(b x)
                   ------------------- + -------------------
                          2    2                2    2
                         a  + b                a  + b
>>
```

محاسبه انتگرال نامعین

$$Ex.)\int_{-5}^{7.6} xe^{ax}\ dx = ?$$

```
>> syms a x
>> k=int(x*exp(a*x),x,-5,7.6)

k =

1/5*(5*exp(-5*a)+25*exp(-5*a)*a-
5*exp(38/5*a)+38*exp(38/5*a)*a)/a^2


>> pretty(k)

          5 exp(-5 a) + 25 exp(-5 a) a - 5 exp(38/5 a) + 38
exp(38/5 a) a
      1/5 ----------------------------------------------------
-----------
                                          2
                                         a
>> collect(k,a)

ans =

(5*exp(-5*a)+38/5*exp(38/5*a))/a+(exp(-5*a)-exp(38/5*a))/a^2
>> pretty(ans)

          5 exp(-5 a) + 38/5 exp(38/5 a)   exp(-5 a) - exp(38/5 a)
          ------------------------------ + -----------------------
                        a                              2
                                                      a
>>
```

$$Ex.)\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2}\,dx = ?$$

```
>> syms x
>> h=int(1/(1+x^2),x,0,+inf)

h =

1/2*pi
```

محاسبه انتگرال دوگانه

$$Ex.)\int_1^{e^4}\int_0^{x} \frac{dy\,dx}{(x+y)^2} = ?$$

```
>> syms x y
>> b=int(int(1/(x+y)^2,y,0,x),x,1,exp(4))
b =

1/2*log(960500813064011)-22*log(2)


>> vpa(b,3)

ans =

2.0
```

تذکر: در مبحث ریاضیات عددی، توابع `dblquad` و `triplequad` برای محاسبه انتگرال دوگانه و سه‌گانه به روش عددی به کار می‌روند.

محاسبه سری

$$Ex.)\ s_1=\sum_{k=0}^{5}k^2=?$$

```
>> syms k
>> s1=symsum(k^2,k,0,5)

s1 =

55
```

$$Ex.)\ s_2=\sum_{k=n}^{p}k^2=?$$

```
>> syms k n p
>> s2=symsum(k^2,k,n,p)

s2 =

1/3*(p+1)^3-1/2*(p+1)^2+1/6*p+1/6-1/3*n^3+1/2*n^2-1/6*n


>> pretty(s2)

                3                2                            3          2
  1/3 (p + 1)  - 1/2 (p + 1)  + 1/6 p + 1/6 - 1/3 n  + 1/2 n  - 1/6 n

>> pretty(collect(s2))

                         3          2                       3          2
                1/3 p  + 1/2 p  + 1/6 p - 1/3 n  + 1/2 n  - 1/6 n
>>
```

$$Ex.)\ s_3=\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{x^k}{k!}=?$$

```
>> syms x k
>> s3=symsum((x^k)/(sym('k!')),k,0,+inf)

s3 =

exp(x)
```

محاسبه سری تیلور توابع یک متغیره

مثال) مطلوبست سری تیلور تابع زیر در a=8 .

$Ex.)\ f(x) = \dfrac{1}{5 + 4\cos x}$

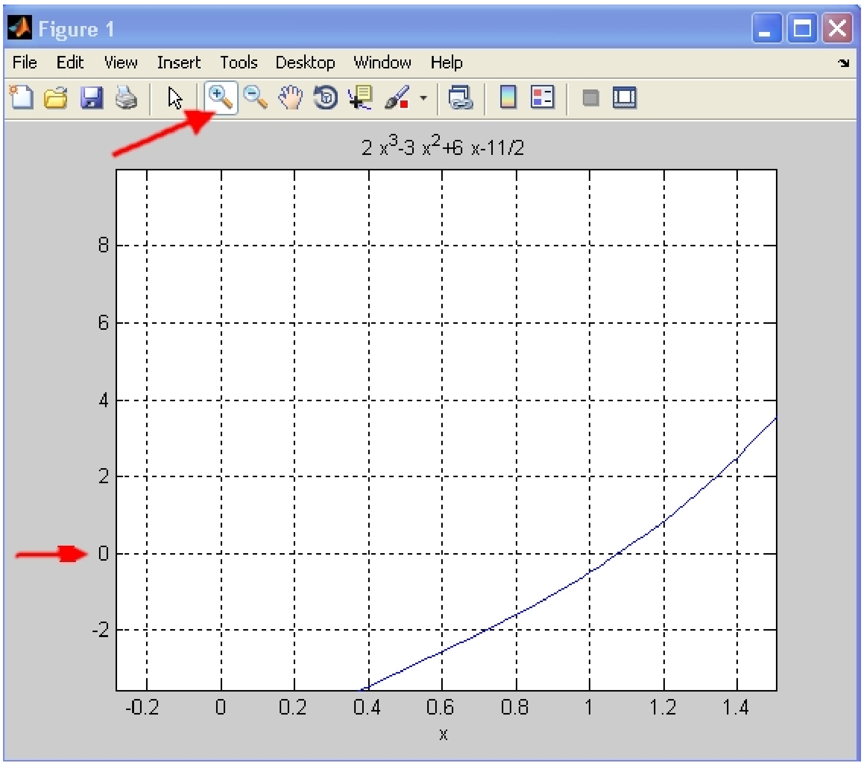
```
>> syms x
>> f=1/(5+4*cos(x));
>> t=taylor(f,8)

t =

1/9+2/81*x^2+5/1458*x^4+49/131220*x^6


>> pretty(t)

              2            4      49     6
1/9 + 2/81 x  + 5/1458 x  + ------ x
                             131220
```

پیداکردن ریشه‌های معادله f(x)=0

$Ex.)\ 2x^3 - 3x^2 + 6x - 5.5 = 0$

برای حدس اولیه ابتدا نمودار تابع را رسم می‌کنیم و با ابزار zoom می‌توان محل ریشه (ها) را یافت.

```
>> syms x
>> ezplot(2*x^3-3*x^2+6*x-5.5)
>> grid on
```

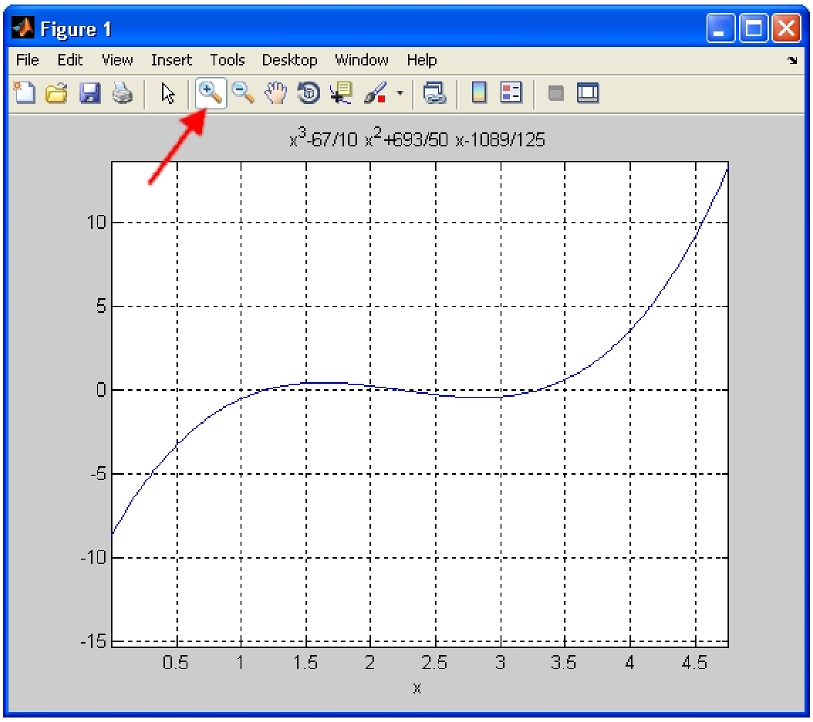



```
>> [x]=solve('2*x^3-3*x^2+6*x-5.5','x')

x =


1.0799656351083685970101250717027

.21001718244581570149493746414863+1.58185653693057450159354822
31862*i
 .21001718244581570149493746414863-
1.5818565369305745015935482231862*i



>> vpa(x,4)

ans =

         1.080
 .2100+1.582*i
 .2100-1.582*i
```

$Ex.)\ x^3 - 6.7 * x^2 + 13.86 * x = 8.712$

```
>> syms x
>> ezplot(x^3-6.7*x^2+13.86*x-8.712)
>> grid
```

```
>> [m]=solve('x^3-6.7*x^2+13.86*x-8.712','x')

m =

 1.2000000000000000000000000000000
 2.2000000000000000000000000000000
 3.3000000000000000000000000000000
```



$Ex.)\ ax^2+bx+c=0$

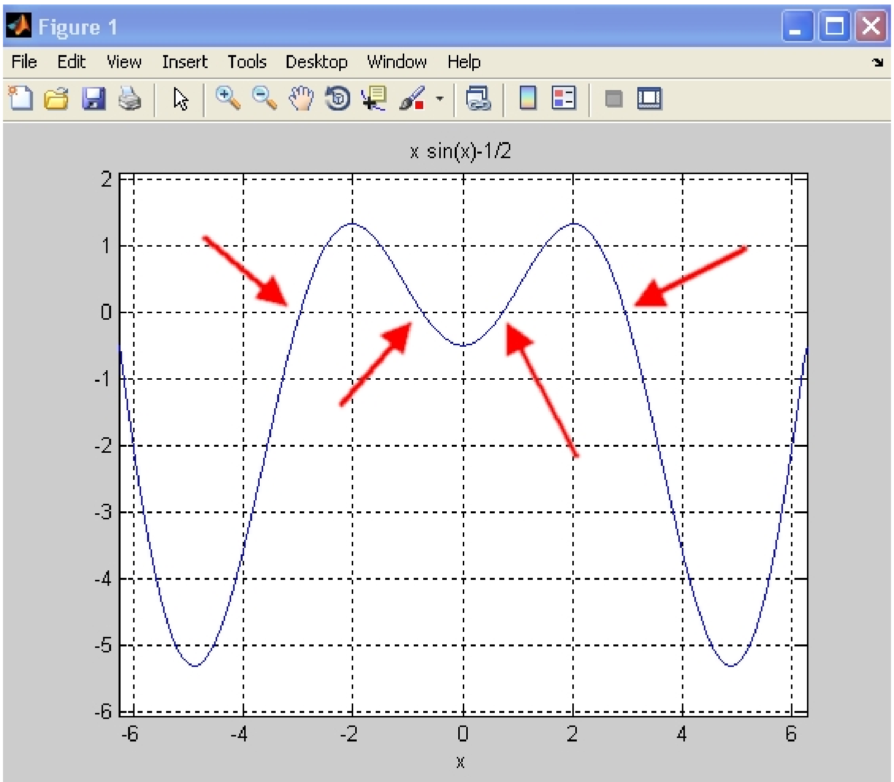
```
>> syms a x b c
>> [m]=solve('a*x^2+b*x+c','x')

m =

 -1/2*(b-(b^2-4*c*a)^(1/2))/a
 -1/2*(b+(b^2-4*c*a)^(1/2))/a


>> pretty(m)

                                  [              2           1/2]
                                  [       b - (b   - 4 c a)     ]
                                  [- 1/2 --------------------]
                                  [                a            ]
                                  [                             ]
                                  [              2           1/2]
                                  [       b + (b   - 4 c a)     ]
                                  [- 1/2 --------------------]
                                  [                a            ]
>>
```

نکته بسیار مهم: اگر در حل معادله `f(x)=0` بیش از یک ریشه داشته باشیم و دنبال ریشه‌ای باشیم که حدود آنرا می‌دانیم از روش‌های زیر استفاده می کنیم.

مثال) مطلوبست ریشه معادله `xsin(x)=0.5`. ریشه بین ۲ و ۳ است.

اگر مانند روش قبل حل کنیم:

```
>> syms x
>> ezplot(x*sin(x)-0.5)
>> grid
>> [m]=solve('x*sin(x)-0.5','x')

m =

-.74084095509549062101093540994313
```



مشخص است که Matlab جواب مورد نظر را نداده است. برای یافتن جواب به روش زیر عمل می کنیم:

```
>> a=maple('fsolve(x*sin(x)-0.5=0,x,2..3)')

a =

2.9725854903823601148057972025655
```

روش دوم)

```
>> f=inline('x*sin(x)-0.5','x')

f =

     Inline function:
     f(x) = x*sin(x)-0.5

>> m=fzero(f,[2 3])

m =

    2.9726

>> format long
>> m
```

```
m =

   2.972585490382360
```

حل دستگاه معادلات

$$Ex.)\begin{cases}x+y+2z=-3\\2x+2y+z=3\\-x+2y+z=0\end{cases}$$

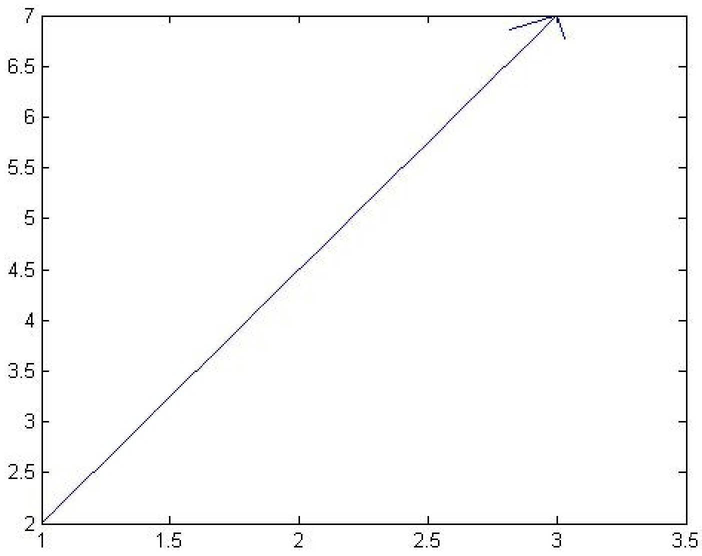
```
>> syms x y z
>> [x y z]=solve('x+2*y+2*z+3','2*x+2*y+z-3','-
x+2*y+z','x','y','z')

x =

1



y =

3



z =

-5
```

نکته بسیار مهم: نام‌گذاری خروجی این دستور به ترتیب حروف الفباست. به دستورات زیر دقت کنید.

```
>> syms x y z
>> [x y z]=solve('x+2*y+2*z+3','2*x+2*y+z-3','-x+2*y+z','x','z','y')

x =

1



y =

3



z =

-5

>> syms x y z
>> [a b c]=solve('x+2*y+2*z+3','2*x+2*y+z-3','-x+2*y+z','z','x','y')

a =

1



b =

3



c =

-5
```

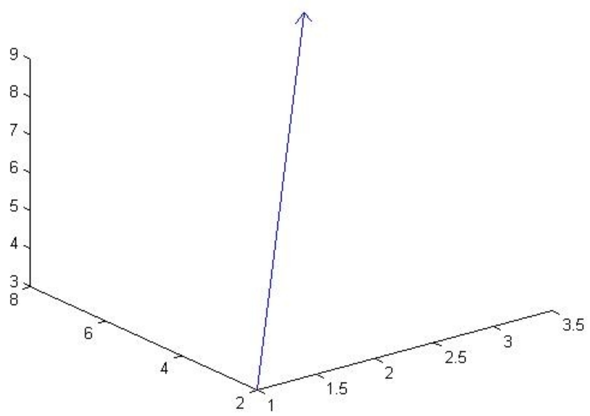
رسم بردار در فضای دو بعدی

```
>> A=[1 2];
>> B=[2 5];
>> arrow(A,B)
```



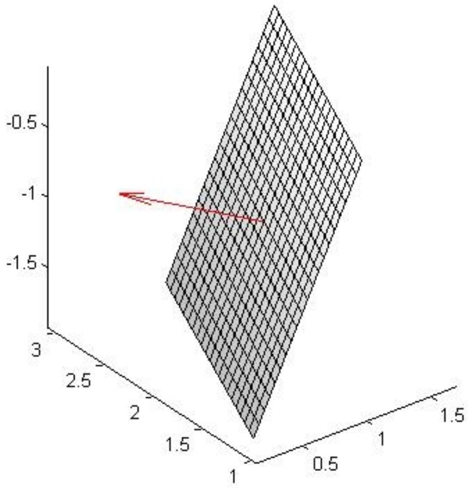
رسم بردار در فضای سه بعدی

```
>> A=[1 2 3];
>> B=[2 5 6];
>> arrow3(A,B)
```



رسم صفحه

```
>> P0=[1 2 -1];
>> n=[-5 2 2];
>> plane(P0,n)
```

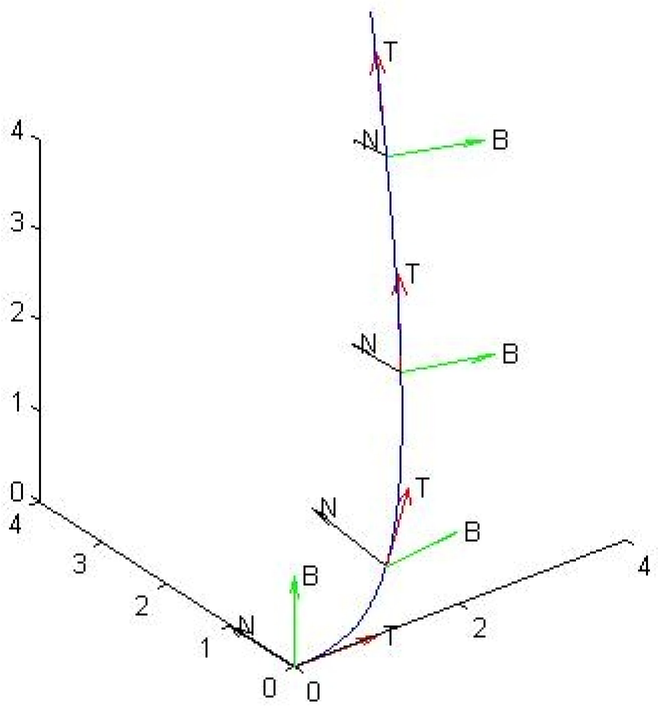


مشخص کردن بردارهای کنج فرنه (T&N&B)

```
>> x=inline('2*t');
>> y=inline('t.^2');
>> z=inline('t.^3/2');
>> t=0:.01:12;
>> plot3(x(t),y(t),z(t));
>> axis equal
>> hold on
>> frenet(x,y,z)
enter a value of  t   0

t =

     0

      T           N             B

frame =

    1.0000         0   -0.0000
         0    1.0000         0
    0.0000         0    1.0000


 kappa       a_T             a_N

ans =
```

```
    1.4142         0    2.0000

enter a value of  t   0.8

t =

    0.8000

      T           N            B

frame =

    0.7312   -0.6157    0.2937
    0.5850    0.3444   -0.7343
    0.3510    0.7088    0.6119


 kappa       a_T           a_N

ans =

    1.4449    2.0122    2.3897

enter a value of  t   1.4

t =

    1.4000

      T           N            B

frame =

    0.4419   -0.7206    0.5343
    0.6187   -0.1865   -0.7632
    0.6496    0.6678    0.3634


 kappa       a_T           a_N

ans =

    1.1432    3.9657    2.4320
```

```
enter a value of  t   1.8

t =

    1.8000

      T           N            B

frame =

    0.3140   -0.6967    0.6450
    0.5651   -0.4088   -0.7166
    0.7629    0.5895    0.2654


 kappa       a_T           a_N

ans =

    0.9373    5.2497    2.3657
```

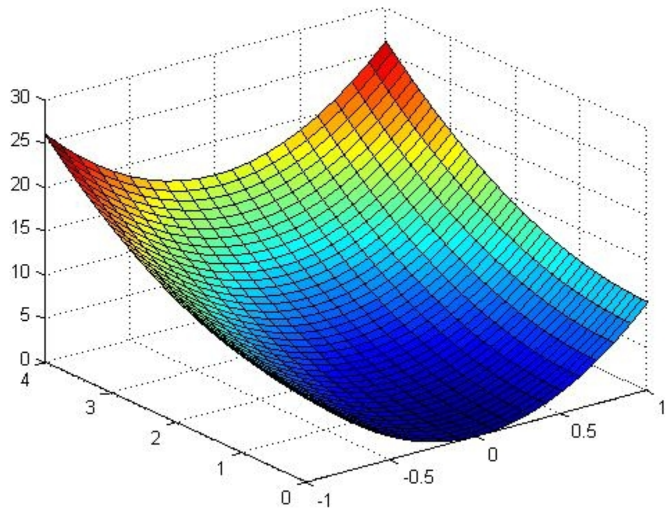


ترسیم توابع عددی دو متغیره

تابع $z = f(x,y) = 10x^2 + y^2$ را رسم می کنیم.

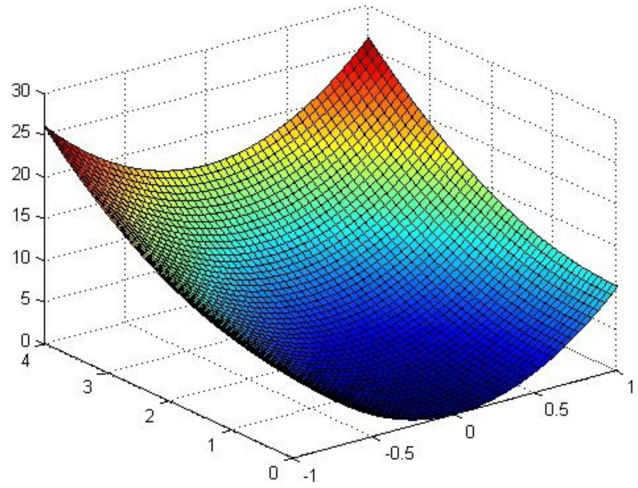
```
>> x=-1:.1:1;
>> y=0:.1:4;
```

```
>> [X,Y]=meshgrid(x,y);
>> f=inline('10*x.^2+y.^2','x','y')

f =

     Inline function:
     f(x,y) = 10*x.^2+y.^2

>> surf(X,Y,f(X,Y))
```



- راه کوتاه: ابتدا محدوده صفحه X-Y را در corners وارد می کنیم.

```
>> clear
>> f=inline('10*x.^2+y.^2','x','y')

f =

     Inline function:
     f(x,y) = 10*x.^2+y.^2

>> corners=[-1 1 0 4];
>> qsurf(f,corners)
```

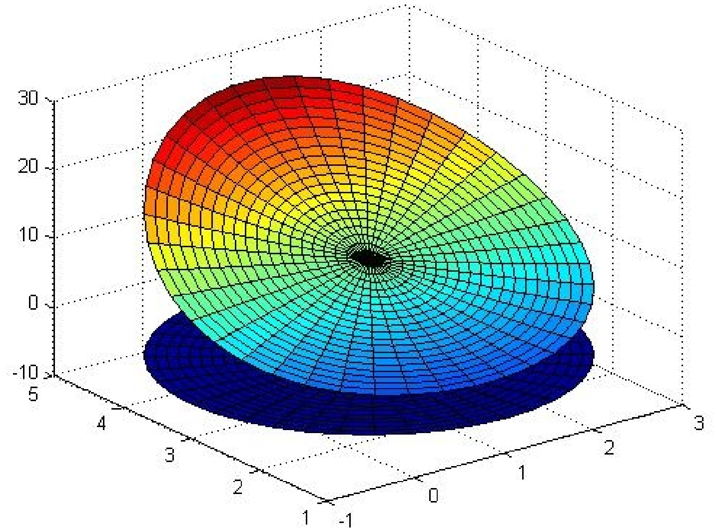


ملاحظه می گردد که mesh بندی دقیقتر است.

ترسیم توابع دو متغیره با مختصات قطبی

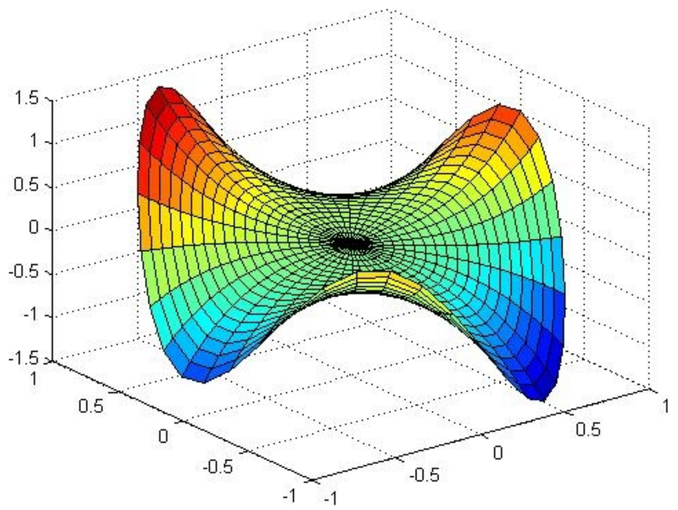
- رسم $f(x,y)=x-1+y^2$ بر روی ناحیه مدور $\{(x-1)^2+(y-3)^2=4\}$

```
>> %first make a meshgrid in r,theta-coordinates
>> r=linspace(0,2,21);
>> thetta=linspace(0,2*pi,41);
>> [R,TH]=meshgrid(r,thetta);
>> %now convert into a curvlinear
>> X=1+R.*cos(TH);
>> Y=3+R.*sin(TH);
>> Z=X-1+Y.^2;
>> surf(X,Y,Z)
>> %add the plane Z=-5
>> hold on
>> surf(X,Y,-5+0*Z)
>> hold off
```



- رسم $f(r,q)=\frac{r}{2}\sin(q)+r^3\cos(3q)$ بر روی ناحیه دایره ای که مرکزش در مبدا است.

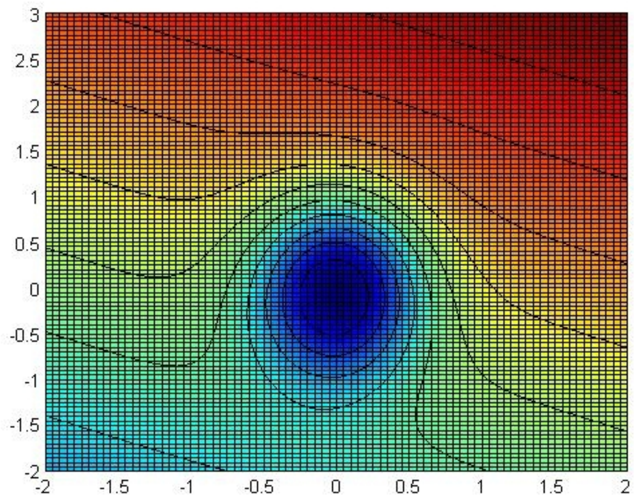
```
>> r=linspace(0,1,21);
>> thetta=linspace(0,2*pi,41);
>> [R,TH]=meshgrid(r,thetta);
>> X=R.*cos(TH);
>> Y=R.*sin(TH);
>> Z=0.5*R.*sin(TH)+R.^3.*cos(3*TH);
>> surf(X,Y,Z)
```



منحنیهای تراز

- تابع $f(x,y)=6e^{-3x^2-y^2}+\frac{x}{2}+y$ را در نظر بگیرید. ۱۰ خط تراز به رنگ سیاه در ناحیه [-2,2]*[-2,3] رسم می کنیم .

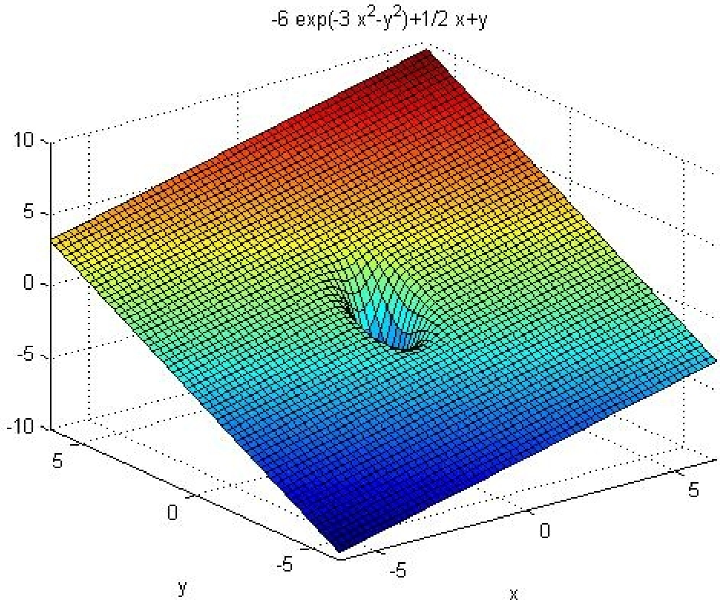
```
>> x=-2:.05:2;
>> y=-2:.05:3;
>> [X,Y]=meshgrid(x,y);
>> f=inline('-6*exp(-3*x.^2-y.^2)+.5*x+y','x','y');
>> Z=f(X,Y);
>> pcolor(X,Y,Z)
>> hold on
>> contour(X,Y,Z,10,'k')
>> hold off
```



تکنیک رسم سریع توابع دو متغیره

تابع بالا را رسم می‌کنیم:

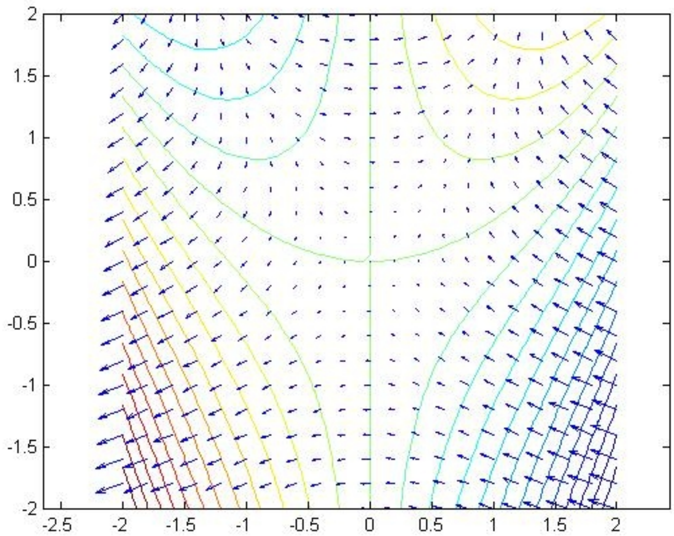
```
>> syms x y
>> f=-6*exp(-3*x^2-y^2)+.5*x+y;
>> ezsurf(f)
```



رسم بردار گرادیان و منحنی تراز

- تابع $f(x,y)=xy-\frac{x^3}{3}$ را در نظر بگیرید. بردار گرادیان و منحنی تراز را در ناحیه [-2,2]*[-2,2] رسم کنید.

```
>> f=inline('x.*y-(x.^3)/3','x','y');
>> fx=inline('y-x.^2','x','y');
>> fy=inline('x','x','y');
>> x=-2:0.05:2;
>> y=x;
>> [X,Y]=meshgrid(x,y);
>> Z=f(X,Y);
>> levels=[-6:0.5:6];
>> contour(X,Y,Z,levels)
>> hold on
>> xx=-2:0.2:2;
>> yy=xx;
>> [XX,YY]=meshgrid(xx,yy);
>> U=fx(XX,YY);
>> V=fy(XX,YY);
>> quiver(XX,YY,U,V)
>> axis equal
```



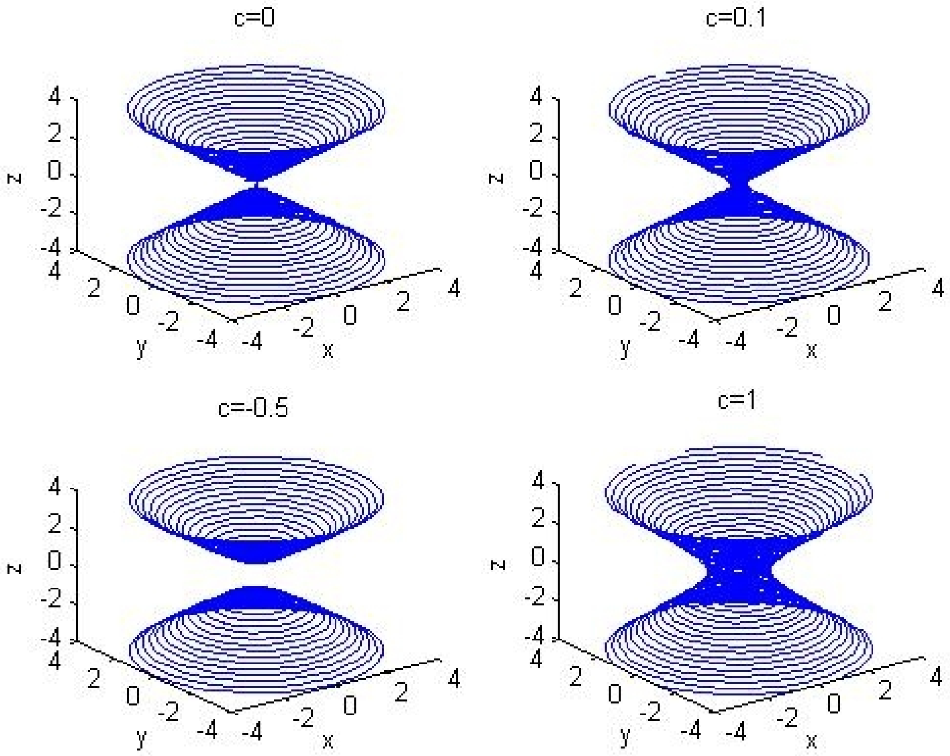
رسم سطوح تراز توابع سه متغیره

همان طور که می دانیم معادله سطوح تراز به صورت `f(x,y,z)=c` می باشد. این ترسیم به کمک `M-File` ای به صورت `impl(f,corners,c)` انجام می شود.

- تابع $f(x,y,z)=x^2+y^2-z^2$ و برای `c=0.1,1,0,-0.5`

```
>> f=inline('x.^2+y.^2-z.^2','x','y','z');
>> corners=[-4 4 -4 4 -4 4];
>> subplot(2,2,1)
>> impl(f,corners,0)

ans =

The max over this domain is 32.00000


ans =

The min over this domain is -16.00000

>> subplot(2,2,2)
>> impl(f,corners,0.1)

ans =
```

```
The max over this domain is 32.00000


ans =

The min over this domain is -16.00000

>> subplot(2,2,3)
>> impl(f,corners,-0.5)

ans =

The max over this domain is 32.00000


ans =

The min over this domain is -16.00000

>> subplot(2,2,4)
>> impl(f,corners,1)

ans =

The max over this domain is 32.00000


ans =

The min over this domain is -16.00000
```

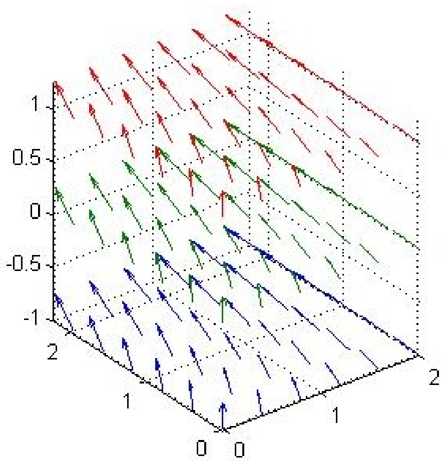


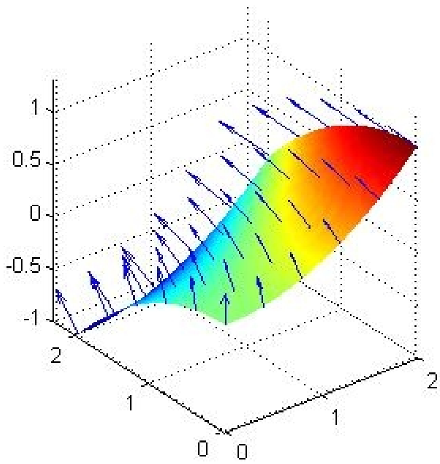
ترسیم میدان برداری گرادیان

تابع $f(x,y,z)=z+\frac{(y^2-x^2)}{4}$ را در نظر بگیرید. میدان برداری گرادیان آن به صورت $\nabla f=(-\frac{x}{2},\frac{y}{2},1)$ می باشد.

```
>> [X,Y]=meshgrid(0:0.4:2);
>> U=-X/2;
>> V=Y/2;
>> W=1+0*X;
>> subplot(1,2,1)
>> for z=[-1,0,1]
Z=z+0*X;
quiver3(X,Y,Z,U,V,W)
hold on
end
>> axis image
>> %plot the surface
>> [XX,YY]=meshgrid(0:0.05:2);
>> ZZ=0.25*(XX.^2-YY.^2);
>> subplot(1,2,2)
>> surf(XX,YY,ZZ)
>> shading interp
>> hold on
```

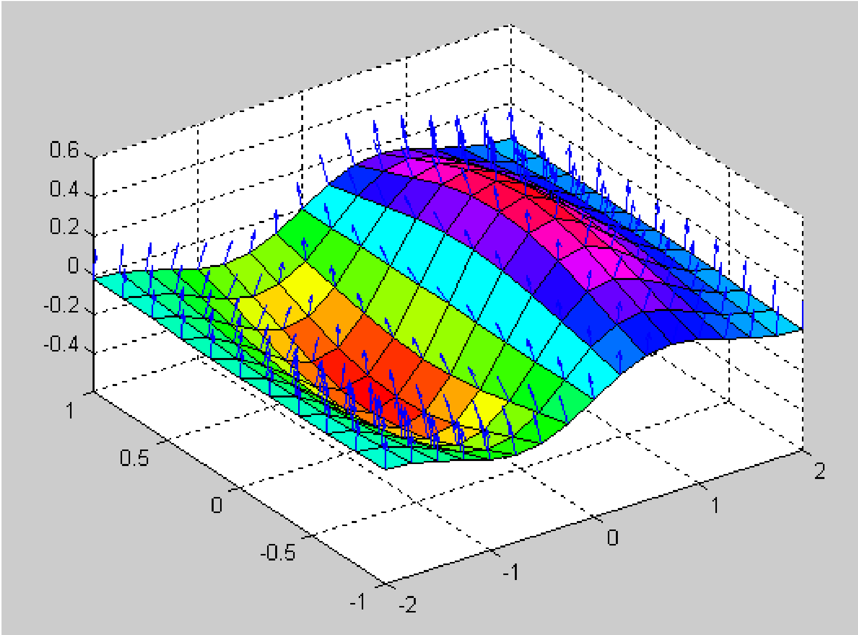
```
>> %add the gradint vector
>> Z=0.25*(X.^2-Y.^2);
>> quiver3(X,Y,Z,U,V,W)
>> axis image
```





مثال دیگر: مطلوبست رسم بردارهای گرادیان رویه $z = xe^{-x^2-y^2}$

```
>>[X,Y] = meshgrid(-2:0.25:2,-1:0.2:1);
>>Z = X.* exp(-X.^2 - Y.^2);
>>[U,V,W] = surfnorm(X,Y,Z);
>>quiver3(X,Y,Z,U,V,W,0.5);
>>hold on
>>surf(X,Y,Z);
>>colormap hsv
>>view(-35,45)
>>axis ([-2 2 -1 1 -.6 .6])
>>hold off
```



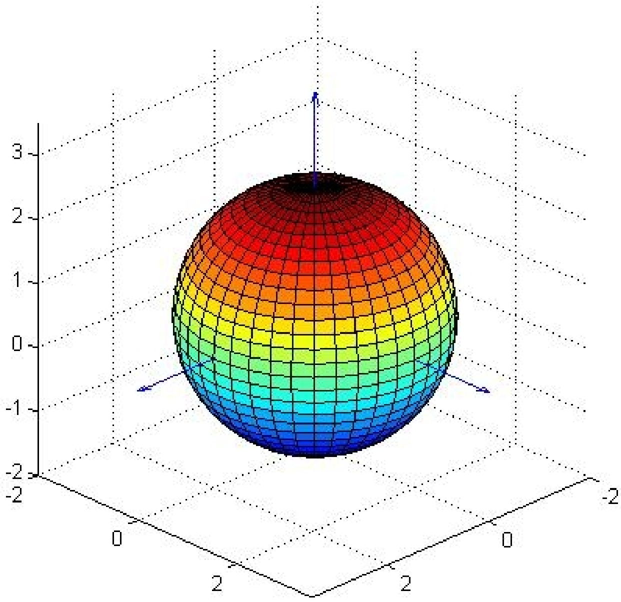
ترسیم پارامتریک سطوح

مثال) می‌خواهیم کره ای با مختصات زیر رسم کنیم :

x=a cos(v) cos(u) , y=a cos(v) sin(u) , z=a sin(v)

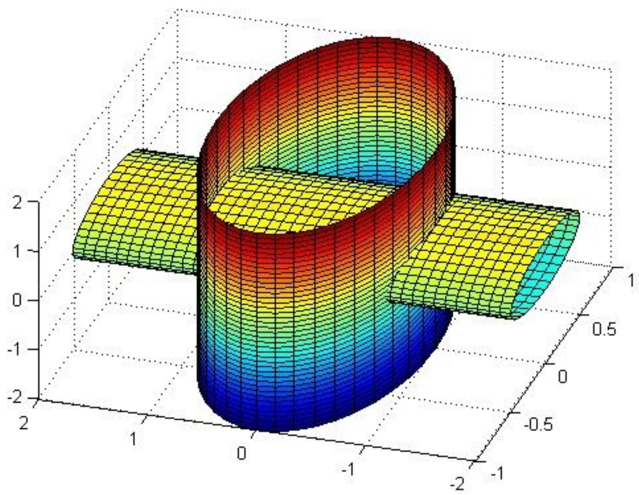
$0 \le u \le 2p \qquad -\frac{p}{2} \le v \le \frac{p}{2}$

```
>> a=2;
>> u=linspace(0,2*pi,41);
>> v=linspace(-pi/2,pi/2,31);
>> [U,V]=meshgrid(u,v);
>> X=a*cos(V).*cos(U);
>> Y=a*cos(V).*sin(U);
>> Z=a*sin(V);
>> surf(X,Y,Z)
>> axis image
```



مثال) نمایش تقاطع دو استوانه

```
>> u=linspace(0,2*pi,41);
>> v=linspace(-2,2,41);
>> [U,V]=meshgrid(u,v);
>> %vertical cylinder with r=1
>> surf(cos(U),sin(U),V)
>> hold on
>> %horizental cylinder with r=5
>> surf(0.5*cos(U),V,0.5*sin(U))
>> hold off
```

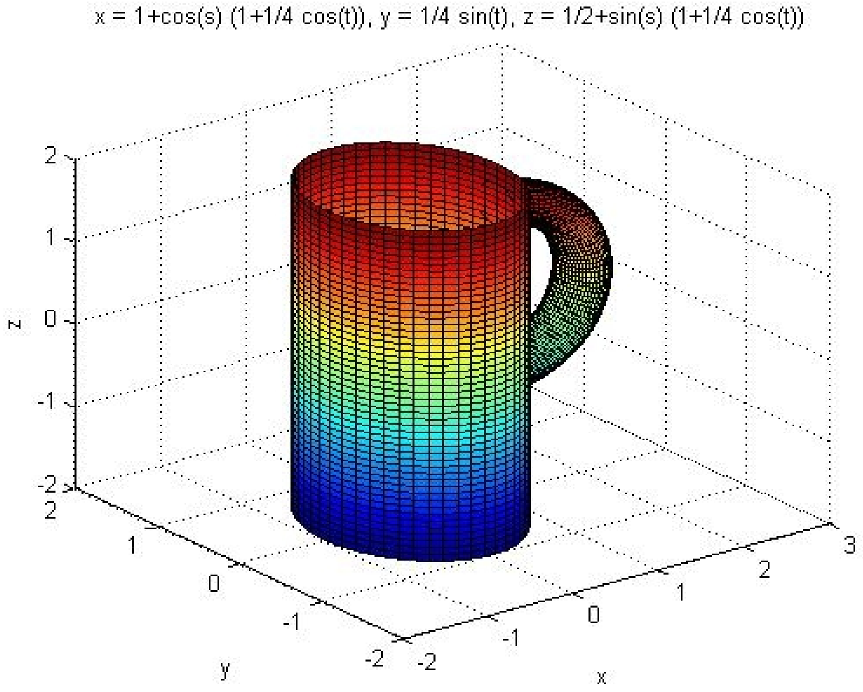


استفاده از فرمان ezsurf برای ترسیم سطوح پارامتری

این فرمان به صورت ezsurf(x,y,z,[a b c d]) می باشد. پارامترها s و t می باشند که a<s<b و c<t<d است.

مثال) ترسیم یک لیوان :

```
>> syms s t
>> %vertical cylinder with r=1
>> x=cos(s);
>> y=sin(s);
>> z=t;
>> ezsurf(x,y,z,[0 2*pi -2 2])
>> hold on
>> %handle r=1 centered in (1,0,0.5)
>> xhandle=1+cos(s)*(1+0.25*cos(t));
>> yhandle=0.25*sin(t);
>> zhandle=0.5+sin(s)*(1+0.25*cos(t));
>> ezsurf(xhandle,yhandle,zhandle,[-pi/2 pi/2 0 2*pi])
>> hold off
>> axis([-2 3 -2 2 -2 2])
```



معادلات دیفرانسیل مرتبه اول

هرچند که MATLAB یک نرم افزار مخصوص مسایل آنالیز عددی می باشد ولی قادر است مسایل مربوط به معادلات دیفرانسیل را به طور نمادین حل نماید. به عنوان مثال می خواهیم معادله دیفرانسیل $y' = xy$ را حل کنیم.

تذکر: مشتقات y را باید به صورت اپراتور وارد نمود.

تابع مورد استفاده در این مبحث، `dsolve()` می باشد که مخصوص حل نمادین معادلات می باشد.

مثال مطرح شده را این گونه حل می کنیم :

```
>> syms x y
>> y=dsolve('Dy=y*x','x')
y =
 C1*exp(1/2*x^2)
```

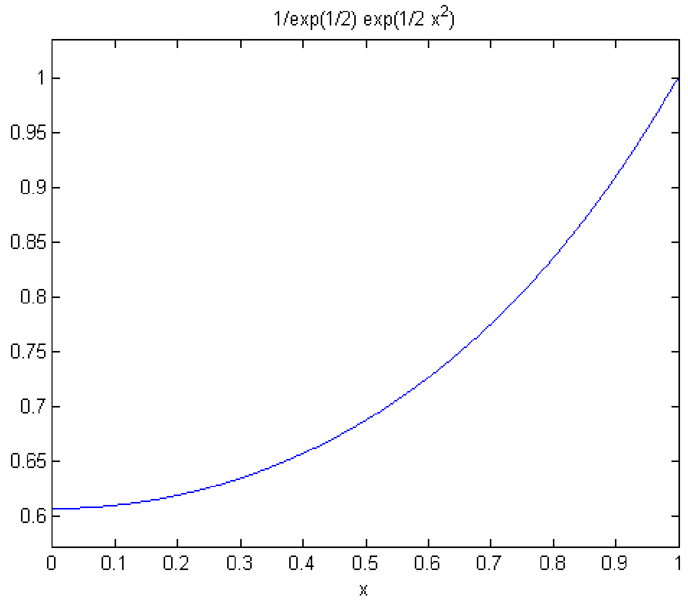
حل معادلات دیفرانسیل با شرایط مرزی

کافی است شرایط مرزی را در تابع `dsolve` وارد نماییم.

```
>> syms x y
>> y=dsolve('Dy=y*x','y(1)=1','x')
y =
1/exp(1/2)*exp(1/2*x^2)
```

حالا می خواهیم تابع `y` که در بالا به دست آمد را در بازه `[0,1]` رسم کنیم :

```
>> ezplot(y,[0 1])
```



- برای آشنایی بیشتر به حل چند معادله می پردازیم :

$Ex.)\ y' = 1 + x + y^2 + xy^2$

```
>> syms xy
>> y=dsolve('Dy=1+x+y^2+x*y^2','x')
y =
```

```
tan(x+1/2*x^2+C1)
```

$Ex.)\ y' = \tan(x+y) - 1$

```
>> syms xy
>> y=dsolve('Dy=tan(x+y)-1','x')
 y =
 -x+asin(exp(x)/C1)
```

$Ex.)\ y' = \dfrac{x^2 - y^2}{2xy}$

```
>> syms xy
>> y=dsolve('Dy=(x^2-y^2)/(2*x*y)','x')


y =
   1/3/x*3^(1/2)*(x*(x^3+3*C1))^(1/2)
 -1/3/x*3^(1/2)*(x*(x^3+3*C1))^(1/2)
```

$Ex.)\ y' = \dfrac{x + 2y - 5}{3x - y - 1}$

```
>> syms xy
>> y=dsolve('Dy=(x+2*y-5)/(3*x-y-1)','x')
y =
 -1/2*log(((-1+x)^2+(-y+2)*(-1+x)+(-y+2)^2)/(-1+x)^2)-
5/3*3^(1/2)*atan(1/3*(3+x-2*y)*3^(1/2)/(-1+x))-log(-1+x)-C1 =
0
```

تذکر : در تمامی موارد بالا بعد از حل معادله برای نمایش بهتر `y` می توان دستور `>>pretty(y)` را اجرا نمود.

$Ex.)\ xy' - 3y = x^2$

```
>> syms xy
>> y=dsolve('x*(Dy)-3*y=x^2','x')
y =
 (-1+C1*x)*x^2
```

$Ex.)\ y' - y = xy^2$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('Dy-y=x*y^2','x')
y =
 -1/(-1+x-exp(-x)*C1)
```

$Ex.)\ y' = \dfrac{2x}{x^2\cos(y) + \sin(2y)}$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('Dy=(2*x)/(x^2*cos(y)+sin(2*y))','x')
y =
```

```
 -asin(lambertw(-1/2*C1*exp(-1/2*x^2-1))+1/2*x^2+1)
```

که تابع W لامبرت (Lambert's W function) به صورت زیرمی باشد :

```
W = lambertw(X)   :
```

$$we^w = x$$

$Ex.)\ y' = x^3 + \frac{2}{x}y - \frac{1}{x}y^2$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('Dy=x^3+(2/x)*y-(1/x)*y^2','x')
y =
 -i*tan(1/2*i*x^2-C1)*x^2
```

$Ex.)\ y'\cos(y) + \sin(y) = x + 1$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('(Dy)*cos(y)+sin(y)=x+1','x')
y =
 asin((exp(x)*x-C1)/exp(x))
```

$Ex.)\ (4xy + 3y^2 - 1)dx + (x^2 + 2xy)dy = 0$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('4*x*y+3*y^2-1+(x^2+2*x*y)*(Dy)=0','x')


y =
  -1/6*(3*x^3-(9*x^6+12*x^4-36*C1*x)^(1/2))/x^2
 -1/6*(3*x^3+(9*x^6+12*x^4-36*C1*x)^(1/2))/x^2
```

$Ex.)\ (y + \ln(x))dx - xdy = 0$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('(y+log(x))=x*Dy','x')
 y =
 -log(x)-1+C1*x
```

$Ex.)\ y' = -\sqrt{x - a}$

```
>> syms x y a
>> y=dsolve('Dy=-(x-a)^0.5','x')
y =
 -2/3*(x-a)^(3/2)+C1
```

$Ex.)\ xy\rho^2 + (x^2 + xy + y^2)\rho + x^2 + xy = 0$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('x*y*(Dy)^2+(x^2+x*y+y^2)*(Dy)+x^2+x*y=0','x')
y =
  (1/2*5^(1/2)-1/2)*x
      (-x^2+C1)^(1/2)
```

```
 (-1/2*5^(1/2)-1/2)*x
     -(-x^2+C1)^(1/2)
      (-x^2+C1)^(1/2)
```

Ex.) $16x^2 + 2\rho^2 y - \rho^3 x = 0$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('16*x^2+2*((Dy)^2)*(y)-((Dy)^3)*x=0','x')
y =
 3/2*(-4*x)^(1/3)*x
```

معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم

در این حالت نیز همانند معادلات مرتبه اول از تابع `dsolve` استفاده می کنیم :

Ex.) $y'' - y' - 6y = 0$

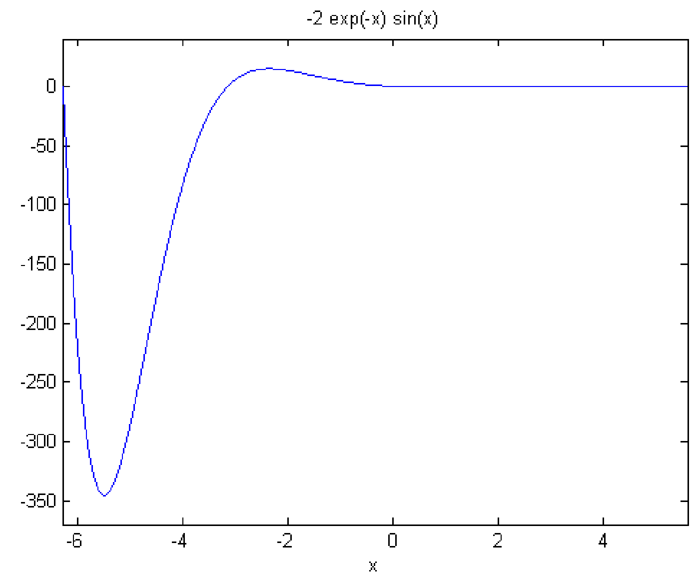
```
>> syms x y
>> y=dsolve('D2y-Dy-6*y=0','x')
y =
 C1*exp(3*x)+C2*exp(-2*x)
```

Ex.) $y'' + 2y' + 2y = 0$, `y(0)=0, y'(0)=-2`

```
>> syms x y
>> y=dsolve('D2y+2*Dy+2*y=0','y(0)=0','Dy(0)=-2','x')
y =
 -2*exp(-x)*sin(x)
```

حال تابع `y` را رسم می نماییم :

```
>> ezplot(y)
```



Ex.) $y'' - 2y' + y = 8 + 2xe^x$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('D2y-2*Dy+y=8+2*x*exp(x)','x')
y =
```

```
8+1/3*exp(x)*(3*C2+3*x*C1+x^3)
```

$Ex.)\ y'' + 2y' + y = 4e^{-x}\ln(x)$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('D2y+2*Dy+y=4*(exp(-x))*log(x)','x')
y =
 exp(-x)*(C2+x*C1+2*x^2*log(x)-3*x^2)
```

$Ex.)\ x^2y'' + xy' - 4y = 0$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('(D2y)*x^2+x*(Dy)-4*y=0','x')
y =
 (C1+C2*x^4)/x^2
```

$Ex.)\ x^2y'' - 4xy' + 6y = \frac{1}{x^4}$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('(D2y)*x^2-4*x*(Dy)+6*y=1/(x^4)','x')
y =
 1/42*(42*x^7*C2+42*x^6*C1+1)/x^4
```

معادلات مرتبه n-ام

این حالت نیز عینا مانند حالات قبل می باشد :

$Ex.)\ (D^4 + 8D^2 + 16)y = -\sin(x)$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('D4y+8*D2y+16*y=-sin(x)','x')
y =
 -
1/9*sin(x)+C1*sin(2*x)+C2*cos(2*x)+C3*sin(2*x)*x+C4*cos(2*x)*x
```

$Ex.)\ xy''' + y'' = x + 1$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('x*D3y+D2y=x+1','x')
y =
 1/12*x^3+C1*x*log(x)-C1*x+1/2*x^2+C2*x+C3
```

تذکر مهم : در Matlab منظور از log(x) همان ln(x) می باشد و log(x) را در Matlab به صورت log10(x) وارد می کنند.

$Ex.)\ x^2y'' - 2xy' + 2y = (\ln(x))^2 - \ln(x^2)$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('x^2*D2y-2*x*Dy+2*y=(log(x))^2-log(x^2)','x')
y =
```

```
 C2*x^2+C1*x-1/2*log(x^2)+1/4+1/2*log(x)^2+3/2*log(x)
```

$Ex.)\ (x^2-2x)y''+4(x-1)y'+2y=e^{2x}$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('(x^2-2*x)*D2y+4*(x-1)*Dy+2*y=exp(2*x)','x')
y =
 1/4*(4*C2*x+4*C1+exp(2*x))/x/(x-2)
```

$Ex.)\ (x+1)y''-xy'+y=0$

```
>> syms x y
>> y=dsolve('(x-1)*D2y-x*Dy+y=0','x')
y =
 C1*x+exp(x)*C2
```

معادله دیفرانسیل لژاندر

معادله دیفرانسیل لژاندر را در حالت کلی بررسی می نماییم :

$(1-x^2)y''-2xy'+n(n+1)y=0$

```
>> syms x y n
>> y=dsolve('(1-x^2)*D2y-2*x*Dy+(n)*(n+1)*y=0','x')
y =
 C1*LegendreP(n,x)+C2*LegendreQ(n,x)
```

پس مشاهده می شود که این تابع در Matlab تعریف شده می باشد و به صورت زیر می باشد :

$$P_n^m(x)=(-1)^m(1-x^2)^{\frac{m}{2}}\frac{d^m}{dx^m}P_n(x)$$

و $P_n(x)$ تابع چندجمله ای لژاندر از مرتبه n می باشد و به صورت زیر است :

$$P_n(x)=\frac{1}{2^n n!}\left[\frac{d^n}{dx^n}(x^2-1)^n\right]$$

معادله دیفرانسیل بسل

ابتدا معادله را به صورت کلی وارد می کنیم :

$x^2y''+xy'+(x^2-v^2)y=0$

```
>> syms x y v
>> y=dsolve('x^2*D2y+x*Dy+(x^2-v^2)*y=0','x')
y =
 C1*besselj(v,x)+C2*bessely(v,x)
```

مشاهده می گردد که تابع بسل در Matlab تعریف شده می باشد :

تابع بسل نوع اول

این نوع بسل مربوط به معادله زیر می باشد :

$$x^2y'' + xy' + (x^2 - v^2)y = 0 \qquad \& \qquad v\epsilon\mathbb{R}$$

در این حالت تابع بسل به صورت زیر تعریف می گردد :

$$J_v(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^v \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(-\frac{x^2}{4}\right)^k}{k!\,\Gamma(v+k+1)}$$

اگر بخواهیم تابع بسل را در یک نقطه حساب کنیم دستور آن به صورت زیر می باشد :

```
J = besselj(v,x)
```

مثال : می خواهیم مقدار $J_5(9)$ را حساب کنیم :

```
>> J=besselj(5,9)
J =
 -0.0550
```

تابع بسل نوع دوم

این نوع بسل مربوط به معادله زیر می باشد :

$$x^2y'' + xy' - (x^2 - v^2)y = 0 \qquad \& \qquad v\epsilon\mathbb{R}$$

در این حالت تابع بسل به صورت زیر تعریف می گردد :

$$K_v(x) = \left(\frac{\pi}{2}\right) \frac{I_{-v}(x) - I_v(x)}{\sin(v\pi)}$$

به طوریکه :

$$I_v(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^v \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{x^2}{4}\right)^k}{k!\,\Gamma(v+k+1)}$$

اگر بخواهیم تابع بسل نوع دوم را در یک نقطه حساب کنیم دستور آن به صورت زیر می باشد :

```
>>K= besselk(v,x)
```

تابع بسل نوع سوم

این نوع بسل مربوط به معادله زیر می باشد و به تابع `Hankel` نیز موسوم می باشد :

$$x^2y'' + xy' + (x^2 - v^2)y = 0 \qquad \& \qquad v \geq 0$$

در این حالت تابع بسل به صورت زیر تعریف می گردد :

$$Y_v(x) = \frac{J_v(x)\cos(v\pi - J_{-v}(x)}{\sin(v\pi)}$$

به طوریکه $Y_v(x)$ تابع `bessely` می باشد .

رابطه این دو نوع بسل به شکل زیر می باشد :

$$H_v^{(1)}(x) = J_v(x) + iY_v(x)$$
$$H_v^{(2)}(x) = J_v(x) - iY_v(x)$$

اگر بخواهیم این نوع تابع بسل را در یک نقطه حساب کنیم دستور آن به صورت زیر می باشد :

```
>>H = besselh(v,x)
```

که k=1 می باشد.

دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی

در این حالت باز هم از دستور dsolve استفاده می شود، با این تفاوت که تمامی معادلات را وارد دستور می نماییم.

$$Ex.)\begin{cases} y'_1 = 2y_1 - 5y_2 \\ y'_2 = 5y_1 - 6y_2 \end{cases}$$

```
>> syms y1 y2
>> [y1 y2]=dsolve('Dy1=2*y1-5*y2','Dy2=5*y1-6*y2')
y1 =
 exp(-2*t)*(sin(3*t)*C1+cos(3*t)*C2)


y2 =
 1/5*exp(-2*t)*(4*sin(3*t)*C1-
3*cos(3*t)*C1+4*cos(3*t)*C2+3*sin(3*t)*C2)
```

$$26)\begin{cases} \dot{x} - 2x - 3y = 2e^{2t} \\ -x + \dot{y} - 4y = 3e^{2t} \end{cases}$$

```
>> syms x y
>> [x y]=dsolve('Dx-2*x-3*y=2*exp(2*t)','-x+Dy-
4*y=3*exp(2*t)')


x =
 -3*exp(t)*C2+exp(5*t)*C1-5/3*exp(2*t)


y =
 exp(t)*C2+exp(5*t)*C1-2/3*exp(2*t)
```

$$Ex.)\begin{cases} \ddot{x} + \dot{x} + x + \ddot{y} + y = e^{t} \\ \ddot{x} + \dot{x} + \ddot{y} = e^{-t} \end{cases}$$

```
>> syms x y
>> [x y]=dsolve('D2x+Dx+x+D2y+y=exp(t)','D2x+Dx+D2y=exp(-t)')


x =
 -2*exp(-t)-exp(t)+C1
```

```
y =
 exp(-t)+2*exp(t)-C1
```

تبدیل لاپلاس

در این حالت تابع مورد نظر را بر حسب `t` وارد می کنیم و آن را در ورودی دستور `laplace` قرار می دهیم.

خروجی دستور بر حسب `s` می باشد.

$Ex.)\ F = 4 + t^3 - e^{-3t} + 4\cos(2t) - 6\sinh(7t)$

```
>> syms t
>> F=4+t^3-exp(-3*t)+4*cos(2*t)-6*sinh(7*t);
>> f=laplace(F)
f =
 4/s+6/s^4-1/(s+3)+4*s/(s^2+4)-42/(s^2-49) >> syms t
```

$Ex.)\ F = t^2 e^{-3t}\cos(at)$

```
>> syms t a
>> F=t^2*exp(-3*t)*cos(a*t);
>> f=laplace(F)
f =
 2*(s+3)*(s^2+6*s+9-3*a^2)/(s^2+6*s+9+a^2)^3
```

$Ex.)\ F = \int_0^t e^{-3u}\cos(4u)\,du$

```
>> syms t u
>> I=int(exp(-3*u)*cos(4*u),u,0,t);
>> f=laplace(I)
f =
(s+3)/s/(s^2+6*s+25)
```

$Ex.)\ F = t\int_0^t u^2 e^{-3u}\sin(4u)\,du$

```
>> syms t u
>> F=t*int(u^2*exp(-3*u)*sin(4*u),u,0,t);
>> f=laplace(F)
f =8*(275+264*s+326*s^2+144*s^3+15*s^4)/s^2/(s^2+6*s+25)^4
```

تذکر : برای نمایش بهتر خروجی می توان دستور `>>pretty(f)` را اجرا نمود.

$Ex.)\ F = te^{3t}\int_0^t e^{4u}\cos(4u)\,du$

```
>> syms t u
>> F=t*exp(3*t)*int(exp(4*u)*cos(6*u),u,0,t);
>> f=laplace(F)
```

```
f =
 2*(s^3-19*s^2+119*s-317)/(s-3)^2/(s^2-14*s+85)^2
```

تبدیل لاپلاس معکوس

در این حالت تابع مورد نظر را بر حسب s وارد می کنیم و آن را در ورودی دستور ilaplace قرار می دهیم.

خروجی دستور بر حسب t می باشد :

$Ex.)\ f=\frac{3}{s^7}-\frac{2}{s-3}+\frac{4}{s^2+3}-\frac{s}{s^2+2}$

```
>> syms s
>> f=3/(s^7)-2/(s-3)+4/(s^2+3)-s/(s^2+2);
>> F=ilaplace(f)
F =
 1/240*t^6-2*exp(3*t)+4/3*3^(1/2)*sin(3^(1/2)*t)-
cos(2^(1/2)*t)
```

$Ex.)\ f=\frac{s+4}{(s-3)(s+2)(s-6)}$

```
>> syms s
>> f=(s+4)/((s-3)*(s+2)*(s-6));
>> F=ilaplace(f)
F =
 1/20*exp(-2*t)+5/12*exp(6*t)-7/15*exp(3*t)
```

$Ex.)$ f $=\frac{4s+3}{2s^2+3s+4}$

```
>> syms s
>> f=(4*s+3)/(2*s^2+3*s+4);
>> F=ilaplace(f)
F =
 2*exp(-3/4*t)*cos(1/4*23^(1/2)*t)
```

$Ex.)\ f=tan^{-1}\frac{1}{s+6}$

```
>> syms s
>> f=atan(1/(s+6));
>> F=ilaplace(f)
F =
 exp(-6*t)/t*sin(t)
```

$Ex.)\ f=\frac{1}{s+4}\ \ tan^{-1}\frac{1}{s+4}$

```
>> syms s
>> f=(1/(s+4))*atan(1/(s+4));
>> F=ilaplace(f)
F =
```

```
 exp(-4*t)*sinint(t)
```

ملاحظه می شود که منظور از `sinint(t)` همان سینوس انتگرال می باشد.

$Ex.)\ F = \frac{e^{-4s}}{\sqrt{2s^2+9}} \tan^{-1}\frac{1}{s}$

```
>> syms s
>> F=(exp(-4*s)*atan(1/s))/(2*s^2+9)^0.5;
>> f=ilaplace(F)
f =
 1/2*heaviside(t-
4)*2^(1/2)*int(1/_U1*sin(_U1)*besselj(0,3/2*2^(1/2)*(t-4-
_U1)),_U1 = 0 .. t-4)
```

تابع گاما

تابع گاما به طور پیش فرض به صورت `gamma(x)` در `Matlab` تعریف شده می باشد.

$Ex.)\ \Gamma(5)$

```
>> gamma(10)
ans =
 362880
```

تبدیل فوریه

مثال) تبدیل فوریه توابع زیر را حساب کنید.

$Ex.) f(x) = e^{-x^2}$

```
>> syms x
>> f=exp(-x^2);
>> F=fourier(f)

F =

exp(-1/4*w^2)*pi^(1/2)
```

$Ex.) f(x) = e^{-x|x|}$

```
>> syms x
>> f=x*exp(-abs(x));
>> F=fourier(f)

F =

-4*i/(1+w^2)^2*w


>> pretty(F)

                                   -4 i w
                                  ---------
                                        2 2
                                  (1 + w )
```

تبدیل فوریه معکوس

مثال) تبدیل فوریه معکوس تابع زیر را حساب کنید. دقت کنید که ω حقیقی است.

$Ex.)f(\omega) = e^{-|x|}$

```
>> syms w real
>> F=exp(-abs(w));
>> f = ifourier(F)

f =

1/(1+x^2)/pi
```

وارد کردن ماتریس

برای واردکردن درایه‌های ماتریس، مانند مثال زیر عمل می‌کنیم.

$$Ex.)\ A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -3\\ 4 & 5 & \pi\\ -0.6 & 9 & \sqrt{2}\end{bmatrix}$$

```
>> A=[1 2 -3;4 5 pi;-0.6 9 sqrt(2)]

A =

    1.0000    2.0000   -3.0000
    4.0000    5.0000    3.1416
   -0.6000    9.0000    1.4142
```

می‌توان به جای به کاربردن space از , استفاده کرد.

```
>> A=[1,2,-3;4,5,pi;-0.6,9,sqrt(2)]

A =

    1.0000    2.0000   -3.0000
    4.0000    5.0000    3.1416
   -0.6000    9.0000    1.4142

>> B=[1 3 5;-1 2 4;0 1 -3]

B =

     1     3     5
    -1     2     4
     0     1    -3
```

ترانهاده ماتریس

```
>> At=A'

At =

    1.0000    4.0000   -0.6000
    2.0000    5.0000    9.0000
   -3.0000    3.1416    1.4142
```

دترمینان ماتریس

```
>> detA=det(A)

detA =

 -153.2869
```

اثر (trace) ماتریس

برای محاسبه اثر (trace) ماتریس، یعنی جمع عناصر روی قطر اصلی از دستور trace استفاده می‌کنیم.

```
>> trace(A)

ans =

   7.414213562373095
```

معکوس ماتریس

```
>> A_invers=inv(A)

A_invers =

    0.1383    0.1946   -0.1388
    0.0492    0.0025    0.0988
   -0.2544    0.0665    0.0196
```

عملیات روی ماتریس‌ها

```
>> C=A+B

C =

    2.0000    5.0000    2.0000
    3.0000    7.0000    7.1416
   -0.6000   10.0000   -1.5858

>> D=A*B

D =

   -1.0000    4.0000   22.0000
   -1.0000   25.1416   30.5752
   -9.6000   17.6142   28.7574

>> E=B^4

E =

   -40    40  -104
     0    -8  -168
    -8   -32   176
```

```
>> F=A+3.75*B

F =

    4.7500   13.2500   15.7500
    0.2500   12.5000   18.1416
   -0.6000   12.7500   -9.8358
```

تولید ماتریس واحد، قطری ، یک و صفر

```
>> G=eye(4)

G =

     1     0     0     0
     0     1     0     0
     0     0     1     0
     0     0     0     1

>> G1=eye(4,3)

G1 =

     1     0     0
     0     1     0
     0     0     1
     0     0     0

>> G1=eye(4,5)

G1 =

     1     0     0     0     0
     0     1     0     0     0
     0     0     1     0     0
     0     0     0     1     0
```

```
>> H=[1 2 -3 -4];
>> K=diag(H)

K =

     1     0     0     0
     0     2     0     0
     0     0    -3     0
     0     0     0    -4

>> diag(K)

ans =

     1
     2
    -3
    -4

>> ans'

ans =

     1     2    -3    -4
```

```
>> L=ones(4)

L =

     1     1     1     1
     1     1     1     1
     1     1     1     1
     1     1     1     1

>> L1=ones(4,6)

L1 =

     1     1     1     1     1     1
     1     1     1     1     1     1
     1     1     1     1     1     1
     1     1     1     1     1     1

>> M=zeros(4,6)

M =

     0     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0     0
     0     0     0     0     0     0
```

تولید ماتریس با درایه‌های تصادفی توزیع یکنواخت

```
>> N=rand(4,6)

N =

    0.8147    0.6324    0.9575    0.9572    0.4218    0.6557
    0.9058    0.0975    0.9649    0.4854    0.9157    0.0357
    0.1270    0.2785    0.1576    0.8003    0.7922    0.8491
    0.9134    0.5469    0.9706    0.1419    0.9595    0.9340
```

تولید ماتریس با درایه‌های تصادفی توزیع نرمال

```
>> M=randn(4,6)

M =

   -0.4326   -1.1465    0.3273   -0.5883    1.0668    0.2944
   -1.6656    1.1909    0.1746    2.1832    0.0593   -1.3362
    0.1253    1.1892   -0.1867   -0.1364   -0.0956    0.7143
    0.2877   -0.0376    0.7258    0.1139   -0.8323    1.6236
```

اندیس ماتریس

```
>> a=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]

a =

     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9

>> x=a(3,2)

x =

     8

>> a(2,3)=-9

a =

     1     2     3
     4     5    -9
     7     8     9

>> a(4,3)=10

a =

     1     2     3
     4     5    -9
     7     8     9
     0     0    10
```

تولید ماتریس با علامت : (colon)

مثال) برداری تولید کنید که شروع آن، ۱۰ باشد و با گام **۰/۳** تا **۱۴** پیش برود.

```
>> a=10:0.3:14

a =

  Columns 1 through 8

   10.0000   10.3000   10.6000   10.9000   11.2000   11.5000   11.8000   12.1000

  Columns 9 through 14

   12.4000   12.7000   13.0000   13.3000   13.6000   13.9000

>> a'

ans =

   10.0000
   10.3000
   10.6000
   10.9000
   11.2000
   11.5000
   11.8000
   12.1000
   12.4000
   12.7000
   13.0000
   13.3000
   13.6000
   13.9000
```

عملیات روی سطر و ستون ماتریس

```
>> a=[1 2 3;-4 -5 -6;7 8 9]

a =

     1     2     3
    -4    -5    -6
     7     8     9

>> b=a(:,1)

b =

     1
    -4
     7

>> b=a(:,2)

b =

     2
    -5
     8
>> b'

ans =

     2    -5     8

>> c=a(3,:)

c =

     7     8     9

>> d=a(1:2,2:3)

d =

     2     3
    -5    -6
```

```
>> a

a =

     1     2     3
    -4    -5    -6
     7     8     9

>> a(2,:)=[4.5 5.5 6.5]

a =

    1.0000    2.0000    3.0000
    4.5000    5.5000    6.5000
    7.0000    8.0000    9.0000
```

مشاهده سایز ماتریس

```
>> size(a)

ans =

     3     3
>> e=[1 2 3 4 5 6];
>> length(e)

ans =

     6
```

تابع sum

این تابع، ستون‌های ماتریس را جمع می‌کند.

```
>> a=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]

a =

     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9

>> s=sum(a)

s =

    12    15    18
```

تابع repmat

برای تولید ماتریس با تکرار کردن ماتریس مورد نظر به کار می‌رود.

```
>> a=[1 2 3 4]

a =

     1     2     3     4

>> b=repmat(a,2,3)

b =

     1     2     3     4     1     2     3     4     1     2     3     4
     1     2     3     4     1     2     3     4     1     2     3     4

>> c=[1 2 3;4 5 6]

c =

     1     2     3
     4     5     6

>> d=repmat(c,2,3)

d =

     1     2     3     1     2     3     1     2     3
     4     5     6     4     5     6     4     5     6
     1     2     3     1     2     3     1     2     3
     4     5     6     4     5     6     4     5     6
```

تولید بردار با رابطه خطی

دستور linspace(a,b,n) یک بردار با شروع a و خاتمه b با تعداد n عضو تولید می‌کند.

```
>> a=linspace(2,20,5)

a =

    2.0000    6.5000   11.0000   15.5000   20.0000

>> b=linspace(-2,3,8)

b =

   -2.0000   -1.2857   -0.5714    0.1429    0.8571    1.5714    2.2857    3.0000
```

تولید بردار با رابطه لگاریتمی

دستور `logspace(a,b,n)` یک بردار با شروع 10^a و خاتمه 10^b با تعداد n عضو تولید می‌کند.

```
>> c=logspace(1,5,5)

c =

          10           100          1000         10000        100000
```

```
>> d=[linspace(1,5,5),linspace(-2,3,3);linspace(-21,3,5),linspace(2.5,3.1,3);linspace(8,10,5),linspace(4,12,3)]

d =

    1.0000    2.0000    3.0000    4.0000    5.0000   -2.0000    0.5000    3.0000
  -21.0000  -15.0000   -9.0000   -3.0000    3.0000    2.5000    2.8000    3.1000
    8.0000    8.5000    9.0000    9.5000   10.0000    4.0000    8.0000   12.0000
```

تذکر : هرگاه دستور طولانی شد، می‌توان با قراردادن ... ادامه آن را در سطر بعدی نوشت.

```
>> d=[linspace(1,5,5),linspace(-2,3,3)...
;linspace(-21,3,5),linspace(2.5,3.1,3);linspace(8,10,5),linspace(4,12,3)]

d =

    1.0000    2.0000    3.0000    4.0000    5.0000   -2.0000    0.5000    3.0000
  -21.0000  -15.0000   -9.0000   -3.0000    3.0000    2.5000    2.8000    3.1000
    8.0000    8.5000    9.0000    9.5000   10.0000    4.0000    8.0000   12.0000
```

حذف درایه‌های ماتریس

```
>> a=[1 2 3;4 5 6;7

a =

     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9

>> a(:,2)=[]

a =

     1     3
     4     6
     7     9

>> b=[1 2 3 5 6 -2 -3];
>> b(4)=[]

b =

     1     2     3     6    -2    -3
```

عملیات برروی آرایه‌ها

ماتریس زیر را در نظر بگیرید:

$$Ex.)\ A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{bmatrix}$$

می‌خواهیم هرکدام از عناصر را به توان ۲ برسانیم. اگر دستور A^2 را اجرا کنیم، ماتریس A در خودش ضرب می‌شود.

پس باید عملگر دیگری را تعریف کنیم.

در عملیات برروی آرایه‌ها به‌جای * از *. و به‌جای ^ از ^. و به‌جای / از /. استفاده می کنیم.

```
>> A=[1 2 3;4 5 6;7 8 9]

A =

     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9

>> B=[0.1 0.2 0.3;0.4 0.7 0.9;0.2 -0.7 -20]

B =

    0.1000    0.2000    0.3000
    0.4000    0.7000    0.9000
    0.2000   -0.7000  -20.0000

>> A.^2

ans =

     1     4     9
    16    25    36
    49    64    81

>> A.*B

ans =

    0.1000    0.4000    0.9000
    1.6000    3.5000    5.4000
    1.4000   -5.6000 -180.0000

>> A./B

ans =

   10.0000   10.0000   10.0000
   10.0000    7.1429    6.6667
   35.0000  -11.4286   -0.4500
```

```
>> A.^B

ans =

    1.0000    1.1487    1.3904
    1.7411    3.0852    5.0158
    1.4758    0.2333    0.0000
```

بدین وسیله می‌توانیم ماتریس‌ها را در ورودی توابع مورد نظر قرار دهیم.

```
>> a=[1 2 3;4 5 6;7 8 9];
>> f=inline('x.^2+2*cos(x)','x')

f =

     Inline function:
     f(x) = x.^2+2*cos(x)

>> f(a)

ans =

    2.0806    3.1677    7.0200
   14.6927   25.5673   37.9203
   50.5078   63.7090   79.1777
```

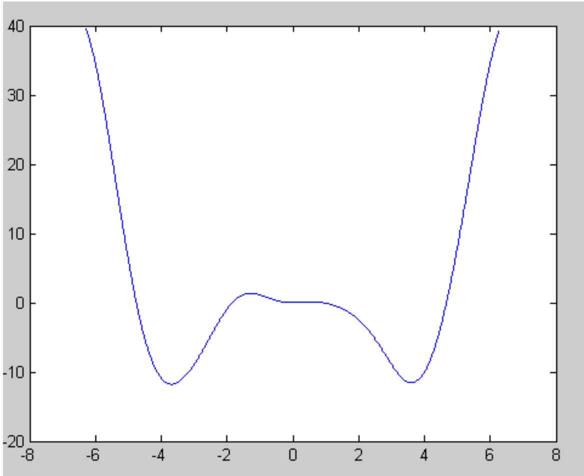
رسم نمودار توابع یک متغیره با دستور plot

دستور plot نقاط x_i و y_i را رسم می‌کند.

مثال) نمودار تابع زیر را در فاصله $-2\pi \le x < 2\pi$ رسم کنید.

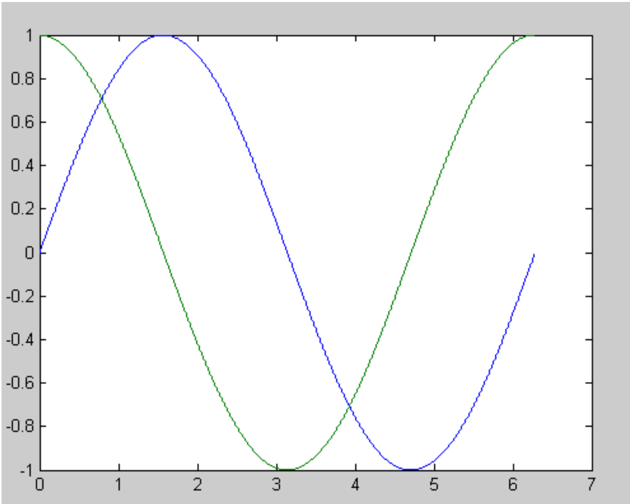
$y = f(x) = x^2 \cos x + sin^3 x$

```
>> x=-2*pi:0.01:2*pi;
>> y=(x.^2).*cos(x)-(sin(x)).^3;
>> plot(x,y)
```



مثال) رسم نمودار sin(x) و cos(x) در کنار هم.

```
>> x=0:0.001:2*pi;
>> y1=sin(x);
>> y2=cos(x);
>> plot(x,y1,x,y2)
```

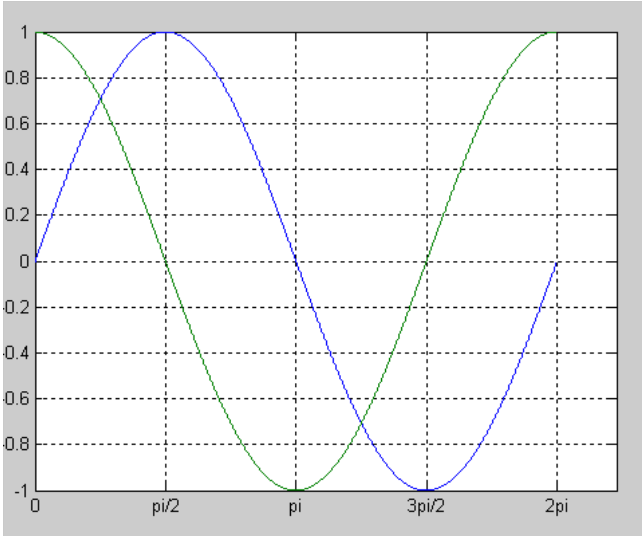


برای حل این روش می‌توان فرامین زیر را نیز به کار برد.

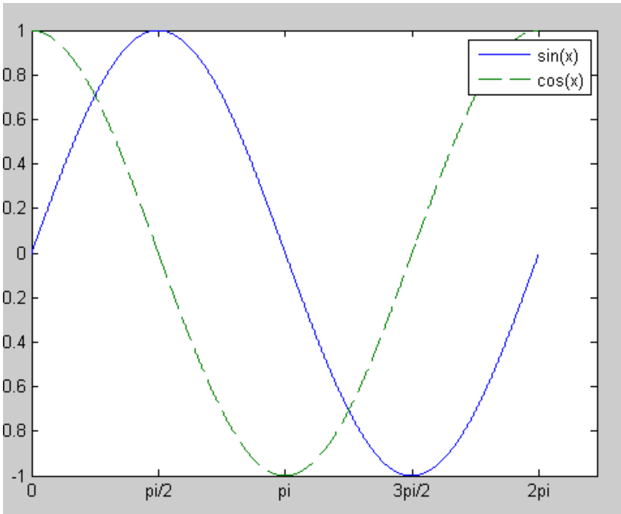
```
>> x=0:0.001:2*pi;
>> y1=sin(x);
>> y2=cos(x);
>> plot(x,y1)
>> hold on
>> plot(x,y2)
```

به دستورات زیر دقت کنید.

```
>> x=0:0.001:2*pi;
>> y1=sin(x);
>> y2=cos(x);
>> plot(x,y1,x,y2)
>> set(gca,'XTick',0:pi/2:2*pi)
>> set(gca,'XTickLabel',{'0','pi/2','pi','3pi/2','2pi'})
>> grid
```




```
>> x=0:0.001:2*pi;
>> y1=sin(x);
>> y2=cos(x);
>> plot(x,y1,'-',x,y2,'--')
>> legend('sin(x)','cos(x)')
>> set(gca,'XTick',0:pi/2:2*pi)
>> set(gca,'XTickLabel',{'0','pi/2','pi','3pi/2','2pi'})
```

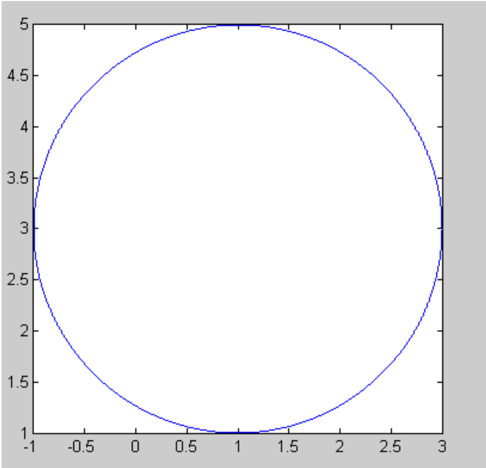


رسم پارامتریک منحنی در صفحه با plot

مثال) مطلوبیت رسم منحنی زیر.

$Ex.)\ (x-1)^2+(y-3)^2=2$

```
>> t=0:0.001:2*pi;
>> x=1+2*cos(t);
>> y=3+2*sin(t);
>> plot(x,y)
>> axis square
```

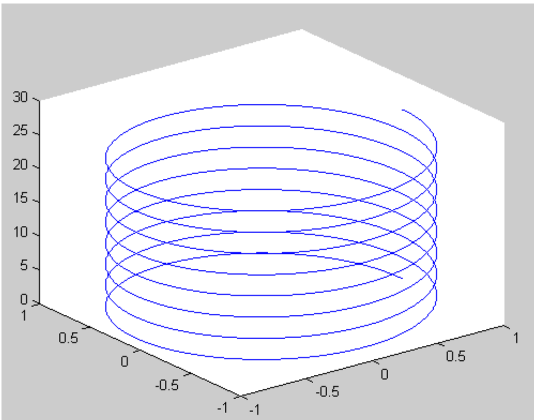


رسم پارامتریک منحنی در فضا با plot3

مثال) مطلوبست رسم مارپیچ دایره‌ای با معادله زیر.

$x = \cos 2t\,, y = \sin 2t\,, z = t, 0 \le t \le 8\pi$

```
>> t=0:0.001:8*pi;
>> x=cos(2*t);
>> y=sin(2*t);
>> z=t;
>> plot3(x,y,z)
```



دستور reshape

```
>> reshape(a,6,2)

ans =

     1     3
     5     7
     9    11
     2     4
     6     8
    10    12
```

```
>> b=-2:2:24

b =

  Columns 1 through 13

    -2     0     2     4     6     8    10    12    14    16    18    20    22

  Column 14

    24
>> c=reshape(b,7,2)

c =

    -2    12
     0    14
     2    16
     4    18
     6    20
     8    22
    10    24
```

M-File ها

به سه دلیل نیاز به ایجاد M-File داریم:

۱- ایجاد و ذخیره توابع پیچیده‌تر

۲- نوشتن و ضبط توالی زیاد فرامین

۳- استفاده از ساختارهای کنترل و تکرار

دونوع M-File داریم: function M-File و script M-File

برای نوشتن و ایجاد M-File به صورت زیر عمل می کنیم.

توجه شود که M-File ها باید در Current Directory ذخیره شوند.

function M-File

فرض کنیم که نیاز به محاسبه تابع $y=f(x)=x\cos(x^2)/(1+x^3)$ داریم. M-File زیر را ایجاد و ذخیره می‌کنیم و برای به دست‌آوردن مقدار تابع در x=3.5 کافی است در خط فرمان دستور f(3.5) را اجرا کنیم.

Editor - F:\Program Files\MATLAB\R2008a\work\MohasebatSARFARAZ\f.m

File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help

```
function y=f(x)
y=x.*cos(x.^2)./(1+x.^3);
end
```

Command Window

```
>> f(3.5)

ans =

    0.0758
```

ممکن است یک تابع چندین ورودی و خروجی داشته باشد. به عنوان مثال می‌خواهیم محیط و مساحت یک مثلث با سه ضلع معلوم را حساب کنیم.

```
function [area prim]=triangle(a,b,c)
z=(a+b+c)/2;
area=sqrt(z*(z-a)*(z-b)*(z-c));
prim=2*z;
end
```

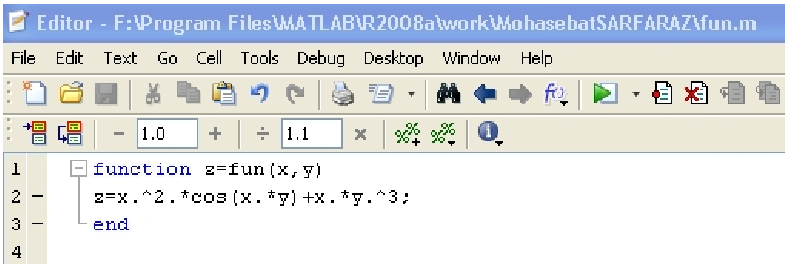
Command Window

```
>> [k l]=triangle(3,4,5)

k =

     6


l =

    12
```

دستور feval

کاربرد این دستور در M-Fileها محاسبه مقدار تابع در ازای ورودی‌های آن است.

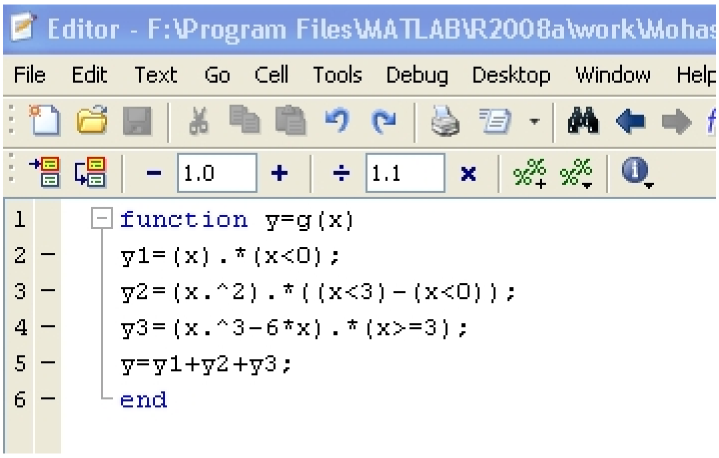
مثال)




```
>> feval('fun',2,3.2)

ans =

  69.508739675032785
```

استفاده از عبارات منطقی برای محاسبه توابع چند ضابطه‌ای

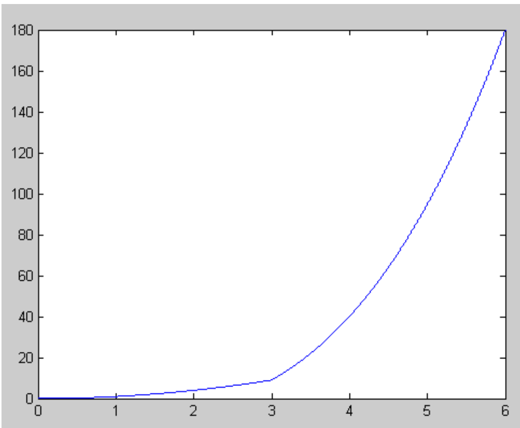
$$Ex.)\ g(x)=\begin{cases} x & x<0 \\ x^2 & 0\le x<3 \\ x^3-6\text{x} & x\ge 3\end{cases}$$



```
>> g(0)

ans =

     0

>> g(3)

ans =

     9

>> g(2)

ans =

     4
```

برای رسم نمودار `y=g(x)` در فاصله 0 تا 6 به صورت زیر عمل می‌کنیم.

```
Command Window
>> x=0:0.0001:6;
>> y=g(x);
>> plot(x,y)
>>
```



script M-File

این نوع `M-File` برای جمع‌آوری مجموعه‌ای از فرامین که یک برنامه را می‌سازند، استفاده می‌شود و مانند تابع، ورودی نمی‌گیرد و فقط نقش اجرایی دارد.

مثال) می‌خواهیم نمودار $y=f(x)=x^{n}e^{-nx}$ را برای $n=1,2,\dots,10$ در فاصله 0 تا 20 رسم کنیم.

Editor - F:\Program Files\MATLAB\R2008a\work\MohasebatSARFARAZ\graph.m

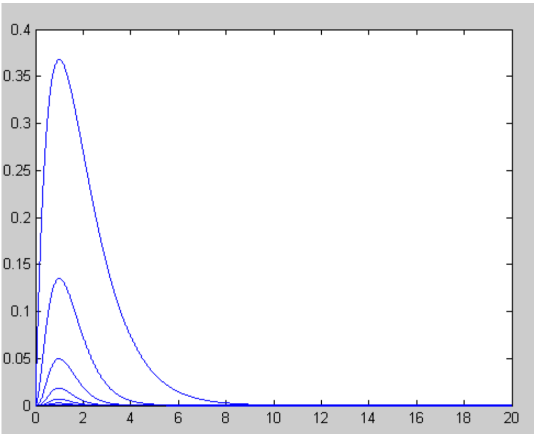
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help

```
clear
clc
x=0:0.001:20;
for n=1:10
    y=x.^n.*exp(-n*x);
    plot(x,y)
    hold on
end
```

M-File را با نام graph.m ذخیره می کنیم.

Command Window

```
>> graph
```



ریاضیات عددی

حل معادلات غیر خطی به روش نصف کردن فاصله‌ها

مثال صفحه ۳۴ :

$x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0 \quad x \in (1,2)$

M-File شماره ۱ :

```
[c,err,yc]=bisect(f,a,b,delta)
```

c : ریشه تابع، err : خطایی که برنامه را قطع کرده، yc : مقدار تابع در ازای ریشه یعنی f(c)، f : تابع مورد نظر که به صورت inline وارد می‌شود، a : نقطه ابتدایی بازه، b : نقطه انتهایی بازه، delta : خطای قابل اغماض

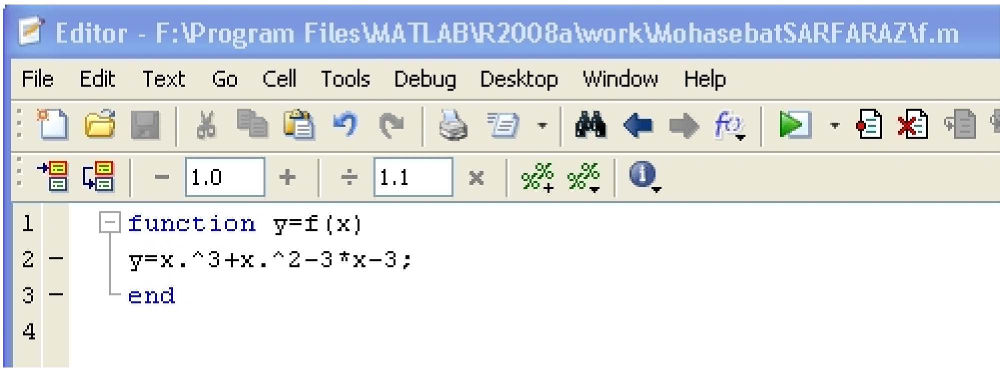
```
Command Window
>> f=inline('x^3+x^2-3*x-3','x');
>> [c,err,yc]=bisect(f,1,2,0.00001)

k =

    17


c =

   1.732051849365234


err =

    7.629394531250000e-006


yc =

    9.859673310685935e-006
```

مشاهده می‌شود که ۱۷ بار عمل تکرار صورت گرفته است.

M-File شماره ۲ :

```
r = bisect2(fun,[a,b],xtol,ftol,verbose)
```

r : ریشه تابع، f : تابع مورد نظر که به صورت M-File وارد می‌شود، a : نقطه ابتدایی بازه، b : نقطه انتهایی بازه، xtol : خطای قابل اغماض، اگر verbose برابر ۱ باشد، تکرار را نشان می‌دهد.




```
>> r = bisect2('f',[1,2],0.00001,0.00001,1)

Bisection iterations for f.m
   k       xm              fm
   1    1.5000e+000   -1.8750e+000
   2    1.7500e+000    1.7188e-001
   3    1.6250e+000   -9.4336e-001
   4    1.6875e+000   -4.0942e-001
   5    1.7188e+000   -1.2479e-001
   6    1.7344e+000    2.2030e-002
   7    1.7266e+000   -5.1755e-002
   8    1.7305e+000   -1.4957e-002
   9    1.7324e+000    3.5127e-003
  10    1.7314e+000   -5.7282e-003
  11    1.7319e+000   -1.1092e-003
  12    1.7322e+000    1.2013e-003
  13    1.7321e+000    4.5962e-005
  14    1.7320e+000   -5.3166e-004
  15    1.7320e+000   -2.4286e-004
  16    1.7320e+000   -9.8448e-005
  17    1.7320e+000   -2.6243e-005

r =

   1.732048034667969

>> r = bisect2('f',[1,2],0.00001,0.00001,0)

r =

   1.732048034667969
```

حل معادلات غیر خطی به روش درون‌یابی خطی

```
[p1,err,k,y]=secant(f,p0,p1,delta,epsilon,max1)
```

`p1`: ریشه تابع، `f`: تابع مورد نظر که به صورت `M-File` وارد می‌شود، `p0`: نقطه ابتدایی بازه، `p1`: نقطه انتهایی بازه، `xtol`: خطای قابل اغماض، `k` تعداد تکرار، `y` برابر `f(p1)`، `max1` حداکثر تکرار

مثال صفحه ۳۴)

$x^3+x^2-3x-3=0 \quad x\in(1,2)$

```
>> f=inline('x^3+x^2-3*x-3','x');
>> [p1,err,k,y]=secant(f,1,2,0.00001,0.00001,100)

p1 =

   1.732050697785584


err =

     5.432700288432457e-005


k =

      5


y =

  -1.039000173008731e-006
```

تذکر مهم: اگر در امتحان ریشه‌ها را در تکرارهای مختلف خواستند، باید تغییر کوچکی در برنامه بدهیم، بدین صورت که بعد از خط ۲۱ عبارت `p1` را اضافه و سپس `M-File` را ذخیره می‌کنیم و برنامه را دوباره `run` می‌کنیم.

```
19 -        relerr=2*err/(abs(p2)+del
20 -        p0=p1;
21 -        p1=p2;
22 -        p1
23 -        y=feval(f,p1);
24 -        if (err<delta)|(relerr<de
```

حل معادلات غیر خطی به روش درون‌یابی خطی اصلاح شده

`[k x3]=modifsecant(f,a,b,epsilon,max1)`

x3: ریشه تابع، f: تابع مورد نظر که به صورت M-File وارد می‌شود، a: نقطه ابتدایی بازه، b: نقطه انتهایی بازه، epsilon: خطای قابل اغماض، k تعداد تکرار، max1 حداکثر تکرار

مثال صفحه ۳۴)

$x^3 + x^2 - 3x - 3 = 0 \;\; x \in (1,2)$

```
>> f=inline('x^3+x^2-3*x-3','x');
>> [k x3]=modifsecant(f,1,2,0.00001,100)

k =

     7


x3 =

   1.732050807477299
```

حل معادلات غیر خطی به روش تکرار تابعی

`[k,p,err,P] = fixpt(g,p0,tol,max1)`

x3: ریشه تابع، g: تابع مورد نظر که به صورت M-File وارد می‌شود، p0: نقطه شروع، tol: خطای قابل اغماض، k تعداد تکرار، max1 حداکثر تکرار، P بردار شامل مقادیر p در هر مرحله، err تفاوت pها در دو تکرار متوالی

مثال صفحه ۴۳)

$g(x) = \sqrt{2x+3}, x_1 = 4$

```
>> g=inline('sqrt(2*x+3)','x');
>> [k,p,err,P] = fixpt(g,4,0.00001,500)

k =

    12


p =

   3.000005225941382
```

```
err =

    1.045189641990518e-005


P =

   4.000000000000000
   3.316624790355400
   3.103747667048789
   3.034385495301739
   3.011440019426500
   3.003810919291193
   3.001270037597814
   3.000423315999865
   3.000141102014992
   3.000047033636303
   3.000015677837802
   3.000005225941382
```

حل معادلات غیر خطی به روش نیوتن

مثال صفحه ۵۰)

$f(x) = 3x + \sin x - e^x = 0 \;\; x_1 = 0.0$

M-File شماره ۱:

`[p0,err,k,y]=newton(f,df,p0,delta,epsilon,max1)`

p0: ریشه تابع، err: خطایی که برنامه را قطع کرده، y: مقدار تابع در ازای ریشه یعنی f(p0)، f: تابع مورد نظر که به صورت inline وارد می‌شود، df: مشتق تابع مورد نظر که به صورت inline وارد می‌شود، p0 ورودی: نقطه شروع، delta: خطای قابل اغماض برای p0، k: تعداد تکرار، epsilon: خطای قابل اغماض برای y، max1 حداکثر تکرار

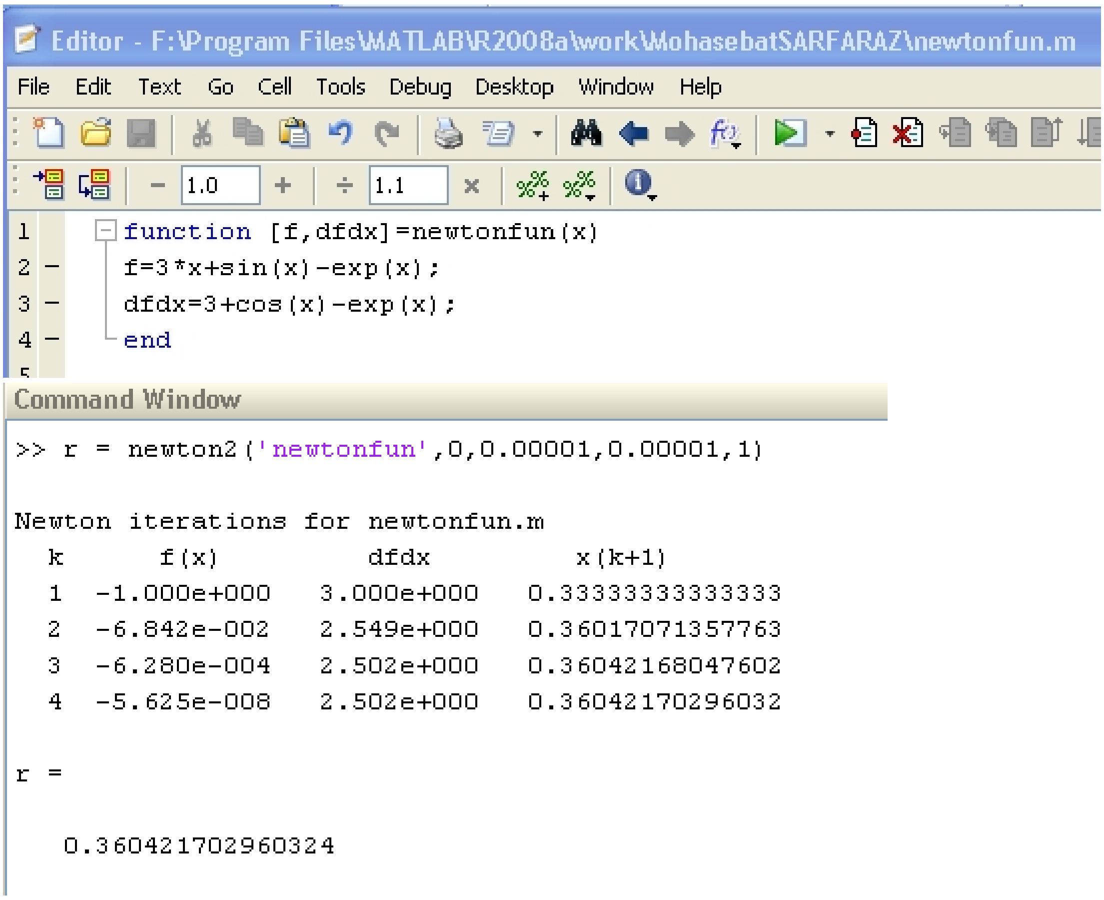
```
>> f=inline('3*x+sin(x)-exp(x)','x');
>> df=inline('3+cos(x)-exp(x)','x');
>> [p0,err,k,y]=newton(f,df,0,0.00001,0.00001,500)

p0 =

   0.360421680476020


err =

    2.509668983860514e-004
```

```
k =

     3


y =

  -5.625155319322062e-008
```

`M-File` شماره ۲:

`r = newton2('newtonfun',x0,xtol,ftol,verbose)`

`r`: ریشه تابع، `newtonfun`: مجموعه توابع مورد نظر که به صورت `M-File` وارد می‌شود، `x0`: نقطه شروع، `xtol`: خطای قابل اغماض، اگر `verbose` برابر ۱ باشد، تکرار را نشان می‌دهد.



حل معادلات غیر خطی به روش مولر

```
[p,y,err,k]=muller(f,p0,p1,p2,delta,epsilon,max1)
```

p: ریشه تابع، err: خطایی که برنامه را قطع کرده، y: مقدار تابع در ازای ریشه یعنی f(p0)، f: تابع مورد نظر که به صورت inline وارد می‌شود، df: مشتق تابع مورد نظر که به صورت inline وارد می‌شود، p0 و p1 و p2: مقادیر اولیه، delta: خطای قابل اغماض ، max1 حداکثر تکرار، k: تعداد تکرار

مثال صفحه ۶۰)

$$f(x) = \sin x - \frac{x}{2} = 0 \ , x_0 = 2.0 \ , x_1 = 2.2 \ , x_2 = 1.8$$

```
Command Window
>> f=inline('sin(x)-x/2','x');
>> [p,y,err,k]=muller(f,2,2.2,1.8,0.00001,0.00001,500)

p =

   1.895494424968581


y =

  -1.293520067724430e-007


err =

    2.423176810005002e-004


k =

     2
```

حل دستگاه معادلات خطی به روش حذفی گاوس - جردن

M-File شماره ۱ (بدون پایداری) :

```
x = GEshow(A,b,ptol)
```

x : بردار جواب، A و b ماتریس‌هایی که در رابطه Ax=b هستند، ptol : خطای قابل اغماض

مثال صفحه ۱۰۱)

$$\begin{bmatrix}1 & 3 & 4\\2 & 7 & 18\\7 & 1 & 3\end{bmatrix}x=\begin{bmatrix}2\\1\\5\end{bmatrix}$$

```
>> A=[1 3 4;2 7 18;7 1 3];
>> b=[2;1;5];
>> x = GEshow(A,b,50*eps)

 Begin forward elmination with Augmented system:
        1              3              4              2
        2              7             18              1
        7              1              3              5


 After elimination in column 1 with pivot = 1.000000
        1              3              4              2
        0              1             10             -3
        0            -20            -25             -9


 After elimination in column 2 with pivot = 1.000000
        1              3              4              2
        0              1             10             -3
        0              0            175            -69


 x =

    0.748571428571428
    0.942857142857143
   -0.394285714285714

>> format rat
>> x

x =

     131/175
      33/35
     -69/175
```

M-File شماره ۲ (با پایداری، سطرهای بزرگ را در اول می‌آورد) :

```
x = GEPivShow(A,b,ptol)
```

x : بردار جواب، A و b ماتریس‌هایی که در رابطه Ax=b هستند، ptol : خطای قابل اغماض

مثال صفحه ۱۰۳ :

$$\begin{bmatrix} 0.6 & 3.8 & 7 \\ 2.6 & 3.1 & 5 \\ 3.7 & 5.8 & 2.9 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 5.7 \\ 2.6 \\ 3.4 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[.6 3.8 7;2.6 3.1 5;3.7 5.8 2.9];
>> b=[5.7;2.6;3.4];
>> x = GEPivShow(A,b,50*eps)

Begin forward elmination with Augmented system:
   0.600000000000000   3.800000000000000   7.000000000000000   5.700000000000000
   2.600000000000000   3.100000000000000   5.000000000000000   2.600000000000000
   3.700000000000000   5.800000000000000   2.900000000000000   3.400000000000000

Swap rows 1 and 3;  new pivot = 3.7

After elimination in column 1 with pivot = 3.700000
   3.700000000000000   5.800000000000000   2.900000000000000   3.400000000000000
                   0  -0.975675675675676   2.962162162162162   0.210810810810811
                   0   2.859459459459460   6.529729729729730   5.148648648648649

Swap rows 2 and 3;  new pivot = 2.85946

After elimination in column 2 with pivot = 2.859459
   3.700000000000000   5.800000000000000   2.900000000000000   3.400000000000000
                   0   2.859459459459460   6.529729729729730   5.148648648648649
                   0                   0   5.190170132325141   1.967580340264650

x =

  -0.843695367132867
   0.934877622377622
   0.379097465034965
```

روش سوم)

در این روش از M-File ای استفاده نمی‌شود.

مثال صفحه ۱۰۳)

$$\begin{bmatrix} 0.6 & 3.8 & 7 \\ 2.6 & 3.1 & 5 \\ 3.7 & 5.8 & 2.9 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 5.7 \\ 2.6 \\ 3.4 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[.6 3.8 7;2.6 3.1 5;3.7 5.8 2.9];
>> b=[5.7;2.6;3.4];
>> x=A\b

x =

  -0.843695367132867
   0.934877622377623
   0.379097465034965
```

حل دستگاه معادلات خطی به روش تجزیه ماتریس به L و U

روش اول) در این روش از دستوری که خود برنامه دارد، استفاده می‌کنیم.

مثال صفحه ۱۰۵)

$$A=\begin{bmatrix}3 & -1 & 2\\ 1 & 2 & 3\\ 2 & -2 & -1\end{bmatrix}$$

```
>> A=[3 -1 2;1 2 3;2 -2 -1];
>> [L U]=lu(A)

L =

    1.0000         0         0
    0.3333    1.0000         0
    0.6667   -0.5714    1.0000


U =

    3.0000   -1.0000    2.0000
         0    2.3333    2.3333
         0         0   -1.0000

>> format rat
>> L

L =

       1              0              0
       1/3            1              0
       2/3           -4/7            1

>> U

U =

       3             -1              2
       0              7/3            7/3
       0              0             -1
```

مثال صفحه ۱۰۶)

$$\begin{bmatrix} 3.7 & 5.8 & 2.9 \\ 2.6 & 3.1 & 5 \\ 0.6 & 3.8 & 7 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3.4 \\ 2.6 \\ 5.7 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[3.7 5.8 2.9;2.6 3.1 5;.6 3.8 7];
>> b=[3.4;2.6;5.7];
>> [L U]=lu(A);
>> z=L\b
z =

   3.400000000000000
   5.148648648648649
   1.967580340264650

x =

  -0.843695367132867
   0.934877622377623
   0.379097465034965
```

روش دوم)

```
X = lufact(A,B)
```

مثال صفحه ۱۰۶)

$$\begin{bmatrix} 3.7 & 5.8 & 2.9 \\ 2.6 & 3.1 & 5 \\ 0.6 & 3.8 & 7 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 3.4 \\ 2.6 \\ 5.7 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[3.7 5.8 2.9;2.6 3.1 5;.6 3.8 7];
>> b=[3.4;2.6;5.7];
>> X = lufact(A,b)

X =

  -0.843695367132867
   0.934877622377622
   0.379097465034965
```

روش سوم)

```
[L,U] = luNopiv(A,ptol)
```

مثال صفحه ۱۰۵)

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[3 -1 2;1 2 3;2 -2 -1];
>> [L,U] = luNopiv(A,50*eps)

L =

       1              0              0
       1/3            1              0
       2/3           -4/7            1


U =

       3             -1              2
       0              7/3            7/3
       0              0             -1
```

حل دستگاه معادلات خطی به روش تجزیه چولسکی

باید توجه داشته باشیم که ماتریس مورد نظر، متقارن باشد.

روش اول) استفاده از `M-File`

```
C = Cholesky(A)
```

مثال)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[1 1 1 1;1 2 3 4;1 3 6 10;1 4 10 20];
>> C = Cholesky(A)

C =

     1     1     1     1
     0     1     2     3
     0     0     1     3
     0     0     0     1
```

روش دوم) استفاده از دستور موجود در Matlab

```
>> C=chol(A)

C =

     1     1     1     1
     0     1     2     3
     0     0     1     3
     0     0     0     1
```

مثال صفحه ۱۱۱ به روش چولسکی)

$$\begin{bmatrix} 7 & -4 & 0 \\ -4 & 12 & -6 \\ 0 & -6 & 14 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[7 -4 0;-4 12 -6;0 -6 14];
>> b=[12;0;0];
>> c=chol(A);
>> x=c\(c'\b)

x =

   2.262857142857143
   0.960000000000000
   0.411428571428571
```

حل دستگاه معادلات خطی به روش ژاکوبی

باید توجه کرد که ماتریس A حتما قطری مسلط باشد.

$$|a_{ii}| \geq \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}| \quad , i \neq j$$

M-File شماره ۱:

```
X=jacobi(A,B,P,delta,max1)
```

P ماتریس حدس اولیه است.

مثال صفحه ۱۱۱)

$$\begin{bmatrix} 7 & -4 & 0 \\ -4 & 12 & -6 \\ 0 & -6 & 14 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} , x^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[7 -4 0;-4 12 -6;0 -6 14];
>> b=[12;0;0];
>> X=jacobi(A,b,[1;1;1],0.00001,500)

X =

   2.262848599656562
   0.960001910979077
   0.411422164028136
```

M-File شماره۲ :

```
X=jacobi2(A,B,P,delta,max1)
>> A=[7 -4 0;-4 12 -6;0 -6 14];
>> b=[12;0;0];
>> X=jacobi2(A,b,[1;1;1],0.00001,500)

________________________________
Marhaleye [1]
   2.285714285714286
   0.833333333333333
   0.428571428571429


________________________________
Marhaleye [2]
   2.190476190476191
   0.976190476190476
   0.357142857142857

________________________________
Marhaleye [3]
   2.272108843537415
   0.908730158730159
   0.418367346938775


________________________________
Marhaleye [4]
   2.233560090702948
   0.966553287981859
   0.389455782312925

.
.
.
________________________________
Marhaleye [22]
   2.262848599656562
   0.960001910979077
   0.411422164028136


________________________________

X =

   2.262848599656562
   0.960001910979077
   0.411422164028136
```

اگر خطای قابل اغماض را برابر eps قرار دهیم

```
>> X=jacobi2(A,b,[1;1;1],eps,500)
```

```
________________________________
Marhaleye [77]
   2.262857142857143
   0.960000000000000
   0.411428571428571

________________________________

X =

   2.262857142857143
   0.960000000000000
   0.411428571428571
```

حل دستگاه معادلات خطی به روش گاوس- سیدل

باید توجه کرد که ماتریس A حتما قطری مسلط باشد.

$$|a_{ii}| \geq \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}| \quad ,i \neq j$$

M-File شماره ۱:

```
X=gseid(A,B,P,delta,max1)
```

P ماتریس حدس اولیه است.

مثال صفحه ۱۱۲)

$$\begin{bmatrix} 7 & -4 & 0 \\ -4 & 12 & -6 \\ 0 & -6 & 14 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, x^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[7 -4 0;-4 12 -6;0 -6 14];
>> b=[12;0;0];
>> X=gseid(A,b,[1;1;1],0.00001,500)

X =

   2.262865384766905
   0.960005838019415
   0.411431073436892
```

M-File شماره۲:

```
X=gseid2(A,B,P,delta,max1)
>> A=[7 -4 0;-4 12 -6;0 -6 14];
>> b=[12;0;0];
>> X=gseid2(A,b,[1;1;1],0.00001,500)
```

```
Marhaleye [1]

   2.285714285714286
   1.261904761904762
   0.540816326530612


Marhaleye [2]

   2.435374149659864
   1.082199546485261
   0.463799805636540

.
.
.

Marhaleye [12]

   2.262877505222436
   0.960014423342083
   0.411434752860893


Marhaleye [13]

   2.262865384766905
   0.960005838019415
   0.411431073436892


X =

   2.262865384766905
   0.960005838019415
   0.411431073436892
```

حل دستگاه معادلات غیر خطی به روش نیوتن

```
x = newtonSys(Jfun,x0,xtol,ftol,maxit,verbose,varargin)
```

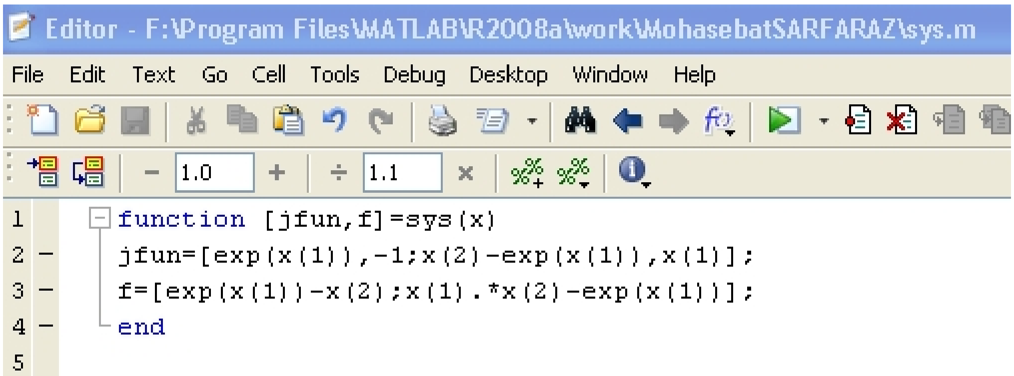
مثال صفحه ۱۱۸)

$$\begin{cases} e^x - y = 0 \\ \mathrm{xy} - e^x = 0 \end{cases}$$

نقاط اولیه $x_0=0.95$ و $y_0=2.7$ می‌باشند. مشتق‌های جزیی را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} f_x = e^x \\ f_y = -1 \\ g_x = y - e^x \\ g_y = x \end{cases}$$

ابتدا یک M-File به شکل زیر ایجاد و با نام sys.m ذخیره می‌کنیم. دقت شود که به جای x از x(1) و به جای y از x(2) استفاده شده است.



سپس در خط فرمان، دستور زیر را اجرا می‌کنیم.

```
>> x = newtonSys('sys',[0.95;2.7],0.00001,0.00001,500,1)

Newton iterations
   k      norm(f)       norm(dx)
   1    1.162e-001    5.270e-002
   2    4.181e-003    2.548e-003
   3    8.627e-007    8.971e-007

x =

     1.000000000000086
     2.718281828459177
```

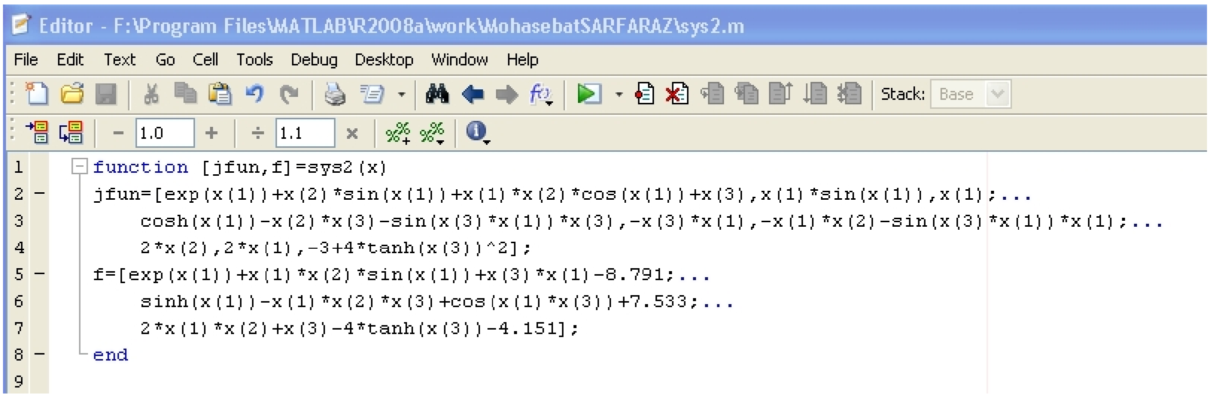
مثال)

$$\begin{cases} e^x - xy\sin x + zx = 8.791 \\ \sinh x - xyz + \cos(xz) = -7.533 \\ 2xy + z - 4\tanh z = 4.151 \end{cases}$$

نقاط اولیه $x_0=1$ و $y_0=2$ و $z_0=3$ می‌باشند. مشتق‌های جزیی را حساب می‌کنیم.

$$\begin{cases} f_x = e^x + y\sin x + xy\cos x + z \\ f_y = x\sin x \\ f_z = x \\ g_x = \cosh x - yz - (\sin zx)\, z \\ g_y = -zx \\ g_z = -xy - (\sin zx)\, x \\ h_x = 2y \\ h_y = 2x \\ h_z = -3 + 4\, tanh^2\, z \end{cases}$$

ابتدا یک M-File به شکل زیر ایجاد و با نام sys2.m ذخیره می‌کنیم. دقت شود که به جای x از x(1) و به جای y از x(2) و به جای z از x(3) استفاده شده است.



سپس در خط فرمان، دستور زیر را اجرا می‌کنیم.

```
>> x = newtonSys('sys2',[1;2;3],0.0000001,0.0000001,500,1)

Newton iterations
  k      norm(f)       norm(dx)
  1   2.483e+000   3.363e-001
  2   9.963e-002   8.072e-002
  3   3.742e-003   9.670e-003
  4   6.156e-005   1.336e-004
  5   1.141e-008   2.484e-008

x =

   1.100104523608455
   2.200333077232529
   3.298915531163949
```

محاسبه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس با دستور eig

مثال صفحه ۱۳۶)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[1 2;2 4];
>> [V,D]=eig(A)

V =

  -0.894427190999916   0.447213595499958
   0.447213595499958   0.894427190999916


D =

     0     0
     0     5
```

اعداد روی قطر اصلی D یعنی 0 و 5 مقادیر ویژه هستند.

ستون‌های V بردارهای ویژه هستند.

مثال صفحه ۱۴۱)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[2 3 2;10 3 4;3 6 1];
>> [V,D]=eig(A)

V =

   0.371390676354104   0.182574185835055  -0.000000000000000
   0.742781352708207   0.365148371670111  -0.554700196225229
   0.557086014531156  -0.912870929175277   0.832050294337844


D =

  10.999999999999993                   0                   0
                   0  -2.000000000000002                   0
                   0                   0  -2.999999999999999
```

محاسبه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس با روش لوریه - فادیو

```
[C,s,roots,A_invese]=LevFad(A)
```

c : بردار ضرایب معادله مشخصه، s : معادله مشخصه، roots : مقادیر ویژه

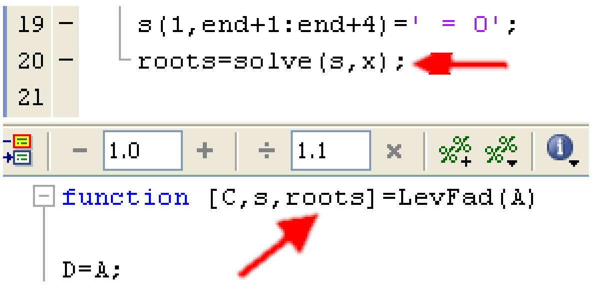
مثال صفحه ۱۴۱)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

```
>> A=[2 3 2;10 3 4;3 6 1];
>> [C,s,roots,A_invese]=LevFad(A)
______________________________
Marhaleye [1]
C(1)=      6.0000
A(1)=
     2     3     2
    10     3     4
     3     6     1

______________________________
Marhaleye [2]
C(2)=     49.0000
A(2)=
    28     9     6
     2    45    12
    51    -3    25
```

```
Marhaleye [3]
C(3)=     66.0000
A(3)=
    66      0      0
     0     66      0
     0      0     66

C =

     6     49     66


s =

-66-49*x-6*x^2+x^3 = 0

roots =

 -2
 -3
 11

A_invese =

  -0.318181818181818   0.136363636363636   0.090909090909091
   0.030303030303030  -0.060606060606061   0.181818181818182
   0.772727272727273  -0.045454545454545  -0.363636363636364
```

تذکر: چون این برنامه از دستور تحلیلی `solve` برای حل استفاده می‌کند، ممکن است قادر به حل برخی از معادلات نباشد و در پایان `error` بدهد. در این صورت باید خط آخر برنامه و `root` در خروجی تابع، پاک شوند.



محاسبه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس با روش توانی

```
[lambda,v] = powerit(A,s,nit,x0,verbose)
```

`lambda`: بزرگترین مقدار ویژه، `v`: بردار ویژه، `s`: پارامتر `shift` که در روش توانی، `0` است، `nit`: حداکثر تکرار، `x0`: حدس اولیه

مثال صفحه ۱۴۲)

$$A=\begin{bmatrix}2 & 3 & 2\\ 10 & 3 & 4\\ 3 & 6 & 1\end{bmatrix}, z^{(0)}=\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}$$

```
>> A=[2 3 2;10 3 4;3 6 1];
>> [lambda,v] = powerit(A,0,10,[1;1;1],1)

 k     norm(u,inf)
 1      17.000000
 2      9.470588
 3      11.583851
 4      10.831635
 5      11.049800
 6      10.985906
 7      11.003953
 8      10.998903
 9      11.000303
10      10.999917

lambda =

  10.999916852432536

v =

   0.500000822104932
   1.000000000000000
   0.750003642445965
```

محاسبه مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس با روش تکراری معکوس

```
[D,V]=powerInv(A,z,rho,max1)
```

D : مقدار ویژه مورد نظر، V : بردار ویژه، z : حدس اولیه، rho : عددی که یکی ازمقادیر ویژه به آن نزدیک است.

مثال صفحه ۱۴۲)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}, z^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \rho = 0$$

```
>> A=[2 3 2;10 3 4;3 6 1];
>> [D,V]=powerInv(A,[1;1;1],0,30)

Marhaleye [1]
y =

  -0.090909090909091
   0.151515151515152
   0.363636363636364


d =

   0.363636363636364


z =

  -0.250000000000000
   0.416666666666667
   1.000000000000000

--------------
Marhaleye [2]
y =

   0.227272727272727
   0.148989898989899
  -0.575757575757576


d =

   0.363636363636364  -0.575757575757576


z =

  -0.394736842105263
  -0.258771929824561
   1.000000000000000
.
.
.
```

```
--------------
Marhaleye [30]
y =

   0.100000762713468
   0.199999830508118
  -0.500001271189114

z =

  -0.200001016948706
  -0.399998644068392
   1.000000000000000
--------------

D =

  -1.999994915256471


V =

  -0.200001016948706
  -0.399998644068392
   1.000000000000000
```

درون‌یابی به وسیله چندجمله‌ای‌های لاگرانژ

```
C=lagran(X,Y)
```

C : بردار دربردارنده ضرایب چندجمله‌ای برازش یافته

برای محاسبه مقدار چندجمله‌ای در نقطه x_0 دستور `polyval(C,x0)` را اجرا می‌کنیم.

مثال صفحه ۱۷۲)

x	f(x)
3.2	22
2.7	17.8
1	14.2
4.8	38.3

x_0=3.0

```
>> x=[3.2 2.7 1 4.8];
>> y=[22 17.8 14.2 38.3];
>> C=lagran(x,y)

C =

   -0.5275    6.4952  -16.1177   24.3499

>> polyval(C,3)

ans =

   20.2120
```

چندجمله‌ای مورد نظر عبارتست از

$$P(x) = -0.5275x^3 + 6.4952x^2 - 16.1177x + 24.3499 \;\&\; P(x_0 = 3) = 20.2120$$

درون‌یابی به روش نیویل

`[p,f]=neville(x,y,xs)`

p : ماتریسی که جدول نیویل، عناصر آن است، f : مقدار درون‌یابی انجام شده در xs

مثال صفحه ۱۷۵)

x	f(x)
10.10	0.17537
22.20	0.37784
32.00	0.52992
41.60	0.66393
50.50	0.63608

$x_0=27.5$

```
>> format long
>> x=[10.1 22.2 32 41.6 50.5];
>> y=[0.17537 0.37784 .52992 0.66393 .63608];
>> [p,f]=neville(x,y,27.5)

p =

   0.636080000000000   0.373794603960396   0.558431973072909   0.479011706129646   0.457536499191716
   0.175370000000000   0.445241238095238   0.460710514181851   0.461738170114355                   0
   0.663930000000000   0.455998608247423   0.462003943200347                   0                   0
   0.377840000000000   0.460087346938775                   0                   0                   0
   0.529920000000000                   0                   0                   0                   0

f =

   0.461738170114355
```

تذکر: به اختلاف ترتیب عناصر واقع در ستون p با جدول صفحه ۱۷۵ کتاب توجه کنید. دقت شود که 0.4575 به هیچ وجه جواب سؤال نیست!

درون‌یابی به روش تفاضل محدود

مثال صفحه ۱۸۴)

x	f(x)
0.00	0
0.20	0.03
0.40	0.423
0.60	0.684
0.80	1.03
1.00	1.557
1.20	2.572

```
D = divDiffTable(x,y)
```

در ابتدای اجرای برنامه، اگر x_i ها متساوی الفاصله بودند، ۱ و درغیر این‌صورت 0 را وارد می‌کنیم.

```
>> x=[0 .2 .4 .6 .8 1 1.2];
>> y=[0 .203 .423 0.684 1.03 1.557 2.572];
>> D = divDiffTable(x,y)
motesaviol fasele? 0 or 1  1

D =

         0         0         0         0         0         0         0
    0.2030    0.2030         0         0         0         0         0
    0.4230    0.2200    0.0170         0         0         0         0
    0.6840    0.2610    0.0410    0.0240         0         0         0
    1.0300    0.3460    0.0850    0.0440    0.0200         0         0
    1.5570    0.5270    0.1810    0.0960    0.0520    0.0320         0
    2.5720    1.0150    0.4880    0.3070    0.2110    0.1590    0.1270
```

تذکر: برای محاسبه f(x) در نقطه داده شده، مانند مثال صفحه ۱۸۸ عمل می‌کنیم.

درون‌یابی به روش حداقل مربعات

مثال صفحه ۲۲۴)

x	0.05	0.11	0.15	0.31	0.46	0.52	0.7	0.74	0.82	0.98	1.17
y	0.956	0.89	0.832	0.717	0.571	0.539	0.378	0.37	0.306	0.242	0.104

```
C = lspoly(X,Y,M)
```

C : بردار دربردارنده ضرایب چندجمله‌ای برازش یافته، M : درجه چندجمله‌ای مورد نظر

```
>> x=[.05 .11 .15 .31 .46 .52 .7 .74 .82 .98 1.17];
>> y=[.956 .89 .832 .717 .571 .539 .378 .37 .306 .242 .104];
>> C = lspoly(x,y,2)

C =

    0.2247   -1.0180    0.9980
```

برای تعیین مقدار چندجمله‌ای برازش یافته در نقطه‌ای مانند 0.76 به‌صورت زیر عمل می‌کنیم.

```
>> polyval(C,0.76)

ans =

    0.3540
```

انتگرال‌گیری عددی به روش ذوزنقه‌ای

```
I = trapezoid(fun,a,b,npanel)
```

fun : تابع تحت انتگرال که به صورت inline وارد می‌شود، a و b حدود انتگرال، npannel : تعداد پانل‌ها (تعداد تقسیمات محور xها)

مثال صفحه ۲۸۷)

$$I = \int_0^1 e^x dx \quad ,n = 4$$

```
>> f=inline('exp(x)','x');
>> I = trapezoid(f,0,1,4)

I =

    1.7272

>> format long
>> I

I =

   1.718281828548544
```

انتگرال‌گیری عددی به روش $\frac{1}{3}$ سیمپسون (سیمپسون مرکب)

```
I = simpson(fun,a,b,npanel)
```

مثال صفحه ۲۸۷)

$$I = \int_0^1 e^x dx \quad ,n = 4$$

```
>> f=inline('exp(x)','x');
>> I = simpson(f,0,1,4)

I =

   1.718284154699897
```

انتگرال‌گیری عددی به روش رامبرگ

```
[R,quad,err,h]=romberge(f,a,b,n,tol)
```

tol : خطای قبل اغماض، R : جدول رامبرگ، quad : مقدار انتگرال، err : خطا (تفاوت دو مقدار نهایی در جدول)، h : کوچک‌ترین گام استفاده شده

مثال صفحه ۲۹۰)

$$I = \int_0^1 e^x dx \quad ,n = 1$$

```
>> f=inline('exp(x)','x');
>> [R,quad,err,h]=romberge(f,0,1,1,0.00001)

R =

   1.859140914229523                   0                   0                   0                   0
   1.753931092464826   1.718861151876593                   0                   0                   0
   1.727221904557517   1.718318841921747   1.718282687924758                   0                   0
   1.720518592164302   1.718284154699897   1.718281842218440   1.718281828794530                   0
   1.718841128579995   1.718281974051892   1.718281828675358   1.718281828460389   1.718281828459078

quad =

   1.718281828459078

err =

    3.354518884890467e-010

h =

   0.062500000000000
```

حل انتگرال دوگانه بر روی ناحیه مستطیلی با روش سیمپسون

```
out = simp2(f,corners)
```

تمرین ۲۹، صفحه ۳۲۷)

$$I = \int_{0.1}^{0.7} \int_{-0.2}^{0.6} e^x \sin y \, dy \, dx$$

برای حل، فاصله x و y را به ۳۰ قسمت تقسیم می‌کنیم.

```
>> f=inline('exp(x).*sin(y)','x','y');
>> out = simp2(f,[0.1 0.7 -0.2 0.6])

the number of subivisions n and m in each direction must be even
enter the number of subdivisions in x and y direction as [n m] [30 30]

subdiv =

    30    30

Approximate value of the integral using Simpsons rule

out =

   0.140585735695089
```

حل انتگرال سه‌گانه بر روی ناحیه مکعب مستطیلی با روش سیمپسون

```
out = simp3(f,corners)
```

تمرین ۲۰، صفحه ۳۲۶)

$$I = \int_{0}^{1} \int_{0}^{1} \int_{0}^{1} x^3 y z^2 dx \, dy \, dz$$

برای حل، فاصله x و y و z را به ۳۰ قسمت تقسیم می‌کنیم.

```
>> f=inline('x.^3.*y.*z.^2','x','y','z');
>> out = simp3(f,[0 1 0 1 0 1])

the number of subdivisions m,n and p in each direction must be even
enter the number of subdivisions [n m p]  [30 30 30]

subdiv =

    30    30    30

out =

   0.041666666666667
```

```
>> format rat
>> out

out =

       1/24
```

حل معادلات دیفرانسیل معمولی به روش اویلر

`E=euler(f,a,b,ya,M)`

`f` : تابعی که از رابطه `y'=f` حاصل می‌شود و به صورت `inline` وارد می‌شود، `a` و `b` : مقادیر ابتدا و انتها (x_i)ها، `ya` : شرط اولیه (y_0)، `M` : تعداد مراحل مورد نیاز (گام بین `a` و `b`)

مثال صفحه ۳۳۴)

$y' = f(x,y) = -2x - y \,, y(0) = -1$

```
>> f=inline('-2*x-y','x','y');
>> E=euler(f,0,0.4,-1,4)

E =

                  0  -1.000000000000000
   0.100000000000000  -0.900000000000000
   0.200000000000000  -0.830000000000000
   0.300000000000000  -0.787000000000000
   0.400000000000000  -0.768300000000000
```

حل معادلات دیفرانسیل معمولی به روش هیون

`H=heun(f,a,b,ya,M)`

مثال صفحه ۳۳۷)

$y' = f(x,y) = 2y \,, y(0) = 1$

```
>> f=inline('2*y+0*x','x','y');
>> H=heun(f,0,0.1,1,10)

H =

                  0   1.000000000000000
   0.010000000000000   1.020200000000000
   0.020000000000000   1.040808040000000
   0.030000000000000   1.061832362408000
   0.040000000000000   1.083281376128642
   0.050000000000000   1.105163659926440
   0.060000000000000   1.127487965856954
   0.070000000000000   1.150263222767265
   0.080000000000000   1.173498539867163
   0.090000000000000   1.197203210372480
   0.100000000000000   1.221386715222004
```

با توجه به جدول، `y(0.05)=1.10516` و `y(0.1)=1.22139` به دست می‌آید.

حل معادلات دیفرانسیل معمولی به روش رانج - کوتای مرتبه دوم

R=rk2(f,a,b,ya,M)

مثال صفحه ۳۴۲)

$y' = f(x,y) = xy\,, y(2) = 1$

```
>> f=inline('x*y','x','y');
>> R=rk2(f,2,2.1,1,1)

R =

   2.000000000000000   1.000000000000000
   2.100000000000000   1.226000000000000
```

حل معادلات دیفرانسیل معمولی به روش رانج - کوتای مرتبه چهارم

R=rk4(f,a,b,ya,M)

مثال صفحه ۳۴۳)

$y' = f(x,y) = -2x - y\,, y(0) = -1$

```
>> f=inline('-2*x-y','x','y');
>> R=rk4(f,0,0.5,-1,5)


k1 =

   0.100000000000000


k2 =

   0.085000000000000


k3 =

   0.085750000000000


k4 =

   0.071425000000000
```

```
----------

k1 =

   0.07145125000000


k2 =

   0.05787868750000


k3 =

   0.05855731562500


k4 =

   0.04559551843750
.
.
.
R =

                  0  -1.000000000000000
   0.100000000000000  -0.914512500000000
   0.200000000000000  -0.856192704218750
   0.300000000000000  -0.822455266003533
   0.400000000000000  -0.810960866752472
   0.500000000000000  -0.819592803270140
```

حل معادلات دیفرانسیل معمولی به روش میلن سیمپسون

```
M=milne(f,T,Y)
```

T : برداری شامل x_iها که اولین عضو آن a و آخرین عضو آن b می‌باشد، Y : بردار مقدیر محاسبه شده y_iها که از روش رانج کوتای مرتبه چهارم به دست آمده‌اند.

مثال صفحه ۳۴۳)

$y' = f(x,y) = xy \, , y(2) = 1$

طبق خواسته مساله باید y(2.1) ،y(2.2) ،y(2.3)، y(2.4) را حساب کنیم. ابتدا مقادیر y(2.1) ، y(2.2)، y(2.3) را از روش رانج کوتای مرتبه چهارم به دست می‌آوریم.

```
>> f=inline('x.*y','x','y');
>> R=rk4(f,2,2.3,1,3)

.
.
```

```
.
R =

   2.000000000000000   1.000000000000000
   2.100000000000000   1.227521897916666
   2.200000000000000   1.521952696725866
   2.300000000000000   1.905968257867614
```

مقادیر به دست آمده را در دستور میلن - سیمپسون قرار می‌دهیم.

```
>> M=milne(f,[2,2.1,2.2,2.3,2.4],[1,1.227521897916667,1.521952696725866,1.905968257867615])

M =

   2.000000000000000   1.000000000000000
   2.100000000000000   1.227521897916667
   2.200000000000000   1.521952696725866
   2.300000000000000   1.905968257867615
   2.400000000000000   2.410856827161370
```

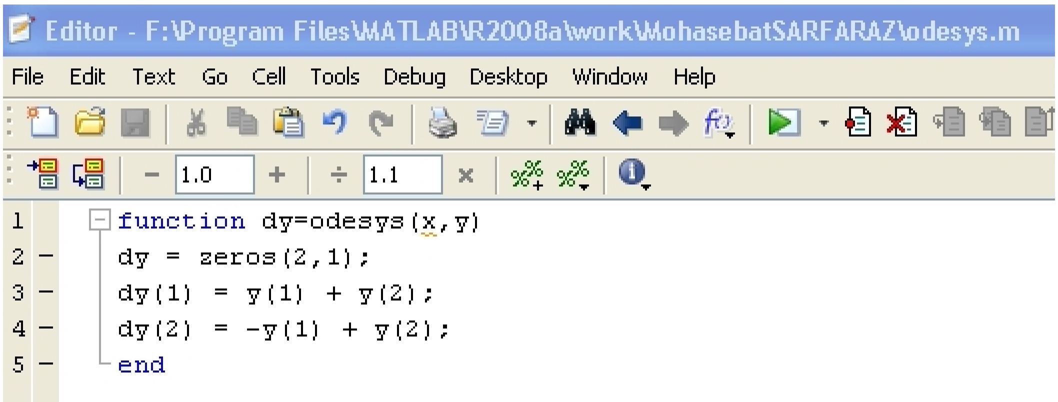
حل دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی به روش رانج - کوتای مرتبه چهارم

در این روش نیازی به `M-file` نمی‌باشد.

مثال صفحه ۳۵۱)

$$\begin{cases} y'_1 = y_1 + y_2 & y_1(0) = 0 \\ y'_2 = -y_1 + y_2 & y_2(0) = 1 \end{cases} \quad x_s = 0.1$$

ابتدا یک `M-File` به شکل زیر ایجاد می‌کنیم که شامل دستگاه است.



سپس در خط فرمان، دستورات زیر را اجرا می‌کنیم.

```
>> options=odeset('Reltol',0.0001,'Abstol',[0.0001,0.0001]);
>> [X,Y]=ode45(@odesys,[0,0.1],[0,1],options)
```

```
X =

                   0
   0.002500000000000
   0.005000000000000
   0.007500000000000
.
.
.
 0.092500000000000
 0.095000000000000
 0.097500000000000
 0.100000000000000

Y =

                   0   1.000000000000000
   0.002506255208186   1.002499994785007
   0.005025041666358   1.004999958228854
   0.007556390624120   1.007499858846777
   0.010100333329987   1.009999664996667
   0.012656901031302   1.012499344879004
.
.
.
  0.101319834927186   1.092223755087606
  0.104310525460916   1.094700375415490
  0.107314899748192   1.097175691847733
  0.110332988730180   1.099649666829411
```

مثال)

$$\begin{cases} y'_1 = y_2 y_3 & , y_1(0) = 1.1 \\ y'_2 = -y_1 y_3 & , y_2(0) = 2.0 \\ y'_3 = -0.51 y_1 y_2 & , y_2(0) = -0.7 \end{cases} \qquad x_s = 6.32$$

```
>> options=odeset('Reltol',0.0001,'Abstol',[0.0001,0.0001,0.0001]);
>> [X,Y] = ode45(@odesys2,[0 6.3],[1.1 2 -0.7],options)

 X =

                   0
   0.024905464452960
   0.049810928905921
   0.074716393358881
   0.099621857811841
.
.
```

```
.
   6.162519542033422
   6.215013028022281
   6.267506514011140
   6.320000000000000

Y =

   1.100000000000000   2.000000000000000  -0.700000000000000
   1.064269715472393   2.019240035003209  -0.727625185130131
   1.026817580520403   2.038540124914263  -0.754572304489877
   0.987653446579336   2.057799925582575  -0.780778909411869

.
.
.
  -1.434069414522162   1.775855305545289   0.241338036626603
  -1.408250372405655   1.796398200841274   0.309305676325602
  -1.375673106647953   1.821466343411768   0.376727440364874
```