

دانشگاه صنعتی شهرورد

پایان نامه کارشناسی ارشد برق - گرایش کنترل

عنوان:

کنترل ربات PUMA560 برای حمل اجسام بر مبنای خطی سازی فیدبکی

نگارش:

علیرضا ایزدبخش

استاد راهنما

دکتر محمد مهدی فاتح

تیر ماه ۱۳۸۶

هواللطیف

با اولین تپشهای قلبم در سکوتی آبی و ملکوتی تو را شناختم،
وقتی بدنیا آدمد به گمان دور شدن از تو گریه کردم و تو به من دو فرشته هدیه دادی
من در حضور سبز آنها جلوه تو را هر روز به نظاره نشستم.

به پاس
قطره قطره های باران رحمتی که لحظه لحظه های زندگیم را متبرک ساختی
تو را سجده می کنم

به حرمت حضورت در نگاه مهربان پدرم و لبخند زیبای مادرم
و با سپاس
از همه شبها و روزها و شبهايي که شمع وجودشان زندگیم را روشنی بخشیده بر
دستانشان بوسه می زنم

پدر و مادر گرامیم همواره در پناه حضرت حق مهربان و شکیبا بمانید

به پاس همه ی روزهای خوب کودکی که با شما سپری شد
همیشه در زیباترین صفحات آلبوم خاطراتم تصاویر شما را به یاد خواهم داشت
قشنگ ترین آرزوهایم، آرزوهای قشنگ شمامست

برادرم و خواهرم دوستtan دارم

فهرست مطالب

| صفحه | عنوان | شماره بخش |
|------|--|-----------|
| ۱ | فصل اول مقدمه | |
| ۱ | مقدمه | ۱-۱ |
| ۲ | ملاحظات تاریخی و مروری بر کارهای گذشته | ۲-۱ |
| ۵ | فصل دوم سینماتیک و دینامیک ربات | |
| ۵ | مقدمه | ۱-۲ |
| ۶ | معادلات حرکت ربات | ۲-۲ |
| ۱۰ | نمایش دنایویت هارتبرگ | ۳-۲ |
| ۱۳ | روابط انرژی جنبشی و پتانسیل | ۴-۲ |
| ۱۳ | نماد کریستوفل نوع اول | ۵-۲ |
| ۱۶ | سینماتیک مستقیم ربات پیوما ۵۶۰ | ۶-۲ |
| ۲۲ | ارزیابی مدل ارائه شده | ۷-۲ |
| ۲۷ | فصل سوم خطی سازی فیدبکی | |
| ۲۷ | مقدمه | ۱-۳ |
| ۲۸ | مبانی خطی سازی فیدبکی | ۲-۳ |
| ۳۴ | خطی سازی فیدبکی بر روی ربات پیوما ۵۶۰ | ۳-۳ |
| ۳۴ | طراحی قانون کنترل حلقه داخلی | ۱-۳-۳ |
| ۳۷ | طراحی قانون کنترل حلقه خارجی | ۲-۳-۳ |

| | | |
|-----|-------|---|
| ۳۷ | | آنالیز پایداری ۳-۳-۳ |
| ۳۸ | | شبیه سازی ۴-۳-۳ |
| ۴۱ | | خطی سازی فیدبکی دیجیتال ۴-۳ |
| ۴۵ | | آنالیز پایداری ۵-۳ |
| ۴۹ | | فصل چهارم کنترل مقاوم |
| ۴۹ | | مقدمه ۱-۴ |
| ۵۰ | | کنترل ساختار متغیر ۲-۴ |
| ۶۳ | | کنترل گشتاور محاسباتی ۳-۴ |
| ۶۶ | | کنترل مقاوم بر مبنای خطی سازی فیدبکی ۴-۴ |
| ۷۲ | | کنترل مقاوم شبه تطبیقی اسپانگ ۵-۴ |
| ۷۸ | | استراتژی کنترل مقاوم آزاد از مدل ۶-۴ |
| ۷۸ | | مرور تاریخی ۱-۶-۴ |
| ۸۰ | | ۲-۶-۴ مروری بر معادلات دینامیکی موتور |
| ۸۱ | | ۳-۶-۴ طرح کنترل پیشنهادی |
| ۸۵ | | ۴-۶-۴ شبیه سازی |
| ۹۱ | | فصل پنجم جمع بندی و پیشنهادات |
| ۹۳ | | منابع و مأخذ |
| ۱۰۵ | | ضمایم |
| ۱۰۵ | | ضمیمه الف پارامترهای مربوط به معادلات دینامیکی ربات |

ضمیمه ب

۱۲۰ پارامترهای مربوط به موتور های بکار رفته در ربات PUMA560

فصل اول

مقدمه

(۱-۱) مقدمه

پیشرفت های اخیر در زمینه رباتیک روند توسعه به سمت حرکات با سرعت بالا و دقیق، برای انجام کارهای مشخص را نشان می دهد. کنترل دقیق و سریع بازوی ربات بعلت پیچیدگیهای محاسباتی زیاد، مرتبط با فرمولاسیون ریاضی آنها، یک چالش اساسی برای مهندسین رباتیک ایجاد نموده است. زیرا بازوی ماهر ربات از قطعات بسیار زیادی تشکیل شده که بطور زنجیر وار به یکدیگر متصل شده اند. همچنین دینامیک شدیداً غیر خطی حاکم بر ربات و کوپلینگ قوی بین مفاصل باعث می شود که عملکرد کنترلهای مدل آزاد همچون PID با مشکل مواجه گردد. این پیچیدگی در هنگام کار با رباتهای با درجات آزادی بالاتر از دو بیشتر نمایان خواهد بود. طراحی کنترلر مقاوم برای فرآیندهای سرعت بالا با بکارگیری بازوهای ماهر درایو شده توسط موتورهای DC مغناطیس دائم، موضوع اصلی این تحقیق می باشد. روند اجرای مطالعه بصورت ذیل صورت می باشد.

در فصل دوم بمنظور بررسی مشکلات ناشی از مدلینگ رباتهای با درجات آزادی بالاتر از دو، به محاسبه معادلات دینامیکی ربات PUMA560 با شش درجه آزادی خواهیم پرداخت. در فصل سوم با بکارگیری مدل بدست آمده در فصل دوم و روش خطی سازی فیدبکی اقدام به کنترل ربات می نماییم.

از آنجاییکه روش خطی سازی فیدبکی یک روش مدل-مبنا می باشد، لذا به عدم قطعیتهای موجود در سیستم حساس بوده و ممکن است به ازای کمی تغییرات در پارامترهای مدل و یا اغتشاشات خارجی، به ناپایداری سیستم بیانجامد. برای این منظور در فصل چهارم با بکارگیری چند روش رایج کنترل مقاوم همانند کنترل لغرضی، گشتاور محاسباتی، روش مقاوم اسپانگ و روش خطی سازی فیدبکی مقاوم، به کنترل موقعیت ربات می پردازیم و در انتها یک روش کنترل مقاوم مدل آزاد ارائه می نماییم.

۲-۱) ملاحظات تاریخی و مروری بر کارهای گذشته

کنترل مقاوم بازوهای ماهر ربات توجه محققین بسیاری را در طی دهه های گذشته جلب نموده است. ساده ترین دلیل برای کاربرد این روش، بررسی اثرات دینامیکهای ناشناخته غیر خطی می باشد. کارهای اولیه بر روی کنترل مقاوم ربات، یا نیازمند کوچک بودن باند عدم قطعیت بوده و یا تنها پایداری ورودی خروجی را تضمین می کردند [۱-۵]. [۶] یک کنترل سوئیچینگ غیر خطی برای تضمین پایداری کراندار یکنواخت پیشنهاد داد که این باند یکنواخت می تواند بطور دلخواه، کوچک ساخته شود. نشان داده شده که، الگوریتمهای کنترلی رایج همانند PID و قانون کنترل گشتاور محاسباتی همگی نسبت به عدم قطعیتهای غیر خطی مقاوم می باشند [۶-۹]. شرایطی که تحت آنها پایداری مجانبی می تواند با بکارگیری این قوانین کنترلی بدست آید ارائه گردیده است [۸ و ۹].

در [۹] یک کلاس از کنترلهای تطبیقی مقاوم برای دستیابی به پایداری نمایی در حضور عدم قطعیتهای غیر خطی پیشنهاد گردیده است. اما بایستی توجه نمود که در کنترلهای تطبیقی، نیازمندیهای محاسباتی برای شناسایی پارامتری real time و حساسیت به دقت عددی و نویز موجود، با افزایش تعداد متغیرهای حالت، با یک سرعت نامطلوب افزایش می یابد [۱۰].

بخاطر مشکلات ناشی از محاسبه باند دقیق عدم قطعیت، یک قانون کنترل مقاوم غیر خطی ساده برای بازوی ماهر n لینکی پیشنهاد داده شد که مزیت روش مزبور نسبت به روش‌های مطرح شده تا قبل از آن این بود که باند دقیق عدم قطعیت مورد نیاز، برای محاسبه قانون کنترل و اثبات کران دار بودن یکنواخت خطای ردگیری تنها به پارامترهای اینرسی ربات وابسته بود [۱۱].

یک طرح کنترل ردگیری مقاوم با بکارگیری رویتگر حالت و بدون دخالت قواعد تطبیقی، اندازه گیری سرعت زوایای مفصلی و سنسور پیشنهاد داده شده است که پایداری مقاوم خطای ردگیری موجود بین زوایای مفصلی و مسیرهای مطلوب را تضمین می‌نماید [۱۲]. در آنجا نشان داده شده که نرم اقلیدسی خطای ردگیری می‌تواند به هر منطقه بسته کوچک با هر سرعت همگرایی و تنها با تنظیم یک پارامتر طراحی، همگرا شود. همچنین روش اخیر تضمین می‌نماید که برای مسیرهای مطلوب با مقادیر نهایی ثابت، خطای ردگیری به صفر همگرا می‌شود.

برای کنترل مجری نهایی یک بازوی انعطاف پذیر دو لینکی، یک طرح مقاوم با بکارگیری آنالیز μ ارائه گردیده است. کنترلر پیشنهادی نسبت به دینامیکهای فرکانس بالا، نویزهای مخرب و عدم قطعیتهای ناشی از تغییرات فرکانس، مقاوم بوده و عملکرد مطلوبی را از خود نشان می‌دهد [۱۳].

[۱۴] به بررسی سه طرح کنترل تطبیقی، کنترل لغزشی و طرح مقاوم اسپانگ، برای کنترل ردگیری یک بازوی ماهر دو لینکی با مفاصل چرخشی در حوزه مفصلی پرداخت و نتایج حاصل را با یکدیگر مقایسه نمود.

حسن زاده^۱ یک کنترلر تطبیقی مقاوم که کاملاً مستقل از جنبه‌های فیزیکی بازوی ربات، همانند مرکز جرم، ابعاد و از همه مهمتر تغییرات مشخصات بار است ارائه داد. روش مزبور برای یک ربات پارالل پنج لینکی پیاده سازی گردید و به نتایج خوبی دست یافت. همچنین کارایی روش پیشنهادی برای غلبه بر غیر

¹ Hasanzadeh

خطیهای نابهنجار در دینامیک ربات مطالعه شد[15]. از آنجایی که چندین روش مقاوم در اینجا مورد تحلیل و بررسی قرار می‌گیرد لیستی از کارهای انجام شده مرتبط با هر موضوع در بخش‌های مربوط به آنها آورده خواهد شد.

فصل دوم

سینماتیک و دینامیک ربات

(۱-۲) مقدمه

عمده طرحهای بکار رفته برای آنالیز دینامیک سیستمهای مکانیکی چند قسمتی^۱، بر مبنای معادلات اویلر لاغرانژ^۲ و روش بازگشتی نیوتن اویلر^۳ می باشد. هنگامی که ماشینهای سخت^۴ مورد تحلیل واقع می شوند، این دو تکنیک منجر به معادلات حرکت مکانیکی سیستم می گردند که بوسیله یک مجموعه از معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبه دو قابل توصیف می باشد. بکارگیری روش‌های بازگشتی برای محاسبه نیروهای دینامیکی برای چندین سال مورد توجه قرار گرفته است[۱۹-۲۰]. [۲۰] از روش RNE^۵ برای کنترل بازوی ربات PUMA600 استفاده کرد. [۲۱] کاربرد الگوریتم RNE در محاسبه دینامیکهای مستقیم، برای شبیه سازی را پیشنهاد داد و وکوبروتوویک^۶ از آن برای کنترل مسیر نامه^۷ بهره جست[۲۲].

نکته قابل توجه در الگوریتم RNE این است که این روش علی رغم تولید نیروهای دینامیکی، در بسیاری از موارد، بخصوص در هنگام بررسی سمبولیکی مسایل مکانیکی با ابعاد بزرگ، به یک مدل ساده منجر

¹ Multi-link

² Euler-Lagrange

³ Recursive Newton Euler

⁴ Stiff-Machine

⁵ Vukobratovic'

⁶ Nominal trajectory

نمی گردد. زیرا بار محاسباتی الگوریتمهای فرموله کننده، برای یک سیستم با N درجه آزادی به صورت $O(N^3)$ افزایش می یابد و این حجم محاسبات برای رباتهای با درجات آزادی بالاتر از دو بقدری سنگین و پیچیده است که با روشهای دستی و معمول براحتی قادر به محاسبه آن نخواهیم بود [۲۳]. بر همین اساس طرحهای محاسباتی مفید بسیاری بوسیله محققین برای مدلینگ رباتهای چند قسمتی صلب پیشنهاد داده شده است [۳۱-۴۲]. هدف اصلی تمامی این روشها، ایجاد و توسعه الگوریتم های مدلینگ با راندمان محاسباتی بالا در مقایسه با روشهای سنتی لاگرانژین و نیوتون اویلر می باشد. به عنوان مثال از طریق پالایشهای تکنیکی^۱، بسیاری از محققین به اصلاح این طرحهای محاسباتی سنتی پرداخته اند که حاصل آن الگوریتمهای $O(N^2)$ و یا حتی $O(N)$ می باشد [۳۲]. از آنجایی که خطی سازی فیدبکی یک روش کنترلی مدل مبنای^۲ می باشد بنابراین ضروری است که ابتدا یک مدل دقیق از دینامیک ربات بدست آوریم. در این فصل سعی بر آن داریم که با استفاده از نماد گذاری کریستوفل نوع اول^۳ و پارامترهای دناویت هارتبرگ استاندارد و با کمک نرم افزار MATLAB، یک مدل دقیق و بسته از معادلات دینامیکی ربات PUMA560 بدست آوریم.

۲-۲) معادلات حرکت ربات

مدل ریاضی یک ربات صلب با n درجه آزادی را می توان با مجموعه ای از n معادله به صورت ذیل بیان کرد [۳۳].

$$A(q)\ddot{q} + B(q)[\dot{q}\dot{q}] + C(q)\left[\dot{q}^2\right] + G(q) = \tau \quad (1-2)$$

که قسمتهای مختلف آن به شرح زیر توصیف می شود.

¹ Sophisticated refinements

² Based- Model

³ Christoffel symbol

q : یک بردار n بعدی است که موقعیت مفصلهای ربات را توصیف می‌کند.

\dot{q} : بردار گشتاورهای ورودی

$G(q)$: بردار گشتاورهای گرانشی

$B(q)$: ماتریس $n \times n$ گشتاورهای گریز از مرکز

$C(q)$: ماتریس $n \times \frac{n(n-1)}{2}$ گشتاورهای کوربولیس

$A(q)$: ماتریس اینرسی مثبت معین متقارن $n \times n$ بازوی ربات

سمبلهای $[\dot{q}\dot{q}]$ و $[\dot{q}^2]$ به ترتیب بیانگر حاصل ضرب بردارهای سرعت و مربع سرعتها به ترتیب با ابعاد

$n \times 1$ و $\frac{n(n-1)}{2} \times 1$ می‌باشند.

فرم گستردگی $[\dot{q}\dot{q}]$ و $[\dot{q}^2]$ به ترتیب به صورتهای ذیل نمایش داده می‌شود.

$$[\dot{q}\dot{q}] = [\dot{q}_1\dot{q}_2 \quad \dot{q}_1\dot{q}_3 \quad \dot{q}_1\dot{q}_n \quad \dot{q}_2\dot{q}_3 \quad \dot{q}_2\dot{q}_4 \quad \dots \quad \dot{q}_{n-2}\dot{q}_n \quad \dot{q}_{n-1}\dot{q}_n]^T \quad (2-2)$$

$$[\dot{q}^2] = [\dot{q}_1^2 \quad \dot{q}_2^2 \quad \dots \quad \dot{q}_n^2] \quad (3-2)$$

معادله دینامیکی ربات را می‌توان همچنین به فرم فشرده ذیل نوشت:

$$A(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) = \tau \quad (4-2)$$

که $H(q, \dot{q})$ نیروهای گرانشی، کوربولیس و گریز از مرکز را شامل می‌شود.

مراحل انجام شده برای بدست آوردن جزئیات مدل دینامیکی شامل چهار مرحله به شرح ذیل می‌باشد.

۱) تولید سمبلیک ماتریس انرژی جنبشی و عناصر بردار گرانشی بوسیله فرمول اویلر-لاگرانژ.

۲) ساده سازی ماتریس انرژی جنبشی بوسیله ترکیب کردن ثابت‌های اینرسی، که در عبارتهای متغیر

مشترک ضرب می‌شود.

۳) توصیف عناصر ماتریس کوریولیس و گریز از مرکز برحسب مشتقهای جزئی عناصر ماتریس انرژی جنبشی.

۴) تشکیل مشتقهای جزئی مورد نیاز، بسط عناصر ماتریس کوریولیس و گریز از مرکز برحسب مشتقات و ساده سازی آنها بوسیله ترکیب کردن ثابت‌های اینرسی (مشابه مرحله ۲).

گام اول بوسیله نرم افزار مطلب پیاده سازی شد. سه فرض ساده سازی که برای انجام این محاسبات لحاظ شده است عبارتند از: صلب بودن ربات، متقارن بودن لینک ششم ام ($I_{yy} = I_{xx}$) و اینکه تنها ممانهای

اینرسی I_{zz}, I_{yy}, I_{xx} قابل توجه هستند.

در گام دوم، عناصر ماتریس انرژی جنبشی بوسیله ترکیب کردن ثابت‌های اینرسی ای که در متغیرهای مشترک ضرب می‌شوند، ساده سازی شدند که این اصلی ترین عامل در راندمان محاسباتی است [۳۲].
بطور نمونه، نگاهی به مدل دینامیکی بازوی ماهر با سه درجه آزادی، ارائه شده در [۳۴] نشان می‌دهد که عنصر a_{11} از ماتریس اینرسی ربات بصورت ذیل می‌باشد.

$$\begin{aligned} a_{11} = & a_2^2 m_3 C \cos^2(\theta_2) + 2M_{3x} a_3 C \cos^2(\theta_2 + \theta_3) + a_3^2 m_3 C \cos^2(\theta_2 + \theta_3) + a_2^2 m_2 C \cos^2(\theta_2) + J_{3xx} C \cos^2(\theta_2 + \theta_3) \\ & + J_{3yy} S \sin^2(\theta_2 + \theta_3) + 2M_{3x} a_2 C \cos(\theta_2) C \cos(\theta_2 + \theta_3) + J_{2yy} S \sin^2(\theta_2) + 2a_2 a_3 C \cos(\theta_2) C \cos(\theta_2 + \theta_3) \\ & + d_2^2 m_3 + d_2^2 m_2 + J_{2xx} + J_{1yy} + J_{1zz} + J_{3zz} + 2M_{2x} a_2 C \cos^2(\theta_2) + d_3^2 m_3 + J_{2xx} C \cos^2(\theta_2) + 2d_2 d_3 m_3 \end{aligned} \quad (5-2)$$

ملاحظه می‌شود که محاسبات مورد نیاز برای تشکیل این عنصر ۳۷ عمل ضرب و ۱۸ عمل جمع را در بر می‌گیرد. بوسیله ترکیب کردن ثابت‌های اینرسی مربوط به ترمینهای مشترک و بسط $\sin^2(\theta_2)$ به $1 - \cos^2(\theta_2)$ ، معادله اخیر را می‌توان به گونه‌ای ساده کرد که محاسبات مورد نیاز برای تشکیل آن تنها شامل ۳ عمل ضرب و ۳ عمل جمع می‌باشد.

$$a_{11} = I_1 + I_2 C \cos^2 \theta_2 + I_3 C \cos(\theta_2) C \cos(\theta_2 + \theta_3) + I_4 C \cos^2(\theta_2 + \theta_3) \quad (6-2)$$

که I_1 بصورت زیر داده می‌شود:

$$I_1 = d_3^2 m_3 + d_2^2 m_3 + 2d_2 d_3 m_3 + d_2^2 m_2 + J_{3yy} + J_{3zz} + J_{2yy} + J_{2zz} + J_{1xx} + J_{1zz} \quad (V-2)$$

بنابراین ایجاد I_1 تا I_4 که مقادیر ثابتی هستند منجر به کاهش ضربها از ۳۵ به ۱۸ و کاهش جمعها از ۱۸ به ۳ است.

همچنین دیده می شود که محاسبه ثابت I_1 ، عمل جمع رادر بر می گیرد. از آنجایی که پارامترهای مورد نیاز برای محاسبه I_1 ، داده می شود، محاسبات مربوط به آن را می توان بصورت غیر همزمان محاسبه کرد. که این امر باعث کاهش بار محاسباتی به طور قابل ملاحظه ای می گردد.

در گام سوم عناصر ماتریس کوئیولیس، b_{ijk} ، و ماتریس گریز از مرکز، C_{ijk} ، برحسب سمبلهای کریستوفل نوع اول نوشته می شوند که در ادامه بطور کامل توصیف خواهد شد. تعداد سمبلهای غیر صفر کریستوفل مورد نیاز بوسیله مدل پیوما را می توان بوسیله معادله زیر که از عناصر ماتریس اینرسی ربات بدست می آید، از ۳۹ به ۱۲۶ عدد کاهش داد. این معادلات عبارتند از:

$$\frac{\partial A_{ij}}{\partial q_k} = \frac{\partial A_{ji}}{\partial q_k} \quad \forall i, j, k \quad (8-2)$$

$$\frac{\partial A_{ij}}{\partial q_k} = 0 \quad \forall i \geq k, j \geq k \quad (9-2)$$

$$\frac{\partial A_{ij}}{\partial q_6} = 0 \quad \forall i, j \quad (10-2)$$

$$\frac{\partial A_{13}}{\partial q_2} = \frac{\partial A_{13}}{\partial q_3} = \frac{\partial A_{12}}{\partial q_3} \quad (11-2)$$

رابطه ساده سازی (۸-۲) از تقارن ماتریس اینرسی ربات بدست می آید. معادله (۹-۲) صفر است، زیرا اثری جنبشی هر مفصل مستقل از ترکیب بندی مفاصل بعدی است. معادله (۱۰-۲) نیز حاصل از تقارن لیکن ششم می باشد و نهایتاً اینکه معادله (۱۱-۲) بدلیل موازی بودن محورهای ۲ و ۳ ربات پیوما می باشد.

۳-۲) نمایش دناویت-هارتبرگ^۱

به دنبال هر حرکت ربات یک سری از معادلات و ارزیابی های هندسی پیچیده وجود دارد که دینامیک حرکت را توصیف می کند. همچنین همنوایی^۲ برای اهداف سیستم می بايستی مورد توجه واقع شود[۳۵]. یک دستورالعمل متداول جهت تعیین دستگاههای مختصات در کاربردهای رباتیک، دناویت هارتبرگ است. در این دستورالعمل هر ماتریس تبدیل A_i بصورت حاصلضرب چهار تبدیل اساسی نشان داده می شود.

$$A_i = Rot_{z,\theta_i} . Trans_{z,d_i} . Trans_{x,a_i} . Rot_{x,\alpha_i} \quad (12-2)$$

که در آن چهار کمیت $\theta_i, d_i, a_i, \alpha_i$ پارامترهای رابط i و مفصل i هستند و با نامهای زیر معرفی می شوند.

| | | | |
|-------------------|---------------|------------------|------------|
| زاویه: θ_i | انحراف: d_i | پیچش: α_i | طول: a_i |
|-------------------|---------------|------------------|------------|

$$A_i = \begin{bmatrix} C_{\theta_i} & -S_{\theta_i} & 0 & 0 \\ S_{\theta_i} & C_{\theta_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{\alpha_i} & -S_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & S_{\alpha_i} & C_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_{\theta_i} & -S_{\theta_i}C_{\alpha_i} & S_{\theta_i}S_{\alpha_i} & a_iC_{\theta_i} \\ S_{\theta_i} & C_{\theta_i}C_{\alpha_i} & -C_{\theta_i}S_{\alpha_i} & a_iS_{\theta_i} \\ 0 & S_{\alpha_i} & C_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13-2)$$

چون ماتریس A_i تابعی از یک متغیر است، سه تا از این کمیتها برای هر رابط ثابت بوده و چهارمین پارامتر (θ_i) برای یک مفصل لولایی^۳ و (d_i) برای یک مفصل کشویی^۴ متغیر هستند. جهت بدست آوردن

¹ Denavit-Hartenberg

² Conformance

³ Revolute joint

⁴ Prismatic joint

نمایش سینماتیک مستقیم^۱ ربات مستلزم هستیم که طبق الگوریتم ذیل ابتدا دستگاههای مختصات را برای یک ربات با n رابط تعیین کرده و سپس پارامترهای رابط را برای بازوی مورد نظر استخراج کرده و نهایتاً اقدام به محاسبه ماتریس‌های تبدیل نماییم. مراحل بدست آوردن سینماتیک مستقیم برای هر بازوی ماهر بشرح ذیل خلاصه می‌گردد [۳۶].

گام ۱: محورهای مفاصل را z_0, z_1, \dots, z_n قرار داده و نامگذاری می‌نماییم.

گام ۲: دستگاه پایه را نصب کنید. مبدأ را در هرجای دلخواه روی محور z_0 تنظیم کنید. محورهای x_0, y_0 را با در نظر گرفتن دستگاه راستگرد بطور مناسب انتخاب نمایید.

برای $i = 1, \dots, n-1$ گامهای ۳ تا ۵ را اجرا نمایید.

گام ۳: مبدأ o_i را جایی که عمود مشترک Z_{i-1}, Z_i, Z_i را قطع می‌کند قرار دهید. اگر Z_{i-1} موازی هستند، o_i در محل مفصل i قرار دهید.

گام ۴: x_i را در امتداد عمود مشترک بین Z_{i-1}, Z_i و در عبور از o_i قرار دهید، یا وقتی Z_{i-1}, Z_i متقطع هستند در جهت عمود به صفحه Z_{i-1}, Z_i قرار دهید.

گام ۵: y_i را با تکمیل راستگرد مشخص سازید.

گام ۶: دستگاه مختصات قسمت پایانی o_n, x_n, y_n, z_n را تعیین کنید. با توجه به آنکه مفصل n لولایی است رادر امتداد جهت z_n تنظیم نمایید. مبدأ o_n رابطه مناسب در امتداد z_n قرار دهید. ترجیحاً در مرکز نهایی یا در سر هر ابزاری که بازوی ماهر حمل می‌کند. $j_n = n$ را در جهت بسته شدن ربات تنظیم نمایید و $i_n = n$ را در جهت $s \times a$ تنظیم نمایید. اگر ابزار یک گیره ساده نیست x_n, y_n را بطور مناسب برای تشکیل یک دستگاه راستگرد تنظیم نمایید.

گام ۷: یک جدول از پارامترهای رابط $\theta_i, \alpha_i, d_i, a_i$ درست کنید.

^۱ Forward kinematic

a_i =طول امتداد x_i از o_i تا محل تقاطع محورهای z_{i-1}, x_i

d_i =طول امتداد Z_{i-1} از o_{i-1} تا محل تقاطع محورهای Z_{i-1}, x_i . هر گاه مفصل i کشویی باشد، d_i متغیر است.

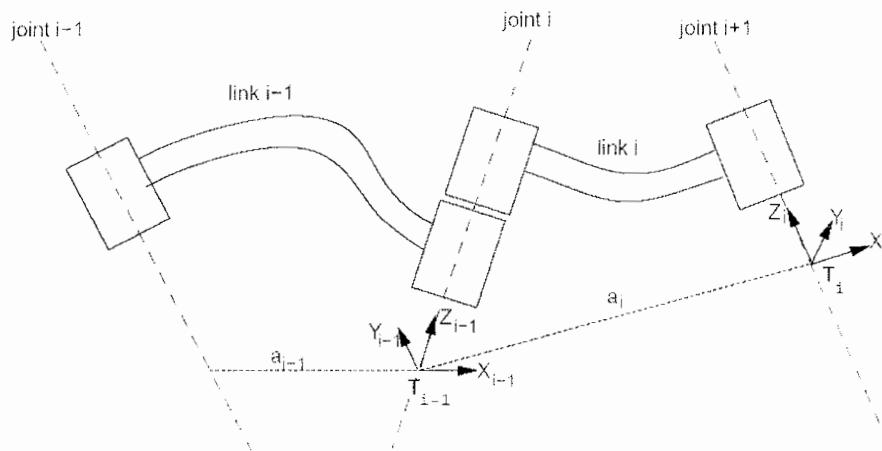
α_i =زاویه بین Z_i, Z_{i-1} که حول x_i اندازه گیری می شود. شکل (1-۲)

θ_i =زاویه بین Z_{i-1}, x_i که حول x_{i-1} اندازه گیری می شود. هر گاه مفصل i لولایی باشد، θ_i متغیر است.

شکل (1-۲)

گام ۸ : ماتریس‌های تبدیل همگن A_i را با جایگذاری پارامترهای بدست آمده در بالا در معادله (۱۳-۲) تشکیل دهید.

گام ۹ : $T_0^n = A_1, \dots, A_n$ را تشکیل دهید. این موقعیت و جهت دستگاه مختصات ابزار در دستگاه مختصات پایه را معین می سازد.



شکل (۱-۲) دستگاههای مختصات با برقراری فرضهای دناویت هارتبرگ

۴-۲) روابط انرژی جنبشی و پتانسیل

قبل از محاسبه معادلات دینامیکی ربات ابتدا به معرفی معادلات انرژی جنبشی و پتانسیل بازوی ماهر می

پردازیم. کل انرژی جنبشی بازوی ماهر را می توان بصورت $K = \frac{1}{2} \dot{q}^T A(q) \dot{q}$ نمایش داد که در آن ($A(q)$

بصورت ذیل نشان داده می شود [۳۶].

$$A(q) = \sum_{i=1}^n m_i J v_{ci}^T(q) J v_{ci}(q) + J \omega_{ci}^T(q) R_i(q) I_i R_i^T(q) J \omega_{ci}(q) \quad (14-2)$$

$A(q)$ یک ماتریس مثبت معین متقارن است که بطور کلی وابسته به ترکیب بازوی ماهر است و ماتریس اینرسی نامیده می شود. در رابطه اخیر I_i اینرسی رابط i در دستگاه مختصات موازی با دستگاه i تعیین می شود که مبدأ آن در مرکز جرم قرار دارد.

جرم رابط i و $R_0^i(q)$ ، ماتریس دورانی است که بردارهای i از دستگاه متصل به جسم را به دستگاه مبدا تبدیل می کند. حال به بخش انرژی پتانسیل توجه می کنیم. در حالت دینامیک صلب تنها منبع انرژی پتانسیل نیروی جاذبه است. در نظر بگیرید که g بردار جاذبه در دستگاه پایه است. پس انرژی

پتانسیل یک ذره خیلی کوچک در موقعیت r روی جسم برابر با $g^T r dm$ است.

بنابراین کل انرژی پتانسیل برابر است با :

$$V = \int g^T r dm = g^T \int r dm = \sum_{i=1}^n g^T r_{ci} m_i \quad (15-2)$$

به بیان دیگر انرژی پتانسیل جسم همان است که اگر جسم بصورت فشرده در مرکز جرم آن بود، پس انرژی جنبشی پتانسیل بازوی ماهر فقط بستگی به بردار q دارد و به \dot{q} وابسته نیست.

۵-۲) نماد کریستوفل نوع اول

در اینجا جهت بدست آوردن معادلات دینامیکی، از معادلات اویلر-لاکرانژ بصورت خاص استفاده می کنیم.

حالت خاص آن وقتی است، که این دو شرط منظور گردند. اول اینکه انرژی جنبشی یک تابع درجه دو از

بردار \dot{q} مطابق زیر باشد:

$$k = \frac{1}{2} \sum_{i,j}^n a_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j = \frac{1}{2} \dot{q}^T A(q) \dot{q} \quad (16-2)$$

دوم اینکه انرژی پتانسیل مستقل از سرعت مفصلی می باشد [۳۶]. معادلات اویلر-لاگرانژ برای چنین

سیستمی می تواند بصورت زیر درآید:

$$L = K - V = \frac{1}{2} \sum_{i,j}^n a_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j - V(q) \quad (17-2)$$

که در آن:

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i,j}^n a_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j = \frac{1}{2} \dot{q}^T A(q) \dot{q} \quad (18-2)$$

با توجه به شرط دوم داریم:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = \sum_j a_{kj}(q) \dot{q}_j \quad (19-2)$$

و

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = \sum_i a_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_j \frac{d}{dt} a_{kj}(q) \dot{q}_j = \sum_i a_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j} \frac{\partial a_{kj}}{\partial q_i} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (20-2)$$

همچنین:

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{\partial a_{ij}}{\partial q_k} \dot{q}_i \dot{q}_j - \frac{\partial V}{\partial q_k} \quad (21-2)$$

پس معادلات اویلر-لاگرانژ، می توانند چنین نوشته شود.

$$\sum_i a_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j} \left(\frac{\partial a_{kj}}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial a_{ij}}{\partial q_k} \right) \dot{q}_i \dot{q}_j + \frac{\partial V}{\partial q_k} = \tau_k \quad k = 1, \dots, n \quad (22-2)$$

باتغییر ترتیب در جمع و استفاده از مزیت تقارن می توان نشان داد:

$$\sum_{i,j} \left(\frac{\partial a_{kj}}{\partial q_i} \right) \dot{q}_i \dot{q}_j = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \left\{ \frac{\partial a_{kj}}{\partial q_j} + \frac{\partial a_{ki}}{\partial q_j} \right\} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (23-2)$$

و در نتیجه:

$$\sum_{i,j} \left(\frac{\partial a_{kj}}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial a_{ij}}{\partial q_k} \right) \dot{q}_i \dot{q}_j = \sum_{i,j} \left\{ \frac{\partial a_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial a_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial a_{ij}}{\partial q_k} \right\} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (24-2)$$

در رابطه اخیر ترمehای به فرم

$$c_{ijk} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\delta a_{kj}}{\delta q_i} + \frac{\delta a_{ki}}{\delta q_j} - \frac{\delta a_{ij}}{\delta q_k} \right\} \quad (25-2)$$

نمادهای کریستوفل از نوع اول نامیده می شوند. توجه کنید که برای یک ثابت k داریم: $C_{ijk} = C_{jik}$ که کار

محاسبه این نمادها با ضریب حدود $1/2$ کاهش می یابد. سر انجام اگر تعریف کنیم:

$$\varphi_k = \frac{\partial V}{\partial q_k} \quad (26-2)$$

می توانیم معادلات اویلر لاگرانژ را به صورت زیر بنویسیم:

$$\sum_j a_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j} c_{ijk}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j + \varphi_k(q) = \tau_k \quad k = 1, \dots, n \quad (27-2)$$

در معادله بالا سه بخش وجود دارد. اول پیچیدگی، دوم، مشتق از مختصات تعمیم یافته بخشهای دوم با توان دوم مشتقهای اول، q که ممکن است ضرایب وابسته به q داشته باشند متناسب است که اینها به دو بخش دسته بندی می شوند. بخشهای شامل یک ضرب از نوع \dot{q}^2 که جانب مرکز نامیده می شوند. هنگامی که آنها شامل یک ضرب از نوع $\dot{q}_i \dot{q}_j$ برای $j \neq i$ هستند بخشهای کوریولیس نامیده می شوند. نوع سوم آنهایی هستند که فقط شامل q هستند و مشتقهای آن را ندارند. واضح است که آخرین مورد از مشتق انرژی پتانسیل پدید می آید. رابطه (27-2) معمولاً بصورت ماتریسی زیر نوشته می شود.

$$A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau \quad (28-2)$$

که عضو (k,j) ام ماتریس $C(q, \dot{q})$ به صورت زیر تعریف می شود.

$$c_{kj} = \sum_{i=1}^n c_{ijk}(q) \dot{q}_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \left(\frac{\partial a_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial a_{ki}}{\partial q_i} - \frac{\partial a_{ij}}{\partial q_k} \right) \quad (29-2)$$

یک رابطه مهم بین ماتریس اینترسی $A(q)$ و ماتریس $C(q, \dot{q})$ در (27-2) داریم که اهمیت اساسی برای مسئله کنترل بازوی ماهر دارد. معادله مزبور در رابطه ذیل نشان داده شده است.

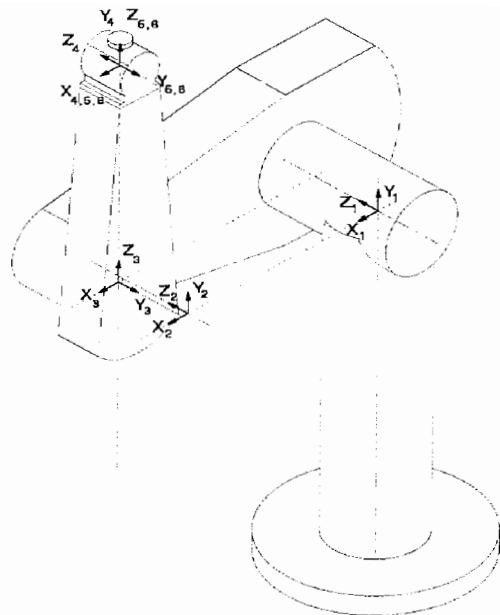
$$\dot{A}(q) - 2C(q, \dot{q}) = 0 \quad (30-2)$$

6-۲ سینماتیک مستقیم ربات PUMA560

اینک می خواهیم آنچه تا کنون گفته شد جهت بدست آوردن معادله دینامیکی ربات پیوما ۵۶۰ بکار بندیم. برای این منظور به شکل (2-۲) توجه می کنیم. برای تعیین پارامترهای رابط، دستگاهها را بر طبق دستورالعمل D-H به لینکها متصل می کنیم. نحوه اتصال دستگاه به لینکها در شکل (3-۲) به وضوح دیده می شود. مطابق با نحوه اتصال دستگاهها به صورت فوق، پارامترها به صورت جدول (1-۲) بدست آمد.

جدول (1-۲) پارامترهای رابط برای بازوی پیوما ۵۶۰

| <i>Joint i</i> | θ_i | a_i | $a_i(m)$ | $d_i(m)$ |
|----------------|------------|-------|----------|----------|
| 1 | θ_1 | 90 | 0 | 0 |
| 2 | θ_2 | 0 | 0.4318 | 0 |
| 3 | θ_3 | -90 | 0.0203 | 0.15005 |
| 4 | θ_4 | 90 | 0 | 0.4318 |
| 5 | θ_5 | -90 | 0 | 0 |
| 6 | θ_6 | 0 | 0 | 0 |

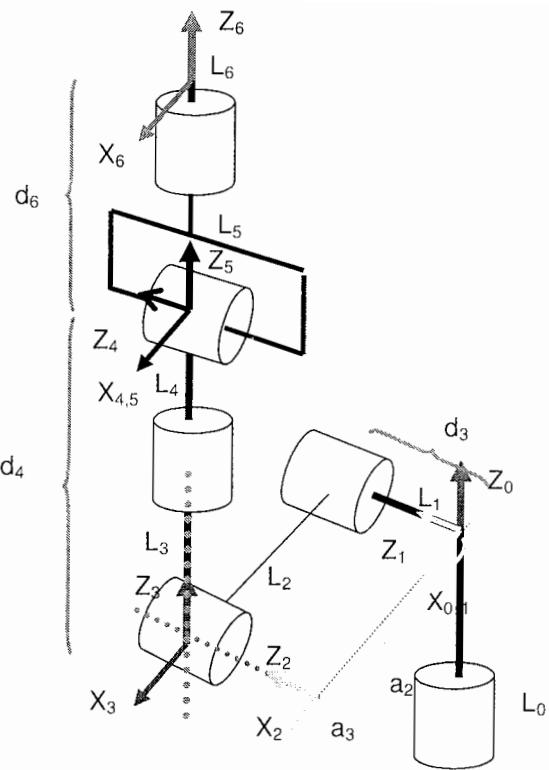


شکل(۲-۲) پیکر بندی ربات پیوما ۵۶۰

با توجه به پارامترهای جدول (۱-۲) ماتریس‌های تبدیل به شرح ذیل خواهند بود.

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_1^2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & a_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2^3 = \begin{bmatrix} C_3 & 0 & -S_3 & a_3 C_3 \\ S_3 & 0 & C_3 & a_3 S_3 \\ 0 & -1 & 0 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^4 = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & S_4 & 0 \\ S_4 & 0 & -C_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_4^5 = \begin{bmatrix} C_5 & 0 & -S_5 & 0 \\ S_5 & 0 & C_5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_5^6 = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



شکل (۳-۲) پیکربندی فیزیکی و نحوه اتصال دستگاهها به ربات

لازم بذکر است که جهت سهولت در نمایش، بجای $S_{23} \sin(q_2+q_3)$ از $\sin(q_2+q_3)$ ، بجای $S_{23} \sin(2q_2+2q_3)$ از $\sin(2q_2+2q_3)$ استفاده کردیم. اکنون اگر بخواهیم ماتریس تبدیل دلخواه i ام را در

دستگاه مبنا بدست آوریم با توجه به رابطه ذیل خواهیم داشت:

$$T_0^i = T_0^1 T_1^2 \dots T_{i-2}^{i-1} T_{i-1}^i \quad (31-2)$$

لذا داریم:

$$T_0^2 = \begin{bmatrix} C_1 C_2 & -C_1 S_2 & S_1 & a_2 C_1 C_2 \\ S_1 C_2 & -S_1 S_2 & -C_1 & a_2 S_1 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & a_2 S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^3 = \begin{bmatrix} C_1 C_{23} & -S_1 & -C_1 S_{23} & a_3 C_1 C_{23} + d_3 S_1 + a_2 C_1 C_2 \\ S_1 C_{23} & C_1 & -S_1 S_{23} & a_3 S_1 C_{23} - d_3 C_1 + a_2 S_1 C_2 \\ S_{23} & 0 & C_{23} & a_2 S_2 + a_3 S_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^4 = \begin{bmatrix} C_1 C_4 C_{23} - S_1 S_4 & -C_1 S_{23} & C_1 C_{23} S_4 + S_1 C_4 & -d_4 C_1 S_{23} + a_3 C_1 C_{23} + d_3 S_1 + a_2 C_1 C_2 \\ S_1 C_4 C_{23} + C_1 S_4 & -S_1 S_{23} & S_1 C_{23} S_4 - C_1 C_4 & -d_4 S_1 S_{23} + a_3 S_1 C_{23} - d_3 C_1 + a_2 S_1 C_2 \\ S_{23} C_4 & C_{23} & S_1 S_{23} & d_4 C_{23} + a_3 S_{23} + a_2 S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^5 = \begin{bmatrix} (C_1 C_{23} C_4 - S_1 S_4) C_5 - C_1 S_{23} S_5 & -C_1 C_{23} S_4 - S_1 C_4 & -(C_1 C_{23} C_4 - S_1 S_4) S_5 - C_1 S_{23} C_5 \\ (S_1 C_{23} C_4 + C_1 S_4) C_5 - S_1 S_{23} S_5 & -S_1 C_{23} S_4 + C_1 C_4 & -(S_1 C_{23} C_4 + C_1 S_4) S_5 - S_1 S_{23} C_5 \\ S_{23} C_4 C_5 + C_{23} S_5 & -S_{23} S_4 & -S_{23} C_4 S_5 + C_5 C_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-d_4 C_1 S_{23} + a_3 C_1 C_{23} + d_3 S_1 + a_2 C_1 C_2$$

$$-d_4 S_1 S_{23} + a_3 S_1 C_{23} - d_3 C_1 + a_2 S_1 C_2$$

$$d_4 C_{23} + a_3 S_{23} + a_2 S_2$$

$$1$$

$$T_0^6 = \begin{bmatrix} ((C_1 C_{23} C_4 - S_1 S_4) C_5 - C_1 S_{23} S_5) C_6 + (-C_1 C_{23} S_4 - S_1 C_4) S_6 & -((C_1 C_{23} C_4 - S_1 S_4) C_5 - C_1 S_{23} S_5) S_6 + (-C_1 C_{23} S_4 - S_1 C_4) C_6 \\ ((S_1 C_{23} C_4 + C_1 S_4) C_5 - S_1 S_{23} S_5) C_6 + (-S_1 C_{23} S_4 + C_1 C_4) S_6 & -((S_1 C_{23} C_4 + C_1 S_4) C_5 - S_1 S_{23} S_5) S_6 + (-S_1 C_{23} S_4 + C_1 C_4) C_6 \\ (S_{23} C_4 C_5 + C_{23} S_5) C_6 - S_{23} S_4 S_6 & -(S_{23} C_4 C_5 + C_{23} S_5) S_6 - S_{23} S_4 C_6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-(C_1 C_{23} C_4 - S_1 S_4) S_5 - C_1 S_{23} C_5 & -C_1 S_{23} d_4 + C_1 C_{23} a_3 + S_1 d_3 + a_2 C_1 C_2 \\ -(S_1 C_{23} C_4 + C_1 S_4) S_5 - S_1 S_{23} C_5 & -S_1 S_{23} d_4 + S_1 C_{23} a_3 - C_1 d_3 + a_2 S_1 C_2 \\ -S_{23} C_4 S_5 + C_5 C_{23} & C_{23} d_4 + S_{23} a_3 + a_2 S_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

تا کنون تحلیل سینماتیک مستقیم ربات را انجام دادیم. در مرحله بعد اقدام به محاسبه انرژی پتانسیل بازوی ماهر می کنیم که از جمع انرژی پتانسیل تک تک رابطها بدست می آید، (۱۵-۲). بدین صورت که برای هر رابط انرژی پتانسیل، حاصل ضرب جرم آن در شتاب جاذبه و ارتفاع مرکز جرم آن می باشد که بردارهای مرکز جرم را به صورت ذیل محاسبه کردیم:

$$d_{c1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$d_{c2} = \begin{bmatrix} r_{x2}C_1C_2 - r_{y2}C_1S_2 + r_{z2}S_1 + a_2C_1C_2 \\ r_{x2}S_1C_2 - r_{y2}S_1S_2 - r_{z2}C_1 + a_2S_1C_2 \\ r_{x2}S_2 + r_{y2}C_2 + a_2S_2 \end{bmatrix}$$

$$d_{c3} = \begin{bmatrix} r_{x3}C_1C_{23} - r_{y3}S_1 - r_{z3}C_1S_{23} + a_3C_1C_{23} + d_3S_1 + a_2C_1C_2 \\ r_{x3}S_1C_{23} + r_{y3}C_1 - r_{z3}S_1S_{23} + a_3S_1C_{23} - d_3C_1 + a_2S_1C_2 \\ r_{x3}S_{23} + r_{z3}C_{23} + a_3S_{23} + a_2S_2 \end{bmatrix}$$

$$d_{c4} = \begin{bmatrix} -r_{y4}C_1S_{23} - d_4C_1S_{23} + a_3C_1C_{23} + d_3S_1 + a_2C_1C_2 \\ -r_{y4}S_1S_{23} - d_4S_1S_{23} + a_3S_1C_{23} - d_3C_1 + a_2S_1C_2 \\ r_{y4}C_{23} + d_4C_{23} + a_3S_{23} + a_2S_2 \end{bmatrix}$$

$$d_{c5} = \begin{bmatrix} -d_4C_1S_{23} + a_3C_1C_{23} + S_1d_3 + a_2C_1C_2 \\ -d_4S_1S_{23} + a_3S_1C_{23} - d_3C_1 + a_2S_1C_2 \\ d_4C_{23} + a_3S_{23} + a_2S_2 \end{bmatrix}$$

$$d_{c6} = \begin{bmatrix} \left(-(C_1C_{23}C_4 - S_1S_4)S_5 - C_1S_{23}C_5 \right) r_{z6} - d_4C_1S_{23} + a_3C_1C_{23} + d_3S_1 + a_2C_1C_2 \\ \left(-(S_1C_{23}C_4 + C_1S_4)S_5 - S_1S_{23}C_5 \right) r_{z6} - d_4S_1S_{23} + a_3S_1C_{23} - d_3C_1 + a_2S_1C_2 \\ (-S_{23}C_4S_5 + C_{23}C_5) r_{z6} + d_4C_{23} + a_3S_{23} + a_2S_2 \end{bmatrix}$$

اینک نوبت محاسبه ماتریس اینرسی می باشد. برای محاسبه این ماتریس، نیازمند ماتریس های

ژاکوبین $J_{\omega_i}, J_{v_{c_i}}$ و ماتریسهای دورانی R_0^i می باشیم. لذا ابتدا به محاسبه ماتریسهای ژاکوبین مزبور می

پردازیم. لازم بذکر است که مقادیر rx_i, ry_i, rz_i مربوط به مختصات مرکز جرم لینک i می باشد.

$$J_{\omega i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{\omega 2} = \begin{bmatrix} 0 & S_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{\omega 3} = \begin{bmatrix} 0 & S_1 & S_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C_1 & -C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{\omega 4} = \begin{bmatrix} 0 & S_1 & S_1 & -C_1 S_{23} & 0 & 0 \\ 0 & -C_1 & -C_1 & -S_1 S_{23} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & C_{23} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{\omega 5} = \begin{bmatrix} 0 & S_1 & S_1 & -C_1 S_{23} & C_1 C_{23} S_4 + S_1 C_4 & 0 \\ 0 & -C_1 & -C_1 & -S_1 S_{23} & S_1 C_{23} S_4 - C_1 C_4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & C_{23} & S_4 S_{23} & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{\omega 6} = \begin{bmatrix} 0 & S_1 & S_1 & -C_1 S_{23} & C_1 C_{23} S_4 + S_1 C_4 & (-C_1 C_{23} C_4 + S_1 S_4) S_5 - C_1 S_{23} C_5 \\ 0 & -C_1 & -C_1 & -S_1 S_{23} & S_1 C_{23} S_4 - C_1 C_4 & (-S_1 C_{23} C_4 - C_1 S_4) S_5 - S_1 S_{23} C_5 \\ 1 & 0 & 0 & C_{23} & S_4 S_{23} & -S_{23} C_4 S_5 + C_{23} C_5 \end{bmatrix}$$

لازم بذکر است که بعلت مشکل در نمایش ماتریس‌های ژاکوبین $J_{\omega i}$ تنها به دو مورد اول آن اشاره شده و از آوردن ادامه آن در این قسمت خودداری گردیده است.

$$J_{vc1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{v_{x2}} = \begin{bmatrix} -r_{x2} S_1 C_2 + r_{y2} S_1 S_2 + r_{z2} C_1 - a_2 S_1 C_2 & -C_1 (r_{x2} S_2 + r_{y2} C_2 + a_2 S_2) & 0_{3 \times 4} \\ r_{x2} C_1 C_2 - r_{y2} C_1 S_2 + r_{z2} S_1 + a_2 C_1 C_2 & -S_1 (r_{x2} S_2 + r_{y2} C_2 + a_2 S_2) & 0_{3 \times 4} \\ 0 & S_1 (r_{x2} S_1 C_2 - r_{y2} S_1 S_2 - r_{z2} C_1 + a_2 S_1 C_2) + C_1 (r_{x2} C_1 C_2 - r_{y2} C_1 S_2 + r_{z2} S_1 + a_2 C_1 C_2) & 0_{3 \times 4} \end{bmatrix}$$

با وجود این، محورهای دوران و ماتریس تansورهای اینرسی که به صورت قطری می‌باشد به صورت ذیل نمایش داده می‌شوند.

$$Z_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad Z_1 = \begin{bmatrix} S_1 \\ -C_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad Z_2 = \begin{bmatrix} S_1 \\ -C_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad Z_3 = \begin{bmatrix} -C_1 S_{23} \\ -S_1 S_{23} \\ C_{23} \end{bmatrix} \quad Z_4 = \begin{bmatrix} C_1 C_{23} S_4 + S_1 C_4 \\ S_1 C_{23} S_4 - C_1 C_4 \\ S_{23} S_4 \end{bmatrix}$$

$$Z_5 = \begin{bmatrix} -\left(C_1 C_{23} C_4 - S_1 S_4\right) S_5 - C_1 S_{23} C_5 \\ -\left(S_1 C_{23} C_4 + C_1 S_4\right) S_5 - S_1 S_{23} C_5 \\ -S_{23} C_4 S_5 + C_{23} C_5 \end{bmatrix}, I_i = \begin{bmatrix} I_{xxi} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yyi} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zzi} \end{bmatrix}, i = 1, \dots, 6$$

حال اگر مقادیر محاسبه شده در بالا را در رابطه (۱۴-۲) قرار دهیم، ماتریس اینرسی ($A(q)$) به صورت ذیل

بدست خواهد آمد که در آن a_{11} تا a_{66} در ضمیمه الف ارائه می‌گردند.

$$A(q) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{26} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & \cdots & a_{66} \end{bmatrix} \quad (32-2)$$

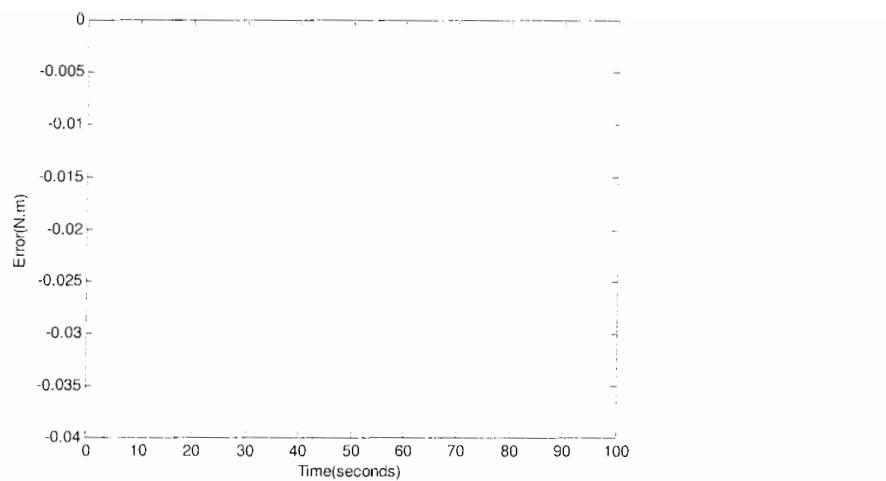
همچنین با بکارگیری نمادگذاری کریستوفل نوع اول و توجه به ماتریس اینرسی بدست آمده، ماتریس پتانسیل گرانشی و ضرایب ماتریس کوریولیس و گریز از مرکز همانند ضمیمه الف بدست خواهد آمد.

نگاهی گذرا به معادله بدست آمده حاکی از دینامیک شدیداً غیر خطی حاکم بر ربات و کوپلینگ قوی بین مفاصل می‌باشد که بنابراین می‌توان از ربات به عنوان یک مطالعه موردی در بررسی طرحهای کنترل غیر خطی بهره جست.

۷-۲) ارزیابی مدل ارائه شده

جهت ارزیابی مدل ارائه شده، چند وضعیت مختلف از نحوه جهتگیری ربات را مورد ارزیابی قرار میدهیم. ترکیب اول حالتی است که بازو در وضعیت L مانند قرار گرفته باشد. در این وضعیت تمامی زوایا صفر می‌باشند ($q_{L-Shape} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$). اختلاف بین مدل بدست آمده با مدل ارائه شده توسط آرمستانگ ۱ بصورت شکل (۴-۲) خواهد بود.

^۱ Armstrong

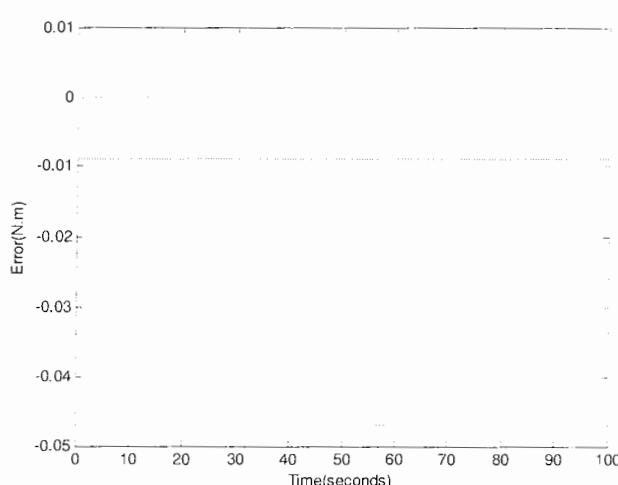


شکل (۴-۲) اختلاف بین مدل واقعی و مدل ارائه شده در جهتگیری L مانند

ترکیب بندی دوم مربوط به حالتی است که بازو بصورت کشیده قرار گرفته باشد. برای این وضعیت ترکیب

$$\text{بندی زوایا همانند } q_{\text{stretch}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\pi}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

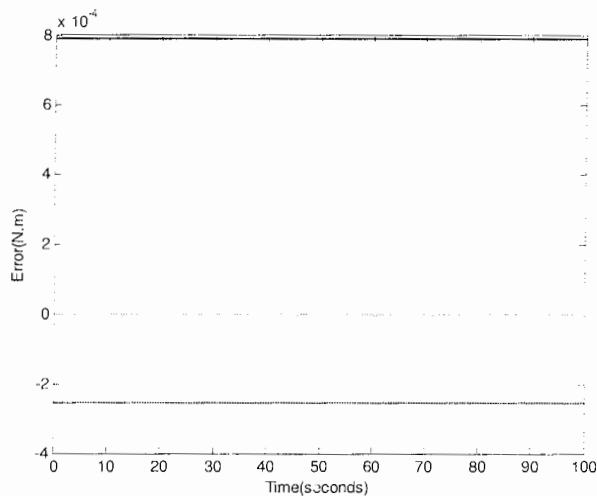
خواهد بود.



شکل (۵-۲) اختلاف بین مدل واقعی و مدل ارائه شده در جهتگیری کشیده

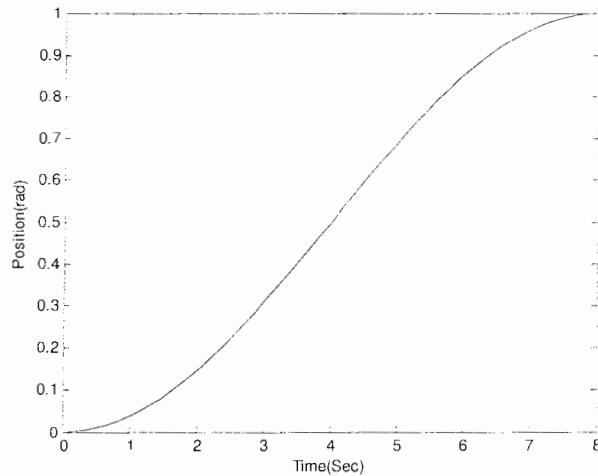
ترکیب بندی سوم مربوط به وضعیت قرارگیری بازو بسمت بالا می باشد که نتیجه حاصل در شکل (۶-۲)

ملاحظه می شود. ترکیب بندی زوایا در این حالت بصورت $q_{arm_up} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\pi}{2} & -\frac{\pi}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ می باشد.



شکل (۶-۲) اختلاف بین مدل واقعی و مدل ارائه شده در جهتگیری بازو بسمت بالا

همچنین به عنوان یک مقایسه بین دو مدل، به ازای دو ورودی شبیه و LSBP نتایج بدست آمده به صورت شکلهای (۷-۲) و (۸-۲) خواهد بود. لازم بذکر است که اختلاف بین دو مدل ناشی از صفر کردن بعضی از پارامترها توسط آرمسترانگ بوده است.



شکل(۹-۲) ورودی LSPB بکار رفته برای ارزیابی مدل

$$(-0.5\cos(\pi t) + 0.5)$$

همچنین پارامترهای استفاده شده جهت شبیه سازی ربات، در جدول ذیل آورده شده است [۳۷].

جدول(۲-۲) پارامترهای ربات PUMA560

| Joint number | α_i [°] | a_i [m] | θ_i [°] | d_i [m] | I_{xx} [kg.m ²] | I_{yy} [kg.m ²] | I_{zz} [kg.m ²] | $I_{xy}=I_{yz}=I_{zx}$ [kg.m ²] | M [kg] | γ_x [m] | γ_y [m] | γ_z [m] |
|--------------|----------------|-----------|----------------|-----------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|---|----------|----------------|----------------|----------------|
| 1 | 90 | 0 | 0 | 0 | 0.35 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0.4318 | 0 | 0 | 0.13 | 0.524 | 0.539 | 0 | 17.4 | -0.3638 | 0.006 | 0.2275 |
| 3 | -90 | 0.0203 | 0 | 0.15005 | 0.066 | 0.086 | 0.0125 | 0 | 4.8 | -0.0203 | -0.0141 | 0.070 |
| 4 | 90 | 0 | 0 | 0.4318 | 0.0018 | 0.0013 | 0.0018 | 0 | 0.82 | 0 | 0.019 | 0 |
| 5 | -90 | 0 | 0 | 0 | 0.0003 | 0.0004 | 0.0003 | 0 | 0.34 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.00015 | 0.00015 | 0.00004 | 0 | 0.08 | 0 | 0 | 0.032 |

فصل سوم

خطی سازی فیدبکی

(۱-۳) مقدمه

کنترل حرکت بازوهای ربات با بکارگیری روش‌های مختلفی همانند PID [۳۸]، کنترل پیشخور [۳۹]، کنترل تطبیقی [۴۰]، مود لغزشی [۴۱]، شبکه عصبی [۴۲] و کنترل فازی [۴۳] مورد مطالعه قرار گرفته است. بکارگیری کنترلرهای آزاد از مدل^۱ همانند کنترلر تناسبی-انتگرالی-مشتق گیر (PID) بسیار ساده بوده و نیازمند هیچگونه دانشی درباره دینامیک و سینماتیک ربات نمی باشد. اما کاربرد موفقیت آمیز این کنترلر نیازمند تنظیم کردن مجدد^۲ پارامترها بطور دستی، قبل از اعمال آنها به پروسه تحت کنترل می باشد. همچنین وجود تحریکهای بسیار بزرگ برای دستیابی به کنترل دقیق، از دیگر مشکلات بکارگیری این روش می باشد. ولی با این حال در رباتهای صنعتی و تجاری، کنترلرها هنوز هم PID می باشند. مسئله کنترل با حضور کنترلرهای موقعیت صنعتی فعلی، در هنگام نیاز به مسیرهای سریع حساس تر می شود [۴۴]. زیرا ربات از قطعات بسیار زیادی تشکیل شده که بطور زنجیر وار به یکدیگر متصل شده اند. همچنین دینامیک شدیداً غیر خطی حاکم بر ربات و کوپلینگ قوی بین مفاصل باعث می شود که عملکرد یک PID ساده پیچیده گردد. بنابراین بهترین راه حل استفاده از کنترلرهای وابسته به مدل است که از مدل ریاضی ربات به منظور جبرانسازی استفاده می کند. توسعه های اخیر در کنترل غیر خطی اجازه

¹ Model-Free

² Retuning

طراحی کنترلهایی را می دهد که کاربرد مدل‌های غیر خطی موجود را تحت یک منطقه عملیاتی گستردۀ فراهم می سازد. بسیاری از این تکنیکها موارد خاصی از خطی سازی فیدبکی هستند که یک پایه تئوریک در حساب دیفرانسیل دارد [۴۵-۴۶]. برای بازوی انعطاف پذیر بر مبنای خطی سازی فیدبکی ورودی خروجی تحقیقات بسیاری انجام گردیده است [۴۷-۵۱]. در این مقالات با در نظر گرفتن اثرات مربوط به دینامیکهای رویت ناپذیر که در واقع همان دینامیکهای صفر سیستم می باشند حرکت زیر سیستم انعطاف پذیر مورد بررسی قرار گرفته است. از خطی سازی فیدبکی برای مجزا کردن و خطی سازی دینامیکهای ترکیب شده بازو و موتور استفاده شده است [۵۲]. در یک طرح دیجیتال از کنترل فیدبکی شتاب^۱ بدون نیاز به اندازه گیری سرعت و شتاب استفاده شده است [۵۳]. باخاطر مشکلات ناشی از کوپلینگ شدید در میان دینامیک حلقه های گشتاور، در ساختارهایی که دارای حلقه های گشتاور داخلی و خارجی هستند، برای چهار رابط اول یک ربات PUMA560 که توسط موتورهای DC مجهز به چرخ دنده^۲ رانده می شود یک طرح کنترلی بر مبنای خطی سازی فیدبکی ارائه شده است [۵۴]. تعدادی از کارهای مرتبط با خطی سازی فیدبکی منتشر شده است [۵۵-۵۸]. در این فصل ابتدا بطور مختصر مبانی خطی سازی فیدبکی را توضیح داده و سپس با بهره گیری از تکنیک خطی سازی فیدبکی چند متغیره، به کنترل موقعیت ربات پیوما می پردازیم.

۲-۳) مبانی خطی سازی فیدبکی

سیستم با معادله دینامیکی زیر را در نظر بگیرید.

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u \quad (1-3)$$

^۱ Acceleration Feedback Control

^۲ Geared DC motor

$$y = h(\mathbf{x})$$

که در آن x بردار حالت n -بعدی و u بردار ورودی با ابعاد $1 \times m$, y بردار خروجی سیتم با ابعاد $1 \times m$, $f(x)$ میدانهای برداری هموار^۱ و g ماتریس با ابعاد $m \times n$ است که ستونهای آن میدانهای برداری هموار $g_i(x)$ می باشد. ایده اصلی خطی سازی فیدبکی، یافتن یک قانون کنترل پسخورده غیرخطی به صورت

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (2-3)$$

با $\beta(x)$ ناتکین ، ورودی کمکی v و یک تبدیل مختصات $(x) = \phi(z)$ است، به گونه ای که در مختصات جدید سیستم حلقه بسته خطی و کنترل پذیر می باشد. برای سیستمهای غیرخطی عمومی شاید یافتن چنین قانون کنترلی کاملاً سخت یا غیر ممکن باشد. اما در حالت معادلات دینامیکی بازوی ماهر این مسئله عملاً آسان است و منجر به یک سیستم انتگرال گیر دوگانه می شود.

$$\ddot{q} = v \quad (3-3)$$

در اینجا برخی روابط پایه و شرایط لازم و کافی برای بکارگیری خطی سازی فیدبکی اشاره می گردد. برای جزئیات بیشتر می توان به [۴۶] مراجعه کرد.

▪ تعریف ۱ : مشتقات لی (Lie derivative)

مشتق لی تابع ارزیابی شده حقیقی h نسبت به میدان برداری f عبارت است از

$$L_f h = \nabla h \cdot f = \left[\frac{\partial h}{\partial x_1} \dots \frac{\partial h}{\partial x_n} \right] \begin{bmatrix} f_1(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

▪ تعریف ۲ : مشتقات لی (Lie bracket)

^۱ Smooth

$$\nabla h_i \cdot f_j = 0 \quad 1 \leq i \leq n-m, \quad 1 \leq j \leq m \quad (9-3)$$

لازم بذکر است که ∇h_i ها بطور خطی مستقل هستند.

▪ تعریف ۵: اینولوتیو بودن (Involutivity)

یک مجموعه مستقل خطی از میدانهای برداری $\{f_1, f_m, \dots\}$ اینولوتیو گفته می شود اگر و فقط اگر α_{ijk} وجود داشته باشد بطوریکه:

$$[f_i(x), f_j(x)] = \sum_{k=1}^m \alpha_{ijk}(x) f_k(x) \quad \forall i, j \quad (10-3)$$

بنابراین فرمول کنترل غیر خطی برای یک سیستم چند متغیره بصورت ذیل خواهد بود.

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \\ u = [u_1, \dots, u_m]^T = A^{-1}(x) [v_1 - L_f f_2^1, \dots, v_m - L_f f_2^m] \quad (11-3)$$

قانون کنترل غیر خطی (۲-۳)، کنترل دینامیک وارون نامیده می شود و به نتایج مهمتری می رسد.

بطوریکه سیستم جدید، خطی و مجزا شده است. یعنی هر ورودی v_k می تواند برای کنترل یک سیستم خطی اسکالر طراحی شود. بعلاوه بافرض اینکه v_k فقط تابعی از q_k و مشتقات آن است پس v_k به صورت مستقل از حرکت سایر رابط ها، روی q_k اثر می گذارد. از آنجا که v_k می تواند برای کنترل یک سیستم خطی ساده مرتبه دوم طراحی شود، انتخاب بدیهی عبارت است از:

$$v = -k_0 q - k_1 \dot{q} + r \quad (12-3)$$

که در آن k_0 و k_1 ماتریسهای قطری با المانهای قطری به ترتیب شامل ضرایب سرعت و موقعیت می باشند پس سیستم حلقه بسته چنین است :

$$\ddot{q} + k_1 \dot{q} + k_0 q = r \quad (13-3)$$

با توجه به مسیر مطلوب، اگر ورودی مرجع به صورت زیر انتخاب شود:

$$r(t) = \ddot{q}^d(t) + k_1 \dot{q}^d(t) + k_0 q^d(t) \quad (14-3)$$

آنگاه خطای ردیابی $e(t) = q^d - q$ رابطه زیر را برآورده می سازد.

$$\ddot{e}(t) + k_1 \dot{e}(t) + k_0 e(t) = 0 \quad (15-3)$$

یک انتخاب روشن برای ضرایب ماتریس‌های k_0 و k_1 توسط رابطه ذیل داده می شود.

$$k_0 = diag\{\omega_1^2, \dots, \omega_n^2\} \quad (16-3)$$

$$k_1 = diag\{2\omega_1, \dots, 2\omega_n\}$$

که یک سیستم حلقه بسته ایجاد می کند که بطور کلی مستقل است و پاسخ هر مفصل سیستم مرتبه دوم میرای بحرانی با فرکانس طبیعی ω_i سرعت پاسخ مفصل را تعیین می کند یا بطور معادل نرخ محو شدن خطای تعقیب را نشان می دهد. روش دینامیک وارون عنوان یک پایه از کنترل بازوهای ماهر رباتها فوق العاده مهم است و ارزش آن هنگامی معلوم می شود که از زوایای مختلف به آن نگاه کنیم. تفسیر دوم از قانون کنترل غیر خطی چنین است. با دقت در معادلات دینامیکی بازوی ماهر (۴-۲)، از آنجا که $A(q) \in IR^n$ وارون پذیر است شتاب \ddot{q} بازوی ماهر را چنین حل

می کنیم :

$$\ddot{q} = A^{-1}(u - H(q, \dot{q})) \quad (17-3)$$

در نظر بگیرید که قادر به تعیین شتاب عنوان ورودی سیستم بودیم. به عبارتی در نظر بگیرید که محركه هایی داشتیم که قادر به تولید مستقیم فرمان شتاب بودند (بهتر از حالت غیر مستقیم با تولید نیرو یا گشتاور). هر گاه دینامیک بازوی ماهر که بعد از دستگاه کنترل موقعیت است به صورت (۳-۳) باشد که در آن $v(t)$ بردار شتاب ورودی است. این دوباره از خانواده سیستم انتگرالگیر دو گانه است. توجه کنید که رابطه اخیر به هیچ وجه یک تقریب نیست، در حالیکه آن، دینامیک سیستم حلقه باز واقعی را نشان می دهد و شتاب را عنوان ورودی تحويل می دهد. اینک مسئله کنترل سیستم (۳-۳) آسان است و

ورودی شتاب v می تواند مثل قبل انتخاب شود. اما در عمل، در دنیای فیزیکی، محرکه های شتاب تحقق نیافته اند و باید به توانایی تولید یک نیروی تعمیم یافته (گشتاور) u در هر مفصل τ توجه نماییم. با مقایسه معادلات (۱۷-۳) و (۳-۳) می بینیم که گشتاور u و شتاب v بازوی ماهر مطابق رابطه زیر با هم مرتبط هستند.

$$A^{-1} (u(t) - H(q(t), \dot{q}(t))) = v(t) \quad (18-3)$$

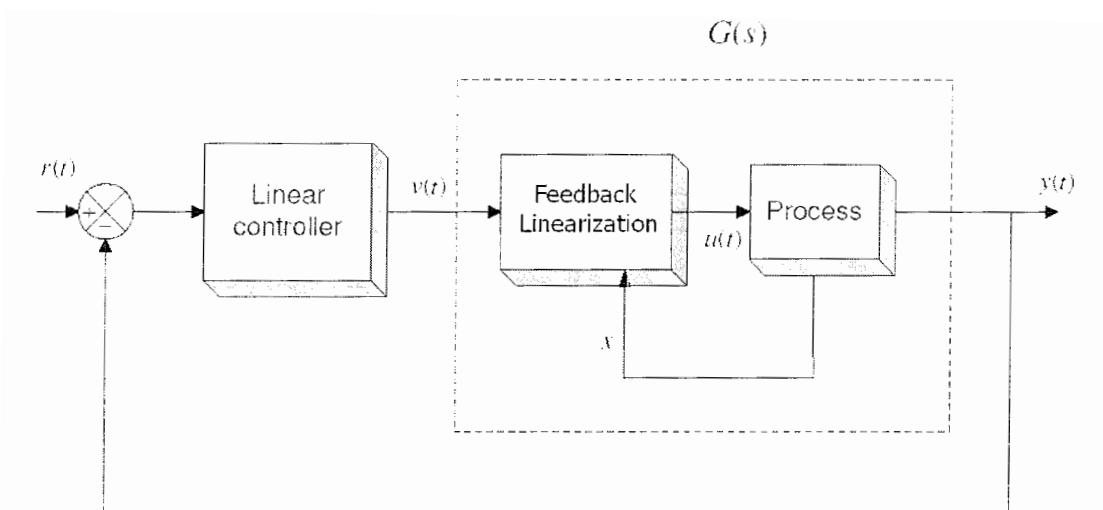
با وارون پذیری ماتریس لختی، می توانیم گشتاور ورودی $u(t)$ را چنین بدست آوریم.

$$u(t) = A(q(t))v(t) + H(q(t), \dot{q}(t)) \quad (19-3)$$

که درست مثل رابطه بدست آمده قبلی است. بنابراین دینامیک وارون می تواند عنوان یک تبدیل ورودی، مسئله را از انتخاب فرمانهای ورودی گشتاور که مشکل است به انتخاب یکی از فرمانهای ورودی شتاب که آسان است تبدیل کند. توجه نمایید که اجرای این طرح کنترل، در هر لحظه نیاز به محاسبه ماتریس لختی $A(q)$ و بردار کوریولیس و جملات جانب مرکز، گرانشی و میرایی $H(q, \dot{q})$ دارد. اما بر خلاف طرح گشتاور محاسباتی^۱، دینامیک وارون باید بصورت همزمان محاسبه شود. عبارت دیگر عنوان یک قانون کنترل پسخوردی، نمی تواند از قبل بصورت غیر بلاذرنگ محاسبه و ذخیره گردد در حالیکه برای گشتاور محاسباتی می شد. بنابراین یک موضوع مهم در اجرای سیستم کنترل، طراحی معماری کامپیوتری برای محاسبات فوق است.

شکل (۱-۳) اصطلاح کنترل حلقه داخلی / حلقه خارجی را روشن می کند. منظور در این مورد، محاسبه کنترل غیر خطی (۲-۳) توسط حلقه داخلی شاید با یک سخت افزار جانبی ویژه به ازای بردارهای q, \dot{q}, v ، عنوان ورودی u و v عنوان خروجی است. حلقه خارجی در سیستم، محاسبه ورودی اضافه شده v است. توجه نمایید که کنترل حلقه خارجی v بیشتر با اصطلاح کنترل پسخوردی با توجه خطای شناخته می شود.

^۱ Computed Torque Control



شکل (۳-۱) طرح کنترل حلقه داخلی - حلقه خارجی

طراحی کنترل پسخوری حلقه خارجی در تئوری ساده است. روش دینامیک وارون از نقطه نظر کنترل خیلی جالب است. زیرا ارتباطات دینامیکی غیر خطی شدید بازوی ماهر حذف می شوند و توسط یک سیستم مرتبه دوم مستقل ساده جایگزین می گردند. اما طرحهای حذف کامل، بسیاری از موضوعات حساس بودن و محکم بودن که باید آدرس داده شوند را باز گذاشته اند. برای رباتهای کاملاً تحریک شده^۱ با تعداد مختصات تعمیمی^۲ یافته مساوی با تعداد ورودی ها^۳ شرایط ذکر شده در بالا برقرار بوده و قانون کنترل (۳-۲) منجر به روش مشهور گشتاور محاسباتی می گردد [۵۹].

۳-۳) خطی سازی فیدبکی بر روی ربات پیوما ۵۶۰

۳-۳-۱) طراحی قانون کنترل حلقه داخلی

^۱ Fully Actuated Robots

^۲ Generalized Coordinates

^۳ Input Commands

در اینجا ابتدا به معادلات دیفرانسیل توصیف کننده حرکت موتور DC که برای درایو بازوی ماهر با درجه آزادی بکار می رود اشاره می کنیم.

$$J_m \ddot{\theta}_m + (b_m + \frac{k_m k_b}{R}) \dot{\theta}_m = \frac{k_m}{R} V - r \tau_i \quad (20-3)$$

که r ضریب کاهنده چرخ دنده و یک ماتریس غیر قطری می باشد. R مقاومت آرمیچر موتور، K_b ثابت ضد محرکه القابی، K_m ثابت گشتاور، V ولتاژ ورودی موتور و J_m جمع اینرسی های محرکه و چرخ دنده می باشد [۶۰-۶۱]. لازم بذکر است که تمامی پارامترهای تعریف شده اخیر بصورت ماتریسها 6×6 می باشند (جز ورودیهای ولتاژ و گشتاورهای ورودی به سیستم که دارای ابعاد 1×6 می باشند).

اگر رابطه ذیل که بیانگر رابطه بین زاویه بار و زاویه موتور است در معادله (۲۰-۳) جایگذاری نماییم:

$$\dot{q} = r \dot{\theta}_m \Rightarrow \dot{\theta}_m = r^{-1} \dot{q} \quad (21-3)$$

$$J_m r^{-1} \ddot{q} + (b_m + \frac{k_m k_b}{R}) r^{-1} \dot{q} = k_m R^{-1} V - r \tau_i \quad (22-3)$$

با ضرب طرفین معادله اخیر در r^{-1} خواهیم داشت:

$$\Rightarrow r^{-1} J_m r^{-1} \ddot{q} + r^{-1} (b_m + \frac{k_m k_b}{R}) r^{-1} \dot{q} = r^{-1} k_m R^{-1} V - \tau_i \quad (23-3)$$

که بدنبال آن معادله گشتاور به صورت ذیل بدست خواهد آمد.

$$\tau_i = r^{-1} \left[k_m R^{-1} V - J_m r^{-1} \ddot{q} - (b_m + \frac{k_m k_b}{R}) r^{-1} \dot{q} \right] \quad (24-3)$$

حال اگر τ_L بدست آمده در مرحله قبل را در معادله دینامیکی ریات (۱-۲) جایگذاری کنیم داریم:

$$A(q) \ddot{q} + B(q) (\dot{q} \dot{q}) + c(q) \dot{q}^2 + g(q) = r^{-1} \left[k_m R^{-1} V - J_m r^{-1} \ddot{q} - (b_m + \frac{k_m k_b}{R}) r^{-1} \dot{q} \right] \quad (25-3)$$

و با کمی ساده سازی

$$(A(q) + r^{-1} J_m r^{-1}) \ddot{q} + B(q)(\dot{q}\dot{q}) + c(q)\dot{q}^2 + G(q) + r^{-1}(b_m + \frac{k_m k_b}{R})r^{-1}\dot{q} = r^{-1}k_m R^{-1}V \quad (26-3)$$

که در رابطه اخیر $r^{-1}k_m R^{-1}V$ ورودی کنترلی جدید می باشد. فرض کنیم که رابطه اخیر را بتوان در یک فرم فشرده تر بصورت ذیل در آورد.

$$D(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = u \quad (27-3)$$

که در آن

$$D(q) = A(q) + r^{-1} J_m r^{-1} \quad (28-3)$$

$$\begin{aligned} h(q, \dot{q}) &= B(q)[\dot{q}\dot{q}] + C(q)\dot{q}^2 + G(q) + r^{-1}(b_m + \frac{k_m k_b}{R})r^{-1}\dot{q} \\ u &= r^{-1}k_m R^{-1}V \end{aligned}$$

با انتخاب موقعیت و سرعت به عنوان متغیرهای حالت همانند (29-3) خواهیم داشت:

$$\begin{cases} X_1 = q \\ X_2 = \dot{q} \end{cases} \quad (29-3)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_2 \\ -D^{-1}h(X_1, X_2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ D^{-1} \end{pmatrix}u \quad (30-3)$$

تا اینجا معادله ترکیبی ریات و موتورها بدست آورده شد. در اینجا با اعمال تبدیل مختصات $z = \phi(x)$ سیستم منتجه بصورت ذیل خواهد بود.

$$\dot{z}_1 = X_1 \Rightarrow \dot{\dot{z}}_1 = \dot{X}_1 = X_2$$

$$\dot{z}_2 = X_2 \Rightarrow \dot{\dot{z}}_2 = \dot{X}_2 = D^{-1}(u - h(X_1, X_2)) = v \quad (31-3)$$

$$D^{-1}(u - h(X_1, X_2)) = v \Rightarrow u - h(X_1, X_2) = Dv \Rightarrow u = Dv + h(X_1, X_2) \equiv \alpha(X) + \beta(X)v$$

$$\dot{z} = Az + bv = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix}z + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}v \quad (32-3)$$

که در این تبدیل ضرایب $\alpha(x), \beta(x)$ بصورت ذیل ظاهر می‌شوند.

$$\alpha = h(X_1, X_2) \quad , \quad \beta = D(X_1) \quad (32-3)$$

۲-۳-۳) طراحی قانون کنترل حلقه خارجی

در این مرحله با استفاده از تکنیک LQR اقدام به طراحی قانون کنترل خارجی می‌کنیم. با انتخاب

ماتریس‌های وزنی R و Q درتابع هزینه $J = \int_0^{\infty} (X^T Q X + U^T R U) dt$ ، ماتریس‌های ضرایب کنترل بسادگی همانند

ذیل محاسبه می‌گردد. لازم بذکر است که ماتریس‌های A و B در فرم فضای حالت برای سیستم خطی شده بصورت ذیل می‌باشند.

$$A = \begin{pmatrix} 0_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0_{6 \times 6} \\ I_{6 \times 6} \end{bmatrix} \quad (34-3)$$

$$Q = 10000 \times \begin{pmatrix} I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \end{pmatrix}, \quad R = 100 \times \begin{pmatrix} 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \end{pmatrix} \quad (35-3)$$

$$K = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 44.72 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 44.72 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 44.72 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 44.72 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 44.72 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 44.72 \end{bmatrix} \quad (36-3)$$

۳-۳-۳) آنالیز پایداری

با توجه به فرم گسترده (32-3) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} v & \equiv & \begin{cases} \dot{z}_{1i} = z_{2i} \\ \dot{z}_{2i} = v_i \end{cases} \\ v &= \dot{z}_{2d} - k^T(z_2 - z_{2d}) \\ e &= z_2 - z_{2d} \\ \dot{z}_2 &= v \Rightarrow \dot{z}_2 = \dot{z}_{2d} - k^T(z_2 - z_{2d}) \Rightarrow \dot{e} = -k^T e \end{aligned} \quad (37-3)$$

که در آن k بردار فیدبک حالت، e بردار خطای ردگیری و v ورودی کنترلی جدید می باشد. لازم بذکر است که بردار حالت z دارای ابعاد 1×12 است. در این حالت فرمت معادله خطا مرتبه اول در فضای حالت بصورت $\dot{e} = -k^T e$ است که می توان k را طوری انتخاب کرد تا تمامی مقادیر ویژه k در سمت چپ محور $j\omega$ و در نتیجه سیستم پایدار باشد. فرض که $a = -k^T$ باشد، لذا داریم:

$$\dot{e} = ae \quad (38-3)$$

با انتخاب تابع لیاپانوف $V = e^T p e$ و گرفتن مشتق اول از آن و در نتیجه انتخاب مناسب ماتریس I در رابطه (40-3) می توان اثبات کرد که سیستم حلقه بسته پایدار است.

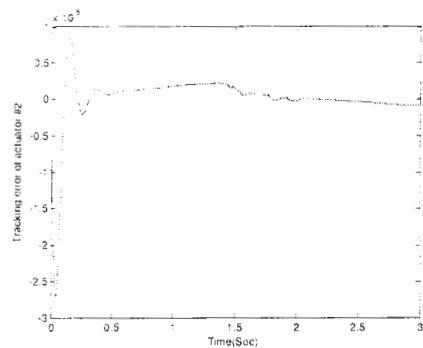
$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{e}^T p e + e^T p \dot{e} = e^T a^T p + e^T p a e \Rightarrow \\ \dot{V} &= e^T (a^T p + p a) e \end{aligned} \quad (39-3)$$

$$a^T p + p a = -Q \quad (40-3)$$

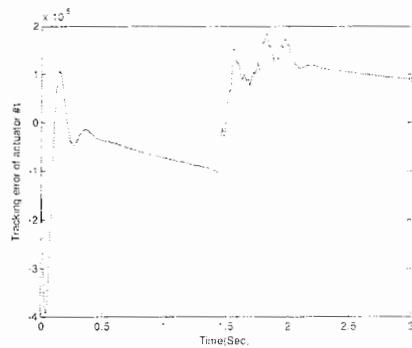
4-3-3) شبیه سازی

در اینجا بوسیله شبیه سازی نشان می دهیم که ربات PUMA560 می تواند بطور موثری در غیاب اغتشاشات خارجی کنترل شود. بر ای این منظور در ابتدا پارامترهای مربوط به موتورهای مغناطیس دائم محرک ربات را معرفی می کنیم. پارامترهای مربوطه در ضمیمه ب بطور کامل ارائه شده است. همچنین

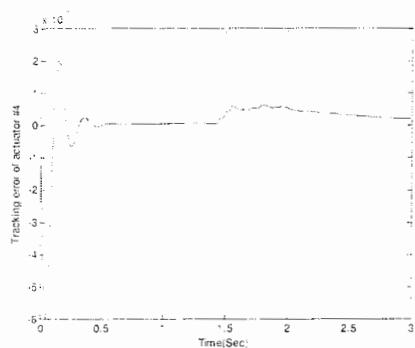
پارامترهای ربات بکار رفته در شبیه سازی در [۶۱] آورده شده است. بر مبنای آنچه که در بالا بدان اشاره شد خطای ردگیری تمامی مفاصل در غیاب اغتشاش در شکل (۲-۳) نشان داده شده است که نمایانگر ردگیری دقیق خروجی می باشد. از آنجایی که محدودیتهای تکنیکی همانند ولتاژ برای ما مهم می باشد بنابراین شکل (۳-۳) ولتاژهای مربوط به موتورها را نشان می دهد که حاکی از عملکرد خوب موتورها و قابلیت پیاده سازی عملی طرح مزبور می باشد. می باشد بلوك دیاگرام مربوط به سیستم شبیه سازی شده در (۴-۳) نشان داده شده است.



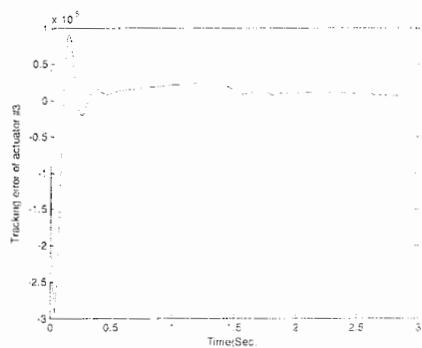
شکل (۲-۳) سیگنال خطای مربوط به موتور ۲



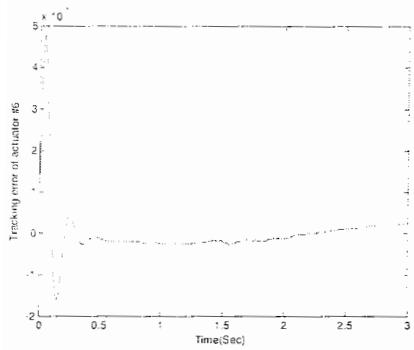
شکل (۳-۱) سیگنال خطای مربوط به موتور ۱



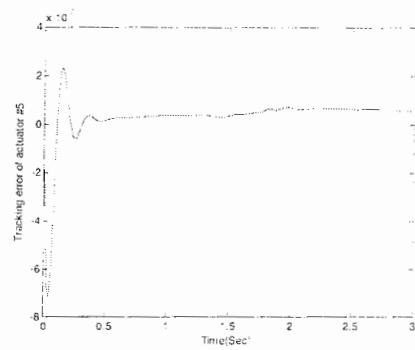
شکل (۳-۲) سیگنال خطای مربوط به موتور ۴



شکل (۳-۳) سیگنال خطای مربوط به موتور ۳

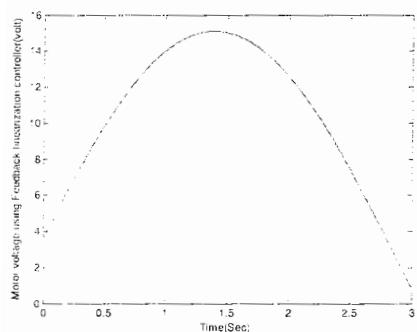


شكل (٢-٣-٦) سیگنال خطأ مربوط به موتور ٦

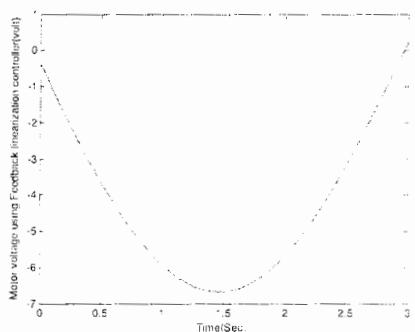


شكل (٢-٣-٥) سیگنال خطأ مربوط به موتور ٥

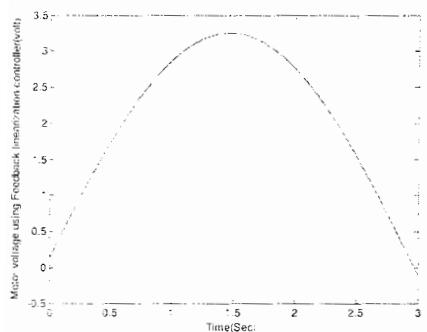
شكل (٢-٣) سیگنال خطأ مربوط به ردگیری



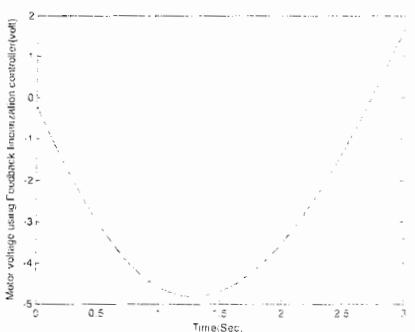
شكل (٣-٣-٢) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ٢



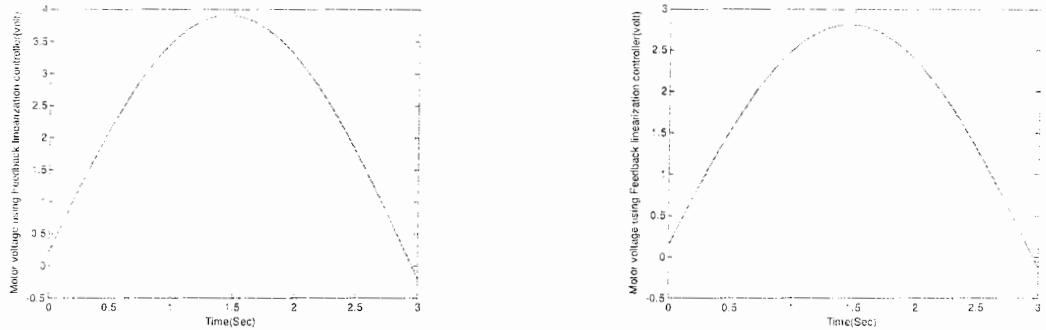
شكل (٣-٣-١) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ١



شكل (٣-٣-٤) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ٤



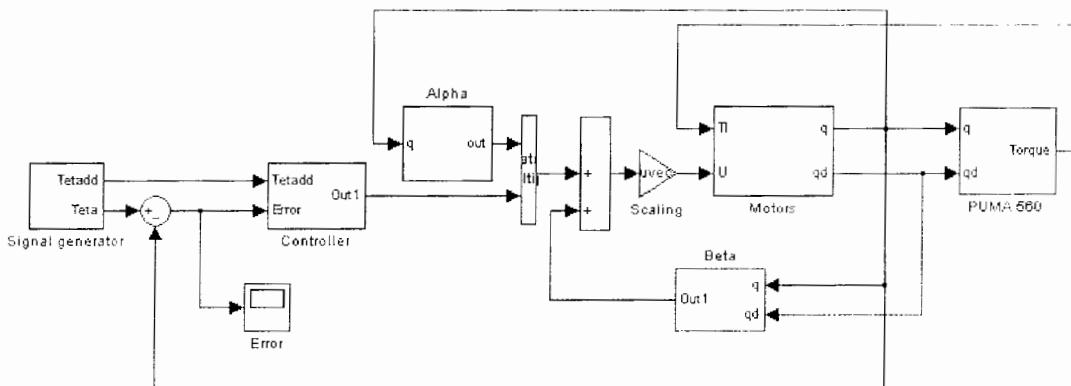
شكل (٣-٣-٣) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ٣



شکل (۵-۳-۳) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ۶

شکل (۵-۳-۴) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ۵

شکل (۳-۳) سیگنال ولتاژ مربوط به موتورها



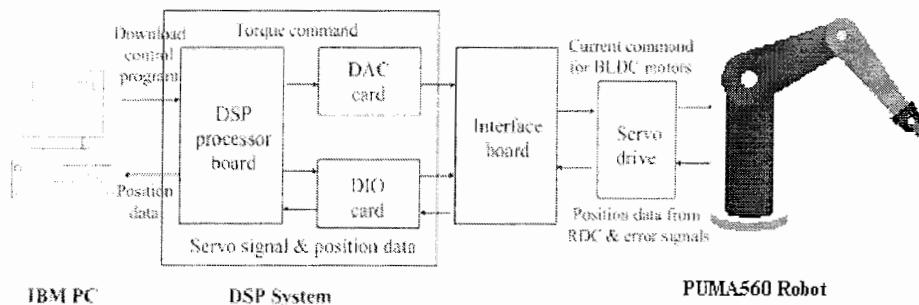
شکل (۴-۳) بلوك دياگرام مربوط به سيسitem شبيه سازي شده

۴-۳) خطی سازی فیدبکی دیجیتال

در تمامی مطالعات انجام شده در بالا، از خطی سازی فیدبکی بصورت پیوسته زمان در طراحی قانون

کنترل استفاده شده است. در حالیکه بیشتر بازوهای ماهر همانند ربات PUMA560 موقعیت مفصلی را

بطور دیجیتال و از طریق شمارنده های دیجیتال^۱ و شفت انکودرها^۲ اندازه می گیرند. به بیان دیگر در سیستمهای واقعی اطلاعات سیستمهای (اندازه گیری ها) تنها در فواصل زمانی معینی در دسترس بوده و ورودی های کنترلی را تنها در همین فواصل می توان تغییر داد. بنابراین توجه به این موضوع که طیف گسترده ای از سیستمهای پیوسته زمان کنترل شده توسط کامپیوتر هستند موجب شد که از خطی سازی فیدبکی برای طراحی یک کنترلر غیر خطی گستته زمان و برای ردگیری یک مسیر در حوزه مفصلی بهره جوییم. پیکربندی سخت افزاری سیستم کنترل ربات در شکل (۳-۵) نمایش داده شده است.



شکل (۳-۵) پیکربندی سخت افزاری سیستم کنترل ربات

نکته قابل توجه در طراحی کنترلرهای گستته زمان، بدست آوردن یک سرعت نمونه برداری مناسب برای عملیات نمونه برداری می باشد. بخاطر سنگینی ناشی از این محاسبه اغلب اوقات فرض می شود که فرکانس نمونه برداری به حدی بزرگ است که سیستم حلقه بسته بصورت یک سیستم پیوسته زمان در نظر گرفته می شود. اما سئوالی که مطرح می شود این است که این فرکانس را تا چه حد می توان بزرگ اختیار کرد؟ مثالهایی از اینگونه سیستمهای اشاره شده است [۶۲]. برای محاسبه فرکانس نمونه برداری مناسب ابتدا بایستی یک طراحی پیوسته زمان انجام داد. برای این منظور ابتدا خطی سازی فیدبکی را بر

¹ digital counters

² shaft encoders

روی معادلات ترکیب شده موتور و ربات اعمال نمودیم. آنگاه با انتخاب ماتریس‌های وزنی Q و R مشابه بخش ۲-۳-۳ یک کنترلر به گونه‌ای طراحی نمودیم که سیستم حلقه بسته دارای بهترین پاسخ به ورودی مرجع باشد. پارامترهای مربوط به کنترلر طراحی شده مشابه با بخش ۲-۳-۳ می‌باشد. یک فرکانس نمونه برداری مناسب، ω_s ، بین حداقل ده برابر و حداقل بیست برابر پهنه‌ای باند سیستم حلقه بسته، ω_b ، بهترین انتخاب می‌باشد [۶۳].

$$10 < \frac{\omega_s}{\omega_b} < 20 \quad (41-3)$$

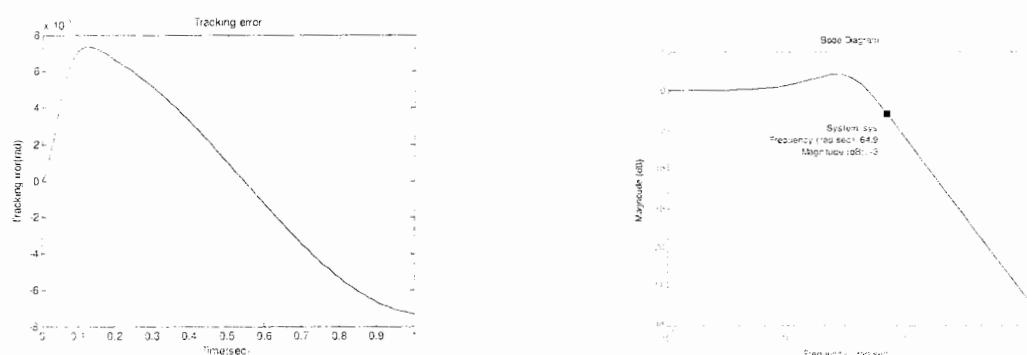
و در نتیجه

$$T_s = \frac{2\pi}{\omega_s} \quad (42-3)$$

با توجه به مطالب گفته شده پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته بصورت شکل (۶-۳) محاسبه گردید. از آنجایی که یک سیستم گستته زمان یک تاخیر زمانی حداقل به اندازه T_s را شامل می‌شود، لذا با افزودن این تاخیر به سیستم دکوپله شده، یک کنترلر همانند ذیل طراحی شد.

$$(44.7s + 1000) \times I_{6 \times 6} \quad (43-3)$$

در این حالت، خطای ردگیری به ورودی حداقل زمان، خروجی ردگیری شده و مسیر مطلوب به صورت شکلهای (۷-۳) تا (۹-۳) نمایش داده شده است.



شکل (۷-۳) خطای ردگیری

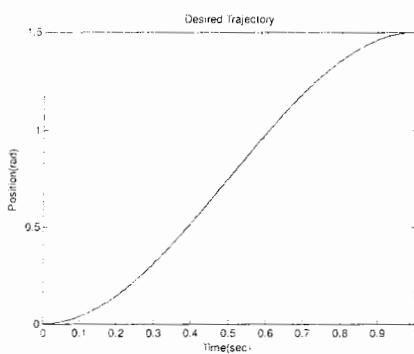
شکل (۸-۳) پاسخ فرکانسی سیستم حلقه بسته

با توجه به شکل اخیر داریم:

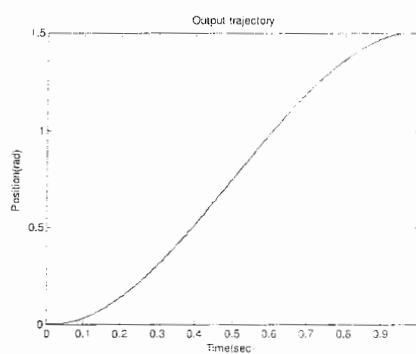
$$\omega_s = (10 \text{ to } 20) \times 64.9 \text{ rad/sec} = (649 \text{ to } 1298) \text{ rad/sec} \quad (44-3)$$

و در نتیجه

$$T_s = \frac{2\pi}{\omega_s} = 0.0048 \text{ to } 0.0097 \text{ sec} \quad (45-3)$$



شکل(۹-۳) مسیر مطلوب



شکل(۸-۳) خروجی رد گیری شده

لازم بذکر است که ما بدترین وضعیت ($T_s=0.01$) را بعنوان فرکانس نمونه برداری اختیار کردیم. بعد از محاسبه جبرا نساز (۴۳-۳) و برآورده شدن معیارهای طراحی پیوسته زمان، معادل دیجیتال آن را با یکی از روشها همانند روش توستین^۱ می یابیم. بنابر این داریم:

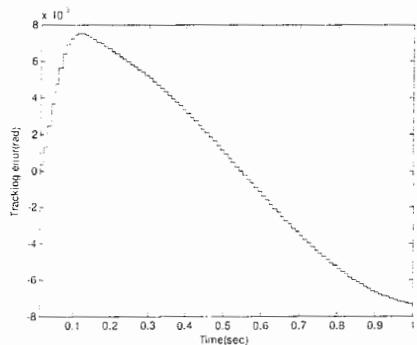
$$\left(\frac{9944z - 7944}{z+1} \right) \times I_{6 \times 6} \quad (46-3)$$

در این حالت خروجی سیستم و خطای رد گیری شده بترتیب توسط شکل های (۱۰-۳) و (۱۱-۳) بدست آمد. لازم بذکر است که این خطا با توجه به رزولوشن مکانیکی^۲ قابل قبول است. از آنجایی که

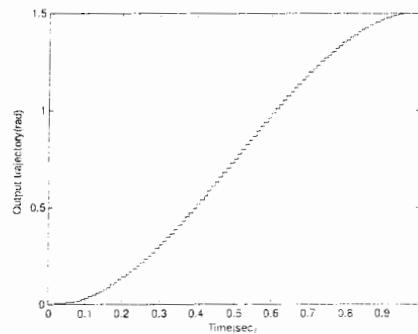
¹ Tustin

² Mechanical resolution

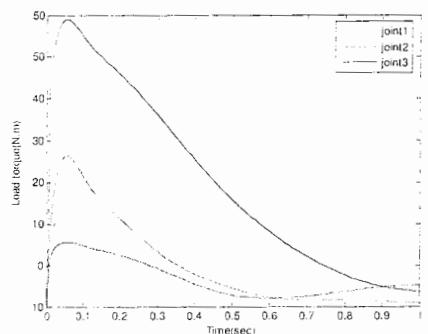
محدودیتهای مکانیکی همانند ولتاژ و گشتاور برای ما قابل توجه هستند، در شکل‌های (۱۲-۳) و (۱۳-۳) سیگنال‌های مربوطه به ترتیب نمایش داده شده است که حاکی از عملکرد خوب موتورها می‌باشد.



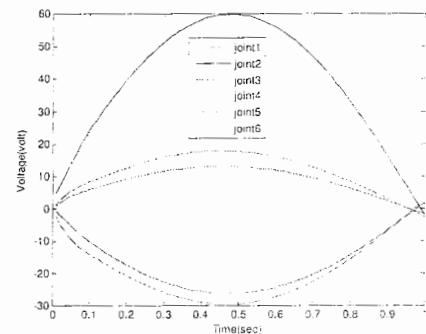
شکل(۱۱-۳) خطای رد گیری



شکل(۱۰-۳) خروجی رد گیری شده



شکل(۱۳-۳) گشتاور بار ربات

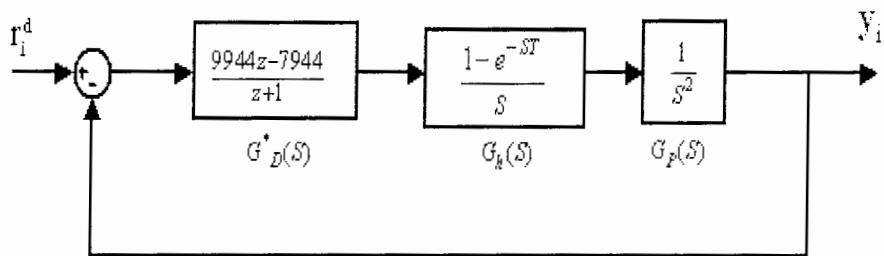


شکل(۱۲-۳) سیگنال ولتاژ موتورها

۵-۳) آنالیز پایداری

در اینجا نشان داده می‌شود که طرح دیجیتال مزبور منجر به یک طرح پایدار گردیده و انعطاف پذیری بالایی برای کار بر روی بازوهای گوناگون با در نظر گرفتن محرکها و بکارگیری طرح پیشنهادی وجود دارد. در قسمتهای قبل نشان دادیم که دینامیکهای ترکیب شده ربات و موتورها بعد از اعمال خطی سازی

فیدبکی به شش زیر سیستم مشابه رابطه (۳-۳) تقسیم می گردد. بنابرای ما می توانیم آنالیز پایداری را برای مفصل ۱ ام انجام داده و آنرا به بقیه تعمیم دهیم. برای این منظور زیر سیستم آنم را بصورت شکل ذیل را در نظر می گیریم.



شکل(۱۴-۳) معادل گسسته زمان زیر سیستم آنم

ابتدا تبدیل Z عبارت $G_h(s)G_p(s)$ را بصورت ذیل حساب کردیم.

$$\mathcal{Z}\{G_h(s)G_p(s)\} = \mathcal{Z}\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s} \cdot \frac{1}{s^2}\right\} = \left(1-z^{-1}\right) \mathcal{Z}\left\{\frac{1}{s^3}\right\} = \frac{T^2}{2} \frac{Z+1}{(Z-1)^2} \quad (47-3)$$

از طرف دیگر معادله حلقه بسته سیستم بصورت ذیل می باشد:

$$1 + G(z) = 0 \quad (48-3)$$

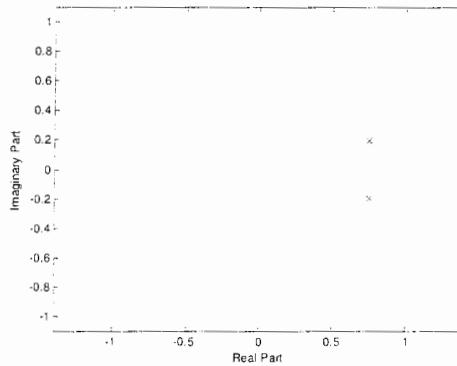
که در آن

$$G(z) = G_D(z) \times \mathcal{Z}\{G_h(s)G_p(s)\} = \frac{T^2 (4972z - 3972)}{(z - 1)^2} \quad (49-3)$$

با حل معادله (۴۷-۳) داریم:

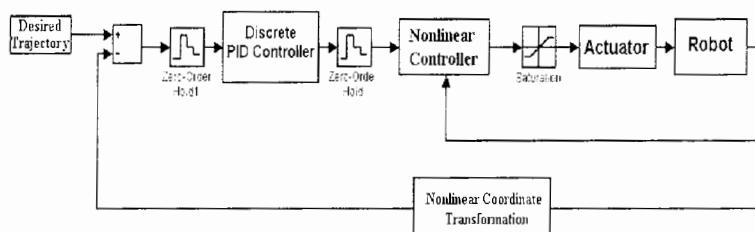
$$z^2 - 1.5028z + 0.6028 = 0 \quad (50-3)$$

با بکارگیری معیار پایداری جوری دیده می شود که سیستم حلقه بسته پایدار بوده و به بیان دیگر فطبهای حلقه بسته در داخل دایره واحد قرار دارد [۶۴].



شکل (۱۵-۳)

لازم ذکر است که طرح دیجیتال پیشنهای در شکل زیر نشان داده شده است.



شکل (۱۶-۳)

از آنجایی که تکمیل سیستمهای کنترل دینامیکی برای بازوهای ماهر ربات بخاطر مشکلات ناشی از مدلینگ، هزینه محاسباتی سنگین و بطور کلی غیر قابل دسترس بودن پارامترهای مورد نیاز بازوی ماهر دارای محدودیت است، بنابراین روش خطی سازی فیدبکی به تنها یی نسبت به اغتشاشات خارجی و

خطاهای مدلینگ مقاوم نبوده و بایستی در ترکیب با روش‌های دیگر بکار گرفته شود. بر همین اساس در فصل بعد، چهار روش مقاوم رایج برای کنترل موقعیت ربات را بکار خواهیم برد که همگی آنها نیازمند اطلاعات درباره پارامترهای ربات می‌باشند. در انتهای نیز روشی ارائه خواهیم داد که تنها با استفاده از قواعد کنترل خطی و بدون نیاز به کنترلهای غیر خطی به دفع اغتشاشات خارجی و خطاهای ناشی از مدلینگ پرداخته و بی نیاز از هر گونه اطلاعات درباره پارامترهای مدل می‌باشد.

فصل چهارم

کنترل مقاوم

(۱-۴) مقدمه

در اکثر کاربردهای صنعتی، عدم قطعیتهای بسیاری همانند نوسانات پارامتری، اغتشاشات خارجی، نیروی اصطحکاک و دینامیکهای مدل نشده وجود دارد که بر روش عملکرد کنترل کننده اثر می‌گذارد. بنابراین وجود چنین مشکلاتی نیاز به یک کنترلر مقاوم برای غلبه بر مسائل مطرح شده را ایجاد می‌نماید. روش‌های مشهور بسیاری برای این منظور موجود هستند؛ همانند طراحی H_2 و طرح کنترل دو درجه آزادی [۶۵-۶۶]. خاصیت مشترک تمامی این روشها این است که نیازمند یک مدل خطی شده از سیستم و دارای هزینه محاسباتی سنگین می‌باشند. به نحوی کاربرد چنین روش‌هایی، برای کنترل بلا درنگ^۱ یک مکانیسم شدیداً غیر خطی همانند بازوی ربات، مفید نخواهد بود. برای مقاوم کردن سیستم کنترل بازوی ماهر، در این قسمت چهار روش رایج کنترل مقاوم به ترتیب کنترل ساختار متغیر^۲، روش گشتاور محاسباتی^۳، طرح مقاوم بر مبنای خطی سازی فیدبکی و نهایتاً روش شبیه تطبیقی اسپانگ^۴ ارائه می‌گردد. در انتهای نیز یک روش کنترل مقاوم عاری از هر گونه نیاز به پارامترهای ربات و موتورها ارائه خواهیم کرد که در کنترل یک سیستم شدیداً غیر خطی در سرعتها و شتابهای بالا مفید می‌باشد.

¹Real-time

²Variable structure

³Computed Torque Control

⁴Spong, M.W

۴-۲) کنترل ساختار متغیر

برای اولین بار در دهه ۶۰ میلادی محققین روسی تئوری کنترل لغزشی را با استفاده از کاربرد ریاضی فیلیپوف مطرح نمودند [۶۷]. بعد از انتشار اولین مقالات در زمینه کنترل لغزشی، لیست کارهای مرتبط با آن بنحوی افزایش یافت که هم اکنون از جایگاه خاصی در هر دو کنترل خطی و غیر خطی برخوردار می باشد. مولفین بسیاری این طرح را بصورت پیوسته زمان و گسسته زمان بررسی کرده اند که اهداف تمامی این کارها کنترل مقاوم سیستمهای غیر خطی مختلف و در میان آنها ربات بوده است [۶۸-۷۱]. ریشه اصلی کنترل ساختار متغیر تئوری بنگ کنترل بوده و به این علت ساختار متغیر نامیده می شود که ساختار کنترلر بطور دلخواه و مطابق با یک سری از قوانین، برای بدست آوردن رفتار مطلوب سیستم تغییر داده می شود و همین امر باعث غیر خطی بودن قانون کنترل منتجه می گردد. قانونی که بر تغییر ساختار کنترلر نظارت می کند بوسیله توابعی از متغیرهای حالت، انتخاب شده بوسیله طراح، داده می شود. هنگامی که این معادله به صفر تنظیم شد، تابع مورد نظر، سطحی را در فضای حالت تعریف می کند که به آن سطح لغزش گفته می شود و این سطح بر عمل کلیدزنی کنترلر نظارت می کند. به بیان ساده تر، هدف قانون کنترل در اینجا، نگه داشتن حالات سیستم بر روی سطح مورد نظر است، تازمانی که سیستم حتی در حضور عدم قطعیتهای پارامتری و اغتشاشات به نقطه تعادل برسد. این استراتژی از دو دیدگاه برای کاربردهای رباتیک بازوهای ماهر مهم می باشد:

- ۱- این روش نیازمند دانش دقیقی از مدل بازوی ماهر ربات نیست.
 - ۲- تحت شرایط خاصی، عملکرد سیستم به اغتشاشات خارجی کراندار غیر حساس می باشد.
- اهمیت این خواص به این دلیل است که محاسبه دقیق دینامیک بازوی ماهر مشکل بوده و بعلاوه، اثر بارهای حمل شونده توسط مجری نهایی ربات را می توان به عنوان اغتشاشات خارجی در طراحی کنترلر

لحوظ کرد. با عنایت به توضیحات مختصر ارائه شده در بالا مراحل طراحی کنترل مقاوم به شرح ذیل بیان می‌گردد.

فرض کنید که معادلات مربوط به سیستم در فضای حالت به فرم ذیل داده شده باشد.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ \Lambda(x) + \Psi(x)u + \Delta b(x) \end{pmatrix}, \quad |\Delta b(x)| \leq k \quad (1-4)$$

با این فرض که $\Lambda(x)$ و $\Psi(x)$ توابع غیر خطی از x و $\Delta b(x)$ بیانگر عدم قطعیت موجود بوده و $\Psi(x)$ یک تابع مشبّت می‌باشد. همچنین لازم بذکر است که نیازی نیست که توابع $\Lambda(x)$ و $\Psi(x)$ پیوسته باشند. گام اول در طراحی کنترلر ساختار متغیر، انتخاب مجموعه‌ای از m تابع بردار حالت سیستم می‌باشد. اینک یک خروجی جدید بنام تابع سوئیچ کننده همانند ذیل تعریف می‌کنیم. شکل سطح مزبور در (۱-۴) آورده شده است.

$$s = \dot{e}_0 + \lambda_0 e_0 \quad (2-4)$$

که در آن λ_0 اسکالر بوده و

$$e_0 = x_1 - x_{1d}, \quad \dot{e}_0 = x_2 - x_{2d} \quad (3-4)$$

با تنظیم معادله (۲-۴) به صفر و گرفتن مشتق زمانی آن همانند (۴-۴) داریم:

$$\dot{s} = \ddot{e}_0 + \lambda_0 \dot{e}_0 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} + \lambda_0 (\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) \quad (4-4)$$

در مرحله بعد یک تابع لیاپانوف به فرم ذیل انتخاب می‌کنیم.

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (5-4)$$

با مشتق گیری از (۵-۴) نسبت به زمان خواهیم داشت:

$$\dot{V} = s\dot{s} = s(\Lambda(x) + \Psi(x)u - \dot{x}_{2d} + \lambda_0 \dot{e}_0) \quad (6-4)$$

رابطه اخیر منفی معین است اگر

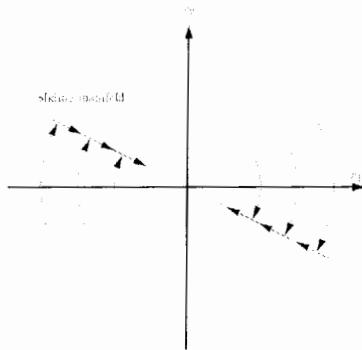
$$\Lambda(x) + \Psi(x)u - \dot{x}_{2d} + \lambda_0 \dot{e}_0 \begin{cases} < 0 & \text{for } s > 0 \\ = 0 & \text{for } s = 0 \\ > 0 & \text{for } s < 0 \end{cases} \quad (7-4)$$

اینک یک قانون کنترل بگونه ای انتخاب می کنیم که مسیرهای نزدیک سطح بسوی سطح جهت گیری نمایند. بنابراین برای برقراری پایداری رابطه اخیر می باشی

$$u \begin{cases} < \beta(x) & \text{for } s > 0 \\ = \beta(x) & \text{for } s = 0 \\ > \beta(x) & \text{for } s < 0 \end{cases}, \quad \beta(x) = \frac{-\Lambda(x) + \dot{x}_{2d} - \lambda_0 \dot{e}_0}{\Psi(x)} \quad (8-4)$$

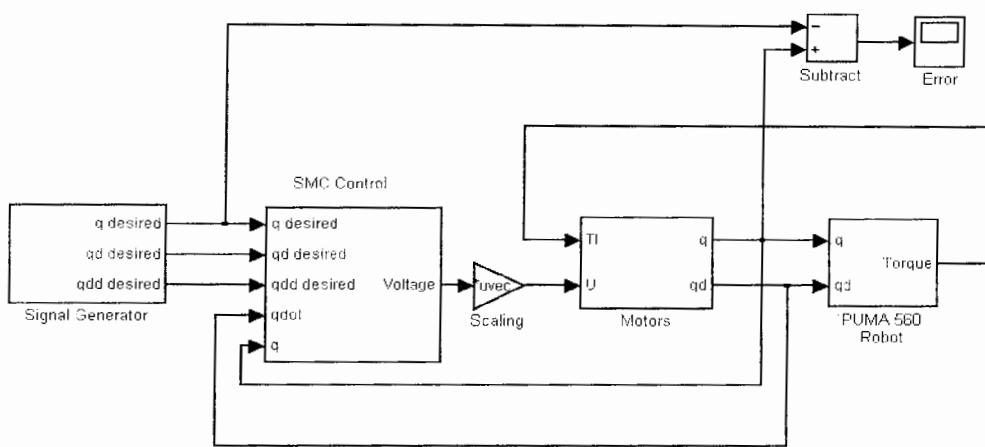
و لذا بردار ورودی کنترلی به صورت ذیل بدست خواهد آمد.

$$\beta(x) = \frac{-\Lambda(x) + \dot{x}_{2d} - \lambda_0 \dot{e}_0}{\Psi(x)} - 1.1k \operatorname{sign}(s) \quad k > 0 \quad (9-4)$$

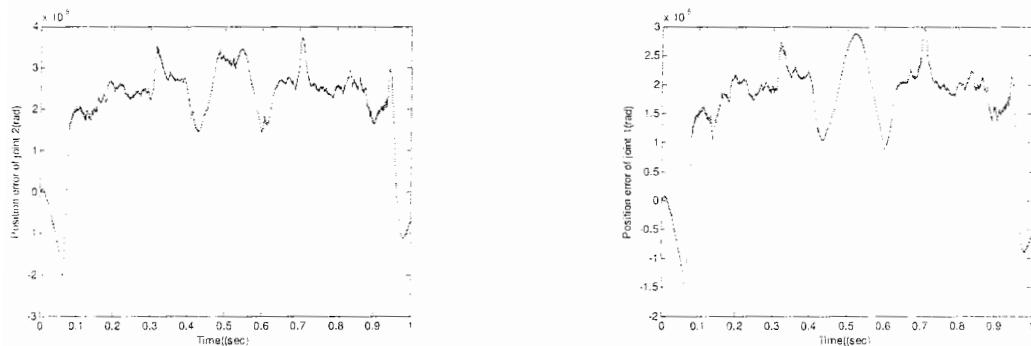


شکل (۱-۴) سطح لغزش

شکل (۲-۴) بلوک دیاگرام سیستم شبیه سازی شده در محیط نرم افزار MATLAB را نشان می دهد. با توجه به بررسی تکنیک مذبور برای مسیرهای با سرعت بالا، مسیر یک ثانیه به شکل (۹-۲) را در نظر می گیریم. توجه گردد که مسیر مذبور برای تمامی شبیه سازی ها بکار گرفته شده است. در این حالت خطای ردگیری برای مسیر مذبور بشکل (۳-۴) بدست آمد که این خطای 10° محدود می گردد. از آنجایی که محدودیتهای عملی همانند ولتاژ، گشتاور و سیگنال کنترلی برای ما حائز اهمیت است، لذا نتایج مربوطه در ادامه ارائه گردیده است.

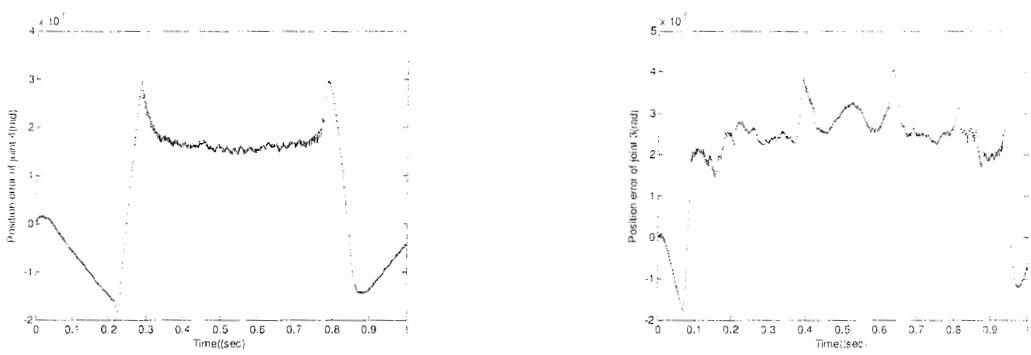


شکل(۲-۴) بلوك دياگرام مربوط به سیستم شبیه سازی شده



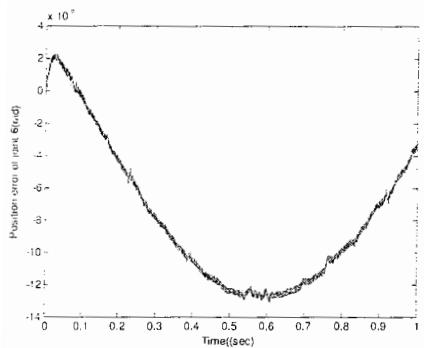
شکل(۳-۴) خطای ردگیری مفصل ۲

شکل(۳-۴) خطای ردگیری مفصل ۱

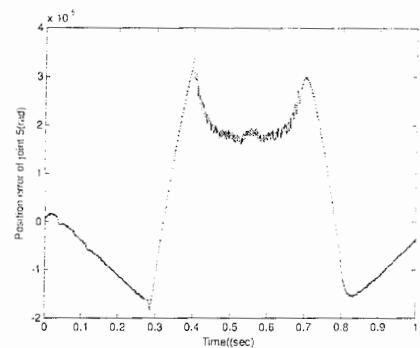


شکل(۳-۴) خطای ردگیری مفصل ۴

شکل(۳-۴) خطای ردگیری مفصل ۳

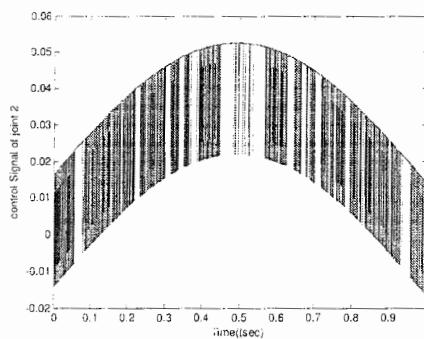


شکل (۴-۳) خطای ردگیری مفصل ۶

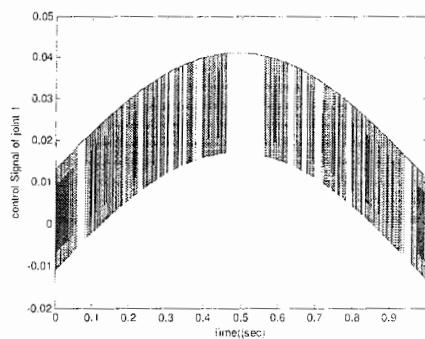


شکل (۴-۳) خطای ردگیری مفصل ۵

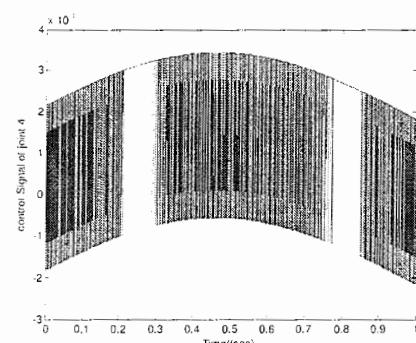
شکل (۴-۳) خطای ردگیری مفاصل برای مسیر طراحی شده در حضور تابع Sign



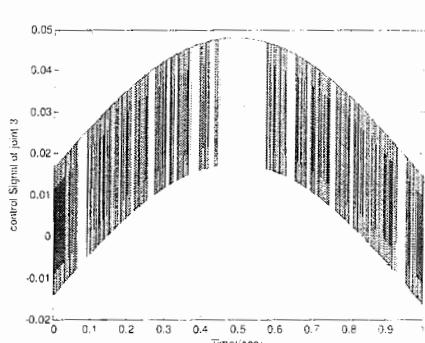
شکل (۴-۲) سیگنال کنترل قطع - وصل مفصل ۲



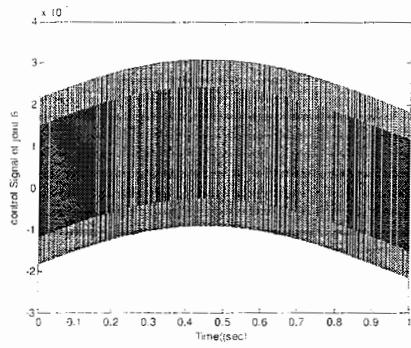
شکل (۴-۱) سیگنال کنترل قطع - وصل مفصل ۱



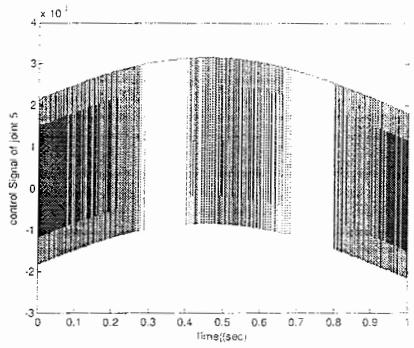
شکل (۴-۴) سیگنال کنترل قطع - وصل مفصل ۴



شکل (۴-۳) سیگنال کنترل قطع - وصل مفصل ۳



شکل (۴-۶) سیگنال کنترل قطع - وصل مفصل ۶

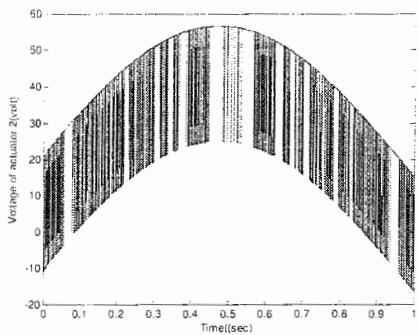


شکل (۴-۵) سیگنال کنترل قطع - وصل مفصل ۵

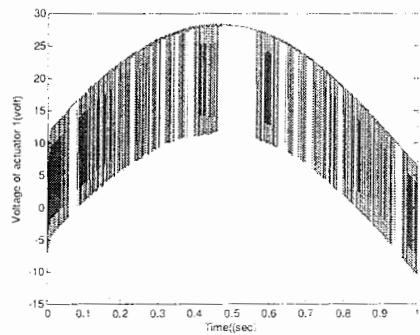
شکل (۴-۴) سیگنال کنترل قطع-وصل در حضور تابع Sign

لازم بذکر است که بردار k و مقدار λ به صورت ذیل در نظر گرفته شد.

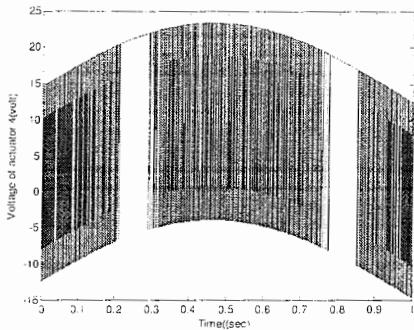
$$k = \begin{bmatrix} 55 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 55 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 55 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 55 \end{bmatrix}, \quad \lambda = \begin{bmatrix} 78 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 78 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 78 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 78 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 78 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 78 \end{bmatrix} \quad (10-4)$$



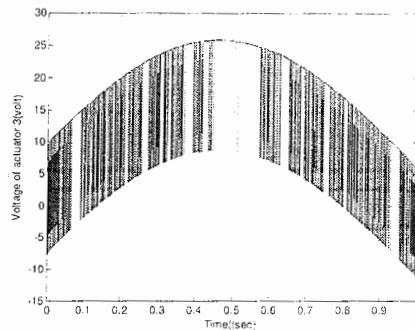
شکل (۴-۵-۲) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ۲



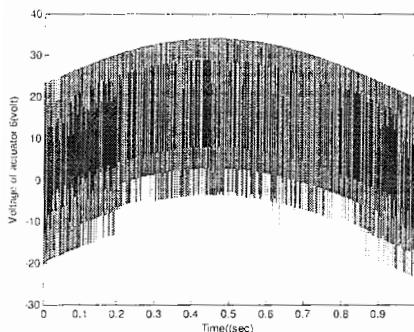
شکل (۴-۵-۱) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ۱



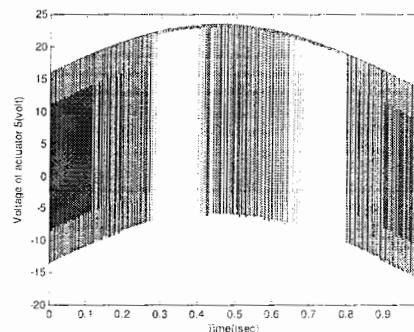
شکل (۴-۵-۴) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ۴



شکل (۳-۵-۴) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ۳

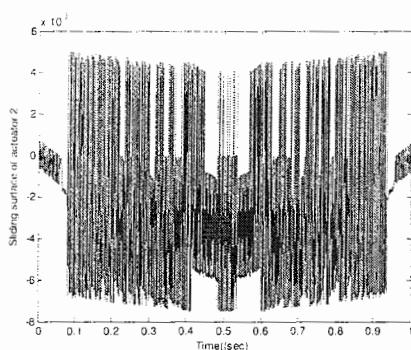


شکل (۶-۵-۴) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ۶

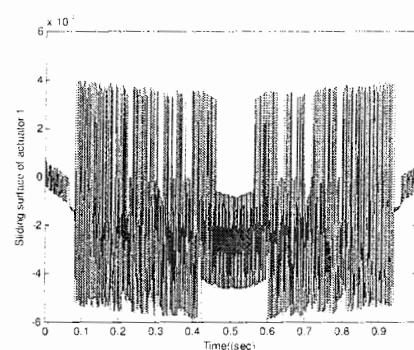


شکل (۵-۵-۴) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ۵

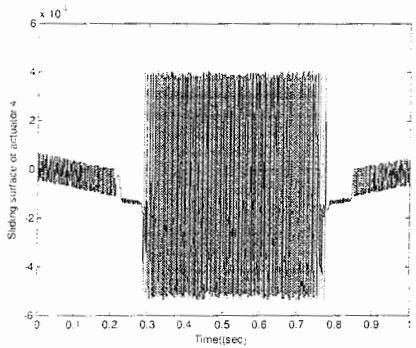
شکل (۴-۵) سیگنال ولتاژ موتورها در حضور تابع Sign



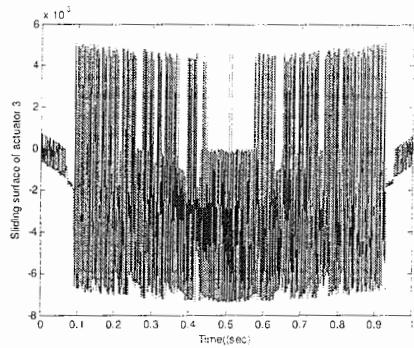
شکل (۲-۶-۴) سطح لغزش مربوط به موتور ۲



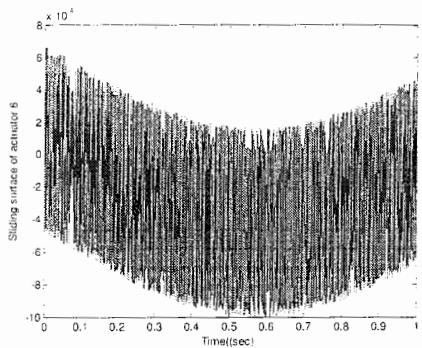
شکل (۱-۶-۴) سطح لغزش مربوط به موتور ۱



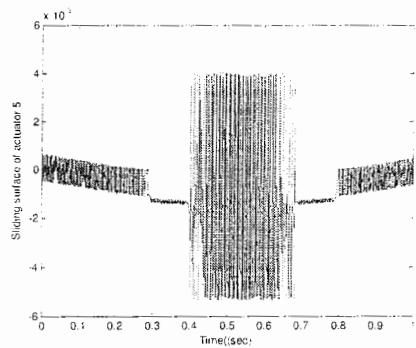
شکل (۶-۴) سطح لغزش مربوط موتور ۴



شکل (۶-۴) سطح لغزش مربوط به موتور ۳



شکل (۶-۴) سطح لغزش مربوط به موتور ۶



شکل (۶-۴) سطح لغزش مربوط به موتور ۵

شکل (۶-۴) سطح لغزش

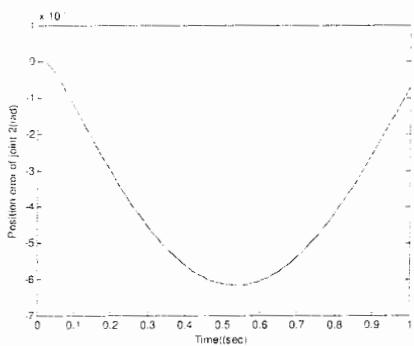
در عمل اجرای کنترل کننده های ساختار متغیر به لرزش کنترل^۱ با فرکانس بینهایت می انجامد. در این حالت تاخیر کوچک، اما غیر صفر در کلید زنی کنترل باعث می شود که به هنگام کلید زنی، مسیر اندکی از سطح کلید زنی خارج شود. لازم بذکر است که ناپیوستگی بزرگتر کنترل، لرزش کنترل بیشتری را در پی خواهد داشت. بنابراین مصالحه روشنی بین عدم قطعیت بیش از مقدار ورودی کنترلی و اندازه طبیعت کنترل وجود دارد. اما نکته حائز اهمیت این است که در برخی حالات، لرزش باعث تحریک مدهای فرکانس بالا شده و دینامیک مدل نشده در سیستم را تحریک می کند که منجر به از دست رفتن کیفیت

^۱ Control chattering

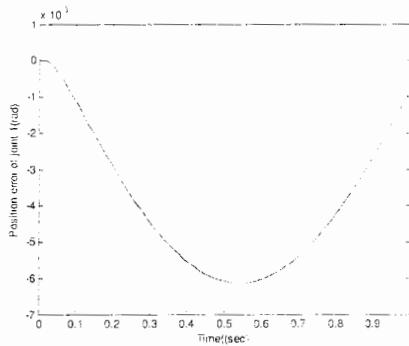
عملکرد می شود. اما در بعضی حالات، کنترل می تواند برای کلید زنی در یک فرکانس خارج از فرکانس‌های تشديد سیستم برقرار گردد و لرزش قابل قبول است. یک روش موجود برای غلبه بر اثرات نامطلوب لرزش کنترل، معرفی لایه مرزی در اطراف سطح لغزش و تقریب کنترل کلید زنی بوسیله یک کنترل پیوسته داخل این لایه مرزی است. با این تفاسیر قانون کنترلی(۹-۴) به شکل زیر در خواهد آمد.

$$\beta(x) = \frac{-\Lambda(x) + \dot{x}_{2d} - \lambda_0 \dot{e}_0}{\Psi(x)} - k_{sat}(s/\varepsilon) \quad k > 0 \quad (11-4)$$

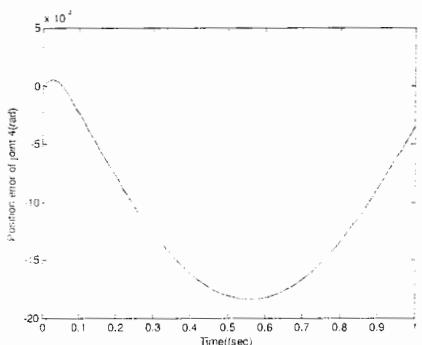
همچنین سیگنالهای مورد بررسی در مرحله قبل نیز بصورت ذیل بدست آمدند.



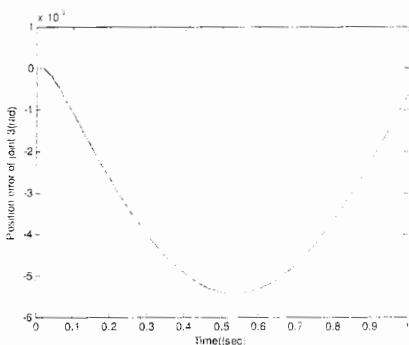
شکل(۲-۷-۴) خطای ردگیری مفصل ۲



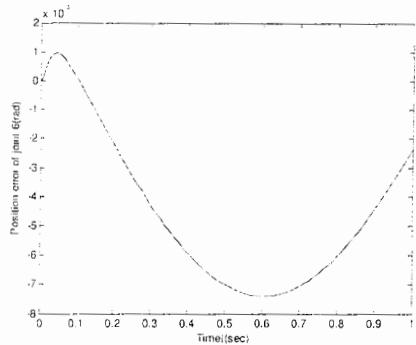
شکل(۱-۷-۴) خطای ردگیری مفصل ۱



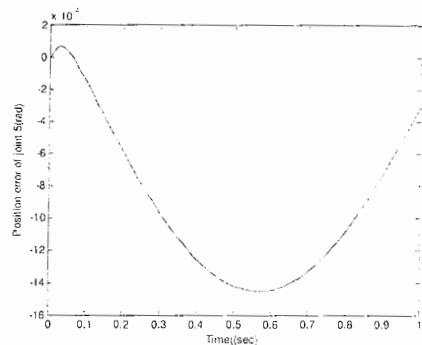
شکل(۴-۷-۴) خطای ردگیری مفصل ۴



شکل(۳-۷-۴) خطای ردگیری مفصل ۳

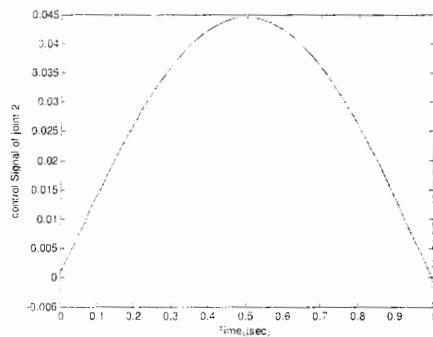


شکل (۴-۷-۶) خطای ردگیری مفصل ۶

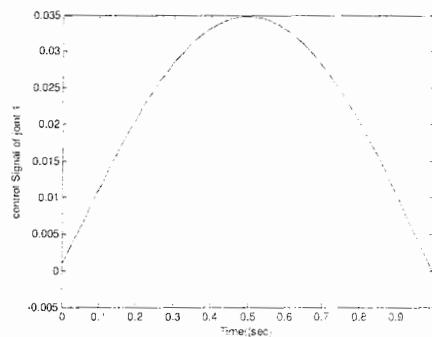


شکل (۴-۷-۵) خطای ردگیری مفصل ۵

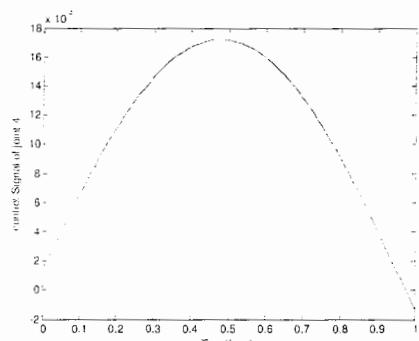
شکل (۴-۷) خطای ردگیری برای مسیر طراحی شده در حضور تابع Saturation



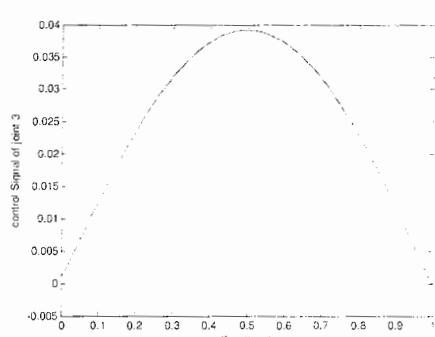
شکل (۴-۸-۲) تقریب پیوسته برای کنترل ناپیوسته مفصل ۲



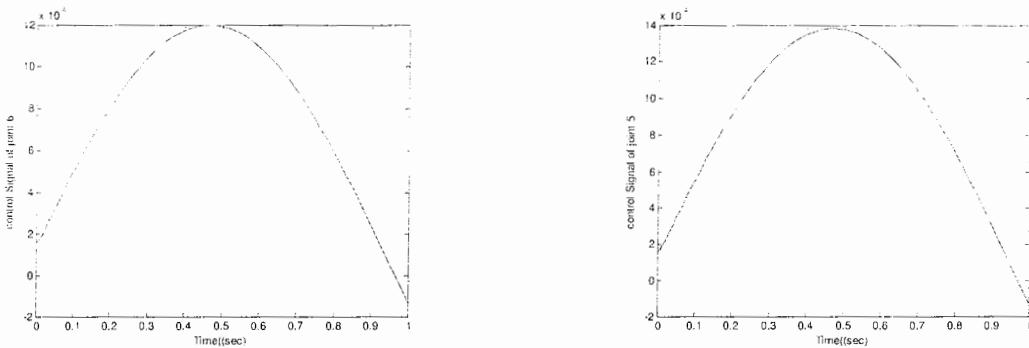
شکل (۴-۸-۱) تقریب پیوسته برای کنترل ناپیوسته مفصل ۱



شکل (۴-۸-۴) تقریب پیوسته برای کنترل ناپیوسته مفصل ۴



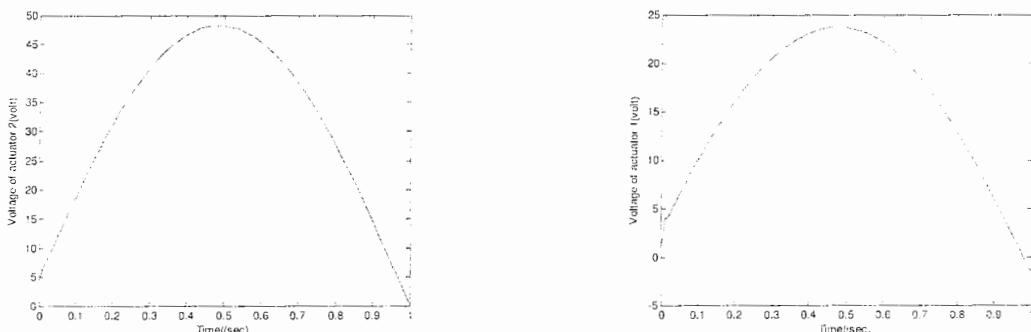
شکل (۴-۸-۳) تقریب پیوسته برای کنترل ناپیوسته مفصل ۳



شکل (۴-۸-۵) تقریب پیوسته برای کنترل ناپیوسته مفصل ۵ شکل (۴-۸-۶) تقریب پیوسته برای کنترل ناپیوسته مفصل ۶

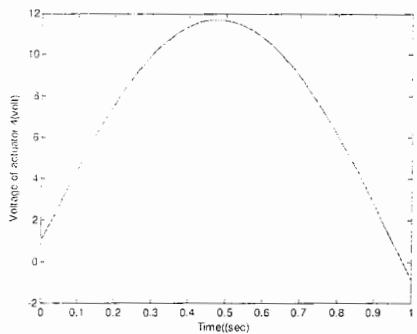
شکل (۴-۸) سیگنال کنترلی مفاصل ۱-۶

همچنین در ذیل سیگنالهای ولتاژ و سطح لغزشی، بدون هیچگونه نوسانات فرکانس بالا دیده می شود که حاکی از عملکرد خوب روش کنترل لغزشی می باشد. لازم بذکر است که مسیرهای ردگیری شده خروجی بصورت شکل (۴-۱۰) بدست آمدند.

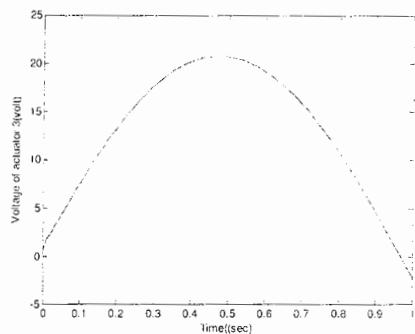


شکل (۴-۹-۲) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ۲

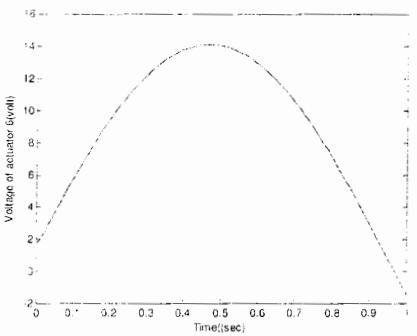
شکل (۴-۹-۱) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ۱



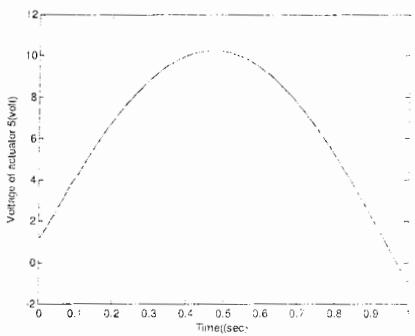
شکل (۴-۹-۴) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ۴



شکل (۳-۹-۴) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ۳

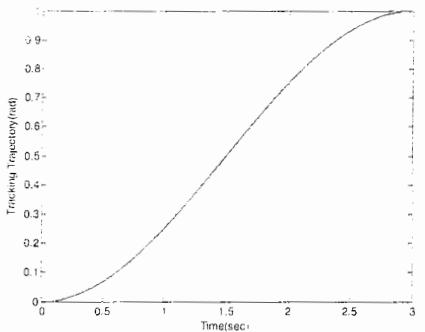


شکل (۶-۹-۴) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ۶

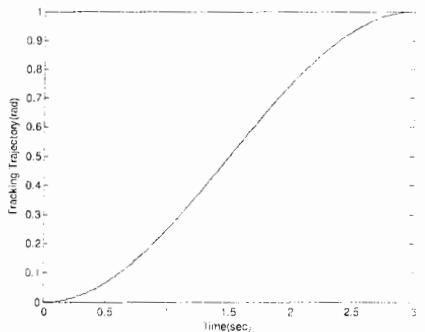


شکل (۵-۹-۴) سیگنال ولتاژ مربوط به موتور ۵

شکل (۹-۴) سیگنال ولتاژ موتورها در حضور تابع Saturation

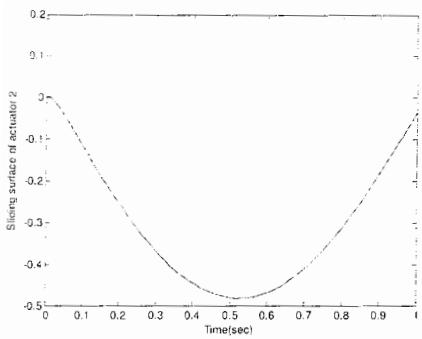


شکل (۲-۱۰-۴) خروجی ردگیری شده برای تابع Sat

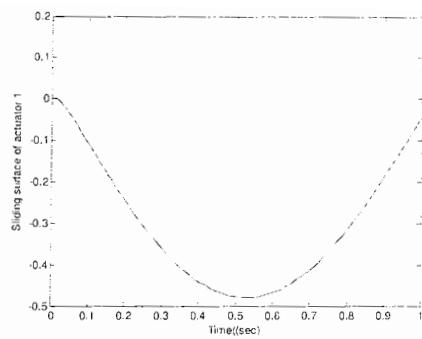


شکل (۱-۱۰-۴) خروجی ردگیری شده برای تابع Sign

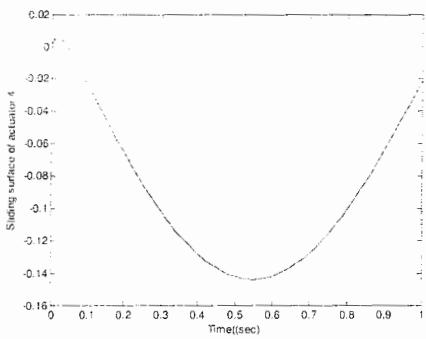
شکل (۱۰-۴) خروجی ردگیری شده برای توابع Sat و Sign



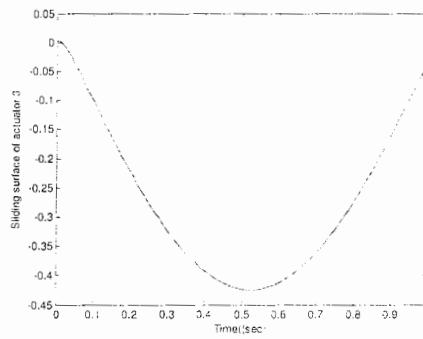
شكل (۲-۱۱-۴) سطح لغزش مربوط به موتور ۲



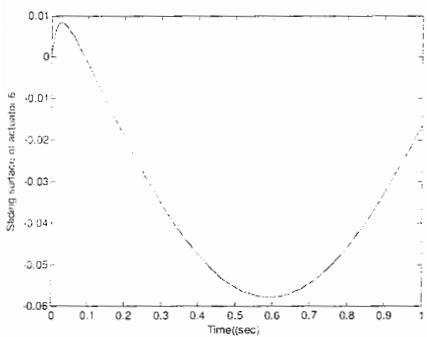
شكل (۱-۱۱-۴) سطح لغزش مربوط به موتور ۱



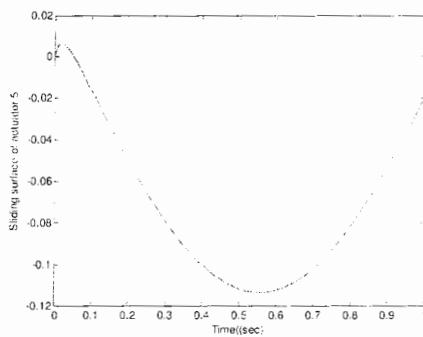
شكل (۴-۱۱-۴) سطح لغزش مربوط به موتور ۴



شكل (۳-۱۱-۴) سطح لغزش مربوط به موتور ۳



شكل (۶-۱۱-۴) سطح لغزش مربوط به موتور ۶



شكل (۵-۱۱-۴) سطح لغزش مربوط به موتور ۵

شكل (۱۱-۴) سطح لغزش

۴-۳) کنترل گشتاور محاسباتی

اثبات شده است که کنترلهای فیدبکی خطی با گین ثابت، برای بدست آوردن عملکرد دینامیکی خوب در مورد بازوهای ربات چند محوره^۱، که تحت سرعتهای بالا و شرایط راه اندازی مختلف کار می کنند مناسب نمی باشد. توسعه در کنترلهای غیر خطی، امکان طراحی کنترلهایی را می دهد که کاربرد مدلها غیر خطی موجود را تحت یک منطقه عملیاتی گسترده فراهم می سازد. توجه اصلی بسیاری از این قوانین که از آنها به عنوان کنترلهای گشتاور محاسباتی یا دینامیک وارون نامبرده می شود، خطی سازی و دکوپله کردن معادله غیر خطی حرکت ربات بوسیله حذف تمام یا بخشی از دینامیکهای طبیعی حاصل از لینک بودن مکانیکی بازوی ماهر می باشد، بگونه ای که هر مفصل را می توان بصورت مجزا در نظر گرفت. به بیان دیگر روش گشتاور محاسباتی از مدل دینامیکی ربات، برای محاسبه گشتاورهای راه انداز مفصلی برای یک مسیر مشخص استفاده می کند. به گونه ای که، این گشتاور محاسبه شده را می توان به عنوان یک ورودی مرجع برای کنترلر فیدبکی اعمال نمود. بنابراین کنترل گشتاور محاسباتی به نتایج خوبی دست خواهد یافت اگر، مدل دینامیکی غیر خطی دقیقی از ربات بکار برد شود. تعدادی از کارهای مرتبط با کنترل گشتاور محاسباتی بازوی ماهر منتشر شده است [۷۲].

الگوریتم گشتاور محاسباتی استاندارد، فرمان گشتاور مفاصل را از رابطه ذیل محاسبه می نماید.

$$\begin{aligned} \tau_c &= \hat{A}(q) \left(\ddot{q}_d + k_d (\dot{q}_d - \dot{q}) + k_p (q_d - q) \right) \\ &\quad + \hat{B}(q) [\dot{q}\dot{q}] + \hat{C}(q) [\dot{q}^2] + \hat{G}(q) \end{aligned} \quad (12-4)$$

که با فرض یک مدل کامل و بکارگیری رابطه (۱۲-۴) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \tau_c &= \tau \\ \hat{A}(q) &= A(q) , \quad \hat{B}(q) = B(q) , \quad \hat{C}(q) = C(q) , \quad \hat{G}(q) = G(q) \end{aligned} \quad (13-4)$$

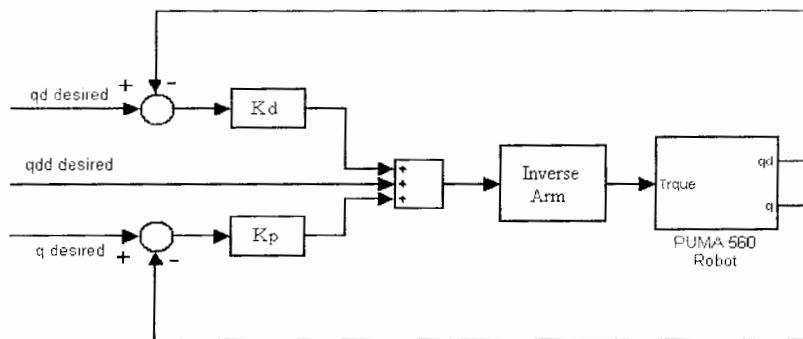
^۱ Multi-axis

با مساوی قرار دادن طرفین رابطه (۱۲-۴) و (۱۳-۴) و بکارگیری روابط (۱۱-۲) و (۱۱-۱) داریم:

$$\ddot{e} + k_d \dot{e} + k_p e = 0 \quad (14-4)$$

اگر k_p و k_d قطری باشد، معادله اخیر یک مجموعه از معادلات خطی و دکوپله شده را نشان می دهد که در حالت ایده آل به ازای بهره های مثبت k_p و k_d خطاهای بسمت صفر همگرا می شوند. این روش به وسیله عده ای از محققین مورد توجه قرار گرفته است [۷۶-۷۳]. بلوک دیاگرام سیستم شبیه سازی شده به همراه نتایج حاصله در شکل (۱۲-۴) آورده شده است.

لازم بذکر است که بردار کنترلر خطی بصورت $K_d = 20 \times I_{6 \times 6}$ و $K_p = 400 \times I_{6 \times 6}$ طراحی گردید.



شکل (۱۲-۴) بلوک دیاگرام طرح گشتاور محاسباتی

علی رغم شبیه سازی انجام شده در اینجا، تحقق روش مزبور به چند علت سنگین بوده و بنابراین روش

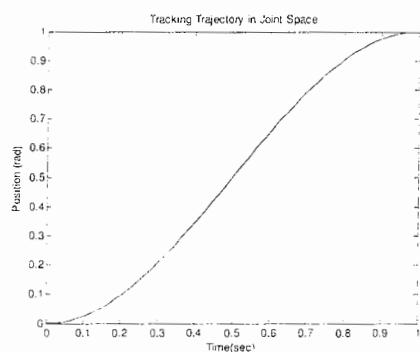
گشتاور محاسباتی به تنها یی چندان مقاوم نمی باشد. دلایل مذکور عبارتند از:

۱- فقدان تخمین های پارامتری صحیح.

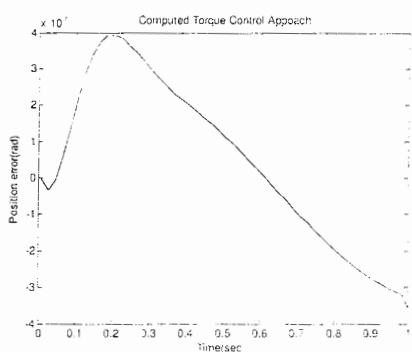
۲- حضور دینامیکهای مدل نشده و مدل دینامیکی پیچیده ربات که بکارگیری آن را در کنترل بلاذرنگ با

مشکل مواجه می سازد.

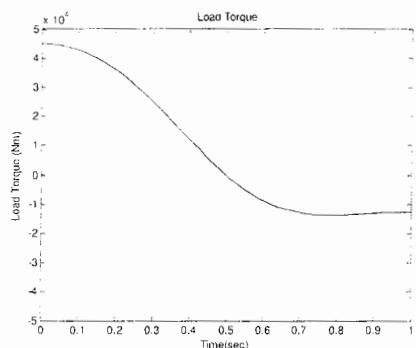
۳- انعطاف پذیری پایین بدین معنا که، اگر بتوانیم مدل دینامیکی ربات را بصورت جز به جز و در یک فرم کار آمد برای محاسبات online در آوریم، با توجه به مدل مبنا بودن این روش، برای یک ربات متفاوت و یا تعویض ابزار و تغییر مشخصات بار حمل شده ناگزیر از تطبیق و یا تغییر کنترلر هستیم.



شکل(۱۴-۴) خروجی ردگیری شده در فضای مفصلی



شکل(۱۳-۴) خطای ردگیری گشتاور محاسباتی



شکل(۱۵-۴) گشتاور بار در فضای مفصلی

بعنوان مثال در آزمایشات گشتاور محاسباتی با ربات پیوما ۶۰۰ نشان داده شده که برای یک بازوی ماهر مجهز به چرخ دنده با نسبت کاهنده زیاد، نیروهای مدل نشده بوسیله دینامیک های نیوتون اویلر تاثیر

زیادی در دقت ردگیری مسیر دارند. اساساً بخاطر کمبود یک بازوی ماهر خاص با امکان محاسبات online، گزارشات خیلی کمی مبنی بر انجام عملی این کنترلر شده است [۷۷].

۴-۴) کنترل مقاوم بر مبنای خطی سازی فیدبکی

در اینجا ترکیبی از خطی سازی فیدبکی و طراحی با فیدبک حالت ارائه می شود. برای این منظور معادلات دینامیکی ترکیب شده موتور و ربات بفرم (۲۷-۳) را در نظر بگیرید. با اعمال خطی سازی سازی فیدبکی بر روی مدل مذبور و لحاظ کردن عدم قطعیت پارامتری در هنگام استفاده از این تکنیک، سیستم دکوپله شده منتجه بصورت زیر خواهد بود:

$$\ddot{y} = \ddot{q} = F + e \quad (15-4)$$

که در آن e بصورت ذیل تعریف می گردد.

$$e = (D^{-1}\hat{D} - I)v + D^{-1}(\hat{h} - h) \quad (16-4)$$

در رابطه اخیر I ماتریس واحد، D ماتریس اینرسی ربات، v ورودی کنترلی جدید و h شامل جمله های گرانشی، کوریولیس و گریز از مرکز می باشد. هچنین \hat{D} و \hat{h} بترتیب تقریبهای D و h می باشد. حال یک ورودی کنترلی به صورت ذیل طراحی می کنیم:

$$F = a_{0,i}v_i - a_{1,i}\dot{y}_i - a_{0,i}y_i \quad (17-4)$$

با جایگذاری رابطه اخیر در معادله (۱۵-۴) داریم :

$$\ddot{y}_i + a_{1,i}\dot{y}_i + a_{0,i}y_i = a_{0,i}v_i + e_i \quad (18-4)$$

که در آن v_i ورودی کنترلی خطی مربوط به مختصات i می باشد. هدف ما در اینجا طراحی ورودی کنترلی v_i است بگونه ای که خطای ردگیری مینیمم گردد. برای این منظور فرض کنید خروجی مطلوب i ام به صورت ذیل بیان گردد.

$$\ddot{y}_i^d + a_{1,i}\dot{y}_i^d + a_{0,i}y_i^d = a_{0,i}v_i^d \quad (19-4)$$

که v_i^d ورودی خطی مرجع برای مختصات i ام می باشد. در این مرحله ضرایب $a_{1,i}, a_{0,i}$ به صورت ذیل انتخاب گردیدند.

$$a_{0,i} = 600 \quad i=1, \dots, 6 \quad (20-4)$$

$$a_{1,i} = 3$$

لازم بذکر است که در اینجا برای تمامی پارامترها ۱۰۰٪ عدم قطعیت در نظر گرفتیم. با کم کردن طرفین رابطه (۱۹-۴) از (۱۸-۴) داریم:

$$\ddot{y}_i' + a_{1,i}\dot{y}_i' + a_{0,i}y_i' = a_{0,i}v_i' + e_i \quad i=1, \dots, n \quad (21-4)$$

که در آن

$$\mathbf{y}_i' = \mathbf{y}_i - \mathbf{y}_i^d \quad (22-4)$$

$$v_i' = v_i - v_i^d$$

با انتخاب موقعیت و سرعت به عنوان متغیرهای حالت، معادله (۲۱-۴) در فضای حالت به صورت ذیل خواهد بود.

$$\dot{\mathbf{x}}_i' = F_i \mathbf{x}_i' + G_i v_i' + G_i' e_i \quad (23-4)$$

$$\mathbf{y}_i' = \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i'$$

که در آن

$$\mathbf{x}_i' = \begin{bmatrix} y_i' \\ \dot{y}_i' \end{bmatrix}, \quad F_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_{0,i} & -a_{1,i} \end{bmatrix} \quad (24-4)$$

$$G_i = \begin{bmatrix} 0 \\ a_{0,i} \end{bmatrix}, \quad G_i' = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad H_i' = [1 \quad 0]$$

اینک فرض می کنیم که بتوان اغتشاش را با یک معادله دیفرانسیل مرتبه p همانند ذیل مدل کرد [۷۸].

$$\mathbf{e}_i^{(p)} = \sum_{j=1}^p b_j \mathbf{e}_i^{(p-j)} \quad (25-4)$$

در مرحله بعد یک سری متغیرهای جدید همانند ذیل تعریف می کنیم.

$$\mathbf{z}_i = \mathbf{x}_i^{(p)} - \sum_{j=1}^p b_j \mathbf{x}_i^{(p-j)} \quad (26-4)$$

$$\mathbf{s}_i = \mathbf{v}_i^{(p)} - \sum_{j=1}^p b_j \mathbf{v}_i^{(p-j)} \quad (27-4)$$

با مشتق گیری از (26-4) نسبت به زمان خواهیم داشت:

$$\dot{\mathbf{z}}_i = F \mathbf{z}_i + G_i s_i \quad (28-4)$$

$$\dot{\mathbf{y}}_i^{(p)} = H_i \mathbf{x}_i^{(p)} = \sum_{j=1}^p b_j \mathbf{y}_i^{(p-j)} + H_i \mathbf{z}_i \quad (29-4)$$

در گام بعد با تعریف یک بردار حالت جدید بصورت ذیل، فرم جدیدی از معادلات حالت بدست خواهد آمد.

$$\mathbf{Z}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_i' & \mathbf{y}_i' & \cdots & \mathbf{y}_i^{(p-1)} & \mathbf{z}_i \end{bmatrix}^T \quad (30-4)$$

$$\dot{\mathbf{Z}}_i = \Lambda_i \mathbf{Z}_i + \psi_i \mathbf{s}_i \quad (31-4)$$

$$\mathbf{y}_i = H_i \mathbf{Z}_i$$

که در آن

$$\Lambda_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \cdots 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 1 \cdots 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_n & b_{n-1} & b_1 & H_i \\ 0 & 0 & \cdots 0 & F_i \end{bmatrix}$$

,

$$H_i = [1 \ 0 \ 0 \ \cdots \ 0]$$

$$\Psi_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ B_i k_{0,i} \end{bmatrix} \quad (32-4)$$

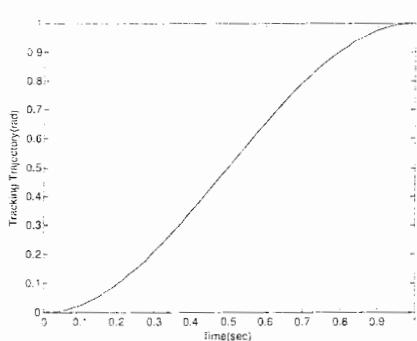
توجه شود که اگر (F_i, G_i) کنترل پذیر باشد آنگاه (A_i, B_i) نیز کنترل پذیر می باشد [۷۹]. نهایتاً در مرحله آخر بردار کنترلی s_i را می یابیم.

$$s_i = -\mu_{p,i} y'_i - \mu_{p-1,i} \dot{y}'_i - \dots - \mu_{p,i} y_i^{(p-1)} - \mu_{0,i} z_i \quad (33-4)$$

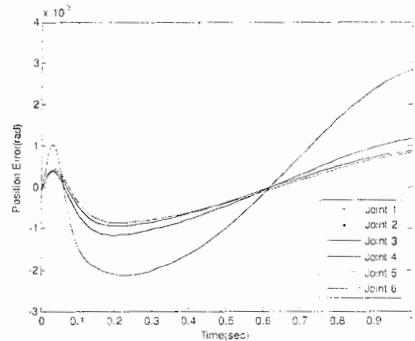
در این حالت ضرایب کنترل حلقه خارجی به صورت ذیل بدست آمد.

$$k_i = [71.327 \quad 3.9546 \quad 0.1367] \quad i=1, \dots, 6 \quad (34-4)$$

نتایج شبیه سازی در ادامه نشان داده شده است.

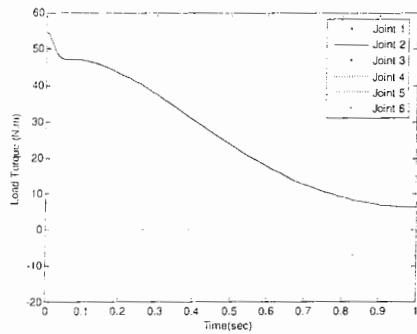


شکل (۱۷-۴) خروجی ردگیری شده

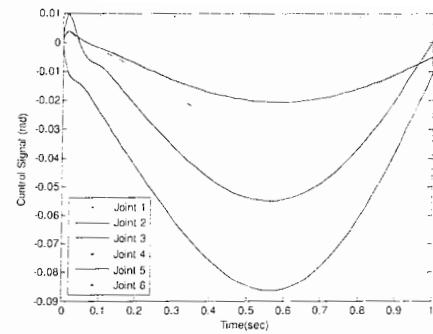


شکل (۱۸-۴) خطای ردگیری

از آنجایی که هدف اصلی در اینجا تعیین ورودی کنترلی v_i ، برای غلبه بر عدم قطعیت پارامتری و اغتشاشات خارجی بوده است ملاحظه می گردد که سیگنال کنترلی v_i ، شکل (۱۸-۴)، به ورودی مرجع اضافه می گردد تا سیستم در مقابل اغتشاشات اعمالی مقاوم گردد.

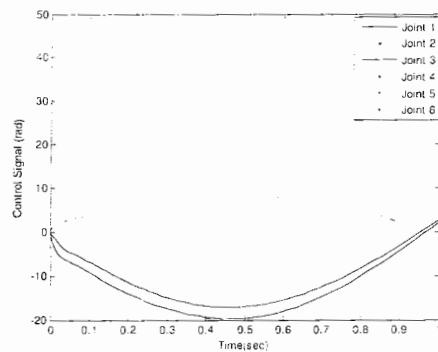


شکل (۱۹-۴) گشتاور بار

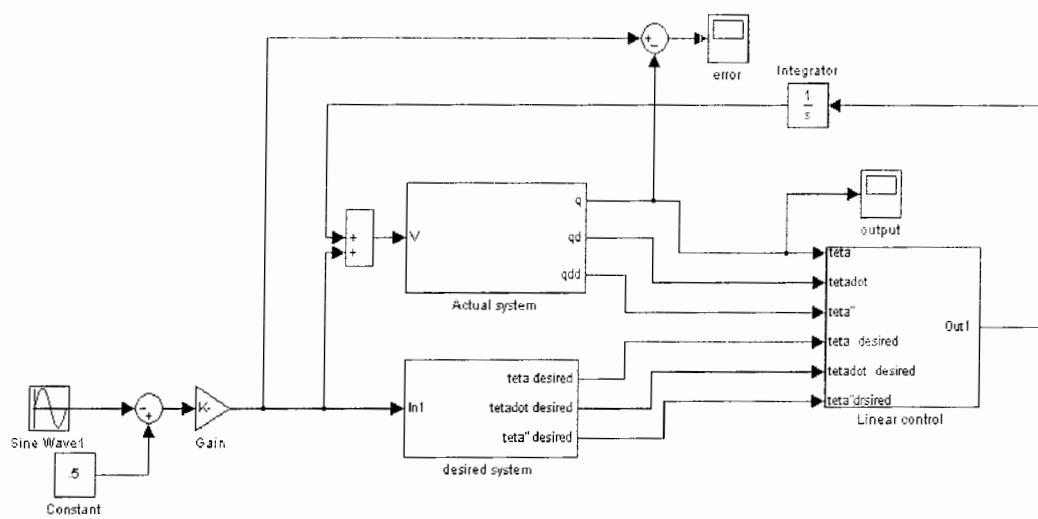


شکل (۱۸-۴) سیگنال کنترلی

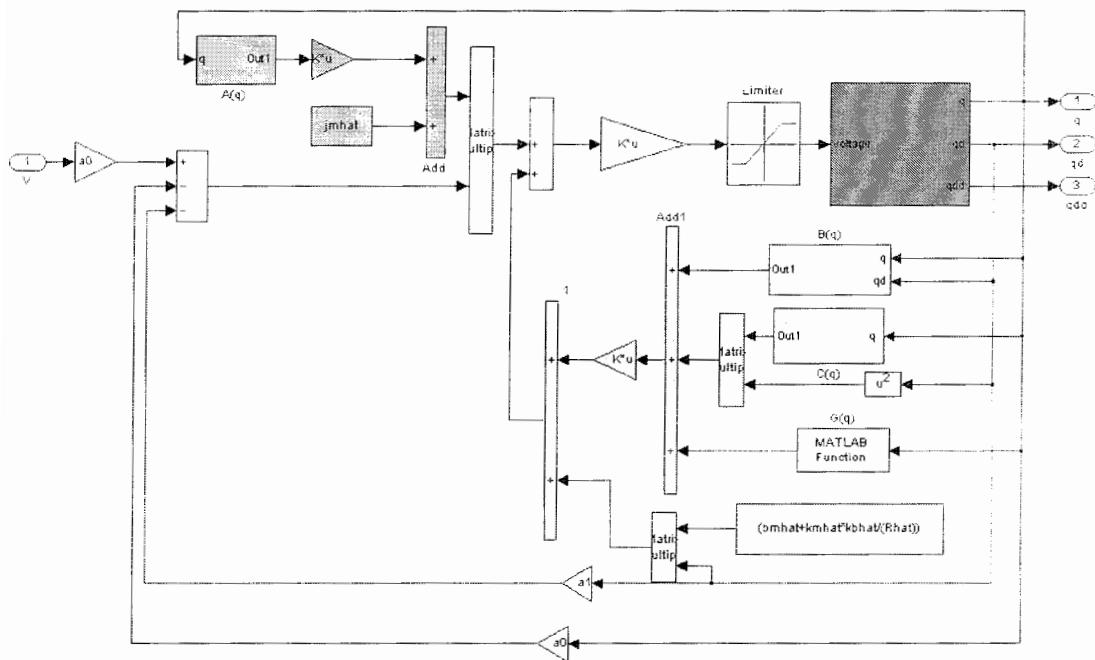
در این حالت سیگنال ولتاژ موتورها نیز بصورت شکل (۲۰-۴) بدست آمد که نمایانگر یک ولتاژ منطقی برای محرکها می باشد.



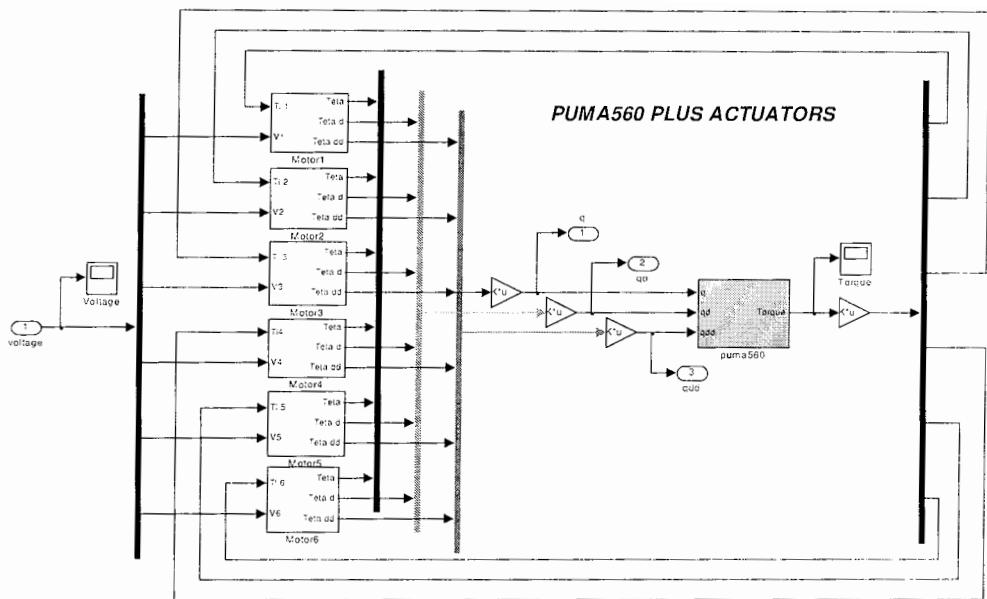
شکل (۲۰-۴) ولتاژ موتورها



شکل (۲۱-۴) بلوک دیاگرام شبیه سازی شده در نرم افزار MTLAB



شکل (۲۲-۴) مدار معادل داخلی قسمت مربوط به خطی سازی فیدبکی



شکل(۲۳-۴) مدار معادل سیستم مورد مطالعه با لحاظ کردن اثر محرکها

۴-۵) کنترل مقاوم شبه تطبیقی اسپانگ

بخاطر مشکلات ناشی از محاسبه باند دقیق عدم قطعیت، یک قانون کنترل غیر خطی مقاوم ساده برای یک بازوی ماهر دو لینکی، بدون توجه به اثر محرکها، و با بکارگیری تئوری مشهور لیاپانوف مبنی بر پایداری تضمین شده سیستمهای دچار عدم قطعیت، ارائه شده است [۱۱]. نوآوری روش ارائه شده توسط اسپانگ^۱ که از آن به عنوان روش لیتمان^۲ نیز نام برده می شود، این است که باند عدم قطعیت مورد نیاز برای بدست آوردن قانون کنترل و اثبات کراندار بودن یکنواخت خطای ردگیری تنها به پارامترهای اینرسی ربات وابسته می باشد. در حالیکه در کاربردهای قبلی از این روش، باند عدم قطعیت نه تنها به پارامترهای اینرسی، بلکه به ورودی مرجع و بردار حالت بازوی ماهر نیز وابسته می باشد. روش پیشنهادی،

¹ Spong, M.W

² Leitmann

فرضیات قبلی مبنی بر همگرایی نرم ماتریس اینرسی محاسبه شده، به ماتریس اینرسی واقعی را نیز برطرف می سازد. باستی توجه نمود که تمامی این نتایج با بکار گیری خاصیت پاد متقارنی و خاصیت خطی سازی پارامتری دینامیک ربات بدست آمده است. بجهت مقایسه بین روش‌های رایج کنترل مقاوم، روش مزبور برای یک ربات آرنجی صفحه ای با در نظر گرفتن اثر محرکها پیاده سازی شد. لازم بذکر است که با توجه به پیکر بندی ربات آرنجی و اتصال لینکها توسط مفاصل چرخشی، این روش برای ربات PUMA560 با شش درجه آزادی نیز قابل تعمیم می باشد.

معادلات دینامیکی (۳۰-۲) را در نظر بگیرید که رابطه (۳۰-۲) را برقرار می سازد. از آنجا که پارامترهای ربات نظیر جرم رابطهای، اینرسی، لختی ها و ... بصورت ضرایب توابعی معلوم از متغیرهای مفصلی هستند، لذا با تعریف هر ضریب بعنوان یک پارامتر مجزا رابطه ای خطی بدست می آید که با توجه به این خاصیت، دینامیک ربات را می توان بصورت ذیل بیان کرد.

$$A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\theta = \tau \quad (35-4)$$

که در آن θ یک بردار p بعدی از پارامترهای اینرسی و Y یک ماتریس $n \times p$ از توابع معلومی از مختصات تعمیم یافته و مشتقهای مرتبه بالاتر آنها است. بنابراین رابطه (۳۵-۴) بیانگر آن است که معادلات دینامیکی اویلر لاگرانژ نسبت به پارامترها، خطی است. در اینجا فرض شده است که بردار پارامتری θ نامشخص می باشد، که حاکی از آن است که بردار پارامتری نامی $\theta_0 \in R^p$ و $\rho \in R^+$ وجود دارد که رابطه زیر را برقرار می سازد.

$$\|\tilde{\theta}\| = \|\theta - \theta_d\| \leq \rho \quad (36-4)$$

با این ایده، یک بردار کنترلی بصورت ذیل تعریف می کنیم.

$$\tau_0 = Y(q, \dot{q}, v, a)(\theta_0) - kr \quad (37-4)$$

که در آن

$$v = \dot{q}_d - \Lambda \tilde{q} \quad , \quad a = \dot{v} \quad , \quad r = \dot{\tilde{q}}_d + \Lambda \tilde{q} \quad , \quad \tilde{q} = q - q_d \quad (38-4)$$

و ماتریس‌های K, Λ مثبت معین می‌باشند. لازم بذکر است در صورتیکه پارامترها معلوم باشند الگوریتم کنترلی پیشنهادی مشابه طرح تطبیقی اسلوتن و لی^۱ می‌باشد. همچنین می‌بایستی توجه کرد که بردار کنترلی τ_0 در (۳۷-۴) بر حسب پارامترهای داده شده بوسیله θ_0 تعریف می‌شود. این پارامترها با زمان تغییر نکرده و یا اصلاح نمی‌شوند و از همه مهمتر اینکه در این روش تنها نیازمند یک باند اولیه از عدم قطعیت پارامتری $\tilde{\theta}$ می‌باشیم. آخرین مرحله در طراحی قانون کنترل مقاوم، طراحی بردار کنترلی τ بر حسب بردار کنترلی نامی τ_0 بصورت ذیل می‌باشد.

$$\tau = Y(q, \dot{q}, v, a)(\theta_0 + u) - kr \quad (39-4)$$

که در آن

$$u = \begin{cases} -\rho \frac{Y^T r}{\|Y^T r\|} & \text{if } \|Y^T r\| > \varepsilon \\ -\frac{\rho}{\varepsilon} Y^T r & \text{if } \|Y^T r\| \leq \varepsilon \end{cases} \quad (40-4)$$

لازم بذکر است که ورودی کنترلی اضافی u جهت دستیابی مقاوم کردن در مقابل عدم قطعیت پارامتری نشان داده شده بوسیله $\tilde{\theta}$ بصورت (۴۰-۴) طراحی گردید. آنالیز پایداری روش مذبور بطور کامل انجام گردیده است [۱۱].

به عنوان مثالی از الگوریتم بالا، ربات دو لینکی با معادله دینامیکی (۴۱-۴) و مشخصات جدول زیر را در نظر بگیرید.

^۱ Slotine & Li

جدول (۱-۴)

| Manipulator | Motors |
|---|-----------------------------|
| $l_1 = 1m$ | $R = 0.1\Omega, L = 0.001H$ |
| $l_2 = 1m$ | $J_m = 0.0001kg.m^2$ |
| $m_1 = 10kg$ | $B_m = 0.001Nm.s/rad$ |
| $m_2 = 5kg$ | $K_m = K_b = 0.02 Nm/A$ |
| $I_1 = \frac{10}{12}, I_2 = \frac{5}{12}$ | $r = 0.02, 24V$ |
| $l_{c1} = l_{c2} = 0.5$ | |

$$\left(Rk_m^{-1}rA(q) + Rk_m^{-1}J_m r^{-1} \right) \ddot{q} + Rk_m^{-1}B_m r^{-1}\dot{q} + Rk_m^{-1}r(C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q)) = V \quad (41-4)$$

با استفاده از خاصیت پادمترانی و قابلیت خطی سازی پارامتری دینامیک ربات داریم:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \frac{Rr}{k_m} \left(m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + I_1 \right) & \theta_5 &= \frac{RB_m}{rk_m} \\ \theta_2 &= \frac{Rr}{k_m} \left(m_2 l_{c2}^2 + I_2 \right) & \theta_6 &= \frac{Rr}{k_m} m_1 l_{c1} \\ \theta_3 &= \frac{Rr}{k_m} \left(m_2 l_1 l_{c2} \right) & \theta_7 &= \frac{Rr}{k_m} m_2 l_1 \\ \theta_4 &= \frac{J_m R}{rk_m} & \theta_8 &= \frac{Rr}{k_m} m_2 l_{c2} \end{aligned}$$

و در نتیجه

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \ddot{q}_1 & Y_{21} &= 0 \\ Y_{12} &= \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 & Y_{22} &= \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 \\ Y_{13} &= \cos q_2 (2\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) - 2\sin(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 - \sin(q_2) \dot{q}_2^2 & Y_{23} &= \cos q_2 \ddot{q}_1 + \sin(q_2) \dot{q}_1^2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll}
Y_{14} = \ddot{q}_1 & Y_{24} = \ddot{q}_2 \\
Y_{15} = \dot{q}_1 & Y_{25} = \dot{q}_2 \\
Y_{16} = g \cos(q_1) & Y_{26} = 0 \\
Y_{17} = g \cos(q_1) & Y_{27} = 0 \\
Y_{18} = g \cos(q_1 + q_2) & Y_{28} = g \cos(q_1 + q_2)
\end{array}$$

با توجه به جدول (۴-۱) مقادیر θ_i بصورت جدول (۲-۴) بدست آمد.

جدول (۲-۴)

| θ_1 | θ_2 | θ_3 | θ_4 | θ_5 | θ_6 | θ_7 | θ_8 |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 0.833 | 0.167 | 0.25 | 0.025 | 0.25 | 0.5 | 0.5 | 0.25 |

در اینجا فرض می کنیم که بازوی ماهر در حال حمل یک بار نامعلوم می باشد. بنابراین با بار به عنوان بخشی از رابط دوم برخورد کرده و بنابراین تنها پارامترهای m_2, l_{c2} و I_2 نامعلوم می باشند. از طرف دیگر فرض کردیم که پارامترهای موتور نیز بطور کامل شناسایی نشده اند. حال با در نظر گرفتن رنج عدم قطعیت پارامترها به فرم ذیل، (۴-۲)، و انتخاب مقدار متغیر رنج ممکن θ_i برای محاسبه بردار پارامتری نامی θ_0 ، جدول (۳-۴)، باند عدم قطعیت β بصورت جدول (۴-۴) بدست می آید.

$$\begin{array}{llll}
0 \leq \Delta b_m \leq 0.1 & 0 \leq \Delta m_2 \leq 10 & 0 \leq \Delta k_m \leq 0.1 & 0 \leq \Delta k_b \leq 0.1 \\
0 \leq \Delta R \leq 1 & 0 \leq \Delta J_m \leq 0.1 & 0 \leq \Delta l_{c2} \leq 0.5 & 0 \leq \Delta I_2 \leq \frac{15}{12}
\end{array} \quad (4-2-4)$$

جدول (۳-۴) پارامترهای نامی

| θ_{01} | θ_{02} | θ_{03} | θ_{04} | θ_{05} | θ_{06} | θ_{07} | θ_{08} |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 2.1 | 1.634 | 1.5 | 22.95 | 23.27 | 0.71 | 1.625 | 1.5 |

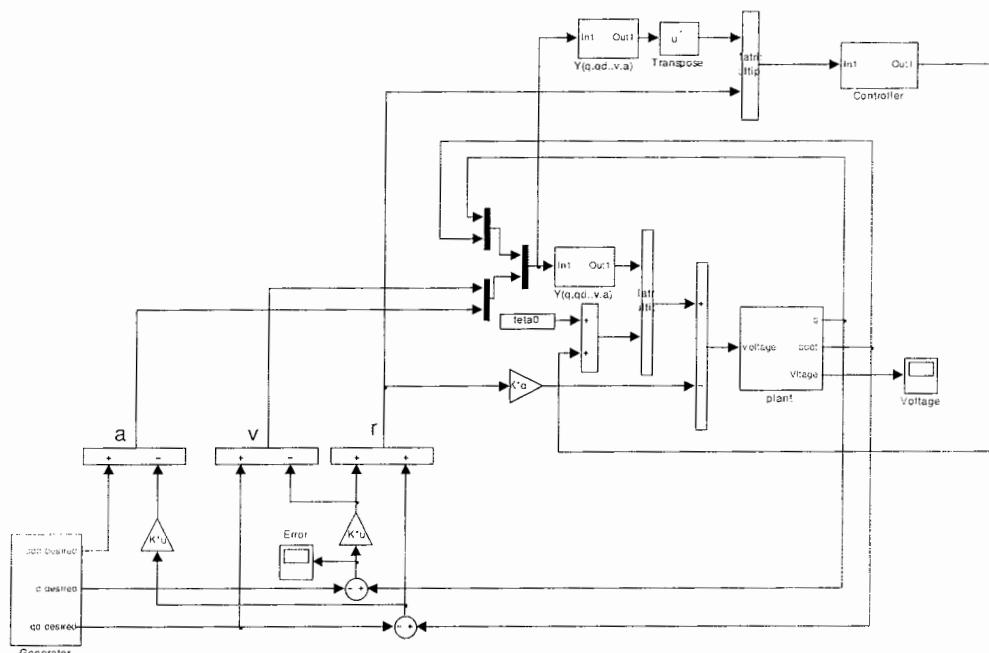
جدول (۴-۴) باند عدم قطعیت

| ρ_1 | ρ_2 | ρ_3 | ρ_4 | ρ_5 | ρ_6 | ρ_7 | ρ_8 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1.267 | 1.467 | 1.25 | 22.925 | 23.02 | 0.21 | 1.125 | 1.25 |

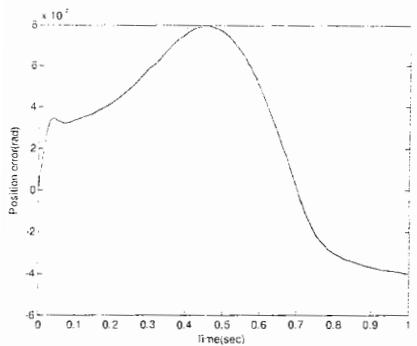
بلوک دیاگرام مربوط به طرح مزبور به صورت شکل (۲۴-۴) خواهد بود.

شکل (۲۵-۴) و شکل (۲۶-۴) بترتیب سیگنال ولتاژ ورودی و خطای ردگیری موتورها را برای مسیر شکل

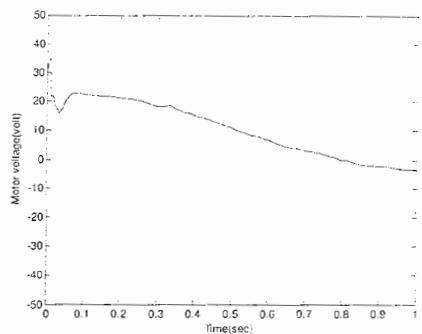
(۸-۲) نشان می دهد. همچنین سیگنال گشتاور مربوط به بار به صورت شکل (۲۷-۴) بدست آمد.



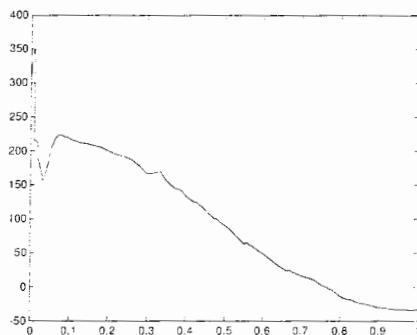
شکل (۲۴-۴) بلوک دیاگرام سیستم شبیه سازی شده



شکل (۲۶-۴) خطای ردگیری مفاصل ۱ و ۲



شکل (۲۵-۴) سیگنال ولتاژ موتورها



شکل (۲۷-۴) گشتاور بار ربات

لازم بذکر است که در روش مزبور ماتریسهای طراحی شده k و a بصورت ذیل می باشد.

$$a = \begin{pmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 122 \end{pmatrix} \quad , \quad k = \begin{pmatrix} 55 & 0 \\ 0 & 25 \end{pmatrix} \quad , \quad \varepsilon = 1 \quad (43-4)$$

۴-۶) استراتژی کنترل مقاوم آزاد از مدل

۱-۶-۴) مرور تاریخی

وجود اثرات دینامیکی غیر قابل انعکاس همانند اصطکاک، مدهای نوسانی لینکها و مفاصل غیر صلب و

همچنین نیاز به پروسسورهای سریع منجر به طراحی قوانین کنترل مقاوم برای بازوی ماهر گردیده است که ردگیری مجانبی مسیرها با سیگنالهای کنترلی محدود را در پی دارد.

عنوان مثال، بعلت وجود مدل دینامیکی سنگین و رابطه‌های انعطاف پذیر، یک کلاس از کنترلهای موقعیت مدل آزاد^۱، برای کنترل یک ربات آرنجی دو لینکی پیشنهاد داده شده است [۸۰]. در روش پیشنهادی طراحی کنترلر و اثبات پایداری مستقل از دینامیک کل سیستم بوده و تنها نیازمند به معادله دینامیکی دقیق یک بازوی انعطاف پذیر تک لینکی و رابطه انرژی سیستم برای استراتژی کنترل می‌باشد. [۸۱] یک کنترلر مدل آزاد برای بازوی ماهر تک لینک ارائه داد که بر عدم قطعیتهای ناشی از مدلینگ غلبه می‌کند. اما این روش اثر اغتشاشات خارجی را مورد بررسی قرار نمی‌دهد. [۸۲] کار اخیر را برای یک بازوی ماهر چند لینک توسعه داد، با این تفاوت که در این جا اثرات ناشی از اغتشاشات خارجی نیز هم در نظر گرفته شده است. همچنین تحقیقات بسیاری بر روی شبکه‌های عصبی صورت گرفته است که منجر به توسعه کنترلر های یادگیری مدل آزاد شده است [۸۳-۸۷]. به عنوان مثال یک کنترلر مدل آزاد برای ربات بر مبنای شبکه عصبی پیشنهاد شده است [۸۶]. همچنین یک طرح فیدبک خروجی مقاوم بر مبنای شبکه عصبی برای کنترل حرکت بازوی ربات و بدون نیاز به اندازه گیری سرعتهای مفصلی پیشنهاد داده است، که در آن یک کنترلر شبکه عصبی مدل آزاد برای کنترل ربات بکار گرفته می‌شود [۸۸]. یک کنترلر فازی عصبی مقاوم برای دستیابی به کنترل موقعیت مفصلی با دقت بالا، پیشنهاد شده است [۸۹]. روش مزبور بر روی یک بازوی دو لینکی با در نظر گرفتن حرکتها پیاده سازی شده است. نکته قابل توجه در اینجا این است که شبکه عصبی قابلیتهای قدرتمندی همچون یادگیری تطبیقی^۲، تقارن^۳ و تولرانس خطأ^۴ را فراهم می‌کند که قابل تعمیم به متدهای فازی می‌باشد. اما این روش طراحی

^۱ Model-Free

^۲ Adaptive learning

^۳ Parallelism

^۴ fault tolerance

نیازمند قوانین فازی ثابت و از پیش تعریف شده یا ساختار شبکه عصبی می باشد که همین عوامل باعث کاهش انعطاف پذیری و قابلیت پردازش عددی این کنترلر می گردد. از همه مهمتر این که محاسبات غیر ضروری و اضافی افزایش یافته و تضمین پایداری و مقاوم بودن سیستمهای کنترل شبکه عصبی دشوار می باشد. تعدادی از کارهای مرتبط با کنترلهای مدل آزاد ارائه شده است [۹۰-۹۵].

بنابراین کارهای اخیر در زمینه طراحی کنترلهای مدل آزاد ضرورت کار بیشتر در این زمینه را نشان می دهد. در این بخش سعی بر آن داریم که یک طرح کنترل مقاوم مدل آزاد، برای ربات PUMA560 و تنها با بکارگیری فیدبک حالت و به دور از تکنیکهای مدل مبنا ارائه دهیم. نشان خواهیم داد که کنترلر پیشنهادی بصورت تحلیلی نسبت به دینامیکهای مدل نشده، عدم قطعیتهای پارامتری و اغتشاشات خارجی مقاوم است و لذا انعطاف پذیری بالایی برای کار بر روی رباتهای گوناگون با در نظر گرفتن اثر موتورها، بوسیله طرح پیشنهادی وجود دارد. لازم بذکر است که روش پیشنهادی می تواند مقاوم بودن فرآیند رد گیری را تضمین کند.

۴-۶-۲) مروری بر معادلات دینامیکی موتور

ربات پیوما دارای ۶ موتور می باشد، که هر کدام از این موتورها به یک مفصل تعلق دارد. این موتورها در دو نوع مختلف موجود هستند. موتورهای بزرگتر برای راه اندازی سه مفصل ابتدایی و موتورهای کوچکتر برای راه اندازی سه مفصل انتهایی بکار گرفته می شوند [۳۳].

برای این منظور معادلات دیفرانسیل توصیف شده حرکت یک موتور DC مغناطیس دائم با در نظر گرفتن اثر اندوکتانس موتورها را بفرم ذیل در نظر بگیرید.

$$J_{m_i} L_i \ddot{\theta}_i + (J_{m_i} R_i + L_i B_{m_i}) \ddot{\theta}_i + (R_i B_{m_i} + K_{m_i} K_{b_i}) \dot{\theta}_i = r_i K_{m_i} v_i - r_i^2 (R_i \tau_{l_i} + L_i \frac{d\tau_{l_i}}{dt}) \quad (44-4)$$

با انتخاب بردارهای موقعیت، سرعت و شتاب بعنوان متغیرهای حالت، مجموعه‌ای از معادلات فضای حالت مرتبه سوم به صورت ذیل با ولتاژ آرمیچر بعنوان ورودی ایجاد خواهد شد.

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i + \sigma_i \quad (45-4)$$

که ماتریس‌های A_i, B_i, σ_i به صورت ذیل تعریف می‌گردد.

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-\left(R_i B_{m_i} + K_{m_i} K_{b_i}\right)}{J_{m_i} L_i} & \frac{-\left(J_{m_i} R_i + L_i B_{m_i}\right)}{J_{m_i} L_i} \end{bmatrix} \quad (46-4)$$

$$b_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{r_i K_{m_i}}{J_{m_i} L_i} \end{bmatrix}, \quad \sigma_i = -\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{r_i^2 (R_i \tau_{l_i} + L_i \dot{\tau}_{l_i})}{J_{m_i} L_i} \quad (47-4)$$

که در آن θ_i سرعت زاویه ای بار، v_i ولتاژ موتور، τ_{l_i} گشتاور بار، L_i انداکتانس آرمیچر، R_i مقاومت آرمیچر، K_{bi} ثابت ضد محركه برگشته، K_m ثابت گشتاور، J_{m_i} ممان اینرسی، B_{m_i} ضریب میرایی، σ_i اغتشاش خارجی و r_i ضریب چرخ دنده می‌باشد.

۳-۶-۴) طرح کنترلر پیشنهادی

فرض کنید فرم فضای حالت برای موتور مفصل نام از بازوی ربات بوسیله معادله ذیل داده شود.

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i + d_i \quad (48-4)$$

$$y_i = c_i x_i \quad (49-4)$$

که در آن d_i صورت ذیل تعریف می‌شود.

$$\mathbf{u}_i = -k_i \mathbf{x}_i + k_{0,i} \mathbf{r}_i \quad (50-4)$$

همچنین x_i , بردار حالت، y_i بردار خروجی مختصات آم، k_i , $k_{0,i}$ پارامترهای طراحی برای جایابی قطب و d_i بردار عدم قطعیتها و r_i ورودی کنترلی مقاوم کننده است و ماتریس‌های A_i , B_i , c_i و بردار x_i , d_i به صورت ذیل تعریف می‌گردد.

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c_i = [1 \quad 0] \quad (51-4)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_{1,i} \\ x_{2,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, \quad d_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \eta \end{bmatrix} \quad (52-4)$$

که ۱۷ شامل خطای مدلینگ و اغتشاش خارجی می‌باشد. لازم بذکر است که در این فرم نمایش هیچگونه اطلاعاتی درباره پارامترهای موتورها نداریم و تمامی آنها را بعنوان خطای مدلینگ در نظر گرفتیم. همچنین فرض کردیم که شکل معادلات فضای حالت موتورها را بصورت یک معادله مرتبه ۲ بدست آورده ایم، در صورتیکه مدل کامل محرکها در شبیه سازی لحاظ شده است. با جایگذاری معادله (۵۰-۴) در (۴۸-۴) داریم:

$$\dot{\mathbf{x}}_i = (A_i - B_i k_i) \mathbf{x}_i + B_i k_{0,i} \mathbf{r}_i + \mathbf{d}_i \quad (53-4)$$

در اینجا ما بدنیال توسعه یک الگوریتم برای تنظیم i می‌باشیم. بگونه‌ای که سیستم بصورت مجانبی در مقابل اغتشاشات خارجی و فضای ناشی از مدلینگ، پایدار باقی بماند. برای این منظور فرض کنید معادلات سیستم حلقه بسته مطلوب از مختصات ۱ آم بوسیله رابطه ذیل داده شود.

$$\dot{\mathbf{x}}_i^d = (A_i - B_i k_i) \mathbf{x}_i^d + B_i k_{0,i} \mathbf{r}_i^d \quad (54-4)$$

$$\mathbf{y}_i^d = \mathbf{c}_i \mathbf{x}_i^d \quad (55-4)$$

که در آن r_i^d و y_i^d بترتیب مسیرهای مرجع و خروجی مطلوب برای مختصات آم در فضای مفصلی هستند و بردار ضرایب k_i بگونه ای تنظیم می شود که y_i^d بنحو مطلوبی به r_i^d همگرا شود. با کم کردن (۵۴-۴) از (۵۳-۴) و (۵۵-۴) از (۴۹-۴) معادلات خطای ردگیری بصورت ذیل بدست خواهد آمد:

$$\dot{e}_i = (A_i - B_i k_i) e_i + B_i k_{0,i} v_i + d_i \quad i=1,\dots,n \quad (56-4)$$

$$\zeta_i = c_i e_i \quad (57-4)$$

که در آن

$$\zeta_i = y_i - y_i^d \quad (58-4)$$

$$e_i = x_i - x_i^d \quad (59-4)$$

$$v_i = r_i - r_i^d \quad (60-4)$$

با توجه به خواص مربوط به سیستمهای خطی و گرفتن مشتقات زمانی مرتبه p از معادله (۵۶-۴)

خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} e_i^{(p+1)} - \sum_{j=1}^p b_j e_i^{(p-j+1)} &= (A_i - B_i k_i) \left\{ e_i^{(p)} - \sum_{j=1}^p b_j e_i^{(p-j)} \right\} + \left\{ d_i^{(p)} - \sum_{j=1}^p b_j d_i^{(p-j)} \right\} \\ &\quad + B_i k_{0,i} \left\{ v_i^{(p)} - \sum_{j=1}^p b_j v_i^{(p-j)} \right\} \end{aligned} \quad (61-4)$$

اینک فرض می کنیم که d_i را بتوان بصورت یک معادله دیفرانسیل معمولی مرتبه p همانند ذیل مدل کرد که مرتبه p از این معادله دیفرانسیل ساختار دینامیکی d_i را منعکس می سازد [۹۶].

$$d_i^{(p)} = \sum_{j=1}^p b_j d_i^{(p-j)} \quad (62-4)$$

با این ایده قانون کنترلی به فرمت ذیل تعریف می کنیم. از آنجایی که v_i تابعی از خطای رد گیری e_i است، بنابراین^۷ تنها به خطای رد گیری وابسته بوده و در نتیجه تضمین می گردد که خطای رد گیری بطور مجانبی به صفر همگرا می شود.

$$v_i^{(p)} - \sum_{j=1}^p b_j v_i^{(p-j)} = -\sum_{j=1}^p \mu_{j,i} \zeta_i^{(p-j)} - \mu_{0,i} \left(e_i^{(p)} - \sum_{j=1}^p b_j e_i^{(p-j)} \right) \quad (63-4)$$

با جایگذاری کردن (۶۳-۴) در (۶۲-۴) و بکارگیری (۶۱-۴) خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} e_i^{(p+1)} - \sum_{j=1}^p b_j e_i^{(p-j+1)} &= \left(A_i - B_i k_i - B_i k_{0,i} \mu_{0,i} \right) \left\{ e_i^{(p)} - \sum_{j=1}^p b_j e_i^{(p-j)} \right\} \\ &\quad - B_i k_{0,i} c_i \sum_{j=1}^p \mu_{j,i} e_i^{(p-j)} \end{aligned} \quad (64-4)$$

گامنهایی، تنظیم ورودی کنترل خطی در (۵۳-۴) برای محاسبه اثرات خطاهای ناشی از مدلینگ و اغتشاشات خارجی همانند ذیل می باشد.

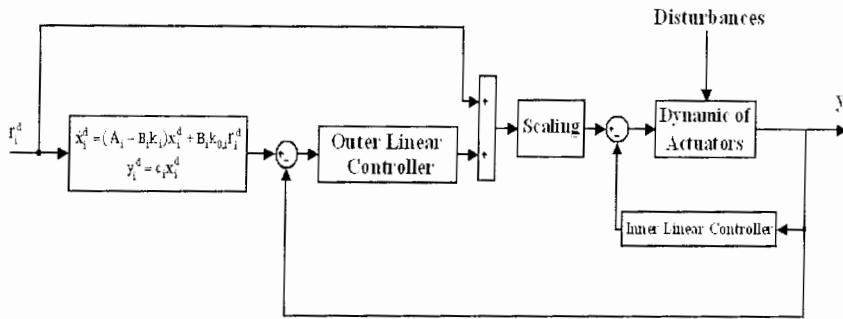
$$r_i = r_i^d + v_i \quad (65-4)$$

بنابراین دو مجموعه از قطبهای سیستم حلقه بسته بایستی محاسبه گردد:

۱- قسمت کنترل خطی داخلی: برای قرار دادن قطبهای حلقه بسته در موقعیتهای مطلوب و لذا کنترل خروجی برای رد گیری وردی مرجع.

۲- قسمت کنترل خطی خروجی: برای قرار دادن قطبهای حلقه بسته معادله (۶۴-۴) در مکانهای مطلوب برای خنثی کردن اثرات عدم قطعیت.

طرح کنترل پیشنهادی در شکل (۲۸-۴) مشاهده می گردد. بر طبق [۹۷] دقت رد گیری خوبی را می توان با مدل عدم قطعیت نسبتاً پایین ($p=1$ یا 2) بدست آورد. برای این منظور می بایستی قطبهای حلقه بسته مربوط به کنترل خارجی رادر سمت چپ قطبهای مربوط به حلقه کنترل داخلی و سمت چپ محور زقرار داد.



شکل(۲۸-۴) طرح کنترل مقاوم مدل آزاد

۴-۶-۴ شبیه سازی

در اینجا بوسیله شبیه سازی نشان می دهیم با توجه به روش پیشنهادی، ربات مورد مطالعه می تواند به طور موثری کنترل شده و در مقابل عدم قطعیتها مقاوم گردد، بدون آنکه نیاز به هر گونه اطلاعاتی از پارامترهای سیستم باشد.

گامهای مهم برای پیاده سازی الگوریتم کنترل مقاوم مدل آزاد عبارتند از:

الف) طراحی یک مسیر مناسب هموار^۱ مطابق ذیل، جهت شبیه سازی.

$$\theta = -a \cos\left(\frac{\pi}{T}t\right) + a, \quad t \geq 0 \quad (4-6-4)$$

همانطوری که دیده می شود مسیر پیشنهادی با سرعت صفر شروع شده و در لحظه T با سرعت صفر پایان می یابد. بایستی توجه شود که مسیر در جایی شروع شده است که زاویه مفصلی فرار داشته است که این امر، منجر به خطای ردگیری اولیه صفر خواهد شد که فاکتور مهمی برای کاهش خطای ردگیری می باشد.

¹ smooth

ب) طراحی حلقه کنترل داخلی برای دستیابی به ردگیری با بکارگیری جایابی قطب^۱ و انتخاب قطبهای حلقه بسته هر محرک مطابق ذیل. با توجه به مطالعه ارائه شده در بالا بردار فیدبک حالت به صورت ذیل بدست آمد.

$$K_i = [20225 \quad 50] \quad (67-4)$$

با استی توجه گردد که مدل کامل موتور مغناطیس دائم برای شبیه سازی بکار گرفته شده است، اما فرم فضایی حالت غیر کامل آنها با ماتریس‌های (۴-۵۱) برای قانون کنترل استفاده شده است.

ج) مدلینگ d_i بوسیله معادله دیفرانسیل مرتبه p و تنظیم معادله (۴-۶۲) به صفر و نهایتاً بدست آوردن b_i . در این حالت با انتخاب $p=1$ و تنظیم معادله (۴-۶۲) به صفر داریم:

$$\begin{aligned} d_i^{(1)} &= b_1 d_i \\ &= 0 \end{aligned} \quad (68-4)$$

بنابراین

$$d_i = \text{ثابت دلخواه} \quad (69-4)$$

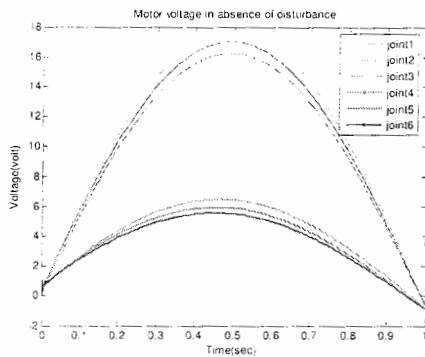
$$b_1 = 0 \quad (70-4)$$

د) تعریف قانونی کنترلی بیرونی و انتخاب مناسب قطبهای حلقه بسته برای معادله (۴-۶۴).

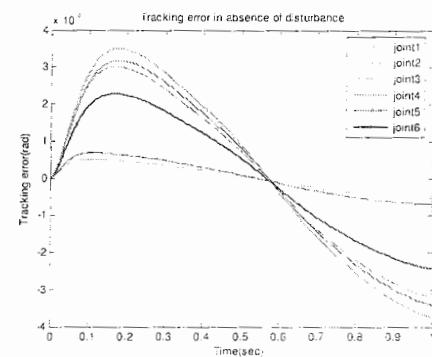
بر مبنای آنچه که در بالابیان شد شکل (۴-۲۹) خطای رد گیری تمام مفاصل را در غیاب اغتشاش نشان می‌دهد. در این حالت ولتاژ موتورها توسط شکل (۴-۳۰) داده شده است. اینک این سوال مطرح می‌شود که آیا طرح پیشنهادی منجر به یک سیستم مقاوم در مقابل عدم قطعیتهای اعمال شده خارجی (همانند گشتاور بار، خطای مدلینگ و اغتشاش خارجی) می‌گردد؟ برای این منظور با اعمال گشتاورهای بار برابر

^۱ Pole placement

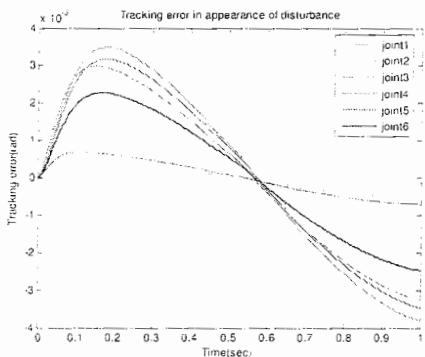
روی محورموتورها همانند شکل (۳۱-۴)، خطای ردگیری به صورت شکل (۳۲-۴) دیده می شود که همچنان کراندار بوده و بخارط درجه تفکیک مکانیکی قابل قبول می باشد.



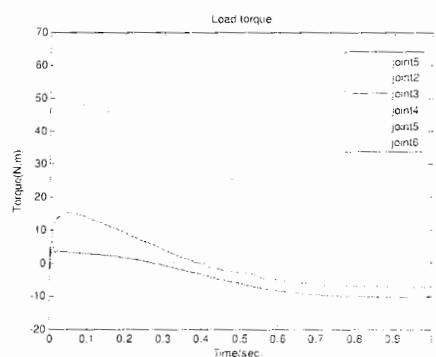
شکل (۴-۳۰) ولتاژ موتورها در غیاب اغتشاشات



شکل (۴-۲۹) خطای ردگیری در غیاب اغتشاشات



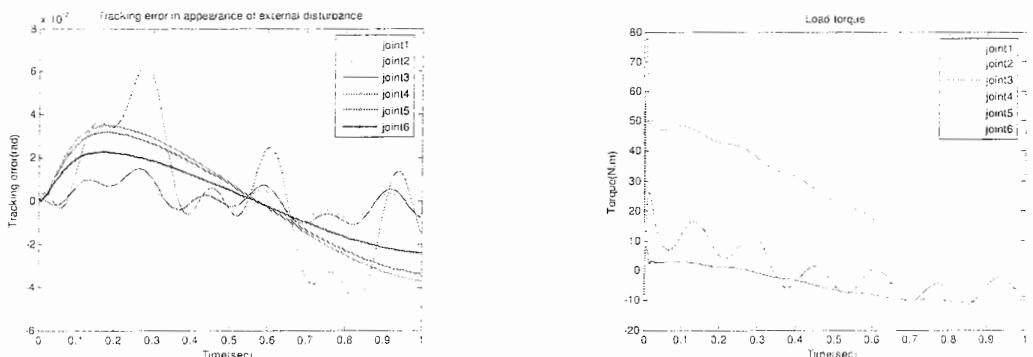
شکل (۴-۳۲) خطای ردگیری در حضور اغتشاشات



شکل (۴-۳۱) گشتاور بار

از آنجایی که محدودیتهای تکنیکی همانند ولتاژ، گشتاور و سیگنال کنترلی برای ما مهم است، بنابراین شکل های (۳۳-۴) و (۳۴-۴) به ترتیب ولتاژ موتورها و سیگنال کنترلی مربوط به محرکها را نشان می دهد که حاکی از عملکرد خوب طرح پیشنهادی و در نتیجه موتورها می باشد. به بیان دیگر در این حالت

در این حالت گشتاور بار در اثر اغتشاش اعمال شده بصورت شکل (۳۷-۴) خواهد بود.

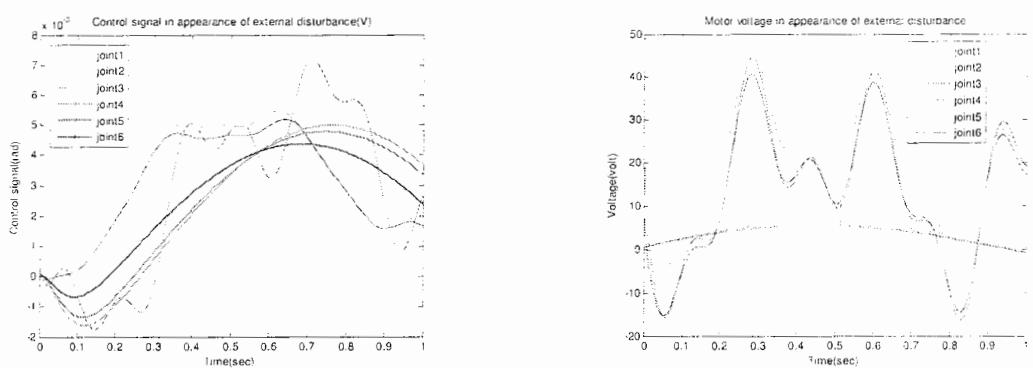


شکل (۳۸-۴) خطای ردگیری

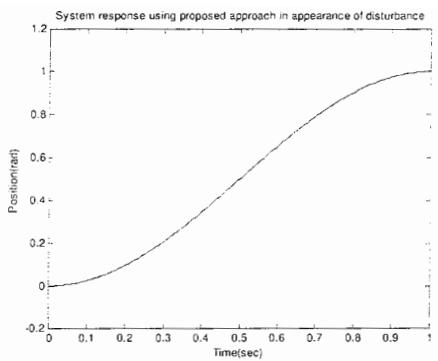
شکل (۳۷-۴) گشتاور بار در حضور اغتشاشات اضافی

در شکل (۳۸-۴) نشان داده شده که خطای ردگیری همچنان کراندار بوده و منجر به پایداری مجانبی پاسخ سیستم می گردد. نهایتاً محدودیتهای تکنیکی همانند ولتاژ موتورها و سیگنال کنترلی در شکل (۳۹-۴) و (۴۰-۴) نشان داده شده است. پاسخ سیستم برای این مرحله در شکل (۴۱-۴) نشان داده شده است.

است.



شکل (۴۰-۴) خطای ردگیری در حضور اغتشاشات اضافی وارد شکل (۳۹-۴) ولتاژ موتورها در حضور اغتشاشات اضافی



شکل(۴-۴) پاسخ سیستم با بکارگیری روش پیشنهادی در حضور اغتشاش

فصل پنجم

جمع بندی و پیشنهادات

تکنیکهای کنترل مدرن بسیاری برای کنترل بازوی ماهر ربات ارائه شده است، اما کارایی این کنترلرها اغلب بخاطر وجود خطای مدلینگ و اغتشاشات خارجی کاهش می‌یابد. در اینجا نشان داده شد که برای دستیابی به عملکردهای سرعت بالا، نیازمند یک روش طراحی ساده هستیم که کارایی سیستم را افزایش داده و در عین حال پایداری مقاوم سیستم در حضور خطای مدلینگ و اغتشاشات خارجی را تضمین نماید. بر همین اساس یک روش کنترل موقعیت مقاوم آزاد از مدل، برای ردگیری مسیر ربات PUMA560 ارائه و مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت که بی نیاز از تکنیکهای کنترلی مدل مبنا و هر گونه اطلاعات درباره مدلینگ و پارامترهای سیستم، خواسته‌های مذکور را برآورده می‌سازد. مقایسه نتایج حاصل از روش پیشنهادی با چهار روش رایج مقاوم همانند کنترل لغزشی، طرح مقاوم اسپانگ، طرح خطی سازی فیدبکی مقاوم و گشتاور محاسباتی به اندازه کافی، بیانگر توانایی روش ارائه شده و قابلیت اعمال آن به رباتهای دیگر می‌باشد. همچنین یک روش جدید برای کنترل دیجیتال ربات PUMA560 بر مبنای خطی سازی فیدبکی با بکارگیری یک سرعت نمونه برداری عملی ارائه و شبیه سازی گردید. با کمی ساده سازی و محاسبات ریاضی ساده می‌توان نشان داد که از طرح مزبور می‌توان در غالب یک طرح کنترل پیشخور، جهت کنترل ربات استفاده نمود. عمدۀ مزیت بکارگیری روش پیشنهادی نسبت به

روشهای رایج کنترل کلاسیک پیشخور در این است که سه مشکل عمدۀ در بکارگیری روشهای موجود را مرتفع می‌سازد.

مشکل اول اینکه روشهای رایج کنترل پیشخور نیازمند شناسایی اغتشاشات و یک مدل دقیق از پروسه تحت کنترل می‌باشد که این امر محاسبات سنگین و پیچیده‌ای را بدنبال خواهد داشت.

مسئله دوم اینکه تغییرات پارامترهای پروسه قابل جبران نیست، مگر اینکه یک فرآیند تخمین قابل قبول انجام گردد.

و نهایتاً اینکه روشهای رایج کنترل پیشخور منجر به یک تابع انتقال غیر علی می‌گردد بگونه‌ای که، برای بدست آوردن یک نتیجه قابل قبول ساده سازی های مهمی می‌بایست صورت پذیرد.

اما از جمله مسائلی که می‌توان در راستای ایده‌های ارائه شده در این پژوهه ادامه داده شود عبارتند از:

- اعمال روش پیشنهادی بر روی رباتهای با مفاصل انعطاف پذیر
- بکارگیری طرح مزبور در غالب یک طرح کنترل پیشخور مقاوم آزاد از مدل
- تحلیل مسئله در حوزه کنترل دیجیتال
- پیاده سازی طرح پیشنهادی در فضای کار

Reference:

1. Craig, J. J, 1986, Introduction to Robotics. Boston: Addison-Wesley Publishing Co.
2. Craig, J. I, 1988, Adaptive Control of Mechanical Manipulators, New York: Addison-Wesley Publishing Co.
3. Samson, C., Robust Nonlinear Control of Robotic Manipulators. Proceedings of the 22nd IEEE Conference on Decision and control. pp .1211-1216, 1983.
4. Samson, C., Robust control of a class of nonlinear systems and applications to robotics. Int. J. Adaptive Control Signal Processing, pp. 49-68, 1987.
5. Wang, X., and Chen, L-K., Proving the uniform boundedness of some commonly used control schemes for robots, Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation, pp. 1491-1496, 1989.
6. Dawson, D. M, Qu, Z., Dorsey, J. F., Lewis, F. L., Robust Control for the Tracking of Robot Motion. Int . J. Control 52(3), pp. 581-595, 1990.
7. Qu, Z., and Dorsey, J. F., Robust PID control of robots. Int. J. Robot. Automation 6(12): pp.228-235, 1991.
8. Qu, Z., and Dorsey, J. F., Robust tracking control of robots by a linear feedback law, IEEE Trans. Automat. Contr: 36(9), pp. 1081-1084, 1991.
9. Qu, Z., et al, Robust control of robots by computed torque law. Sys. Control lett. 16(1): 25-32, 1991.

10. Miller. T. W., Filson H. Glanz and Gordon Kraft. L, Application of a General Learning Algorithm to the Control of Robotic Manipulators, the International Journal of Robotics Research, 1987.
11. Spong, M.W., on the robust control of robot manipulator, IEEE Transaction on automatic control, 1992, pp. 1782-1786.
12. Oya, M., Su, C-Y, and Kobayashi, T., State observer- based robust control scheme for electrically driven robot manipulators, IEEE Transaction on Robotics, vol. 20, no. 4, pp. 796-804, August 2004.
13. Karkoub. M-A., Modeling and μ synthesis robust control of two-link flexible manipulators.
14. BURKAN, R., Uzmay, I., A comparison of different control laws in trajectory control for a revolute-jointed manipulator, Turkish J. Eng. Env. Sci, pp. 315-331, 2003.
15. Hasan zadeh, I., HJarifi, A., Arvani, F., Design and implementation of an adaptive control for a robot, American Journal of Applied Sciences 4(2): pp. 56-59, 2007.
16. Hollerbach, J.M., A recursive lagrangian formulation of manipulator dynamics and a comparative study of dynamics formulation complexity, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetica, vol. SMC-IO, no. 11, pp. 730 - 736, November 1980.
17. Luh, J.Y.S., Walker, M.W. and Paul, R.P.C., On-line computational scheme for mechanical manipulators, ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 102, pp. 69 -76, June, 1980.
18. Luh, J.Y.S., Walker, M.W. and Paul, R.P.C., Resolved-acceleration control of mechanical manipulators, IEEE Trans. on Automatic Control, vol. AC-25, no. 3, pp 468 - 474, June 1980.

19. Kim, B.K. and Shin, K.G., Suboptimal control of industrial manipulators with a weighted minimum time-fuel criterion," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC-30, No 1., pp. 1-10, January 1985.
20. Valavanis, k.P., Leahy, M.B. and Sardis, G.N., "Real-time evaluation of robotic control methods Proc. 1985 International Conference on Robotics and Automation, St. Louis, March 25-28,1985, pp. 644 - 649.
21. Walker, M.W. and Orin, D.E., "Efficient dynamic computer simulation of robotic mechanisms," ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 104, pp. 205 - 211, September,'1982.
22. Vukobratovic', M., and Kirc'anski, M, A dynamic approach to nominal trajectory synthesis for redundant manipulators, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, vol. SMC-14, no 4, pp. 580 - 586! July/August 1984.
23. Vibet, C., Dynamic Modeling of Lagrangian Mechanisms from Inertial Matrix Elements, ELSEVIER, Computer methods in applied mechanics and engineering, 1995, pp.317-326.
24. Newman, Ch.P., and Murray, J., The complete dynamic model and customized algorithms of the PUMA robot, IEEE Trans.Syst. Man Cybern. SMC-17(4) (1987) 635-644.
25. Ho, C. and Sriwattanathamma, J., Symbolically automated direct kinematic equations solver for robotic manipulators, Robotica 7 (1989) 243-254.

26. Haug, E. and Dayo, R., Real-Time Integration Methods for Mechanical System Simulation. Series F: Computer and Syst. Sci., Vol. 69 (Springer Verlag, Berlin, 1991).
27. Lilly, K. and Orin, D., Alternate formulation for manipulator inertial matrix, Int. J. Robotic Res. 10(1) (1991) 64-74.
28. Charbonneau, G., Vinarnick, S., Ntel, P., Evariste, C. and Vibet, C., Symbolic modeling of controlled mechanisms, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 98 (1992) 23-40.
29. Wang, R. and Woo, P., Using Maple for symbolic computations on Robotics, Int. J. Robotics and Autom. 7(2) (1992) 41-49.
30. Toogood, R., El-Rayyes, L., Mackay, D. and Kermack, I., Using symbolic generation for dynamic analysis of robotic manipulators, Int. J. Robotics and Autom. 7(2) (1992) 86-93.
31. Cesareo, G., Nicolb, F. and Nicosia, S., "Dymir: A code for generating dynamic model of robots,= Proc. 1984 International Conference on Robotics, Atlanta, Georgia, March 13-15, 1984,pp. 115 - 120.
32. Lilly , K., and Orin, D., Efficient O(N) Recursive Computation of the Operational Space Inertial Matrix, IEEE Trans. on SMC23(5), 1993, pp. 1384-1391.
33. Armstrong, B., Khatib, O., Burdick, J., the Explicit Dynamic Model and Inertial Parameters of the PUMA 560, IEEE, 1986.
34. Murray, J.J.and Neuman, C.P., ARM: an Algebraic robot Dynamic Modeling Program, Proc. 1984 International Conference on Robotics, Atlanta, Georgia, March 13-15, 1984, pp. 103-114.

35. George Lee, C.S., Robot Arm Kinematics, Dynamics, and Control, IEEE, 1982.
36. Spong M. W., Vidyasagar M., Robot Dynamics And Control, John Wiley And Sons , 1989.
37. Corke, P.I., Armstrong, B., A Search for Consensus Among Model Parameters Reported for the PUMA 560 Robot.
38. Jafarov, E.M., Parlakçı, M.N.A., and Iştefanopoulos, Y., A New Variable Structure PID-Controller Design for Robot Manipulators, IEEE Transaction on Control Systems Technology, vol.13, January 2005, no.1.
39. Chen, Y., Moore, K. L. and Bahl, V., Learning Feed Forward Control Using a Dilated B-Spline Network: Frequency Domain Analysis and Design, IEEE Transaction on Neural Networks, vol. 15, march 2004, no. 2.
40. Hassanzadeh, I., Harifi, A., and Arvani, F., Design and Implementation of an Adaptive Control for a Robot, American Journal of Applied Sciences4 (2), 2007, pp. 56-59.
41. Lin, C.K., Nonsingular Terminal Sliding Mode Control of Robot Manipulators Using Fuzzy Wavelet Networks, IEEE Transaction on Fuzzy Systems, 2006, vol. 14, no. 6, p.849.
42. Assal, S.F.M., Watanabe, K., and Izumi. K., Neural Network-Based Kinematic Inversion of Industrial Redundant Robots Using Cooperative Fuzzy Hint for the Joint Limits Avoidance, IEEE/ASME Transaction on Mechatronics, vol. 11, 2006, no. 5, pp. 593-603.

- 43.Valavanis, Doitsidis, K. P., L., Long, M., and R. R. Murphy, A Case Study of Fuzzy-Logic-Based Robot Navigation, IEEE Robotic and Automation Magazine, 2006, P. 93-107.
- 44.Mendes, M., Kraus Jr, W., Pieri, E.R.de, Variable Structure Position Control OF an Industrial Robotic Manipulator, J. of the Braz. Soc. Mechanical Sciences, vol XXIV, July 2002, pp. 169-176.
- 45.Henson, M. A., Feedback linearization strategies for nonlinear process Control, PhD thesis, The University of California at Santa Barbara, 1992.
- 46.Isidori, A., Nonlinear Control Systems, 3rd Edition, Springer-Verlag, 1995.
- 47.Luca, A.De, and Siciliano, B., Trajectory control of a nonlinear one-link flexible arm, Int. J. Control 50(5), pp.1699-1715, 1989.
- 48.Lucibello, P., Non linear regulation with internal stability of a two link flexible robot arm, in Proceedings of the 28th Conference on Decision and Control, Tempa, FL, 1989.
49. Wang, D., and Vidyasagar, M., Control of a class of manipulators with a single flexible link: Part II. Observer controller stabilization, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control 113, pp. 662-668, 1991.
- 50.Wangand, D., Vidyasagar, M., Control of a class of manipulators with a single flexible link: Part I. Feedback linearization, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control 113, pp. 655-661, 1991.

51. Lucibello, P., and Benedetto, M. D. Di, Output tracking for a non linear flexible arm, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control 115, pp.78-85, 1993.
52. Tarn, T. J., Bejczy, A. K., Yun, X., and Li, Z., Effects of motor dynamics on nonlinear feedback robot arm control, IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 7. No. 1, pp. 114-122, February 1991.
53. Studenny, J., P-R. L-K., Belanger, Daneshmend, A digital implementation of the acceleration feedback control law on a PUMA 560 manipulator, Proceedings of the 30th conference on Decision and control, Brighton, Engeland, December 1991.
54. Baines, P. J., and Mills, J. K., Feedback Linearized Joint Torque Control of a Geared, DC Motor Driven Industrial Robot, the international journal of robotics research, pp.169-192, 1998.
55. Nove, I B.D, Campion, G. and Bastin, G., Control of Nonholonomic Wheeled Mobile Robots by State Feedback Linearization, The international journal of robotics research, 1995.
56. Oriolo, G., Luca, A. D., and Vendittelli, M, WMR Control Via Dynamic Feedback Linearization: Design, Implementation, and Experimental Validation, IEEE Transactions on control systems technology, Vol. 10, NO. 6, pp. 835-852, November 2002.
57. Sugie, T., Fujimoto, K., and Kito, Y., Obstacle Avoidance of Manipulators With Rate Constraints, IEEE Transactions on robotics and Automation, VOL. 19, NO. 1, pp.168-174, 2003.

58. Chen, M., and Knospe, C. R., Feedback linearization of active magnetic bearings current-mode implementation, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 10, NO. 6, December 2005.
59. Alessandro, D, L and Giuseppe, O., Trajectory Planning and Control for Planar Robots with Passive Last Joint, the International Journal of Robotics Research, 2002.
60. Baines, P. J., and Mills, J. K., Feedback Linearized Joint Torque Control of a Geared, DC Motor Driven Industrial Robot, the international journal of robotics research, pp.169-192, 1998.
61. Corke, P. I., in situ Measurement of Robot Motor Electrical Constants.
62. Astrom, K.J., and Wittenmark, B., Computer-Controlled Systems, Theory and Design, Prentice Hall information and System Science Series, 3rd edn. Prentice Hall, 1997.
63. Franklin, Gene F, Powell, J. David, Workman, Michael, Digital control of dynamic systems.
64. K. Ogata, Discrete Time Control Systems, Translated by P. J. Maralani and A. Khakhi sedig, 2000.
65. Doyle, J.C., K. Glover, P. Khargonekar, B.A. Francis, State-Space Solutions to Standard H₂ and H₃ Control Problems, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 34, pp. 831-847, 1989.
66. Wolovich, W.A, Automatic Control Systems: Basic Analysis and Design, Saunders College Publishing, USA, 1995.

- 67.Filippov, A. F., Differential Equations with Discontinuous Right Hand Sides, Am. Math. Soc. Transl., vol. 42, pp. 199-231, 1964.
68. Monsees, G., Discrete-Time Sliding Mode Control, Thesis, 2002. ISBN 90-77017-83-6.
- 69.Wai, R-J., Lin, C-M., Hsu, C-F., Adaptive fuzzy sliding-mode control for electrical servo drive, *Fuzzy Sets and Systems* 143 (2004) 295–310.
70. Lin, C-K., Nonsingular Terminal Sliding Mode Control of Robot Manipulators Using Fuzzy Wavelet Networks, *IEEE TRANSACTIONS ON FUZZY SYSTEMS*, VOL. 14, NO. 6, DECEMBER 2006.
71. Gao, W., Wang, Y. and Homaifa, A., 1995, Discrete-Time Variable Structure Control Systems, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 42, no. 2, pp. 117-122, April.
72. Ortega. R., and spong, M.W, adaptive motion control of rigid robots: A tutorial, in proc. IEEE Conf. decision Control, 1988, pp. 1575-1584.
73. Becerra, Victor M., Cage, C-N.J., Harwin, W.S., and Sharkey P.M, Hardware Retrofit and Computed Torque Control of a Puma 560 Robot, *IEEE Control Systems Magazine*, 2004.
- 74.Lina, F.J., Waib, R.J., Hybrid computed torque controlled motor toggle servo mechanism using fuzzy neural network uncertainty observer, *Neurocomputing*, 48, pp. 403–422, 2002.

75. Lin, F.-J., and Wai, R.-J., A Hybrid Computed Torque Controller Using Fuzzy Neural Network for Motor-Quick-Return Servo Mechanism, IEEE/ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS, VOL. 6, NO. 1, MARCH 2001.
76. Llama, M. A., Kelly, R., and Santibañez, V., Stable Computed-Torque Control of Robot Manipulators via Fuzzy Self-Tuning, IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS—PART B: CYBERNETICS, VOL. 30, NO. 1, FEBRUARY 2000.
77. An, C.H., Atekson, C.G., Griffiths, J.D., and Hollerbakh, J.M., Experimental evaluation of feedforward and computed torque control, IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS and AUTOMMATION, VOL. 5, NO. 3, JUNE 1989.
78. Franklin, G.F., and Emami-Naeini, A., A foundation of the multivariable information servomechanism problem, Int. Rep, Stanford Univ, Informaion Science Lab., 1983.
79. Doyle, C. D. and Stein, G., Multivariable feedback design: Concepts for a classical/modern synthesis, IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-26, no. 1, pp.4-16, Feb.1981.
80. Zhu, G., Ge, S.S., A model free approach for regulation of multi-link flexible robot, Proceedings of the American control conference, Albuquerque, New Mexico, 1417-1421, June 1997.
81. Ge, S.S., Lee, T.H., Gong, J.Q., and Wang, Z., Model-free controller design for a single-link flexible smart materials robot, Int. J. Control, Vol. 73, NO. 6, pp. 531-544, 2000.

82. S. S. Ge, T. H. Lee, and Z. P. Wang, Model-free Regulation of Multi-link Smart Materials Robots, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 6, NO. 3, SEPTEMBER 2001.
83. K. S. Narendra and K. Parthasarathy, Identification and control of dynamical systems using neural networks, IEEE Trans. Neural Networks, vol. 1, pp. 4–27, Mar. 1990.
84. R. M. Sanner and J.-J. E. Slotine, Gaussian networks for direct adaptive control, IEEE Trans. Neural Networks, vol. 3, pp. 837–868, Nov. 1992.
85. F.-C. Chen and H. K. Khalil, Adaptive control of nonlinear systems using neural networks, Int. J. Control, vol. 55, no. 6, pp. 1299–1317, 1992.
86. G. A. Revithakis and M. A. Christodoulou, Adaptive control of unknown plants using dynamical neural networks, IEEE Trans. Syst, Man, Cybern, vol. 24, pp. 400–411, Mar 1994.
87. F. L. Lewis, K. Liu, and A. Aydin Yeildirek, Neural net robot controller with guaranteed tracking performance, IEEE Trans. Neural Networks, vol. 6, pp. 703–715, May 1995.
88. Kim, Y. H. and Lewi, F. L., Neural Network Output Feedback Control of Robot Manipulators, IEEE Transactions on robotics and automation, vol. 15, NO. 2, pp. 301–309, APRIL 1999.
89. Wai, R.J. and Chen, P.C., Robust Neural-Fuzzy-Network Control for Robot Manipulator Including Actuator Dynamics, IEEE T Transactions on Industrial Electronics, Vol. 53, NO. 4, AUGUST 2006.

90. Weng, J., and Chen, S., Visual Learning with navigation as an Example, IEEE Transactions o intelligent systems, pp. 63-71, September/October 2000.
91. Malis, E., and Chaumette, F., Theoretical improvements in the stability analysis of a new class of model-free visual servoing methods, IEEE Transactions on robotics and automation 18(2), 2002, 176–186.
92. Pressigout, M., Marchand, E., Model-free augmented reality by virtual visual servoing, IAPR Int. Conf. on Pattern Recognition, ICPR'04, Cambridge, UK, August 2004.
93. Pettersson, O., Karlsson, L., and Saffiotti, A., Model-free execution monitoring by learning from simulation, 2005.
94. Kumar, S., Shukla, A., Dutta, A., Behera, L., A Model-free redundancy resolution technique for visual motor coordination of a 6 DOF robot manipulator, IEEE Multi-conference on Systems and Control, October 1-3, 2007, Suntec City Convention Centre, Singapore.
95. Pettersson, O., Karlsson, L., and Saffiotti, A., Model-Free Execution Monitoring in Behavior-Based Robotics, IEEE Trasactions on Syatems, MAN, and Cybernetics-PART B: Cybernetics, Vol. 37, NO. 4, AUGUST 2007.
96. Franklin, G.F. and Emami-Naeini, A., A foundation of the multivariable information servomechanism problem, Int. Rep, Stanford Univ, Informaion Science Lab., 1983.
97. Doyle. C. D. and Stein, G., Multivariable feedback design: Concepts for a classical/modern synthesis, IEEE Trans. Automat. Contr, vol. AC-26, no. 1, pp.4-16, Feb.1981.

ضمائم

ضميمة الف

پارامترهای ماتریس اینرسی

$$a_{11} = I_1 + I_2 CC4.SS23 - 2I_3 CS2 - 2I_4 CC23.C5 + I_5 CC4.CC5.SS23 + 2I_4 C4.SC23.S5 + 2I_5 C4.SC23.SC5 + 2I_{12} S4S5 + 2I_4 C5 - I_{11} CC23 - 2I_6 C2.S23 - 2I_7 C2.C5.S23 - 2I_7 S5.C2.C4.C23 - I_5 CC23.CC5 + 2I_8 C2C23 - 2I_9 SC23 - 2I_{10} SC23.C5 - 2I_{10} S5CC23.C4 + I_{13} CC2$$

$$a_{12} = a_{21} = -I_5 SC4.S23.CC5 - I_{10} S5.S4.S23 - I_7 S2.S4.S5 - I_4 S4.S5.C23 - I_{12} C23C5 - I_{14} C23 - I_2 S4.C4.S23 - I_5 S4.C23.SC5 - I_{16} S2 - I_{17} C2 + I_{12} S23.C4.S5 - I_{15} S23$$

$$a_{13} = a_{31} = I_{18} S23 + I_{19} C23 - I_{12} C23.C5 - I_{20} SC4.S23 - I_5 SC4.S23.CC5 - I_4 S4.S5.C23 - I_5 S4.C23.SC5 - I_{10} S5.S4.S23 + I_{12} C4.S5.S23$$

$$a_{14} = a_{41} = I_{21} C23 - I_5 C23.CC5 + I_4 C4.S23.S5 + I_5 C4.S23.SC5 - I_{10} C23.C4.S5 - I_7 C2.C4.S5 + I_{12} S5.S4.C23$$

$$a_{15} \dots a_{51} = I_{22} S4.S23 + I_4 S4.S23.C5 - I_{10} S4.C5.C23 - I_7 C2.S4.C5 + I_{12} S23.S5 - I_{12} C5.C23.C4$$

$$a_{16} = a_{61} = I_{zz6} (-S23.C4.S5 + C23.C5)$$

$$a_{22} = I_{23} - I_{20} CC4 - 2I_6 S3 + 2I_4 C5 + I_5 CC5.SS4 - 2I_{10} C4.S5 + 2I_8 C3 - 2I_7 C5.S3 - 2I_7 C4.S5.C3$$

$$a_{23} = a_{32} = I_{24} + I_5 CC5.SS4 - I_{20} CC4 - 2I_{10} C4.S5 - I_7 C4.S5.C3 - I_7 C5.SS2.S3 - I_6 S3 + I_8 C3 - I_7 C5.CC2.S3 + 2I_4 C5$$

$$a_{24} = a_{42} = -I_4 S4.S5 - I_5 SC5.S4 + I_7 S3.S4.S5$$

$$a_{25} = a_{52} = I_{22}C4 + I_4C4.C5 - I_{10}S5 - I_7S5.C3 - I_7C5.C4.S3$$

$$a_{26} = a_{62} = I_{zz6}S4.S5$$

$$a_{33} = I_{24} + I_5CC5 - I_{20}CC4 - I_5CC4.CC5 - 2I_{10}C4.S5 + 2I_4C5$$

$$a_{34} = a_{43} = -I_4S5.S4 - I_5SC5.S4$$

$$a_{35} = a_{53} = I_{22}C4 + I_4C4.C5 - I_{10}S5$$

$$a_{36} = a_{63} = I_{zz6}S5.S4$$

$$a_{44} = I_{21} - I_5CC5$$

$$a_{45} = a_{54} = 0$$

$$a_{46} = a_{64} = I_{zz6}C5$$

$$a_{55} = I_{22}$$

$$a_{56} = a_{65} = a_{66} = 0$$

پارامترهای ماتریس پتانسیل گرانشی:

$$G_{11}=0$$

$$G_{21} = -g_1 S2 + g_2 C2 + g_3 C23 - g_4 S23 - g_5 C23 \cdot C4 \cdot S5 - g_5 S23 \cdot C5$$

$$G_{31} = g_3 C2 \cdot C3 - g_3 S2 \cdot S3 - g_4 S23 - g_5 C4 \cdot S5 \cdot C23 - g_5 C5 \cdot S23$$

$$G_{41} = g_5 S23 \cdot S4 \cdot S5$$

$$G_{51} = -g_5 \{S23 \cdot C4 \cdot C5 + C23 \cdot S5\}$$

$$G_{61} = 0$$

پارامترهای ماتریس گریز از مرکز:

$$C_{111} = 0$$

$$C_{221} = -I_{10} S4 \cdot S5 \cdot C23 - I_7 C2 \cdot S4 \cdot S5 + I_{12} S23 \cdot C5 + I_{12} C23 \cdot C4 \cdot S5 + I_{18} C23 + I_{14} S23 - I_2 S4 \cdot C23 + I_4 S4 \cdot S5 \cdot S23 + I_5 S4 \cdot SC5 \cdot S23 - I_5 SC4 \cdot C23 \cdot CC5 + I_{17} S2 - I_{16} C2$$

$$C_{331} = I_4 S4 \cdot S5 \cdot S23 - I_5 SC4 \cdot C23 \cdot CC5 + I_5 S4 \cdot SC5 \cdot S23 + I_{18} C23 - I_{10} S5 \cdot S4 \cdot C23 - I_2 S4 \cdot C23 + I_{14} S23 + I_{12} C23 \cdot C4 \cdot S5 + I_{12} S23 \cdot C5$$

$$C_{441} = -I_4 S4 \cdot S5 \cdot S23 - I_5 S4 \cdot SC5 \cdot S23 + I_{10} S4 \cdot S5 \cdot C23 + I_{12} C4 \cdot S5 \cdot C23 + I_7 S5 \cdot S4 \cdot C2$$

$$C_{551} = I_{10} S5 \cdot S4 \cdot C23 - I_4 S4 \cdot S5 \cdot S23 + I_7 S4 \cdot S5 \cdot C2 + I_{12} C5 \cdot S23 + I_{12} C4 \cdot S5 \cdot C23$$

$$C_{661} = 0$$

$$C_{112} = I_{10}C5.C2323 - 2I_{10}S5.CS23.C4 + I_6C2.C23 + I_8S232 + I_7C5.C232 - I_7S5.C4.S232 - I_6S2.S23 + I_{13}CS2 \\ - I_{11}C23.S23 - I_5SC23.CC5.(1+CC4) - I_2CC4.SC23 + I_9C2323 - 2I_4C5.SC23 + I_3C22 - I_5C4.SC5.C2323 \\ - I_4C4.S5.C2323$$

$$C_{222}=0$$

$$C_{332} = -I_6C3 - I_8S3 - I_7C5.C3 + I_7S5.C4.S3$$

$$C_{442} = -I_4C4.S5 - I_5SC5.C4 + I_7S5.C4.S3$$

$$C_{552} = -I_4C4.S5 - I_{10}C5 + I_7S5.C4.S3 - I_7C5.C3$$

$$C_{662}=0$$

$$C_{113} = I_9C2323 - I_{11}SC23 - I_5SC23.CC5.(1+CC4) + I_6C2.C23 - I_2CC4.SC23 + I_{10}C5.C2323 - 2I_{10}S5.SC23.C4 \\ + I_8C2.S23 + I_7C2.C23.C5 - I_7C2.S5.S23.C4 - 2I_4C5.SC23 - I_4C4.S5.C2323 - I_5C4.SC5.C2323$$

$$C_{223} = -I_7(-C5.C3+C4.S5.S3) + I_8S3 + I_6C3$$

$$C_{333}=0$$

$$C_{443} = -I_4C4.S5 - I_5SC5.C4$$

$$C_{553} = -I_4C4.S5 - I_{10}C5$$

$$C_{663}=0$$

$$C_{114} = I_2 S C4.SS23 + I_5 S C4.CC5.SS23 - I_{10} S 5.CC23.S4 - I_{12} S 5.C4 + I_4 S 4.S5.SC23 + I_5 S 4.SC23.SC5 - I_7 S 5.C23.S4.C2$$

$$C_{224} = -I_2 S C4 - I_5 S C4.CC5 - I_{10} S 4.S5 - I_7 S 4.S5.C3$$

$$C_{334} = -I_2 S C4 - I_5 S C4.CC5 - I_{10} S 4.S5$$

$$C_{444} = 0$$

$$C_{554} = 0$$

$$C_{664} = 0$$

$$\begin{aligned} C_{115} = & -I_5 S C4.SC23.C55 + I_5 S C5.CC4.SS23 - I_{12} S 5.S4 - I_4 S 5.CC23 + I_4 S 5 - I_5 CC23.SC5 - I_7 C2.S23.S5 \\ & - I_4 C4.C5.SC23 + I_{10} C5.CC23.C4 - I_{10} S 23.S5.C23 + I_7 C2.C5.C23.C4 \end{aligned}$$

$$C_{225} = I_4 S 5 + I_5 S C5.SS4 + I_{10} C4.C5 - I_7 S 5.S3 + I_7 C4.C5.C3$$

$$C_{335} = I_4 S 5 + I_5 S C5.SS4 + I_{10} C4.C5$$

$$C_{445} = -I_5 S C5$$

$$C_{555} = 0 \quad C_{665} = 0 \quad C_{116} = 0 \quad C_{226} = 0 \quad C_{336} = 0$$

$$C_{446} = 0 \quad C_{556} = 0 \quad C_{666} = 0$$

درایه های ماتریس گشتاور کوریولیس:

$$b_{121} = I_{11}S2323 - 2I_3C22 - 2I_8S232 - 2I_6C232 - I_{13}S22 + I_5S2323CC5 - 2I_9C2323 + I_5S2323CC5.CC4 - 2I_{10}C5.C2323 - 2I_7C5.C2323 + 2I_4S5.C4.C2323 + 2I_5C4.S5.C5.C2323 + 4I_{10}S5.C23.C4.S23 + I_2CC4.S2323 + 4I_4C5.SC23 + 2I_7S2.S5.C23.C4 + 2I_7C2.S23.C4.S5$$

$$b_{131} = -2I_8S23.C2 - 2I_6C2.C23 - 2I_9C2323 + I_{11}S2323 + I_5S2323CC5 + 2I_4C4.S5.C2323 + 2I_5C4.SC5.C2323 + 2I_4C5.S2323 - 2I_{10}C5.C2323 + 4I_{10}S5.C23.C4.S23 + 2I_7C2.S5.S23.C4 + 2I_2CC4.SC23 + 2I_5CC4.SC23.CC5 - 2I_7C2.C23.C5$$

$$b_{141} = -2I_4S4.S5.SC23 - 2I_5S4.SC23.SC5 + 2I_2SC4.SS23 - 2I_5CC5.SC4.SS23 + 2I_{10}S5.CC23.S4 + 2I_7S5.C23.S4.C2 + 2I_{12}S5.C4$$

$$b_{151} = -2I_4S5.SS23 + 2I_5CC23.SC5 - 2I_5SC5.CC4.SS23 + 2I_{10}SC23.S5 - 2I_{10}C5.CC23.C4 + 2I_7C2.S23.S5 + 2I_5C4.SC23.C55 + 2I_4C4.C5.SC23 + 2I_{12}C5.S4 - 2I_7C2.C5.C23.C4$$

$$b_{161} = 0$$

$$b_{231} = -2I_{19}S23 + 2I_{18}C23 + 2I_{12}S23.C5 + 2I_{12}C23.C4.S5 - 2I_{10}S5.S4.C23 - 2I_2SC4.C23 + 2I_4S4.S5.S23 + 2I_5S4.C5(S23.S5-C4.C23.C5)$$

$$b_{241} = I_5CC5.S23 - I_2S232.C44 - I_5CC5.S23.C44 - I_{21}S23 - 2I_{12}S5.S4.S23$$

$$b_{251} = I_{22}S4.C23 - I_5S4.C23.C55 + 2I_5S23.SC5.SC4 + 2I_{12}C23.S5 + 2I_{12}C5.S23.C4$$

$$b_{261} = -I_{21}S23 - I_2S23.C44 - I_5S23.CC5(-1+C44) - 2I_{12}S4.S5.S23$$

$$b_{341} = -I_{21}S23 - I_2S23.C44 - I_5S23.CC5(-1+C44) - 2I_{12}S4.S5.S23$$

$$b_{351} = -I_5S4.C23.C55 + 2I_5S23.SC5.SC4 + 2I_{12}C4.C5.S23 + 2I_{12}S5.C23 + I_{22}S4.C23$$

$$b_{361} = -I_{zz_6}(S_{23}.C_5 + S_5.C_4.C_{23})$$

$$\begin{aligned} b_{451} = & +2I_4C_4.C_5.S_{23}-2I_{10}C_4.C_5.C_{23}+2I_{12}C_5.S_4.C_{23}+2I_5SC_5.C_{23}+I_{22}C_4.S_{23}+I_5C_4.S_{23}.C_{55} \\ & -2I_7C_2.C_4.C_5 \end{aligned}$$

$$b_{461} = I_{zz_6}S_{23}.S_4.S_5$$

$$b_{561} = -I_{zz_6}S_5.C_{23}-I_{zz_6}C_4.C_5.S_{23}$$

$$b_{122} = 0$$

$$b_{132} = 0$$

$$b_{142} = -I_2S_{23}.C_{44}-2I_5S_5.C_4.C_{23}.C_5-2I_4S_5.C_4.C_{23}-2I_{10}S_5.C_4.S_{23}+I_{21}S_{23}.CC_5(C_{44}+1)-2I_7S_5.C_4.S_2$$

$$b_{152} = -I_{22}C_{23}.S_4-I_5C_{23}.C_{55}.S_4-2I_4C_5.C_{23}.S_4+2I_5C_4.SC_5.S_{23}.S_4-2I_{10}C_5.S_{23}.S_4-2I_7C_5.S_2.S_4$$

$$b_{162} = I_{zz_6}(C_{23}.C_4.S_5+C_5.S_{23})$$

$$b_{232} = -2I_7C_3.C_5+2I_7C_4.S_5.S_3-2I_6C_3-2I_8S_3$$

$$b_{242} = 2I_2SC_4+2I_5SC_4.CC_5+2I_7S_4.S_5.C_3+2I_{10}S_4.S_5$$

$$b_{252} = -2I_5SC5.SS4-2I_{10}C4.C5+2I_7S3.S5-2I_7C3.C4.C5-2I_4S5$$

$$b_{262}=0$$

$$b_{342}=2I_2SC4+2I_5SC4.CC5+2I_{10}S5.S4+2I_7S4.S5.C3$$

$$b_{352} = -2I_4S5-2I_5SC5.SS4-2I_7C3.C5.C4+2I_7S3.S5-2I_{10}C4.C5$$

$$b_{362}=0$$

$$b_{452} = -I_{22}S4-I_5S4.\cos(2q_5)-2I_4S4.C5+2I_7C5.S3.S4$$

$$b_{462}=IZZ_6S5.C4$$

$$b_{562}=IZZ_6C5.S4$$

$$b_{123}=0$$

$$b_{133}=0$$

$$b_{143} = -I_2S23.C44-I_5S23.CC5.(C44+1)-2I_4S5.C4.C23-2I_5S5.C4.C23.C5-2I_{10}S5.C4.S23+I_{21}S23$$

$$b_{153}=-I_{22}C23.S4-I_5C23.C55.S4-2I_{10}C5.S23.S4+2I_5C4.SC5.S23.S4-2I_4C5.C23.S4$$

$$b_{163} = Izz_6(C23.C4.S5+C5.S23)$$

$$b_{233}=0$$

$$b_{243} = 2I_2SC4 + 2I_5SC4.CC5 + 2I_{10}S4.S5$$

$$b_{253} = -2I_4S5 - 2I_5SC5.SS4 - 2I_{10}C4.C5$$

$$b_{263}=0$$

$$b_{343} = 2I_2SC4 + 2I_5SC4.CC5 + 2I_{10}S4.S5$$

$$b_{353} = -2I_4S5 - 2I_5SC5.SS4 - 2I_{10}C4.C5$$

$$b_{363}=0$$

$$b_{453} = -I_{22}S4 - I_5S4.C55 - 2I_4S4.C5$$

$$b_{463} = Izz_6S5.C4$$

$$b_{563} = Izz_6C5.S4$$

$$\begin{aligned} b_{124} = & +2I_5S5.C4.C23.C5 + 2I_4S5.C4.C23 + 2I_{10}S23.C4.S5 - I_{21}S23 + I_2S23.C44 + I_5S23.CC5.(C44+1) \\ & + 2I_7S2.C4.S5 \end{aligned}$$

$$b_{134} = I_2 S23.C44 + I_5 S23.CC5.C44 - I_{21} S23 + I_5 S23.CC5 + 2I_5 S5.C4.C23.C5 + 2I_{10} S23.C4.S5 + 2I_4 S5.C4.C23$$

$$b_{144}=0$$

$$b_{154} = -I_{22} C4.S23 + I_5 C4.S23.C55 + 2I_5 S5.C23$$

$$b_{164} = -Izz_6 S23.S4.S5$$

$$b_{234} = -2I_2 SC4 - 2I_5 SC4.CC5 - 2I_{10} S4.S5$$

$$b_{244}=0$$

$$b_{254} = I_{22} S4 - I_5 S4.C55$$

$$b_{264} = -Izz_6 S5.C4$$

$$b_{344}=0$$

$$b_{354} = I_{22} S4 - I_5 S4.C55$$

$$b_{364} = -Izz_6 S5.C4$$

$$b_{454} = 2I_5 SC5$$

$$b_{464}=0$$

$$b_{564}=-I_{zz}S5$$

$$b_{125}=-2I_5S23.SC5.SC4+I_{22}C23.S4+2I_4C23.C5.S4+I_5C23.C55.S4+2I_{10}S23.C5.S4+2I_7S2.C5.S4$$

$$b_{135}=-2I_5S23.SC4.SC5+I_{22}C23.S4+I_5C23.C55.S4+2I_{10}S23.C5.S4+2I_4C23.C5.S4$$

$$b_{145}=I_{22}C4.S23-I_5C4.S23.C55-2I_5SC5.C23$$

$$b_{155}=0$$

$$b_{165}=I_{zz}S6(S23.C4.C5+S5.C23)$$

$$b_{235}=2I_4S5+2I_5SC5.SS4+2I_{10}C4.C5$$

$$b_{245}=-I_{22}S4+I_5S4.C55$$

$$b_{255}=0$$

$$b_{265}=-I_{zz}C5.S4$$

$$b_{345}=-I_{22}S4+I_5S4.C55$$

$$b_{355}=0$$

$$b_{365} = -Izz_6 C5.S4$$

$$b_{455} = 0$$

$$b_{465} = Iz_z_6 S5$$

$$b_{565} = 0$$

$$b_{126} = -Izz_6 (S23.C5 + S5.C4.C23)$$

$$b_{136} = -Izz_6 (S23.C5 + S5.C4.C23)$$

$$b_{146} = Iz_z_6 S23.S4.S5$$

$$b_{156} = -Izz_6 (S23.C4.C5 + S5.C23)$$

$$b_{166} = 0$$

$$b_{236} = 0$$

$$b_{246} = Iz_z_6 S5.C4$$

$$b_{256} = Iz_z_6 C5.S4$$

$$b_{266} = 0$$

$$b_{346} = Iz_z_6 S5.C4$$

$$b_{356} = I_{zz6} S4.C5$$

$$b_{366} = 0$$

$$b_{456} = -I_{zz6} S5$$

$$b_{466} = 0$$

$$b_{566} = 0$$

ثابت‌های گرانشی و اینرسی بکار رفته در مدل ربات

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{zz4} + I_{xx6} + I_{yy5} + I_{yy1} + m_3 r_{z3}^2 + m_3 r_{y3}^2 + m_2 r_{y2}^2 + m_2 r_{z2}^2 + d_3^2 m_3 + d_3^2 m_6 + d_3^2 m_5 + d_3^2 m_4 + m_6 r_{z6}^2 \\ &+ I_{xx2} + 2m_4 r_{y4} d_4 + d_4^2 m_6 + d_4^2 m_5 - 2d_3 m_3 r_{y3} + I_{xx3} + m_4 d_4^2 + m_4 r_{y4}^2 \end{aligned}$$

$$I_2 = (-I_{yy5} + I_{zz5} + I_{zz6} - I_{xx6} - m_6 r_{z6}^2)$$

$$I_3 = m_2 r_{y2} \{ a_2 + r_{x2} \}$$

$$I_4 = d_4 m_6 r_{z6}$$

$$I_5 = (m_6 r_{z6}^2 - I_{zz6} + I_{yy6})$$

$$I_6 = a_2 (d_4 m_6 + d_4 m_5 + m_4 r_{y4} + m_4 d_4 + m_3 r_{z3})$$

$$I_7 = a_2 m_6 r_{z6}$$

$$I_8 = a_2(a_3m_5 + a_3m_6 + m_3r_{x3} + a_3m_4 + a_3m_3)$$

$$I_9 = (a_3d_4m_6 + a_3d_4m_5 + a_3m_4r_{y4} + a_3m_4d_4 + m_3a_3r_{z3} + r_{x3}m_3r_{z3})$$

$$I_{10} = a_3m_6r_{z6}$$

$$I_{11} = (m_5d_4^2 - 2a_3m_3r_{x3} - I_{xx5} + I_{yy5} + I_{xx3} + I_{zz4} - I_{yy4} - I_{zz3} + m_6d_4^2 + m_4d_4^2 + m_4r_{y4}^2 + m_3r_{z3}^2 - m_3r_{x3}^2 - m_6a_3^2 - m_5a_3^2 - m_4a_3^2 - m_3a_3^2 + 2m_4r_{y4}d_4)$$

$$I_{12} = d_3m_6r_{z6}$$

$$I_{13} = (m_3a_2^2 + m_6a_2^2 + m_5a_2^2 + m_4a_2^2 + m_2r_{x2}^2 - m_2r_{y2}^2 + m_2a_2^2 + 2m_2r_{x2}a_2 + I_{yy2} - I_{xx2})$$

$$I_{14} = (d_3d_4m_5 + d_3d_4m_6 + d_3m_4d_4 + d_3m_4r_{y4} + d_3m_3r_{z3} - m_3r_{y3}r_{z3})$$

$$I_{15} = (d_3m_3r_{x3} + d_3a_3m_5 + d_3a_3m_6 + d_3a_3m_4 + d_3a_3m_3 - m_3r_{y3}r_{x3} + a_3m_3r_{y3})$$

$$I_{16} = (r_{z2}m_2a_2 + m_2r_{z2}r_{x2} + d_3a_2m_5 + d_3a_2m_4 + d_3a_2m_3 + d_3a_2m_6 + a_2m_3r_{y3})$$

$$I_{17} = m_2r_{z2}r_{y2}$$

$$I_{18} = (a_3m_3r_{y3} - a_3d_3m_3 - a_3d_3m_6 + m_3r_{y3}r_{x3} - d_3m_3r_{x3} - d_3a_3m_5)$$

$$I_{19} = (r_{y3}r_{z3}m_3 - d_3d_4m_5 - d_3d_4m_6 - d_3m_4r_{y4} - d_3m_4d_4 - d_3m_3r_{z3})$$

$$I_{20} = (-I_{yy5} - I_{xx6} + I_{zz5} + I_{zz6} - m_6r_{z6}^2)$$

$$I_{21} = (m_6 r_{z6}^2 + Iyy_6 + Ixx_5 + Iyy_4)$$

$$I_{22} = (Ixx_6 + Iyy_5 + m_6 r_{z6}^2)$$

$$\begin{aligned} I_{23} = & Ixx_4 + Izz_5 + 2m_4 r_{y4} d_4 + m_3 a_3^2 + m_6 a_3^2 + m_5 a_3^2 + m_4 a_3^2 + 2a_3 m_3 r_{x3} + m_6 d_4^2 + m_5 d_4^2 + m_4 d_4^2 + m_4 r_{y4}^2 + m_3 r_{x3}^2 \\ & + m_3 r_{z3}^2 + a_2^2 m_6 + a_2^2 m_5 + a_2^2 m_4 + m_2 a_2^2 + m_2 r_{y2}^2 + m_2 r_{x2}^2 + a_2^2 m_3 + 2m_2 r_{x2} a_2 + Izz_6 + Iyy_3 + Izz_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{24} = & 2a_3 m_3 r_{x3} + 2m_4 r_{y4} d_4 + d_4^2 m_6 + d_4^2 m_5 + m_3 r_{x3}^2 + m_4 d_4^2 + m_4 r_{y4}^2 + a_3^2 m_6 + a_3^2 m_4 + m_5 a_3^2 + m_3 a_3^2 + Izz_6 + Iyy_3 \\ & + Izz_5 + Ixx_4 + m_3 r_{z3}^2 \end{aligned}$$

$$g_1 = g m_2 r_{y2}$$

$$g_2 = g \{ m_2 r_{x2} + m_2 a_2 + m_3 a_2 + m_4 a_2 + m_5 a_2 + m_6 a_2 \}$$

$$g_3 = g \{ m_3 r_{x3} + m_3 a_3 + a_3 m_4 + a_3 m_5 + m_6 a_3 \}$$

$$g_4 = g \{ m_3 r_{z3} + m_4 r_{y4} + m_4 d_4 + m_5 d_4 + m_6 d_4 \}$$

$$g_5 = g m_6 r_{z6}$$

ضمیمه ب:

پارامترهای مربوط به موتور های بکار رفته در ربات PUMA560

جدول(ب-۱) ثابت گشتاور موتور (N/M)

| Param | Armstrong | CSIRO | Paul81 | MU |
|----------------|-----------|-------|--------|-------|
| K ₁ | 0.189 | 0.223 | 0.255 | 0.202 |
| K ₂ | 0.219 | 0.226 | 0.220 | 0.258 |
| K ₃ | 0.202 | 0.240 | 0.239 | 0.245 |
| K ₄ | 0.075 | 0.069 | 0.078 | 0.095 |
| K ₅ | 0.066 | 0.072 | 0.070 | 0.101 |
| K ₆ | 0.066 | 0.066 | 0.079 | 0.089 |

جدول(ب-۲) پارامترهای اینرسی آرمیچر موتور

| Param | Armstrong | U'mation | Tarn | K'saki |
|-----------------|-----------|----------|---------|--------|
| J _{m1} | 291e-6 | 200e-6 | 198e-6 | 200e-6 |
| J _{m2} | 409e-6 | 200e-6 | 203e-6 | 200e-6 |
| J _{m3} | 299e-6 | 200e-6 | 202e-6 | 200e-6 |
| J _{m4} | 35e-6 | 18e-6 | 18.3e-6 | 20e-6 |
| J _{m5} | 35e-6 | 18e-6 | 18.3e-6 | 20e-6 |
| J _{m6} | 35e-6 | 18e-6 | 18.3e-6 | 20e-6 |

جدول(ب-۳) مقادیر مقاومت اندازه گیری شده آرمیچر

| Param | Armstrong | U'mation | Tarn | K'saki |
|---------|-----------|----------|------|--------|
| RABase | 2.1 | 1.6 | 1.6 | 1.6 |
| RAWrist | 6.7 | 3.83 | - | 3.76 |

جدول(ب-۴) پارامترهای گیربکس بکار رفته

| Joint | Armstrong | Breacking Away |
|-----------------|-----------|--------------------|
| G ₁ | 62.61 | -62.61 |
| G ₂ | 107.36 | 107.815 |
| G ₃ | 53.69 | -53.7063 |
| G ₄ | 76.01 | 76.03636 |
| G ₅ | 71.91 | 71.923 |
| G ₆ | 76.63 | 76.686 |
| G ₄₅ | | -1/ G ₅ |
| G ₄₆ | | -1/ G ₆ |
| G ₅₆ | | -13.72 |

$$\theta_j = \begin{bmatrix} \frac{1}{G_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{G_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{G_{45}}{G_4} & \frac{1}{G_5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{G_{46}+G_{56}G_{45}}{G_4} & \frac{G_{56}}{G_5} & \frac{1}{G_6} \end{bmatrix} \theta_m$$

(ب-۵) جعبه دنده بکار رفته در PUMA560

Abstract

Today, robots are successfully applied for high repetitive simple manufacturing tasks that require little interaction of the robot with the environment. It is desirable to extend the capabilities of robots, and apply them in more complex cases, which generally require faster and more accurate motions and more interaction with the environment. This in turn requires the robot to deal with more complex dynamics, which has to be addressed in the controller design.

On the other hand, in many of industrial applications there are many uncertainties such as system parameter variations, external disturbance, friction force, and unmodeled dynamics, which influence the prior-designed control characteristics, and therefore the performance of model-based control techniques in high acceleration and speed operations, is severely affected by these uncertainties.

This study considers different control laws for the motion control of high speed robot manipulators. For this purpose, robust, sliding mode, discontinuous feedback linearization and computed torque control algorithms are applied and simulated for PUMA560 robot, as case study, by considering to actuators effects. Afterwards, a robust control scheme is proposed by using free and reduced model of system.

The advantage of the proposed approach in comparison to other schemes is needless of any information about the robot and actuators parameters to control of a high speed robot manipulator, and simplicity of its stability analysis. Such as, in order to using of model-based control techniques in here, a simple model of PUMA560 robot is extended base on christoffel symbols of first kind.

Keywords- Robust control, Sliding mode control, Feedback linearization, Model-Free Control, PUMA560.