



دانشکده مهندسی برق و رباتیک
گروه کنترل

کنترل مد لغزشی مرتبه کسری ربات‌های دولینکی آشوبگون

دانشجو: سارا قلی‌پور پیچا

استاد راهنما:

دکتر حیدر طوسی‌ان شاندیز

استاد مشاور:

دکتر محمد مهدی فاتح

پایان‌نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ۱۳۹۰



فرم صورتجلسه دفاع پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد خاتم / آقای :

سارا قلی پور رشته : برق گرایش : کنترل

تحت عنوان : کنترل مد لغزشی مرتبه کسری رباتهای دو لینکی آشوبگون

که در تاریخ ۹۰/۰۶/۲۶ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح زیر است :

قبول (با درجه : عالی) امتیاز (۱۹.۷۷۵) ☒ دفاع مجدد ☐ مردود ☐

۱- عالی (۱۹ - ۲۰) ۲- بسیار خوب (۱۸ - ۱۸/۹۹)

۳- خوب (۱۷/۹۹ - ۱۶) ۴- قابل قبول (۱۵/۹۹ - ۱۴)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	عبدالله حسین پور	استاد	
۲- استاد مشاور	—	—	—
۳- نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	ایده فرهادی	استاد	
۴- استاد ممتحن	ابوالفضل رفیعی	استاد	
۵- استاد ممتحن	علیرضا انصاری	استاد	

رئیس دانشکده

خدا جان تر شکر

هر دم بزونی ت مهر بونی مس ویشتر حس بونه

تقدیم کم پایان نامه ر

ش پرمار

وشون حمایت و دکر می س

تقدیر و تشکر از

استاد محترم جناب آقای دکتر طویان که بادرایت و حمایت کافی، نائل شدن به این مهم را برایم فراهم کردند

و همچنین از جناب آقای دکتر فاتح

و جناب آقای دکتر الفی و جناب آقای دکتر رنجبر به خاطر راهنمایی ها و همکاری های ارزنده ایشان

همینطور از تمام دوستان و همکارانی که در این دو سال مرایای رسانند، کمال تشکر را دارم

و برایشان سلامتی، دلی شاد و موفقیت روز افزون را آرزو مندم

تعهد نامه

اینجانب سارا علی پور بجا دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته برق کنترل دانشکده مهندسی برق و رباتیک

دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه با عنوان :

کنترل به روش فازی برای موتورهای الکتریکی دکتر سید علی آقا

تحت راهنمایی آقای دکتر سید علی آقا متعهد می شوم :

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ : ۹۰/۴/۲۴

امضاء دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

* متن این صفحه نیز باید در ابتدای نسخه های تکثیر شده پایان نامه وجود داشته باشد .

چکیده

بررسی رفتارهای غیرخطی پیچیده‌ای همچون آشوب و عوامل بروز آن‌ها در سیستم‌های دینامیکی نظیر ربات، باعث گسترش اطلاعات در جهت افزایش کارایی و کنترل آن‌ها می‌شود. هدف از این پایان نامه، طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی دینامیک از مرتبه کسری برای ربات‌های دولینکی آشوبگون می‌باشد. کنترل مد لغزشی به علت دقت بالا و مقاوم بودن در برابر اغتشاش خارجی و عدم قطعیت سیستم، به عنوان یک روش مهم و کارآمد در کنترل غیرخطی مورد توجه و استفاده محققین قرار گرفته است. کنترل مد لغزشی دینامیک یکی از روش‌های تعمیم‌یافته مد لغزشی می‌باشد. اساس کار مد لغزشی دینامیک با افزایش دینامیک‌های سیستم انجام می‌شود. به دلیل استفاده از انتگرال‌گیر در به دست آوردن ورودی کنترلی، مسئله لرزش که یکی از مشکلات اصلی روش‌های مد لغزشی می‌باشد، به طور چشم‌گیری کاهش می‌یابد و ورودی کنترلی را برای ربات قابل تحقق می‌سازد. در علم امروز جایگاه خاص مشتقات مرتبه کسری به عنوان ابزاری مناسب برای توصیف بهتر سیستم‌ها و همچنین افزایش قابلیت کنترل‌کننده‌ها کاملاً مشهود است. با به کارگیری این مشتقات امکان طراحی کنترل-کننده‌ای مقاوم در برابر عدم قطعیت و اغتشاش، کاهش/حذف مسئله لرزش در کنار حفظ و بهبود عملکرد مطلوب سیستم، فراهم شده است. استفاده از کنترل‌کننده مرتبه کسری، لرزش را کاهش و کارایی کنترل‌کننده را افزایش می‌دهد. تئوری و شبیه‌سازی‌ها برای ربات‌های آشوبگون تحت بار و ناشی از تأخیر و در حضور اغتشاش و عدم قطعیت انجام شده و در نهایت کنترل‌کننده با سه نوع کنترل‌کننده دیگر مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی کارآیی روش پیشنهادی را تأیید می‌کند.

کلمات کلیدی: آشوب، تأخیر، ربات دولینکی آشوبگون، سطح لغزش دینامیک، کنترل‌کننده مد لغزشی دینامیک مرتبه کسری، مشتقات مرتبه کسری، نمای لیپانوفی.

لیست مقالات مستخرج حال حاضر:

عنوان مقالات	مشخصات
Fractional Dynamic Sliding Mode Control Applied to Control of a chaotic Robot Arm Under Dynamic Load	<p>Sara Gholipour P. and Heydar Toosian Sh.</p> <p>IEEE 2011, 11th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2011)</p> <p>Korea , Oral Session</p>
Fractional Dynamic Sliding Mode Control Applied to Control of Delay-based Chaotic Manipulator	<p>Sara Gholipour P. and Heydar Toosian Sh.</p> <p>IEEE 2011, 9th International Conference on Control and Automation (ICCA 2011)</p> <p>Chilly , Oral Session</p>

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه.....	۱
۱-۱ مقدمه.....	۲
۲-۱ مروری بر ساختار پایان نامه.....	۳
فصل دوم: حسابان کسری.....	۴
دورنمای فصل.....	۴
۱-۲ مقدمه.....	۵
۲-۲ تعاریف متداول مشتقات مرتبه کسری.....	۷
۱-۲-۲ تعریف ریمان - لیویل.....	۷
۲-۲-۲ تعریف کپوتو.....	۸
۳-۲-۲ تعریف گرانوالد - لتنیکوف.....	۸
۴-۲-۲ انتخاب تعریف کپوتو.....	۸
۳-۲ روش های استفاده شده در شبیه سازی ها.....	۹
۴-۲ پایداری سیستم های مرتبه کسری.....	۱۰
۵-۲ مقایسه ای بین مشتقات مرتبه صحیح و کسری یک تابع.....	۱۱
۶-۲ کاربرد حسابان کسری.....	۱۲
۱-۶-۲ مدل کوره حرارتی.....	۱۲

۷-۲	تحقق ابزار فرکتانسی	۱۳
۱۶	فصل سوم: آشوب	۱۶
۱۶	دورنمای فصل	۱۶
۱۷	۱-۳ مقدمه	۱۷
۱۸	۲-۳ مفهوم آشوب	۱۸
۲۲	۱-۲-۳ شرایط لازم برای بروز آشوب	۲۲
۲۲	۳-۳ چند سیستم آشوبی معروف	۲۲
۲۳	۴-۳ مسیر گذار به آشوب	۲۳
۲۸	۵-۳ معیارهای مفید برای شناخت آشوب	۲۸
۲۸	۱-۵-۳ نمای لیاپونف	۲۸
۲۹	۱-۱-۵-۳ مقایسه‌ای بین مقادیر ویژه و نماهای لیاپونفی	۲۹
۳۱	۲-۵-۳ دیاگرام دوشاخگی	۳۱
۳۱	۶-۳ انواع مدل‌های آشوبی شدن سیستم‌ها	۳۱
۳۳	۱-۶-۳ انواع مدل‌های آشوبی شدن ربات‌های دولینکی	۳۳
۳۴	۱-۱-۶-۳ ربات تحت بار	۳۴
۳۸	۲-۱-۶-۳ تأخیر	۳۸
۴۲	۳-۱-۶-۳ تحریک متناوب	۴۲
۴۴	۴-۱-۶-۳ کنترل کننده تناسبی-مشتقی	۴۴

۴۶..... ۲-۶-۳ انواع مدل‌های آشوبی شدن ربات‌های دیگر

۴۸..... فصل چهارم: کنترل مد لغزشی ربات‌های دولینکی آشوبگون

۴۸..... دورنمای فصل

۴۹..... ۱-۴ مقدمه

۵۰..... ۲-۴ طراحی مد لغزشی

۵۳..... ۳-۴ لرزش

۵۳..... ۱-۳-۴ انواع روش‌های کاهش لرزش

۵۵..... ۴-۴ مد لغزشی دینامیک

۵۵..... ۱-۴-۴ پیشنهاد کنترل‌کننده

۵۶..... ۱-۴-۴-۱ سیستم ربات آشوبگون تحت بار

۵۹..... ۱-۴-۴-۲ اثبات پایداری

۵۹..... ۱-۴-۴-۳ سیستم ربات آشوبگون ناشی از تأخیر

۶۱..... ۲-۴-۴ تعیین محدوده ضرایب کنترل‌کننده

۶۱..... ۱-۲-۴-۴ محدوده k_s و k_f

۶۳..... ۲-۲-۴-۴ محدوده k_d و k_p

۶۴..... ۳-۴-۴ نتایج شبیه‌سازی‌ها

۶۳..... ۱-۳-۴-۴ شبیه‌سازی سیستم ربات آشوبگون تحت بار

۶۸..... ۲-۳-۴-۴ شبیه‌سازی با سه نوع کنترل‌کننده دیگر

۳-۳-۴-۴ شبیه‌سازی سیستم ربات آشوبگون ناشی از تأخیر..... ۷۵

۴-۳-۴-۴ شبیه‌سازی با سه نوع کنترل‌کننده دیگر..... ۷۹

۵-۳-۴-۴ شبیه‌سازی همراه با عدم قطعیت به‌وسیله کنترل‌کننده پیشنهادی ۸۷

فصل پنجم: نتیجه‌گیری..... ۹۱

۱-۵ جمع‌بندی و نتیجه‌گیری..... ۹۲

۲-۵ پیشنهادات..... ۹۳

فهرست منابع..... ۹۴

پیوست A..... ۱۰۰

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱-۲ نواحی پایدار و ناپایدار برای سیستم مرتبه کسری تناسبی مرتبه q ۱۱
- شکل ۲-۲ سنتز شبکه‌های فعال و غیرفعال ابزار فرکتانسی برای $s^{0.5}$ تقریب مائسودا ۱۵
- شکل ۳-۲ آزمایش عملی ابزار فرکتانسی با ورودی سینوسی و تقریب العلابی ۱۵
- شکل ۱-۳ رفتار متناوب، شبه متناوب و آشوبی سیستم یک ربات دو لینکی ۱۹
- شکل ۲-۳ حساسیت سیستم آشوبی نیوتن-لیپنیک به شرایط اولیه ۲۱
- شکل ۳-۳ طیف فرکانسی دامنه برحسب فرکانس هر دو بازوی ربات دو لینکی ۲۱
- شکل ۴-۳ سری زمانی و رفتار فضای فاز سیستم لورنز ۲۳
- شکل ۵-۳ رفتار فضای فاز سیستم کیوآی ۲۳
- شکل ۶-۳ نمونه‌ای از مسیر هموکلینیک و هتروکلینیک ۲۶
- شکل ۷-۳ رفتار فضای فاز سیستم کوانتم زاکسارف در پارامترهای متفاوت ۲۷
- شکل ۸-۳ نمای لیاپونوفی و دیاگرام دوشاخگی سیستم ۳۲
- شکل ۹-۳ بازوی ربات دولینکی تحت بار ۳۴

- شکل ۳-۱۰ سری زمانی در فضای مفصلی و بزرگ‌نمایی، حرکت مجری نهایی در فضای کار ربات آشوبگون تحت بار ۳۶
- شکل ۳-۱۱ فضای فاز، نماهای لیپانوفی ربات آشوبگون تحت بار ۳۷
- شکل ۳-۱۲ بازوی ربات دولینکی نیوماتیک ۳۸
- شکل ۳-۱۳ بلوک دیاگرام بازوی ربات دولینکی با کنترل‌کننده PD ۳۹
- شکل ۳-۱۴ زاویه مفصل دوم $\theta_2(t)$ با وجود تأخیر L ۴۰
- شکل ۳-۱۵ فضای فاز بازسازی شده زاویه مفصل دوم با $\tau = 5 \text{ sec}$ ۴۱
- شکل ۳-۱۶ حرکت نقطه آخر ربات در فضای کار با $L = 0.015^s$ ۴۲
- شکل ۳-۱۷ بازوی ربات دو لینکی (تحریک متناوب) ۴۲
- شکل ۳-۱۸ دیاگرام دوشاخگی در گستره فرکانس و دامنه تحریک ۴۴
- شکل ۳-۱۹ بازوی ربات دولینکی (کنترل‌کننده) ۴۴
- شکل ۳-۲۰ دیاگرام دوشاخگی سرعت زاویه‌ای هر لینک برحسب K_v ۴۶
- شکل ۴-۱ سطح لغزش ۴۹
- شکل ۴-۲ حرکت مد لغزشی ناشی از دو ورودی کنترلی ۵۱
- شکل ۴-۳ پدیده لرزش ۵۲
- شکل ۴-۴ بلوک دیاگرام کنترل پایه - پیرو ۵۷
- شکل ۴-۵ بلوک دیاگرام کنترل پایه - پیرو با ورودی مطلوب ۵۹

- شکل ۴-۶ ردگیری لینک دوم ربات آشوبی تحت بار کنترل شده با مد لغزشی دینامیک مرتبه کسری
۶۴.....
- شکل ۴-۷ خطای ردگیری لینک دوم همراه با بزرگنمایی، ورود کنترل کننده در ثانیه سوم.....۶۴
- شکل ۴-۸ سطوح لغزش همراه با بزرگنمایی.....۶۵
- شکل ۴-۹ ورودی های کنترلی همراه با بزرگنمایی.....۶۶
- شکل ۴-۱۰ فضای فاز لینک دوم ربات آشوبی تحت بار کنترل شده.....۶۷
- شکل ۴-۱۱ فضای فاز سه بعدی ربات آشوبی تحت بار کنترل شده.....۶۷
- شکل ۴-۱۲ حرکت مجری نهایی ربات آشوبگون تحت بار در فضای کار.....۶۸
- شکل ۴-۱۳ ردگیری و خطای ردگیری لینک دوم ربات آشوبی تحت بار کنترل شده با کنترل کننده
اول.....۷۰
- شکل ۴-۱۴ سطوح لغزش و ورودی های کنترلی ربات آشوبی تحت بار کنترل شده با کنترل کننده
اول.....۷۱
- شکل ۴-۱۵ خطای ردگیری و ورودی کنترلی ربات آشوبی تحت بار کنترل شده با کنترل کننده دوم.....۷۲
- شکل ۴-۱۶ خطای ردگیری و سطح لغزش ربات آشوبی تحت بار کنترل شده با کنترل کننده سوم.....۷۳
- شکل ۴-۱۷ ورودی های کنترلی ربات آشوبی تحت بار کنترل شده با کنترل کننده سوم.....۷۴
- شکل ۴-۱۸ ورودی مطلوب سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر.....۷۵
- شکل ۴-۱۹ زاویه مفصل دوم و خطای ردگیری آن به همراه بزرگنمایی سیستم ربات دولینکی
آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با مد لغزشی دینامیک مرتبه کسری.....۷۶
- شکل ۴-۲۰ سطح لغزش و گشتاور ورودی مفصل دوم به همراه بزرگنمایی سیستم ربات دولینکی
آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با مد لغزشی دینامیک مرتبه کسری.....۷۷

- شکل ۴-۲۱ فضای فاز بازسازی شده زاویه مفصل دوم با $\tau = 68\text{sec}$ ۷۸
- شکل ۴-۲۲ حرکت نقطه آخر ربات در فضای کار ۷۸
- شکل ۴-۲۳ خطای ردگیری و سطح مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده اول ۸۰
- شکل ۴-۲۴ گشتاور ورودی مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده اول ۸۱
- شکل ۴-۲۵ خطای ردگیری مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده دوم ۸۱
- شکل ۴-۲۶ سطح لغزش و گشتاور ورودی مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده دوم ۸۲
- شکل ۴-۲۷ خطای ردگیری و سطح لغزش مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده سوم ۸۳
- شکل ۴-۲۸ گشتاور ورودی مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده سوم ۸۴
- شکل ۴-۲۹ خطای ردگیری مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده دوم با جایگزینی تابع اشباع ۸۵
- شکل ۴-۳۰ سطح لغزش و گشتاور ورودی مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده دوم با جایگزینی تابع اشباع ۸۶
- شکل ۴-۳۱ خطای ردگیری و سطح لغزش ربات آشوبی تحت بار کنترل شده با کنترل کننده پیشنهادی به همراه عدم قطعیت و اغتشاش ۸۸

شکل ۳۲-۴ ورودی کنترلی ربات آشوبی تحت بار کنترل شده با کنترل کننده پیشنهادی به همراه عدم

قطعیت و اغتشاش..... ۸۹

شکل ۳۳-۴ خطای ردگیری مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده

با کنترل کننده پیشنهادی با اعمال عدم قطعیت..... ۸۹

شکل ۳۴-۴ سطح لغزش و ورودی کنترلی مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر

کنترل شده با کنترل کننده پیشنهادی با اعمال عدم قطعیت..... ۹۰

فهرست جدول‌ها

- جدول ۱-۲ تقریب گویای بسط مکرر برای $s^{0.5}$ ۱۴
- جدول ۱-۳ سیستم‌های آشوبی معروف ۲۴
- جدول ۲-۳ مقایسه‌ای بین مقادیر ویژه و نماهای لیاپونوفی ۲۹
- جدول ۳-۳ رفتار فضای فاز و نماهای لیاپونوفی سیستم‌های پیوسته ۳۰
- جدول ۴-۳ برخی توابع که باعث آشوبی شدن معادله دینامیکی (۱۱-۳) می‌شوند ۳۳
- جدول ۵-۳ مشخصات پارامتری ربات ۴۳
- جدول ۱-۴ کنترل‌کننده‌های مختلف مد لغزشی برای ربات آشوبگون تحت بار ۶۹
- جدول ۲-۴ جذر میانگین مجموع مربعات خطای ردگیری لینک دوم و پارامترهای شبیه‌سازی ربات آشوبگون تحت بار برای چهار کنترل‌کننده ۷۴
- جدول ۳-۴ کنترل‌کننده‌های مختلف مد لغزشی برای ربات آشوبگون ناشی از تأخیر ۷۹
- جدول ۴-۴ جذر میانگین مجموع مربعات خطای ردگیری لینک دوم و پارامترهای شبیه‌سازی ربات آشوبگون ناشی از تأخیر برای چهار کنترل‌کننده ۸۵

فصل اول

مقدمه

۱-۱ مقدمه

ربات، پیچیدگی‌ها و غیرخطی بودن آن، کوپلینگ بالا و همچنین عدم قطعیت در مفاصل آن موضوعی قابل تعمق می‌باشد. بحث‌های زیادی در زمینه طراحی کنترل‌کننده برای ربات‌ها وجود دارد، اما اینکه آشوب به عنوان پدیده‌ای پیچیده بر ربات و عمل‌کرد آن چه تأثیری دارد، یک سؤال جدید در ذهن محقق به وجود می‌آورد، چه رفتاری در ربات بیان‌گر آشوبی شدن آن است، آیا می‌توان آن را حذف کرد یا اصلاً از آن استفاده کرد؟

با وجود این رفتار پیچیده در یک سیستم دینامیکی نیاز به کنترل‌کننده‌ای سریع و آسان که بتواند عمل-کرد آن را به حالت مطلوب درآورد، وجود دارد. با روش‌هایی نظیر قانون کنترل بازگشتی، خطی‌سازی نگاشت پوانکاره و آشکارسازی گذار بر خط به کنترل ربات‌های آشوبگون پرداخته شده است. کنترل ربات آشوبگون به صورت عملی به روش شبکه عصبی نیز انجام شده است.

روش مد لغزشی به علت مقاوم بودن در برابر عدم قطعیت یکی از روش‌های رایج و مهم در کنترل ربات‌ها است، به خصوص اگر بتوان پدیده لرزش را از آن حذف کرد. ایده‌هایی نظیر استفاده از توابع غیرخطی همانند تابع اشباع، استفاده از رؤیت‌گر، مد لغزشی دینامیک و مراتب بالای مد لغزشی در کاهش پدیده لرزش در کنار حفظ عمل‌کرد مطلوب سیستم حلقه بسته استفاده شده‌است.

در سه دهه گذشته پیشرفت چشم‌گیری در زمینه طراحی مد لغزشی دینامیک و مراتب بالای مد لغزشی صورت گرفته است. بر این اساس در این پایان‌نامه با به‌کارگیری مد لغزشی دینامیک و افزودن مشتقات مرتبه کسری به آن به طراحی کنترل‌کننده‌ای جدید و مقاوم پرداخته شده و در نهایت بر روی ربات‌های آشوبگون تحت بار و ناشی از تأخیر پیاده‌سازی شده‌است.

۱-۲ مروری بر ساختار پایان‌نامه

موضوع این پایان‌نامه، کنترل مد لغزشی مرتبه کسری ربات‌های دولینکی آشوبگون است. هدف از این پایان‌نامه ارائه کنترل‌کننده‌ای جدید در مد لغزشی دینامیک با استفاده از مشتقات مرتبه کسری می‌باشد. بنابراین در فصل دوم این پایان‌نامه حسابان کسری مورد مطالعه قرار گرفته است. آشوب و ویژگی‌های آن، سیستم‌های آشوبی و ربات‌های آشوبی مختلف در فصل سوم مورد بررسی قرار می‌گیرد. فصل چهارم مربوط به مد لغزشی دینامیک مرتبه کسری است که روی سیستم ربات‌های دولینکی آشوبگون پیاده شده و با سه نوع کنترل‌کننده دیگر مقایسه شده‌است، اثبات پایداری و بحث عدم قطعیت به صورت نظری و شبیه‌سازی بیان شده‌است، نتیجه‌گیری و پیشنهادات نیز در فصل پنجم آورده شده است. در همه فصل‌ها نکات ریز و جالب توجهی که با مطالعه منابع مختلف انجام شده‌است، به نظر خواننده رسانده می‌شود.

فصل دوم

حسابان کسری

دورنمای فصل:

در ابتدا تاریخچه‌ای مختصر از حسابان کسری و زمینه‌های تحقیقاتی آن بیان شده است. در ادامه فصل، نخست برخی تعاریف متداول حسابان کسری آورده شده است. سپس یک تعریف از میان تعاریف ارائه شده با ذکر دلیل انتخاب شده و در طراحی کنترل‌کننده در فصل چهارم مورد استفاده قرار گرفته است. شبیه‌سازی به عنوان بخش جدائی‌ناپذیر طراحی یک کنترل‌کننده می‌باشد، بنابراین به مروری بر استفاده از روش‌های موجود می‌پردازیم، و در نهایت روشی مناسب برای شبیه‌سازی در حداقل زمان برمی‌گزینیم. هم‌چنین از آنجا که از دید ورودی-خروجی سیستم حلقه بسته ربات و کنترل‌کننده مرتبه کسری منجر به سیستم مرتبه کسری می‌شود، به بررسی پایداری سیستم‌های مرتبه کسری پرداخته شده است. در بخش ۲-۵ مثالی برای مقایسه پایداری مشتق مرتبه کسری بر خلاف مشتق مرتبه صحیح یک تابع آورده شده است. کاربرد موفق حسابان کسری در مدل کردن سیستم‌های واقعی، هم‌چنین تحقق ابزار فرکانسی برای استفاده عملی آن در مدارات الکترونیکی -نقاط عطفی در به کارگیری حسابان کسری به حساب می‌آیند؛ که در نهایت بیان شده‌اند.

۲-۱ مقدمه

کنترل مرتبه کسری به مفهوم سیستم‌های کنترل شده و یا کنترل‌کننده‌هایی است که با معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری تعریف می‌شوند. نظریه گسترش مشتقات و انتگرال مرتبه کسری بسیار قدیمی می‌باشد، اما علاقه به این موضوع همزمان با ایده‌های حسابان کلاسیک آشکار شد.

لبنیز^۱ در سیصد سال قبل در نامه‌ای به هوپیتال^۲ از آن نام برد و این گونه آنرا مطرح کرد:

آیا می‌توان تعریف مشتق با مرتبه صحیح $\frac{d^n y(x)}{dx^n}$ را به مرتبه غیر صحیح تعمیم داد؟

هوپیتال در جواب می‌پرسد:

اگر مرتبه $0/5$ باشد چه خواهد شد؟

لبنیز در تاریخ ۳۰ سپتامبر ۱۶۹۵ پاسخ داد:

این منجر به یک پارادکس می‌شود که روزی نتایج مفیدی از آن بدست می‌آید [۱].

¹ Leibniz

² L'Hopital

در سال ۱۸۱۹ لاکرویس^۱ در کتاب هفتصد صفحه‌ای خود [۲] دو صفحه‌ای را به مشتق از مرتبه دلخواه

اختصاص داد، او نشان داد اگر $y = x^a$ آنگاه $\frac{d^{0.5}y}{dx^{0.5}} = \frac{\Gamma(a+1)}{\Gamma(a+0.5)} x^{a-0.5}$ و به ویژه این نتیجه را بدست-

آورد $\frac{d^{0.5}y}{dx^{0.5}} = 2\sqrt{\frac{x}{\pi}}$ و این با نتایج مدرن ریمان^۲ نیز یکسان می باشد [۳]. فوریه^۳ در سال ۱۸۲۲ نمایش

مشتقی تابع $f(x)$ را به صورت $\frac{d^v}{dx^v} f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_R f(\alpha) d\alpha \int_R p^v \cos\left\{p(x-\alpha) + \frac{v\pi}{2}\right\} dp$ نشان

داد، که در آن مرتبه مشتق می تواند هر عدد مثبت یا منفی باشد. تا پایان قرن بیستم مطالعات کم و بیش منظم دانشمندانی هم چون لیویل^۴، گرانوالد^۵، لتنیکوف^۶، جهت توسعه حسابان کسری^۷ انجام شد و به شکل امروزی خود نزدیک شد. در ابتدا موضوع حسابان کسری مورد توجه ریاضیدانان قرار گرفته بود ولی پس از مدتی فیزیکدانان و مهندسين علوم متفاوت برای توصیف پدیده‌های واقعی از آن استفاده کردند. در این زمینه مثال‌های مختلفی در [۴، ۵، ۶] ذکر شده است که قابلیت بیشتر مشتقات کسری در مدل سازی سیستم‌ها در آن‌ها نشان داده شده است. مشتقات کسری به عنوان ابزاری مناسب برای توصیف خاصیت حافظه دار بودن بسیاری از سیستم‌ها می باشد، که همین امر موجب عمل کرد مناسب آن‌ها برای مدل سازی سیستم‌ها می شود. از جمله این سیستم‌ها می توان به پلاریزاسیون دوقطبی‌ها، خطوط انتقال، سیستم‌های حرارتی، خازن‌های الکتریکی، مواد ویسکوالاستیک، فرآیندهای الکتروشیمیایی، نویز رنگی، آشوب و ربات‌ها اشاره نمود. در سال‌های اخیر، سیستم‌های مرتبه کسری از جنبه‌های مختلفی از جمله تحلیل پایداری سیستم [۷، ۸]، تقریب سیستم [۹]، شناسایی سیستم [۱۰، ۱۱]، همزمان سازی^۸ و کنترل [۱۲-۱۶]، تحلیل رفتار دینامیک سیستم [۱۷-۲۱] و زمینه‌های دیگر مورد مطالعه قرار گرفته است.

¹ Lacorix
² Reimann
³ Fourier

⁴ Liouville
⁵ Grunwald
⁶ Letnikov

⁷ Fractional Calculus
⁸ Synchronization

۲-۲ تعاریف متداول مشتقات مرتبه کسری

روش‌های متفاوتی برای بسط مشتق مرتبه کسری موجود می‌باشد، هر کدام از این تعاریف برای کاربردهای متفاوتی استفاده می‌شوند. از معروف‌ترین آن‌ها ریمان-لیویل، گرانوالد-لتینکوف و کپوتو^۱ می‌باشند. مشتقات مرتبه کسری را با عمل‌گر زیر می‌توان نمایش داد:

$${}_a D_t^q = \begin{cases} \frac{d^q}{dt^q}, & \operatorname{Re}(q) > 0, \\ 1, & \operatorname{Re}(q) = 0, \\ \int_a^t (dt)^{-q}, & \operatorname{Re}(q) < 0. \end{cases} \quad (1-2)$$

q مرتبه کسری مشتق می‌باشد که در تعریف کلی می‌تواند عدد مختلط باشد ولی در این پایان‌نامه عددی حقیقی است. a کران پایین^۲ می‌باشد. در دو تعریف اول n اولین عدد صحیحی است که کمتر از q نمی‌باشد. $(n-1 < q < n)$

۱-۲-۲ تعریف ریمان-لیویل

$${}_a D_t^q f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-q)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{q-n+1}} d\tau, \quad (2-2)$$

$\Gamma(\cdot)$ تابع گاما می‌باشد.

و تبدیل لاپلاس آن به فرم زیر می‌باشد:

$$\int_0^\infty e^{st} {}_0 D_t^q f(t) dt = s^q F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k {}_0 D_t^{q-k-1} f(t) \big|_{t=0} \quad (3-2)$$

¹ Caputo

² Lower terminal

۲-۲-۲ تعریف کپوتو

$${}_a D_t^q f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-q)} \int_a^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{q-n+1}} d\tau, \quad (۴-۲)$$

و تبدیل لاپلاس آن به فرم زیر می باشد:

$$\int_0^\infty e^{st} {}_0 D_t^q f(t) dt = s^q F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{q-k-1} f^{(k)}(t)|_{t=0} \quad (۵-۲)$$

۳-۲-۲ تعریف گرانوالد-لتنیکوف

$${}_a D_t^q f(t) = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{1}{h^q} \sum_{j=0}^{[(t-q)/h]} (-1)^j \binom{q}{j} f(t-jh), \quad (۶-۲)$$

و تبدیل لاپلاس آن به فرم زیر می باشد:

$$\int_0^\infty e^{st} {}_0 D_t^q f(t) dt = s^q F(s) \quad (۷-۲)$$

این تعریف از تعمیم تعریف حدی مشتق نتیجه شده است. تفاوت این تعریف با تعاریف قبلی در ظاهر گسسته آن می باشد و در حالات خاص برای تقریب مشتق مرتبه کسری نیز استفاده می شود. با توجه به نحوه تعریف این مشتقات، تعریف ریمان-لیوویل برای پیدا کردن جوابهای تحلیلی و تعریف گرانوالد-لتنیکوف برای محاسبات عددی مناسب تر است. برای دسته ای از توابع که دارای مشتقات پیوسته تا درجه n هستند، تعاریف گرانوالد-لتنیکوف و ریمان-لیوویل معادل هم هستند [۴].

۴-۲-۲ انتخاب تعریف کپوتو

دلایل زیر برتری های تعریف کپوتو را بیان می کند:

الف) برای محاسبه تبدیل لاپلاس مشتق کسری در تعریف ریمان-لیوویل برخلاف تعریف کپوتو نیاز به مقادیر مشتقات غیر صحیح تابع در صفر داریم.

ب) در تعریف ریمان-لیویل برخلاف تعریف کپوتو مشتق عدد ثابت صفر نمی شود. با توجه به رابطه (۲-۲)

$$C) {}^C_0 D_t^q(K) = 0, f(t) = K \quad (۴-۵)$$

$$RL) {}^{RL}_0 D_t^q(K) = \frac{K t^{-q}}{\Gamma(1-q)} \quad RL) {}^{RL}_{-\infty} D_t^q(K) = 0 \quad \text{که در صورتی که}$$

نشان می دهد که باید زمان شروع به کار سیستم را $-\infty$ در نظر بگیریم در این صورت رفتار گذرای سیستم قابل بررسی نبوده و تنها رفتار حالت دائم آن را می توان در نظر گرفت.

ج) در تعریف کپوتو برخلاف ریمان-لیویل خاصیت جابه جایی مشتقات برای مراتب بزرگتر از یک برقرار است، در صورتی که در تعریف ریمان-لیویل به ازاء $t=0$ این خاصیت برقرار می شود.

این مزایا باعث کاربرد تعریف کپوتو- به عنوان متداول ترین تعریف که به آن مشتق هموار^۱ نیز می گویند؛ می باشند [۴].

۲-۳ روش های استفاده شده در شبیه سازی ها

در شبیه سازی ها از دو روش تحلیل در حوزه زمان و تحلیل درحوزه فرکانس استفاده می شود. روش های حوزه زمان مبتنی بر گسسته سازی معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری هستند. روش های حوزه فرکانس بر مبنای تقریب عمل گر کسری قرار دارند. برای شبیه سازی یک سیستم مرتبه کسری با استفاده از تقریب گویای عمل گر کسری، ابتدا معادلات مرتبه کسری سیستم در حوزه فرکانس در نظر گرفته می شود و تبدیل لاپلاس عمل گر انتگرال گیر کسری با تقریب مرتبه صحیح آن جایگزین می شود. سپس، معادلات تقریبی به دست آمده در حوزه فرکانس دوباره به حوزه زمان برده می شوند. حال می توان معادلات دیفرانسیل معمولی به دست آمده را با اعمال روش های مرسوم حل عددی، تقریب زد. روش های حوزه

^۱ Smooth

فرکانس در موارد زیادی برای شبیه سازی رفتار سیستم مرتبه کسری به کار رفته اند [۲۲-۲۳]. شبیه سازی سیستم مرتبه کسری با استفاده از روش های حوزه زمان پیچیده بوده و معمولاً مستلزم صرف زمان طولانی شبیه سازی است [۲۴]. می توان با به کارگیری روش های مختلف از جمله ایده حافظه کوتاه، تا حدی هزینه محاسباتی روش های حوزه زمان را کاهش داد [۲۵]. معمولاً دانشمندان روش های حوزه زمان را ترجیح می دهند اما روش های حوزه فرکانس توسط مهندسان به خصوص در حیطه کنترل کننده های مرتبه کسری مورد استفاده قرار می گیرد [۲۶]. معمولاً برای حل مشکل تقریب در شبیه سازی سیستم مرتبه کسری با استفاده از روش های حوزه فرکانس، تعداد صفر و قطب را زیاد می کنیم.

۲-۴ پایداری سیستم های مرتبه کسری

یک سیستم کسری می تواند با معادلات حالت زیر تعریف شود:

$$\begin{cases} d^{q_1} x_1 / dt^{q_1} = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ d^{q_2} x_2 / dt^{q_2} = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ d^{q_n} x_n / dt^{q_n} = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{cases} \quad (۸-۲)$$

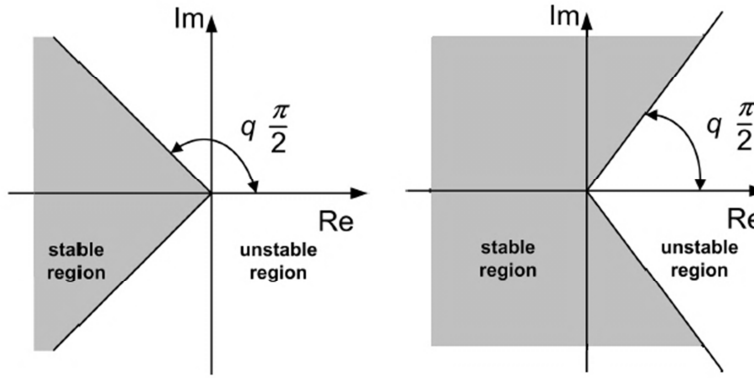
اگر بتوان کلیه مرتبه های کسری موجود در سیستم را به صورت ضریب صحیحی از یک مرتبه پایه بیان نمود سیستم تناسبی^۱ است، در غیر این صورت سیستم غیر تناسبی^۲ است. برای راحتی کار، اگر $q_1 = q_2 = \dots = q_n = q$ ، سیستم تناسبی می باشد و در غیر این صورت سیستم غیر تناسبی است.

در سیستم تناسبی این سیستم پایدار مجانبی است اگر و تنها اگر برای همه مقادیر ویژه (λ) رابطه $|\arg(\lambda)| > \frac{q\pi}{2}$ برقرار باشد. همچنین این سیستم پایدار است اگر و تنها اگر برای همه مقادیر ویژه رابطه

^۱ Commensurate

^۲ Incommensurate

تکرار^۱ یک باشند. نواحی پایداری سیستم مرتبه کسری در شکل (۱-۲) نشان داده شده است.



ب) $1 < q < 2$

الف) $0 < q < 1$

شکل (۱-۲) نواحی پایدار و ناپایدار برای سیستم مرتبه کسری تناسبی مرتبه q [۳۰].

اگر q_i ها مقادیر گویایی باشند شرط بیان شده برای پایدار مجانبی بودن به صورت $|\arg(\lambda)| > \frac{P\pi}{2}$ تبدیل

می شود که در آن P کوچک ترین مضرب مشترک مخرج های q_i ها می باشد. به عبارتی اگر $q_i = \frac{v_i}{u_i}$ که

$u_i, v_i \in N$ و $(u_i, v_i) = 1$ ، P کوچک ترین مضرب مشترک u_i ها است [۲۷، ۷-۳۰]. افزایش ناحیه پایداری

سیستم مرتبه کسری برای $0 < q < 1$ نسبت به سیستم مرتبه صحیح به وضوح در شکل (۱-۲-الف) دیده

می شود. همین طور که از شکل پیداست ناحیه پایداری سیستم به مقدار $\pi - q\pi$ رادیان در نیم صفحه

راست محور موهومی افزایش یافته است.

۵-۲ مقایسه ای بین مشتقات مرتبه صحیح و کسری یک تابع

$$\begin{cases} (1) \frac{d}{dt} x(t) = at^{a-1}, \\ (2) {}_0 D_t^q x(t) = at^{a-1}. \end{cases} \xrightarrow[\text{initial condition } x(0)]{0 < a, q < 1} \begin{cases} x(t) = t^a + x(0) \\ x(t) = \frac{a\Gamma(a)t^{a+q-1}}{\Gamma(a+q)} + \frac{x(0)t^{q-1}}{\Gamma(q)} \end{cases} \quad (9-2)$$

^۱ Multiplicity

به طور واضح می توان دریافت که سیستم (۱) برای $a \in (0,1)$ ناپایدار است در صورتی که سیستم (۲) برای $0 < a \leq 1-q$ پایدار می باشد، این نشان می دهد که سیستم مرتبه کسری می تواند ویژگی های بهتری نسبت به سیستم مرتبه صحیح داشته باشد زیرا با اینکه طبق تعریف لیاپانوف انرژی سیستم به صورت نمایی کاهش می یابد، سیستم (۱) ناپایدار است [۳۰].

۲-۶ کاربرد حسابان کسری

کاربرد حسابان کسری در مدل های واقعی به اختصار در قسمت ۲-۱ ذکر شده است، در این قسمت به بیان یک مدل بسنده می کنیم.

۲-۶-۱ مدل کوره حرارتی [۳۲]

در این قسمت نشان می دهیم که تابع انتقال با مرتبه کسری بهتر از یک تابع انتقال با مرتبه صحیح، کوره حرارتی را مدل می کند. با استفاده از سری مقادیر ورودی و خروجی $(y_i^*, u_i^* \quad (i=1 \sim M))$ تابع انتقال یک کوره حرارتی را تخمین می زنیم. ابتدا فرض می کنیم که سیستم فوق را می توان توسط یک معادله دیفرانسیل معمولی از مرتبه ۲ مدل کرد:

$$a_2 y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = u(t) \quad (2-10)$$

حال a_0 ، a_1 و a_2 را به گونه ای بدست می آوریم که معیار زیر حداقل گردد:

$$Q = \frac{1}{M+1} \sum_{i=0}^M (y_i^* - y_i)^2 \quad (2-11)$$

y_i خروجی مدل به ازای ورودی u_i^* می باشد که مدل سیستم نیز همان معادله دیفرانسیل (۲-۱۰) است.

حال با حداقل کردن تابع معیار Q ، ضرایب به صورت $a_0 = 1.928$ ، $a_1 = 4892.733$ و $a_2 = -73043.36$

بدست می آیند و مقدار حداقل Q نیز برابر با $Q_{\min} = 1.02 \times 10^{-3}$ می باشد. بنابراین مراحل قبل را این بار

به ازای یک معادله دیفرانسیل با مرتبه کسری و به ازای سه عبارت که به عنوان مدل در نظر گرفته می-شوند و در زیر نشان داده شده است، انجام می دهیم:

$$a_2 y^{(\alpha)}(t) + a_1 y^{(\beta)}(t) + a_0 y(t) = u(t) \quad (12-2)$$

دوباره Q را به ازای همین روش حداقل می کنیم. در این حالت مقادیر پارامترها به این صورت بدست می-آیند $a_0 = 1.69$ ، $a_1 = 6009.52$ ، $a_2 = -144994.3$ ، $\alpha = 1.31$ ، $\beta = 0.97$ و مقدار حداقل Q برابر $Q_{\min} = 2.7 \times 10^{-4}$ می باشد. معادله دیفرانسیل با مرتبه کسری و به ازای تعداد جملات یکسان بهتر از یک معادله دیفرانسیل با مرتبه صحیح سیستم را مدل کرده است. حال اگر سیستم را به ازای یک معادله دیفرانسیل با مرتبه کسری و به ازای دو جمله مدل کنیم، به عبارتی ضریب a_2 را در (۱۲-۲) صفر در نظر بگیریم:

$$a_1 y^{(\beta)}(t) + a_0 y(t) = u(t) \quad (13-2)$$

با تکرار مراحل بالا برای مدل فوق پارامترها بصورت زیر بدست می آیند:

$a_0 = 1.39$ ، $a_1 = 788.35$ و $\beta = 0.73$. مقدار حداقل Q نیز برابر $Q_{\min} = 6.3 \times 10^{-4}$ می باشد که در مقایسه با Q_{\min} بدست آمده برای معادله (۱۰-۲) نیز کوچکتر است. پس می توان گفت که یک معادله دیفرانسیل مرتبه کسری و به ازای یک جمله مشتق نیز سیستم را بهتر از یک معادله دیفرانسیل با مرتبه صحیح و به ازای دو جمله مشتق مدل می کند.

۷-۲ تحقق ابزار فرکتانسی^۱ [۳۳]

تابع امپدانس یک ابزار فرکتانسی بصورت $Z(s) = \frac{k_0}{s^q}$ بیان می شود
(q مرتبه کسری و k_0 عدد ثابت می باشد).

^۱ Realization of fractance device

چند نوع تقریب برای تحقق ابزار فرکتانسی وجود دارد:

تقریب استالوپ^۱، تقریب کارلسون^۲، تقریب ماتسودا^۳، تقریب بسط کسر مکرر^۴، تقریب العلابی^۵.

در جدول (۱-۲) تقریب گویای بسط کسر مکرر برای $s^{0.5}$ آورده شده است. سنتز شبکه های فعال و

غیرفعال ابزار فرکتانسی برای $s^{0.5}$ تقریب ماتسودا در شکل (۲-۲) آورده شده است. شکل (۲-۳) نیز آزمایش

عملی ابزار فرکتانسی با ورودی سینوسی و تقریب العلابی را نشان می دهد.

جدول (۱-۲) تقریب گویای بسط کسر مکرر برای $s^{0.5}$ [۳۳].

No. of terms	Rational approximation for α	Rational approximation for $\alpha = \frac{1}{2}$
2	$\frac{(1-\alpha)+s(1+\alpha)}{(1+\alpha)+s(1-\alpha)}$	$\frac{3s+1}{s+3}$
4	$\frac{(\alpha^2+3\alpha+2)s^2+(8-2\alpha^2)s+(\alpha^2-3\alpha+2)}{(\alpha^2-3\alpha+2)s^2+(8-2\alpha^2)s+(\alpha^2+3\alpha+2)}$	$\frac{5s^2+10s+1}{s^2+10s+5}$
6	$\frac{(\alpha^3+6\alpha^2+11\alpha+6)s^3+(-3\alpha^3-6\alpha^2+27\alpha+54)s^2+(3\alpha^3-6\alpha^2+27\alpha+54)s+(-\alpha^3+6\alpha^2-11\alpha+6)}{(-\alpha^3+6\alpha^2-11\alpha+6)s^3+(3\alpha^3-6\alpha^2+27\alpha+54)s^2+(-3\alpha^3-6\alpha^2+27\alpha+54)s+(\alpha^3+6\alpha^2+11\alpha+6)}$	$\frac{7s^3+35s^2+21s+1}{s^3+21s^2+35s+7}$
8	$\frac{P_0s^4+P_1s^3+P_2s^2+P_3s+P_4}{Q_0s^4+Q_1s^3+Q_2s^2+Q_3s+Q_4}$	$\frac{9s^4+84s^3+126s^2+36s+1}{s^4+36s^3+126s^2+84s+9}$
	$P_0=Q_4=\alpha^4+10\alpha^3+35\alpha^2+50\alpha+24$ $P_1=Q_3=-4\alpha^4-10\alpha^3+40\alpha^2+320\alpha+384$ $P_2=Q_2=6\alpha^4-150\alpha^2+864$ $P_3=Q_1=-4\alpha^4+20\alpha^3+40\alpha^2-320\alpha+384$ $P_4=Q_0=\alpha^4-10\alpha^3+35\alpha^2-50\alpha+24$	
10	$\frac{P_0s^5+P_1s^4+P_2s^3+P_3s^2+P_4s+P_5}{Q_0s^5+Q_1s^4+Q_2s^3+Q_3s^2+Q_4s+Q_5}$	$\frac{11s^5+165s^4+462s^3+330s^2+55s+1}{s^5+55s^4+330s^3+462s^2+165s+11}$
	$P_0=Q_5=-\alpha^5-15\alpha^4-85\alpha^3-225\alpha^2-274\alpha-120$ $P_1=Q_4=5\alpha^5+45\alpha^4+5\alpha^3-1005\alpha^2-3250\alpha-3000$ $P_2=Q_3=-10\alpha^5-30\alpha^4+410\alpha^3+1230\alpha^2-4000\alpha-12000$ $P_3=Q_2=10\alpha^5-30\alpha^4-410\alpha^3+1230\alpha^2+4000\alpha-12000$ $P_4=Q_1=-5\alpha^5+45\alpha^4-5\alpha^3-1005\alpha^2+3250\alpha-3000$ $P_5=Q_0=\alpha^5-15\alpha^4+85\alpha^3-225\alpha^2+274\alpha-120$	

¹ Oustaloup

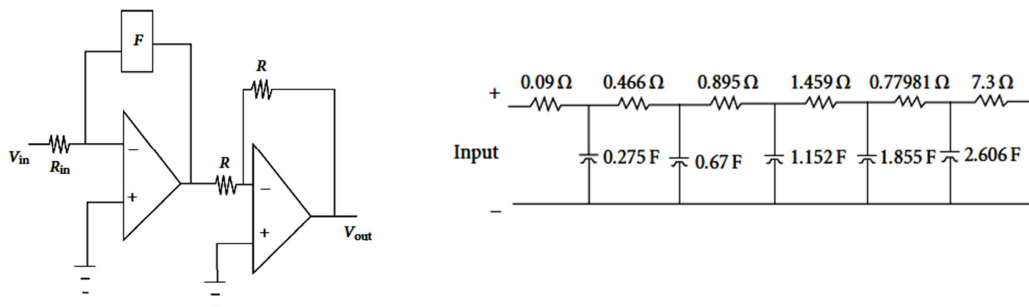
² Carlson

³ Matsuda

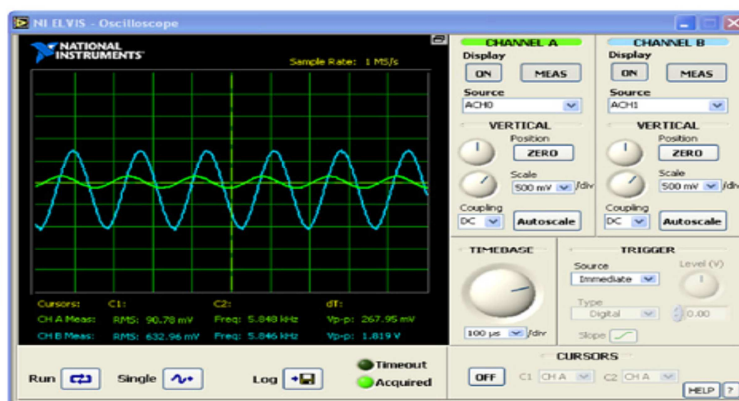
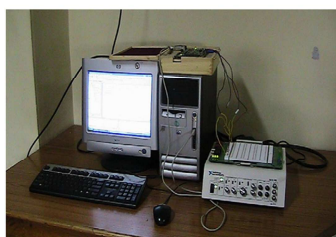
⁴ Continued Fraction Expansion(CFE)

⁵ Al-Alauei

کنترل مد لغزشی مرتبه کسری رباتهای دوپیکنی آشوبگون



شکل (۲-۲) سنتز شبکه های فعال و غیرفعال ابزار فرکتانسی برای $s^{0.5}$ تقریب ماتسودا [۳۳].



شکل (۲-۳) آزمایش عملی ابزار فرکتانسی با ورودی سینوسی و تقریب العالیی (TMS320C6713DSP) [۳۳].

فصل سوم

آشوب

دورنمای فصل:

نخست مختصری از تعاریف، ضرورت‌ها و زمینه‌های تحقیقاتی آشوب بیان شده‌است. در ادامه، مفهوم و ویژگی‌های آشوب در مقابل رفتارهای متناوب، شبه‌متناوب و تصادفی آورده شده‌است. سپس شرایط لازم برای بروز آشوب و قضیه‌ای برای تعریف آن ذکر شده‌است. برای آشنایی بیشتر، چند سیستم آشوبی معروف در یک دسته‌بندی ساده و هم‌چنین در پیوست A، سیستم‌های آشوبی معمول به‌طور نسبتاً جامع، عیناً از [۳۴] آورده شده‌است. بحث روی رفتار متعادل تا رفتار فوق‌آشوبگون سیستم‌ها به‌صورت مسیر گذار به آشوب بیان شده‌است. در ادامه معیارهای مفید برای تشخیص آشوب از جمله نمای لیاپانوفی و دیاگرام دوشاخگی با ذکر مثال، تعریف شده‌اند. برای درک بهتر، مقایسه‌ای بین مقادیر ویژه و نماهای لیاپانوفی آورده شده‌است. هم‌چنین انواع مدل‌های آشوبی شدن سیستم‌ها در ادامه بررسی شده‌است و در نهایت انواع مدل‌های آشوبی شدن ربات‌ها به‌همراه شبیه‌سازی‌ها آورده شده‌است.

۳-۱ مقدمه

آشوب^۱ یک پدیده دینامیکی است که در سیستم‌های غیرخطی گسسته و پیوسته با زمان، برای برخی از شرایط رخ می‌دهد [۳۹-۳۴]. لورنز^۲ در سال ۱۹۶۱ در مدل‌سازی تغییرات جوی برای صرفه جویی در وقت به جای شروع از ابتدای دنباله داده‌ها از وسط این دنباله شروع می‌کند و متوجه مقداری متفاوت با آزمایش روز قبل می‌شود، به این ترتیب دسته خاصی از سیستم‌های دینامیکی غیرخطی با پارامترهای مشخص که به شرایط اولیه بسیار حساس بودند با عنوان سیستم‌های آشوبگون شناخته شدند. مطالعه عمیق دینامیک غیرخطی در سه دهه گذشته نشان می‌دهد آشوب در اغلب پدیده‌های طبیعی از جمله اتمسفر [۴۰]، نوسانگرهای مکانیکی مانند پاندول‌ها، تلاطم در مکانیک سیالات [۴۱]، ساختارهای الاستیکی، حفره‌های لیزر [۴۲]، ربات‌ها [۴۳-۵۵]، حرکات اجسام سماوی با بیش از دو جرم و حرکت ماهواره‌ها [۵۶] و همچنین مسائل و مدل‌های اقتصادی [۵۷] و حتی در رفتار و فیزیولوژی انسان‌ها وجود دارد [۵۸].

آشوب از زمان کشف تا حدود سال ۱۹۹۰ به عنوان یک عامل مزاحم که باید حذف شود مطرح بود اما پس از آن در دسته‌ای از تحقیقات تلاش برای حفظ، افزایش و یا حتی ایجاد آشوب در سیستم‌ها به وجود

^۱ Chaos

^۲ Lorenz

آمد [۵۹-۶۵]. پادکنترل آشوب^۱ به این معنی است که در سیستمی که دارای رفتار آشوبی نیست، آشوب ایجاد کنیم. وجود آشوب در بعضی از موارد هم چون میکس کردن مواد مختلف، کنترل ضربان قلب و بیماری صرع [۶۶] لازم است. در سالهای گذشته سیستمهای آشوبی از جنبه‌های متفاوت از جمله کنترل و همزمان سازی^۲ [۶۷-۷۲] مورد مطالعه قرار گرفته است. کنترل سیستمهای آشوبی به معنی حذف رفتار آشوبی یک سیستم و رساندن آن به نقطه تعادل، حالت متناوب و یا شبه متناوب می باشد. هم چنین کنترل دوشاخگی^۳، نیز که دقیقاً جزو کنترل آشوب محسوب نمی شود ولی به آن ارتباط دارد، به معنی عقب (یا جلو) انداختن دو شاخگی و یا تغییر دو شاخگی است، دوشاخگی در بخش ۳-۵-۲ توضیح داده شده است. همزمان سازی به این معنی است که بخواهیم رفتار دو سیستم آشوبی کاملاً مشابه هم شود. در این پایان نامه، از ایده پایه^۴ - پیرو^۵ استفاده شده است. به این صورت که سیستمی که می خواهیم رفتار آن دنبال شود، سیستم پایه و سیستمی که رفتار سیستم پایه را دنبال می کند، سیستم پیرو نامیده می شود. رفتار متناوب، شبه متناوب و آشوبی سیستم یک ربات دو لینی در شکل (۳-۱) از یکدیگر متمایز شده است.

۲-۳ مفهوم آشوب

از رفتار نامنظم و غیرقابل پیش بینی بسیاری از سیستمهای غیرخطی به عنوان آشوب نام برده می شود، این در حالی است که سیستمهای دینامیکی غیرخطی تصادفی، یعنی سیستمهایی که دارای تحریک و یا پارامترهای تصادفی هستند، نیز دارای رفتار نامنظم می باشند. اختلاف اساسی میان سیستمهای آشوبگون قطعی^۶ و سیستمهای دینامیکی غیرخطی تصادفی در این است که برای سیستمهای آشوبگون رفتار نامنظم ذاتاً به خاطر مشخصه غیرخطی سیستم می باشد، در حالی که پاسخ یک سیستم به تحریک

^۱ Anticontrol chaos

^۲ Synchronization

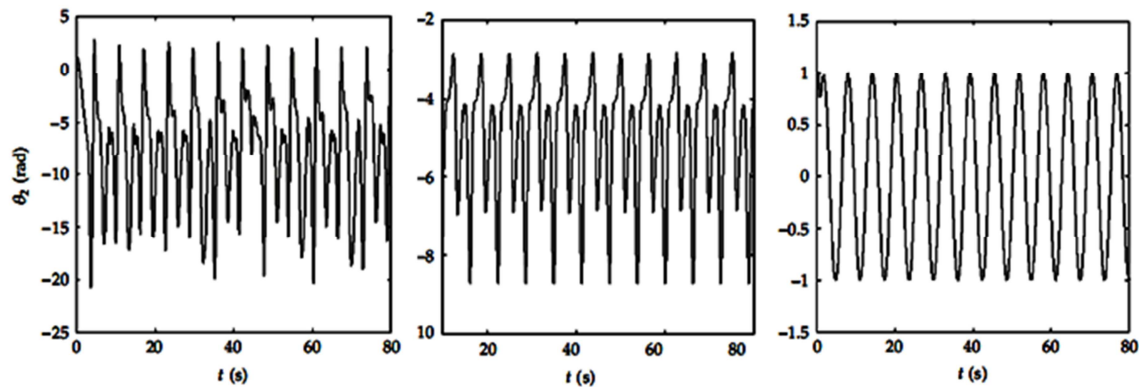
^۳ Bifurcation

^۴ Master

^۵ Slave

^۶ Stochastic

^۷ Deterministic



شکل (۱-۳) رفتار متناوب، شبه متناوب و آشوبی سیستم یک ربات دو لینکی [۵۱].

تصادفی، مستقل از این که سیستم قابلیت تولید رفتار آشوبگون داشته باشد، یا خیر همواره نامنظم است. با وجود این رفتار نامنظم، سیستم‌های آشوبگون دارای معادلات قطعی هستند، به عبارتی یک سیستم آشوبگون به طور موضعی ناپایدار ولی به طور سراسری کران‌دار است. لازم به ذکر است که در کنار سیستم های آشوبی و تصادفی، سیستم آشوبی- تصادفی^۱ نیز وجود دارد و این در صورتی است که به طور مثال سیستم آشوبی با یک ورودی تصادفی مواجه شود [۷۳-۷۵]. یک ویژگی منحصر به فرد سیستم‌های آشوبگون را می‌توان در بررسی حالت‌های سیستمی مشاهده کرد که از دو حالت اولیه با اختلاف بسیار کم، مثلاً x و $x + \varepsilon$ ، که ε یک مقدار بسیار کوچک است، شروع به حرکت کرده است. در سیستم‌های غیر آشوبگون این اختلاف کم فقط منجر به خطایی در پیش‌بینی می‌شود که به صورت خطی با زمان زیاد می‌شود. در مقابل، در سیستم‌های آشوبگون، خطا به صورت نمایی با زمان رشد می‌کند، در این مورد حالت‌های دو سیستم خیلی زود از یکدیگر واگرا می‌شوند، اما این واگرایی تنها به اندازه یک مقدار کران‌دار و متناهی خواهد بود [۳۴-۳۹]. این موضوع در مثال ۱-۳ در مورد یک سیستم دینامیکی آشوبگون با دو

^۱ Stochastic chaos

شرط اولیه بسیار نزدیک به هم به اجرا درآمده است. از این خاصیت تحت عنوان حساسیت به شرایط اولیه^۱ نام برده می‌شود. راه‌های زیادی برای تشخیص سیستم آشوبی از سیستم تصادفی وجود دارد که یکی از آن‌ها استفاده از خاصیت حساسیت به شرایط اولیه می‌باشد، به این ترتیب که اگر ترتیب داده آشوبی را تغییر داده و از آن میانگین و واریانس بگیریم، برخلاف داده تصادفی، میانگین و واریانس آن نسبت به داده قبلی تغییر می‌کند. از ویژگی‌های دیگر آشوب، وجود طیف فرکانسی پیوسته می‌باشد. در شکل (۳-۳) طیف فرکانسی دامنه برحسب فرکانس هر دو بازوی ربات دو لینکی [۵۱] برای حالت‌های شبه‌متناوب و آشوبی آورده شده است.

✓ مثال ۳-۱:

دو سیستم نیوتن-لینیک یکسان ولی متفاوت در شرایط اولیه را در نظر بگیرید. به عبارت دیگر تغییر کوچکی در شرایط اولیه یکی از سیستم‌ها ایجاد خواهیم کرد، مطابق زیر:

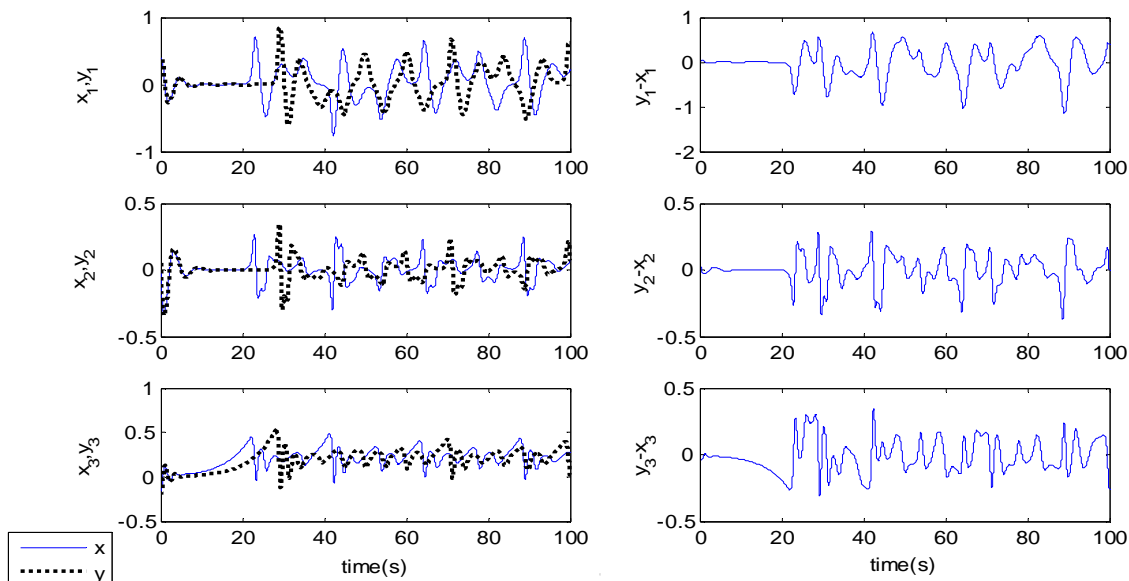
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -ax_1 + x_2 + 10x_2x_3 \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 0.4x_2 + 5x_1x_3 \\ \dot{x}_3 = bx_3 - 5x_1x_2 \\ (x_1(0), x_2(0), x_3(0)) = (0.394, 0, -0.18) \end{cases} \quad (۱-۳)$$

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = -ay_1 + y_2 + 10y_2y_3 \\ \dot{y}_2 = -y_1 - 0.4y_2 + 5y_1y_3 \\ \dot{y}_3 = by_3 - 5y_1y_2 \\ (y_1(0), y_2(0), y_3(0)) = (0.398, 0.05, -0.2) \end{cases} \quad (۲-۳)$$

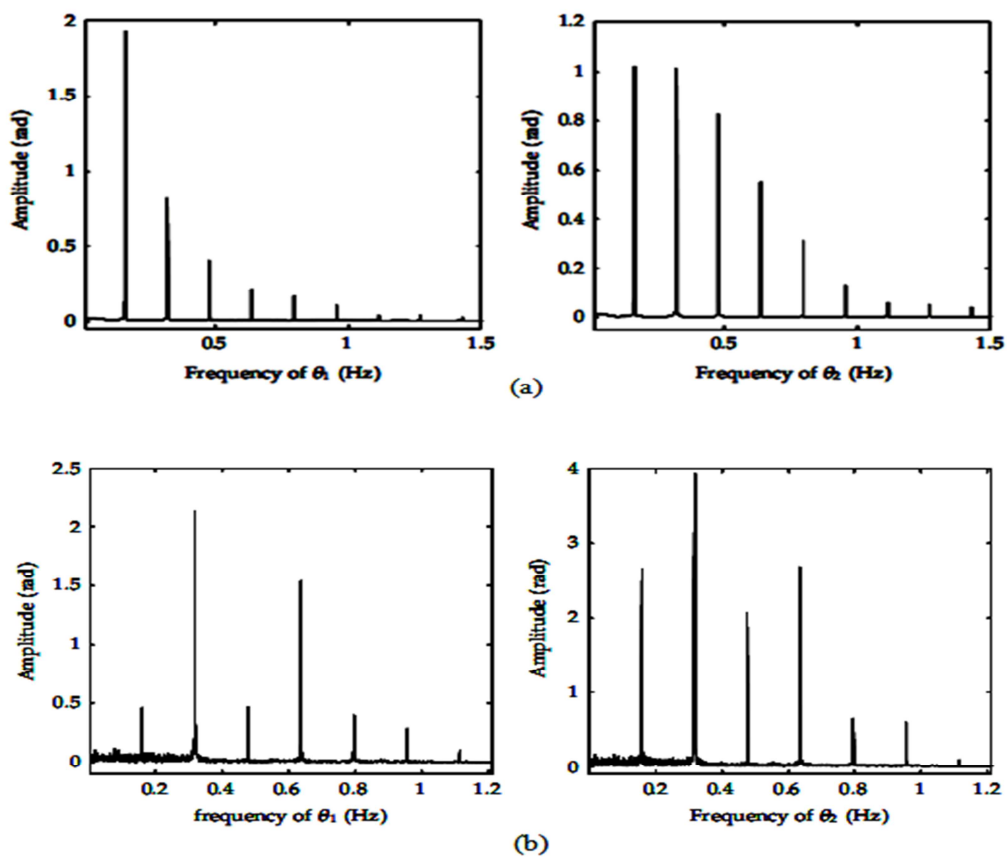
در شکل (۲-۳) رفتار دو سیستم را نشان داده شده است.

^۱ Sensitivity to initial conditions

کنترل مد لغزشی مرتبه کسری رباتهای دو لینکی آشوبگون



شکل (۳-۲) حساسیت سیستم آشوبی نیوتن-لینیک به شرایط اولیه



شکل (۳-۳) طیف فرکانسی دامنه بر حسب فرکانس هر دو بازوی ربات دو لینکی [۵۱] (a) شبه متناوب (b) آشوبی.

۳-۲-۱ شرایط لازم برای بروز آشوب

شرایط لازم برای بروز آشوب در یک سیستم دینامیکی پیوسته خودگردان^۱ مرتبه صحیح عبارتند از:

(۱) حداقل بعد داخلی^۲ سیستم^۳ باشد. لازم به ذکر است که با توجه به رابطه (۲-۸) به عدد n بعد

داخلی سیستم گفته می شود [۷۶]، در یک سیستم دینامیکی پیوسته مرتبه کسری حداقل بعد

داخلی سیستم می تواند کمتر از ۳ نیز باشد.

(۲) در رابطه (۲-۸) معادلات حداقل دارای یک جمله غیرخطی باشند که برخی از متغیرها را با هم

جفت کند.

تعریف ۳-۱

یک پاسخ $\bar{x}(t)$ از سیستم زیر:

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in R^n \quad (3-3)$$

با شرایط اولیه $\bar{x}(0) = \bar{x}_0$ آشوبگون است اگر از دیدگاه لیاپانوف ناپایدار باشد و تمام پاسخهایی که از یک

همسایگی نقطه \bar{x}_0 آغاز می شوند روی بازه زمانی $[0, \infty)$ کراندار باشند [۷۷].

۳-۳ چند سیستم آشوبی معروف

معادلات سیستمهای آشوبی معروفی همچون لورنز^۴، چن^۵، لو^۶ و راسلر^۷ و... در یک دسته بندی ساده

به صورت رابطه (۳-۴) و در جدول (۳-۱) [۷۸] و هم چنین در پیوست A، سیستمهای آشوبی معمول به-

طور نسبتاً جامع، عیناً از [۳۴] آورده شده است.

¹ Autonomous

² Inner dimension

³ Lorenz

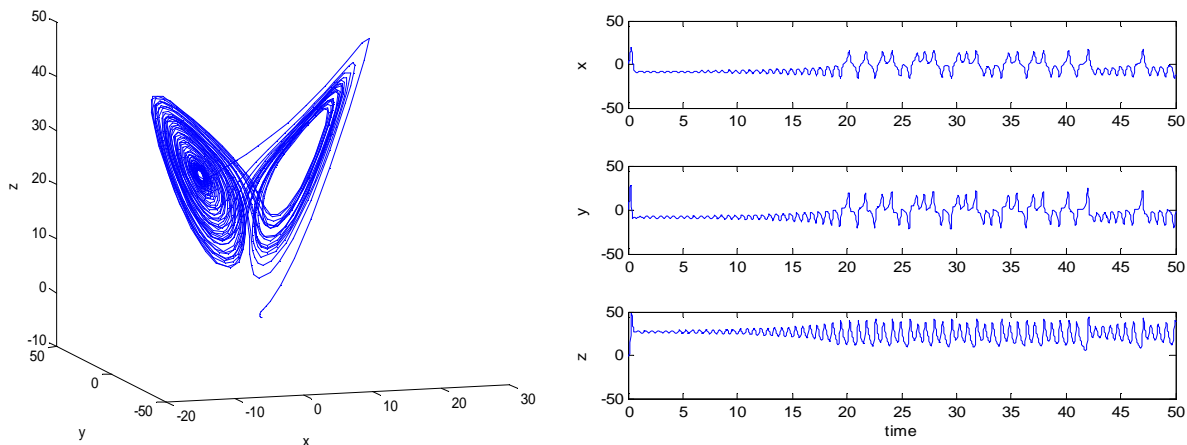
⁴ Chen

⁵ Lü

⁶ Rössler

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y, z) - \alpha x \\ \dot{y} = x.g(x, y, z) + z.\psi(x, y, z) - \beta y \\ \dot{z} = x.h(x, y, z) - y.\psi(x, y, z) - \gamma z \end{cases} \quad (4-3)$$

سری زمانی و رفتار فضای فاز سیستم لورنز نیز به طور نمونه در شکل (4-3) آورده شده است.

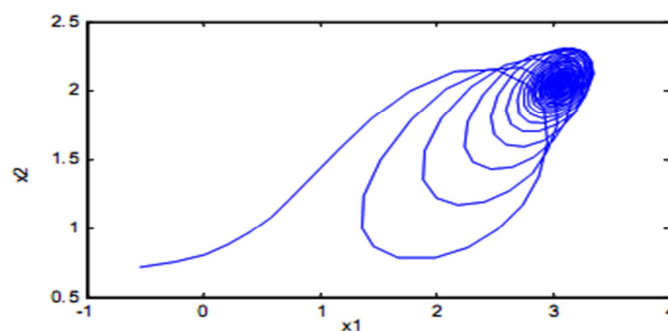


شکل (4-3) سری زمانی و رفتار فضای فاز سیستم لورنز

4-3 مسیر گذار به آشوب^۱

الف) نقاط تعادل^۲: نقطه $x \in M$ نقطه‌ای است که در آن $\dot{x} = f(x, t) = 0$ باشد، فضای فاز به این

نقطه همگرا می‌شود. در شکل زیر نمایش فضای فاز این حالت دیده می‌شود.



شکل (5-3) رفتار فضای فاز سیستم کیوآی^۳ [۷۹].

¹ The route to chaos

² Equilibrium Point

³ Qi

کنترل مد لغزشی مرتبه کسری رباتهای دو لینکی آشوبگون

جدول (۳-۱) سیستم‌های آشوبی معروف [۷۸].

No.	Name	Model	$f(x,y,z)$	$g(x,y,z)$	$h(x,y,z)$	$\psi(x,y,z)$
1	Lorenz model	$\dot{x} = -a(x-y)$ $\dot{y} = rx - y - xz$ $\dot{z} = -bz + xy$	ay	$r-z$	y	0
2	Lotka Volterra generalized - 3D	$\dot{x} = x - xy + Cx^2 - Axx^2$ $\dot{y} = rx - y - xz$ $\dot{z} = -bz + xy$	$-xy + Cx^2 - Axx^2$	$r-z$	y	0
3	Chen's system ($x \neq y$) ^a	$\dot{x} = (c-a)y - yz + cx$ $\dot{y} = a(x-y)$ $\dot{z} = xy - bz$	$(c-a)y - yz + cx$	a	y	0
4	Liu System	$\dot{x} = a(y-x)$ $\dot{y} = bx - kxz$ $\dot{z} = -cz + hx^2$	ay	$b-kz$	$hx-z$	0
5	Rucklidge attractor ($x \neq y$) ^a	$\dot{x} = y$ $\dot{y} = -xy + ix - xz$ $\dot{z} = -z + x^2$	y	$i-z$	x	0
6	Nosé-Hoover oscillator ($x \neq y$) ^a	$\dot{x} = a - y^2$ $\dot{y} = -z + yx$ $\dot{z} = y$	$a - y^2$	y	0	1
7	Nosé-Hoover oscillator modification ($x \neq y$) ^a	$\dot{x} = -1 + y^2$ $\dot{y} = -z - yx$ $\dot{z} = y$	$-1 + y^2$	$-y$	0	-1
8	Nosé-Hoover oscillator modification reverse ($x \neq y$) ^a	$\dot{x} = 1 - y^2$ $\dot{y} = z + yx$ $\dot{z} = y$	$1 - y^2$	y	0	1
9	Rossler founded system 1979 ($x \neq y$) ^a	$\dot{x} = ay - y^2 - bx$ $\dot{y} = z$ $\dot{z} = -y - x$	$ay - ay^2$	0	-1	1
10	Lu-Chen system ($x \neq y$) ^a	$\dot{x} = -xy + cx$ $\dot{y} = a(x-y)$ $\dot{z} = xy - bz$	$-xy + cx$	a	y	0

در سیستم‌های خطی فقط یک نقطه تعادل وجود دارد که حالت‌های سیستم را بدون توجه به حالت اولیه سیستم، به سمت خود جذب می‌کند. اما در سیستم‌های غیرخطی ممکن است بیش از یک نقطه تعادل

وجود داشته باشد و بسته به حالت اولیه سیستم، حالت‌های سیستم به سمت یکی از آن‌ها همگرا خواهد شد.

(ب) رفتار متناوب^۱: به ازای یک حل f که در آن برای هر t ، $f(x, t) = f(x, t + T)$ باشد (T ثابت مثبت) سیستم رفتار متناوب خواهد داشت، فضای فاز نیز به صورت سیکل حدی^۲ خواهد بود.

(ج) رفتار شبه‌متناوب^۳: به ازای یک حل $f: R \rightarrow R^n$ که در آن f می‌تواند به صورت $f(t) = H(\omega_1 t, \dots, \omega_n t)$ بیان شود، که H با دوره تناوب 2π در هر آرگومان، متناوب می‌باشد (اعداد حقیقی $\omega_1, \dots, \omega_n$ مجموعه متناهی از فرکانس‌های پایه هستند). یک رفتار شبه‌متناوب با فرکانس-های پایه q, q ، q -پریودیک خوانده می‌شود. یک مجموعه متناهی از رفتار q -پریودیک یک کپی وابرخت^۴ از یک تورس^۵ q -بعدی $T^q = S^1 \times \dots \times S^1$ است، که هر S^1 بیان‌گر یکی از فرکانس‌های پایه می‌باشد.

(د) رفتار آشوبگون^۶: همان‌طور که ذکر شد سیستم‌های آشوبگون با سه خاصیت زیر تعریف می‌شود:

- ۱- مسیرهای حالت ماندگار شبه - تصادفی کراندار که مجزا از انواع مسیرهای قبلی می‌باشند.
- ۲- همگرایی در فضای فاز به جاذب شگفت^۷، که یک خمینه^۸ ساده به صورت یک نقطه، دایره، یا یک تورس نیست، بلکه یک ساختار هندسی پیچیده با بعد کسری می‌باشد. جاذب‌های شگفت، جاذب‌هایی هستند که مسیر حالت به سمت آن‌ها جذب می‌شوند و در همان حال از آن‌ها دور می‌شود که مسیر هموکلینیک^۹ و هتروکلینیک^{۱۰} را تعریف می‌کنند. مسیر هموکلینیک به مسیری می‌گویند که مسیرهای پایدار و ناپایداری از یک نقطه تعادل زینی را به هم اتصال می‌دهد، همچنین مسیر هتروکلینیک نیز به مسیری می‌گویند که مسیر ناپایداری از یک نقطه تعادل زینی را با مسیر پایداری از نقطه تعادل زینی

¹ Periodic Motion

² Limit Cycle

³ Quasi-periodic Motion

⁴ Diffeomorphic

⁵ Torus

⁶ Chaotic

⁷ Strange Attractor

⁸ Manifold

⁹ Homoclinic

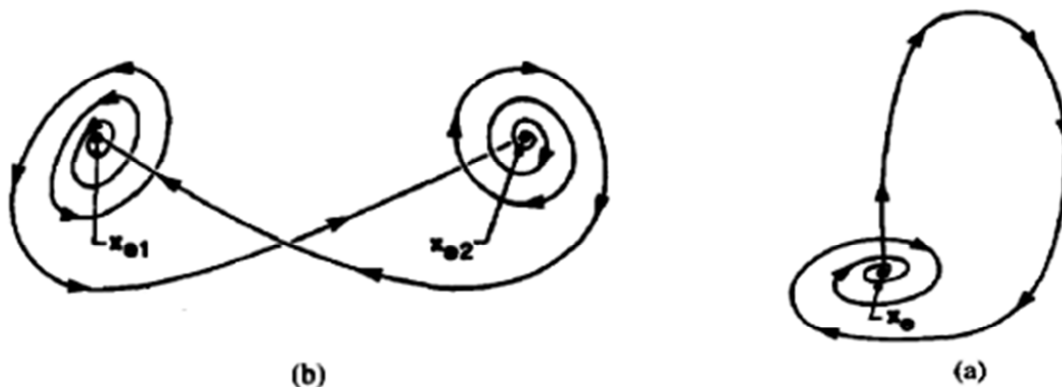
¹⁰ Hetroclinic

کنترل مدلفرشی مرتبه کسری رباتهای دو لینکی آشوبگون

دیگر ارتباط می دهد. همان طور که می دانیم نقطه تعادلی که دارای r مقدار ویژه در منطقه ناپایدار و بقیه مقادیر ویژه آن در منطقه پایدار باشند، نقطه تعادل زینی نوع r می باشد. در شکل (۳-۶) نمونه ای از مسیر هموکلینیک و هتروکلینیک آورده شده است. طبق قضیه شیلنیکف^۱ چگونگی ارتباط مقادیر ویژه نقاط تعادل زینی و این مسیرها باعث به وجود آمدن انواع متفاوت پیچک^۲ در جاذب شگفت می شوند [۸۱]. در سیستم های کسری نیز اگر مقدار ویژه نقطه تعادل زینی نوع ۲ از سیستم مرتبه کسری به صورت $\lambda = \alpha \pm j\beta$ باشد در این صورت با توجه به شکل (۲-۱-الف) سیستم کسری زمانی آشوبی است که رابطه زیر برقرار باشد

$$\tan(q\pi/2) > \frac{|\beta|}{\alpha} \Rightarrow q > \frac{2}{\pi} \tan^{-1}\left(\frac{|\beta|}{\alpha}\right) \quad (۳-۵)$$

q در رابطه بالا همان مرتبه کسری سیستم می باشد، در غیر این صورت یعنی به ازای $q < \frac{2}{\pi} \tan^{-1}\left(\frac{|\beta|}{\alpha}\right)$ سیستم به صورت مجانبی محلی پایدار است [۷۶].



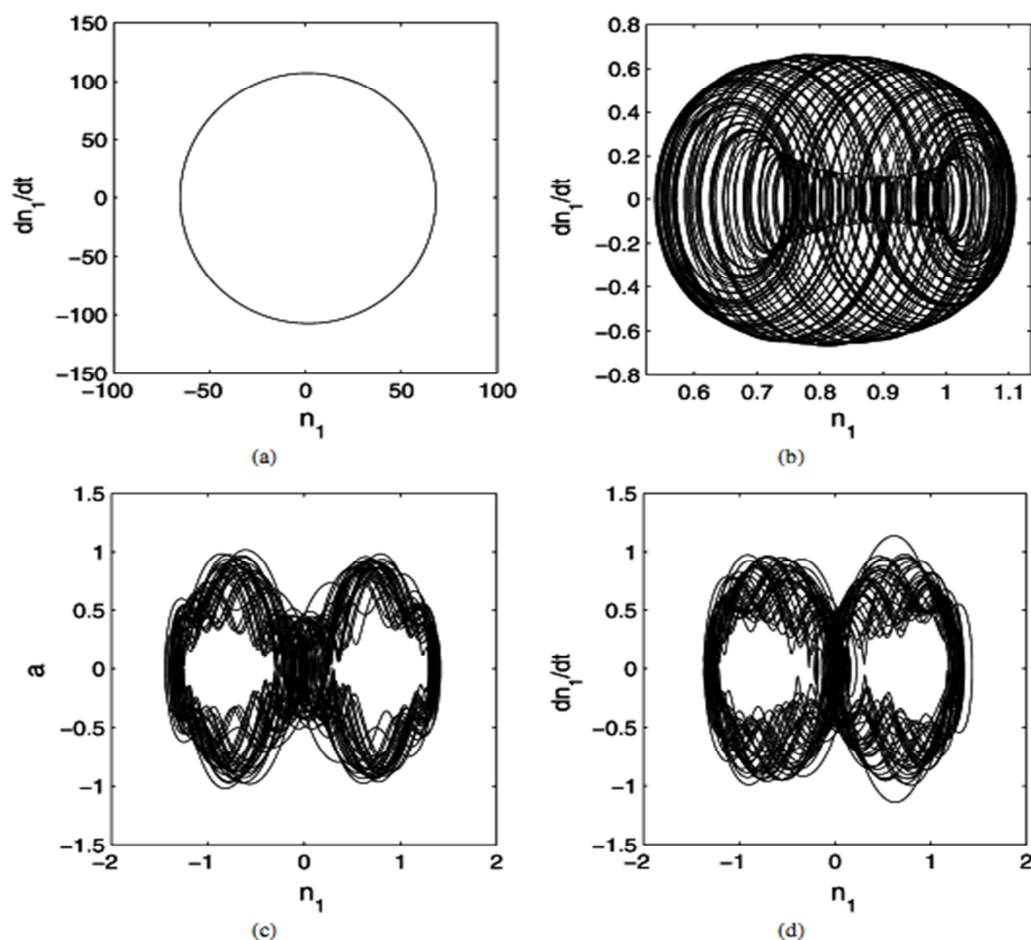
شکل (۳-۶) نمونه ای از مسیر (a) هموکلینیک و (b) هتروکلینیک [۸۱].

۳- حساسیت به شرایط اولیه؛ مسیرهای آشوبی بصورت محلی از هم واگرا می باشند و تغییر کوچک در شرایط اولیه، تغییر نمایی بزرگی را در مسیر حرکت به وجود می آورد.

¹ Shil'nikov

² Scroll

ه) رفتار فوق آشوبگون^۱: باید حداقل بعد داخلی سیستم‌های فوق آشوبگون پیوسته در زمان، چهار باشد. اغلب به صورت سیستم آشوبی با حداقل دو نمای لیاپانوفی مثبت (که در قسمت بعد توضیح داده خواهد شد) تعریف می‌شوند. هم‌چنین به دلیل کاربرد فراوان سیستم فوق آشوبگون در زمینه‌های کاربردی تکنولوژی، از اهمیت بالایی برخوردارند. در شکل (۳-۷) چهار حالت فوق از سیستم کوانتم زاکارف^۲ با پارامترهای متفاوت نشان داده شده است.



شکل (۳-۷) رفتار فضای فاز سیستم کوانتم زاکارف در پارامترهای متفاوت

(a) پریودیک، (b) شبه پریودیک، (c) آشوبی، (d) فوق آشوبی [۸۲].

¹ Hyperchaotic

² quantum Zakharov system

۳-۵ معیارهای مفید برای شناخت آشوب

شناخت آشوب با معیارهای متفاوتی از قبیل محاسبه نمای لیپانوف^۱، دیاگرام دوشاخگی^۲، نگاشت پوانکاره^۳، اندازه گیری بعد پاسخ در صفحه فاز با معیارهای گوناگون، محاسبه آنتروپی اطلاعات^۴ انجام می شود، در زیر به معرفی بعضی از این معیارها می پردازیم.

۳-۵-۱ نمای لیپانوف

یکی از ابزارهای اساسی در تعیین و چگونگی آشوب در سیستم ها نمای لیپانوفی می باشد. با استفاده از نمای لیپانوف می توان میزان حساسیت یک نگاشت را به شرایط اولیه بررسی کرد که یکی از مشخصه های رفتار آشوبگون است. اگر سیستم از دو حالت اولیه بسیار نزدیک به هم مانند x و $x + \varepsilon$ ، که ε یک مقدار بسیار کوچک است، شروع به حرکت کرده پس از n بار تکرار، واگرایی آنها را می توان تقریباً به صورت $\varepsilon(n) \approx \varepsilon e^{\lambda n}$ نشان داد که در آن نمای لیپانوف λ آهنگ میانگین این واگرایی را مشخص می کند، که البته این مقدار میانگین باید روی تعداد زیادی از شرایط اولیه که در طول مسیر توزیع شده اند، محاسبه شود. اگر نمای لیپانوفی بدست آمده، مثبت باشد مسیرهای نزدیک واگرا می شوند و سیستم آشوبگون است. روش های متفاوتی برای محاسبه نمای لیپانوفی وجود دارد که یکی از این روش ها به صورت زیر می باشد [۳۶ و ۳۷]:

اگر مسیر حل $\bar{x}(t)$ رابطه (۳-۱)، طبق تعریف کران دار باشد، سیستم را در امتداد مسیر حل $\bar{x}(t)$ خطی سازی می کنیم:

$$A(t) = \frac{\partial f(\bar{x}(t))}{\partial x} \quad (۳-۶)$$

^۱ Lyapunov exponent

^۲ Bifurcation diagram

^۳ Poincare Map

^۴ Information entropy

به عبارتی

$$\dot{x}(t) = A(t)x \quad (7-3)$$

و نمای لیاپانوفی به صورت زیر قابل محاسبه می باشد:

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln |\phi(t, t_0)|}{t - t_0} \quad (8-3)$$

که در آن $\phi(t, t_0)$ ماتریس گذار حالت^۱ رابطه (۳-۴) می باشد، و همانطور که می دانیم در رابطه $x(t) = \phi(t, t_0)x(t_0)$ برای هر $t, t_0 \in R$ صدق می کند.

✓ حجم اولیه n بعدی فضای فاز به طور میانگین به صورت زیر تغییر می کند:

$$V = V_0 e^{(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t} \quad (9-3)$$

برای یک سیستم اتلافی مجموع نماها باید منفی باشد. برای اینکه سیستم بتواند آشوبی باشد، حداقل یکی از نماها باید مثبت باشد.

۳-۵-۱-۱ مقایسه‌ای بین مقادیر ویژه و نماهای لیاپانوفی

در جدول (۳-۲) مقایسه‌ای بین مقادیر ویژه و نماهای لیاپانوفی انجام شده است [۳۴].

جدول (۳-۲) مقایسه‌ای بین مقادیر ویژه و نماهای لیاپانوفی [۳۴].

Eigenvalue	Lyapunov exponent
<i>Local quantity</i>	<i>Global quantity</i>
<i>Constant value</i>	<i>Average value</i>
<i>Complex number</i>	<i>Real number</i>
<i>Not usually orthogonal</i>	<i>Mutually orthogonal</i>

^۱ State Transition Matrix

کنترل مدلفزشی مرتبه کسری رباتهای دو لینکی آشوبگون

- مقدار ویژه سیستم از خطی سازی سیستم حول نقطه کار آن بدست می آید در صورتی که نمای لیاپانوفی در تمام نقاط کار سیستم صدق می کند یا قابل محاسبه می باشد.
- مقدار ویژه یک مقدار ثابت است در صورتی که نمای لیاپانوفی به صورت میانگین می باشد.
- مقدار ویژه می تواند یک عدد مختلط باشد در صورتی که نمای لیاپانوفی یک مقدار حقیقی می باشد.
- نماهای لیاپانوفی کاملاً بهم وابسته اند در صورتی که مقادیر ویژه ملزم به این وابستگی نمی باشند.
- در جدول (۳-۳) رفتار فضای فاز و نماهای لیاپانوفی سیستم های پیوسته نشان داده شده است [۸۰].

جدول (۳-۳) رفتار فضای فاز و نماهای لیاپانوفی سیستم های پیوسته [۵۰].

Topological dimension	Dynamics of the attractor	LE
1	Fixed point	—
2	Periodic motion	0 —
3	Torus T^2	0 0 —
	Chaos C^1	+ 0 —
4	Hypertorus T^3	0 0 0 —
	Chaos on T^3	+ 0 0 —
	Hyperchaos C^2	+ + 0 —
N	Fixed point	— ... —
	Periodic Motion	0 — ... —
	$(N-1)$ -torus	$\underbrace{0 \dots 0}_{l \geq 2} \underbrace{- \dots -}_{N-l}$
	$(N-2)$ -chaos	$\underbrace{+ \dots +}_{k \geq 1} \underbrace{0 \dots 0}_{l \geq 1} \underbrace{- \dots -}_{N-k-l}$

۳-۵-۲ دیاگرام دوشاخگی

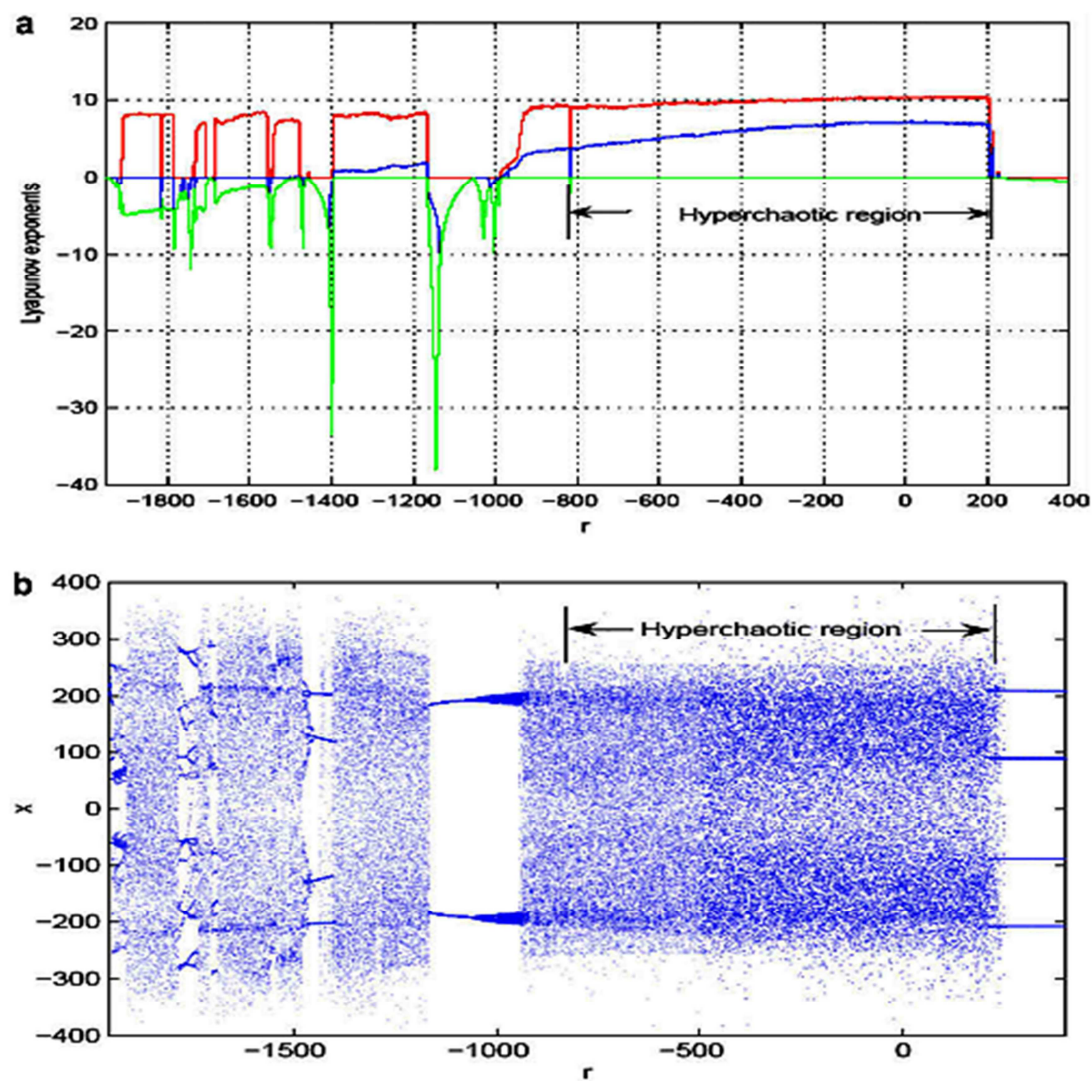
سیستم‌های آشوبی دارای پارامتر قطعی می‌باشند ولی می‌توان گستره‌ای از پارامترها را برای یک سیستم تعریف کرد که در آن سیستم حالت متناوب، شبه‌متناوب، آشوبی و فوق‌آشوبی از خود نشان دهد. به دیاگرام نشان‌دهنده حالات متفاوت رفتار سیستم به ازاء تغییر پارامتر، دیاگرام دوشاخگی گفته می‌شود. در شکل (۳-۸) نمای لیاپانوفی و دیاگرام دوشاخگی سیستم زیر [۸۳] روی گستره پارامتری $r \in [-1953, 400]$ آورده شده است. k, f, e, d, c, b, a و همگی پارامترهای ثابت هستند.

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) + eyz - kw, \\ \dot{y} = cx - dy - xz, \\ \dot{z} = xy - bz, \\ \dot{w} = ry + fyz. \end{cases} \xrightarrow{\text{for example}} \begin{cases} \text{periodic with } r = -1783, \\ \text{quasi-periodic with } r = -1467, \\ \text{chaotic with } r = -1660. \end{cases} \quad (۳-۱۰)$$

۳-۶ انواع مدل‌های آشوبی شدن سیستم‌ها

در قسمت ۳-۲ شرایط لازم برای بروز آشوب در یک سیستم دینامیکی پیوسته خودگردان مرتبه صحیح بیان شد. لازم به ذکر است اگر سیستم ناپیوسته، ناخودگردان، و یا مرتبه کسری باشد، با بعد داخلی کمتر از ۳ نیز آشوبی می‌شود. استفاده از فیدبک حالت [۵۹، ۶۰]، شبکه‌های عصبی [۶۱]، الگوریتم‌های فازی [۶۲]، تحریک متناوب [۶۳]، تطبیق با مدل^۱ [۶۴] از انواع علت‌های ایجاد آشوب در سیستم‌ها می‌باشند. در جدول (۳-۴) نیز برخی توابع که باعث آشوبی شدن معادله دینامیکی (۳-۱۱) می‌شوند به همراه نمای لیاپانوفی ذکر شده است، که در آن $a = 0.6$ و c ثابت دلخواه است [۶۵]. لازم به ذکر است در این مرجع مدارهای الکترونیکی برای ساخت سیستم‌های آشوبی آورده شده است.

^۱ Model-Matching



شکل (۳-۸) (a) نمای لیپانوفی و (b) دیاگرام دوشاخگی سیستم [۵۱].

$$\ddot{x} + a\dot{x} + \dot{x} = G(x)$$

(۱۱-۳)

جدول (۴-۳) برخی توابع که باعث آشوبی شدن معادله دینامیکی (۱۱-۳) می شوند [۶۵].

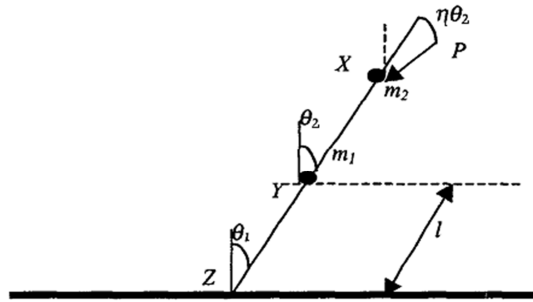
$G(x)$	b	LE
$\pm(b x - c)$	1.0	0.036
$-b \max(x, 0) + c$	6.0	0.093
$bx - c \operatorname{sign}(x)$	1.2	0.657
$-bx + c \operatorname{sign}(x)$	1.2	0.162
$\pm(b(x^2/c) - c)$	0.58	0.073
$bx((x^2/c) - 1)$	1.6	0.103
$-bx((x^2/c) - 1)$	0.9	0.126
$-b[x - 2 \tanh(cx)/c]$	2.2	0.221
$\pm b \sin(cx)/c$	2.7	0.069
$\pm b \cos(cx)/c$	2.7	0.069

۳-۶-۱ انواع مدل های آشوبی شدن ربات های دولینکی

سیستم ربات یکی از انواع سیستم های غیرخطی با کوپلینگ بالا می باشد. بازوهای دولینکی کاربردهای وسیعی در صنعت و موقعیت های خطرناک همچون صنایع نفتی، شیمیایی، رنگرزی و هم چنین استخراج معادن و ... دارند. تحقیق روی پدیده آشوب در این سیستم ها راهی جدید برای افزایش کارایی این سیستم ها فراهم می کند. در این قسمت به معرفی چند ربات دولینکی آشوبگون می پردازیم:

۳-۶-۱-۱ ربات تحت بار

رفتار ربات تحت بار بخش قابل توجهی را در صنعت به خود اختصاص داده است. در ذیل به تشریح سیستم بازوی ربات دولینکی می پردازیم که تحت بار آشوبی شده است [۴۳ و ۴۴]. شکل (۳-۹) بازوی ربات دولینکی تحت بار را نشان می دهد، در نقاط Z و Y دو فنر غیرخطی قرارداد که سختی ساختاری گشتاورها را تأمین می کند و بازو، که در یک جهت مشخص شده با پارامتر η در تعامل است، به بار P در مجری نهایی X مرتبط شده است. m_i و l_i به ترتیب جرم و طول لینک i ام ($i=1,2$) می باشند.



شکل (۳-۹) بازوی ربات دولینکی تحت بار [۴۳].

با استفاده از معادلات لاگرانژ داریم:

$$\begin{cases} (1+m)\ddot{\Theta}_1 + \ddot{\Theta}_2 \cos(\Theta_1 - \Theta_2) + \dot{\Theta}_2^2 \sin(\Theta_1 - \Theta_2) + 2(\Theta_1 - \varepsilon_1) \\ -(\Theta_2 - \varepsilon_2) + \delta_1(\Theta_1 - \varepsilon_1)^2 + \gamma(\Theta_1 - \varepsilon_1)^3 - \delta_2(\Theta_1 - \varepsilon_1 - \Theta_2 + \varepsilon_2)^2 \\ + \gamma(\Theta_1 - \varepsilon_1 - \Theta_2 + \varepsilon_2)^3 - p \sin[\Theta_1 + (\eta - 1)\Theta_2] = 0, \\ \ddot{\Theta}_2 + \ddot{\Theta}_1 \cos(\Theta_1 - \Theta_2) - \dot{\Theta}_1^2 \sin(\Theta_1 - \Theta_2) - (\Theta_1 - \varepsilon_1) + \Theta_2 - \varepsilon_2 \\ + \delta_2(\Theta_1 - \varepsilon_1 - \Theta_2 + \varepsilon_2)^2 - \gamma(\Theta_1 - \varepsilon_1 - \Theta_2 + \varepsilon_2)^3 + p \sin \eta \Theta_2 = 0 \end{cases} \quad (۳-۱۲)$$

کنترل مد لغزشی مرتبه کسری رباتهای دو لینکی آشوبگون

سیستم الاستیک کامل در نظر گرفته شده است که در آن مشخصات غیرخطی فنر و جرم لینکها به ترتیب $\gamma = \delta_1 = \delta_2 = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ و $m=2$ می باشد. سیستم با بار ثابت p و η به عنوان پارامتر کنترل کار می کند.

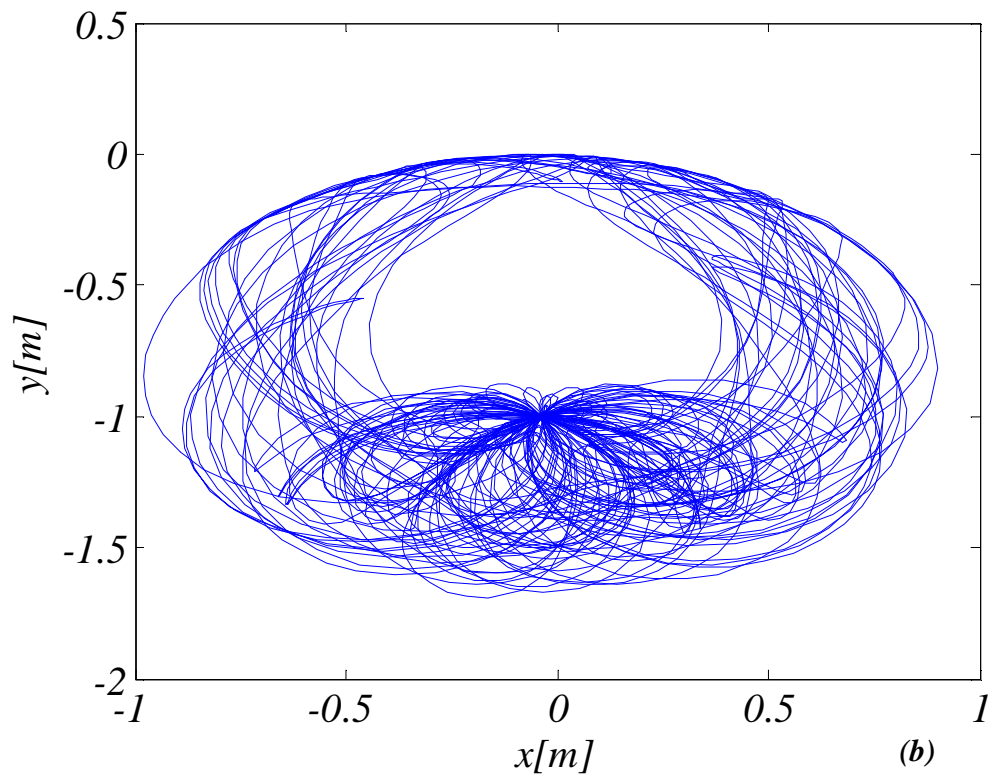
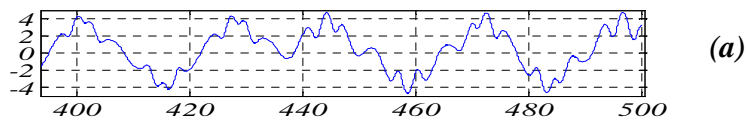
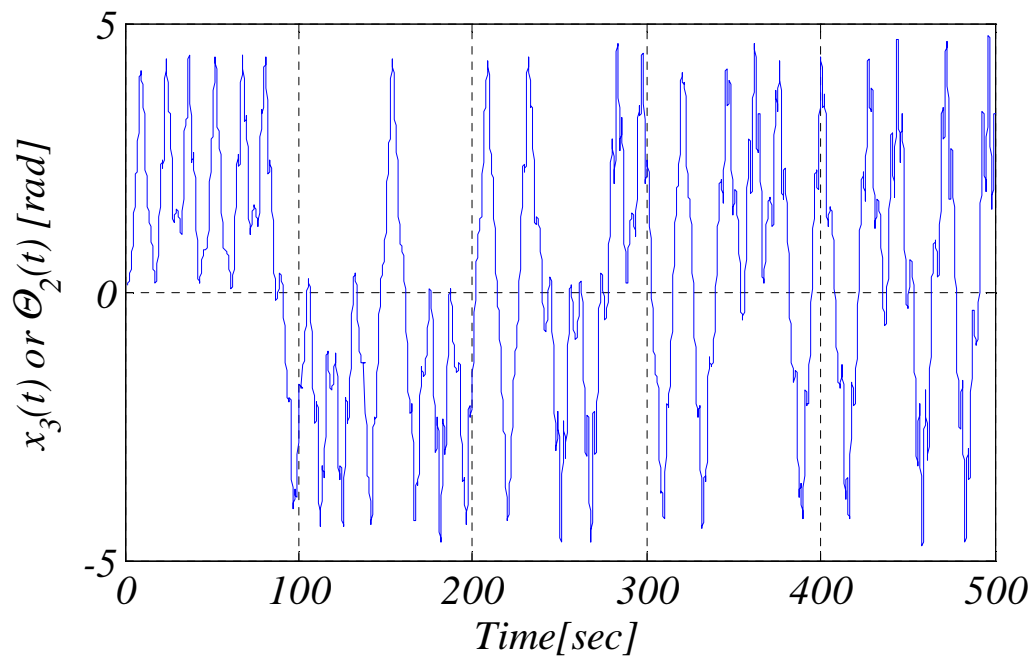
با در نظر گرفتن رابطه زیر:

$$\begin{cases} x_1 = \Theta_1, & x_2 = \dot{\Theta}_1, \\ x_3 = \Theta_2, & x_4 = \dot{\Theta}_2, \end{cases} \quad (13-3)$$

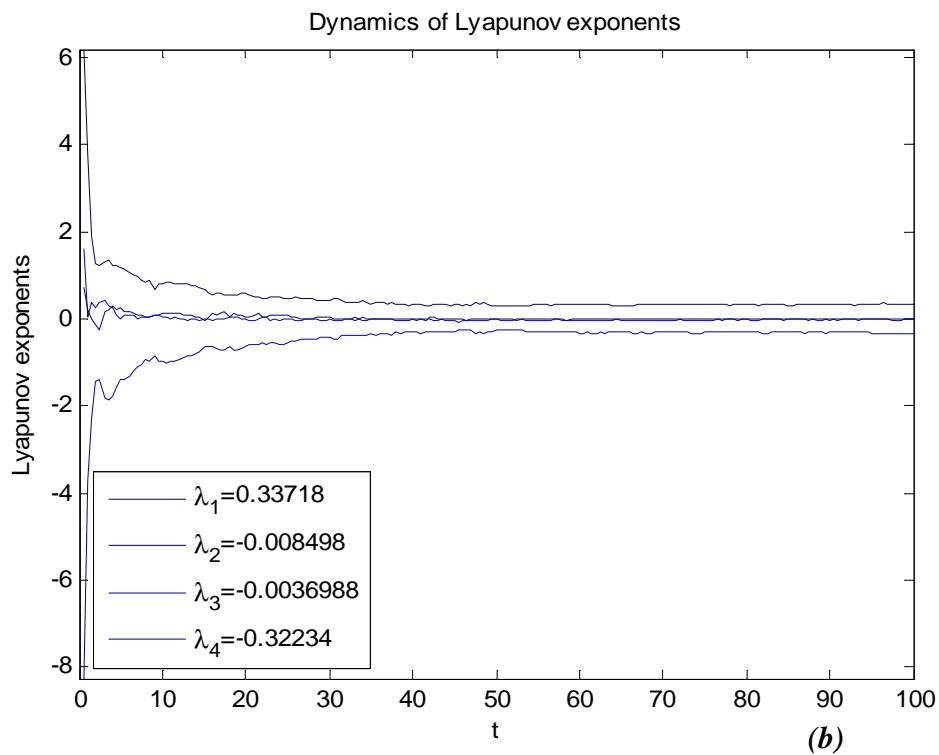
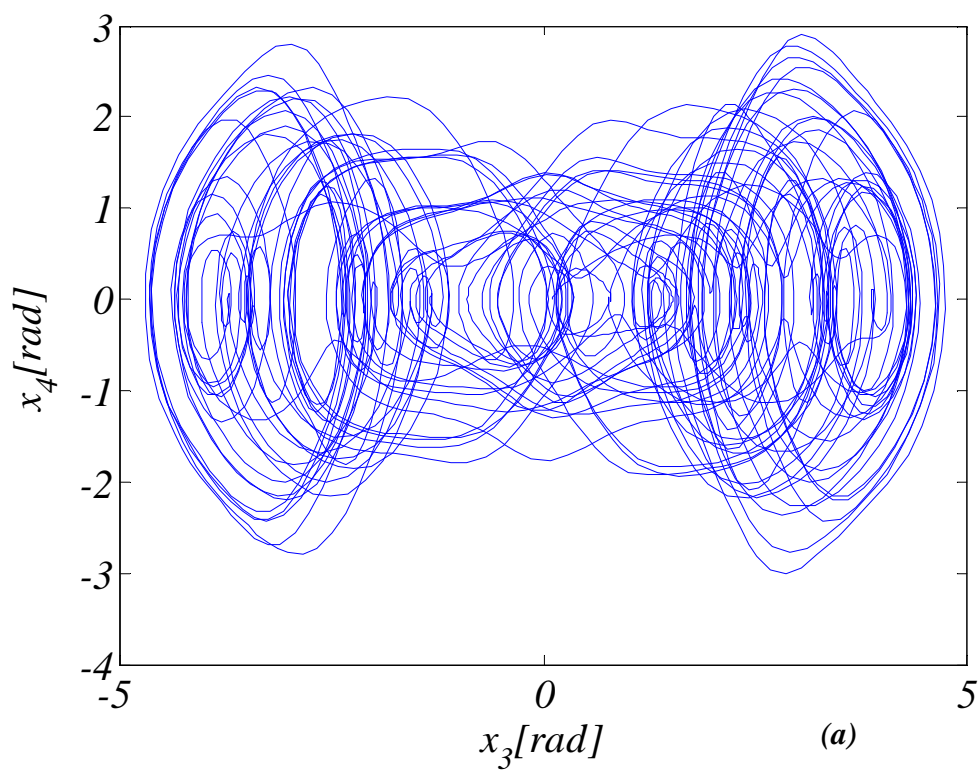
معادلات حالت سیستم بصورت زیر می باشد:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{\cos^2(x_1 - x_3) - 3} \begin{pmatrix} x_2^2 \cos(x_1 - x_3) \sin(x_1 - x_3) + \\ x_4^2 \sin(x_1 - x_3) + 2x_1 - x_3 - \\ p \sin(x_1 + (\eta - 1)x_3) + x_1 \cos(x_1 - x_3) \\ -x_3 \cos(x_1 - x_3) + p \sin \eta x_3 \cdot \cos(x_1 - x_3) \end{pmatrix} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -\frac{\cos(x_1 - x_3)}{\cos^2(x_1 - x_3) - 3} \begin{pmatrix} x_2^2 \cos(x_1 - x_3) \sin(x_1 - x_3) + \\ x_4^2 \sin(x_1 - x_3) + 2x_1 - x_3 - \\ p \sin(x_1 + (\eta - 1)x_3) + x_1 \cos(x_1 - x_3) \\ -x_3 \cos(x_1 - x_3) + p \sin \eta x_3 \cdot \cos(x_1 - x_3) \end{pmatrix} \\ \quad + x_2^2 \sin(x_1 - x_3) + x_1 - x_3 + p \sin \eta x_3 \end{cases} \quad (14-3)$$

همان طور که دیده می شود تمام شرایط لازم برای بروز آشوب وجود دارد و به ازای $\eta = 0.9$ و $p = 1.5$ سیستم آشوبی می شود. سری زمانی، حرکت مجری نهایی ربات در فضای کار، فضای فاز و نماهای لیاپانوفی سیستم در شکل های (3-10) و (3-11) آورده شده اند. نماهای لیاپانوفی سیستم به صورت $\lambda_1 = 0.23168$ ، $\lambda_2 = 0.0073113$ ، $\lambda_3 = -0.029888$ ، $\lambda_4 = -0.20592$ ($\lambda_1 > 0$) می باشند.



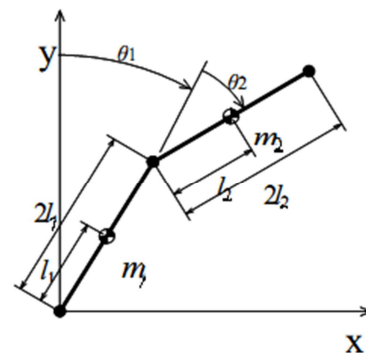
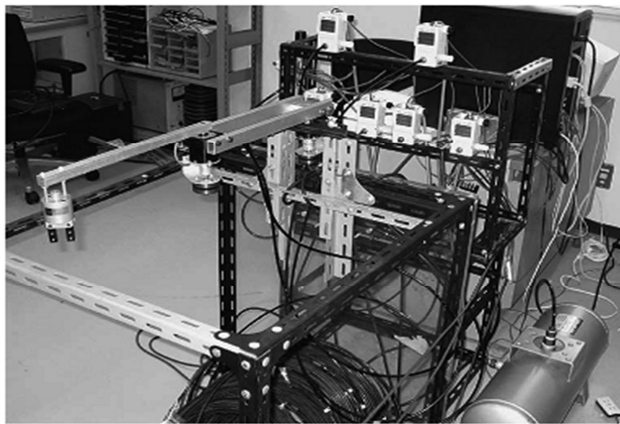
شکل (۳-۱۰) α سری زمانی در فضای مفصلی و بزرگنمایی (b) حرکت مجری نهایی در فضای کار ربات آشوبگون تحت بار



شکل (۳-۱۱) (a) فضای فاز (b) نمایانگر لیاپانوفی ربات آشوبگون تحت بار

۳-۶-۱-۲ تأخیر

تأخیر در رسیدن سیگنال به سیستم‌ها، گاه باعث به‌وجود آمدن اثرات ناخوشایندی در خروجی سیستم‌ها می‌شود. در سیستم بازوی ربات دولینکی زیر، تأخیر باعث به‌وجود آمدن آشوب در سیستم شده‌است [۴۵ و ۴۶]، که در [۴۵] به‌صورت عملی به روش شبکه عصبی کنترل شده‌است.



شکل (۳-۱۲) بازوی ربات دولینکی نیوماتیک^۱ [۴۵ و ۴۶].

دینامیک سیستم به‌صورت زیر می‌باشد:

$$M(\theta(t))\ddot{\theta}(t) + H(\theta(t), \dot{\theta}(t)) + D\dot{\theta}(t) = \tau(t - L) \quad (۱۵-۳)$$

$\theta(t)$: یک بردار دوبعدی به‌صورت $\theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{bmatrix}$ است که زاویه مفصل‌های ربات را توصیف می‌کند.

τ : بردار گشتاور ورودی به‌صورت $\tau(t - L) = \begin{bmatrix} \tau_1(t - L) \\ \tau_2(t - L) \end{bmatrix}$ با تأخیر L در هر لینک می‌باشد.

$M(\theta(t))$: ماتریس اینرسی^۲ بازوی ربات به‌صورت زیر است:

$$M(\theta(t)) = \begin{bmatrix} J_1 + J_2 + 2\beta \cos \theta_2(t) & J_2 + \beta \cos \theta_2(t) \\ J_2 + \beta \cos \theta_2(t) & J_2 \end{bmatrix} \quad (۱۶-۳)$$

^۱ Tow-Link Pneumatic Manipulator

^۲ Inertia Matrix

کنترل مد لغزشی مرتبه کسری رباتهای دولینکی آشوبگون

$H(\theta(t), \dot{\theta}(t))$: ماتریس گشتاورهای گریز از مرکز^۱ و کوریولیس^۲ ربات به صورت زیر می باشد:

$$H(\theta(t), \dot{\theta}(t)) = \begin{bmatrix} -\beta(2\dot{\theta}_1(t)\dot{\theta}_2(t) + \dot{\theta}_2(t)^2) \sin \theta_2(t) \\ \beta\dot{\theta}_1(t)^2 \sin \theta_2(t) \end{bmatrix} \quad (۱۷-۳)$$

بقیه مشخصات سیستم نیز به صورت زیر است:

$$J_1 = I_1 + (m_1 + 4m_2)l_1^2, \quad J_2 = I_2 + m_2l_2^2, \quad \beta = 2m_2l_1l_2, \\ I_1 = \frac{1}{3}m_1l_1^2, \quad I_2 = \frac{1}{3}m_2l_2^2, \quad D = \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix}. \quad (۱۸-۳)$$

که در آن $l_1 = l_2 = 0.25m$, $D_1 = D_2 = 0.5Nms$, $m_1 = m_2 = 1.0kg$ می باشند.

✓ معادلات سیستم در فضای کار به صورت زیر است:

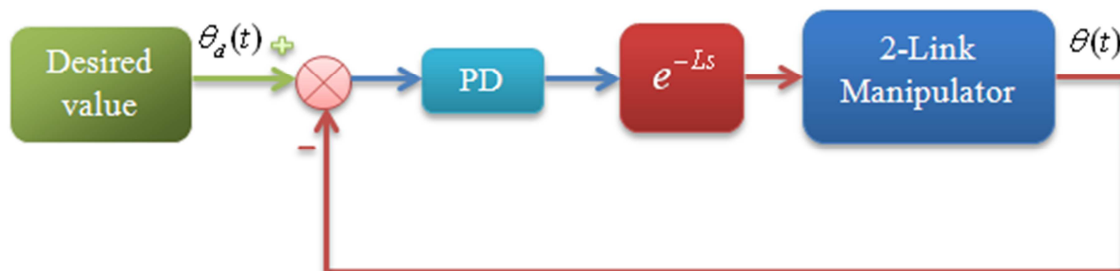
$$\dot{X} = J\dot{\theta} \quad (۱۹-۳)$$

J : ماتریس ژاکوبین و به صورت زیر است:

$$J = \begin{bmatrix} 2l_1 \cos(\theta_1(t)) + 2l_2 \cos(\theta_1(t) + \theta_2(t)) & 2l_2 \cos(\theta_1(t) + \theta_2(t)) \\ -2l_1 \sin(\theta_1(t)) - 2l_2 \sin(\theta_1(t) + \theta_2(t)) & -2l_2 \sin(\theta_1(t) + \theta_2(t)) \end{bmatrix} \quad (۲۰-۳)$$

X : مختصات مجری نهایی و به صورت $X(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$ است.

بلوک دیاگرام شکل (۱۳-۳) بازوی ربات دولینکی با کنترل کننده PD را نشان می دهد.



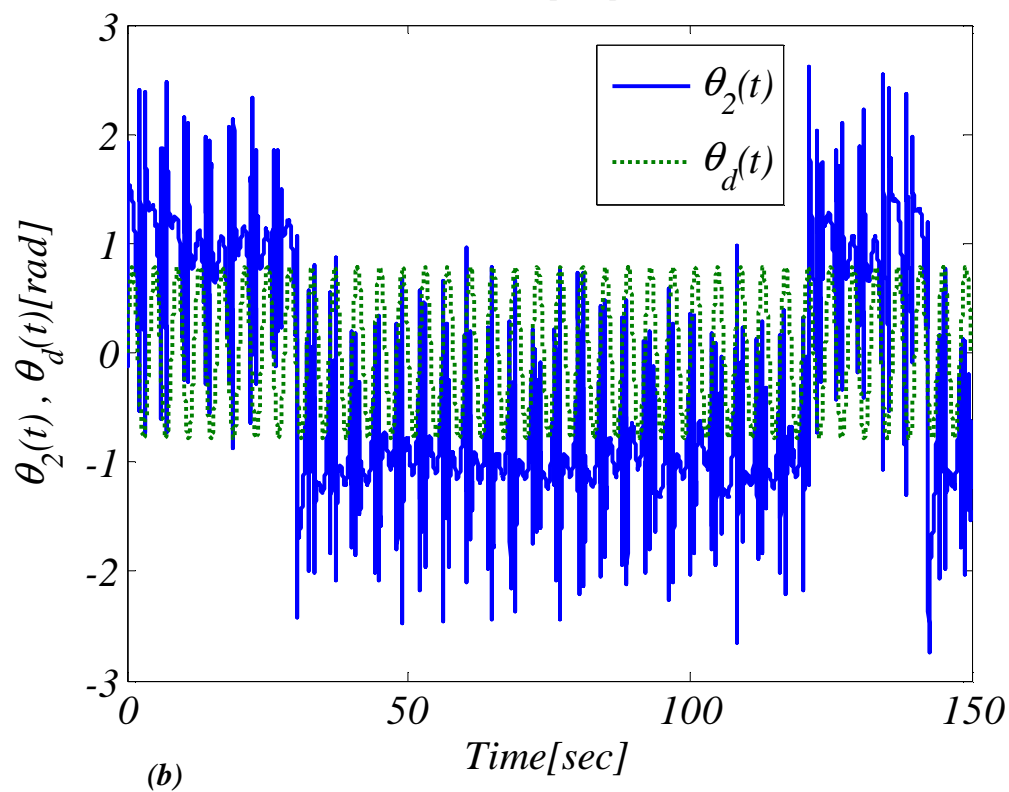
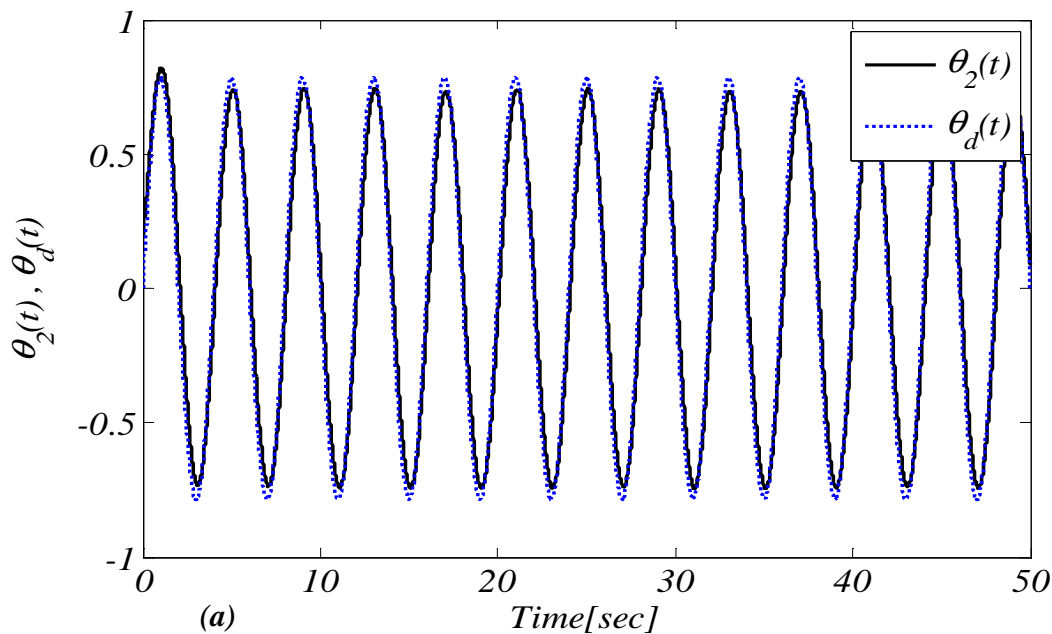
شکل (۱۳-۳) بلوک دیاگرام بازوی ربات دولینکی با کنترل کننده PD [۴۵].

^۱ Centripetal

^۲ Coriolis Torque

که در آن $\theta_d(t) = \frac{\pi}{4} \sin(0.5\pi t)$ و کنترل کننده PD به صورت $K_p + K_D s$ ($K_p = K_D = 4$) می باشد.

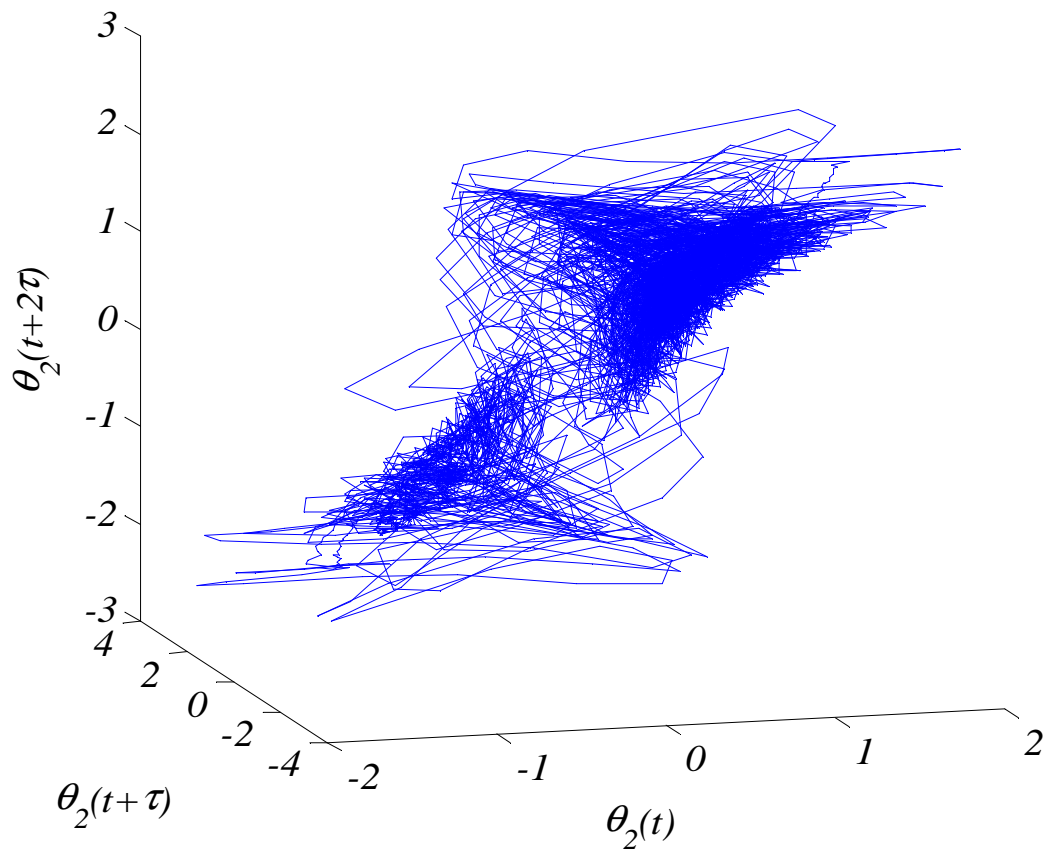
زاویه مفصل دوم $\theta_2(t)$ با دو L متفاوت به همراه $\theta_d(t)$ در شکل (۳-۱۴) آورده شده است.



شکل (۳-۱۴) زاویه مفصل دوم $\theta_2(t)$ با وجود تأخیر L به همراه $\theta_d(t)$: $L = 0.005 \text{ sec}$ (a), $L = 0.015 \text{ sec}$ (b)

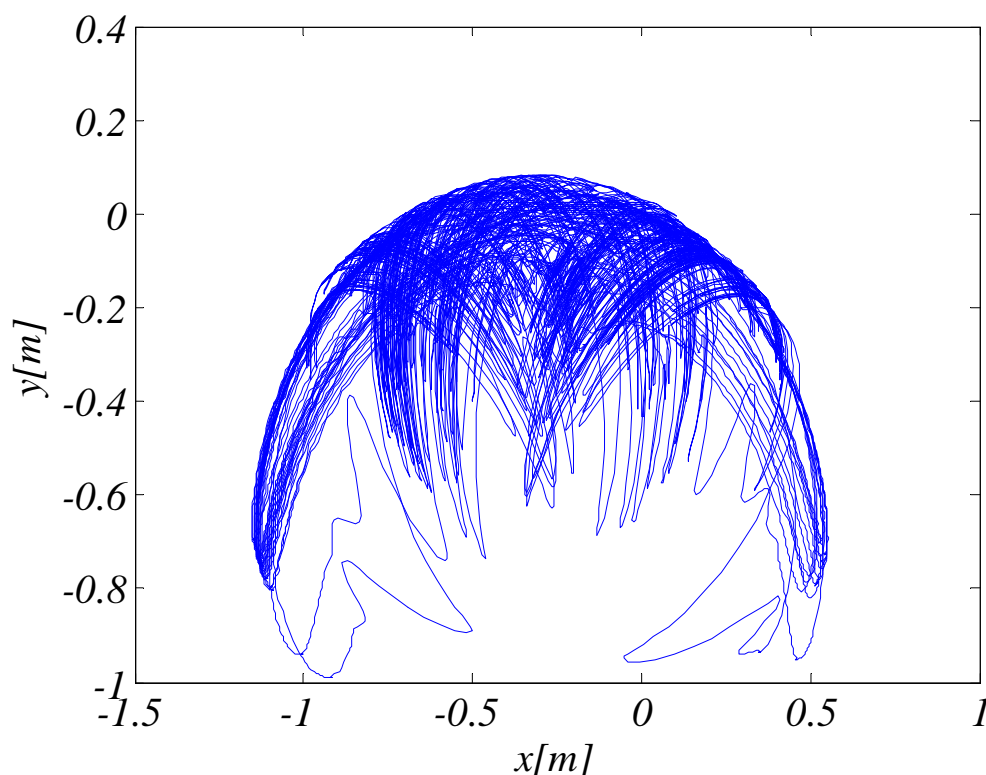
کنترل مد لغزشی مرتبه کسری رباتهای دو لینکی آشوبگون

همین طور که ملاحظه می شود سیستم به ازاء $L = 0.015 \text{ sec}$ آشوبی به نظر می رسد، نمای لیپانوفی سیستم را محاسبه کرده تا آشوبی بودن آن را تأیید کنیم، سیستم دارای بزرگترین نمای لیپانوفی $\lambda = 0.041$ می باشد. فضای فاز بازسازی شده^۱ زاویه مفصل دوم با $\tau = 5 \text{ sec}$ به صورت شکل (۳-۱۵) است. در شکل (۳-۱۶) نیز حرکت مجری نهایی ربات در فضای کار با $L = 0.015 \text{ sec}$ نمایش داده شده است.



شکل (۳-۱۵) فضای فاز بازسازی شده زاویه مفصل دوم با $\tau = 5 \text{ sec}$

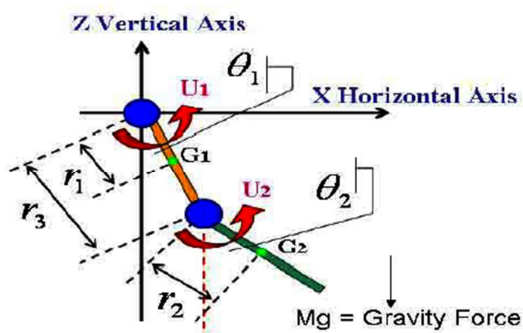
^۱ Reconstituted attractor



شکل (۱۶-۳) حرکت مجری نهایی ربات در فضای کار با $L = 0.015 \text{ sec}$

۳-۱-۶-۳ تحریک متناوب

تحریک متناوب نیز می‌تواند در ربات تولید آشوب کند [۴۷-۴۹]. معادلات سیستم در (۳-۲۱) و مشخصات پارامتری ربات در جدول (۳-۵) آورده شده‌اند.



شکل (۱۷-۳) بازوی ربات دو لینکی (تحریک متناوب) [۴۷].

$$\begin{cases} (m_1 r_1^2 + m_2 r_3^2) \ddot{\theta}_1 + m_2 r_2 r_3 \cos(\theta_2 - \theta_1) \ddot{\theta}_2 \\ - m_2 r_2 r_3 \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2^2 + m_1 g r_1 \sin \theta_1 \\ + m_2 g r_3 \sin \theta_1 = \tau_1 - \tau_2 \\ m_2 r_2^2 \ddot{\theta}_2 + m_2 r_2 r_3 \cos(\theta_2 - \theta_1) \ddot{\theta}_1 \\ - m_2 r_2 r_3 \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_1^2 + m_2 g r_2 \sin \theta_1 = \tau_2 \end{cases}, \begin{cases} \tau_1 = \frac{K_{\gamma_1}}{R_1} U_1 - \frac{K_{\gamma_1} K_{B_1}}{R_1} X_2, \\ \tau_2 = K_{\gamma_2} U_2 \end{cases}, \begin{cases} U_1 = A \cos(Ft) \quad (v) \\ U_2 = 0 \quad (v) \end{cases}$$

(۲۱-۳)

جدول (۵-۳) مشخصات پارامتری ربات [۴۷].

Link number	Parameters
Link1	$r_1 = 0.292 \text{ m}$, $r_3 = 0.413 \text{ m}$, $I_1 = 0.068 \text{ Kg m}^2$, $R_1 = 7.7 \text{ v/A}$, $m_1 = 0.602 \text{ Kg}$, $K_{\gamma_1} = 0.008 \text{ Kg m}^2 / \text{A s}^2$, $K_{\beta_1} = 5.2 \text{ vs}^2 / \text{rad}$
Link2	$r_2 = 0.198 \text{ m}$, $I_2 = 0.00474 \text{ Kg m}^2$, $m_2 = 0.076 \text{ Kg}$, $K_{\gamma_2} = 0.001 \text{ Kg m}^2 / \text{A s}^2$

در شکل (۳-۱۸) دیاگرام دوشاخگی در گستره فرکانس و دامنه تحریک آورده شده است.

در شکل (۳-۱۸ الف) $A = 5.3(v)$ و ربات در

(a) $F \approx 4.85(\text{rad/s})$ رفتار متناوب،

(b) $4.85(\text{rad/s}) \approx F \approx 5.4(\text{rad/s})$ رفتار آشوبی،

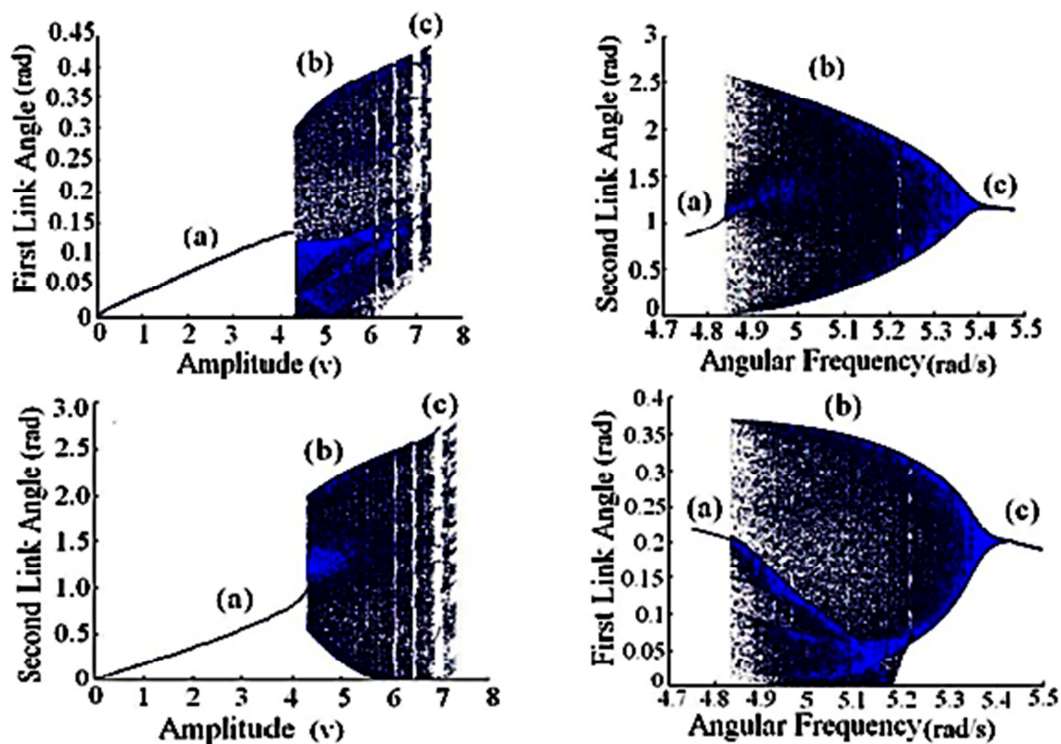
(c) $F \approx 5.4(\text{rad/s})$ رفتار متناوب دارد.

در شکل (۳-۱۸ ب) $F = 5(\text{rad/s})$ و ربات در

(a) $A \approx 4.25(v)$ رفتار متناوب،

(b) $4.25(v) \approx A \approx 7(v)$ رفتار آشوبی،

(c) $A \approx 7(v)$ رفتار ناپایدار دارد.



$F = 5(\text{rad/s})$ (ب)

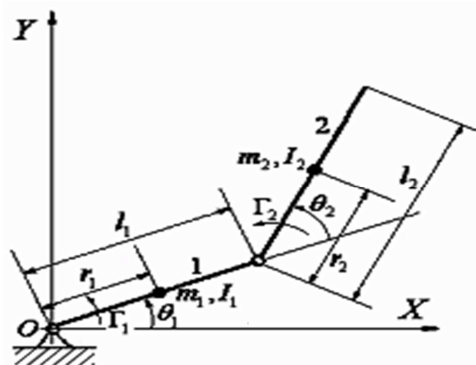
$A = 5.3(\text{v})$ (الف)

شکل (۳-۱۸) دیاگرام دوشاخگی در گستره فرکانس و دامنه تحریک [۴۷].

۳-۶-۱-۴ کنترل کننده تناسبی- مشتقی^۱

حتی برخی از کنترل کننده‌ها باعث ایجاد آشوب در ربات می‌شوند [۵۰ و ۵۱]. معادلات سیستم [۵۰]

در (۳-۲۲) آورده شده است.



شکل (۳-۱۹) بازوی ربات دولینکی (کنترل کننده) [۵۰].

¹ Proportional-Derivative

با استفاده از معادلات لاگرانژ داریم:

$$\begin{cases} (m_1 r_1^2 + I_1 + I_2 + m_2 r_2^2 + m_2 l_1^2 + 2m_2 l_1 r_2 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_1 \\ + (m_2 r_2^2 + I_2 + m_2 l_1 r_2 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_2 - 2m_2 l_1 r_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 = \Gamma_1 \\ (m_2 r_2^2 + I_2 + m_2 l_1 r_2 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_1 + (m_2 r_2^2 + I_2) \ddot{\theta}_2 + m_2 l_1 r_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_1^2 = \Gamma_2 \end{cases} \quad (22-3)$$

شماتیک کنترلی به صورت زیر انتخاب شده است:

$$\Gamma_i = \ddot{\theta}_{di} + k_{vi}(\dot{\theta}_{di} - \dot{\theta}_i) + k_{pi}(\theta_{di} - \theta_i) \quad (23-3)$$

که در آن ورودی‌های مطلوب و ضرایب کنترل کننده به صورت زیر می‌باشند:

$$\theta_{d1} = A_1 \sin t, \theta_{d2} = A_2 \sin t, k_{v1} = k_{v2} = K_v, k_{p1} = k_{p2} = K_p \quad (24-3)$$

رابطه (23-3) به صورت زیر درمی‌آید:

$$\begin{cases} \Gamma_1 = K_p(A_1 \sin t - \theta_1) + K_v(A_1 \cos t - \dot{\theta}_1) - A_1 \sin t \\ \Gamma_2 = K_p(A_2 \sin t - \theta_2) + K_v(A_2 \cos t - \dot{\theta}_2) - A_2 \sin t \end{cases} \quad (25-3)$$

و با فرض زیر:

$$a = m_1 r_1^2 + I_1, b = m_2 r_2^2 + I_2, g = m_2 l_1 r_2, e = m_2 l_1^2, c = g \cos \theta_2, d = g \sin \theta_2 \quad (26-3)$$

$$z_1 = \theta_1, z_2 = \dot{\theta}_1, z_3 = \theta_2, z_4 = \dot{\theta}_2$$

معادلات حالت سیستم به صورت زیر است:

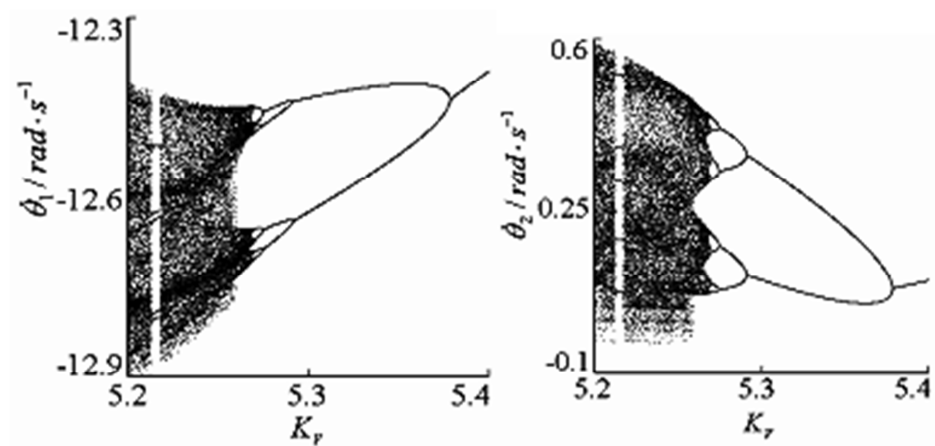
$$(27-3)$$

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = [\Gamma_1 + d\dot{\theta}_2^2 + 2d\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 - (b+c)(\Gamma_2 - d\dot{\theta}_2^2)/b]/[a+e+c-(b+c)/b] \\ \dot{z}_3 = z_4 \\ \dot{z}_4 = [\Gamma_1 + d\dot{\theta}_2^2 + 2d\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 - (a+b+e+2c)(\Gamma_2 - d\dot{\theta}_1^2)/(b+c)]/[b+c-(a+b+e+2c)b/(b+c)] \end{cases}$$

با فرض زیر:

$$b = 9.2642, \quad a = 3.1637b, \quad e = 0.9385b, \quad A_1 = \pi/2, \quad A_2 = \pi/4, \quad K_p = 50. \quad (28-3)$$

دیاگرام دوشاخگی سرعت زاویه‌ای هر لینک برحسب K_v در شکل (۲۰-۳) آورده شده است.



شکل (۲۰-۳) دیاگرام دوشاخگی سرعت زاویه‌ای هر لینک برحسب K_v [۵۰].

۳-۶-۲ انواع مدل‌های آشوبی شدن ربات‌های دیگر

برخورد با مانع^۱ [۵۲] و ضریب اصطکاک [۵۳] برای ربات‌های تک لینک و قرار گرفتن در نقاط تکیه^۲ برای بازوی ماهر مکانیکی با حرکت اضافی^۳ [۵۴ و ۵۵] از راه‌های دیگر بروز آشوب در ربات‌ها می‌باشند.

^۱ Obstacle

^۲ Singular

^۳ Redundant Manipulator

فصل چهارم

کنترل مد لغزشی ربات های دویکنی آشوبگون

دورنمای فصل:

در مقدمه دلیل استفاده از کنترل غیرخطی، سیستم ساختار متغیر و هم‌چنین کنترل مد لغزشی برای سیستم ربات بیان شده‌است. در ادامه طراحی مد لغزشی، لرزش-به‌عنوان یک عیب مد لغزشی که ممکن است باعث خرابی کاراندازها در ربات‌ها شود؛ و انواع روش‌های کاهش لرزش آورده شده- است. سپس مد لغزشی دینامیک تعریف شده و پیشنهاد کنترل‌کننده به‌صورت ترکیبی از مد لغزشی دینامیک و مشتقات کسری، به همراه اثبات پایداری به روش لیاپانوف و تعیین محدوده ضرایب با وجود عدم قطعیت ارائه شده‌است. در نهایت نتایج شبیه‌سازی‌ها روی ربات‌های آشوبگون تحت بار و ناشی از تأخیر در حضور عدم قطعیت و اغتشاش، به‌همراه مقایسه با سه نوع کنترل‌کننده دیگر، کارائی روش ارائه شده را بیان می‌کند. کنترل در زمان خیلی کوتاه و حذف یا کاهش لرزش از خصوصیات کنترل‌کننده می‌باشد.

۴-۱ مقدمه

کنترل خطی با انواع روش‌های متنوع آن در صنعت می‌تواند به عنوان یک انتخاب مناسب برای طراح استفاده شود ولی به‌طور کلی روش‌های کنترل غیرخطی دارای مزایایی نسبت به کنترل خطی به‌صورت زیر می‌باشند که توسعه و کاربرد آن را برای محققین و مهندسين منتخب می‌سازد:

➤ بررسی مشخصه‌های عمده غیرخطی به‌صورت صریح، به‌طوری‌که منجر به عمل‌کرد سیستم در محدوده وسیع‌تری می‌شود.

➤ تحلیل مستقیم مشخصه‌های شدید غیرخطی سیستم امکان‌پذیر خواهد بود.

➤ برخی از کنترل‌کننده‌های غیرخطی، نسبت به عدم قطعیت‌های پارامتری سیستم، مقاوم می‌باشند.

➤ طراحی کنترل‌کننده‌های غیرخطی، غالباً ساده‌تر و شهودی‌تر از مشابه خطی آن‌ها می‌باشد.

دلایل دیگری همانند بهینه‌سازی هزینه و عمل‌کرد را نیز می‌توان از جمله این مزایا برشمرد. از انواع روش‌های کنترل غیرخطی می‌توان به خطی‌سازی پس‌خوردی^۱، کنترل تطبیقی^۲، کنترل مد لغزشی^۳ و ... اشاره کرد.

^۱ Feedback Linearization

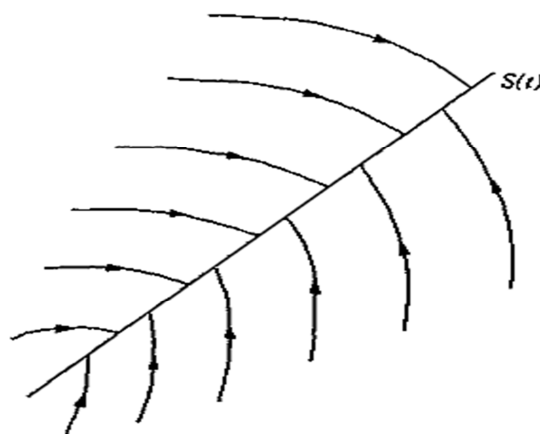
^۲ Adaptive Control

^۳ Sliding Mode Control

کنترل مد لغزشی به علت دقت بالا و مقاوم بودن در برابر اغتشاشات داخلی و خارجی در طی چهار دهه گذشته مورد توجه فراوان قرار گرفته است، این روش یک حالت خاص سیستم‌های ساختار متغیر^۱ می‌باشد. سیستم ساختار متغیر، سیستمی است که ساختار آن می‌تواند تغییر کند و یا کلیدزنی آن مطابق با یک کلیدزنی منطقی معینی باشد که هدف آن ایجاد یک رفتار کلی مطلوب از سیستم است [۸۴ و ۸۵]. سیستم‌های ساختار متغیر کاربردهای مختلفی در زمینه‌های کنترل ربات [۸۶]، کنترل موتور [۸۷ و ۸۸]، کنترل پرواز [۸۹]، کنترل سیستم‌های قدرت [۹۰ و ۹۱] و کنترل فرایند [۹۲] داشته است. در واقع کنترل کننده‌های مد لغزشی دارای یک قوام ذاتی بوده و یک رویکرد اصولی به مسئله حفظ پایداری در صورت وجود عدم دقت در مدل دارند [۸۴ و ۹۳]، همچنین به دلیل کاربردهای عملی موفق این روش در سیستم‌های رباتیکی، در این پایان‌نامه از این روش در طراحی کنترل کننده استفاده شده است.

۲-۴ طراحی مد لغزشی

سطح لغزش $S(t)$ در شکل (۱-۴) نشان داده شده است، به رفتار سیستم هنگامی که بر روی آن قرار گرفته است، حالت یا مد لغزشی گفته می‌شود.



شکل (۱-۴) سطح لغزش [۸۴].

¹ Variable Structure Systems

طراحی مد لغزشی شامل دو مرحله می باشد:

۱- مسئله وجود^۱: طراحی تابع کلیدزنی^۲ به عنوان تابعی از حالت های سیستم برای دستیابی به عمل کرد مطلوب سیستم.

۲- مسئله قابل رسش^۳: طراحی قانون کنترل برای تضمین مد لغزشی، و بنابراین بدست آمدن کارائی مطلوب و ابقا آن [۹۴].

✓ اگر مرحله اول به صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$S(x, t) = (k \frac{d}{dt} + c)^{n-1} e(t) \quad (1-4)$$

که در آن $S(x, t)$: تابع سطح لغزش یا تابع کلیدزنی

$e(t)$: تابع خطای ردیابی (تفاضل حالت سیستم از حالت مطلوب)

n : بعد داخلی سیستم

c, k : ثابت مثبت می باشند،

✓ مرحله دوم به صورت زیر در می آید:

در سیستم دینامیکی تک- ورودی با یک بار مشتق گیری از سطح لغزش و صفر قرار دادن آن، ورودی کنترلی ظاهر می شود و سطح را ترک نمی کند.

با انتخاب تابع لیاپانوف زیر:

$$V(t) = \frac{1}{2} S^2 \quad (2-4)$$

شرط کافی برای پایداری سیستم:

$$\dot{V}(t) = \dot{S} \cdot S \leq -\eta |S| \quad (3-4)$$

می باشد و در نتیجه خواهیم داشت:

¹ Existence Problem

² Switching Function

³ Reachability Problem

$$\dot{S}.sign(S) \leq -\eta, \quad \eta > 0. \quad (4-4)$$

که در آن تابع علامت^۱ به صورت زیر است:

$$sign(S) = \begin{cases} 1 & S > 0, \\ 0 & S = 0, \\ -1 & S < 0. \end{cases} \quad (5-4)$$

و قانون کنترل معادل، سیستم را به مد لغزش می برد. با وجود عدم قطعیت پارامتری، با اضافه کردن یک جمله ناپیوسته به قانون کنترل معادل یک قانون کنترل ساختار متغیر ساخته می شود:

$$u = u_{eq} - k_s sign(S) \quad (6-4)$$

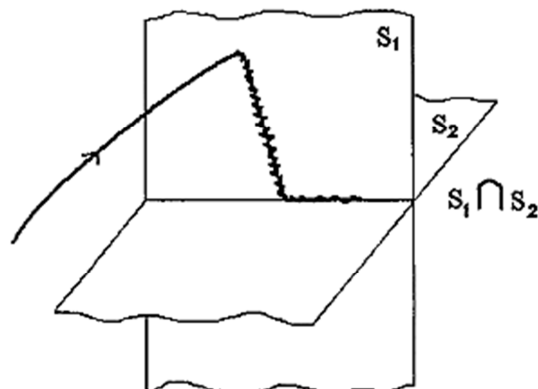
k_s ثابت مثبت می باشد.

زمانی که لازم است تا حالت مطلوب دنبال شود با رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$t_{reach} \leq \left| \frac{S(t=0)}{\eta} \right| \quad (7-4)$$

که با استفاده از رابطه (۳-۴) بدست می آید.

در سیستم دینامیکی چند ورودی به تعداد ورودی های کنترلی یک سطح لغزش انتخاب می کنیم، سپس انتخاب قانون کنترل ساختار متغیر به طوریکه یک حرکت لغزشی روی تقاطع سطوح لغزش به معنی اثر متقابل وجود دارد. در شکل (۲-۴) حرکت مد لغزشی ناشی از دو ورودی کنترلی نشان داده شده است.

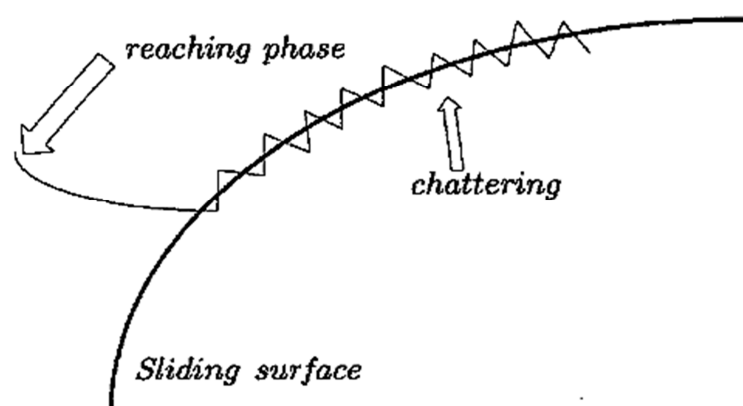


شکل (۲-۴) حرکت مد لغزشی ناشی از دو ورودی کنترلی [۹۴].

¹ Signum Function

۳-۴ لرزش^۱

رفتار ایده آل مد لغزشی وقتی است که بسامد کلیدزنی بینهایت شود، لیکن تأخیر زمانی کلیدزنی و ثابت زمانی محرکه‌ها باعث می‌شود مسیر اندکی از سطح کلیدزنی کنترل خارج شود و قانون کنترل حاضر بر روی سطح کلیدزنی ناپیوسته بوده، و بنابراین در عمل منجر به لرزش کنترل می‌شود. در شکل (۳-۴) پدیده لرزش نشان داده شده است.



شکل (۳-۴) پدیده لرزش [۹۴].

۳-۴-۱ انواع روش‌های کاهش لرزش

در حالت کلی لرزش بسیار نامطلوب است، زیرا دربرگیرنده فعالیت کنترلی خیلی زیادی می‌شود، در نتیجه کاهش دقت کنترل، تلفات گرمایی فراوان در مدارهای الکتریکی و سائیده شدن اجزای متحرک مکانیکی را به بار می‌آورد، ضمناً ممکن است دینامیک‌های فرکانس بالای صرف‌نظر شده در هنگام مدل‌سازی را تحریک کند، عمل کرد سیستم را تخریب نموده و یا حتی باعث ناپایداری شود. بنابراین در پی حذف و یا کاهش آن با نگاهی به حفظ عمل کرد سیستم برمی‌آئیم.

¹ Chattering

➤ استفاده از تقریب‌های پیوسته به جای تابع علامت برای کنترل‌کننده مد لغزشی نظیر توابع

زیر باعث کاهش لرزش می‌شوند:

✓ تابع اشباع^۱: بدین منظور غیرخطی‌گری علامت را با غیرخطی‌گری اشباع با شیب زیاد تقریب

می‌زنیم. تابع اشباع به صورت زیر می‌باشد:

$$\text{sat}(S) = \begin{cases} 1 & S \geq 1, \\ S & -1 < S < 1, \\ -1 & S \leq -1. \end{cases} \quad (۸-۴)$$

✓ تابع تانژانت هیپربولیک:

$$\tanh(S) = \frac{2}{(1 + \exp(-2S))} - 1 \quad (۹-۴)$$

✓ تابع سیگموئید^۲:

$$\text{sigm}(S) = \frac{1}{(1 + \exp(-a(S - c)))} \quad (۱۰-۴)$$

پارامترهای a و c به ترتیب روی کشیدگی عرضی و طولی تابع سیگموئید اثر می‌گذارند.

این روش‌ها ممکن است کاهش دقت ردگیری را به دنبال داشته باشد. از روش‌های دیگر می‌توان به استفاده از رؤیتگر، توسعه دینامیک سیستم به کمک انتگرال‌گیر و همچنین به کاربرد مراتب بالای مد لغزشی^۳ اشاره کرد. در این پایان‌نامه از مد لغزشی دینامیک برای حذف لرزش و در کنار آن برای افزایش کارایی کنترل‌کننده از ترکیب مشتقات مرتبه کسری در مد لغزشی دینامیک^۴ استفاده شده- است.

^۱ Saturation Function

^۲ Sigmoid Function

^۳ High-Order Sliding Mode

^۴ Dynamic Sliding mode

۴-۴ مد لغزش دینامیک

کنترل مد لغزشی به صورت گسترده در حال گسترش به روش‌هایی نظیر کنترل مد لغزشی مرتبه بالا و مد لغزشی دینامیک می‌باشد. این روش‌ها علاوه بر حفظ مزیت‌های اصلی دقت بیشتر، کاهش و یا حذف لرزش را به طور هم‌زمان به نحو چشم‌گیری به ارمغان می‌آورند. روش‌های مد لغزشی برای هر سیستم مینیمم فاز با درجه نسبی کمتر از مرتبه سیستم قابل اجراست. برخی روش‌های مد لغزشی برای پایدارسازی سیستم‌های غیرمینیمم فاز نظیر مد لغزشی دینامیک، برای پایدارسازی دینامیک-های داخلی وقتی که خطای ردگیری خروجی در مد لغزش به صفر می‌رسد وجود دارد [۹۵].

اساس کار مد لغزشی دینامیک با افزایش دینامیک‌های سیستم انجام می‌شود. سطح لغزش را طوری انتخاب می‌کنیم که با یک‌بار مشتق‌گیری از سطح لغزش و صفر قرار دادن آن، مشتق ورودی کنترلی ظاهر می‌شود. مشتق ورودی کنترلی تابعی از حالت‌های سیستم و خود ورودی کنترلی می‌باشد، بدین ترتیب دینامیک یا دینامیک‌هایی - به تعداد سطوح لغزش؛ به دینامیک‌های سیستم افزوده می‌شود. بدلیل استفاده از انتگرال در بدست آوردن ورودی کنترلی نیز لرزش به طور چشم‌گیری کاهش می‌یابد. در [۹۶-۱۰۷] انواع سطوح لغزش دینامیک متفاوت را می‌توان یافت که بر این اساس طراحی شده‌اند.

۴-۴-۱ پیشنهاد کنترل کننده

در این قسمت به طراحی کنترل کننده می‌پردازیم و آن را روی دو سیستم ربات آشوبگون ناشی از بار و تأخیر پیاده خواهیم کرد.

سیستم زیر را به عنوان سیستم پایه در نظر می‌گیریم:

$$\dot{x}^{(n)} = f(x, t) \quad (4-11)$$

هم‌چنین سیستم پیرو با احتساب ورودی کنترلی به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\dot{y}^{(n)} = g(y, t) + b(y, t)u \quad (4-12)$$

با انتخاب خطا به صورت زیر:

$$e = y - x \quad (۱۳-۴)$$

سطح لغزش زیر را پیشنهاد می دهیم:

$$S = k_1 e + k_2 D^\lambda e + k_3 D^{\lambda+1} e + \dots + k_n D^{n+\lambda-1} e \quad (۱۴-۴)$$

که در آن $k_i > 0$ می باشند. با گرفتن مشتق از رابطه بالا، به صورت زیر:

$$\begin{aligned} \dot{S} &= k_1 \dot{e} + k_2 D^{\lambda+1} e + k_3 D^{\lambda+2} e + \dots + k_n D^{n+\lambda} e \\ &= k_1 \dot{e} + k_2 D^{\lambda+1} e + k_3 D^{\lambda+2} e + \dots + k_n D^{\lambda-1} (y^{(n+1)} - x^{(n+1)}) \\ &= k_1 \dot{e} + k_2 D^{\lambda+1} e + k_3 D^{\lambda+2} e + \dots + k_n D^{\lambda-1} (\dot{g}(y, t) + \dot{b}(y, t)u + b(y, t)\dot{u} - \dot{f}(x, t)) \end{aligned} \quad (۱۵-۴)$$

و صفر قرار دادن آن، مشتق ورودی کنترل ظاهر می شود:

$$\dot{u} = -b^{-1}(y, t) \left\{ \frac{k_1}{k_n} D^{1-\lambda} \dot{e} + \frac{k_2}{k_n} \ddot{e} + \dots + \dot{b}(y, t)u + \dot{g}(y, t) - \dot{f}(x, t) \right\} \quad (۱۶-۴)$$

همان طور که از رابطه (۱۶-۴) پیداست، مشتق ورودی به صورت تابعی از ورودی کنترلی و متغیرهای حالت سیستم می باشد که این به معنی افزایش دینامیک های سیستم است. در نهایت از رابطه زیر ورودی کنترلی به دست می آید:

$$u = \int_0^t \dot{u} dt \quad (۱۷-۴)$$

حال کنترل کننده را بر روی دو سیستم ربات آشوبگون ناشی از بار و تأخیر پیاده خواهیم کرد.

۱-۴-۴ سیستم ربات آشوبگون تحت بار

سیستم ربات آشوبگون تحت بار در نظر بگیرید. رابطه (۱۸-۴) با $\eta_1 = -0.3$ و $p_1 = 1.5$ - ربات در این حالت غیر آشوبی می باشد؛ به عنوان سیستم پایه و رابطه (۱۹-۴) با $\eta_2 = 0.9$ و $p_2 = 1.5$ به عنوان سیستم پیرو (آشوبی) در نظر می گیریم:

سیستم پایه:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{\cos^2(x_1 - x_3) - 3} \begin{pmatrix} x_2^2 \cos(x_1 - x_3) \sin(x_1 - x_3) \\ + x_4^2 \sin(x_1 - x_3) + 2x_1 - x_3 \\ - p_1 \sin(x_1 + (\eta_1 - 1)x_3) + x_1 \cos(x_1 - x_3) \\ - x_3 \cos(x_1 - x_3) + p_1 \sin \eta_1 x_3 \cdot \cos(x_1 - x_3) \end{pmatrix} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -\frac{\cos(x_1 - x_3)}{\cos^2(x_1 - x_3) - 3} \begin{pmatrix} x_2^2 \cos(x_1 - x_3) \sin(x_1 - x_3) \\ + x_4^2 \sin(x_1 - x_3) + 2x_1 - x_3 \\ - p_1 \sin(x_1 + (\eta_1 - 1)x_3) + x_1 \cos(x_1 - x_3) \\ - x_3 \cos(x_1 - x_3) + p_1 \sin \eta_1 x_3 \cdot \cos(x_1 - x_3) \end{pmatrix} \\ \quad + x_2^2 \sin(x_1 - x_3) + x_1 - x_3 + p_1 \sin \eta_1 x_3 \end{array} \right. \quad (18-4)$$

سیستم پیرو:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{y}_1 = y_2 + u_1 \\ \dot{y}_2 = \frac{1}{\cos^2(y_1 - y_3) - 3} \begin{pmatrix} y_2^2 \cos(y_1 - y_3) \sin(y_1 - y_3) \\ + y_4^2 \sin(y_1 - y_3) + 2y_1 - y_3 \\ - p_2 \sin(y_1 + (\eta_2 - 1)y_3) + y_1 \cos(y_1 - y_3) \\ - y_3 \cos(y_1 - y_3) + p_2 \sin \eta_2 y_3 \cdot \cos(y_1 - y_3) \end{pmatrix} \\ \dot{y}_3 = y_4 + u_2 \\ \dot{y}_4 = -\frac{\cos(y_1 - y_3)}{\cos^2(y_1 - y_3) - 3} \begin{pmatrix} y_2^2 \cos(y_1 - y_3) \sin(y_1 - y_3) \\ + y_4^2 \sin(y_1 - y_3) + 2y_1 - y_3 \\ - p_2 \sin(y_1 + (\eta_2 - 1)y_3) + y_1 \cos(y_1 - y_3) \\ - y_3 \cos(y_1 - y_3) + p_2 \sin \eta_2 y_3 \cdot \cos(y_1 - y_3) \end{pmatrix} \\ \quad + y_2^2 \sin(y_1 - y_3) + y_1 - y_3 + p_2 \sin \eta_2 y_3 \end{array} \right. \quad (19-4)$$

در معادله بالا ورودی‌های کنترلی به سیستم پیرو افزوده شده‌اند. با انتخاب خطا به صورت زیر:

$$e_i = y_i - x_i \quad (i = 1 \sim 2) \quad (20-4)$$

سطح لغزش زیر را پیشنهاد می دهیم:

$$S_i = K_{pi} e_i + K_{di} D^\lambda e_i + K_{fi} D^{\lambda+1} e_i \quad (21-4)$$

که در آن $K_{pi}, K_{di}, K_{fi} > 0$ می باشند. با گرفتن مشتق از رابطه بالا، به صورت زیر:

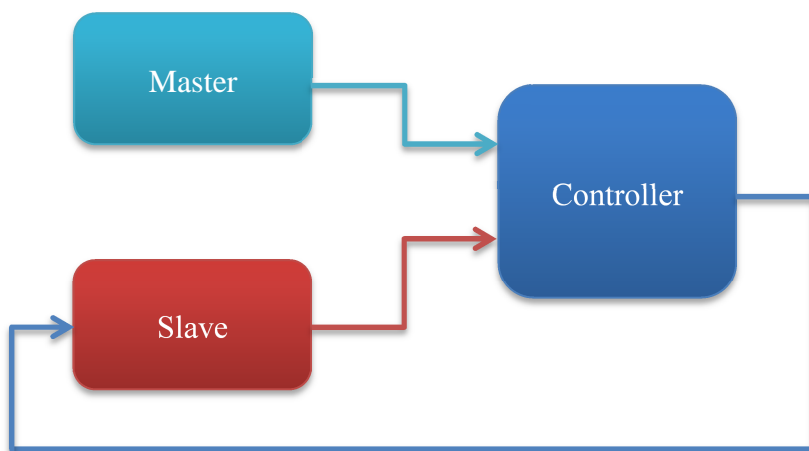
$$\begin{aligned} \dot{S}_i &= K_{pi} \dot{e}_i + K_{di} D^{\lambda+1} e_i + K_{fi} D^{\lambda+2} e_i \\ &= K_{pi} \dot{e}_i + K_{di} D^\lambda \dot{e}_i + K_{fi} D^\lambda \ddot{e}_i \end{aligned} \quad (22-4)$$

و صفر قرار دادن آن، مشتق ورودی کنترل ظاهر می شود:

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = -\frac{K_{p1}}{K_{f1}} D^{1-\lambda} e_1 - \frac{K_{d1}}{K_{f1}} (e_2 + u_1) - \dot{e}_2 - K_{s1} \text{sign}(S_1), \\ \dot{u}_2 = -\frac{K_{p2}}{K_{f2}} D^{1-\lambda} e_3 - \frac{K_{d2}}{K_{f2}} (e_4 + u_2) - \dot{e}_4 - K_{s2} \text{sign}(S_2). \end{cases} \quad (23-4)$$

در شماتیک کنترلی دو حالت به حالت های دینامیک سیستم افزوده می شود. در نهایت از رابطه (۴-۱۷) ورودی کنترلی به دست می آید.

در جدول (۴-۱) ۳ نوع کنترل کننده دیگر برای این سیستم آورده شده است، تا مقایسه ای بین کنترل کننده های مرتبه صحیح و مرتبه کسری انجام شود. بلوک دیاگرام کنترل نیز در زیر آورده شده است.



شکل (۴-۴) بلوک دیاگرام کنترل پایه - پیرو

۴-۴-۱ اثبات پایداری

با انتخاب تابع لیاپانوف زیر:

$$V(t) = \frac{1}{2} S^2 \quad (24-4)$$

و با جایگذاری رابطه (۲۳-۴) در (۲۲-۴) به صورت زیر در می آید:

$$\dot{S}_i = -K_{si} \text{sign}(S) \quad (25-4)$$

و مشتق لیاپانوف آن:

$$\dot{V} = \dot{S}S = -K_s S \cdot \text{sign}(S) \quad (26-4)$$

تا زمانی که $S \cdot \text{sign}(S) > 0$ و $K_s > 0$ منفی می باشد و پایداری لیاپانوفی برقرار می شود.

۴-۴-۱-۳ سیستم ربات آشوبگون ناشی از تأخیر

سیستم ربات آشوبگون ناشی از تأخیر را در نظر بگیرید. رابطه (۲۷-۴) با $L_m = 0.005 \text{ sec}$ -ربات

در این حالت غیرآشوبی می باشد؛ به عنوان سیستم پایه و معادله (۲۸-۴) با $L_s = 0.015^s$ به عنوان

سیستم پیرو (آشوبی) در نظر می گیریم:

$$M_m(\theta_m(t))\ddot{\theta}_m(t) + H_m(\theta_m(t), \dot{\theta}_m(t)) + D_m\dot{\theta}_m(t) = \tau_m(t - L_m) \quad (27-4)$$

$$M_s(\theta_s(t))\ddot{\theta}_s(t) + H_s(\theta_s(t), \dot{\theta}_s(t)) + D_s\dot{\theta}_s(t) = \tau_s(t - L_s) \quad (28-4)$$

اندیس m معرف پایه و s معرف پیرو است. با انتخاب خطا به صورت زیر:

$$e = \theta_m - \theta_s \quad (29-4)$$

و با سطح لغزشی نظیر قبل

$$S = K_p e + K_d D^\lambda e + K_f D^{\lambda+1} e \quad (30-4)$$

داریم:

$$\begin{aligned}\dot{S} &= K_p \dot{e} + K_d D^{\lambda+1} e + K_f D^{\lambda+2} e \\ &= K_p \dot{e} + K_d D^{\lambda-1}(\ddot{e}) + K_f D^{\lambda-1}(e^{(3)})\end{aligned}\quad (31-4)$$

با صفر قرار دادن آن، شماتیک کنترلی به صورت زیر در می آید (برای راحتی کار $T(t) = \tau(t - L)$ ، $h = H(\theta(t), \dot{\theta}(t)) + D\dot{\theta}(t)$ فرض می کنیم):

$$\dot{T}_s = M_s \left\{ \frac{K_p}{K_f} D^{1-\lambda} \dot{e} + \frac{K_d}{K_f} \ddot{e} + \theta_m^{(3)} - \dot{M}_s^{-1}(T_s - h_s) + M_s^{-1} \dot{h}_s \right\} + k_s \cdot \text{sign}(S) \quad (32-4)$$

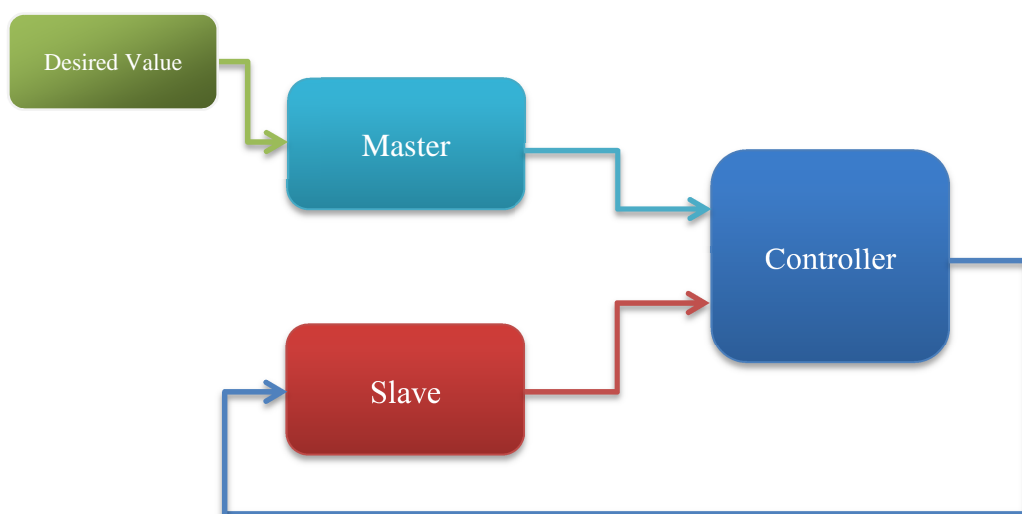
با دانستن رابطه زیر:

$$\ddot{\theta}_m = M_m^{-1}(T_m - h_m) \quad (33-4)$$

مشتق مرتبه سوم θ_m قابل محاسبه می باشد:

$$\theta_m^{(3)} = \dot{M}_m^{-1}(T_m - h_m) + M_m^{-1}(\dot{T}_m - \dot{h}_m) \quad (34-4)$$

لازم به ذکر است در تمام مراحل بالا، به جای استفاده از بلوک مشتق گیر در شبیه سازی ها، از ساختن مشتقات به صورت تحلیلی استفاده شده است. بلوک دیاگرام کنترل نیز در شکل (4-5) نشان داده شده است. در جدول (3-4) نوع کنترل کننده دیگر برای سیستم ربات فوق آورده شده است، تا مقایسه ای بین کنترل کننده های مرتبه صحیح و مرتبه کسری انجام شود.



شکل (4-5) بلوک دیاگرام کنترل پایه - پیرو با ورودی مطلوب

۴-۴-۲ تعیین محدوده ضرایب کنترل کننده

۴-۴-۲-۱ محدوده k_f و k_s

سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\ddot{x} = f + bu \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f + bu \end{cases} \quad (۳۵-۴)$$

با استفاده از رابطه (۴-۳۱) و صفر قرار دادن آن داریم:

$$\dot{u} = \hat{b}^{-1} \left\{ \frac{1}{k_f} D^{1-\lambda} (-k_p \dot{e} - k_d D^{1+\lambda} e) + x_d^{(3)} - \hat{b} \hat{b}^{-1} (\ddot{e} + \ddot{x}_d - \hat{f}) - k_s \cdot \text{sgn}(S) - \hat{f} \right\} \quad (۳۶-۴)$$

که در آن $k_s > 0$ ، \hat{f} ، $\dot{\hat{f}}$ ، \hat{b} و $\dot{\hat{b}}$ به ترتیب تقریبی از توابع f ، \dot{f} ، b و \dot{b} می باشند:

$$0 < b_{\min} \leq b \leq b_{\max} \quad (۳۷-۴)$$

$$0 < a_{\min} \leq \dot{b} \leq a_{\max} \quad (۳۸-۴)$$

اگر \hat{b} را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$\hat{b} = (b_{\min} b_{\max})^{1/2} \quad (۳۹-۴)$$

آنگاه رابطه (۴-۳۷) به صورت زیر در می آید:

$$\beta^{-1} \leq \hat{b} b^{-1} \leq \beta, \quad \beta = (b_{\max} / b_{\min})^{1/2} \quad (۴۰-۴)$$

فرض می کنیم:

$$\dot{u} = \frac{1}{k_f} D^{1-\lambda} (-k_p \dot{e} - k_d D^{1+\lambda} e) + x_d^{(3)} - \hat{b} \hat{b}^{-1} (\ddot{e} + \ddot{x}_d) \quad (۴۱-۴)$$

در این صورت روابط (۴-۳۶) و (۴-۳۱) به ترتیب به صورت زیر در می آیند:

$$\dot{u} = \hat{b}^{-1} \left\{ \dot{u} + \hat{b} \hat{b}^{-1} \hat{f} - k_s \cdot \text{sgn}(S) - \hat{f} \right\} \quad (۴۲-۴)$$

$$\begin{aligned} \dot{S} &= k_p \dot{e} + k_d D^{\lambda+1} e + k_f D^{\lambda-1} (\dot{f} + \hat{b} \hat{b}^{-1} (\ddot{e} + \ddot{x}_d - \hat{f})) \\ &+ \hat{b} \hat{b}^{-1} \left\{ \dot{u} + \hat{b} \hat{b}^{-1} \hat{f} - k_s \cdot \text{sgn}(S) - \hat{f} \right\} - x_d^{(3)} \end{aligned} \quad (۴۳-۴)$$

با قرار دادن رابطه (۴۳-۴) در (۴۴-۴) داریم:

$$\{k_p \dot{e} + k_d D^{\lambda+1} e + k_f D^{\lambda-1} (\dot{f} + \hat{b}\hat{b}^{-1}(\ddot{e} + \ddot{x}_d - \dot{f})) + b\hat{b}^{-1} \left\{ \dot{\hat{u}} + \hat{b}\hat{b}^{-1} \dot{\hat{f}} - k_s \cdot \text{sgn}(S) - \dot{f} \right\} - x_d^{(3)} \} \cdot \text{sgn}(S) \leq -\eta \quad (44-4)$$

با انتخاب $\Delta \dot{f} = \dot{f} - b\hat{b}^{-1} \dot{\hat{f}}$, $\Delta f = -b\hat{b}^{-1} \dot{\hat{f}} + b\hat{b}^{-1} \dot{\hat{b}}\hat{b}^{-1} \dot{\hat{f}}$ داریم:

$$\{k_p \dot{e} + k_d D^{\lambda+1} e + k_f D^{\lambda-1} (\Delta \dot{f} + \Delta f + \hat{b}\hat{b}^{-1}(\ddot{e} + \ddot{x}_d)) + b\hat{b}^{-1} \left\{ \dot{\hat{u}} - k_s \cdot \text{sgn}(S) \right\} - x_d^{(3)} \} \cdot \text{sgn}(S) \leq -\eta \quad (45-4)$$

با ساده سازی داریم:

$$[-k_f D^{\lambda-1} \hat{b}\hat{b}^{-1}(\ddot{e} + \ddot{x}_d) + k_f D^{\lambda-1} \hat{b}\hat{b}^{-1}(\ddot{e} + \ddot{x}_d) + k_f D^{\lambda-1} (b\hat{b}^{-1} - 1) \dot{\hat{u}} + k_f D^{\lambda-1} \Delta \dot{f} + k_f D^{\lambda-1} \Delta f] \cdot \text{sgn}(S) - k_f D^{\lambda-1} b\hat{b}^{-1} k_s \leq -\eta \quad (46-4)$$

و

$$b\hat{b}^{-1} k_s \geq [(\dot{b} - \dot{\hat{b}})\hat{b}^{-1}(\ddot{e} + \ddot{x}_d) + (b\hat{b}^{-1} - 1) \dot{\hat{u}} + \Delta \dot{f} + \Delta f] \cdot \text{sgn}(S), \quad D^{-\lambda+1} \eta = 0, k_f > 0 \quad (47-4)$$

نامعادله فوق همواره برقرار است اگر

$$b\hat{b}^{-1} k_s \geq |(\dot{b} - \dot{\hat{b}})\hat{b}^{-1}(\ddot{e} + \ddot{x}_d) + (b\hat{b}^{-1} - 1) \dot{\hat{u}} + \Delta \dot{f} + \Delta f| \quad (48-4)$$

با قدر مطلق گیری از هر یک از عبارات سمت چپ رابطه بالا، نامعادله قویتری به دست می آید:

$$b\hat{b}^{-1} k_s \geq |(\dot{b} - \dot{\hat{b}})\hat{b}^{-1}(\ddot{e} + \ddot{x}_d)| + |(b\hat{b}^{-1} - 1)| \cdot |\dot{\hat{u}}| + |\Delta \dot{f}| + |\Delta f| \quad (49-4)$$

با جایگذاری حد پایین رابطه (۴۰-۴) داریم:

$$k_s \geq \beta (|(\dot{b} - \dot{\hat{b}})\hat{b}^{-1}(\ddot{e} + \ddot{x}_d)| + |(\beta^{-1} - 1)| \cdot |\dot{\hat{u}}| + |\Delta \dot{f}| + |\Delta f|) \quad (50-4)$$

اگر محدوده ها را به صورت زیر انتخاب کنیم:

$$|\Delta f| < f_1, \quad |\Delta \dot{f}| < f_2, \quad |\dot{\hat{u}}| < U \quad (51-4)$$

در نهایت محدوده k_s به صورت زیر است:

$$k_s \geq \beta (|(\dot{b} - \dot{\hat{b}})\hat{b}^{-1}(\ddot{e} + \ddot{x}_d)| + |(\beta^{-1} - 1)| \cdot U + f_2 + f_1) \quad (52-4)$$

۴-۲-۲ محدودده k_p و k_d

با توجه به رابطه (۴-۳۰) و با فرض $e = e_1$ و صفر قرار دادن سطح لغزش داریم:

$$D^\lambda e_1 = -\frac{k_p}{k_d} e_1 - \frac{k_f}{k_d} D^{\lambda+1} e_1 \quad (۴-۵۳)$$

فرض می کنیم:

$$D^{\lambda+1} e_1 = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 \quad (۴-۵۴)$$

پس

$$D^\lambda e_2 = D^\lambda e_1 \left\{ \frac{1}{\alpha_2} D^{\lambda+1} e_1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right\} \quad (۴-۵۵)$$

با جایگذاری رابطه (۴-۵۳) و (۴-۵۴) در رابطه (۴-۵۵) داریم:

$$D^\lambda e_2 = \left\{ -\frac{k_p}{k_d} e_1 - \frac{k_f}{k_d} [\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2] \right\} \left\{ \frac{1}{\alpha_2} [\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2] - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right\} \quad (۴-۵۶)$$

پس

$$\begin{cases} D^\lambda e_1 = -\left(\frac{k_p}{k_d} + \alpha_1 \frac{k_f}{k_d}\right) e_1 - \alpha_2 \frac{k_f}{k_d} e_2 \\ D^\lambda e_2 = \left\{ -\left(\frac{k_p}{k_d} + \alpha_1 \frac{k_f}{k_d}\right) e_1 - \alpha_2 \frac{k_f}{k_d} e_2 \right\} \left\{ \frac{\alpha_1}{\alpha_2} e_1 + e_2 - \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right\} \end{cases} \quad (۴-۵۷)$$

نقطه تعادل دستگاه بالا به صورت زیر می باشد:

$$(e_1, e_2) = \left(\alpha_1 \frac{k_f}{k_p}, -\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left(\alpha_1 \frac{k_f}{k_p} + 1 \right) \right) \quad (۴-۵۸)$$

با گرفتن ژاکوبین از دستگاه بالا در نقطه تعادل داریم:

$$J = \begin{pmatrix} -\left(\frac{k_p}{k_d} + \alpha_1 \frac{k_f}{k_d}\right) & -\alpha_2 \frac{k_f}{k_d} \\ 2 \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left(\frac{k_p}{k_d} + \alpha_1 \frac{k_f}{k_d}\right) & 2 \alpha_1 \frac{k_f}{k_d} \end{pmatrix} \quad (۴-۵۹)$$

مقادیر ویژه عبارتند از:

$$S = 0, \quad -\frac{k_p - \alpha_1 k_f}{k_d} \quad (۴-۶۰)$$

اگر

$$k_d > 0, \quad k_p > \alpha_1 k_f \quad (۴-۶۱)$$

با توجه به شکل (۲-۱-الف) هیچ مشکلی در پایداری مرتبه کسری پیش نمی‌آید. از رابطه (۴-۴۷) داریم $k_f > 0$ ، با فرض $\alpha_1 = 0$ داریم $k_p > 0$.

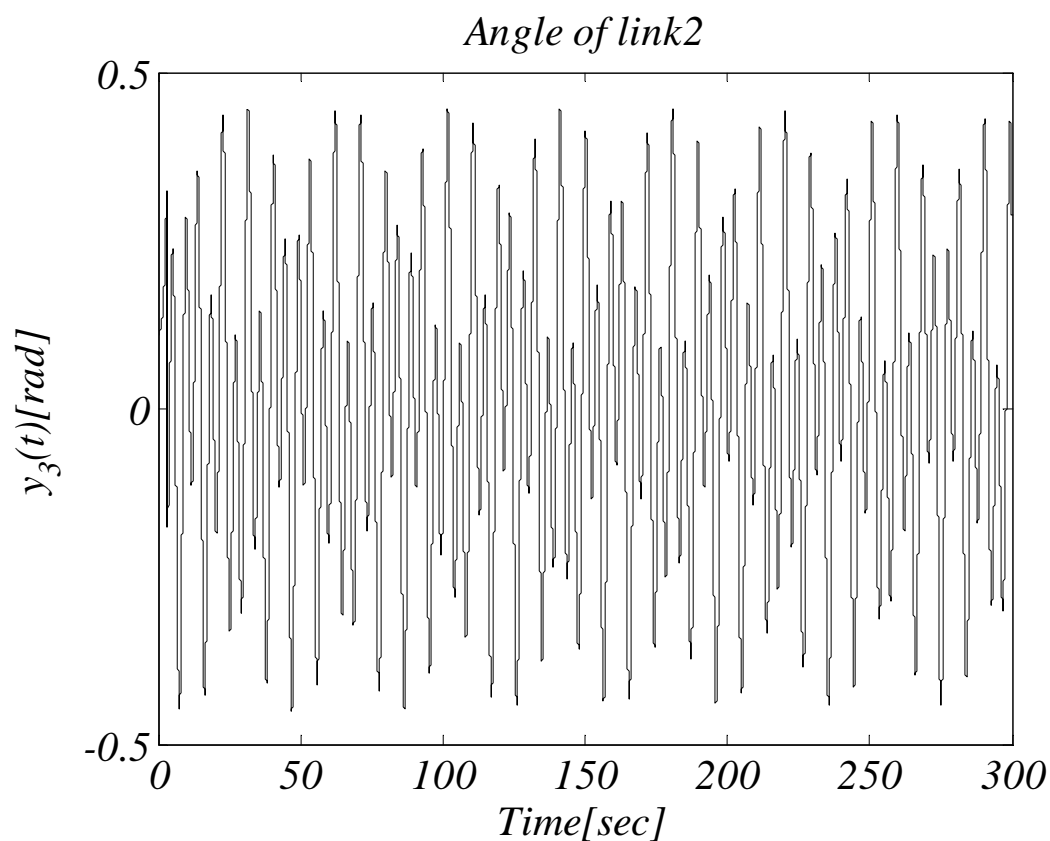
۴-۳-۳ نتایج شبیه‌سازی‌ها

در این قسمت نتایج شبیه‌سازی‌های بحث شده در قسمت‌های قبل آورده شده‌است.

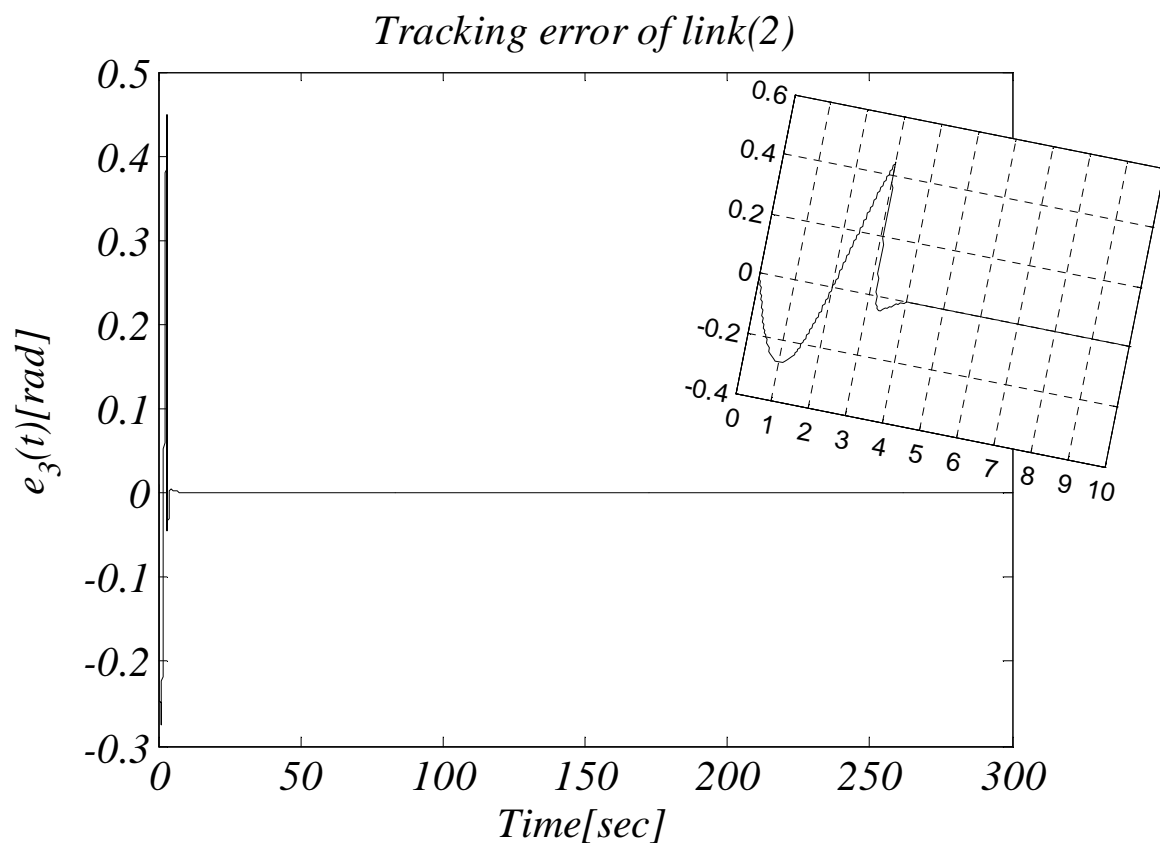
۴-۳-۱ شبیه‌سازی سیستم ربات آشوبگون تحت بار

نتایج شبیه‌سازی بخش ۴-۱-۱ در شکل‌های (۴-۶) تا (۴-۱۲) آورده شده‌است. کنترل‌کننده در ثانیه سوم وارد شده‌است. در شکل‌های (۴-۶) تا (۴-۹) به ترتیب ردگیری لینک دوم، خطای ردگیری لینک دوم، سطوح لغزش و ورودی‌های کنترلی همراه با بزرگ‌نمایی اشکال آورده شده‌است. پدیده لرزش به‌طور کاملاً مطلوبی حذف شده، همچنین با ورود کنترل‌کننده در ثانیه سوم عمل‌کرد سیستم نیز در کم‌ترین زمان ممکن به حالت مطلوب رسیده‌است. در نهایت در شکل (۴-۱۰) و (۴-۱۱) فضای فاز سیستم کنترل‌شده، نشان داده شده‌است که بیانگر یک تورس می‌باشد و نشان‌دهنده حالت غیر-آشوبی (شبه متناوب) است، بیشترین نمای لیاپانوفی محاسبه شده پس از کنترل نیز $\lambda = 0.0034$ می‌باشد. در نهایت شکل (۴-۱۲) حرکت مجری نهایی سیستم را در فضای کار نشان می‌دهد. خطای ردگیری لینک دوم 2.865×10^{-6} می‌باشد- خطا به مفهوم جذر میانگین مجموع مربعات^۱ است.

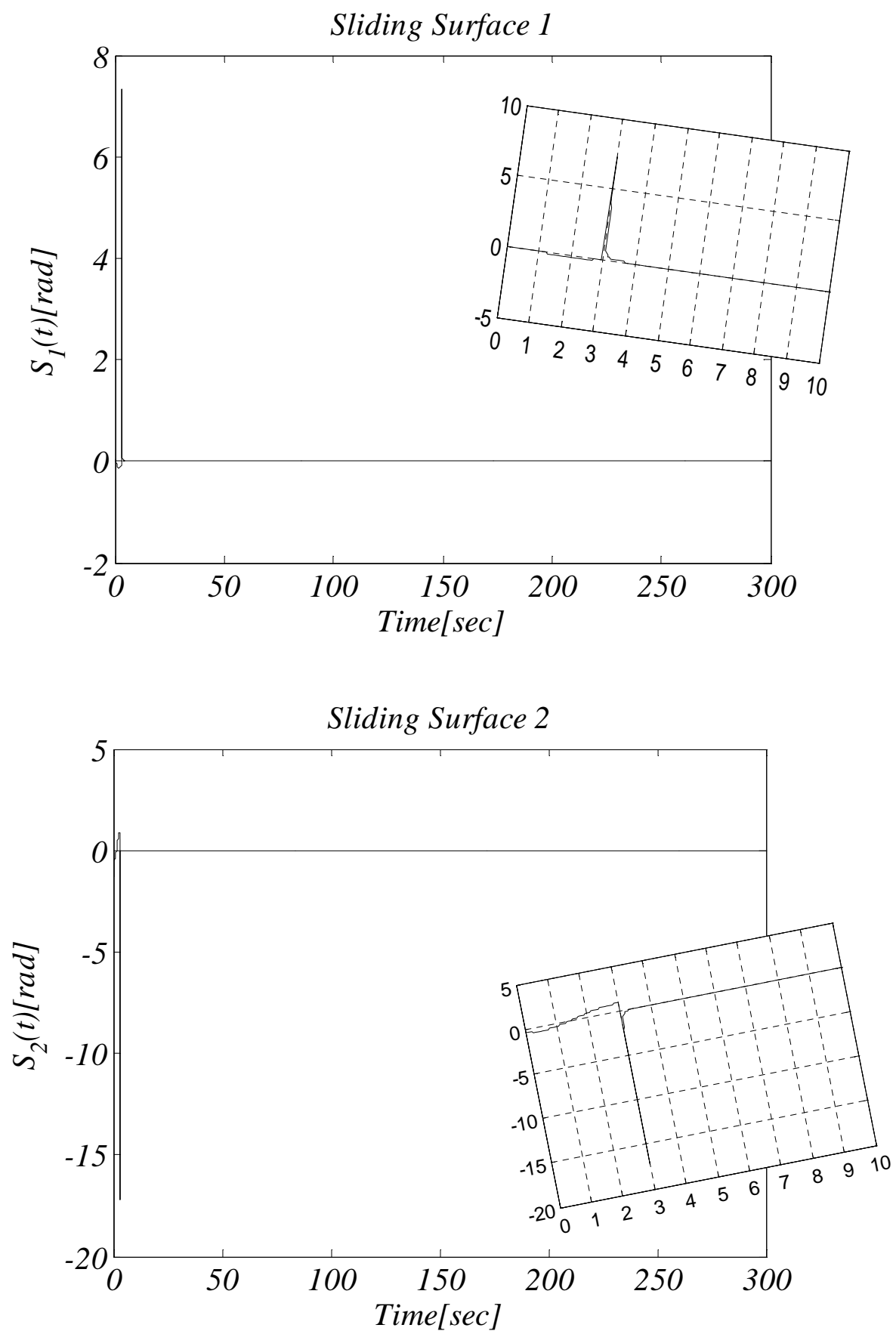
^۱ Root-Mean-Square



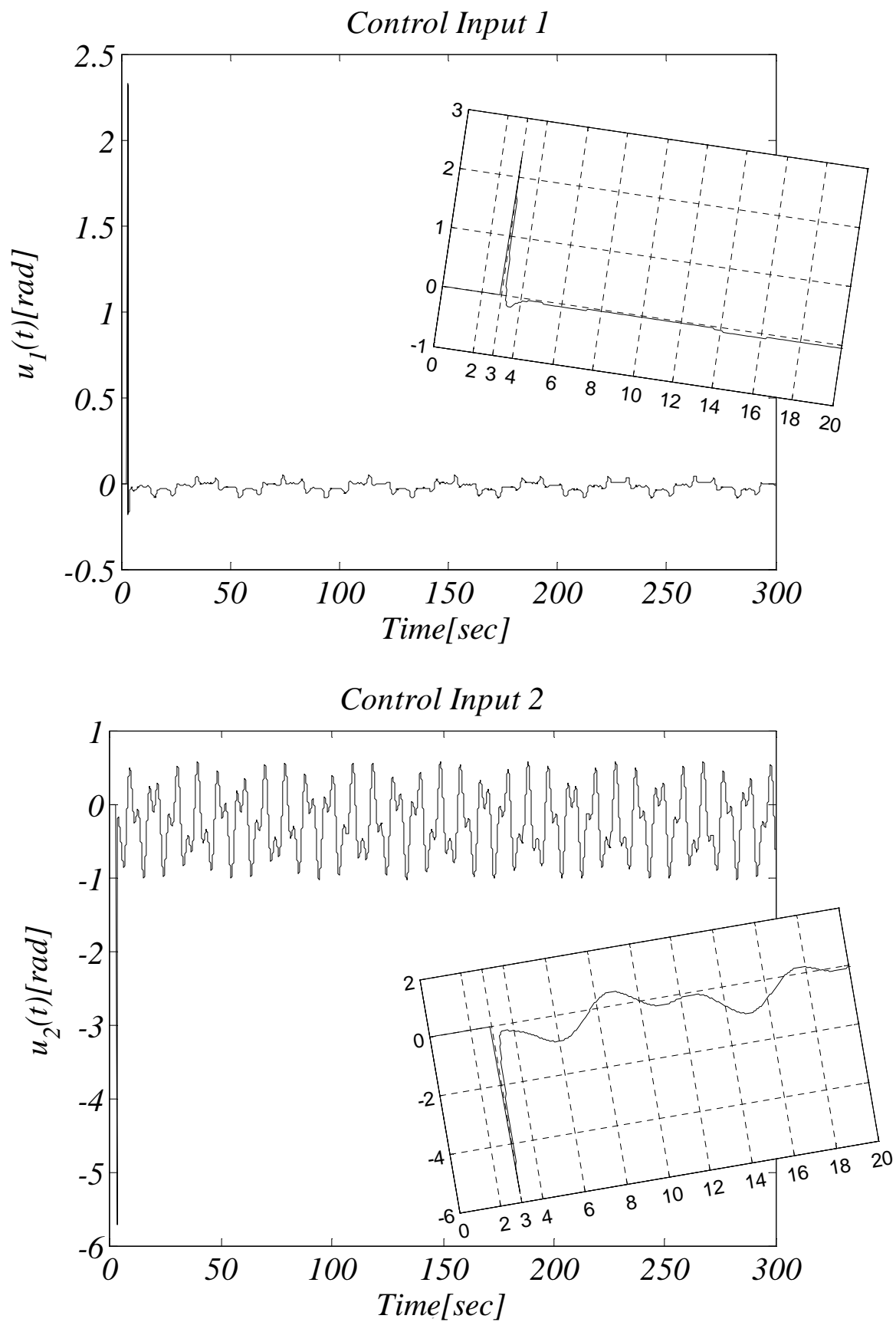
شکل (۴-۶) ردگیری لینک دوم ربات آشوبی تحت بار کنترل شده با مد لغزشی دینامیک مرتبه کسری



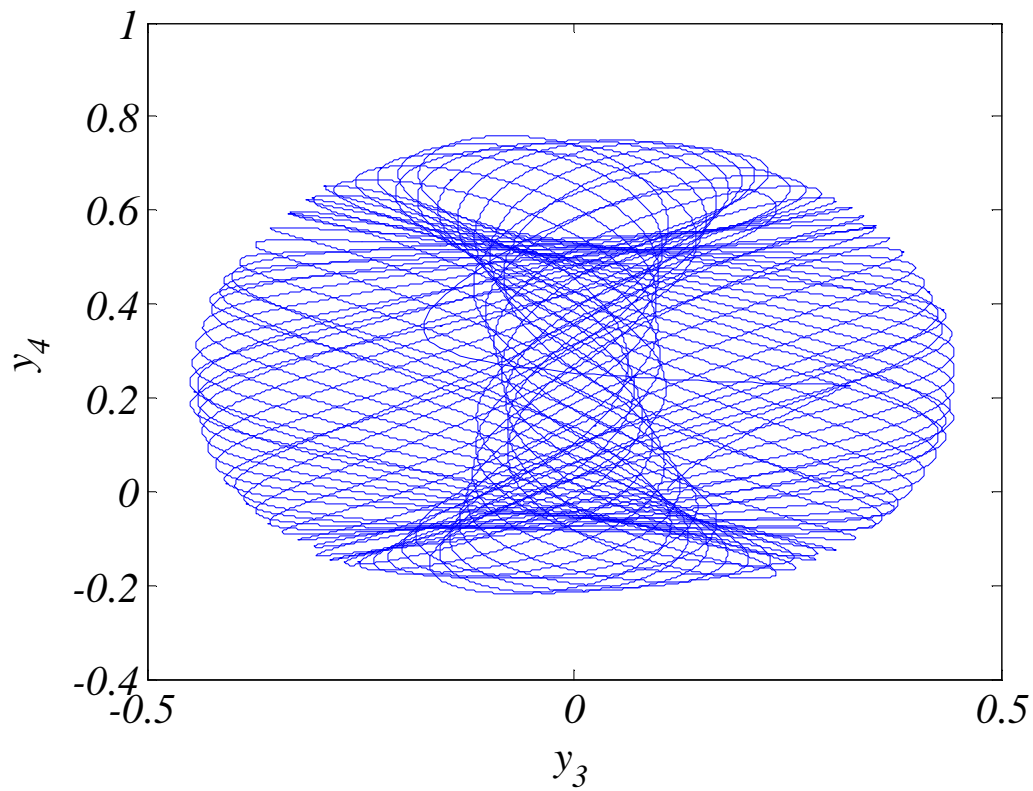
شکل (۴-۷) خطای ردگیری لینک دوم همراه با بزرگ‌نمایی، ورود کنترل کننده در ثانیه سوم



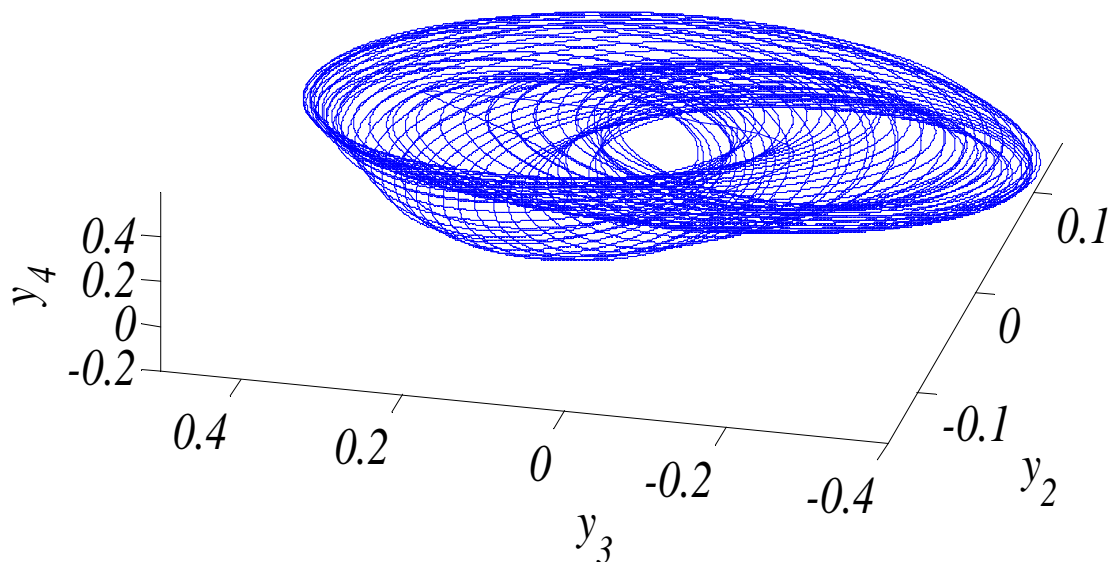
شکل (۴-۸) سطوح لغزش همراه با بزرگ‌نمایی



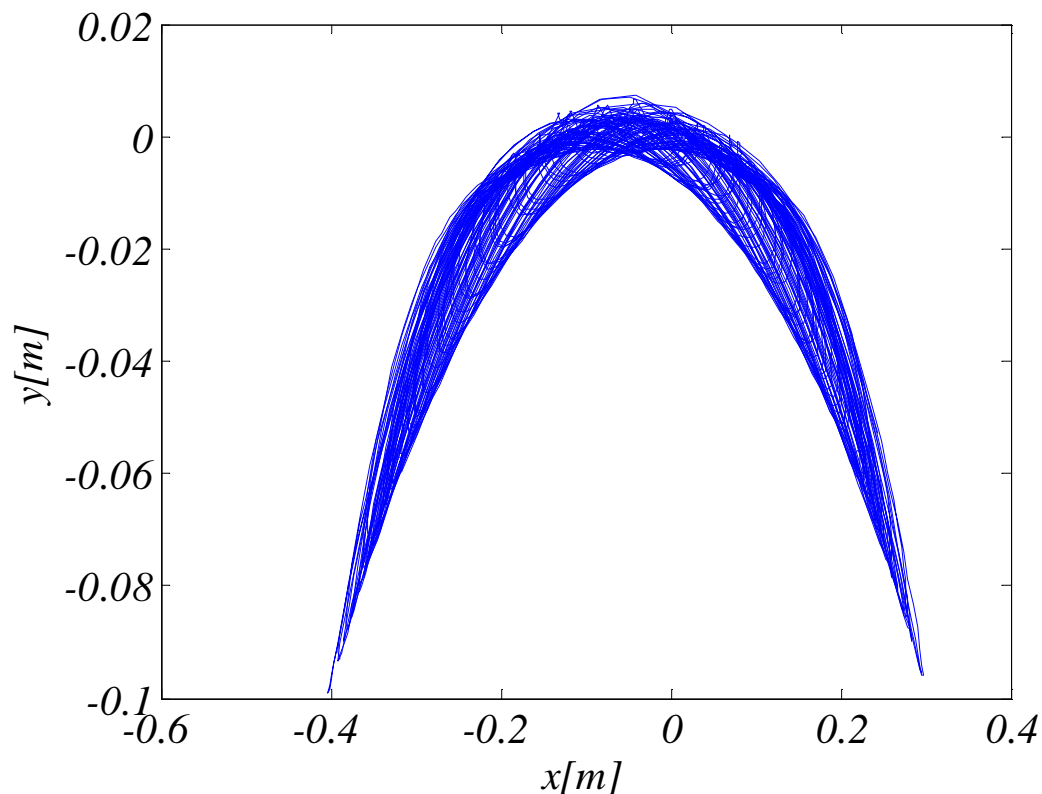
شکل (۴-۹) ورودی‌های کنترلی همراه با بزرگ‌نمایی



شکل (۴-۱۰) فضای فاز لینک دوم ربات آشوبی تحت بار کنترل شده



شکل (۴-۱۱) فضای فاز سه بعدی ربات آشوبی تحت بار کنترل شده



شکل (۴-۱۲) حرکت مجری نهایی ربات آشوبگون تحت بار در فضای کار

همان طور که از نتایج شبیه سازی دیده می شود، کنترل در زمان کوتاهی انجام شده، لرزش از بین رفته و حرکت ربات به صورت شبه متناوب (تورس) تبدیل شده است.

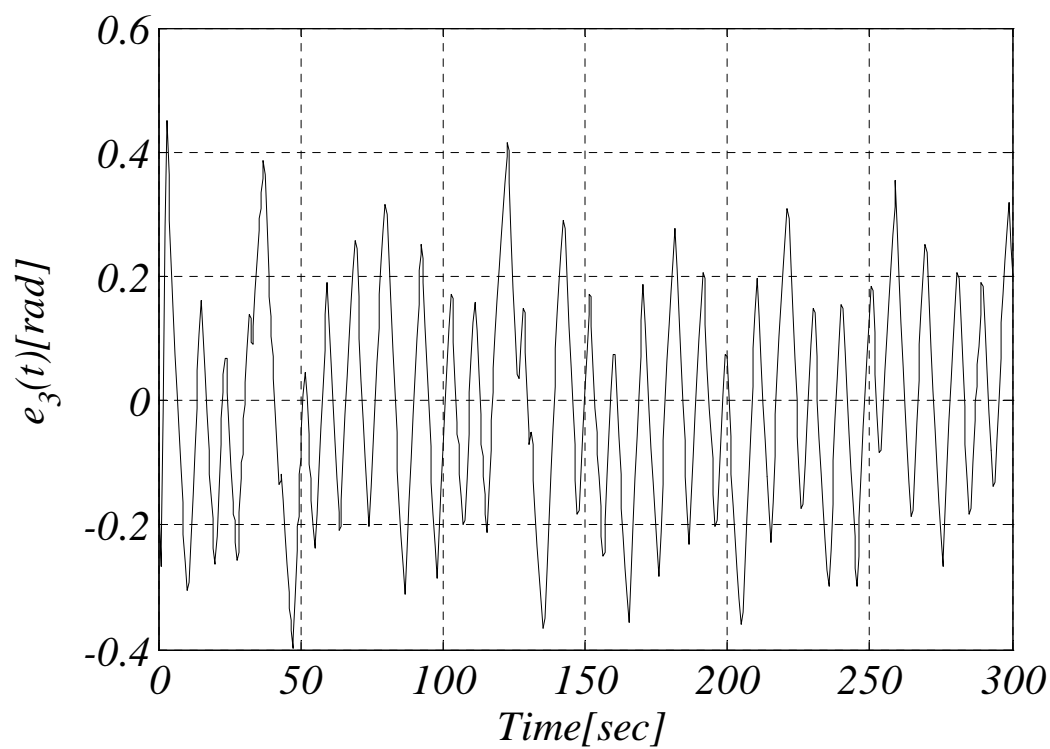
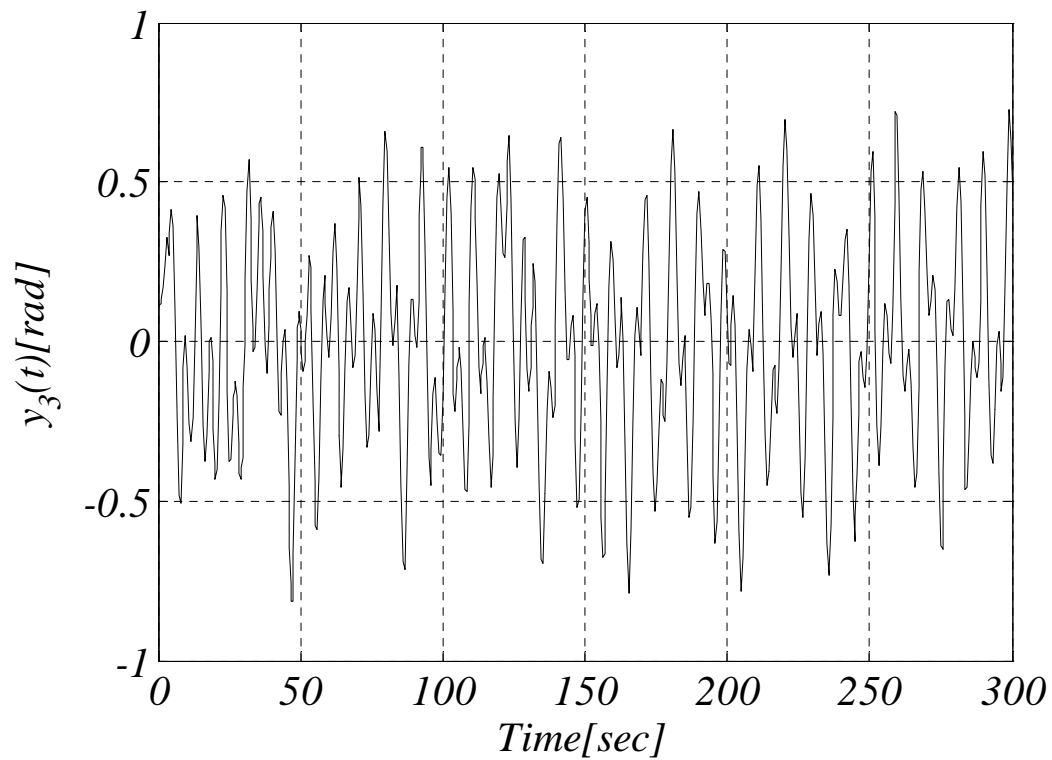
۴-۳-۲ شبیه سازی با سه نوع کنترل کننده دیگر

در جدول (۴-۱) کنترل کننده های مختلف مد لغزشی برای ربات آشوبگون تحت بار آورده شده است. کنترل کننده اول مد لغزشی ساده می باشد که نتایج آن در شکل های (۴-۱۳) و (۴-۱۴) نشان داده شده است.

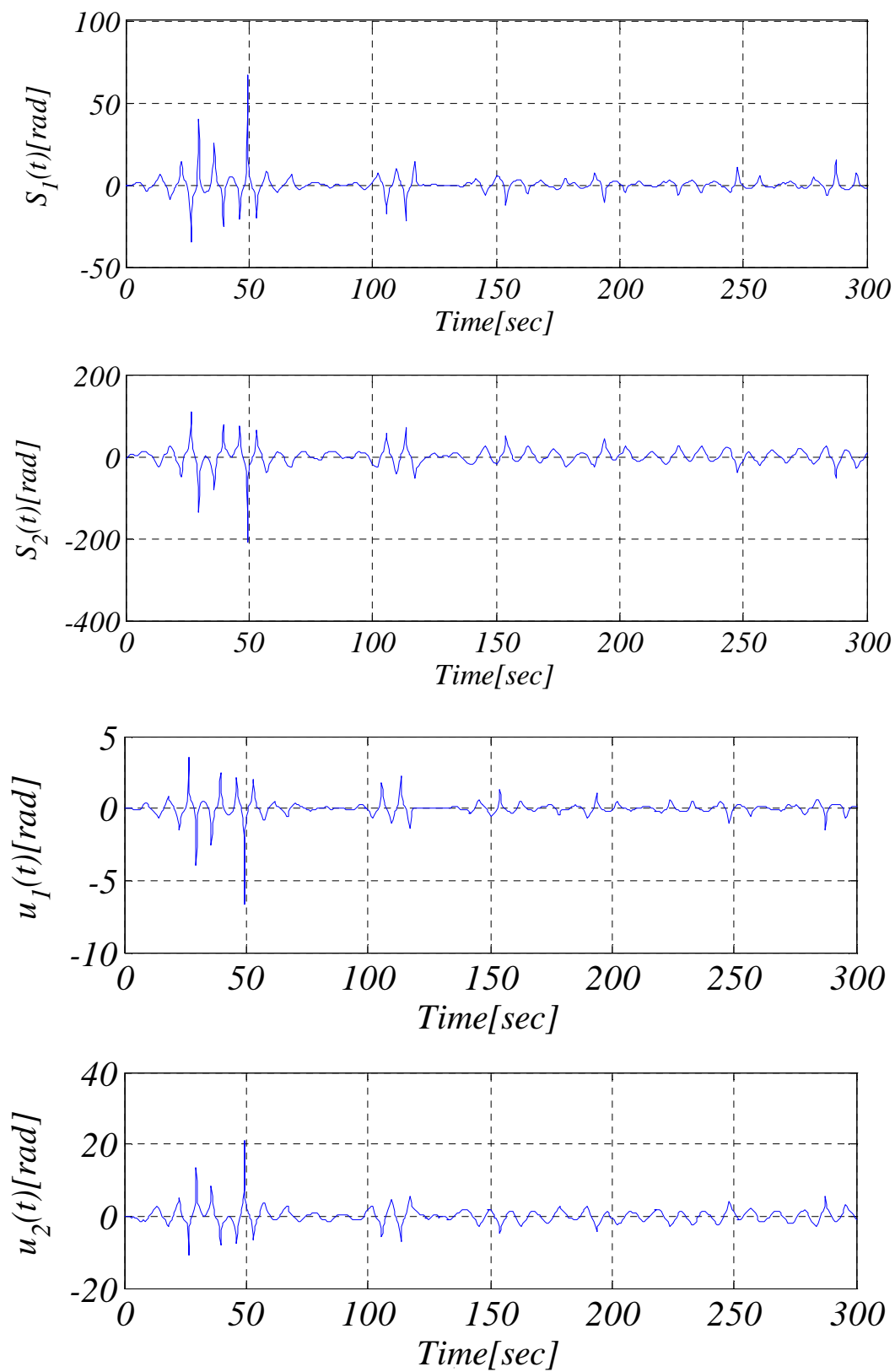
جدول (۴-۱) کنترل کننده های مختلف مد لغزشی برای ربات آشوبگون تحت بار

شماتیک کنترل کننده	سطح لغزش		
$u_1 = -\frac{K_{p1}}{K_{d1}} D^{1-\lambda} e_1 - e_2 - K_{s1} \operatorname{sgn}(S_1)$ $u_2 = -\frac{K_{p2}}{K_{d2}} D^{1-\lambda} e_3 - e_4 - K_{s2} \operatorname{sgn}(S_2)$	$S_1 = K_{d1} \dot{e}_1 + K_{p1} e_1$ $S_2 = K_{d2} \dot{e}_2 + K_{p2} e_2$	کنترل مد لغزشی (SMC)	۱
$u_1 = -\frac{K_{p1}}{K_{d1}} D^{1-\lambda} e_1 - e_2 - K_{s1} \operatorname{sgn}(S_1)$ $u_2 = -\frac{K_{p2}}{K_{d2}} D^{1-\lambda} e_3 - e_4 - K_{s2} \operatorname{sgn}(S_2)$	$S_1 = K_{d1} D^{\lambda} e_1 + K_{p1} e_1$ $S_2 = K_{d2} D^{\lambda} e_2 + K_{p2} e_2$	کنترل مد لغزشی مرتبه کسری (FSMC) [۱۰۸]	۲
$\dot{u}_1 = -\frac{K_{p1}}{K_{f1}} e_1 - \frac{K_{d1}}{K_{f1}} (e_2 + u_1) - \dot{e}_2 - K_{s1} \operatorname{sgn}(S_1),$ $\dot{u}_2 = -\frac{K_{p2}}{K_{f2}} e_3 - \frac{K_{d2}}{K_{f2}} (e_4 + u_2) - \dot{e}_4 - K_{s2} \operatorname{sgn}(S_2).$	$S_1 = K_{f1} \ddot{e}_1 + K_{d1} \dot{e}_1 + K_{p1} e_1$ $S_2 = K_{f2} \ddot{e}_2 + K_{d2} \dot{e}_2 + K_{p2} e_2$	کنترل مد لغزشی دینامیک (DSMC)	۳
$\dot{u}_1 = -\frac{K_{p1}}{K_{f1}} e_1 - \frac{K_{d1}}{K_{f1}} (e_2 + u_1) - \dot{e}_2 - K_{s1} \operatorname{sgn}(S_1),$ $\dot{u}_2 = -\frac{K_{p2}}{K_{f2}} e_3 - \frac{K_{d2}}{K_{f2}} (e_4 + u_2) - \dot{e}_4 - K_{s2} \operatorname{sgn}(S_2).$	$S_1 = K_{f1} D^{\lambda+1} e_1 + K_{d1} D^{\lambda} e_1 + K_{p1} e_1$ $S_2 = K_{f2} D^{\lambda+1} e_2 + K_{d2} D^{\lambda} e_2 + K_{p2} e_2$	کنترل مد لغزشی دینامیک مرتبه کسری (FDSMC)	۴

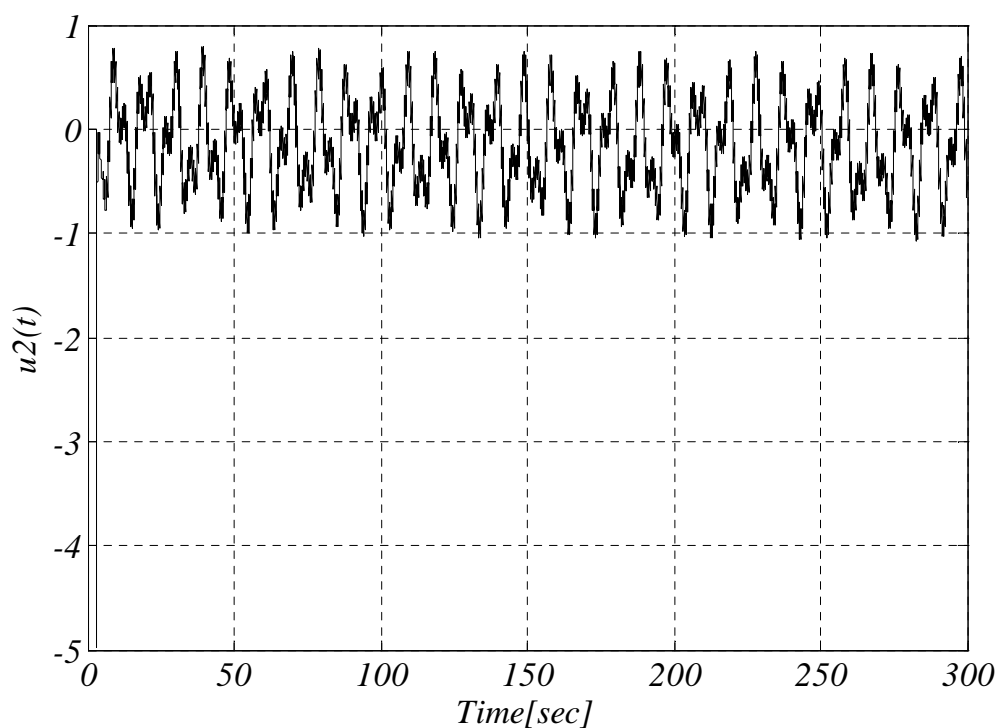
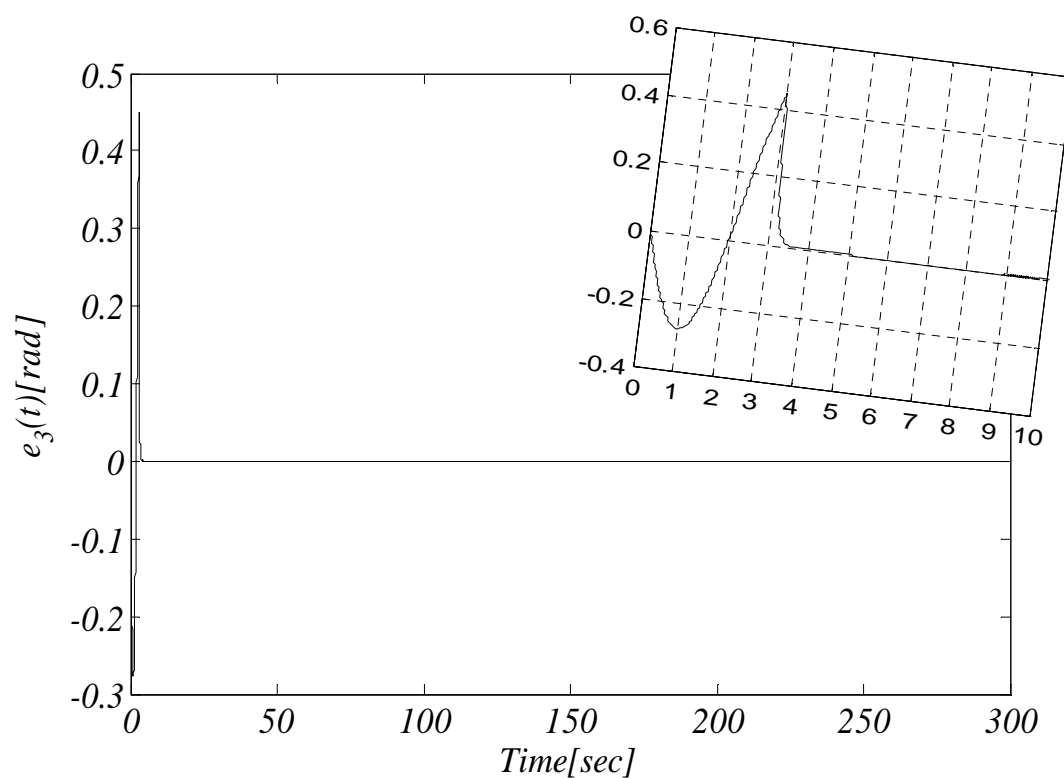
همین کنترل کننده در ترکیب با مشتقات مرتبه کسری به عنوان کنترل کننده دوم در نظر گرفته شده است و نتایج آن نیز در شکل (۴-۱۵) آورده شده است. شکل های (۴-۱۶) و (۴-۱۷) نیز مربوط به کنترل کننده سوم است که مد لغزشی دینامیک بدون ترکیب با مشتقات مرتبه کسری می باشد. کنترل کننده چهارم کنترل کننده پیشنهادی این پایان نامه است که نتایج آن قبلاً آورده شده است.



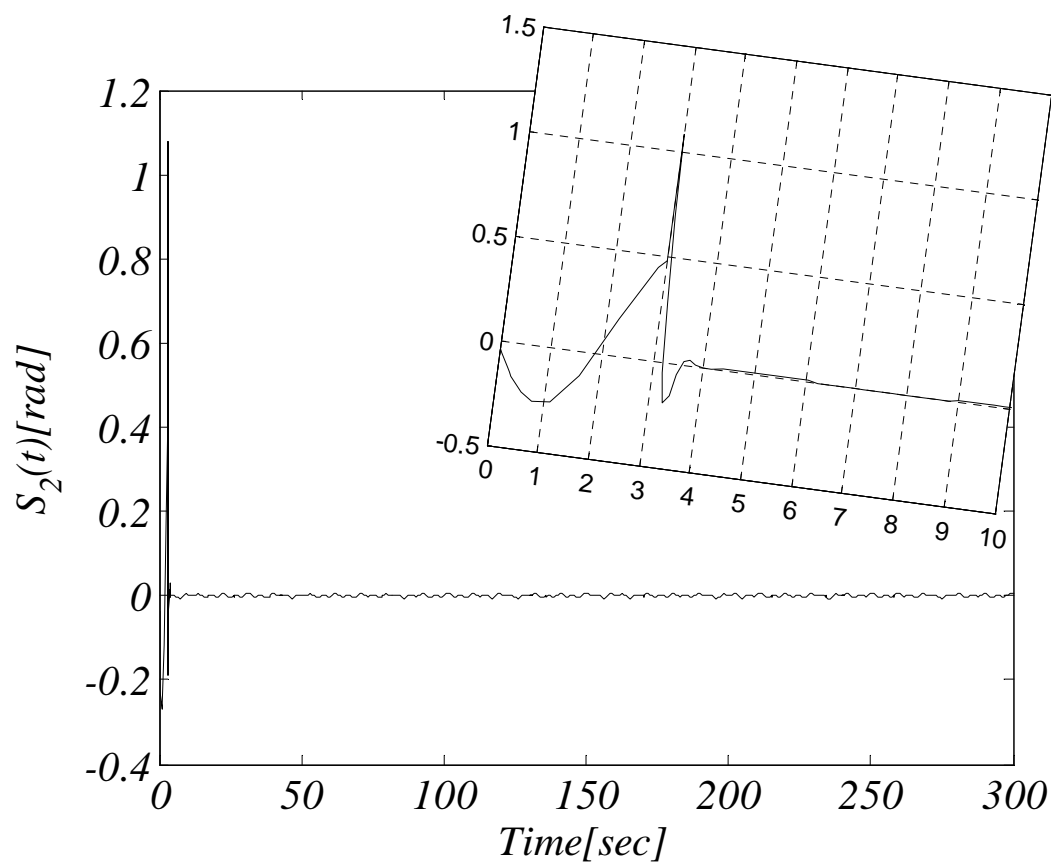
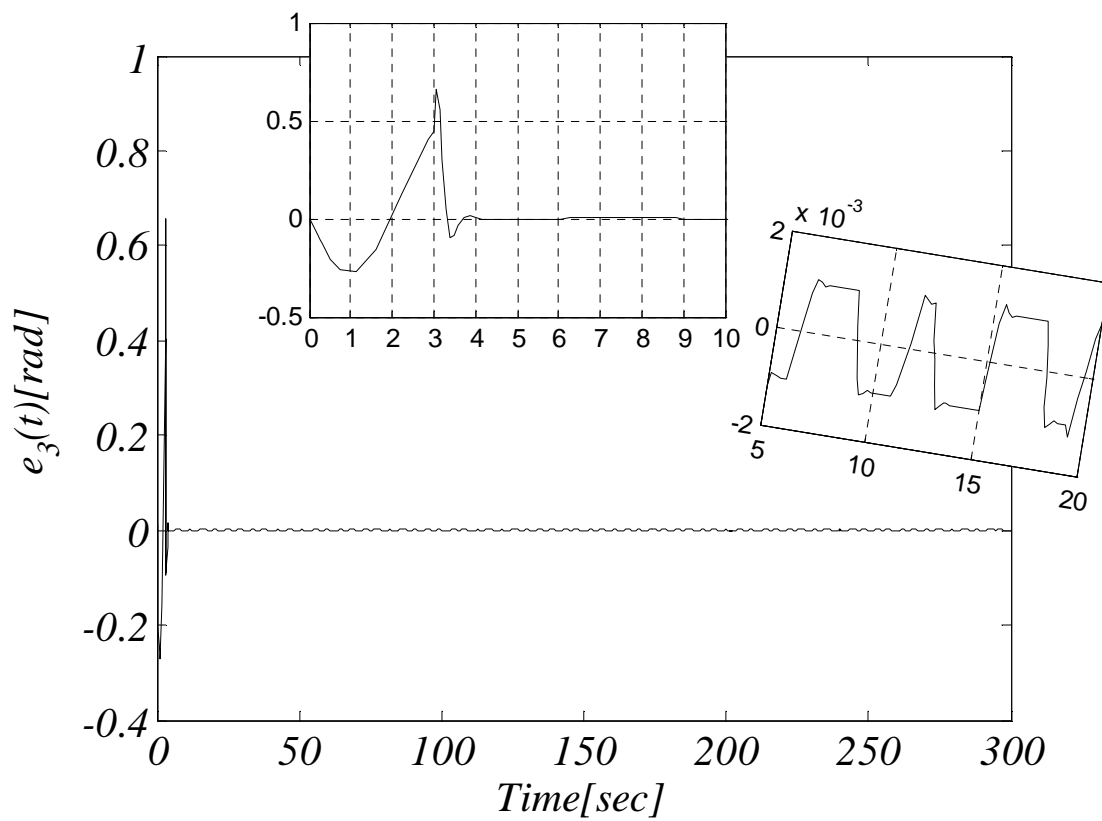
شکل (۴-۱۳) ردگیری و خطای ردگیری لینک دوم ربات آشوبی تحت بار کنترل شده با کنترل کننده ۱



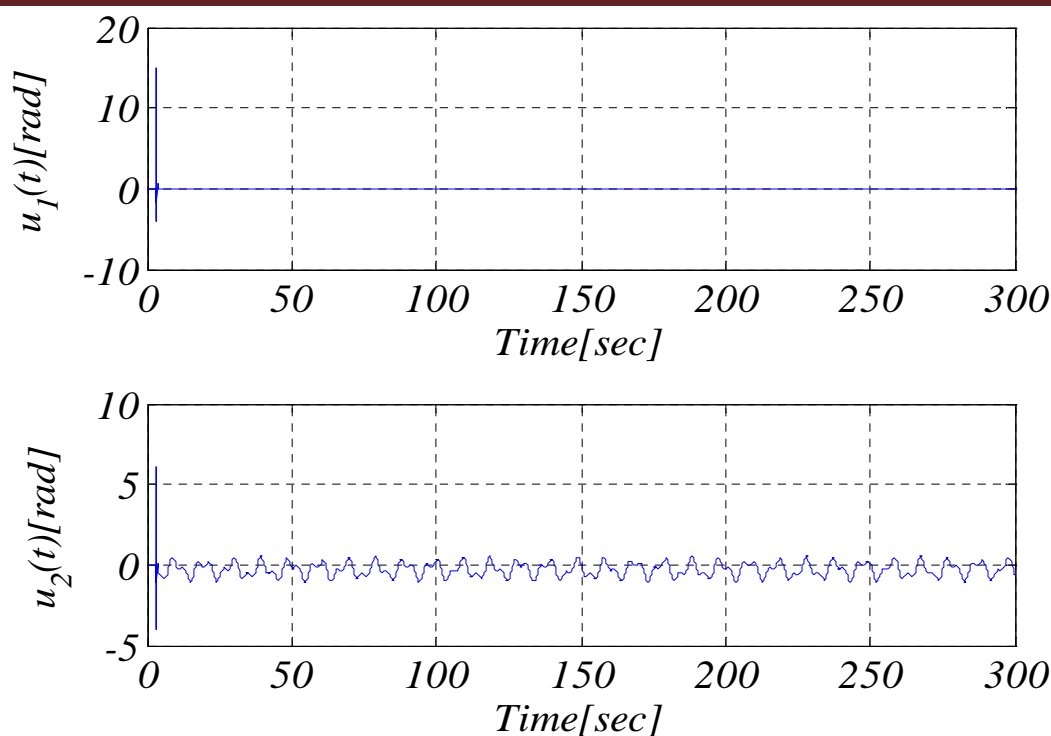
شکل (۴-۱۴) سطوح لغزش و ورودی‌های کنترلی ربات آشوبی تحت بار کنترل‌شده با کنترل‌کننده ۱



شکل (۴-۱۵) خطای ردگیری و ورودی کنترلی ربات آشوبی تحت بار کنترل شده با کنترل کننده ۲



شکل (۴-۱۶) خطای ردگیری و سطح لغزش ربات آشوبی تحت بار کنترل شده با کنترل کننده ۳



شکل (۴-۱۷) ورودی‌های کنترلی ربات آشوبی تحت بار کنترل شده با کنترل کننده ۳

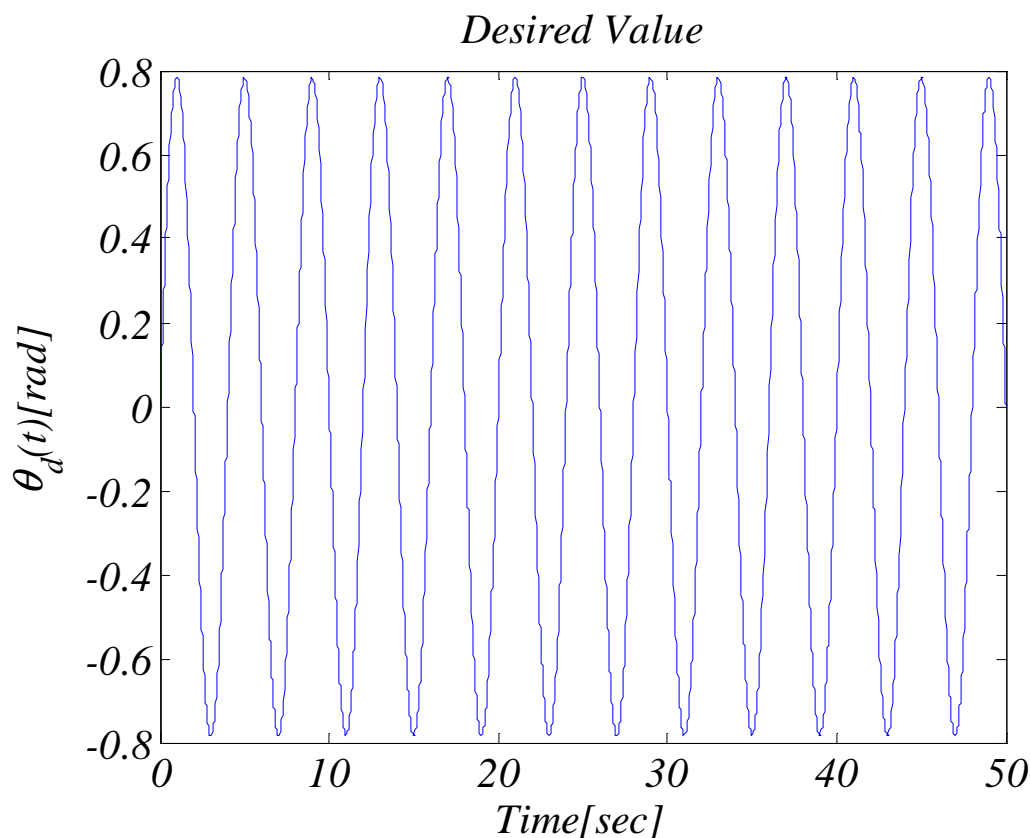
همان‌طور که ملاحظه می‌شود در کنترل کننده اول نتایج خیلی ضعیف و عمل کرد سیستم نامطلوب است. در کنترل کننده دوم نتایج نسبتاً خوبی حاصل شده ولی پدیده لرزش وجود دارد. کنترل کننده سوم نیز در مقایسه با کنترل کننده پیشنهادی نتایج ضعیف‌تری دارد. در جدول زیر جذر میانگین مجموع مربعات خطای ردگیری لینک دوم و پارامترهای شبیه‌سازی برای چهار کنترل کننده آورده شده‌است.

جدول (۴-۲) جذر میانگین مجموع مربعات خطای ردگیری لینک دوم و پارامترهای شبیه‌سازی ربات آشوبگون تحت بار برای چهار کنترل کننده

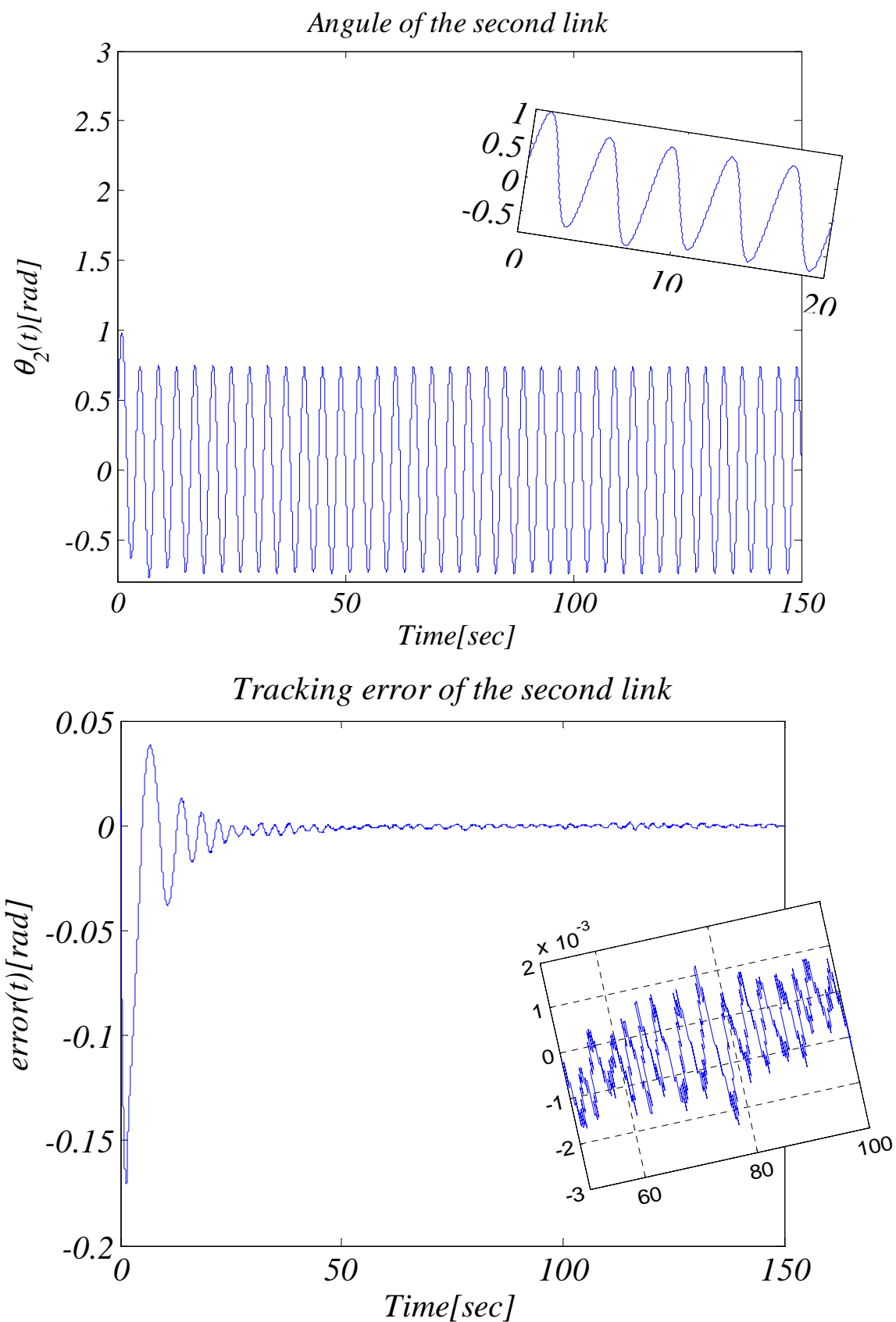
SMC	FSMC	DSMC	FDSMC	
0.1989	$2.797e-7$	$1e-3$	$2.865e-6$	e_{3rms}
$k_{s1} = 0.001,$ $k_{s2} = 0.1,$ $k_{pi} = 1,$ $k_{di} = 10$	$k_{si} = 0.1,$ $k_{pi} = 1,$ $k_{di} = 0.1,$ $\lambda = 0.98$	$k_{si} = 0.1,$ $k_{pi} = 1,$ $k_{di} = 0.1,$ $k_{fi} = 0.01$	$k_{si} = 0.1,$ $k_{pi} = 1,$ $k_{di} = 1,$ $k_{fi} = 0.1, \lambda = 0.75$	پارامترهای شبیه‌سازی

۳-۳-۴-۴ شبیه سازی سیستم ربات آشوبگون ناشی از تأخیر

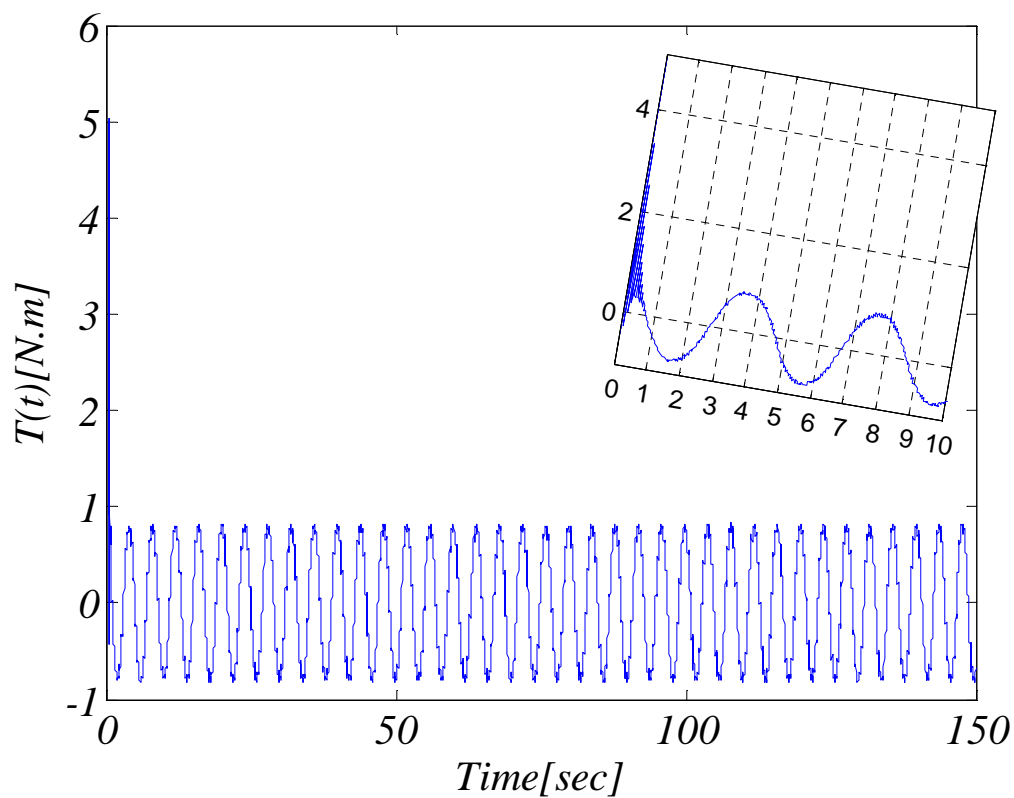
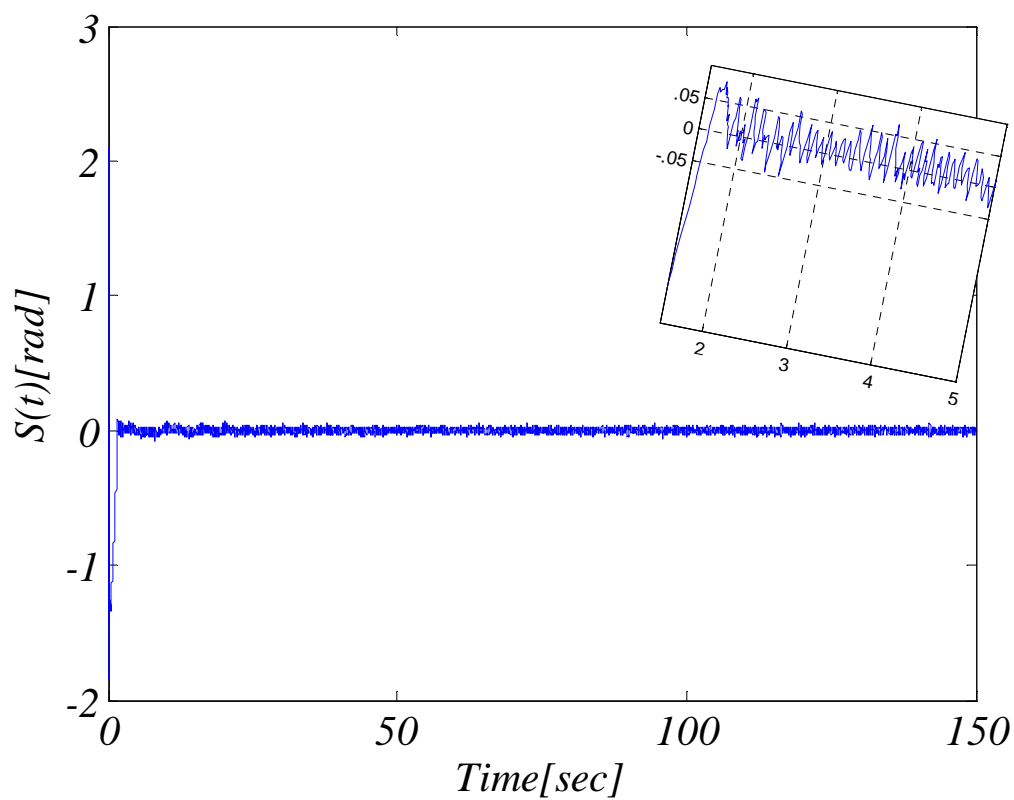
نتایج شبیه سازی بخش ۳-۱-۴-۴ در شکل های (۱۸-۴) تا (۲۱-۴) آورده شده است. در شکل (۴-۴) ورودی مطلوب نشان داده شده است. در شکل های (۱۹-۴) و (۲۰-۴) به ترتیب ردگیری لینک دوم، خطای ردگیری لینک دوم، سطوح لغزش و ورودی های کنترلی همراه با بزرگنمایی اشکال آورده شده است. پدیده لرزش به طور کاملاً مطلوبی کاهش یافته و عمل کرد سیستم نیز نسبت به نتایج مقالات انجام شده در کمترین زمان ممکن به حالت مطلوب رسیده است. در شکل (۲۱-۴) فضای فاز بازسازی شده که بیانگر یک سیکل حدی می باشد و نشان دهنده حالت غیرآشوبی (متناوب) است نشان داده شده است. در نهایت در شکل (۲۲-۴) حرکت مجری نهایی ربات در فضای کار سیستم نشان داده شده است. جذر میانگین مجموع مربعات خطای ردگیری لینک دوم 7.089×10^{-5} می باشد.



شکل (۱۸-۴) ورودی مطلوب سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر

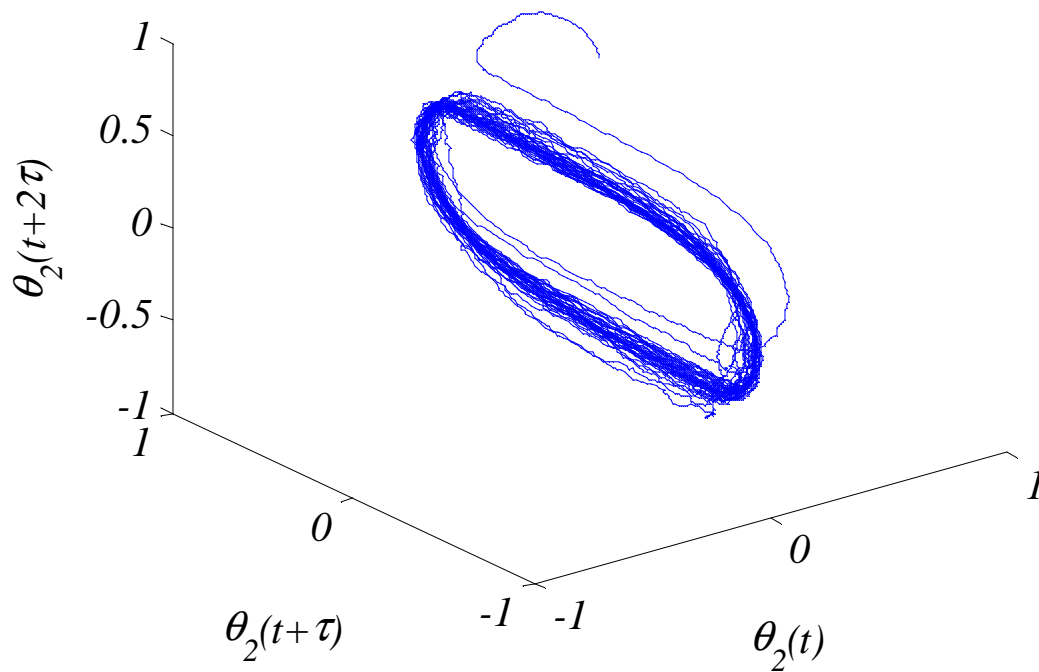


شکل (۴-۱۹) زاویه مفصل دوم و خطای ردگیری آن به همراه بزرگ‌نمایی سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل‌شده با مد لغزشی دینامیک مرتبه کسری

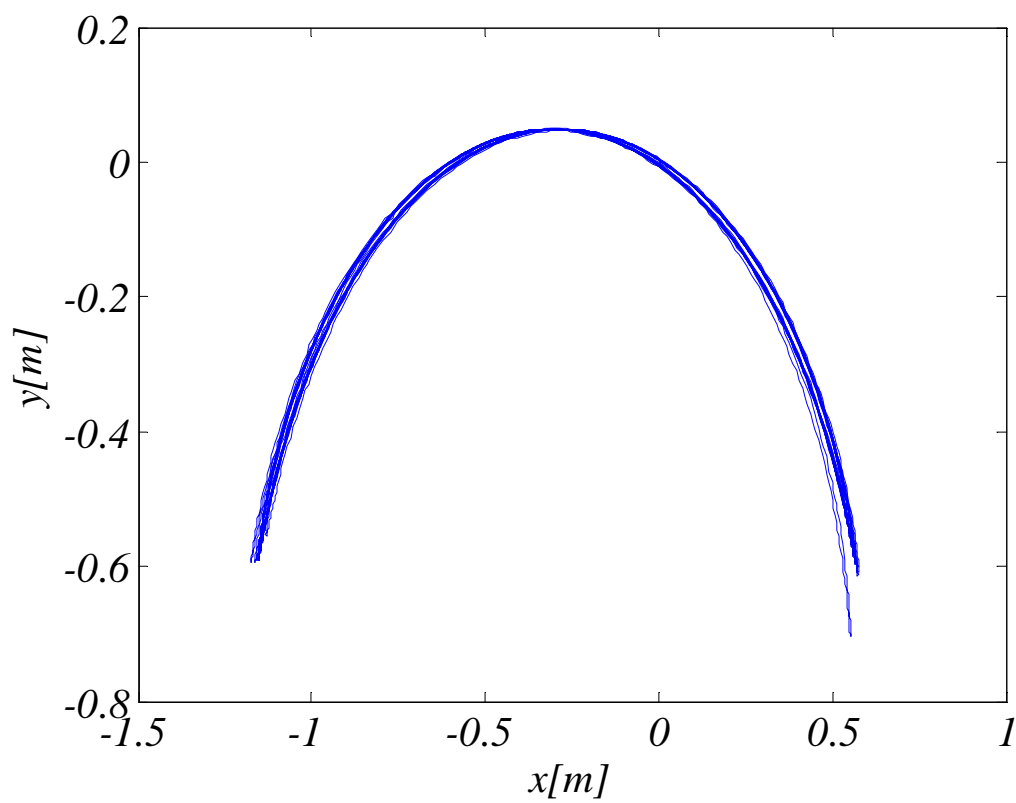


شکل (۴-۲۰) سطح لغزش و گشتاور ورودی مفصل دوم به همراه بزرگنمایی سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با مد لغزشی دینامیک مرتبه کسری

Reconstituted Attractor



شکل (۴-۲۱) فضای فاز بازسازی شده زاویه مفصل دوم با $\tau = 68\text{sec}$



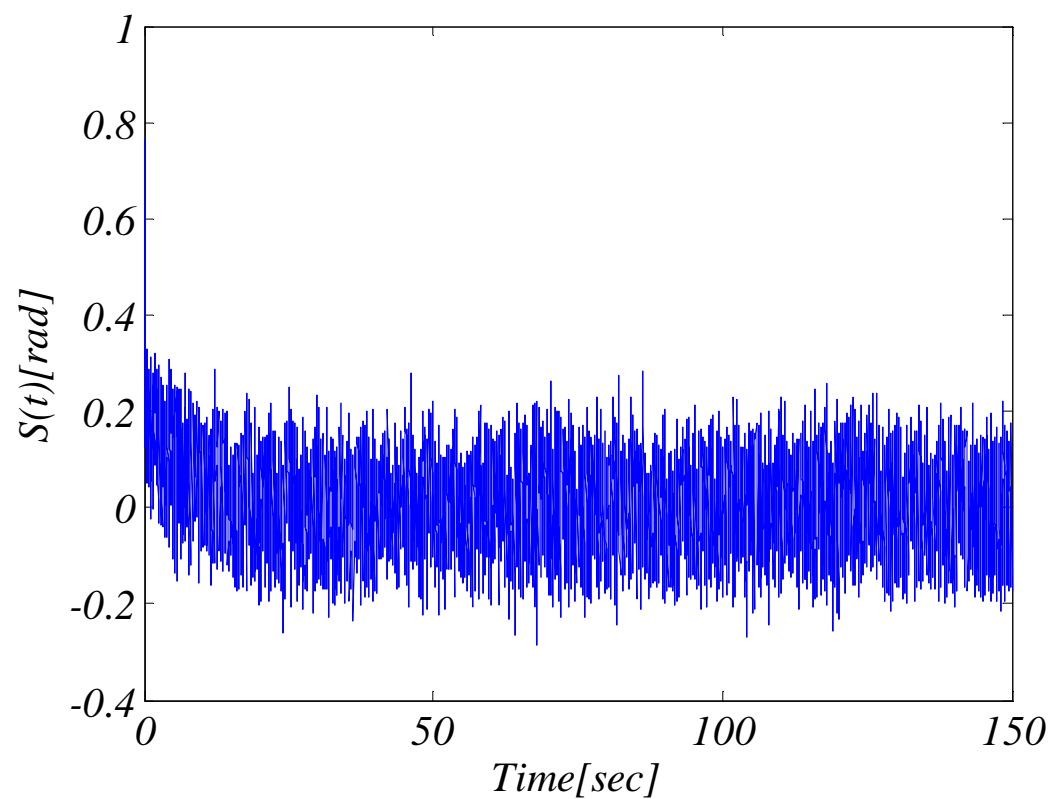
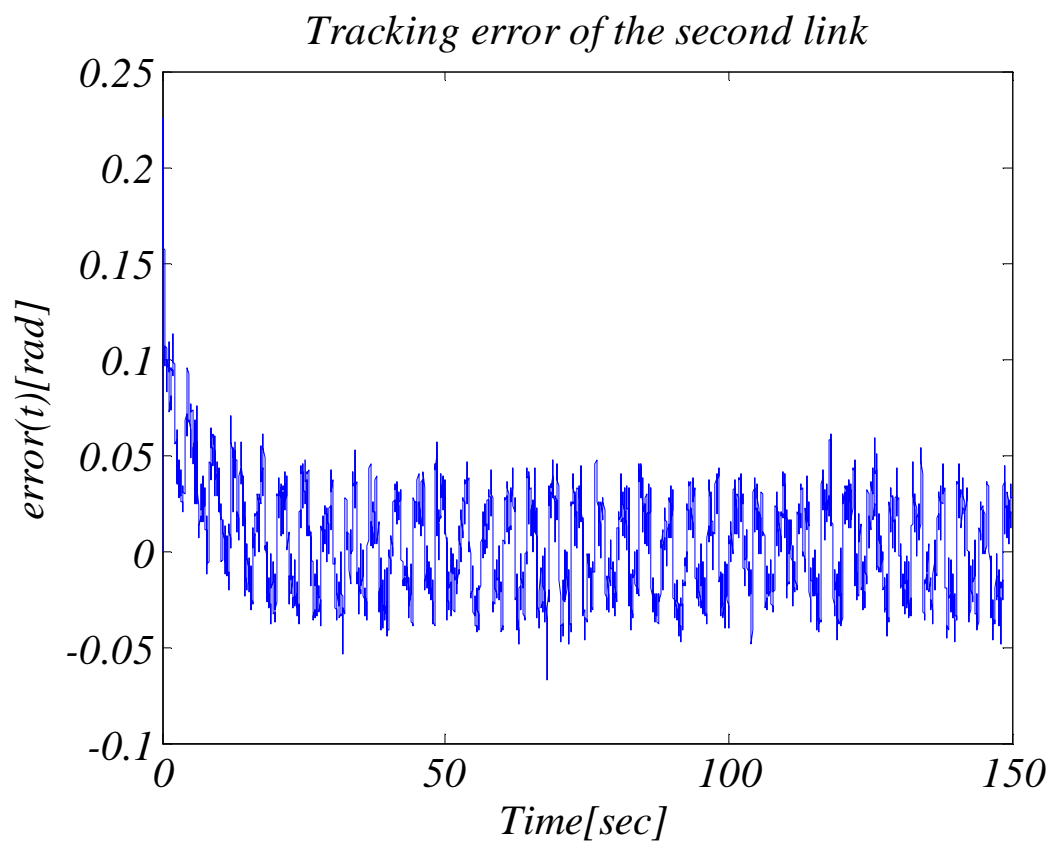
شکل (۴-۲۲) حرکت مجری نهایی ربات در فضای کار

۴-۳-۴-۴ شبیه سازی با سه نوع کنترل کننده دیگر

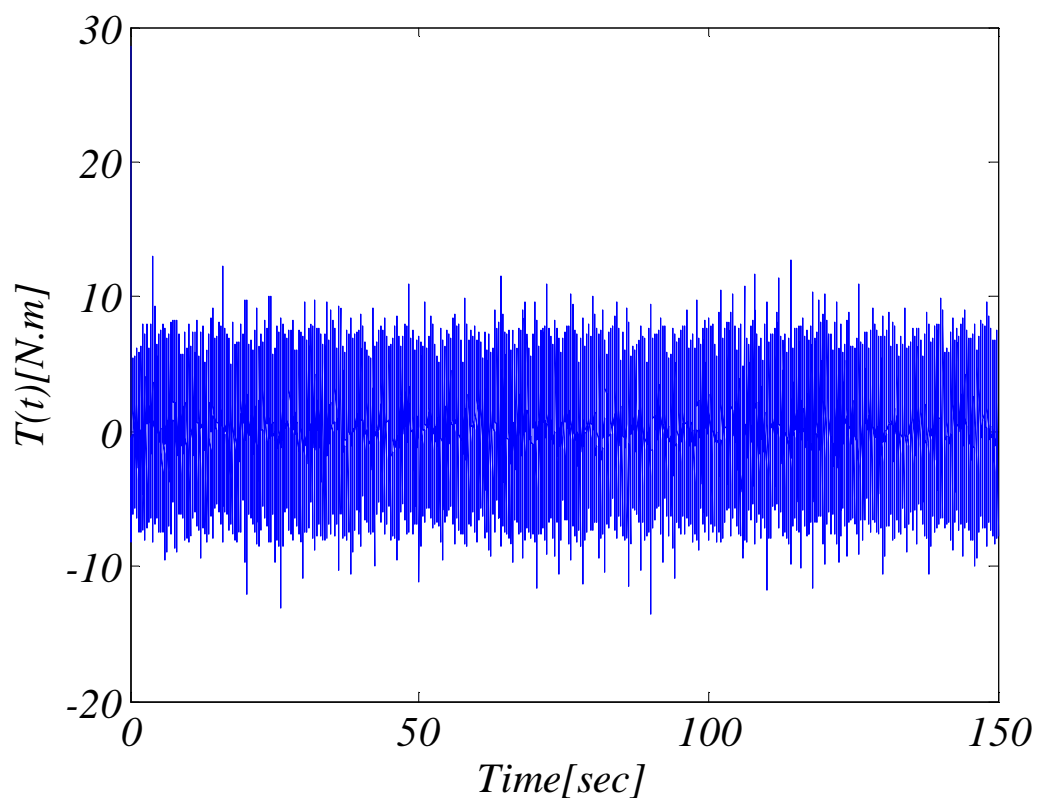
در جدول (۳-۴) کنترل کننده های مختلف مد لغزشی برای ربات آشوبگون ناشی از تأخیر آورده شده است. کنترل کننده اول مد لغزشی ساده می باشد که نتایج آن در شکل های (۲۳-۴) و (۲۴-۴) نشان داده شده است. همین کنترل کننده در ترکیب با مشتقات مرتبه کسری به عنوان کنترل کننده دوم در نظر گرفته شده است و نتایج آن نیز در شکل های (۲۵-۴) و (۲۶-۴) آورده شده است. شکل های (۲۷-۴) و (۲۸-۴) نیز مربوط به کنترل کننده سوم است که مد لغزشی دینامیک بدون ترکیب با مشتقات مرتبه کسری می باشد. کنترل کننده چهارم کنترل کننده پیشنهادی این پایان نامه است که نتایج آن قبلاً آورده شده است.

جدول (۳-۴) کنترل کننده های مختلف مد لغزشی برای ربات آشوبگون ناشی از تأخیر

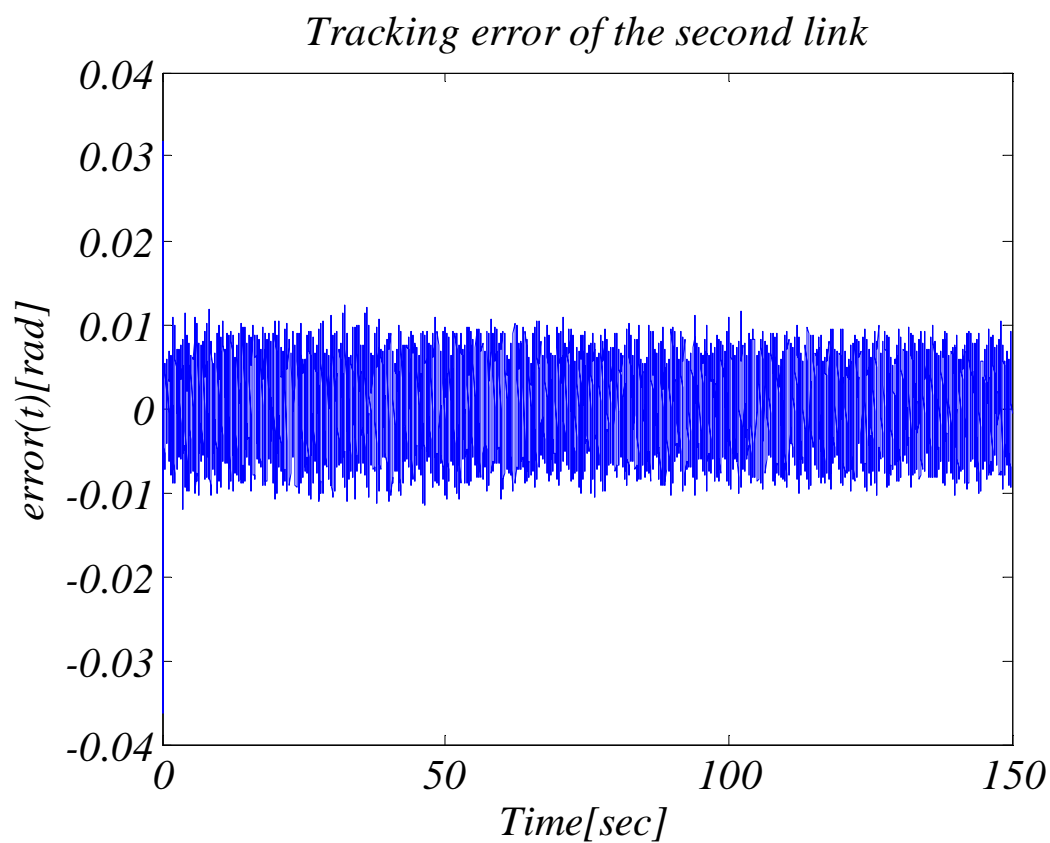
شماتیک کنترل کننده	سطح لغزش		
$T_s = M_s \left\{ \frac{K_p}{K_d} \dot{e} + \ddot{\theta}_m \right\} + h_s + k_s \cdot \text{sign}(S)$	$S = K_d \dot{e} + K_p e$	کنترل مد لغزشی (SMC)	۱
$T_s = M_s \left\{ \frac{K_p}{K_d} D^{1-\lambda} \dot{e} + \ddot{\theta}_m \right\} + h_s + k_s \cdot \text{sign}(S)$	$S = K_d D^\lambda e + K_p e$	کنترل مد لغزشی مرتبه کسری (FSMC)	۲
$\dot{T}_s = M_s \left\{ \frac{K_p}{K_f} \dot{e} + \frac{K_d}{K_f} \ddot{e} + \theta_m^{(3)} \right\} - \dot{M}_s^{-1} (T_s - h_s) + M_s^{-1} \cdot \dot{h}_s + k_s \cdot \text{sign}(S)$	$S = K_f \ddot{e} + K_d \dot{e} + K_p e$	کنترل مد لغزشی دینامیک (DSMC)	۳
$\dot{T}_s = M_s \left\{ \frac{K_p}{K_f} D^{1-\lambda} \dot{e} + \frac{K_d}{K_f} \ddot{e} + \theta_m^{(3)} \right\} - \dot{M}_s^{-1} (T_s - h_s) + M_s^{-1} \cdot \dot{h}_s + k_s \cdot \text{sign}(S)$	$S = K_f D^{\lambda+1} e + K_d D^\lambda e + K_p e$	کنترل مد لغزشی دینامیک مرتبه کسری (FDSMC)	۴



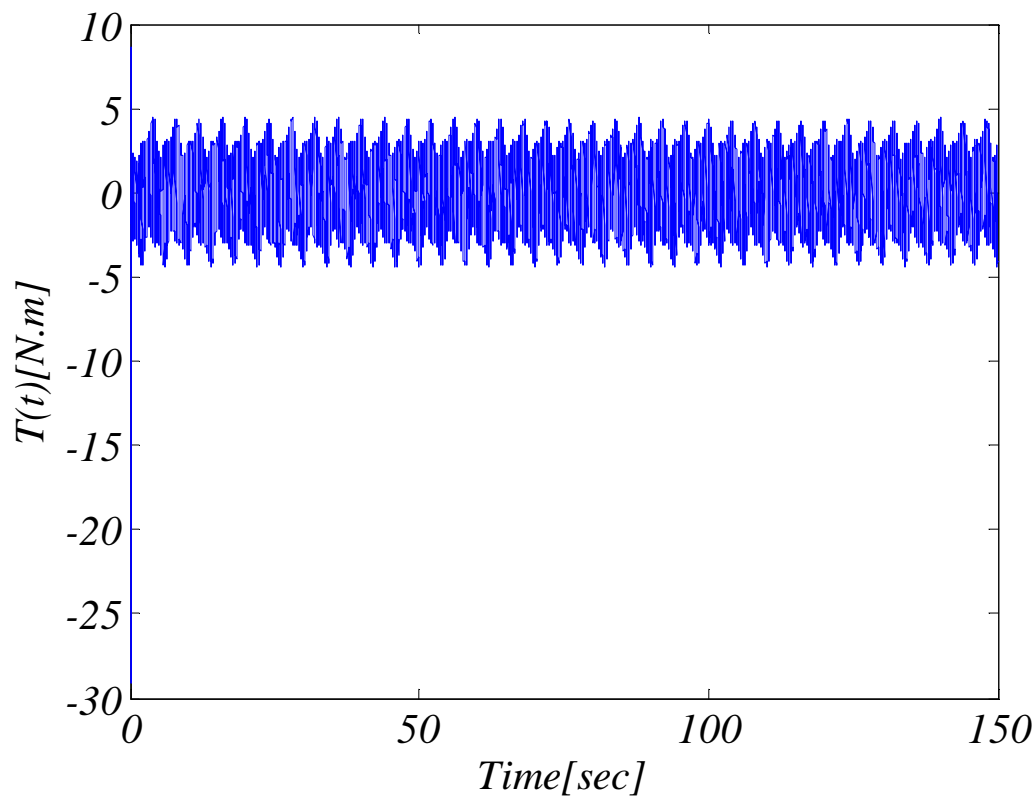
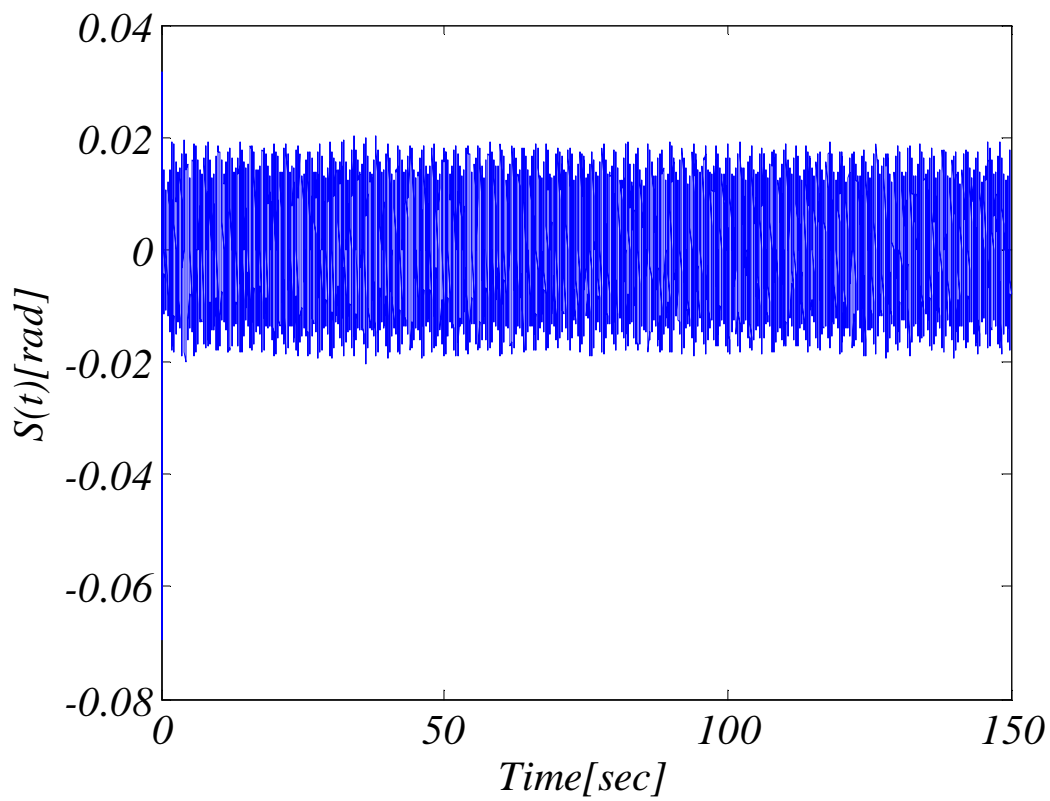
شکل (۴-۲۳) خطای ردگیری و سطح لغزش مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده اول



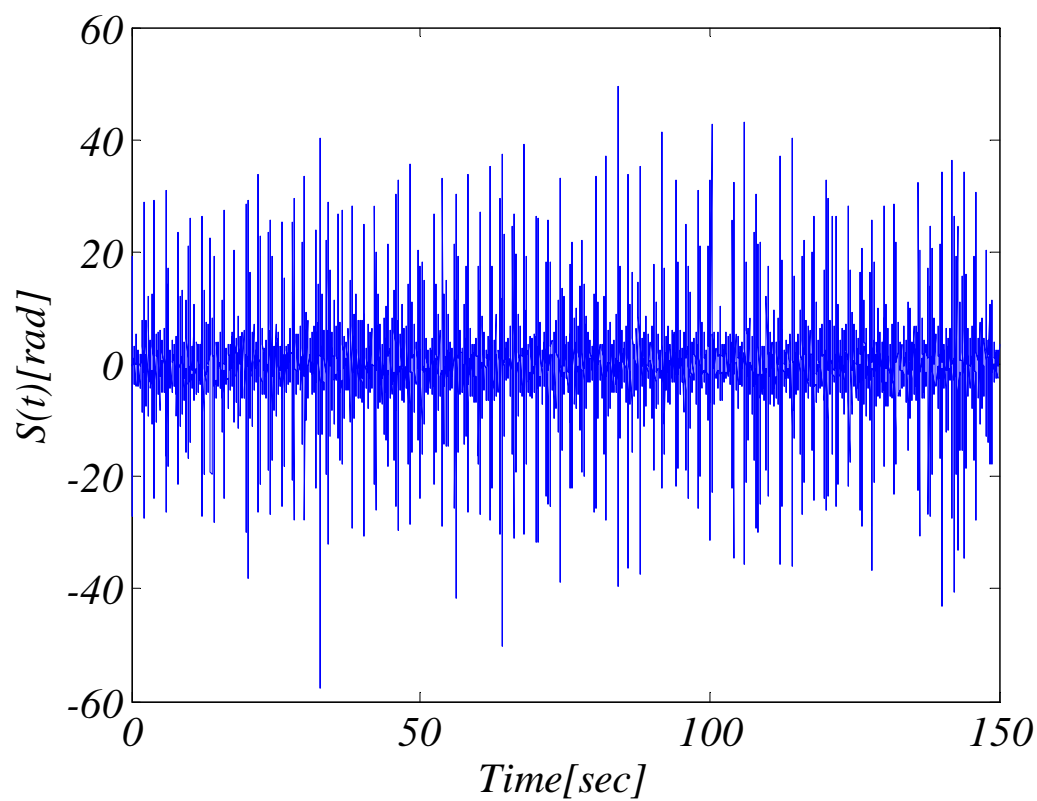
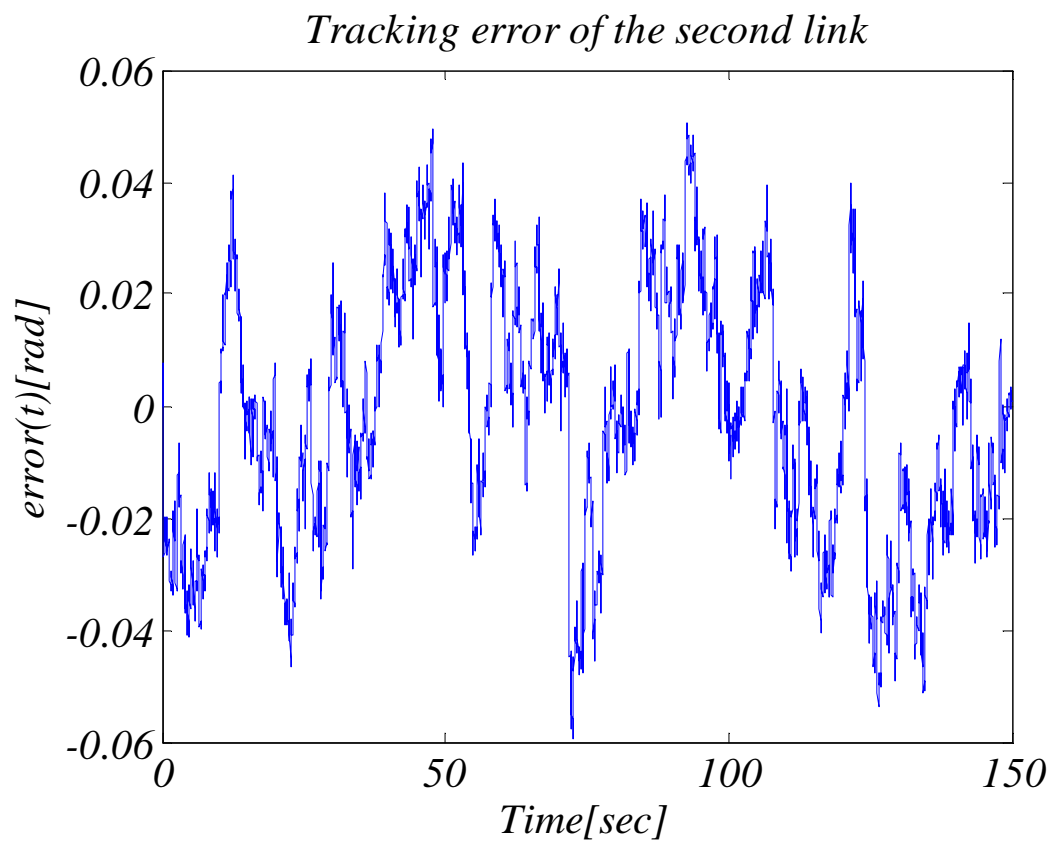
شکل ۴-۲۴ گشتاور ورودی مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده اول



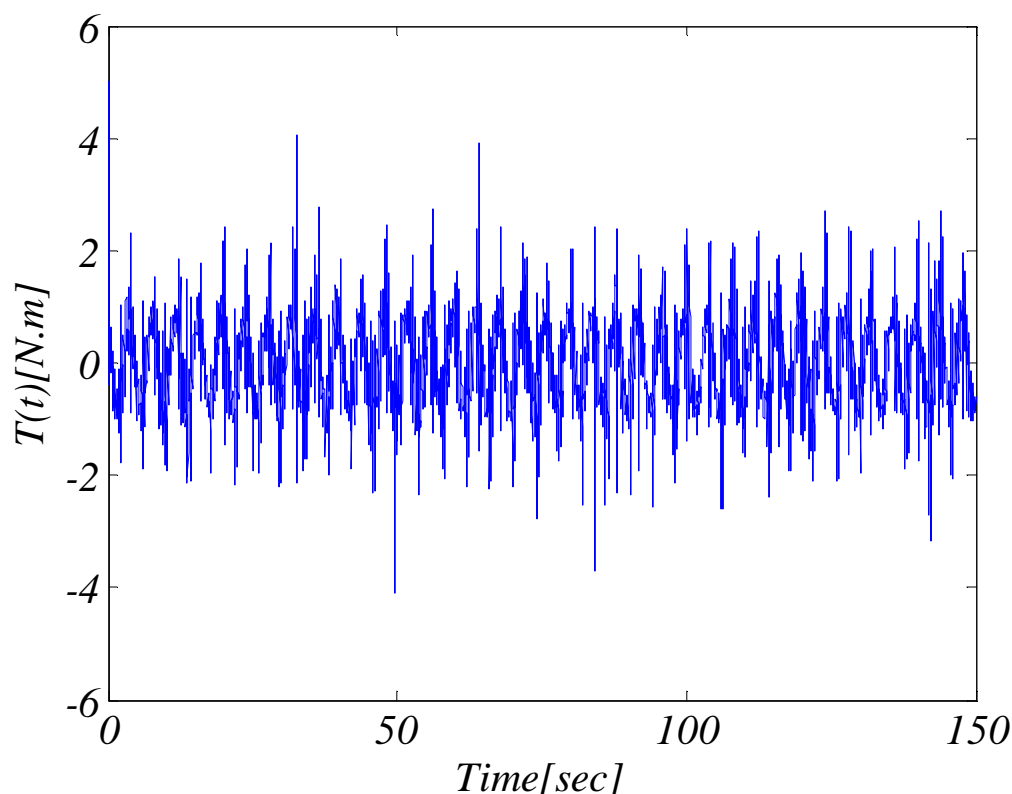
شکل (۴-۲۵) خطای ردگیری مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده دوم



شکل (۴-۲۶) سطح لغزش و گشتاور ورودی مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده دوم



شکل (۴-۲۷) خطای ردگیری و سطح لغزش مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده سوم



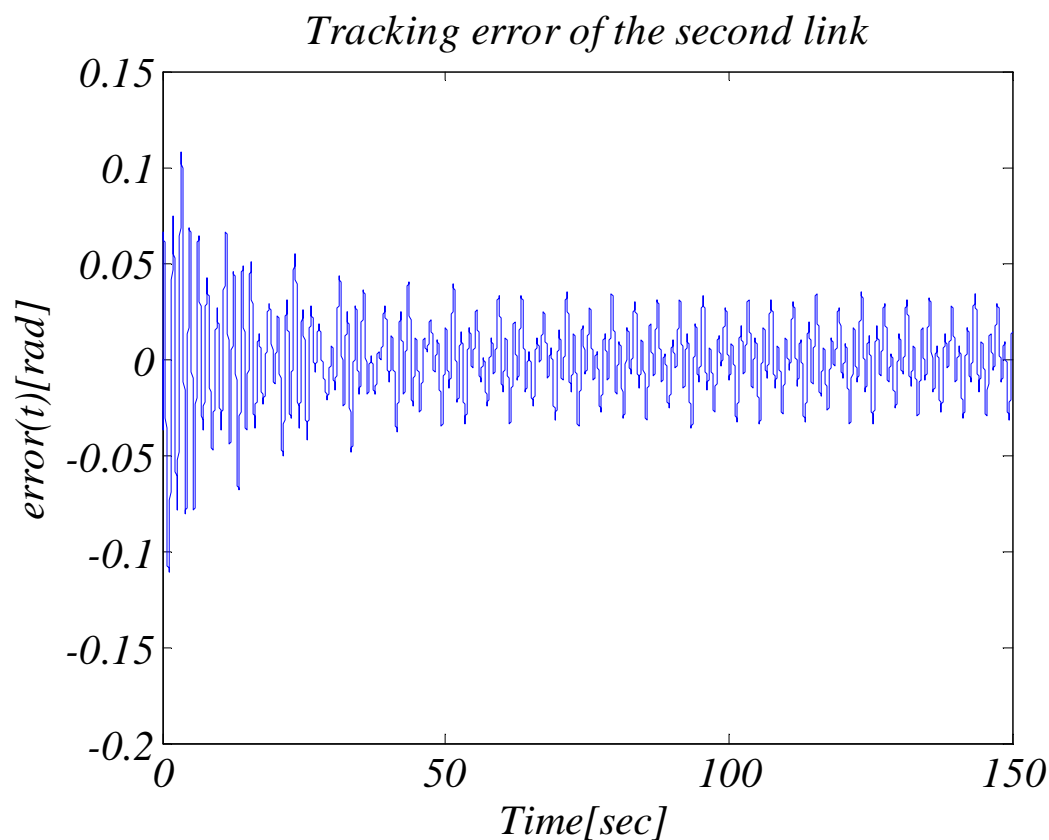
شکل (۴-۲۸) گشتاور ورودی مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده سوم

همان طور که ملاحظه می شود عمل کرد کنترل کننده پیشنهادی خیلی بهتر از دیگر کنترل کننده ها می باشد. مسئله حائز اهمیت در اینجا، ورودی کنترلی غیرقابل تحقق کنترل کننده اول تا سوم می باشد- همان طور که می دانیم، گشتاور ورودی در ربات نمی تواند سینوسی شدید باشد؛ که در کنترل به روش پیشنهادی این مسئله حل شده است. در جدول زیر جذر میانگین مجموع مربعات خطای ردگیری لینک دوم و پارامترهای شبیه سازی برای چهار کنترل کننده آورده شده است. در شکل های (۴-۲۹) و (۴-۳۰) تابع اشباع جایگزین تابع علامت کنترل کننده دوم شده است. جذر میانگین مجموع مربعات خطای ردگیری لینک دوم در این کنترل کننده نیز 0.01369 می باشد. همان طور که انتظار می رفت، کاهش لرزش به میزان از دست رفتن دقت خطا به دست آمده است.

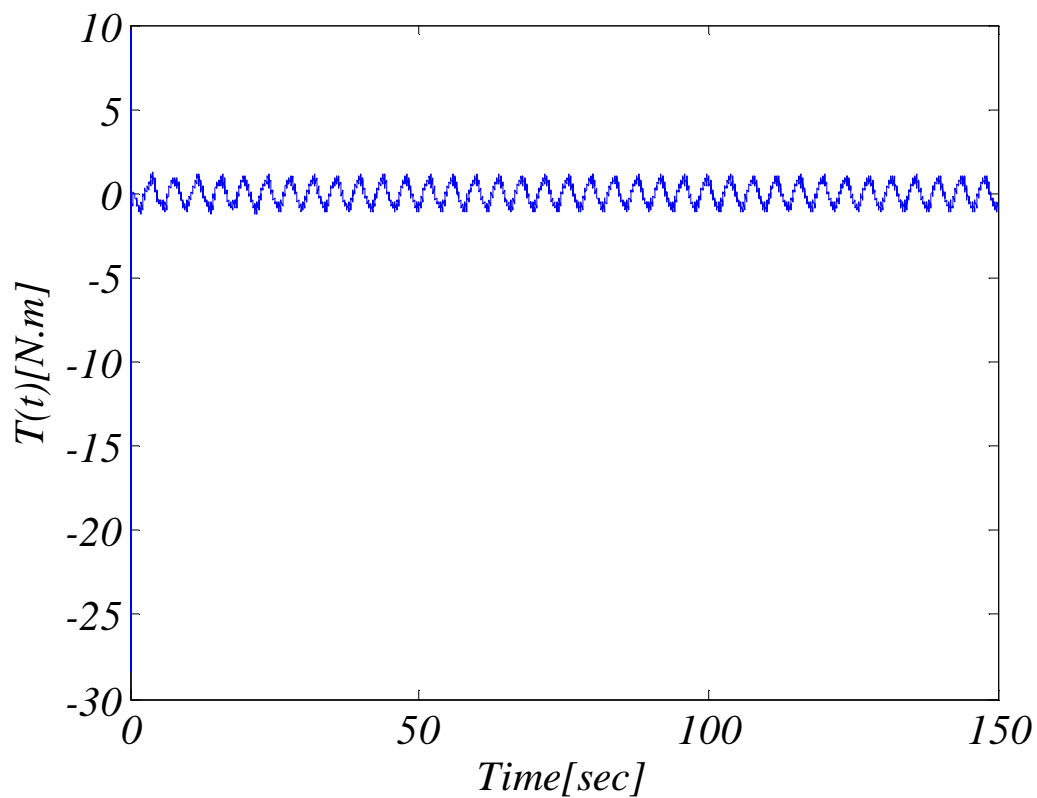
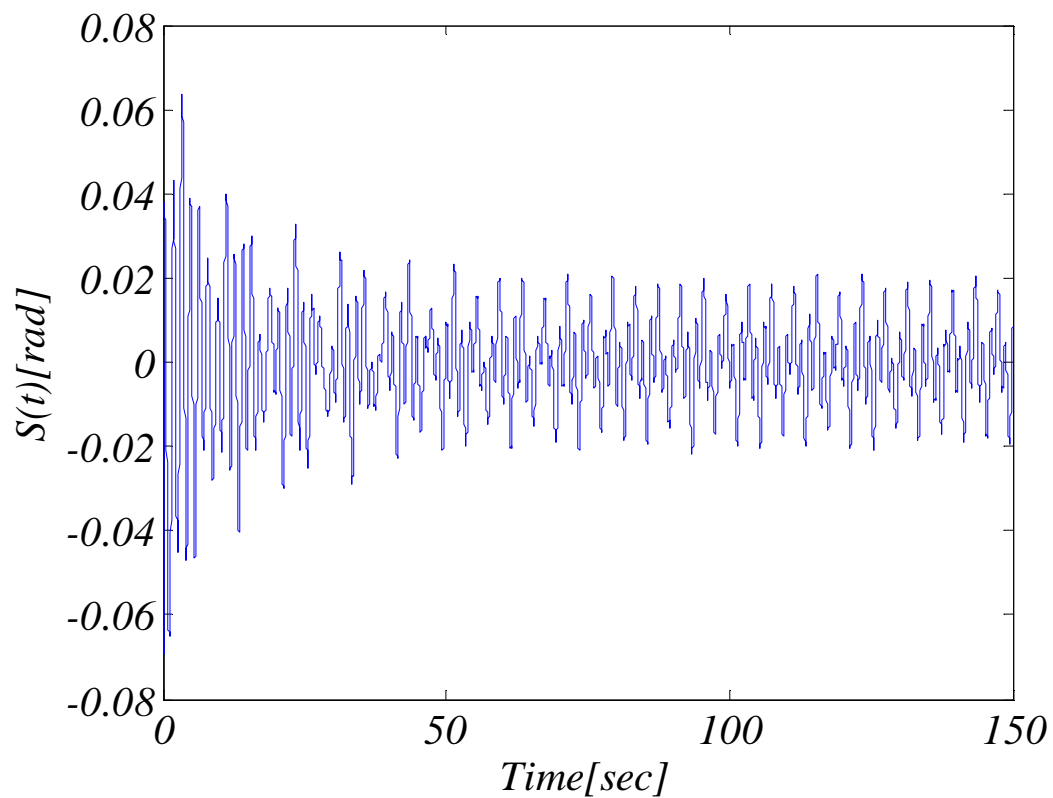
کنترل مد لغزشی مرتبه کسری رباتهای دولینکی آشوبگون

جدول (۴-۴) جذر میانگین مجموع مربعات خطای ردگیری لینک دوم و پارامترهای شبیه سازی ربات آشوبگون ناشی از تأخیر برای چهار کنترل کننده

SMC	FSMC	DSMC	FDSMC	
1.675×10^{-3}	6.273×10^{-4}	9.874×10^{-4}	7.089×10^{-5}	e_{rms}
$k_s = 1,$ $k_p = 2,$ $k_d = 0.1$	$k_s = 1,$ $k_p = 0.6,$ $k_d = 0.1,$ $\lambda = 0.7$	$k_s = 10,$ $k_p = 2,$ $k_d = 10,$ $k_f = 0.1$	$k_s = 1,$ $k_p = 2,$ $k_d = 10,$ $k_f = 0.1, \lambda = 0.7$	پارامترهای شبیه سازی



شکل (۴-۲۹) خطای ردگیری سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده دوم با جایگزینی تابع اشباع



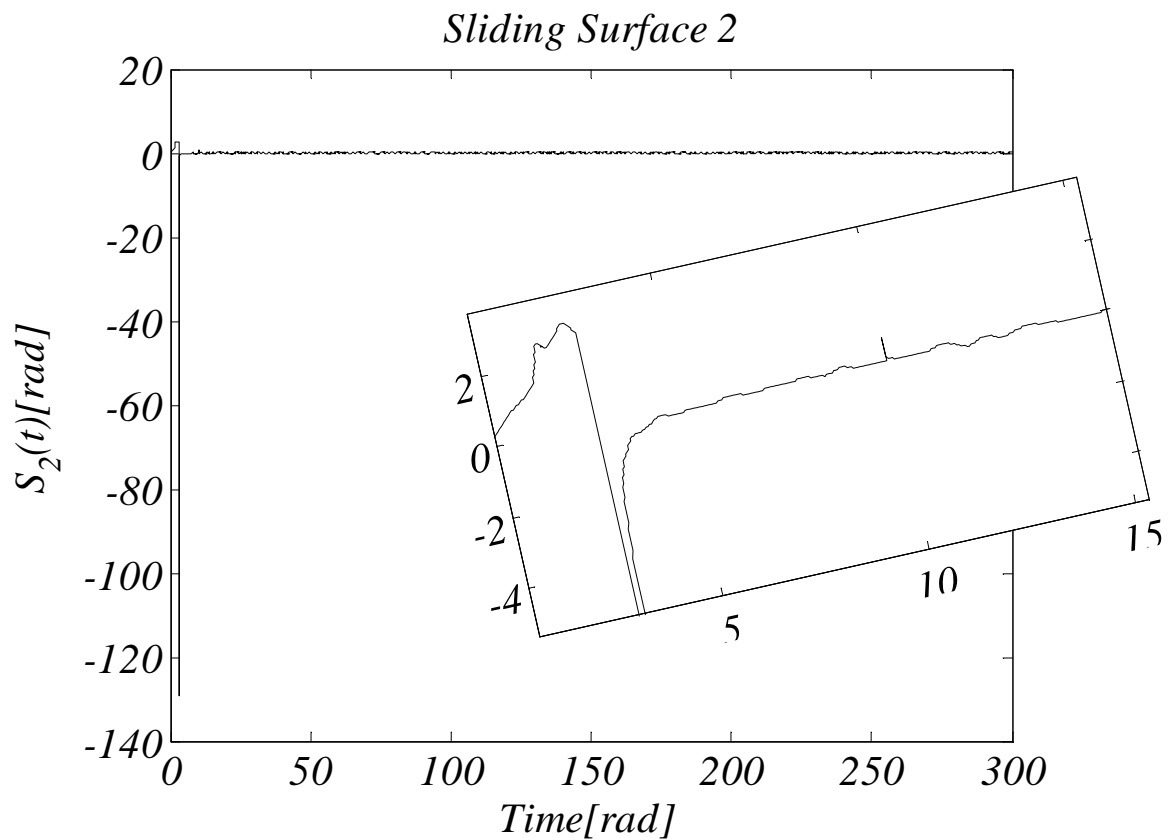
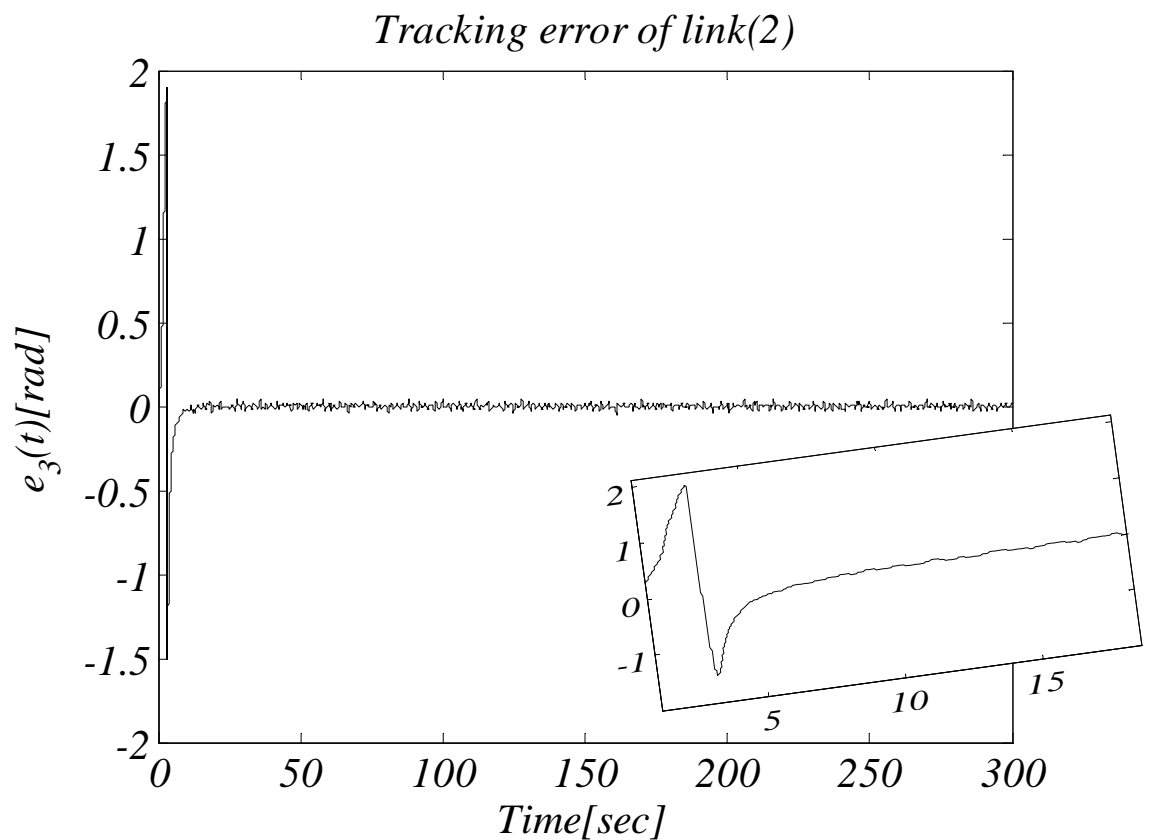
شکل (۴-۳۰) سطح لغزش و گشتاور ورودی مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده دوم با جایگزینی تابع اشباع

۴-۳-۵ شبیه سازی همراه با عدم قطعیت و اغتشاش به وسیله کنترل کننده پیشنهادی

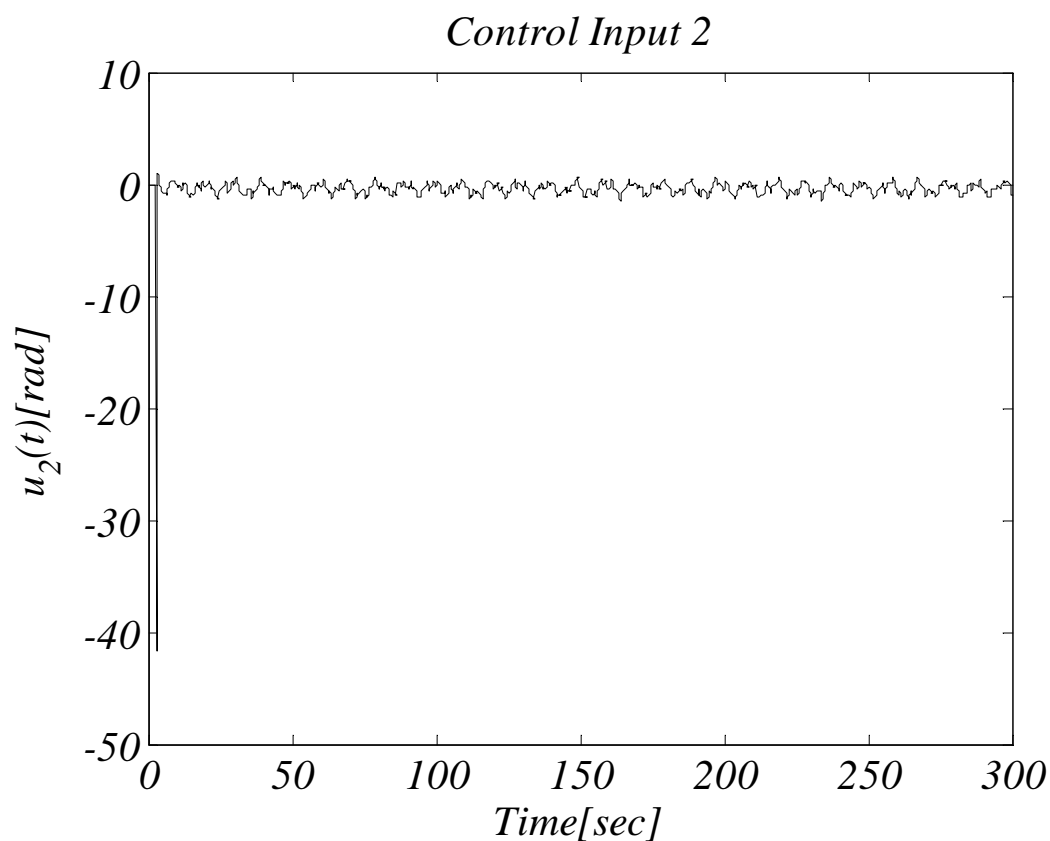
در این بخش ابتدا نتایج شبیه سازی سیستم ربات دولینکی آشوبگون تحت بار با ورود عدم قطعیت $d(t-10) = 0.2 \cos(\pi t)$ و اغتشاش $\Delta f = 0.5 - \sin(\pi y_1) \sin(2\pi y_2) \sin(3\pi y_3) \sin(4\pi y_4)$ [۷۸] به رابطه (۴-۱۲) که به صورت (۴-۵۶) درمی آید، در شکل های (۴-۳۱) تا (۴-۳۲) آورده شده است. جذر میانگین مجموع مربعات خطای ردگیری لینک دوم $2.277e - 2$ می باشد. سپس نتایج شبیه سازی سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر به همراه حداکثر عدم قطعیت ۶۰ درصدی در شکل های (۴-۳۳) و (۴-۳۴) آورده شده است. جذر میانگین مجموع مربعات خطای ردگیری لینک دوم نیز 0.01675 می باشد. پارامترها به صورت زیر می باشند:

$$(l_1 = l_2 = 0.15m, D_1 = D_2 = 0.5Nms, m_2 = 0.4kg, m_1 = 0.7kg)$$

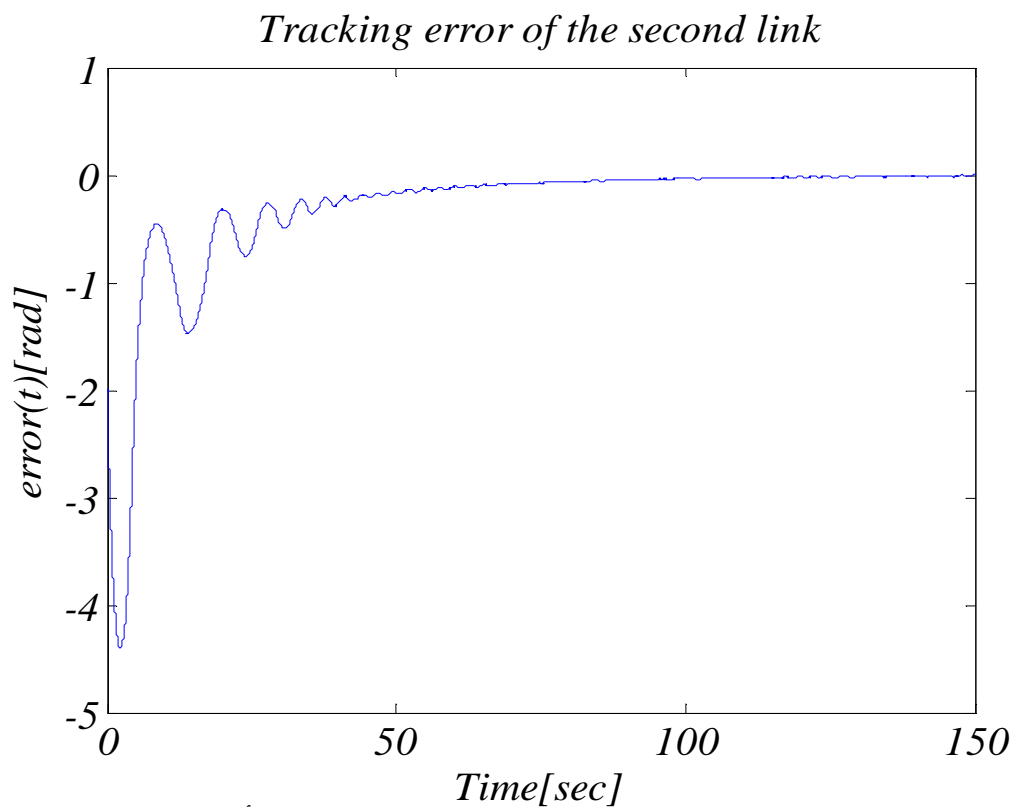
$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 + u_1 \\ \dot{y}_2 = \frac{1}{\cos^2(y_1 - y_3) - 3} \begin{pmatrix} y_2^2 \cos(y_1 - y_3) \sin(y_1 - y_3) + \\ y_4^2 \sin(y_1 - y_3) + 2y_1 - y_3 - \\ p_2 \sin(y_1 + (\eta_2 - 1)y_3) + y_1 \cos(y_1 - y_3) \\ -y_3 \cos(y_1 - y_3) + p_2 \sin \eta_2 y_3 \cdot \cos(y_1 - y_3) \end{pmatrix} \\ \dot{y}_3 = y_4 + \Delta f + d(t) + u_2 \\ \dot{y}_4 = -\frac{\cos(y_1 - y_3)}{\cos^2(y_1 - y_3) - 3} \begin{pmatrix} y_2^2 \cos(y_1 - y_3) \sin(y_1 - y_3) + \\ y_4^2 \sin(y_1 - y_3) + 2y_1 - y_3 - \\ p_2 \sin(y_1 + (\eta_2 - 1)y_3) + y_1 \cos(y_1 - y_3) \\ -y_3 \cos(y_1 - y_3) + p_2 \sin \eta_2 y_3 \cdot \cos(y_1 - y_3) \end{pmatrix} \\ \quad + y_2^2 \sin(y_1 - y_3) + y_1 - y_3 + p_2 \sin \eta_2 y_3 \end{cases} \quad (۴-۵۶)$$



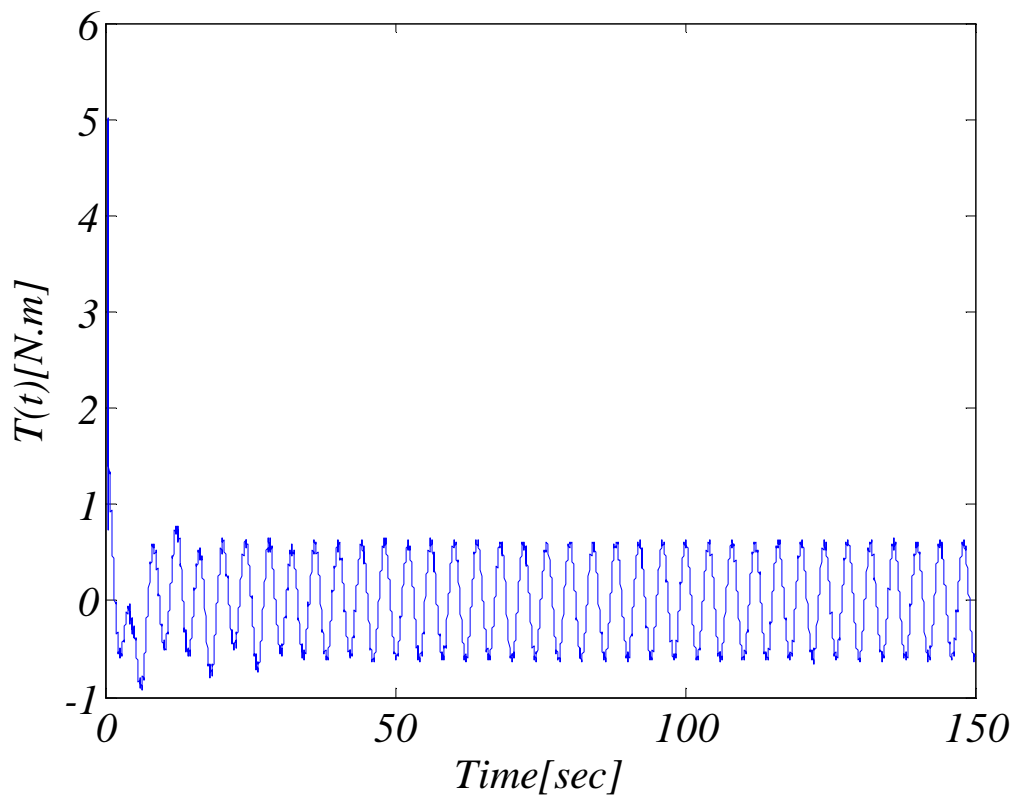
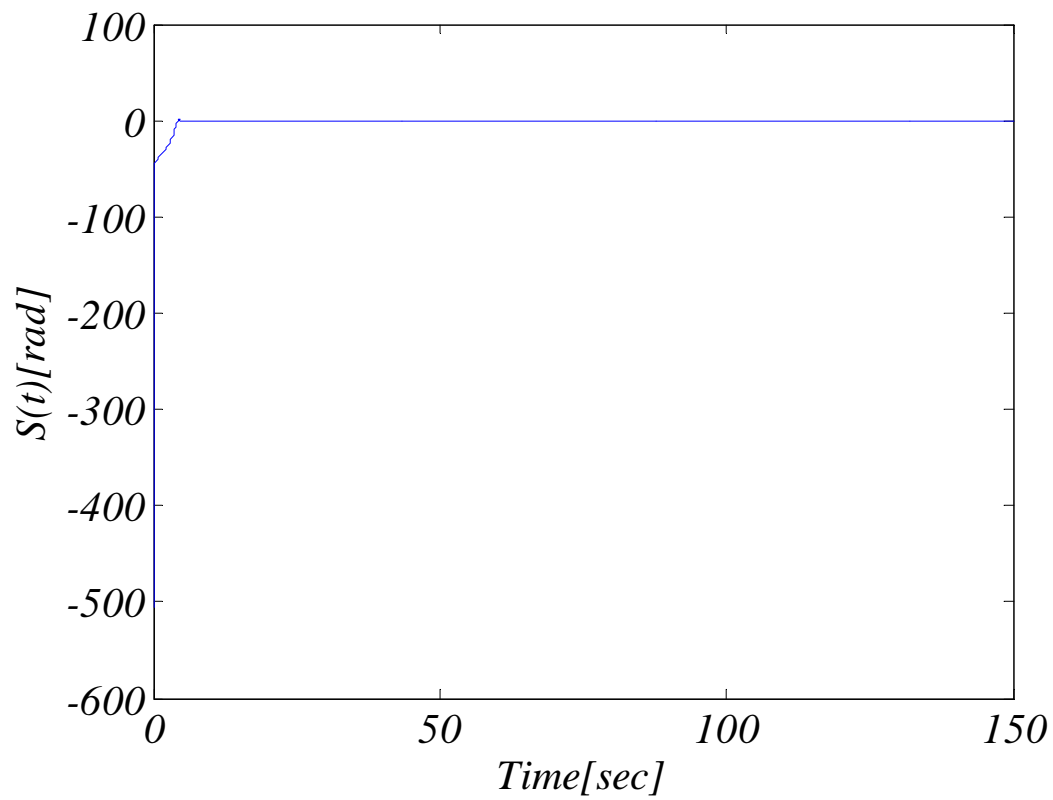
شکل (۴-۳۱) خطای ردگیری و سطح لغزش ربات آشوبی تحت بار کنترل شده با کنترل کننده اصلی به همراه عدم قطعیت و اغتشاش



شکل (۴-۳۲) ورودی کنترلی ربات آشوبی تحت بار کنترل شده با کنترل کننده اصلی به همراه عدم قطعیت و اغتشاش



شکل (۴-۳۳) خطای ردگیری مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده اصلی با اعمال عدم قطعیت



شکل (۴-۳۴) سطح لغزش و ورودی کنترلی مفصل دوم سیستم ربات دولینکی آشوبگون ناشی از تأخیر کنترل شده با کنترل کننده اصلی با اعمال عدم قطعیت

فصل پنجم

نتیجه گیری

۵-۱ جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این پایان‌نامه، ایده ترکیب مشتقات مرتبه کسری با مد لغزشی دینامیک ارائه شده‌است. در صنعت میزان بار و تأخیر باعث صدماتی به سیستم‌ها و عمل‌کرد مطلوب آن‌ها می‌شوند. همان‌طور که در فصل سوم بیان شد، این دو عامل باعث بروز آشوب در ربات‌های دولینکی نیز می‌شوند. به‌همین دلیل کنترل-کننده ارائه‌شده روی ربات‌های دولینکی آشوبگون ناشی از بار و تأخیر، در فضای مفصلی و فضای کار با حضور عدم قطعیت و اغتشاش پیاده‌سازی شده‌است. هم‌چنین روش‌هایی - روش‌های استفاده شده؛ برای مقایسه بیان شده‌است که این بار در حوزه ربات آشوبگون و بر روی دو ربات آشوبگون ناشی از بار و تأخیر زمانی پیاده‌سازی شده‌است. روابط ریاضی و نتایج شبیه‌سازی‌ها، عمل‌کرد مطلوب کنترل‌کننده پیشنهادی را نشان می‌دهد. استفاده از مشتقات مرتبه کسری، نه تنها روشی کارآمد در کاهش و یا حذف لرزش، در کنار حفظ و بهبود عمل‌کرد مطلوب سیستم در ردگیری موقعیت ربات آشوبگون با سرعت خیلی بالا می‌باشد، بلکه مسئله قابلیت تحقق در گشتاور ورودی - که از نظر پیاده‌سازی عملی در ربات مسئله‌حائز اهمیتی به‌شمار می‌رود؛ را حل کرده‌است.

۵-۲ پیشنهادات

در این بخش پیشنهاداتی به منظور ارائه راهی جدید برای محققین بعدی بیان می شود:

- در زمینه مشتقات مرتبه کسری به مسئله پایداری به صورت گسترده تر پرداخته شود طوری که می توان موجب تعریف پایان نامه ای دیگر شود.
- می توان به کار در حوزه مراتب مختلط مشتق روی آورد که زمینه ای جدید می باشد.
- در حیطه آشوب می توان به ساخت سیستم های آشوبی جدید فکر کرد و یا به صورت عملی آن را ساخت، همچنین می توان به مدل کردن سیستم های طبیعی توجه کرد.
- برای کاهش لرزش می توان از کنترل کننده مد لغزشی مرتبه بالا نیز استفاده کرد.
- در نهایت تنظیم بهینه پارامترهای سطح لغزش در کنترل کننده های مرتبه کسری یا در سیستم های مرتبه کسری، زمینه ای برای پیشرفت خواهد بود.

- [1] Oldham K. B. and Spanier J. (1974), "Fractional Calculus: Theory and Applications" Academic Press, New York -London
- [2] Lacroix S.F. (1819), "Trait'educalculdiff'erentiel et du calcul integral" 2nd ed., Courcier, Paris, pp. 409-410.
- [3] Riemann B. (1892) "Versuch einer allgemeinen Auffassung der Integration und Differentiation. Gesammelte Werke" published posthumously, Teubner, Leipzig.
- [4] Podlubny I. (1999) "Fractional differential equations", Academic Press, San Diego.
- [5] Hilfer R. (2001) "Applications of Fractional Calculus in Physics" World Scientific Pub Co, New Jersey.
- [6] Westerlund S. (1991) "Dead matter has memory" Physica Scripta. Vol. 43, pp. 174-179.
- [7] Matignon D. (1998) "Stability properties for generalized fractional differential systems" ESAIM: Proceedings. Vol. 5, pp. 145-158.
- [8] Tavazoei M.S. and Haeri M. (2008) "A note on the stability of fractional order systems" Mathematics and Computers in Simulation. Vol. 79, pp. 1566-1576.
- [9] Aoun M., Malti R., Levron F. and Oustaloup A. (2007) "Synthesis of fractional Laguerre basis for system approximation" Automatica. Vol 43, pp. 1640-1648.
- [10] Poinot T. and Trigeassou J.C. (2004) "Identification of Fractional Systems Using an Output-Error Technique" Nonlinear Dynamics. Vol 38, pp. 133-154.
- [11] Hartley T.T. and Lorenzo C.F. (2003) "Fractional-order system identification based on continuous order-distributions" Signal Processing. Vol 83, pp. 2287-2300.
- [12] Tavazoei M.S. and Haeri M. (2007) "Stabilization of Unstable Fixed Points of Chaotic Fractional Order Systems by a State Fractional PI Controller" European Journal of Control. Vol. 14, pp. 247-257.
- [13] Tsai J.S.H., Chien T.H., Guo S.M., Chang Y.P. and Shieh L.S. (2007) "State space self-tuning control for stochastic chaotic fractional order systems" IEEE Trans. Circuits Syst. I. Vol. 54, pp. 632-642.
- [14] Tavazoei M.S. and Haeri M. (2008) "Synchronization of chaotic fractional-order systems via active sliding mode controller" Physica A, Statistical Mechanics and its Applications. Vol. 387, pp. 57-70.
- [15] Deng W. (2007) "Generalized synchronization in fractional order systems" Phys. Rev. E. Vol. 75, 7 pages.
- [16] Hajipour A., Shandiz H.T. and Marvi H. (2009) "Dynamic Analysis of the Fractional order Chen Chaotic System" Journal of World Applied Sciences. Vol. 7, pp. 109-115.
- [17] Tavazoei M.S., Haeri M. and Nazari N. (2008) "Analysis of undamped oscillations generated by marginally stable fractional order systems" Signal Processing. Vol. 88, pp. 2971-2978.
- [18] Tavazoei M.S. and Haeri M. (2007) "A necessary condition for double scroll attractorexistence in fractional-order systems," Physics Letters A. Vol. 367, pp. 102-113.
- [19] Gafiychuk V. and Datsko B. (2008) "Stability analysis and limit cycle in fractional system with Brusselator nonlinearities" Physics Letters A. Vol. 372, pp. 4902-4904.
- [20] Tavazoei M.S. and Haeri M. (2008) "Chaotic attractors in incommensurate fractional order systems" Physica D, Nonlinear Phenomena. Vol. 237, pp. 2627-2637.
- [21] El-Sayed A.M.A., El-Mesiry A.E.M. and El-Saka H.A.A. (2007) "On the fractional-order logestic equation" Applied Mathematics Letters. Vol 20, pp. 817-823.
- [22] Charef A., Sun H.H., Tsao Y.Y. and Onaral B. (1992) "Fractal system as represented by singularity function" IEEE Transaction on Automatic Control. Vol. 37, pp. 1465-1470.

- [23] Charef A. (2006) "Analogue realization of fractional order integrator, differentiator and fractional FPID controller" IEE Proc., Control Theory Applications. Vol. 153, pp. 714-720.
- [24] Aoun M., Malti R., Levron F. and Oustaloup A. (2004) "Numerical simulations of fractional systems: an overview of existing methods and improvements" Nonlinear Dynamics. Vol 38, pp. 117-131.
- [25] Deng W. (2007) "Short memory principle and a predictor-corrector approach for fractional differential equations" J. Comput. Appl. Math. Vol. 206, pp. 174-188.
- [26] Wang Y. and Li C. (2007) "Does the fractional Brusselator with efficient dimension less than 1 have a limit cycle" Physics Letters A. Vol. 363, pp. 414-419.
- [27] Deng W., Li C. and Lü J. (2007) "Stability analysis of linear fractional differential system with multiple time delays" Nonlinear Dynamics. Vol. 48, pp. 409-416.
- [28] Bonnet C. and Partington J.R. (2000) "Coprime factorizations and stability of fractional differential systems" Systems and Control Letters. Vol. 41, pp. 167-174.
- [29] King-Smith E.A. (1971) "Stability analysis of linear continuous time-delay feedback systems" International Journal of Control. Vol. 13, pp. 633-655.
- [30] Li Y., Chen Y. and Podlubny I. (2009) "Mittag-Leffler stability of fractional order nonlinear dynamic systems" Automatica. Vol. 45, pp. 1965-1969.
- [31] Petras I. (2009) "Stability of fractional-order systems with rational orders: A Survey" fractional calculus and applied analysis. Vol. 12, pp. 269-298.
- [32] Podlubny I., Dorcak L. and Kostial I. (1997) "On fractional derivatives, fractional order dynamic systems and PID controller" in Proc. of the 36th IEEE Dec. Cont. Conf. (CDC). Vol. 24, pp. 4985-4990.
- [33] Krishna B.T. (2011) "Studies on fractional order differentiators and integrators: A survey" Advances in Fractional Signals and Systems. Vol. 91, pp. 386-426.
- [34] Sprott J.C. (2003) "Chaos and Time-Series Analysis" Oxford University Press, 507 pages.
- [35] Predrag C. (2004) "Classical and Quantum Chaos" Chaos ebook.
- [36] Ott E. (2002) "Chaos in Dynamical Systems" Cambridge University Press. Vol. 2.
- [37] Argyris J.H. (1994) "An exploration of chaos: an introduction for natural scientists and engineers" North-Holland. 751 pages.
- [38] Verhulst F. (1990) "Nonlinear Differential Equations and Dynamical Systems" Springer Verlag. 313 pages.
- [39] Moon F.C. (1992) "Chaotic and Fractal Dynamics" Wiley-VCH. 528 pages.
- [40] Lorenz E.N. (1963) "Deterministic nonperiodic flow" Journal of atmospheric science. Vol. 20, pp. 130-141.
- [41] Baker G.L. and Gollub J.P. (1994) "Chaotic dynamics: an introduction" Cambridge University press. 192 pages.
- [42] Manfria E.F., Caldas I.L. and Viana R.L. (2003) "Stabilizing periodic orbit in a chaotic semiconductor laser" Chaos, Solitons and Fractals. Vol. 15, pp. 327-341.
- [43] Kaygisiz B., Erkmen A. and Erkmen I. (2002) "Detection of Transition to Chaos During Stability Roughness Smoothing of a Robot Arm" Intelligent Robots and Systems. IEEE/RSJ International Conference. Vol. 2, pp. 1910 – 1915.
- [44] Kaygisiz B., Erkmen A. and Erkmen I. (2001) "Smoothing Stability Roughness of a Robot Arm Under Dynamic Load Using Reinforcement Learning" Intelligent Robots and Systems. IEEE/RSJ International Conference. Vol. 15, pp. 2392 – 2397.
- [45] Li Y. and Asakura T. (2005) "Occurrence of Trajectory Chaos and Its Stabilizing Control Due to Dead Time of a Pneumatic Manipulator" JSME International Journal Series C. Vol. 48, pp. 640-648.

-
- [46] Asakura T. and Konja T. (2004) "Control design of synchronizing chaos in 2-link pneumatic manipulator" IEEE Conference TENCON 2004. Vol. 4, pp. 617 – 620.
- [47] Nazari M., Rafiee G., Jafari A.H. and Golpayegani S.M.R. (2008) "Supervisory Chaos Control of a Two-Link Rigid Robot Arm Using OGY Method " Cybernetics and intelligent systems conference CIS 2008, IEEE Press, pp. 41-46.
- [48] Suzuki T., Koinuma M. and Nakamura Y. (1996) "Chaos and nonlinear control of a nonholonomic free-joint manipulator" Robotics and Automation, IEEE International Conference on USA. Vol. 3, pp. 2668 - 2675.
- [49] Zhang H. and Li Z. (2008) "Research on Nonlinear Dynamics of Two-Degrees-of-Freedom Robot" Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, ICIRA '08, International Conference on Intelligent Robotics and Applications, LNAI 5314, pp. 420 - 426.
- [50] Lankalapalli S. and Ghosalt A. (1996) "Possible Chaotic Motions in a Feedback Controlled 2R Robot" IEEE International Conference on Robotics and Automation, Minneapolis USA. Vol. 2, pp. 1241-1246.
- [51] Han Q., Zhao X., Yang X. and Wen B. (2010) "Periodic and Chaotic Motions of a Two-Bar Linkage with OPCL Controller" Mathematical Problems in Engineering. Vol. 2010, 15 pages.
- [52] Nogueira R.G., Palhares A.G.B. and Madrid M.K. (2001) "Chaotic Dynamics of a Robotic Module Periodically Disturbed" MED'01, Conference on Control and Automation. Vol. 2001, 15 pages.
- [53] Wang D., Liu Y. and Meng M. (1999) "A study of limit cycles and chaotic motions of a single-link robot manipulator during slow motion" Systems and Cybernetics, 1999. IEEE SMC '99 IEEE Conference Proceedings. Vol. 2, pp. 884 - 888.
- [54] Varghese M., Fuchs A. and Mukundan R. (1991) "Chaotic zero dynamic in kinematically redundant robots" IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. Vol. 27, pp. 784 - 796.
- [55] Kong L.Y. and Fan Y.Y. (2010) "New chaotic attractors and sliding mode control of rigid-body rotation dynamical system" IEEE conference of decision and control on Aerospace and Electronic Systems. pp. 2799 - 2803.
- [56] Gary T.R., Mazzoleni A.P. and Campbell D.R. (1998) "Analytical Criterion for Chaotic Dynamics in Flexible Satellite with Nonlinear Controller Damping" J. of Guidance, Control, and Dynamics. pp. 558-65.
- [57] Puu T. (1998) "The chaotic duopolists revisited" J. of Economic Behavior and Organization. Vol 33, pp. 385-394.
- [58] Sprott J.C. (2004) "Dynamical models of Love" Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences, Vol. 8, pp. 303-313.
- [59] Bondarenko E. (2002) "Control and Anticontrol of chaos in an analog neural network with time delay" Chaos, Solitons and Fractals. Vol. 13, pp. 139-154.
- [60] Tang K.S., Man K.F., Zhong G.Q. and Chen G. (2001) "Generating chaos via $x|x|$ " IEEE Trans. Circ. System, Vol. 48, pp. 636-641.
- [61] Li X., Chen G., Chen Z. and Yuan Z. (2002) "Chaotification linear Elman Networks " IEEE Trans Neural Networks. Vol. 13, pp. 1193-1199.
- [62] Li Z., Park J.B., Chen G. and Joo Y.H. (2002) "Generating chaos via feedback control from a stable TS Fuzzy System through a sinusoidal nonlinearity " Int J. of Bifurcation and Chaos. Vol. 12, pp. 2283-2291.
- [63] Chacon R. and Garcia A.M. (2002) "Route to chaos via strange non-chaotic attractors by reshaping periodic excitations " Europhysics Letters. Vol. 5, pp. 7-13.
- [64] Morgül Ö. (2003) "Model Based anticontrol of Discrete-Time Systems" IEEE Conference, Vol. 2, pp. 1895-1896.

- [65] Stork M., Hrusak J. and Mayer D. (2006) "Chaos in Simple Nonlinear Systems and Chaotic Systems Simulation and Implementation" IEEE Conference on Applied Electronic. Vol. 12. pp. 193-196.
- [66] Chen G. (1997) "Control and Anticontrol of Chaos" IEEE Conference on Contron of Oscillations and Chaos, Vol. 2. pp. 181-185.
- [67] Wang J. and Zhang Y. (2006) "Designing synchronization schemes for chaotic fractional-order unified systems" Chaos, Solitons and Fractals. Vol. 30. pp. 1265-1272.
- [68] Ge Z. (2008) "Chaos synchronization of fractional order modified duffing systems with parameters excited by a chaotic signal" Chaos, Solitons and Fractals. Vol. 35. pp. 705-717.
- [69] Asheghan M.M., Beheshti M.H. and Tavazoei M.S. (2010) "Robust Synchronization of Perturbed Chen's Fractional-Order Chaotic Systems" Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. Vol. 16, pp. 1044-1051.
- [70] Bhalekar S. and Daftardar-Gejji V. (2010) "Synchronization of different fractional order chaotic systems using active control" Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. Vol.15, pp. 3536-3546.
- [71] Hajipoor A., Shandiz H.T. and Marvi H. (2009) "Analysis of Fractional-order Chemical Oscillator" Journal of World Applied Sciences. Vol. 6, pp. 1540-1546.
- [72] Delavari H., Ghaderi R., Ranjbar A.N. and Momani S. (2010) "Synchronization of chaotic nonlinear Gyro using fractional order controller" New Trends in Nanotechnology and Fractional Calculus Applications by Baleanu D. et Al. Vol. , pp. 479-486.
- [73] Salarieh H. and Alasti A. (2009) "Control of stochastic chaos using sliding mode method" J. ComputationalandApplied Mathematics. Vol 225, pp. 135-145.
- [74] Heydari M., Salarieh H. and Behzad M. (2011) "Stochastic chaos synchronization using Unscented Kalman-Bucy Filter and sliding mode control" Mathematics and Computers in Simulation. Vol. 15, pp. 1770-1784.
- [75] Wu C., Lei Y. and Fang T. (2006) "Stochastic chaos in a Duffing oscillator and its control" J. Chaos, Solitons and Fractals. Vol. 26, pp. 459-469.
- [76] Matignon D. (1996) "Stability results for fractional differential equations with applications to control processing" Computational Engineering in Systems Applications. Vol. 2, Lille, France, IMACS, IEEE-SMC, pp. 963-968.
- [77] Fradkov A. (2001) "Totutrial Peresentation" 21th IASTED Conference MIC.
- [78] Roopaei M., Ranjbar Sahraei B. and Lin T. (2010) "Adaptive sliding mode control in a novel class of chaotic systems" Commun Nonlinear Sci Numer Simulat. Vol. 15, pp. 4158-4170.
- [79] Qi G., Chen Z., Du S. and Yuan Z. (2005) "On a four-dimensional chaotic system" Chaos, Solitons and Fractals. Vol 23, pp. 1671-1682.
- [80] Sandri M. (1996) "Numerical Calculation of Lyapunov Exponents" The Mathematical Journal, Miller Freeman Publication. Vol. 6, pp. 78-84.
- [81] Silva C.P. (1993) "Shil'nikov' s Theorem-A Tutorial" IEEE Transaction on Circuits Syst Fundamental theory and applications. Vol. 40, pp. 675-682.
- [82] Misra A.P., Ghosh D. and Chowdhury A.R. (2008) "A novel hyperchaos in the quantum Zakharov system for plasmas" Physics Letters A. Vol. 372, pp. 1469-1476.
- [83] Wu W., Chen Z. and Yuan Z. (2009) "The evolution of a novel four-dimensional autonomous system: Among 3-torus, limit cycle, 2-torus, chaos and hyperchaos" Chaos, Solitons and Fractals. Vol. 39, pp. 2340-2356.
- [84] Slotine J.J.E. and Li W. (1991) "Applied nonlinear control", Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall.

- [۸۴] اسلوتین ژ. ژ. اس. و لی دبلیو. (۱۳۲۶) "کنترل غیرخطی کاربردی" هاشمی گلپایگانی م. ر.، احمدوند م. و جعفری آ. ه.، چاپ دوم، مرکز نشر دانشگاهی، تهران.
- [۸۵] اسپانگ ایم. دبلیو. و ویداساگار ایم. (۱۳۲۶) "کنترل ودینامیک ربات" فاتح م. م.، چاپ دوم، انتشارات دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود.
- [86] Sira-Ramirez H., Ahmad S. and Zribi M. (1992) "Dynamical feedback control of robotic manipulators with joint flexibility" IEEE Trans Syst Man Cybernet. Vol. 22, pp.736–747.
- [87] Zribi M., Sira-Ramirez H. and Ngai A. (2001) "Static and dynamic sliding mode control schemes for a permanent magnet stepper motor" Int J Control. Vol. 74, pp.103–117.
- [88] Alrifai M., Zribi M., Sira-Ramirez H. (2004) "Static and dynamic sliding mode control of variable reluctance motors" Int J Control. Vol. 77, pp. 1171–1188.
- [89] Sira-Ramirez H., Zribi M. and Ahmad S. (1994) "Dynamical sliding mode control approach for vertical flight regulation in helicopters" IEE Proc-Control Theory Appl. Vol. 141, pp. 19–24.
- [90] Bengiamin N. and Chan W. (1982) "Variable structure control of electric power generation" IEEE Trans Power Apparatus Syst. Vol. 101, pp. 376–380.
- [91] Shtessel Y., Zinober A. and Shkolnikov I. (2003) "Sliding mode control of boost and buck-boost power converters using the dynamic sliding manifold" Int J Robust Nonlin Control . Vol. 13, pp. 1285–1298.
- [92] Kantor J. (1999) "Nonlinear sliding-mode controller and objective function for surge tanks" Int J Control. Vol. 50, pp. 2025–2047.
- [۹۳] خلیل ح. (۱۳۲۹) "سیستم‌های غیرخطی" منتظر غ.، چاپ دوم، مرکز انتشارات تربیت مدرس، تهران.
- [94] Perruquetti W. and Barbot J.P. (2002) "Sliding Mode Control In Engineering" Dekker M., Basel, New York.
- [95] Koshkouei A.J., Burnham K.J. and Zinober A. (2005) "Dynamic sliding mode control design" Control Theory and Applications, IEE Proceedings. Vol. 152, pp.392 – 396.
- [96] Chen M.S, Chen C.H. and Yang F.Y. (2007) "An LTR-observer-based dynamic sliding mode control for chattering reduction" Automatica. Vol. 43, pp. 1111-1116.
- [97] Davila J. and Poznyak A. (2011) "Dynamic sliding mode control design using attracting ellipsoid method" Automatica. Vol. 47, pp. 1467-1472.
- [98] Liu J. and Sun F. (2007) "A novel dynamic terminal sliding mode control of uncertain nonlinear systems" Journal of Control Theory and Applications. Vol. 47, pp. 189-193.
- [99] Almutairi N.B. and Zribi M. (2006) "Sliding mode control of coupled tanks" IEEE Mechatronics. Vol. 16, pp. 427–441.
- [100] Ansarifard G.R., Davilu H. and Talebi H.A. (2011) "Gain scheduled dynamic sliding mode control for nuclear steam generators" Progress in Nuclear Energy. Vol. 53, pp. 651-663.
- [101] Lin F.J., Hung Y.C. and Chen S.Y. (2010) "Field-programmable gate array-based intelligent dynamic sliding-mode control using recurrent wavelet neural network for linear ultrasonic motor" IET Control Theory and Applications. Vol. 4, pp. 1511-1532.
- [102] Yuhua X., Chongwei Z., Wei B. and Lin T. (2009) "Dynamic Sliding Mode Controller Based on Particle Swarm Optimization for Mobile Robot's Path Following" IEEE International Forum on Information Technology and Application. Vol. 1, pp. 257-260.
- [103] Shuai G., and Jin-Bao H. (2009) "Adaptive Dynamic Terminal Sliding Mode Control Method Dynamic sliding mode control design" IEEE International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation. Vol. 1, pp. 735-738.

- [104] Liu C., Chi Q. and Guo Q. (2010) "Studying of NC Tool Crossbeam Magnetic Levitation System Based on Backstepping Adaptive Dynamic Sliding Mode Control" IEEE International Conference on Electrical and Control Engineering. pp. 2189-2192.
- [105] Hsu C. and Peng K. (2010) "Adaptive Fuzzy-Neuro-Wavelet Dynamic Sliding-Mode Control for a BLDC Motor " IMECS International MultiConference of Engineers and Computer Scientists. Vol. 2, pp. 1067-1071.
- [106] Pieper J.K. (1998) "First Order Dynamic Sliding Mode Control" IEEE Conference on Decision and Control. Vol. 3, pp. 2415-2420.
- [107] Iqbal M., Bhatti A.I. and Khan Q. (2009) "Dynamic Sliding Modes Control of Uncertain Nonlinear MIMO Three Tank System" IEEE. INMIC, pp. 257-260.
- [108] Delavari H., Ranjbar A. N., Ghaderi R. and Momani S. (2007) "Fractional order control of a coupled tank" Nonlinear Dynamics. Vol. 61, pp. 383-397.

پیوست A

سیستم های آشوبی معمول

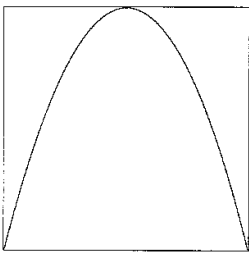
در پیوست حاضر، سیستم های آشوبی معمول به طور نسبتاً جامع، عیناً از [۳۴] آورده شده است.

A

Common chaotic systems

A.1 Noninvertible maps

A.1.1 Logistic map



$$X_{n+1} = AX_n(1 - X_n)$$

Usual parameter: $A = 4$

Initial condition: $X_0 = 0.1$

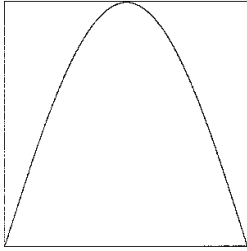
Lyapunov exponent: $\lambda = \ln 2 = 0.693147181 \dots$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 1.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.0$ (exact value, converges slowly)

Ref: May (1976)

A.1.2 Sine map



$$X_{n+1} = A \sin \pi X_n$$

Usual parameter: $A = 1$

Initial condition: $X_0 = 0.1$

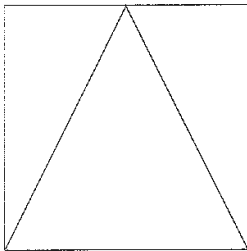
Lyapunov exponent: $\lambda \simeq 0.689067$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 1.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.0$ (exact value, converges slowly)

Ref: Strogatz (1994)

A.1.3 Tent map



$$X_{n+1} = A \min(X_n, 1 - X_n)$$

Usual parameter: $A = 2$ (see discussion in §2.5.2)

Initial condition: $X_0 = 1/\sqrt{2}$ (or any irrational $0 < X_0 < 1$)

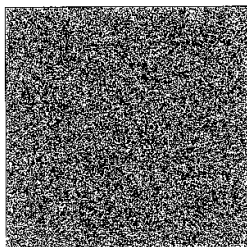
Lyapunov exponent: $\lambda = \ln |A| = 0.693147181 \dots$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 1.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.0$ (exact value)

Ref: Devaney (1989)

A.1.4 Linear congruential generator



$$X_{n+1} = AX_n + B \pmod{C}$$

Usual parameters: $A = 7141, B = 54773, C = 259200$

Initial condition: $X_0 = 0$

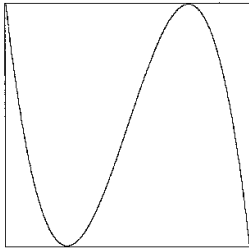
Lyapunov exponent: $\lambda = \ln |A| = 8.873608101 \dots$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 1.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.0$ (exact value)

Ref: Knuth (1997)

A.1.5 Cubic map



$$X_{n+1} = AX_n(1 - X_n^2)$$

Usual parameter: $A = 3$

Initial condition: $X_0 = 0.1$

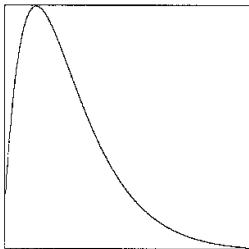
Lyapunov exponent: $\lambda \simeq 1.0986122883$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 1.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.0$ (exact value)

Ref: Zeng *et al.* (1985)

A.1.6 Ricker's population model



$$X_{n+1} = AX_n e^{-X_n}$$

Usual parameter: $A = 20$

Initial condition: $X_0 = 0.1$

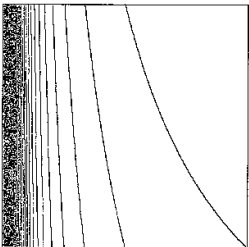
Lyapunov exponent: $\lambda \simeq 0.384846$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 1.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.0$ (exact value, converges slowly)

Ref: Ricker (1954)

A.1.7 Gauss map



$$X_{n+1} = 1/X_n \pmod{1}$$

Initial condition: $X_0 = 0.1$

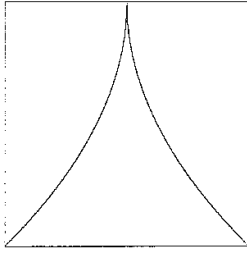
Lyapunov exponent: $\lambda \simeq 2.373445$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 1.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.0$ (exact value)

Ref: van Wyk and Steeb (1997)

A.1.8 Cusp map



$$X_{n+1} = 1 - A\sqrt{|X_n|}$$

Usual parameter: $A = 2$

Initial condition: $X_0 = 0.5$

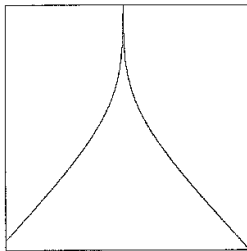
Lyapunov exponent: $\lambda = 0.5$ (exact value)

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 1.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.0$ (exact value)

Ref: Beck and Schlögl (1995)

A.1.9 Gaussian white chaotic map



$$X_{n+1} = A \operatorname{erf}^{-1}[1 - 2\operatorname{erf}(X_n/A)]$$

Usual parameter: $A = \sqrt{2}$

Initial condition: $X_0 = 1$

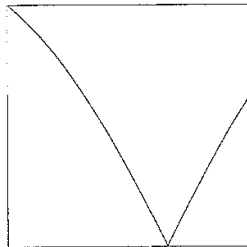
Lyapunov exponent: $\lambda = \ln 2 = 0.693147181 \dots$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 1.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.0$ (exact value)

Ref: This text (§9.5.3)

A.1.10 Pinchers map



$$X_{n+1} = |\tanh s(X_n - c)|$$

Usual parameters: $s = 2, c = 0.5$

Initial condition: $X_0 = 0$

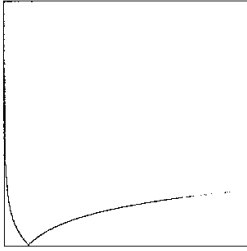
Lyapunov exponent: $\lambda \simeq 0.467944$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 1.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.0$ (exact value)

Ref: Potapov and Ali (2000)

A.1.11 Spence map



$$X_{n+1} = |\ln X_n|$$

Initial condition: $X_0 = 0.5$

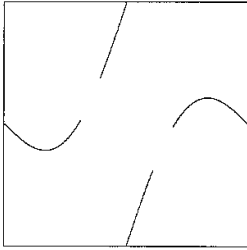
Lyapunov exponent: $\lambda \rightarrow \infty$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 1.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.0$ (exact value)

Ref: Shaw (1981)

A.1.12 Sine–circle map



$$X_{n+1} = X_n + \Omega - \frac{K}{2\pi} \sin 2\pi X_n \pmod{1}$$

Usual parameters: $\Omega = 0.5, K = 2$

Initial condition: $X_0 = 0.1$

Lyapunov exponent: $\lambda \simeq 0.353863$

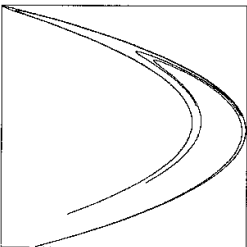
Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 1.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.0$ (exact value, converges slowly)

Ref: Arnold (1965)

A.2 Dissipative maps

A.2.1 Hénon map



$$X_{n+1} = 1 - aX_n^2 + bY_n$$

$$Y_{n+1} = X_n$$

Usual parameters: $a = 1.4, b = 0.3$

Initial conditions: $X_0 = 0 : Y_0 = 0.9$

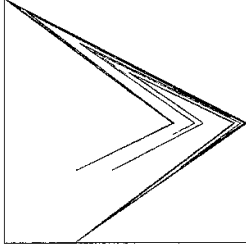
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.41922, -1.62319$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 1.25827$

Correlation dimension: $D_2 = 1.220 \pm 0.036$

Ref: Hénon (1976)

A.2.2 Lozi map



$$X_{n+1} = 1 - a|X_n| + bY_n$$

$$Y_{n+1} = X_n$$

Usual parameters: $a = 1.7, b = 0.5$

Initial conditions: $X_0 = -0.1, Y_0 = 0.1$

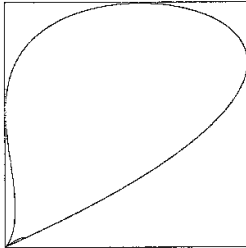
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.47023, -1.16338$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 1.40419$

Correlation dimension: $D_2 = 1.384 \pm 0.053$

Ref: Lozi (1978)

A.2.3 Delayed logistic map



$$X_{n+1} = AX_n(1 - Y_n)$$

$$Y_{n+1} = X_n$$

Usual parameter: $A = 2.27$

Initial conditions: $X_0 = 0.001, Y_0 = 0.001$

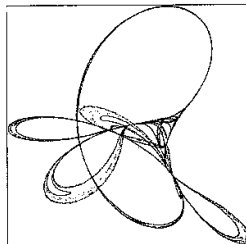
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.18312, -1.24199$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 1.14744$

Correlation dimension: $D_2 = 1.144 \pm 0.034$ (converges slowly)

Ref: Aronson *et al.* (1982)

A.2.4 Tinkerbell map



$$X_{n+1} = X_n^2 - Y_n^2 + aX_n + bY_n$$

$$Y_{n+1} = 2X_nY_n + cX_n + dY_n$$

Usual parameters: $a = 0.9, b = -0.6, c = 2, d = 0.5$

Initial conditions: $X_0 = 0, Y_0 = 0.5$

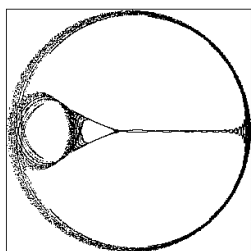
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.18997, -0.52091$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 1.36468$

Correlation dimension: $D_2 = 1.329 \pm 0.036$ (converges slowly)

Ref: Nusse and Yorke (1994)

A.2.5 Burgers' map



$$X_{n+1} = aX_n - Y_n^2$$

$$Y_{n+1} = bY_n + X_nY_n$$

Usual parameters: $a = 0.75, b = 1.75$

Initial conditions: $X_0 = -0.1, Y_0 = 0.1$

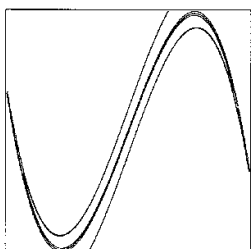
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.12076, -0.22136$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 1.54554$

Correlation dimension: $D_2 = 1.462 \pm 0.054$ (converges slowly)

Ref: Whitehead and Macdonald (1984)

A.2.6 Holmes cubic map



$$X_{n+1} = Y_n$$

$$Y_{n+1} = -bX_n + dY_n - Y_n^3$$

Usual parameters: $b = 0.2, d = 2.77$

Initial conditions: $X_0 = 1.6, Y_0 = 0$

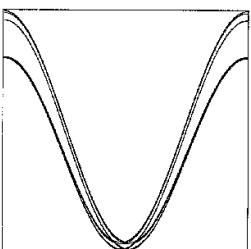
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.59458, -2.20402$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 1.26977$

Correlation dimension: $D_2 = 1.260 \pm 0.039$

Ref: Holmes (1979)

A.2.7 Kaplan–Yorke map



$$X_{n+1} = aX_n \pmod{1}$$

$$Y_{n+1} = bY_n + \cos 4\pi X_n \pmod{1}$$

Usual parameters: $a = 2, b = 0.2$ (see discussion in §2.5.2)

Initial conditions: $X_0 = 1/\sqrt{2}, Y_0 = -0.4$

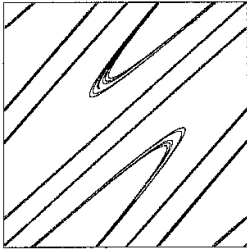
Lyapunov exponents: $\lambda = \ln a = 0.693147181 \dots, \ln b = -1.609437912 \dots$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 1 - \ln a / \ln b = 1.430676558 \dots$

Correlation dimension: $D_2 = 1.432 \pm 0.044$

Ref: Kaplan and Yorke (1979)

A.2.8 Dissipative standard map



$$X_{n+1} = X_n + Y_{n+1} \pmod{2\pi}$$

$$Y_{n+1} = bY_n + k \sin X_n \pmod{2\pi}$$

Usual parameters: $b = 0.1, k = 8.8$

Initial conditions: $X_0 = 0.1, Y_0 = 0.1$

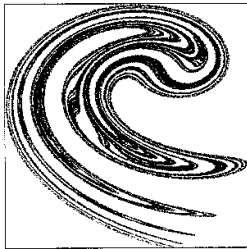
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 1.46995, -3.77254$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 1.38965$

Correlation dimension: $D_2 = 1.356 \pm 0.047$

Ref: Schmidt and Wang (1985)

A.2.9 Ikeda map



$$X_{n+1} = \gamma + \mu(X_n \cos \phi - Y_n \sin \phi)$$

$$Y_{n+1} = \mu(X_n \sin \phi + Y_n \cos \phi)$$

where $\phi = \beta - \alpha / (1 + X_n^2 + Y_n^2)$

Usual parameters: $\alpha = 6, \beta = 0.4, \gamma = 1, \mu = 0.9$

Initial conditions: $X_0 = 0, Y_0 = 0$

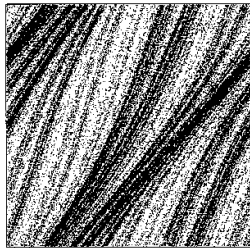
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.50760, -0.71832$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 1.70665$

Correlation dimension: $D_2 = 1.690 \pm 0.073$

Ref: Ikeda (1979)

A.2.10 Sinai map



$$X_{n+1} = X_n + Y_n + \delta \cos 2\pi Y_n \pmod{1}$$

$$Y_{n+1} = X_n + 2Y_n \pmod{1}$$

Usual parameter: $\delta = 0.1$

Initial conditions: $X_0 = 0.5, Y_0 = 0.5$

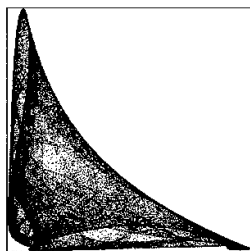
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.95946, -1.07714$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 1.89075$

Correlation dimension: $D_2 = 1.779 \pm 0.063$

Ref: Sinai (1972)

A.2.11 Discrete predator–prey map



$$X_{n+1} = X_n \exp[r(1 - X_n/K) - \alpha Y_n] \text{ (prey)}$$

$$Y_{n+1} = X_n [1 - \exp(-\alpha Y_n)] \text{ (predator)}$$

Usual parameters: $r = 3, K = 1, \alpha = 5$

Initial conditions: $X_0 = 0.5, Y_0 = 0.5$

Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.19664, 0.03276$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 2.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.903 \pm 0.079$ (converges slowly)

Ref: Beddington *et al.* (1975)

A.3 Conservative maps

A.3.1 Chirikov (standard) map



$$X_{n+1} = X_n + Y_{n+1} \pmod{2\pi}$$

$$Y_{n+1} = Y_n + k \sin X_n \pmod{2\pi}$$

Usual parameter: $k = 1$

Initial conditions: $X_0 = 0, Y_0 = 6$

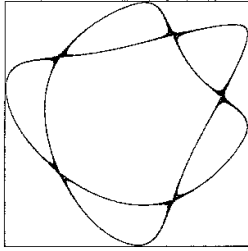
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq \pm 0.10497$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 2.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.954 \pm 0.077$

Ref: Chirikov (1979)

A.3.2 Hénon area-preserving quadratic map



$$X_{n+1} = X_n \cos \alpha - (Y_n - X_n^2) \sin \alpha$$

$$Y_{n+1} = X_n \sin \alpha + (Y_n - X_n^2) \cos \alpha$$

Usual parameter: $\cos \alpha = 0.24$

Initial conditions: $X_0 = 0.6, Y_0 = 0.13$

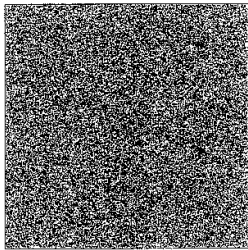
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq \pm 0.00643$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 2.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 2.200 \pm 0.063$ (converges slowly)

Ref: Hénon (1969)

A.3.3 Arnold's cat map



$$X_{n+1} = X_n + Y_n \pmod{1}$$

$$Y_{n+1} = X_n + kY_n \pmod{1}$$

Usual parameter: $k = 2$

Initial conditions: $X_0 = 0, Y_0 = 1/\sqrt{2}$

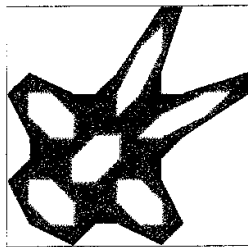
Lyapunov exponents: $\lambda = \pm \ln \left[\frac{1}{2}(3 + \sqrt{5}) \right] = \pm 0.96242365 \dots$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 2.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 2.0$ (exact value)

Ref: Arnold and Avez (1968)

A.3.4 Gingerbreadman map



$$X_{n+1} = 1 + |X_n| - Y_n$$

$$Y_{n+1} = X_n$$

Initial conditions: $X_0 = 0.5, Y_0 = 3.7$

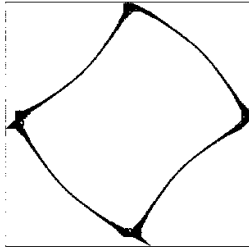
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq \pm 0.07339$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 2.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 2.171 \pm 0.078$ (converges slowly)

Ref: Devaney (1984)

A.3.5 Chaotic web map



$$X_{n+1} = X_n \cos \alpha - (Y_n + k \sin X_n) \sin \alpha$$

$$Y_{n+1} = X_n \sin \alpha + (Y_n + k \sin X_n) \cos \alpha$$

Usual parameters: $\alpha = \pi/2, k = 1$

Initial conditions: $X_0 = 0, Y_0 = 3$

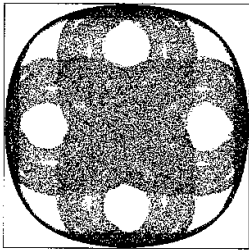
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq \pm 0.04847$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 2.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.779 \pm 0.059$ (converges slowly)

Ref: Chernikov *et al.* (1988)

A.3.6 Lorenz three-dimensional chaotic map



$$X_{n+1} = X_n Y_n - Z_n$$

$$Y_{n+1} = X_n$$

$$Z_{n+1} = Y_n$$

Initial conditions: $X_0 = 0.5, Y_0 = 0.5, Z_0 = -1$

Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.07456, 0, -0.07456$

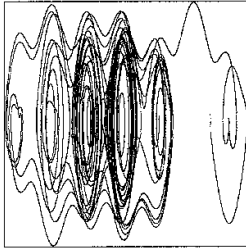
Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 2.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 1.745 \pm 0.057$ (converges slowly)

Ref: Lorenz (1993)

A.4 Driven dissipative flows

A.4.1 Damped driven pendulum



$$dx/dt = y$$

$$dy/dt = -\sin x - by + A \sin \Omega t$$

Usual parameters: $b = 0.05, A = 0.6, \Omega = 0.7$

Initial conditions: $x_0 = 0, y_0 = 0, t_0 = 0$

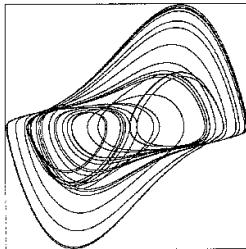
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.1414, 0, -0.1914$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.7387$

Correlation dimension: $D_2 = 2.764 \pm 0.158$

Ref: Baker and Gollub (1996)

A.4.2 Driven van der Pol oscillator



$$dx/dt = y$$

$$dy/dt = -x + b(1 - x^2)y + A \sin \Omega t$$

Usual parameters: $b = 3, A = 5, \Omega = 1.788$

Initial conditions: $x_0 = -1.9, y_0 = 0, t_0 = 0$

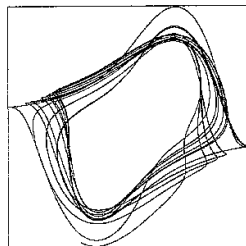
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.1933, 0, -2.0725$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.0933$

Correlation dimension: $D_2 = 2.190 \pm 0.080$ (converges slowly)

Ref: van der Pol (1926)

A.4.3 Shaw–van der Pol oscillator



$$dx/dt = y + A \sin \Omega t$$

$$dy/dt = -x + b(1 - x^2)y$$

Usual parameters: $b = 1, A = 1, \Omega = 2$

Initial conditions: $x_0 = 1.3, y_0 = 0, t_0 = 0$

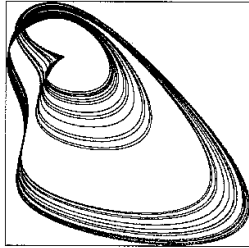
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.1180, 0, -1.2736$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.0927$

Correlation dimension: $D_2 = 2.007 \pm 0.091$

Ref: Shaw (1981)

A.4.4 Forced Brusselator



$$dx/dt = x^2y - (b+1)x + a + A \sin \Omega t$$

$$dy/dt = -x^2y + bx$$

Usual parameters: $a = 0.4, b = 1.2, A = 0.05, \Omega = 0.8$

Initial conditions: $x_0 = 0.3, y_0 = 2, t_0 = 0$

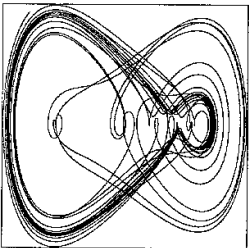
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.0140, 0, -0.2619$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.0535$

Correlation dimension: $D_2 = 2.224 \pm 0.095$ (converges slowly)

Ref: Tomita and Kai (1978)

A.4.5 Ueda oscillator



$$dx/dt = y$$

$$dy/dt = -x^3 - by + A \sin \Omega t$$

Usual parameters: $b = 0.05, A = 7.5, \Omega = 1$

Initial conditions: $x_0 = 2.5, y_0 = 0, t_0 = 0$

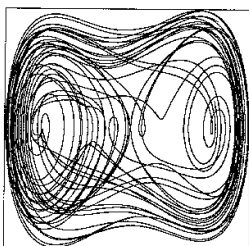
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.1034, 0, -0.1534$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.6741$

Correlation dimension: $D_2 = 2.675 \pm 0.132$ (converges slowly)

Ref: Ueda (1979)

A.4.6 Duffing's two-well oscillator



$$dx/dt = y$$

$$dy/dt = -x^3 + x - by + A \sin \Omega t$$

Usual parameters: $b = 0.25, A = 0.4, \Omega = 1$

Initial conditions: $x_0 = 0.2, y_0 = 0, t_0 = 0$

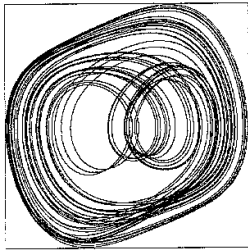
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.1572, 0, -0.4072$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.3860$

Correlation dimension: $D_2 = 2.334 \pm 0.114$

Ref: Moon and Holmes (1979)

A.4.7 Duffing–van der Pol oscillator



$$dx/dt = y$$

$$dy/dt = \mu(1 - \gamma x^2)y - x^3 + A \sin \Omega t$$

Usual parameters: $\mu = 0.2, \gamma = 8, A = 0.35, \Omega = 1.02$

Initial conditions: $x_0 = 0.2, y_0 = -0.2, t_0 = 0$

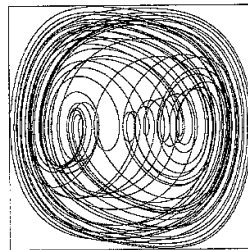
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.0963, 0, -0.2778$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.3467$

Correlation dimension: $D_2 = 2.333 \pm 0.115$ (converges slowly)

Ref: Ueda (1992)

A.4.8 Rayleigh–Duffing oscillator



$$dx/dt = y$$

$$dy/dt = \mu(1 - \gamma y^2)y - x^3 + A \sin \Omega t$$

Usual parameters: $\mu = 0.2, \gamma = 4, A = 0.3, \Omega = 1.1$

Initial conditions: $x_0 = 0.3, y_0 = 0, t_0 = 0$

Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.0912, 0, -0.2755$

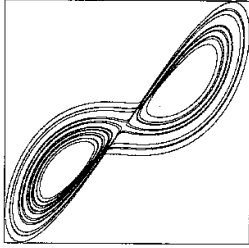
Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.3310$

Correlation dimension: $D_2 = 2.194 \pm 0.120$

Ref: Hayashi *et al.* (1970)

A.5 Autonomous dissipative flows

A.5.1 Lorenz attractor



$$dx/dt = \sigma(y - x)$$

$$dy/dt = -xz + rx - y$$

$$dz/dt = xy - bz$$

Usual parameters: $\sigma = 10, r = 28, b = 8/3$

Initial conditions: $x_0 = 0, y_0 = -0.01, z_0 = 9$

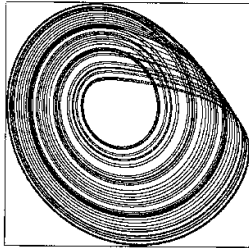
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.9056, 0, -14.5723$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.06215$

Correlation dimension: $D_2 = 2.068 \pm 0.086$

Ref: Lorenz (1963)

A.5.2 Rössler attractor



$$dx/dt = -y - z$$

$$dy/dt = x + ay$$

$$dz/dt = b + z(x - c)$$

Usual parameters: $a = b = 0.2, c = 5.7$

Initial conditions: $x_0 = -9, y_0 = 0, z_0 = 0$

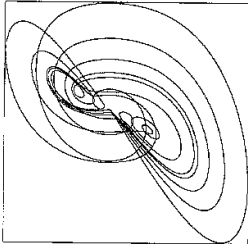
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.0714, 0, -5.3943$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.0132$

Correlation dimension: $D_2 = 1.991 \pm 0.065$ (converges slowly)

Ref: Rössler (1976)

A.5.3 Diffusionless Lorenz attractor



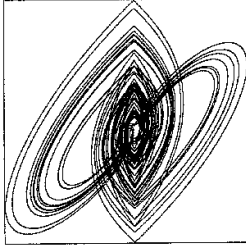
$$dx/dt = -y - x$$

$$dy/dt = -xz$$

$$dz/dt = xy + R$$

Usual parameter: $R = 1$
 Initial conditions: $x_0 = 1, y_0 = -1, z_0 = 0.01$
 Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.2101, 0, -1.2101$
 Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.1736$
 Correlation dimension: $D_2 = 2.169 \pm 0.128$
 Ref: van der Schrier and Maas (2000)

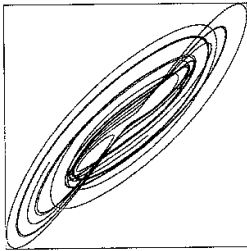
A.5.4 Complex butterfly



$$\begin{aligned} dx/dt &= a(y - z) \\ dy/dt &= -z \operatorname{sgn} x \\ dz/dt &= |x| - 1 \end{aligned}$$

Usual parameter: $a = 0.55$
 Initial conditions: $x_0 = 0.2, y_0 = 0, z_0 = 0$
 Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.1690, 0, -0.7190$
 Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.2350$
 Correlation dimension: $D_2 = 2.491 \pm 0.131$ (converges slowly)
 Ref: Elwakil *et al.* (2002)

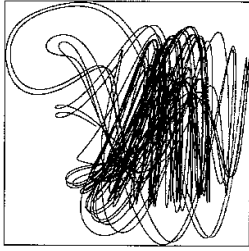
A.5.5 Chen's system



$$\begin{aligned} dx/dt &= a(y - x) \\ dy/dt &= (c - a)x - xz + cy \\ dz/dt &= xy - bz \end{aligned}$$

Usual parameters: $a = 35, b = 3, c = 28$
 Initial conditions: $x_0 = -10, y_0 = 0, z_0 = 37$
 Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 2.0272, 0, -12.0272$
 Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.1686$
 Correlation dimension: $D_2 = 2.147 \pm 0.117$
 Ref: Chen and Ueta (1999)

A.5.6 Hadley circulation



$$dx/dt = -y^2 - z^2 - ax + aF$$

$$dy/dt = xy - bxz - y + G$$

$$dz/dt = bxy + xz - z$$

Usual parameters: $a = 0.25, b = 4, F = 8, G = 1$

Initial conditions: $x_0 = 0, y_0 = 0, z_0 = 1.3$

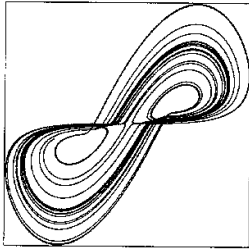
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.1665, 0, -4.4466$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.0374$

Correlation dimension: $D_2 = 2.162 \pm 0.114$

Ref: Lorenz (1984b)

A.5.7 ACT attractor



$$dx/dt = \alpha(x - y)$$

$$dy/dt = -4\alpha y + xz + \mu x^3$$

$$dz/dt = -\delta\alpha z + xy + \beta z^2$$

Usual parameters: $\alpha = 1.8, \beta = -0.07, \delta = 1.5, \mu = 0.02$

Initial conditions: $x_0 = 0.5, y_0 = 0, z_0 = 0$

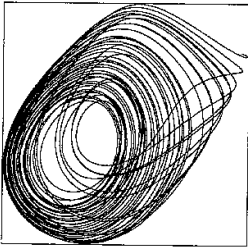
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.1634, 0, -9.2060$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.0177$

Correlation dimension: $D_2 = 2.039 \pm 0.106$

Ref: Arnéodo *et al.* (1981)

A.5.8 Rabinovich–Fabrikant attractor



$$dx/dt = y(z - 1 + x^2) + \gamma x$$

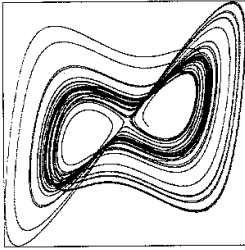
$$dy/dt = x(3z + 1 - x^2) + \gamma y$$

$$dz/dt = -2z(\alpha + xy)$$

Usual parameters: $\gamma = 0.87, \alpha = 1.1$

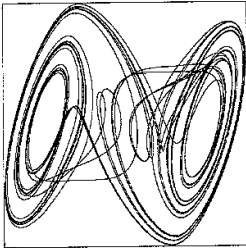
Initial conditions: $x_0 = -1, y_0 = 0, z_0 = 0.5$
 Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.1981, 0, -0.6581$
 Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.3010$
 Correlation dimension: $D_2 = 2.191 \pm 0.113$
 Ref: Rabinovich and Fabrikant (1979)

A.5.9 Linear feedback rigid body motion system



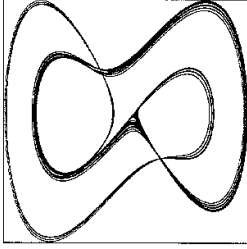
$dx/dt = -0.4x + y + 10yz$
 $dy/dt = -x - 0.4y + 5xy$
 $dz/dt = \alpha z - 5xy$
 Usual parameter: $\alpha = 0.175$
 Initial conditions: $x_0 = 0.6, y_0 = 0, z_0 = 0$
 Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.1421, 0, -0.7671$
 Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.1853$
 Correlation dimension: $D_2 = 2.069 \pm 0.121$
 Ref: Leipnik and Newton (1981)

A.5.10 Chua's circuit



$dx/dt = \alpha[y - x + bx + \frac{1}{2}(a - b)(|x + 1| - |x - 1|)]$
 $dy/dt = x - y + z$
 $dz/dt = -\beta y$
 Usual parameters: $\alpha = 9, \beta = 100/7, a = 8/7, b = 5/7$
 Initial conditions: $x_0 = 0, y_0 = 0, z_0 = 0.6$
 Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.3271, 0, -2.5197$
 Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.1298$
 Correlation dimension: $D_2 = 2.125 \pm 0.098$ (converges slowly)
 Ref: Matsumoto *et al.* (1985)

A.5.11 Moore–Spiegel oscillator



$$dx/dt = y$$

$$dy/dt = z$$

$$dz/dt = -z - (T - R + Rx^2)y - Tx$$

Usual parameters: $T = 6, R = 20$

Initial conditions: $x_0 = 0.1, y_0 = 0, z_0 = 0$

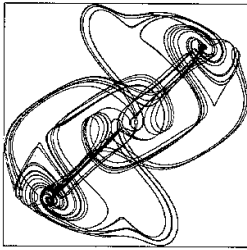
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.1119, 0, -1.1119$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.1006$

Correlation dimension: $D_2 = 2.309 \pm 0.107$ (converges slowly)

Ref: Moore and Spiegel (1966)

A.5.12 Thomas' cyclically symmetric attractor



$$dx/dt = -bx + \sin y$$

$$dy/dt = -by + \sin z$$

$$dz/dt = -bz + \sin x$$

Usual parameter: $b = 0.18$

Initial conditions: $x_0 = 0.1, y_0 = 0, z_0 = 0$

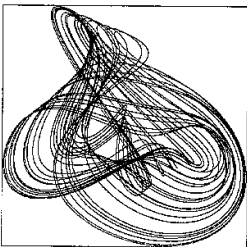
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.0349, 0, -0.5749$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.0607$

Correlation dimension: $D_2 = 1.843 \pm 0.075$

Ref: Thomas (1999)

A.5.13 Halvorsen's cyclically symmetric attractor



$$dx/dt = -ax - 4y - 4z - y^2$$

$$dy/dt = -ay - 4z - 4x - z^2$$

$$dz/dt = -az - 4x - 4y - x^2$$

Usual parameter: $a = 1.27$

Initial conditions: $x_0 = -5, y_0 = 0, z_0 = 0$

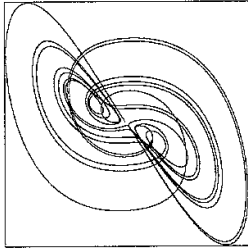
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.7899, 0, -4.5999$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.1717$

Correlation dimension: $D_2 = 2.110 \pm 0.095$

Ref: This text (§8.8.2)

A.5.14 Burke–Shaw attractor



$$dx/dt = -Ux - Uy$$

$$dy/dt = -Uxz - y$$

$$dz/dt = -Uxy + V$$

Usual parameters: $U = 10, V = 13$

Initial conditions: $x_0 = 0.6, y_0 = 0, z_0 = 0$

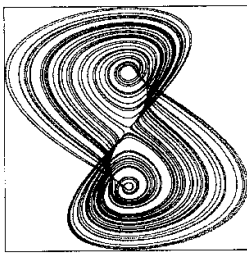
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 2.2499, 0, -13.2499$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.1698$

Correlation dimension: $D_2 = 2.211 \pm 0.132$ (converges slowly)

Ref: Shaw (1981)

A.5.15 Rucklidge attractor



$$dx/dt = -\kappa x + \lambda y - yz$$

$$dy/dt = x$$

$$dz/dt = -z + y^2$$

Usual parameters: $\kappa = 2, \lambda = 6.7$

Initial conditions: $x_0 = 1, y_0 = 0, z_0 = 4.5$

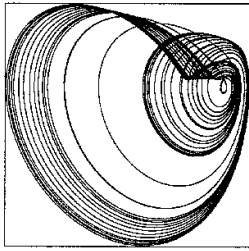
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.0643, 0, -3.0643$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.0210$

Correlation dimension: $D_2 = 2.108 \pm 0.095$ (converges slowly)

Ref: Rucklidge (1992)

A.5.16 WINDMI attractor



$$dx/dt = y$$

$$dy/dt = z$$

$$dz/dt = -az - y + b - e^x$$

Usual parameters: $a = 0.7, b = 2.5$

Initial conditions: $x_0 = 0, y_0 = 0.8, z_0 = 0$

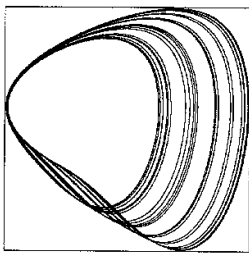
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.0755, 0, -0.7755$

Kaplan-Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.0974$

Correlation dimension: $D_2 = 2.035 \pm 0.095$ (converges slowly)

Ref: Horton *et al.* (2001)

A.5.17 Simplest quadratic chaotic flow



$$dx/dt = y$$

$$dy/dt = z$$

$$dz/dt = -az + y^2 - x$$

Usual parameter: $a = 2.017$

Initial conditions: $x_0 = -0.9, y_0 = 0, z_0 = 0.5$

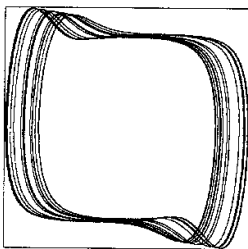
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.0551, 0, -2.0721$

Kaplan-Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.0266$

Correlation dimension: $D_2 = 2.187 \pm 0.075$ (converges slowly)

Ref: Sprott (1997a)

A.5.18 Simplest cubic chaotic flow



$$dx/dt = y$$

$$dy/dt = z$$

$$dz/dt = -az + xy^2 - x$$

Usual parameter: $a = 2.028$

Initial conditions: $x_0 = 0, y_0 = 0.96, z_0 = 0$

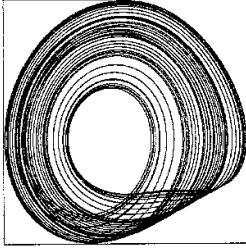
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.0837, 0, -2.1117$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.0396$

Correlation dimension: $D_2 = 2.174 \pm 0.083$ (converges slowly)

Ref: Malasoma (2000)

A.5.19 Simplest piecewise linear chaotic flow



$$dx/dt = y$$

$$dy/dt = z$$

$$dz/dt = -az - y + |x| - 1$$

Usual parameter: $a = 0.6$

Initial conditions: $x_0 = 0, y_0 = -0.7, z_0 = 0$

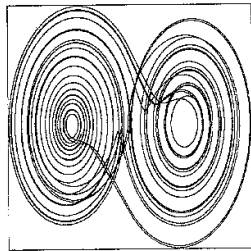
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.0362, 0, -0.6362$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.0569$

Correlation dimension: $D_2 = 2.131 \pm 0.072$ (converges slowly)

Ref: Linz and Sprott (1999)

A.5.20 Double scroll



$$dx/dt = y$$

$$dy/dt = z$$

$$dz/dt = -a[z + y + x - \operatorname{sgn} x]$$

Usual parameter: $a = 0.8$

Initial conditions: $x_0 = 0.01, y_0 = 0.01, z_0 = 0$

Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.0497, 0, -0.8497$

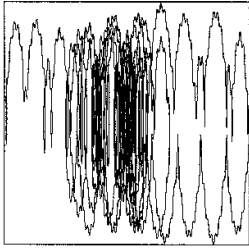
Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 2.0585$

Correlation dimension: $D_2 = 2.184 \pm 0.107$ (converges slowly)

Ref: Elwakil and Kennedy (2001)

A.6 Conservative flows

A.6.1 Driven pendulum



$$dx/dt = y$$

$$dy/dt = -\sin x + A \sin \Omega t$$

Usual parameters: $A = 1.0, \Omega = 0.5$

Initial conditions: $x_0 = 0, y_0 = 0, t_0 = 0$

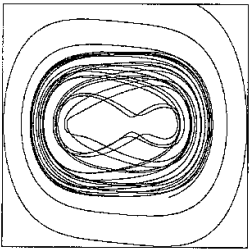
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.1633, 0, -0.1633$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 3.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 2.756 \pm 0.149$

Ref: This text (§8.5)

A.6.2 Simplest driven chaotic flow



$$dx/dt = y$$

$$dy/dt = -x^3 + \sin \Omega t$$

Usual parameter: $\Omega = 1.88$

Initial conditions: $x_0 = 0, y_0 = 0, t_0 = 0$

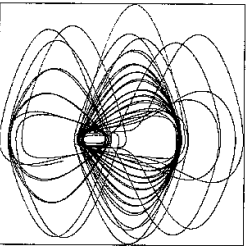
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.0971, 0, -0.0971$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 3.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 2.634 \pm 0.160$

Ref: This text (§8.6)

A.6.3 Nosé–Hoover oscillator



$$dx/dt = y$$

$$dy/dt = -x + yz$$

$$dz/dt = a - y^2$$

Usual parameter: $a = 1$

Initial conditions: $x_0 = 0, y_0 = 5, z_0 = 0$

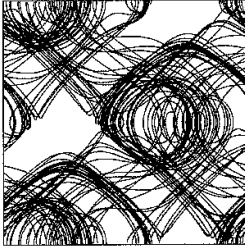
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.0138, 0, -0.0138$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 3.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 2.521 \pm 0.146$ (converges slowly)

Refs: Nosé (1991), Hoover (1995)

A.6.4 Labyrinth chaos



$$dx/dt = \sin y$$

$$dy/dt = \sin z$$

$$dz/dt = \sin x$$

Initial conditions: $x_0 = 0.1, y_0 = 0, z_0 = 0$

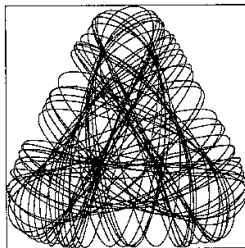
Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.1402, 0, -0.1402$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} \simeq 3.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 2.837 \pm 0.173$

Ref: Thomas (1999)

A.6.5 Hénon–Heiles system



$$dx/dt = v$$

$$dy/dt = w$$

$$dv/dt = -x - 2xy$$

$$dw/dt = -y - x^2 + y^2$$

Initial conditions: $x_0 = 0.499, y_0 = 0, v_0 = 0, w_0 = 0.03160676 \dots$

Lyapunov exponents: $\lambda \simeq 0.0450, 0, 0, -0.0450$

Kaplan–Yorke dimension: $D_{KY} = 3.0$ (exact value)

Correlation dimension: $D_2 = 2.706 \pm 0.126$ (converges slowly)

Ref: Hénon and Heiles (1964)

Abstract

Studying the complicated nonlinear behaviours such as chaos and its origins in dynamic systems like robot manipulators, leads to the expansion of our information towards increasing these systems efficiency and control. The objective of this thesis is to design a Fractional Dynamic Sliding Mode Controller (FDSMC) for chaotic two-link Robot Manipulators. Due to its high precision and robustness against external disturbances and uncertainties, sliding mode control has attracted many research interests as an important and efficient strategy in nonlinear control. Dynamic sliding mode control is one of the generalized methods of sliding mode control and is based on increasing the dynamics of the system. Because of using integrator in calculating the control signal, the chattering problem which is the most important problem in sliding mode controllers will be reduced significantly and it makes the control signal realizable for the robot. Nowadays, the special place of the fractional derivative as an appropriate tool in describing the systems better and also increasing the controllers' capability is quite evident. Using such derivatives enables us to design a robust controller against uncertainties and disturbances, eliminate\ reduce the chattering problem along with maintaining and improving system desirable performance. Utilizing a fractional controller reduce chattering and increase the efficiency of the controller. The theoretical analysis and simulations have been carried out for chaotic robots under load and due to the time delay and in the presence of uncertainties and disturbances. Finally, the controller has been compared with three other types of controllers. Simulation results confirm the effectiveness of the proposed method.

Keywords: Chaos, Chaotic 2-link Robot, Delay, Dynamic Sliding Mode, Fractional Derivatives, Fractional Dynamic Sliding Mode Controller, Lyapunov Exponent.