



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

گرایش حالت جامد

محاسبه تلفات آهن در یک ماشین الکتریکی با استفاده از روش عناصر محدود

اساتید راهنما:

دکتر احمد دارابی دکتر محمد ابراهیم قاضی

نگارش:

احمد عسکری نژاد

دی ماه ۱۳۸۴

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تقدیم به کسانی که:

نور وجودشان راهنما و چراغ راهم و هُرم نفسشان باعث گرمی زندگی ام شد و مهر وجودشان مرا
تا آفتاب معرفت برکشید و مس وجودم با کیمیای گرم عشق و محبت آنان سرشار و ارزشمند شد
تا بیالم و امیدوار باشم.

پدر و مادر عزیزم و همسر مهربانم

تقدیر و تشکر

سپاس پروردگار یکتا را که با لطف و کرم بی کرانش که بر من منت نهاد تا به وسع توان و اندیشه خود گامی کوچک در گستره پهناور علم و معرفت بردارم و میسر گشت تا از خرمن دانش و تجربه بزرگان و نیک اندیشان خوشه چینی کرده و میوه ای از باغ علم در دامان پرورش دهم.

اکنون که با یاری خداوند متعال، این دوره پرخطر از دوران تحصیلم را به پایان رسانده ام؛ هرچند واژه ها را یارای آن نیست که لطف، محبت و بزرگواری کسانی را که در تمام دوران زندگیم جرعه نوش دریای بیکران مهر و محبتشان بوده ام را به تصویر بکشم، اما به رسم ادب و احترام بوسه بر دستانشان زده و بر خود واجب می دانم زحمات تمامی اعضای خانواده ام، مخصوصاً پدر و مادر مهربانم، که با ایجاد جوی صمیمی راه گشای مشکلاتم در تمام مراحل زندگی بوده اند و کلیه معلمان، اساتید و دوستان دوران تحصیلم را ارج نهاده و مراتب تشکر قلبی و باطنی خویش را از الطاف و مهربانی های آنها ابراز دارم. لازم می دانم که از زحمات فراوان و کارگشای اساتید فرزانه و بزرگواریم آقایان دکتر احمد دارابی و دکتر محمد ابراهیم قاضی که با راهنمایی ها و نظرات ارزنده و گهربارشان و صبر و حوصله فراوان، نقش مهمی در به ثمر رسیدن این تحقیق داشته اند، صمیمانه تقدیر و تشکر نمایم؛ بی تردید انجام این پایان نامه بدون همکاری ایشان هرگز ممکن نبود.

چکیده:

محاسبه دقیق تلفات آهن در ماشین های الکتریکی از موضوعات اصلی علوم و مهندسی می باشد. روشهای قدیمی محاسبه تلفات متکی بر نتایج آزمایشات بصورت جداول و منحنی های متفاوت مورد استفاده تحلیل گران و مهندسين می باشند. این روشها با تقریب های ساده کننده معمولاً برای محاسبه تلفات موضعی مواد مغناطیسی تحت یک میدان مغناطیسی سینوسی و شرایط خاص آزمایشگاهی بدست آمده اند. در صورتی که میدان در هسته های فرومغناطیسی معمولاً هارمونیک می باشد. در نتیجه مقادیر واقعی تلفات با این مقادیر محاسبه شده تفاوت فاحشی دارد. از اینرو با استفاده از این منحنی ها نمی توان تلفات موضعی را در یک نقطه خاص بر روی هسته برآورد نمود. توانایی محاسبه دقیق تلفات آهن بخصوص محاسبه تلفات موضعی ارائه شده در این پایان نامه، به طراحان ماشین این امکان را می دهد تا به اصلاح مؤثر طرح به کاهش تلفات در مکانهایی که تلفات بیشتری دارند، مبادرت نمایند. در این پایان نامه با یک شبیه سازی کامپیوتری و استفاده از مدل معروف هیستریزیس بنام مدل پریساج (Preisach) و روش اجزاء محدود (FE)، تلفات موضعی در هسته یک سیستم الکترومغناطیسی محاسبه می شود.

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
ب	تشکر و قدردانی
ج	چکیده
د	فهرست مطالب
و	فهرست شکل ها
۱	فصل اول - مفاهیم اساسی
۲مقدمه
۳۱-۱ فرومغناطیس
۴۲-۱ پدیده فرومغناطیسی
۴۳-۱ مغناطیدگی
۷۴-۱ هیستریزس
۸۵-۱ رسانایی و تلفات الکتریکی
۱۰۱-۵-۱ تلفات هیستریزس
۱۱۲-۵-۱ تلفات جریان اِدی
۱۱۳-۵-۱ تلفات اضافی
۱۳منابع و مآخذ فصل ۱
۱۴	فصل دوم - روش اجزاء محدود در سیستمهای الکترومغناطیسی
۱۵مقدمه
۱۶۲-۱- روش اجزاء محدود به روش گالرکین
۱۷۲-۲ ایجاد مش دوبعدی
۱۸۲-۳ عنصر خطی مثلثی
۳۰منابع و مآخذ فصل ۲
۳۱	فصل سوم- مدل های ریاضی هیستریزس
۳۲مقدمه
۳۴۳-۱ روشهای جدید
۳۴۳-۲ مدل پریساج کلاسیکی
۳۷۳-۳ تفسیر هندسی و خواص اصلی مدل پریساج
۴۳۳-۴ تعیین تجربی $p(a,b)$

۴۹ ۳-۵ اجرای عددی تقریب پریساج
۵۴ منابع و مآخذ فصل ۳
۵۶	فصل چهارم - اجرای کامپیوتری مدل پریساج و شبیه سازی با استفاده از نرم افزار MATLAB
۵۷ مقدمه
۵۷ ۴-۱ حالت ساده مدل
۶۴ ۴-۲ روش اجرای الگوریتم
۶۸ ۴-۳ نتایج شبیه سازی
۶۸ ۴-۳-۱ نتیجه شبیه سازی برای یک دیاگرام پریساج با چگالی ثابت
۷۰ ۴-۳-۲ نتیجه شبیه سازی برای یک دیاگرام پریساج با چگالی غیر ثابت و با دو پارامتر
۷۲ ۴-۳-۳ نتیجه شبیه سازی برای یک دیاگرام پریساج با چگالی غیر ثابت و با چهار پارامتر
۷۶ منابع و مآخذ فصل ۴
۷۷	فصل پنجم - شبیه سازی ژنراتور
۷۸ مقدمه
۷۸ ۵-۱ ژنراتور سنکرون
۷۹ ۵-۲ جریان سه فاز و جریان تحریک در یک ژنراتور
۸۱ ۵-۳ تغییرات B و H در یک نقطه خاص بر روی استاتور
۸۵ ۵-۴ سری فوریه شدت میدان مغناطیسی
۸۷ ۵-۵ محاسبه پارامترهای بهینه مدل پریساج
۹۱ ۵-۶ محاسبه تلفات موضعی
۹۵ منابع و مآخذ فصل ۵
۹۶	نتایج

فهرست شکل ها

صفحه		شکل
۵	مغناطیسی شدن یک ماده فرومغناطیسی	۱-۱
۶	منحنی های مغناطیسی چند ماده فرومغناطیس	۲-۱
۸	منحنی هیستریزس مربوط به یک ماده فرومغناطیس	۳-۱
۱۷	تقسیم ناحیه به نواحی کوچکتر مثلثی و چهار ضلعی	۱-۲
۱۸	ناحیه تقسیم شده به عناصر مثلثی کوچک	۲-۲
۲۲	ناحیه دو بعدی مورد نظر Ω	۳-۲
۲۸	ناحیه تقسیم شده و مرزهای مشترک و غیر مشترک	۴-۲
۳۵	مبدل هیستریزس که ورودی $u(t)$ را دریافت نموده و خروجی آن $f(t)$ است	۱-۳
۳۵	شاخه های هیستریزس غیر خطی	۲-۳
۳۷	یک حلقه هیستریزس ساده	۳-۳
۳۸	دیاگرام پریساج که مثلث قائم الزاویه متساوی الساقینی است که توسط خطوط $a = b$ و $-b_0 \leq a \leq b_0$ محدود شده است.	۴-۳
۳۹	مثلث پریساج در لحظه ای که میدان ورودی به اندازه $u(t)$ افزایش یافته است به دو ناحیه $S^+(t)$ با مقدار سوئیچ اینگ بالا و $S^-(t)$ با مقدار سوئیچ اینگ تقسیم شده است.	۵-۳
۴۰	مثلث پریساج در لحظه ای که میدان ورودی به $b = u(t)$ کاهش یافته است	۶-۳
۴۰	مثلث پریساج در لحظه ای میدان دوباره به مقدار $a = u_3$ افزایش می یابد.	۷-۳
۴۱	مثلث پریساج در لحظه ای میدان دوباره به مقدار $b = u_4$ کاهش می یابد.	۸-۳
۴۴	الف : دیاگرام پریساج در لحظه ای است که میدان ورودی به اندازه a' افزایش یافته است . ب: منحنی هیستریزس متناظر با دیاگرام پریساج در لحظه ای که میدان افزایش می یابد شاخه صعودی مرزی اصلی را در نظرمی گیریم اگر در لحظه ای که میدان به اندازه a' است اگر میدان ورودی را کاهش دهیم، دیگر روی شاخه	۹-۳

صعودی مرزی حرکت نخواهیم کرد بلکه یک مسیر فرعی بنام منحنی انتقال مرتبه اول را طی می کنیم .

- ۱۰-۳ دیاگرام پریساج متناظر با لحظه ای که میدان ورودی پس از یک افزایش، کاهش یافته است ۴۵
- ۱۱-۳ دیاگرام های پریساج برای لحظه ای که روی حلقه هیستریزس مرزی بر روی شاخه نزولی حرکت می کنیم ۴۷
- ۱۲-۳ دیاگرام پریساج که فصل مشترک $L(t)$ را نشان می دهد که سطح هاشور خورده را که شامل اپراتور های سوئیچ شده به بالا را از اپراتور های سوئیچ شده به پایین جدا می کند. این دیاگرام م برای یکسری میدان های اعمالی افزایشی و کاهششی یکنواخت نزولی می باشد ۵۰
- ۱۳-۳ هر دوزنقه Q_k از اختلاف دو مثلث $T(M_k, m_{k-1})$ و $T(M_k, m_k)$ بدست می آید. ۵۱
- ۱۴-۳ دیاگرام پریساج در حالتی که که آخرین میدان افزایشی است ۵۳
- ۱-۴ دیاگرام پریساج مش بندی شده ۵۸
- ۲-۴ حلقه هیستریزس اصلی و منحنی های انتقال مرتبه اول صعودی و نزولی ۶۱
- ۳-۴ (الف) - دیاگرام پریساج در لحظه ای که میدان ورودی u_{l-1} است. (ب) لحظه ای که میدان مغناطیسی از u_{l-1} به u_3 کاهش یافته است. ۶۳
- ۴-۴ حلقه هیستریزس اصلی و حلقه های جزئی آن ۶۳
- ۵-۴ سطح هاشور خورده نشان دهنده مقدار مغناطیدگی است. ۶۷
- ۶-۴ حلقه هیستریزس برای یک چگالی ثابت و میدان ورودی سینوسی ۶۹
- ۷-۴ حلقه هیستریزس با حلقه های جزئی آن با یک میدان ورودی هارمونیک دلیخواه و چگالی ثابت ۷۰
- ۸-۴ حلقه هیستریزس با چگالی متغیر با دو پارامتر ۷۱
- ۹-۴ حلقه هیستریزس با میدان ورودی هارمونیک و چگالی با دو پارامتر ۷۲

۷۴	مقادیر تجربی منحنی تغییرات چگالی شار مغناطیسی بر حسب میدان مغناطیسی	۱۰-۴
۷۴	حلقه هیستریزیس با یک میدان ورودی سینوسی و چگالی متغییر با چهار پارامتر m_{ss} و σ_1 و σ_2 و u_c	۱۱-۴
۷۵	منحنی هیستریزیس نرمالیزه شده شکل ۴-۱۰	۱۲-۴
۷۹	نمونه ای از جریان تحریک روتور ژنراتور سنکرون بر حسب زمان	۱-۵
۸۰	نمونه ای از جریان های حالت دائمی سه فاز استاتور ماشین سنکرون بر حسب زمان	۲-۵
۸۱	مش نمونه روتور و استاتور یک ماشین	۳-۵
۸۲	زاویه بین روتور و استاتور در یک لحظه خاص نشان داده شده است	۴-۵
۸۳	تغییرات چگالی شار مغناطیسی بر حسب زمان	۵-۵
۸۴	تغییرات شدت میدان مغناطیسی بر حسب زمان برای نقطه ای در دندانه استاتور	۶-۵
۸۷	سری فوریه میدان مغناطیسی و مقادیر واقعی میدان	۷-۵
۸۹	چگالی شار مغناطیسی سینوسی، نسبت به شدت میدان مغناطیسی	۸-۵
۹۰	مقادیر تلفات، نسبت به چگالی شار مغناطیسی سینوسی	۹-۵
۹۲	نمودار چگالی شار بر حسب زمان	۱۰-۵
۹۲	منحنی هیستریزیس و حلقه های جزئی آن	۱۱-۵

فصل اول

مفہم اساسی

- مقدمہ
- فرومغناطیس
- پدیدہ فرومغناطیسی
- مغناطیدگی
- ہیستریزس
- رسانایی و تلفات الکتریکی
- تلفات ہیستریزس
- تلفات جریان اِدی
- تلفات اضافی

مقدمه:

قسمت اعظم تلفات انرژی الکترومغناطیسی در ماشین های الکتریکی، تلفات در هسته آهنی است. برای طراحی بهتر در ماشین های الکتریکی مهم است که تا حد امکان اطلاعات دقیقی در مورد این تلفات بدست آوریم. این اطلاعات درباره تلفات هسته، ارتباط نزدیکی با دانش میدان مغناطیسی دارد و در نتیجه، توانایی پیش بینی دقیق توزیع چگالی شار در موتور در هر دو مختصات فضایی و زمانی بسیار اهمیت دارد.

محاسبه تلفات آهن در سیستم های الکترومغناطیسی و به طور خاص در ماشین های الکتریکی از اهمیت ویژه ای برخوردار بوده و همچنان از مهمترین مسائل کاربردی است. برای طراحان و سازندگان این سیستم ها بسیار ضروری و لازم می باشد که از قبل بتوانند یک برآورد دقیقی از تلفات آهن داشته باشند. روشهای قدیمی متکی بر نتایج آزمایشات می باشد که به صورت جداول و منحنی های متفاوت در اختیار مهندسين قرار می گیرد. این روشها کلی بوده و به تلفات موضعی نمی پردازند.

مواد با توجه به رفتارشان در یک میدان مغناطیسی خارجی به پنج نوع دیامغناطیس، پارامغناطیس، فرومغناطیس، آنتی فرومغناطیس و فری مغناطیس تقسیم بندی می شوند. به طور کلی سه عامل در منشأ مغناطیدگی یک ماده مؤثر است [۱].

الف- گشتاور اسپینی الکترونها

ب- گشتاور مداری الکترونها

ج- گشتاور القایی ناشی از میدان مغناطیسی خارجی

که دو مورد اول در خاصیت پارا، فرو، آنتی فرو و فری مغناطیس مواد و مورد سوم در خاصیت دیامغناطیسی مواد نقش اساسی دارد.

۱-۱ فرومغناطیس

در عناصر آهن، نیکل، کبالت و چند تا از لاتانیدها، اثر ویژه ای ظاهر می شود. این اثر به این صورت است که با وجود تمایل گشتاورها به نظم کاتوره ای، هر نمونه از این عناصر به درجه بالایی از همسویی مغناطیسی می رسد. در این مواد، که فرومغناطیس نامیده می شوند، شکل خاصی از برهم کنش میان اتم های مجاور وجود دارد که به جفت شدگی تبادلی معروف است. این اثر، گشتاورهای مغناطیسی اتمها را به صورت موازی باهم جفت می کند که یک مفهوم کاملاً کوانتومی بوده و با فیزیک کلاسیک قابل توجیه نمی باشد. اگر دمای این مواد از یک مقدار بحرانی معین، که دمای کوری نامیده می شود، بالاتر رود جفت شدگی تبادلی ناگهان از بین می رود و این مواد به پارامغناطیس تبدیل می شوند. برای آهن دمای کوری $1043^{\circ}K$ است. واضح است که فرومغناطیس نه تنها یک خاصیت مربوط به تک تک اتمها یا یونهاست، بلکه به برهم کنش هر اتم یا یون با اتمها یا یونهای مجاور در شبکه بلوری جسم جامد نیز مربوط می شود.

کاربرد مواد فرومغناطیس بسیار متنوع می باشد. در مهندسی، به علت تراوایی مغناطیسی^۱ بالای آنها، اعمال یک میدان مغناطیسی کوچک، قادر است القای مغناطیسی بسیار بالایی بوجود آورد. توانایی بقای مغناطیدگی در اینگونه مواد باعث شده که از آنها به عنوان یک منبع میدان استفاده شود.

مواد فرومغناطیس با توجه به رفتار میکروسکوپی، با استفاده از یک سری پارامتر مغناطیسی از جمله تراوایی مغناطیسی، منحنی هیستریزیس^۲، نیروی کورسیو^۳، اتلاف هیستریزیس، رسانایی و تلفات الکتریکی به دو دسته نرم و سخت رده بندی می شود که مواد مغناطیسی نرم دارای نیروی کورسیو کوچک و مواد مغناطیسی سخت دارای نیروی کورسیو بزرگ هستند.

۱-Permeability
۲-Hysteresis loop
۳- Coercivity force

۲-۱ پدیده فرومغناطیسی

اگر از یک پیچه مغناطیسی جریان i عبور کند عبور جریان باعث تولید میدان مغناطیسی به شدت H می گردد که این خود عامل ایجاد چگالی شار B در جهت میدان می گردد. اگر هسته پیچه خلأ باشد رابطه بین B و H به صورت خطی $B = \mu_0 H$ خواهد بود. اما اگر هسته یک ماده فرومغناطیس باشد، شار کل ایجاد شده با همان جریان قبلی به شدت افزایش می یابد. این افزایش شار ناشی از پدیده فرومغناطیسی است و علت نامگذاری آن این است که این پدیده اولین بار در آهن مشاهده شده است. هر الکترون دارای گشتاور مغناطیسی اسپینی و مداری است. در بسیاری از عناصر الکترونها به طور متقارن قرار گرفته اند بطوری که گشتاور مغناطیسی اسپینی و مداری آنها یکدیگر را خنثی می کنند و اتم بدون گشتاور مغناطیسی می ماند با وجود این اتمهای بیش از یک سوّم عناصر شناخته شده این تقارن را ندارند. در نتیجه گشتاور مغناطیسی خالصی را خواهند داشت. درحالی که اتمهای بسیاری از عناصر گشتاور مغناطیسی دارند ترتیب قرار گرفتن اتمها در بیشتر مواد بگونه ای است که گشتاور مغناطیسی یک اتم با گشتاور مخالف اتم مجاور خنثی می شود. تنها در پنج عنصر اتمها طوری قرار گرفته اند که گشتاور مغناطیسی آنها موازی بوده و اثر آنها بهم افزوده می شود. این پنج عنصر فرومغناطیسی عبارتند از آهن، نیکل، کبالت، دیسپورسیم و گادولیم.

۳-۱ مغناطیدگی^۱

در یک ماده فرومغناطیس نواحی کوچکی در مقیاس میکروسکوپی بنام حوزه های^۲ مغناطیسی وجود دارد که در هر کدام از این حوزه ها گشتاور مغناطیسی یک جهت خاص دارد و جهت گشتاور مغناطیسی در یک حوزه با جهت گشتاور مغناطیسی در حوزه مجاور متفاوت است. هنگامی که ماده فرومغناطیس در مجاورت یک میدان مغناطیسی قرار می گیرد، حوزه هایی که جهت گشتاور مغناطیسی آنها با میدان مغناطیسی اعمال شده هم جهت اند رشد پیدا می کنند و حوزه هایی که

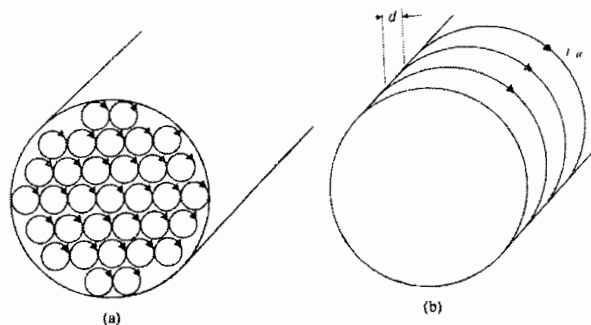
^۱-Magnitization

^۲- Domain

گشتاور مغناطیسی مخالف دارند تضعیف می گردند. در نتیجه به دلیل حرکت دیواره حوزه ها (مرز بین حوزه ها)، ماده فرومغناطیس گشتاور مغناطیسی کسب می کند.

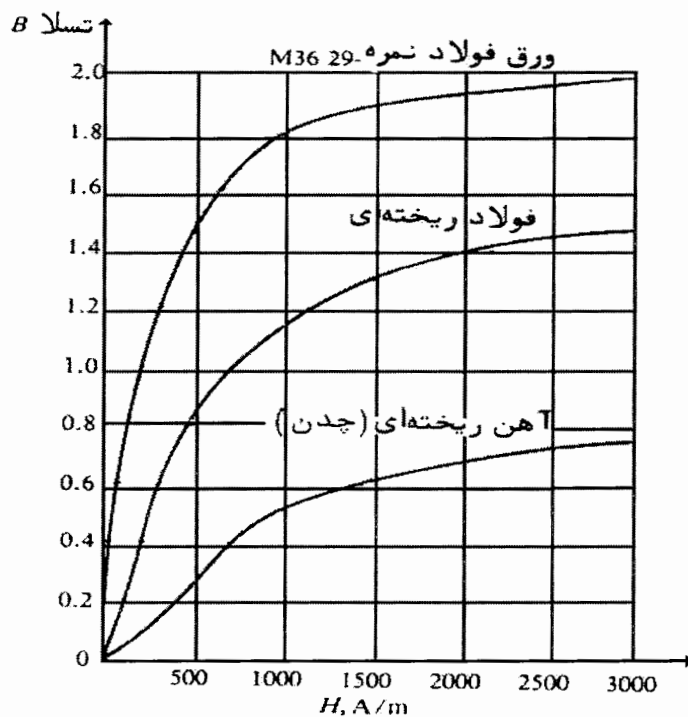
وجود هسته های فرومغناطیسی در سیستم های الکترومغناطیسی باعث افزایش شار مغناطیسی می گردد. این افزایش شار ناشی از هم جهت شدن جزئی گشتاورهای مغناطیسی، (در ماده فرومغناطیسی) با میدان مغناطیسی اعمال شده H می باشد.

همه مواد از اتم ها ساخته شده اند و هر اتم شامل الکترونها در حال حرکت است این مدارهای الکترونی، که هر یک به یک اتم محدود است جریانهای اتمی نام دارند. پس ظاهراً دو نوع جریان وجود دارد. ۱- جریان واقعی که از انتقال بار، یعنی از حرکت الکترونها آزاد یا یونهاى باردار به وجود می آید. ۲- جریانهای اتمی، که جریانهای کاملاً دورانی اند و منجر به انتقال بار نمی شوند اما هر دو نوع جریان می توانند میدان مغناطیسی تولید کنند [۲]. اگر گشتاورهای مغناطیسی را ناشی از حلقه های کوچک جریان ایجاد شده در اثر اسپین الکترون بدانیم، سطح مقطع هسته ماده فرومغناطیس همانند شکل ۱-۱ (a) است. البته در عمل چند میلیون حلقه جریان در سطح مقطع وجود دارد. درون ماده فرومغناطیسی اثر جریانهای مجاور با یکدیگر خنثی می شود و تنها سطح خارجی باقی می ماند شکل ۱-۱ (b) که اثر آن مشابه آنست که فقط جریان سطحی داشته باشیم. (در صورتی که مغناطش یکنواخت نباشد در حجم نیز جریانهایی وجود دارد)



شکل ۱-۱ مغناطیسی شدن یک ماده فرومغناطیسی

افزایش شار ناشی از این جریان سطحی در ماده فرومغناطیسی است. منحنی های مغناطیسی $B-H$ شکل ۱-۲ نشان می دهند که چگالی شار B با افزایش شدت میدان مغناطیسی H از صفر سریعاً بالا می رود و این بیانگر اینست که تنها میدان مغناطیسی ضعیفی برای حرکت مرز حوزه های مغناطیسی و هم جهت شدن بیشتر گشتاورهای اتمی با میدان مغناطیسی H لازم است. با افزایش بیشتر H شیب منحنی $B-H$ کاهش می یابد و نشان می دهد که دیواره حوزه ها با سرعت کمتری حرکت می کنند. مغناطیدگی بیشتر اساساً بستگی به اعمال مقدار میدان مغناطیسی بزرگتری دارد که بتواند گشتاورهای اتمی را از محور بلور به جهتی نزدیکتر به H بچرخاند. این صاف شدن منحنی مغناطیسی $B-H$ را ناشی از اشباع آهن می دانند. اشباع کامل که متناظر با ماکزیمم مغناطیدگی M_{max} است وقتی اتفاق می افتد که تمام گشتاورهای اتمی کاملاً با جهت میدان اعمال شده هم جهت شوند. در بعضی از مواد فرومغناطیسی اشباع کامل بسیار مشکل است.



شکل ۱-۲ منحنی های مغناطیسی چند ماده فرومغناطیسی

به عنوان مثال همان طوری که در شکل ۱-۲ دیده می شود در $H = 3000 \text{ A/m}$ چگالی شار در چدن تنها 0.76 T است که از مقدار ایده آل 2.18 T که در آن جهت میدان مغناطیسی درون آهن کاملاً با میدان مغناطیسی H هم جهت می شود بسیار کمتر می باشد.

۴-۱ هیستریزیس

در یک سیستم الکترومغناطیسی که هسته آن از یک ماده فرومغناطیس ساخته شده است، زمانی که با جریان متناوبی با فرکانس بسیار کم تغذیه گردد، چون میدان مغناطیسی H به صورت تناوبی تغییر می کند بعد از مدت زمان کوتاه تغییر میدان مغناطیسی باعث تغییر شار مغناطیسی می گردد. متداولترین نوع منحنی مغناطیسی که برای توصیف مواد مغناطیسی در این مورد بکار می رود منحنی $B-H$ یا حلقه هیستریزیس^۱ است. این حلقه رابطه بین چگالی شار B و میدان مغناطیسی H را نشان می دهد. هر منحنی، در نتیجه تغییرات تناوبی متقارن شدت میدان مغناطیسی H بین دو مقدار مشخص مثبت و منفی به دست می آید. در نتیجه وجود هیستریزیس، این منحنی ها چند مقداره خواهند شد و پس از وقوع چندین دوره تناوب اعمال میدان، منحنی های $B-H$ به صورت حلقه های بسته ای که در شکل ۱-۳ دیده می شوند در می آیند. پیکان ها، مسیرهای B در نتیجه افزایش و کاهش H را نشان می دهند. با افزایش مقدار H منحنی شروع به هموار شدن می کند و در اینجا ماده به حالت اشباع می رسد. باید توجه داشت که:

الف- حلقه هیستریزیس نسبت به مبدأ مختصات متقارن است.

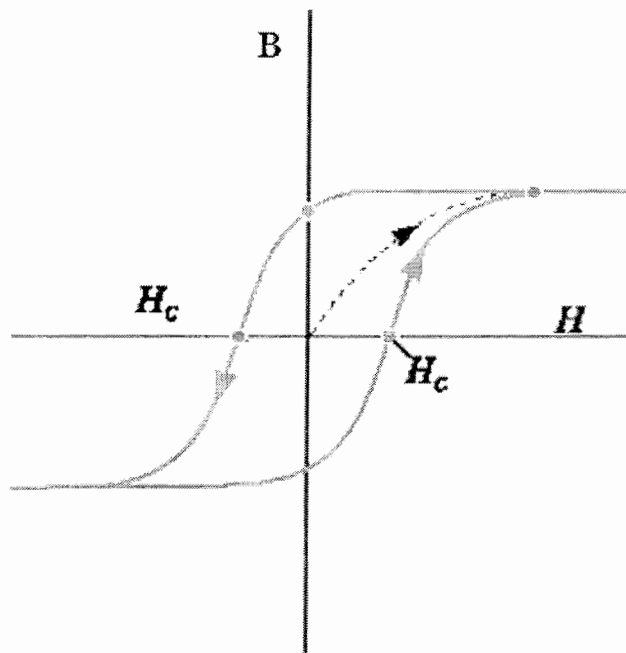
ب- برای یک میدان مغناطیسی مفروض دو مقدار چگالی شار از روی منحنی $B-H$ بدست می آید.

ج- حداکثر چگالی شار (B_{\max}) در یک ماده فرومغناطیسی تابعی از دما می باشد. با افزایش دما حداکثر چگالی شار (چگالی شار مربوط به ناحیه اشباع) کاهش می یابد. باید توجه داشت که در بالای دمای معینی موسوم به نقطه کوری^۲ ماده خاصیت فرومغناطیسی خود را از دست می دهد.

د- مواد مختلف دارای چگالی شار گوناگون در ناحیه اشباع خواهند بود.

^۱-Hysteresis loop

^۲-Curie-point



شکل ۱-۳ منحنی هیستریزیس مربوط به یک ماده فرومغناطیس

۵-۱ رسانایی و تلفات الکتریکی

با کاهش رسانایی مواد فرومغناطیس بکار برده شده در هسته ماشین های الکتریکی، اتلاف هیستریزیس و همچنین اتلاف جریان ادی به مقدار زیادی کاهش خواهد یافت. در ماشین های الکتریکی غیر از آن بخش هایی از ماشین که از مغناطیس دائم ساخته می شوند، غالباً برای کاهش تلفات آهن از مواد مغناطیسی با نفوذپذیری مغناطیسی بالا، نیروی کتورسیو کم و مقاومت الکتریکی زیاد استفاده می شود. به همین دلیل از سیلیکون برای کاهش رسانایی و در نتیجه افزایش مقاومت الکتریکی رسانا استفاده می شود این مواد با تراوایی نسبتاً خوب و خاصیت هیستریزیس کم از نظر تلفات هیستریزیس نیز قابل قبول بوده و لذا در ساخت ماشین های الکتریکی بیشترین کاربرد را دارند که آنها می توانند با کاهش کورسیویتی اتلاف را کاهش دهند به همین جهت در هسته ماشین های الکتریکی از آلیاژ آهن- سیلیکون استفاده می شود. تنها اشکال مربوط به این آلیاژ این است که یک اثر معکوس بر تراوایی مغناطیسی دارد.

بخش بزرگی از تلفات در ماشین های الکتریکی را تلفات در هسته آهنی با سه جزء تلفات هیستریزس، تلفات جریان اِدی و تلفات اضافی تشکیل می دهد. محاسبه دقیق تلفات آهن در هسته ماشین های الکتریکی در مرحله طراحی و بهره برداری از اهمیت ویژه ای برخوردار است. محاسبه تلفات موضعی و بنابراین تلفات کل هسته یک ماشین الکتریکی به طراح ماشین این امکان را می دهد تا با اصلاح طراحی، بخشهایی از ماشین که دارای تلفات زیادتری هستند، تلفات کل را کاهش دهد. همچنین بعد از طراحی و در هنگام بهره برداری ماشین ضمن تعیین نقاط با تلفات موضعی زیاد و گرم ماشین، طراحی کارآمدتر سیستم تهویه و خنک سازی ماشین را محقق سازد.

چون تلفات اِدی در ورقه های سیلیکونی ناچیز می باشد مقدار این تلفات با در نظر گرفتن حلقه هیستریزس با سطح بزرگتر در تلفات هیستریزس ادغام می شود. معمولاً مجموع تلفات هیستریزس و اِدی در واحد وزن ورقه های سیلیکونی در یک میدان سینوسی تک بعدی با استفاده از فرمول های تجربی و نیمه تجربی و جداول و منحنی ها بر حسب ماکزیمم چگالی شار اسکالر هسته محاسبه می گردند. این داده های تجربی عموماً برای فرکانس خاصی داده می شوند و برای عملکرد هسته در یک فرکانس دیگر نتایج محاسبات می بایست با روش و ضرایب خاصی اصلاح شوند.

به دلایل ساختار پیچیده ماشین های الکتریکی و شرایط عملکرد متنوع آنها و همچنین رفتار مغناطیسی چند مقداره آهن معمولاً شار در نقاط مختلف هسته ماشین های الکتریکی یک موج سینوسی خالص نمی باشد. تلفات حاصل از این هارمونیک های شار و دیگر تلفات هسته غیر از اِدی و هیستریزس حاصل از مولفه اصلی مذکور در بالا تلفات اضافی نامیده می شوند که مقدار آنها برای هر ماشین و شرایط عملکرد مختلف متفاوت می باشد. محاسبه این تلفات بطور دقیق همچنان از موضوعات مشکل و مورد علاقه محققین می باشد و لذا این تلفات عموماً با استفاده از روشهای متکی بر آزمایشات و فرمولهای تجربی تخمین زده می شوند.

۱-۵-۱ تلفات هیستریزیس

اولین عامل تلفات، به طبیعت هیستریزیس ماده مغناطیسی مربوط است. مساحتی که بوسیله حلقه هیستریزیس در صفحه B-H احاطه می شود، اتلاف هیستریزیس گویند. اگر منحنی B-H شکل ۱-۳ را در نظر بگیریم در یک پریود داریم:

$$p = V(t) i(t) = N \frac{d\phi}{dt} i(t) = N A \frac{dB}{dt} \frac{H \ell}{N} = A H \ell \frac{dB}{dt}$$

$$p dt = V H dB \longrightarrow w = \oint p dt = V \oint H dB = V S \quad (1-1)$$

که در آن S، سطح حلقه هیستریزیس و $V = Al$ حجم ماده می باشد. در رابطه فوق از قانون مدار آمپر $\oint H \cdot dl = Ni$ استفاده شده است

رابطه (۱-۱) نشان می دهد که برای یک شار معین، تلفات هیستریزیس متناسب با سطح حلقه هیستریزیس و حجم ماده مغناطیسی مورد استفاده در کل مدار است. این مقدار انرژی، انرژی است که در یک سیکل تلف می شود. بنابراین تلفات هیستریزیس با فرکانس تحریک اعمال شده متناسب است. یعنی توان تلف شده برابر با $p = V S f$ است.

با حل انتگرال رابطه (۱-۱) تلفات هیستریزیس از رابطه $W_H = \eta B_{\max}^n f$ محاسبه می شود که در آن η مقدار ثابتی است و $1.6 < n < 2$ می باشد که هر دوی این ضرایب بستگی به ماده مغناطیسی استفاده شده دارد [۵]. هنگامی که میدان مغناطیسی ماکزیمم افزایش می یابد اتلاف هیستریزیس افزایش می یابد. برای کاربردهای جریان متناوب انرژی تلف شده و همچنین تلفات هیستریزیس بایستی کمینه باشد. مواد با کورسیویته کم (فرومغناطیس های نرم) دارای اتلاف هیستریزیس کم می باشند.

۱-۵-۲ تلفات جریان اِدی^۱

بنابر قانون فاراده، میدان های مغناطیسی متغیر با زمان موجب تولید میدان الکتریکی می گردند. این میدان ها در مواد مغناطیسی به جریانهای گردابی منجر می شوند که در بدنه هسته به دور زدن پرداخته و با تغییرات شار مخالفت می کنند. توان ناشی از جریان گردابی به صورت حرارت در هسته تلف می شود و اِتلاف ناشی از این جریانها، با مجذور فرکانس تغییر شار و مجذور حداکثر چگالی شار هسته متناسب است [۵]. یعنی:

$$W_{ec} = \frac{\pi^2 B_{\max}^2 d^2 f^2}{\rho \beta} \quad (2-1)$$

که در این رابطه d اندازه سطح مقطع و ρ مقاومت ویژه برحسب $\Omega.m$ و β ضریبی است که برای اشکال هندسی مختلف متفاوت می باشد. این تلفات را می توان به دو طریق کاهش داد:

- ۱- مقاومت هسته ها را با اضافه نمودن سیلیکون افزایش می دهند.
- ۲- سطح مقطع هسته را به تعدادی سطح کوچکتر تقسیم کرده و از یکدیگر عایق نمود.

۱-۵-۳ تلفات اضافی^۲

تلفات اضافی ناشی از حرکت دیواره حوزه هاست که جریانهای اِدی موضعی را در مجاورت دیواره های متحرک بوجود می آورند. تحت یک شار سینوسی متناوب تلفات اضافی از رابطه زیر محاسبه می گردد [۶].

$$W_{\sin}^{exc} = 8.7634 C_{exc} f^{1.5} B_{\max}^{1.5} \quad (3-1)$$

۱- Edy current loss

۱-Excess Loss

که در رابطه فوق C_{exc} مقدار ثابتی است و مقدار تلفات اضافی از اختلاف بین تلفات کل اندازه گیری شده هسته و مجموع تلفات هیستریزس و تلفات جریان اِدی بدست می آید.

منابع و مآخذ فصل ۱

[۱]. چارلز کیتل - اعظم پور قاضی - آشنایی با فیزیک حالت جامد - فصل ۱۴ - مرکز نشر دانشگاهی ۱۳۶۷

[۲]. جان ر. ریتس - جلال صمیمی - مبانی نظریه الکترومغناطیس - مرکز نشر دانشگاهی ۱۳۶۸

[۳]. ج. ر. سلمون - حمید لسانی - ماشین های الکتریکی - مرکز نشر دانشگاهی ۱۳۶۸

[4]: Stephenson, E. T.J. Appl. phys., 57,4226 .(1985)

[5]: David. Jiles. CHAPMAN & HAIL Introduction to Magnetism and magnetic materials.(1991)

[6]:Juilus. Saitz. Magnetic field analysis of electric machines taking Ferromagnetic hysteresis into Account.(2001)

[7]: B. D. Cullity, Introduction to magnetic materials. .(1972)

فصل دوم

روش اجزاء محدود در سیستم های الکترومغناطیسی

- مقدمه
- روش اجزاء محدود به روش گالرکین
- ایجاد مش دوبعدی
- عنصر خطی مثلثی

مقدمه:

روش اجزاء محدود^۱ یکی از جدیدترین روشهای محاسباتی برای حل مسائل پیوسته می باشد که با استفاده از این روش، حل مسائل مختلف با شکل‌های پیچیده و شرایط مرزی گوناگون با یک برنامه جامع کامپیوتری امکان پذیر می باشد. از کاربردهای مهم و قابل توجه روش اجزاء محدود بکارگیری آن در رشته های مختلف علوم و مهندسی است که در آنها مسائل پیوسته به صورت معادلات دیفرانسیل یک یا چند متغیره بیان می شوند. روش اجزاء محدود از معادلات دیفرانسیل توصیف کننده سیستم، یک دستگاه معادلات خطی یا غیر خطی می سازد. به طوری که حل معادلات جبری فوق پاسخ میدان در نقاط مختلف فضای مورد نظر است [۱].

در حل مسائل مهندسی و فیزیک دو نقطه نظر کاملاً متفاوت وجود دارد. تئوری اول براساس نظریه ذره ای نیوتن می باشد که بیان می کند مواد دارای ذرات متعددی می باشند و در هر لحظه از زمان مکان ذرات کاملاً مشخص می باشد که در روش اجزاء محدود از آن استفاده نمی گردد. اما نقطه نظر دوم که در روش اجزاء محدود از آن استفاده می گردد، بر خلاف نظریه اول از ذره و مولکول سخن نمی گوید بلکه از پیوسته بودن نشأت گرفته است. در این نظریه همه فرآیندها می توانند به وسیله یک یا چند کمیت میدان مشخص می شوند و کمیت های میدان در هر نقطه از فضا کاملاً تعریف شده اند، متغیرهای مستقل در این نوع مسائل (پیوسته) همان مختصات فضایی و زمانی می باشند.

^۱-Finite element method

میدان در این گونه مسائل معمولاً^۱ به وسیله معادلات دیفرانسیل پاره ای با شرایط مرزی معین به صورت تقریبی مدل سازی می گردد.

بهترین روش برای حل مسائل پیوسته که به وسیله معادلات دیفرانسیل پاره ای با شرایط مرزی معین تعریف می شود، بدست آوردن حل تحلیلی آنهاست ولی گاهی اوقات حل تحلیلی بسیار مشکل و حتی غیر ممکن می گردد. در این صورت به روشهای دیگری متوسل می شویم. از جمله این روشها، روش تعاضل محدود^۱ روش تغییراتی ریتز^۲ روش زیر دامنه ای^۳ و روش اجزاء محدود می باشد.

۲-۱ روش اجزاء محدود به روش گالرکین^۴

روش اجزاء محدود با تقسیم مسأله به یک سری مسائل کوچکتر و مرتبط به هم راه حل خوبی برای مسائل پیوسته ارائه می دهد. برای حل یک معادله دیفرانسیل در یک ناحیه مورد نظر ابتدا باید آن ناحیه را به قسمت ها یا اجزاء کوچکتر تقسیم و سپس تابع تقریبی کمیت میدان برای هر جزء کوچک بر حسب مقدار کمیت های میدان در گره های آن جزء نوشته می شود. آنگاه با جایگذاری تابع تقریب در معادله دیفرانسیل و استفاده از روش گالرکین حل تقریبی مسأله را بدست می آوریم. در این روش کل ناحیه را به قسمتهای کوچکتر تقسیم کرده و هر قسمت کوچک را یک المان یا یک عنصر می نامیم. حال یک تابع خطی برای کمیت های مجهول مسأله در هر عنصر در نظر گرفته و معادله دیفرانسیل را با استفاده از یک تابع خطی حل کنیم و نکات زیر را در انتخاب گره ها در نظر می گیریم [۲].

الف - در نواحی که تغییرات میدان سریعتر است باید گره ها را نزدیک بهم انتخاب کنیم.

ب - هر جا که تغییرات پله ای در پارامترهای معادله دیفرانسیل وجود دارد باید یک گره قرار گیرد.

ج - هر جا که مقدار کمیت میدان لازم است، باید در آن نقطه گره قرار گیرد.

۱-Finite difference method

۲-Variational method

۳-Subdomain method

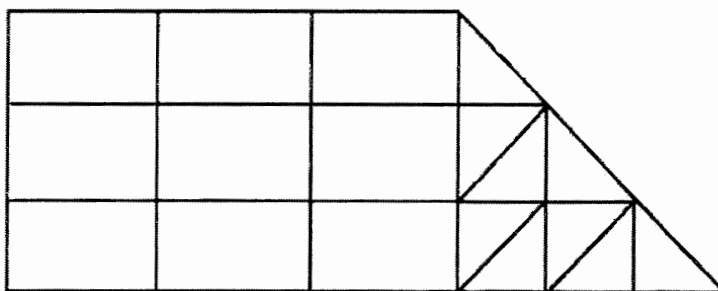
۴-Galerkins method

در روش اجزاء محدود برای حل یک مسأله باید مراحل زیر را به ترتیب اجرا کرد:

- ۱- ناحیه مورد نظر را به اجزاء یا قسمتهای کوچکتر تقسیم و هر جزء و گره های آنرا شماره گذاری می کنیم.
- ۲- تابع آزمایش یا تابع تقریب را برای هر جزء مشخص کرده و فرمول آن تابع را برحسب مقدار کمیت میدان در گره های آن جزء بدست می آوریم.
- ۳- یک دستگاه معادلاتی کلی یا جامع ساخته که این دستگاه از جمع آوری و اتصال هریک از دستگاههای کوچکتر که برای هر عنصر نوشته شده است، تشکیل شده است.
- ۴- شرایط مرزی را بکار برده که باعث تغییر و اصلاح دستگاه معادلاتی جامع می گردند.
- ۵- دستگاه معادلات مذکور را حل می کنیم.

۲-۲ ایجاد مش دوبعدی

ناحیه دو بعدی شکل ۲-۱ را در نظر می گیریم. این ناحیه به عناصر مثلثی و چهار ضلعی تقسیم شده است. هر یک از این مثلث ها یا چهار ضلعی ها یک عنصر یا یک جزء نامیده می شود. البته می توانیم نواحی شکل مورد نظر را فقط به نواحی مثلثی یا نواحی چهار ضلعی تقسیم کنیم. اصولاً در این روش در نزدیکی نواحی که دارای مرزهای منحنی شکل باشند عناصر مثلثی بکار گرفته می شود. همچنین در قسمتهایی که تغییرات میدان شدید می باشد، باید تعداد عناصر بیشتر در نظر گرفته شود. در نتیجه عناصر دارای اندازه های مختلفی خواهند بود. در شماره گذاری گره ها باید دقت نمود که شماره های داده شده به هر گره تا آنجا که ممکن است به هم نزدیک باشند تا در نتیجه مقدار پهنای باند در ماتریس جامع سختی کوچکتر شود.



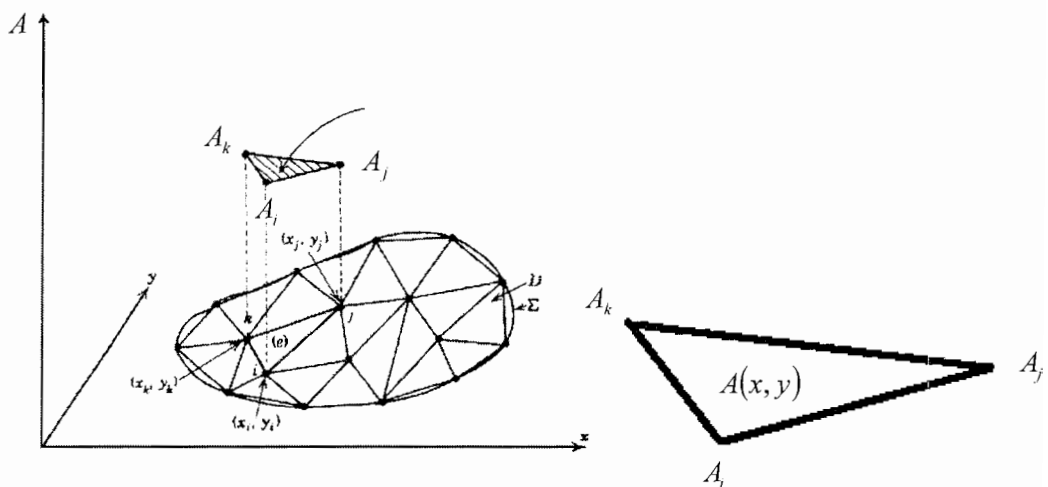
شکل ۲-۱ تقسیم ناحیه به نواحی کوچکتر مثلثی و چهار ضلعی

۲-۳ عنصر خطی مثلثی

فرض کنید ناحیه مورد نظر که در شکل ۲-۲ نشان داده شده است را به عناصر مثلثی شکل کوچک تقسیم شده باشد. یکی از مثلث ها را در این صفحه در نظر می گیریم که پتانسیل در رئوس آن بترتیب برابر (A_i, A_j, A_k) است. شماره گذاری رأسها بر اساس قرارداد در خلاف جهت عقربه های ساعت انجام می گیرد. اگر فرض کنیم که در عنصر مثلثی تغییرات میدان به صورت خطی است، تابع تقریبی یا درونیاب که بتواند میدان اسکالر را در این مثلث شبیه سازی کند به صورت رابطه زیر خواهد بود. این عنصر را عنصر مرتبه اول یا عنصر خطی می نامیم مقدار کمیت میدان در هر نقطه از مثلث به صورت زیر بیان می گردد [۳].

$$\hat{A}(x, y) = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y \quad (1-2)$$

علامت $\hat{\cdot}$ در بالای بردار پتانسیل به معنی این است که جواب تقریبی را در نظر گرفته ایم و در رابطه (۱-۲) β_i -ها مقادیری ثابت اند که باید محاسبه گردند. با توجه به اینکه مقدار کمیت میدان در هر رأس مثلث به ترتیب A_i, A_j, A_k می باشد.



شکل ۲-۲- ناحیه تقسیم شده به عناصر مثلثی کوچک [۱]

برای بدست آوردن β_i - ها با توجه به معلوم بودن مقدار کمیت میدان در هر رأس و معادله (۱-۲) داریم:

$$\begin{aligned}\hat{A}_i &= \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 y_i \\ \hat{A}_j &= \beta_1 + \beta_2 x_j + \beta_3 y_j \\ \hat{A}_k &= \beta_1 + \beta_2 x_k + \beta_3 y_k\end{aligned}\quad (2-2)$$

با نوشتن معادلات (۲-۲) بصورت ماتریسی داریم:

$$\begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{pmatrix}\quad (3-2)$$

با وارون کردن معادله (۳-۲) خواهیم داشت:

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{pmatrix}\quad (4-2)$$

و یا

$$[\beta] = [S]^{-1} [A_i]\quad (5-2)$$

از معادله (۱-۲) داریم:

$$A = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y = (1 \quad x \quad y) \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = (1 \quad x \quad y) (\beta)\quad (6-2)$$

با جایگذاری مقدار (β) از معادله (۵-۲) در معادله (۶-۲) داریم:

$$A = (1 \ x \ y)(S)^{-1}(A_i) \quad (7-2)$$

ماتریس معکوس، $(S)^{-1}$ بوسیله قوانین ماتریس ها در جبر محاسبه می گردد.

$$(S)^{-1} = \frac{1}{\det} \begin{pmatrix} x_j y_k - x_k y_j & x_k y_i - x_i y_k & x_i y_j - x_j y_i \\ y_j - y_k & y_k - y_i & y_i - y_j \\ x_k - x_j & x_i - x_k & x_j - x_i \end{pmatrix} \quad (8-2)$$

و یا

$$(S)^{-1} = \frac{1}{\det} \begin{pmatrix} a_i & a_j & a_k \\ b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{pmatrix} \quad (9-2)$$

که

$$\det = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} = 2\Delta \quad (10-2)$$

که در رابطه بالا، Δ مساحت مثلث می باشد. با جایگذاری مقدار $(S)^{-1}$ از معادله (۹-۲) در

معادله (۵-۲) β_i - ها را محاسبه می کنیم:

$$\beta_i = \frac{\begin{vmatrix} A_i & x_i & y_i \\ A_j & x_j & y_j \\ A_k & x_k & y_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix}} = \frac{A_i \begin{vmatrix} x_j & y_j \\ x_k & y_k \end{vmatrix} + A_j \begin{vmatrix} x_k & y_k \\ x_i & y_i \end{vmatrix} + A_k \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_j & y_j \end{vmatrix}}{2\Delta}$$

$$\beta_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & A_i & y_i \\ 1 & A_j & y_j \\ 1 & A_k & y_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix}} = \frac{A_i \begin{vmatrix} 1 & y_k \\ 1 & y_j \end{vmatrix} + A_k \begin{vmatrix} x_k & y_k \\ x_i & y_i \end{vmatrix} + A_k \begin{vmatrix} 1 & y_j \\ 1 & y_i \end{vmatrix}}{2\Delta}$$

$$\beta_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & x_i & A_i \\ 1 & x_j & A_j \\ 1 & x_k & A_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix}} = \frac{A_i \begin{vmatrix} 1 & x_j \\ 1 & x_k \end{vmatrix} + A_j \begin{vmatrix} 1 & x_k \\ 1 & x_i \end{vmatrix} + A_k \begin{vmatrix} 1 & x_i \\ 1 & x_j \end{vmatrix}}{2\Delta}$$

با استفاده از نتایج فوق داریم:

$$\hat{A} = \frac{1}{2\Delta} [(a_i + b_i x + c_i y)A_i + (a_j + b_j x + c_j y)A_j + (a_k + b_k x + c_k y)A_k] \quad (11-2)$$

که در آن a_i, b_i, c_i -ها به صورت زیر تعریف می گردند.

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j \quad \text{و} \quad b_i = y_j - y_k \quad \text{و} \quad c_i = x_k - x_j$$

ضرایب پتانسیل را توابع شکل یا فرم یا تابع آنتروپولاسیون می نامند که به صورت زیرند [۴].

$$N_n = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta} \quad n = i, j, k \quad (12-2)$$

چند مشخصه مهم این توابع عبارت است از:

۱- هر تابع شکل دارای مقدار واحد در گره مربوطه و مقدار صفر در گره دیگر است.

$$N_i(x_i, y_i) = 1 \quad \text{و} \quad N_i(x_j, y_j) = 0$$

۲- مجموع کلیه توابع شکل در هر نقطه از مثلث برابر عدد یک می باشد.

$$N_i(x_i, y_i) + N_j(x_i, y_i) + N_k(x_i, y_i) = 1$$

با استفاده از نتایجی که در بالا بدست آوردیم، تابع تقریبی یا درونیاب که بتواند میدان اسکالر را در این مثلث شبیه سازی کند را به صورتی دیگر با استفاده از توابع شکل بصورت زیر می نویسیم [۵].

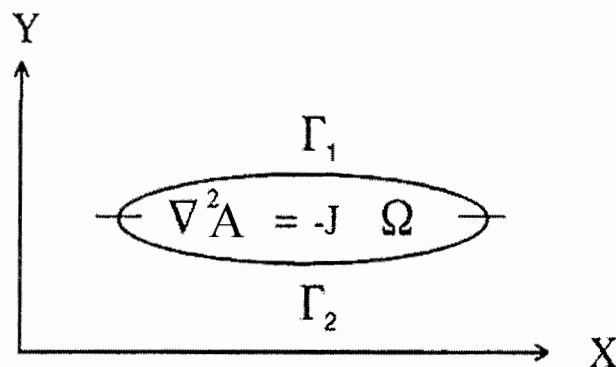
(۱۳-۲)

$$\hat{A}^{(e)}(x, y) = N_i A_i + N_j A_j + N_k A_k = \sum_{i=1}^m N_i(x, y) A_i = \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{bmatrix} = [N] \{A\}$$

نماد (e) شماره عنصر یا جزء بردار پتانسیل می باشد. در هر عنصر تعداد m گره وجود دارد N_i توابع شکل می باشد. معادله تقریبی میدان که با استفاده از توابع شکل بدست آمدند می توانند برای حل مسائل پیوسته که به وسیله معادلات دیفرانسیل پاره ای تعریف می گردند، استفاده شوند. در اینجا روش حل این نوع معادلات را در یک ناحیه دو بعدی Ω شکل ۳-۲ به روش گالرکین مورد تحلیل و بررسی قرار می دهیم.

معادله پواسون را با شرایط مرزی داده شده در شکل ۳-۲ را در نظر بگیرید:

در ناحیه Ω	$\nabla^2 A = -J$	
روی Γ_1	$A = p$	شرط مرزی دیریکله
روی Γ_2	$\frac{\partial A}{\partial n} = q$	شرط مرزی نویمن



شکل ۳-۲ ناحیه دو بعدی مورد نظر Ω

می خواهیم این معادله را با روش گالرکین حل کنیم. در این روش باید باقیمانده معادله دیفرانسیل پاره ای بر هر یک از توابع شکل عمود باشد. مسئله را با یک عملگر روی ناحیه Ω و با شرایط مرزی روی Γ_1 و Γ_2 شروع می کنیم. اگر $\mathcal{L}(x) = 0$ و فرض کنیم که x_0 جواب تقریبی معادله فوق باشد، چون $x \neq x_0$ است، پس باقیمانده ای خواهیم داشت. یعنی: $\mathcal{L}(x_0) = r$

$$\iint_{\Omega} r N_i d\Omega = 0 \quad (14-2)$$

N_i همان توابع شکل می باشد که در مختصات جامع (برای کل ناحیه Ω) تعریف می شوند. با در نظر گرفتن یک عنصر مثلثی بر روی ناحیه Ω بسط میدان، \hat{A} بر حسب توابع شکل با استفاده از رابطه (۱۳-۲) بصورت زیر خواهد بود [۶].

$$A(x, y) \approx \hat{A}(x, y) = \sum_{i=1}^m N_i(x, y) A_i(x, y) = [N] \{A\} \quad (15-2)$$

باقیمانده برای معادلات دیفرانسیل پاره ای در یک ناحیه دو بعدی به صورت زیر تعریف می شود:

$$r(x, y) = \nabla^2 A + J \quad (16-2)$$

حال انتگرال حاصلضرب باقیمانده در یک تابع وزنی را برای یک عنصر با استفاده از رابطه (۱۴-۲) را بصورت زیر می نویسیم:

$$(17-2)$$

$$R_i^{(e)} = \iint_{\Omega^{(e)}} (\nabla^2 A + J) N_i(x, y) d\Omega = \iint_{\Omega^{(e)}} \nabla^2 A N_i(x, y) d\Omega + \iint_{\Omega^{(e)}} J N_i(x, y) d\Omega$$

برای کل ناحیه مورد نظر Ω باید انتگرال (۱۷-۲) را برای تک تک عناصر بدست آورده و سپس آنها را با هم جمع کرد:

$$R_i = \sum_{e=1}^M R_i^{(e)} = \sum_{e=1}^M \iint_{\Omega} \left[\frac{\partial^2 A^{(e)}(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A^{(e)}(x, y)}{\partial y^2} + J \right] N_i^{(e)}(x, y) d\Omega^{(e)} \quad (۱۸-۲)$$

که در آن M تعداد عناصر است. R_i جمع خطاهای هریک از عناصر است که باید به سمت صفر میل کند.

$$R_i = \sum_{e=1}^M R_i^{(e)} = 0 \quad (۱۹-۲)$$

با استفاده از قضیه دیورژانس داریم:

$$\iint_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot \vec{F} d\Omega = \int_c \vec{F} \cdot \hat{n} d\Gamma \quad (۲۰-۲)$$

اگر \vec{F} را به صورت زیر تعریف کنیم.

$$\vec{F} = N_i^{(e)}(x, y) \left[\frac{\partial A^{(e)}(x, y)}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial A^{(e)}(x, y)}{\partial y} \hat{j} \right] = N_i^{(e)} \vec{\nabla} A^{(e)} \quad (۲۱-۲)$$

در نتیجه داریم:

$$(۲۲-۲)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \vec{\nabla} \cdot (N_i^{(e)} \vec{\nabla} A^{(e)}) = \vec{\nabla} N_i^{(e)} \cdot \vec{\nabla} A^{(e)} + N_i^{(e)} \nabla^2 A^{(e)} = \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} \frac{\partial A^{(e)}}{\partial x} + \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial y} \frac{\partial A^{(e)}}{\partial y} + N_i^{(e)} \nabla^2 A^{(e)}$$

با جایگذاری این معادله در معادله (۲۰-۲) داریم:

$$\iint_{\Omega^{(e)}} [\bar{\nabla} N_i^{(e)} \cdot \bar{\nabla} A^{(e)} + N_i^{(e)} \nabla^2 A^{(e)}] d\Omega^{(e)} = \int_{\Gamma^{(e)}} N_i^{(e)} \bar{\nabla} A^{(e)} \cdot \hat{n} d\Gamma^{(e)} \quad (23-2)$$

معادله بالا را به شکل زیر می نویسیم:

$$\iint_{\Omega^{(e)}} N_i^{(e)} \cdot \nabla^2 A^{(e)} d\Omega^{(e)} = \int_{\Gamma^{(e)}} N_i^{(e)} \bar{\nabla} A^{(e)} \cdot \hat{n} d\Gamma^{(e)} - \iint_{\Omega^{(e)}} \bar{\nabla} N_i^{(e)} \cdot \bar{\nabla} A^{(e)} d\Omega^{(e)} \quad (24-2)$$

با جایگذاری این رابطه در رابطه (۱۷-۲) داریم:

$$R_i^{(e)} = \int_{\Gamma^{(e)}} N_i^{(e)} \bar{\nabla} A^{(e)} \cdot \hat{n} d\Gamma^{(e)} - \iint_{\Omega^{(e)}} \bar{\nabla} N_i^{(e)} \cdot \bar{\nabla} A^{(e)} d\Omega^{(e)} + \iint_{\Omega^{(e)}} N_i^{(e)} J d\Omega^{(e)} \quad (25-2)$$

معادله بالا را به صورت برداری برای گره های یک عنصر می نویسیم [۷].

(۲۶-۲)

$$\{R^{(e)}\} = \int_{\Gamma^{(e)}} \{N^{(e)}\} \bar{\nabla} A^{(e)} \cdot \hat{n} d\Gamma^{(e)} - \iint_{\Omega^{(e)}} \bar{\nabla} \{N^{(e)}\} \cdot \bar{\nabla} A^{(e)} d\Omega^{(e)} + \iint_{\Omega^{(e)}} \{N^{(e)}\} J d\Omega^{(e)}$$

$$\bar{\nabla} A^{(e)} \cdot \hat{n} = \frac{dA^{(e)}}{dn} \quad \text{که در آن}$$

معادله (۱۵-۲) معادله تقریبی میدان در عنصر (e) - ام را بصورتی دیگر به شکل زیر می نویسیم:

$$A^{(e)}(x, y) = \{N^{(e)}\}^T \{A^{(e)}\} \quad (27-2)$$

که در آن $\{N^{(e)}\}^T$ ترانهاده ماتریس $[N^{(e)}]$ است.

$$\bar{\nabla}\{N^{(e)}\} = [B_N^{(e)}(x, y)] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial x} & \frac{\partial N_1^{(e)}}{\partial y} \\ \frac{\partial N_2^{(e)}}{\partial x} & \frac{\partial N_2^{(e)}}{\partial y} \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \frac{\partial N_m^{(e)}}{\partial x} & \frac{\partial N_m^{(e)}}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (28-2)$$

اگر از معادله (27-2) گرادیان بگیریم:

$$\bar{\nabla}A^{(e)} = \bar{\nabla}\{N^{(e)}\}^T \{A^{(e)}\} \quad (29-2)$$

با جایگذاری (28-2) در (29-2) داریم:

$$\bar{\nabla}A^{(e)} = [B_N^{(e)}]^T \{A^{(e)}\} \quad (30-2)$$

با جایگذاری (27-2) و (28-2) و (30-2) در (26-2) داریم:

(31-2)

$$\{R^{(e)}\} = \int_{\Gamma^{(e)}} \{N^{(e)}\} \frac{\partial A^{(e)}}{\partial n} d\Gamma^{(e)} - \iint_{\Omega^{(e)}} [B_N^{(e)}] [B_N^{(e)}]^T \{A^{(e)}\} d\Omega^{(e)} + \iint_{\Omega^{(e)}} \{N^{(e)}\} J d\Omega^{(e)}$$

حال می توان ماتریس سختی^۱ و بردار نیرو^۲ را برای یک عنصر به صورت زیر تعریف کرد:

$$\{K^{(e)}\} = \iint_{\Omega^{(e)}} [B_N^{(e)}] [B_N^{(e)}]^T d\Omega^{(e)} \quad (32-2)$$

$$\{F^{(e)}\} = \iint_{\Omega^{(e)}} \{N^{(e)}\} J d\Omega^{(e)} \quad (33-2)$$

با جایگذاری (۳۲-۲) و (۳۳-۲) در (۳۱-۲) خواهیم داشت:

$$\{R^{(e)}\} = \int_{\Gamma^{(e)}} \{N^{(e)}\} \frac{\partial A^{(e)}}{\partial n} d\Gamma^{(e)} - [K^{(e)}] \{A^{(e)}\} + \{F^{(e)}\} \quad (34-2)$$

اگر انتگرال روی $\Gamma^{(e)}$ را مورد بررسی قرار دهیم به این نتیجه می رسیم که:

$$\int_{\Gamma^{(e)}} \{N^{(e)}\} \frac{\partial A^{(e)}}{\partial n} d\Gamma^{(e)} = \int_{\Gamma^{(e)}} [N^{(e)}] \frac{\partial A^{(e)}}{\partial n} d\Gamma^{(e)} + \int_{\Gamma^{(e)}} \{N^{(e)}\} \frac{\partial A^{(e)}}{\partial n} d\Gamma^{(e)} \quad (35-2)$$

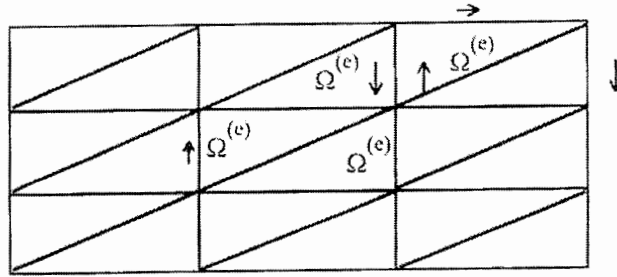
روی مرزهای داخلی ناحیه Ω
روی مرزهای خارجی ناحیه Ω

وقتی که $\{R^{(e)}\}$ هر عنصر با $\{R^{(e)}\}$ عنصر های دیگر جمع می گردد تا بردار جامع $\{R\}$ را تشکیل بدهد، اثر $\int_{\Gamma^{(e)}}$ در ناحیه مرزی بین عناصری که دارای مرز مشترک می باشند، از بین می رود و تنها روی مرزهای خارجی این انتگرال مخالف صفر می باشد. این موضوع در شکل ۲-۴ به وضوح نمایان است.

۱-Stiffness matrix

۲-Force matrix

جمع جبری روی نواحی داخلی ضفر است



شکل ۴-۲ ناحیه تقسیم شده و مرزهای مشترک و غیر مشترک

با در نظر گرفتن یکی از شرایط مرزی دیریکله $A = p$ و یا شرط مرزی نویمن $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$ روی مرزهای خارجی و $\{R^{(e)}\} = 0$ از معادله (۳۴-۲) خواهیم داشت:

$$[K^{(e)}] \{A^{(e)}\} = \{F^{(e)}\} \quad (۳۶-۲)$$

که همان معادله ماتریسی $AX = B$ می باشد و ماتریس سختی و بردار نیرو از روابط زیر محاسبه می شوند.

$$K_{ij}^{(e)} = \iint_{\Omega^{(e)}} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dx dy \quad (۳۷-۲)$$

$$F_i^{(e)} = \iint_{\Omega^{(e)}} J N_i dx dy \quad i, j, k = 1, 2, 3 \quad (۳۸-۲)$$

پس از محاسبه ماتریس های عناصر مربوط به هر عنصر، این ماتریس ها برای تشکیل ماتریس کلی یا ماتریس سیستم در فرآیند ساده ای بنام فرآیند جمع بندی بکار می روند. ماتریس مربوط به هر عنصر دارای سطرها و ستون هایی متناظر با گره های همان عنصر می باشند. در فرآیند جمع بندی تمامی ماتریس های مربوط به عنصر با یکدیگر جمع می گردند تا ماتریس سیستم حاصل شود. در مسئله ای

که دارای S گره است فرآیند ابتدا با یک ماتریس صفر به ابعاد $S \times S$ شروع خواهد شد. سپس برای هر ماتریس، جمله های ij ماتریس های سختی و بردار نیرو با جمله متناظر آن در ماتریس سیستم جمع خواهد شد. از دو رابطه (۲-۳۷) و (۲-۳۸) ماتریس سختی و بردار نیرو محاسبه می شود و با استفاده از معادله ماتریسی $AX = B$ می توان مؤلفه های بردار پتانسیل را محاسبه نمود.

منابع و مأخذ فصل ۲

- [۱]: دکتر سید ابراهیم افجه ای - مقدمه ای بر روش اجزاء محدود - انتشارات نوپردازان ۱۳۷۷
- [2]: M.V.K. Chari, S. j. Salon . Numerical methods in electromagnetism Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New york, (2000).
- [3]: Thomas J. R. Hughes. The finite element method. Prentice Hall Inc, Englewood Cliffs, New Jersey, (1987).
- [4]: p. p. Silvester and R.L. Ferrari. Finite elements for electrical engineers. Cambridge University Press, Cambridge, U.K, (1982).
- [5]: Richard H. Gallacher. Finite element analysis fundamentals. Prentice Hall Inc, Englewood Cliffs, New Jersey, (1975).
- [6]: C. A. J. Fletcher. The Galerkin method: An introduction, numerical simulation of Fluid Motion; ed. J. Hoys. North- Holland Co, (1987).
- [7]: E. F. A. Oliveira. Theoretical foundations of the Finite Element method. International Journal of Solid and Structures, Vol. 2:924-952, (1968).
- [8]: S. J. Salon and J. M. Schneider. The use of a finite element formulation of the electric vector potential in the determination of eddy current losses. IEEE Transactions on PAS, PAS-99, No. 1:16, (1980).
- [9]: J. Jin. The finite element method in electromagnetic. Jhon Wiley and sons, New York, (1993).
- [10]: S. Salon. Finite element analysis of electrical machines. Kluwer Academic Publisher, Boston, (1995).

فصل سوم

مدل های ریاضی هیستریزیس

- مقدمه
- روشهای جدید
- مدل پریساج کلاسیکی
- تفسیر هندسی و خواص اصلی مدل پریساج
- تعیین تجربی $p(a,b)$
- اجرای عددی تقریب پریساج

مقدمه:

مدل پریساچ یک مدل ریاضی از پدیده هیستریزیس در مواد فرومغناطیسی است که در ابتدا توسط دانشمند آلمانی فرانس پریساچ^۱ در سال ۱۹۳۵ معرفی شد [۱]. او مدلی ابداع نمود که مبنای آن بر فرض دانسته هایش از فیزیک مواد مغناطیسی بود به ویژه موادی که از ذرات ریز مغناطیسی ساخته شده بودند که آنها را هیسترون^۲ نامید. این مدل بر پایه مکانیزیم بعضی تئوری های فیزیک مغناطیس بنا نهاده شده بود به طوری که در ابتدا برای مواد مغناطیسی تا سالهای زیادی مورد استفاده قرار می گرفت.

مدل پریساچ اسکالر، روش جدیدی است که بر جنبه های پدیده شناختی طبیعت و عمومیت های ریاضی تأکید دارد. تئوری، شرایط لازم و کافی برای نمایش هیستریزیس غیر خطی با روش پریساچ اسکالر در اینجا مورد بررسی قرار می گیرد. مشخصه های این تئوری از جمله محدودیت کاربرد آن با توجه به طبیعت فیزیکی منحنی هیستریزیس قابل درک است. مدل پریساچ با توسعه بهبود کیفیت کار نتایج بسیار با ارزشی را در این زمینه بدست آورد [۲-۶].

۱-Ferenc Preisach

۲-Hysterons

در دهه ۱۹۷۰ یک ریاضیدان روسی بنام کراسنوسیلسکی^۱ با یک نظریه کلاسی ریاضی توانست مدل پریساج را نیز تحت پوشش قرار دهد. کراسنوسیلسکی مفهوم فیزیکی این مدل را از آن جدا نموده و با یک نمایش ریاضی محض به یک طیف واضحی از عملگرها دست یافت [۷]. در نتیجه یک روش جدید ریاضی برای توصیف کامل هیستریزیس و توصیف تمام جنبه های فیزیکی آن بوجود آمد. در همان زمان روش کراسنوسیلسکی با قدرت تمام نتایج پدیده شناختی مدل پریساج را نشان می داد. مسئله تعیین شرایط هیستریزیس غیر خطی را بوسیله این مدل می توان حل کرد.

در این فصل ابتدا به توصیف مختصری در مورد اساس روش کراسنوسیلسکی پرداخته و سپس اقدام به فرمول بندی تئوری مذکور با استفاده از شرایط لازم و کافی برای نمایش هیستریزیس غیر خطی در مدل پریساج می نمائیم. این تئوری را می توان با اضافه کردن شرایط فیزیکی به مدل پریساج نزدیک کرد.

رفتار پدیده شناختی مدل پریساج پایه های لازم برای بسط تئوری به دو یا سه بعد را فراهم آورد که در نتیجه آن بعضی مدل های برداری پریساج نیز پیشنهاد شد. این مدل های برداری بعضی مزایای پتانسیلی را نسبت به مدل کلاسیکی Stoner - Wolhfarth دارند [۸] که قابلیت بسط و گسترش در حوزه مغناطیسی را دارند [۹].

مدل Stoner - Wolhfarth بر پایه برهم نهی ذرات با یک حلقه متقارن قرار دارد، در نتیجه این مدل توانایی حلقه های کوچک نامتقارن را ندارد. این نقص را معمولاً به این حقیقت منتسب می کنند که مدل Stoner - Wolhfarth قابلیت محاسبه اندرکنش ذرات را ندارد.

در اینجا فقط به بررسی مدل های پدیده شناختی هیستریزیس می پردازیم. این مدل بطور محض به بررسی ریاضی طبیعت می پردازد و به هیچ عنوان در پی دلایل فیزیکی هیستریزیس نیست. با تمام این بحث ها نهایتاً این مدل ها توانایی خوبی برای طراحی وسایل دارند. این مدل امکان توضیح حقایق آزمایشگاهی را نیز در خود دارد.

^۱-Krasnoselskii

۳-۱ روشهای جدید

به علت عملکرد و هندسه پیچیده ماشین های الکتریکی، تغییرات میدان مغناطیسی در ماشین خیلی پیچیده است و برای حل این میدان ها به روشهای عددی نیازمندیم. روش اجزاء محدود^۱ (FEM) ابزار مفیدی است که به طور گسترده ای در تحلیل میدان مغناطیسی در ماشین های الکتریکی مورد استفاده قرار می گیرد. از آنجا که سه بعدی بودن و وابستگی زمانی میدان مغناطیسی در یک ماشین الکتریکی باعث می شود که حل کامل مسئله حتی برای کامپیوترهای امروزی نیز کار بزرگ و دشواری باشد، برای ساده سازی محاسبات پیچیده تجربه معمول این است که فرض کنیم میدان مغناطیسی دو بعدی و مستقل از مختصات موازی با شفت ماشین می باشد. تحلیل میدان در طول سطح مقطع ماشین در صفحه ای که عمود بر شفت است انجام می شود.

در محاسبات بر اساس روش اجزای محدود دو بعدی معمول، در یک میدان مغناطیسی در ماشین الکتریکی تلفات ادی در ورقه های سیلیکونی ناچیز می باشد مقدار این تلفات با در نظر گرفتن حلقه هیستریزیس با سطح بزرگتر در تلفات هیستریزیس ادغام می شود.

به منظور برآورد دقیق از تلفات هسته، شاخه های هیستریزیس به جای تابع تک مقداره مدل می شوند. عموماً آن مسئله ای مرکب از روش اجزای محدود با مدل هیستریزیس می باشد این کار بسیار پیچیده ای است که اخیراً در اثر رشد کامپیوترهای پیشرفته و توسعه روشهای ترکیب مدل های هیستریزیس دقیق با فرمول بندی های میدان اجزای محدود مناسب، قابل حل شده است.

۳-۲ مدل پریساج کلاسیکی

پایه همه انواع مدل های پریساج مدل کلاسیکی پریساج است (CPM)^۲، فیلیپ و همکارانش در سال ۱۹۹۴ مدل پریساج را تحت شرایط کلاسیکی شرح دادند که توافق منطقی بین مدل کلاسیکی پریساج و اندازه گیری، حداقل در ورقه های سیلیکونی آهن وجود داشت.

^۱- Finite Element Method
^۲-Classical preisach model

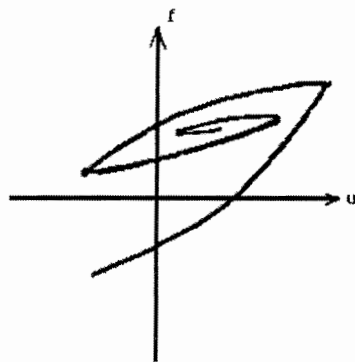
ابتدا یک توصیف کامل ریاضی از مدل پریساج را بیان می کنیم [۱۰]:

کمیت هایی که در محاسبات بکار می روند بردار هستند اما برای حالت یک بعدی در اینجا یک علامت گذاری اسکالر را به کار می گیریم تا عبارت ریاضی ساده تری برای این مسئله بدست آوریم. یک فرمول بندی دقیق برای محاسبات سه بعدی توسط میرگویز^۱ گسترش یافته است [۱۰].

مبدل شکل ۱-۳ را در نظر بگیرید که این مبدل ورودی $u(t)$ را دریافت نموده و خروجی اش $f(t)$ می باشد. این مبدل، مبدل هیستریزیس^۲ نامیده می شود (HT) اگر ارتباط بین ورودی و خروجی این مبدل چند شاخه ای غیر خطی باشد انتقال شاخه به شاخه بعد از یک ورودی اکسترمم به وقوع می پیوندد. این چند شاخه ای غیر خطی در شکل ۲-۳ نشان داده شده است. در بیشتر موارد حالت هیستریزیس غیر خطی استاتیک مورد بحث قرار خواهد گرفت، استاتیک بدین معنی است که شاخه های این نوع هیستریزیس غیر خطی فقط با مقادیر اکسترمم ورودی قبلی تعیین می گردند در حالی که سرعت تغییرات ورودی بین نقاط اکسترمم تأثیری بر روی شاخه ها ندارد.



شکل ۱-۳ مبدل هیستریزیس که ورودی $u(t)$ را دریافت نموده و خروجی آن $f(t)$ است.



شکل ۲-۳ شاخه های هیستریزیس غیر خطی

۱- Mayergoyz I.D .

۲-Hysteresis transducer

همه پدیده های هیستریزس استاتیک غیر خطی به دو گروه عمده تقسیم می گردند:

۱- هیستریزس غیر خطی با حافظه محلی

۲- هیستریزس غیر خطی با حافظه غیر محلی

هیستریزس غیر خطی با حافظه محلی با ویژگی زیر معین می گردد:

اگر مقدار خروجی $f(t_0)$ را در لحظه t_0 و ورودی $u(t)$ را در هر لحظه از زمان $t \geq t_0$ داشته باشیم. می توان خروجی $f(t)$ را در هر لحظه از زمان به طور یکتا تعیین کرد. به عبارت دیگر برای مبدل هیستریزس با حافظه محلی، گذشته اثرش را روی آینده به وسیله مقادیر جریان خروجی اعمال می کند. این حالت برای مبدل هیستریزس با حافظه غیر محلی وجود ندارد برای این گونه مبدل ها مقادیر خروجی $f(t)$ در زمانهای $t \geq t_0$ به مقدار جریان خروجی در لحظه t_0 یعنی $f(t_0)$ بستگی ندارد اما به مقادیر اکسترمم ورودی وابسته است.

یک حلقه هیستریزس ساده، شکل ۳-۳ را در نظر بگیرید که در آن b, a به ترتیب مقدار بالا و پایین میدان سوئیچ اینگ ورودی می باشند. همچنین فرض می کنیم که همواره $a \geq b$ باشد و این از دیدگاه فیزیکی کاملاً طبیعی است. اگر $u(t)$ متغیر ورودی در لحظه t باشد، آپراتور $\hat{\gamma}_{ab}$ را بر روی $u(t)$ اثر نموده و خروجی این آپراتور به صورت $\hat{\gamma}_{ab}u(t) = +1$ اگر $u(t) \geq a$ و $\hat{\gamma}_{ab}u(t) = -1$ اگر $u(t) \leq b$ خواهد بود.

اگر تعداد نامحدودی از حلقه های هیستریزس ساده که دارای ورودی و خروجی می باشد با آپراتورهای متناظرشان $\hat{\gamma}_{ab}$ را در نظر بگیریم، هر یک از این آپراتورها بر روی ورودی های متناظرشان اثر نموده و خروجی این آپراتورها فقط می توانند دارای دو مقدار $+1$ و -1 باشد. به عبارت دیگر این آپراتورها، دو موقعیت بالا و پایین رله را نشان می دهند یعنی:

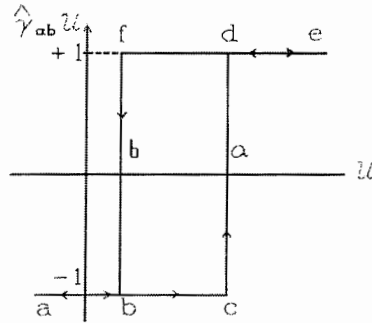
$$\hat{\gamma}_{ab}u(t) = +1 \quad \text{و} \quad \hat{\gamma}_{ab}u(t) = -1$$

هنگامی که ورودی $u(t)$ به طور یکنواخت افزایش پیدا کند، شاخه صعودی $abcde$ را دنبال می کنیم. وقتی ورودی به طور یکنواخت کاهش می یابد شاخه نزولی $edfba$ مسیر حرکت خواهد بود. از این تعاریف مشخص است که آپراتور $\hat{\gamma}_{ab}$ هیستریزس غیر خطی با حافظه محلی را نشان می دهد.

تعداد نامحدودی از حلقه های هیستریزس ساده و آپراتورهای متناظرشان را با یک تابع چگالی

$p(a, b)$ را در نظر می گیریم خروجی این مجموعه از رابطه زیر بدست می آید [۱۰]:

$$f(t) = \hat{\Gamma} u(t) = \iint_{a \geq b} p(a, b) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db \quad (1-3)$$



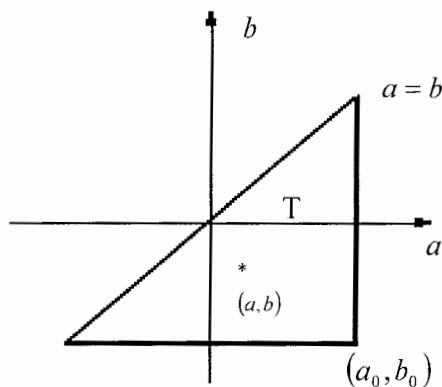
شکل ۳-۳ یک حلقه هیستریزس ساده

که در اینجا $\hat{\Gamma}$ عملگری است که آپراتور هیستریزس با آن تعریف می گردد. مدل بالا را می توان به عنوان یک آنالوگ پیوسته از یک سیستم که همزمان با دو وضعیت رله ها در ارتباط است، تفسیر نمود. ورودی های یکسان $u(t)$ وقتی به هر یک از موقعیت رله ها اعمال می شوند، خروجی آنها $f(t)$ از ضرب شدن در $p(a, b)$ و انتگرال گیری روی همه آپراتورها بر روی مقادیر مناسب b, a بدست می آید. مدل پریساج از برهم نهی آپراتورهای هیستریزس اولیه $\hat{\gamma}_{ab}$ بنا نهاده می شود. همچنین هیستریزس غیر خطی پریساج از برهم نهی هیستریزس غیر خطی اولیه $\hat{\gamma}_{ab}$ با یک حافظه محلی بنا نهاده می شود. مدل پریساج می تواند بدون هر گونه رجوع به مبدأ فیزیکی هیستریزس تعریف شود این به وضوح طبیعت، پدیده شناختی مدل و ریاضیات کلی آنرا آشکار می کند.

۳-۳ تفسیر هندسی و خواص اصلی مدل پریساج

مدل ریاضی پریساج به طور قابل ملاحظه ای با تفسیر هندسی زیر، ساده می گردد. این تفسیر پایه اش روی حقیقت ساده زیر می باشد که یک تناظر یک به یک بین آپراتور $\hat{\gamma}_{ab}$ و نقاط (a, b) روی نیم صفحه $a \geq b$ وجود دارد که فقط با یک آپراتور خاص $\hat{\gamma}$ با مقدار سوئیچ اینگ بالا و پایین مشخص می شود. واضح است که آپراتور $\hat{\gamma}$ و نقاط نیم صفحه $a \geq b$ به طور یکتا به صورت یک زوج مرتب b, a تعریف می شوند. مثلث قائم الزاویه T (متساوی الساقین) شکل ۳-۴ را در نظر

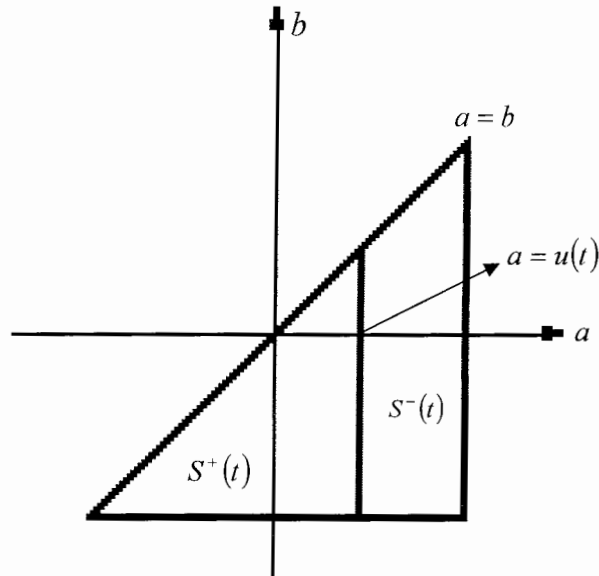
می گیریم که وتر این مثلث قسمتی از خط $a = b$ است. رأس قائمه آن دارای مختصات (a_0, b_0) می باشد که $a_0 = -b_0$ است. این مثلث را مثلث مرزی می نامیم و $p(a, b)$ تابع محدودی در نظر گرفته می شود که مقدار این تابع فقط درون این سطح مخالف صفر بوده و خارج این سطح برابر صفر می باشد.



شکل ۳-۴ دیاگرام پریساج که مثلث قائم الزاویه متساوی الساقینی است که توسط خطوط $a = b$ و $-b_0 < a < b_0$ محدود شده است.

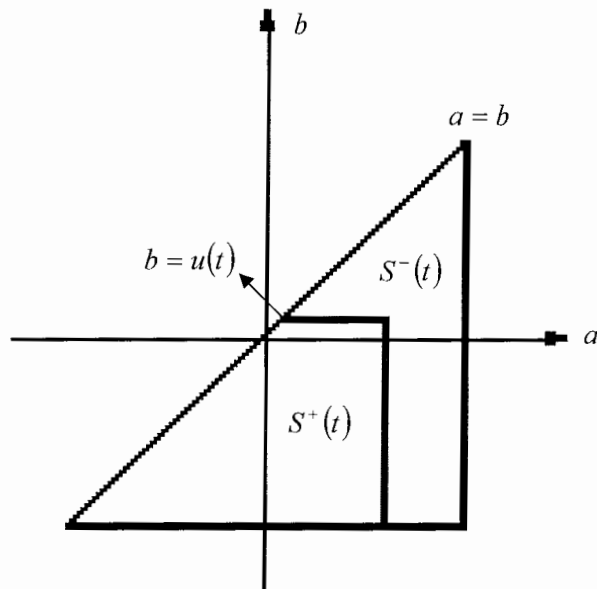
فرض می کنیم که ورودی $u(t)$ در زمان t_0 یک مقدار کمتر از b_0 دارد، پس خروجی همه آپراتورهای \hat{T} -ای که با این نقاط مثلث متناظرند برابر ۱- است. به عبارت دیگر همه آپراتورهای \hat{T} در وضعیت پایین قرار دارند، این حالت اشباع منفی، هیستریزیس غیر خطی است که با مدل بالا نشان داده می شود.

حال فرض می کنیم که ورودی به طور یکنواخت افزایش می یابد تا اینکه در لحظه t_1 به یک مقدار ماکزیمم u_1 می رسد. زمانی که ورودی شروع به افزایش می کند همه آپراتورهای \hat{T} -ای که مقادیر سوئیچ اینگ a -اشان کمتر از مقدار جریان ورودی $u(t)$ می باشد بازگشته و در وضعیت بالا قرار می گیرند، بدین معنی که خروجی همه آنها برابر ۱+ می گردد. این وضعیت به صورت هندسی منجر به تقسیم مثلث T به دو ناحیه می شود که $S^+(t)$ شامل نقاط (a, b) است که در وضعیت بالای آپراتور \hat{T} هستند و ناحیه $S^-(t)$ که شامل نقاطی است که در وضعیت پایین آپراتور \hat{T} هستند این تقسیم توسط خط $a = u(t)$ ایجاد می گردد که در شکل ۳-۵ این تقسیم از مثلث برای یک لحظه خاص از زمان نشان داده شده است.



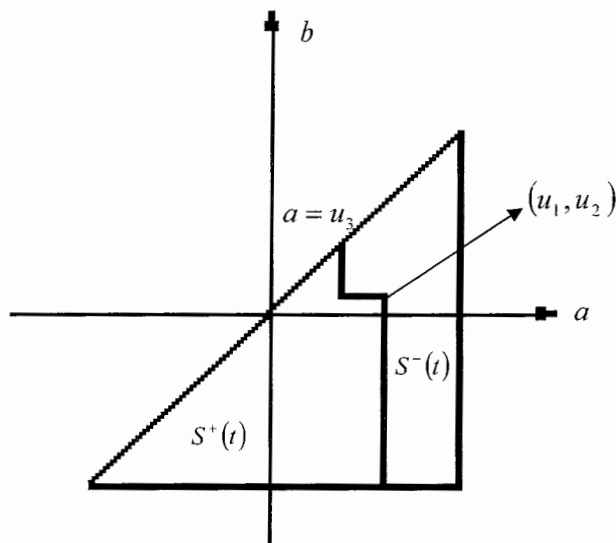
شکل ۳-۵ مثلث پریساج در لحظه ای که میدان ورودی به اندازه $u(t)$ افزایش یافته است به دو ناحیه $S^+(t)$ با مقدار سوئیچ اینگ بالا و $S^-(t)$ با مقدار سوئیچ اینگ تقسیم شده است.

حال فرض می کنیم که ورودی به طور یکنواخت کاهش می یابد تا اینکه در لحظه t_2 به یک مقدار مینیمم u_2 می رسد. زمانی که ورودی کاهش می یابد همه آپراتورهای \hat{y} - ای که مقادیر سوئیچ اینگ b - اشان بالای جریان ورودی $u(t)$ است باز گشته و در وضعیت پایین قرار می گیرند. بدین معنی که خروجی همه آنها برابر -1 می گردد. این حالت تقسیم بندی قبلی را تغییر داده و در این حالت مرز مشترک دو ناحیه $S^+(t)$ و $S^-(t)$ دو مرز دارد یکی مرز افقی که از بالا رو به پایین حرکت می کند و دیگری مرز عمودی که از چپ به راست حرکت می کند. حرکت خط افقی با معادله $b = u(t)$ و حرکت خط عمودی با معادله $a = u(t)$ مشخص می گردد. شکل ۳-۶ حالت $a = u_1$ و $b = u_2$ را نشان می دهد.



شکل ۳-۶ مثلث پریساج در لحظه ای که میدان ورودی به $b = u(t)$ کاهش یافته است.

اکنون فرض می کنیم که ورودی دوباره افزایش پیدا کند تا زمانی که در لحظه t_3 به یک مقدار ماکزیمم u_3 می رسد که کمتر از u_1 می باشد. نتیجه این افزایش به صورت هندسی در شکل ۳-۷ نشان داده شده است که نتیجه آن یک خط عمودی است که از چپ به راست حرکت می کند، این حرکت وقتی به u_3 می رسد متوقف می گردد.



شکل ۳-۷ مثلث پریساج در لحظه ای میدان دوباره به مقدار $a = u_3$ افزایش می یابد.

با توجه به نتایج بالا انتگرال (۱-۳) می تواند به دو انتگرال تقسیم شود یکی از انتگرال ها در ناحیه $S^+(t)$ و انتگرال دیگر در ناحیه $S^-(t)$ قرار می گیرد و خواهیم داشت:

$$f(t) = \hat{\Gamma} u(t) = \iint_{S^+(t)} p(a,b) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db + \iint_{S^-(t)} p(a,b) \hat{\gamma}_{ab} u(t) da db$$

$$\begin{aligned} (a,b) \in S^+(t) & \quad \text{اگر} \quad \hat{\gamma}_{ab} u(t) = +1 \\ (a,b) \in S^-(t) & \quad \text{اگر} \quad \hat{\gamma}_{ab} u(t) = -1 \end{aligned}$$

$$f(t) = \iint_{S^+(t)} p(a,b) da db - \iint_{S^-(t)} p(a,b) da db \quad (۲-۳)$$

از رابطه (۲-۳) نتیجه می گیریم که:

الف - مقادیر لحظه ای خروجی بستگی به تقسیم مثلث T دارد این تقسیم بندی با فصل مشترک $L(t)$ معین می گردد. این مقادیر اکسترمم مختصات، رئوس $L(t)$ می باشند.

ب - به ازای ورودی های متفاوت $u_1(t) \neq u_2(t)$ با سابقه گذشته متفاوت خروجی متناظرشان $f_1(t) \neq f_2(t)$ متفاوت خواهد بود.

در این بخش یک خاصیت جالب از این مدل را که مکانیزم شکل حافظه در تقریب پریساج را بیان می کند، شرح می دهیم:

این مدل نمی تواند همه مقادیر اکسترمم ورودی قبلی را ذخیره نماید و بعضی از ورودی ها با تغییر ورودی بعدی جاروب می شوند. بدین صورت که اگر ورودی در یک لحظه از زمان بیشتر از ورودی در زمان قبلی باشد، ورودی قبلی به طور کامل از بین خواهد رفت همین خاصیت برای دو ورودی کاهشی متوالی نیز وجود خواهد داشت که به این خاصیت، خاصیت جاروبی گوئیم.

به طور کلی این مدل دارای دو خاصیت بسیار مهم می باشد:

- ۱ - خاصیت جاروبی: هر ماکزیمم محلی رأسهایی از $L(t)$ را جاروب خواهد کرد که مختصات a - اشان پایین این ماکزیمم محلی باشد و هر مینیمم محلی رأسهایی از $L(t)$ را جاروب خواهد کرد. که مختصات b - اشان بالای این مینیمم محلی باشد.

با توجه به این خاصیت می توانیم چنین نتیجه گیری کنیم که فقط یک مجموعه متناوب از اکستریم های ورودی غالب می تواند توسط مدل پریساج ذخیره گردد و همه ورودی های دیگر اکستریم پاک می شوند.

۲- خاصیت تجانس: تمام حلقه های هیستریزس فرعی که از نوسان عقب و جلو ورودی ها بین دو مقدار اکستریم سازنده یکسان بوجود می آیند، با یکدیگر متجانس اند.

۳-۴ تعیین تجربی $p(a, b)$

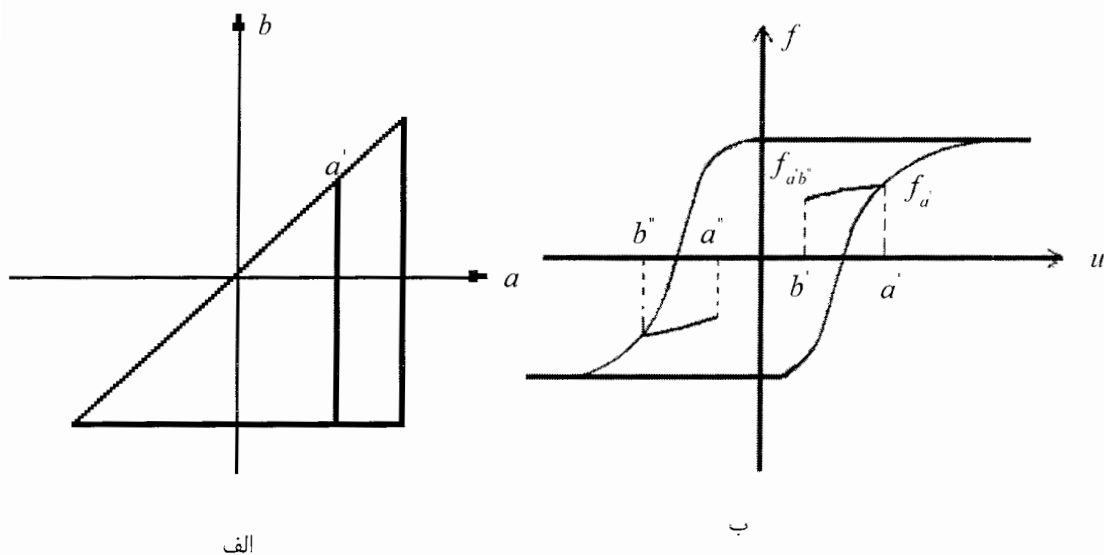
بیان تئوری:

برای تعیین تابع پریساج $p(a, b)$ به مجموعه ای از منحنی های انتقال (معکوس) مرتبه اول نیاز داریم که این منحنی ها به طریق تجربی با روش زیر بدست می آیند.

ابتدا ورودی $u(t)$ به یک مقدار کمتر از b_0 کاهش می یابد، سپس مبدل هیستریزس آنرا به حالت اشباع منفی می آورد و سپس ورودی به طور یکنواخت افزایش می یابد تا زمانی که به یک مقدار a' می رسد این حالت روی دیاگرام $a-b$ پریساج در شکل ۳-۹ - الف نشان داده شده است. زمانی که ورودی افزایش می یابد روی یک شاخه صعودی از حلقه اصلی حرکت می کنیم شکل ۳-۹-ب به دلیل اینکه معمولاً هیچ شاخه ای زیر آن وجود ندارد این شاخه، شاخه مرزی نامیده می شود، عبارت f_{ah} را برای مقادیر خروجی روی این شاخه که ورودی آن $u(t) = a'$ می باشد استفاده می شود.

هنگامی که ورودی افزایش می یابد روی حلقه اصلی حرکت می کنیم. اگر زمانی که به یک مقدار ماکزیمم a' برسیم در این نقطه ورودی را کاهش دهیم دیگر روی منحنی مرزی نخواهیم بود و مسیر فرعی طی خواهد شد که به این مسیر، منحنی انتقال مرتبه اول گوییم. منحنی های مرتبه اول به شاخه اصلی مرزی متصل می شوند. هر یک از این منحنی ها از بالای ورودی افزایشی قبلی شروع شده و به طور یکنواخت از داخل منحنی مرزی کاهش می یابند. جمله مرتبه اول به این دلیل استفاده شده است که تأکید نماید که هر یک از این منحنی ها بعد از معکوس اولین ورودی شکل می گیرند. عبارت f_{ah} برای مقادیر خروجی روی منحنی انتقال مرتبه اول که در نقطه (a', f_a') به

شاخه صعودی اصلی متصل می شود، استفاده می کنیم و این مقدار خروجی متناظر مقدار ورودی $u = b'$ بر روی منحنی انتقال مرتبه اول می باشد. (شکل ۳-۹ - ب) این کاهش یکنواخت ورودی روی دیاگرام $a-b$ در مدل پریساج به صورت شکل ۳-۱۰ تغییر می باشد.



شکل ۳-۹ - الف: دیاگرام پریساج در لحظه ای است که میدان ورودی به اندازه a' افزایش یافته است. ب: منحنی هیستریزس متناظر با دیاگرام پریساج در لحظه ای که میدان افزایش می یابد شاخه صعودی مرزی اصلی را در نظر می گیریم اگر در لحظه ای که میدان به اندازه a' است اگر میدان ورودی را کاهش دهیم، دیگر روی شاخه صعودی مرزی حرکت نخواهیم کرد بلکه یک مسیر فرعی بنام منحنی انتقال مرتبه اول را طی می کنیم.

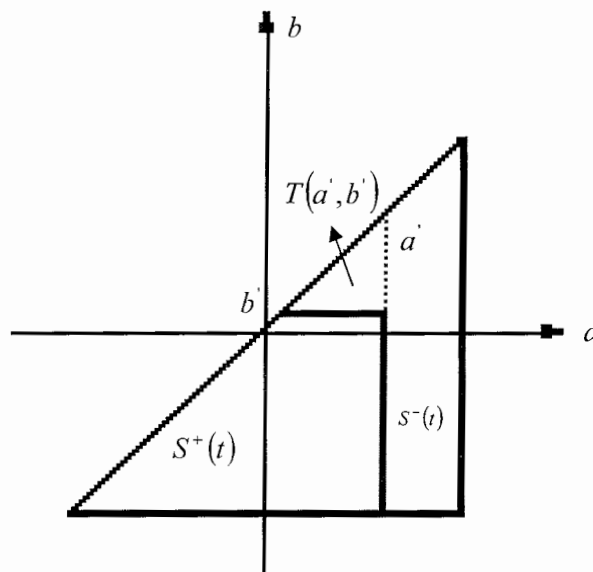
اگر تابع زیر را تعریف کنیم [۱۰]:

$$F(a', b') = \frac{1}{2}(f_{a'} - f_{ab'}) \quad (3-3)$$

این تابع نصف افزایش خروجی در طول منحنی انتقال مرتبه اول است. این تابع را بر حسب تابع چگالی پریساج $p(a, b)$ بیان می کنیم. اگر دیاگرام $a-b$ در شکل ۳-۹ - الف را با دیاگرام $a-b$ در

شکل ۳-۱۰ مقایسه کنیم از این دو دیاگرام مشخص می شود که مثلث $T(a', b')$ به مجموعه منفی $S^-(t)$ اضافه شده و از مجموعه مثبت $S^+(t)$ کم شده است با استفاده از رابطه (۳-۲) و این گفته داریم:

$$f_{a'} - f_{a'b'} = 2 \iint_{T(a', b')} p(a, b) da db \quad (4-3)$$



شکل ۳-۱۰ دیاگرام پریساج متناظر با لحظه ای که میدان ورودی پس از یک افزایش، کاهش یافته است.

با مقایسه این رابطه با رابطه (۳-۳) خواهیم داشت:

$$F(a', b') = \iint_{T(a', b')} p(a, b) da db \quad (5-3)$$

این انتگرال را بر روی سطح مثلثی $T(a', b')$ به صورت انتگرال دوگانه زیر می نویسیم:

$$F(a', b') = \int_{b'}^{a'} \left(\int_b^a p(a, b) da \right) db \quad (6-3)$$

با دو بار مشتق گیری از رابطه (۶-۳) نسبت به a' و b' داریم:

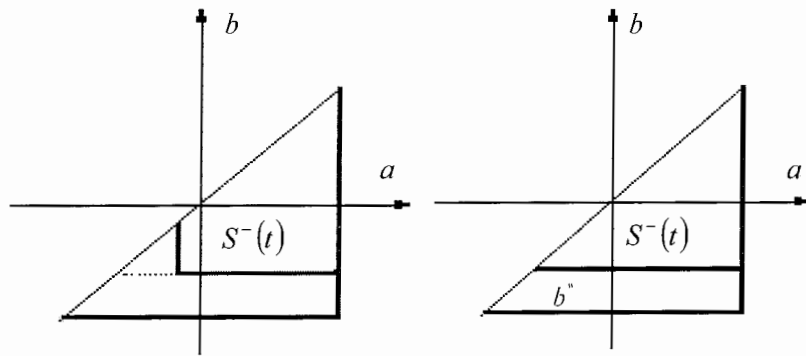
$$p(a', b') = -\frac{\partial^2 F(a', b')}{\partial a' \partial b'} \quad (7-3)$$

با استفاده از معادله (۴-۳) به طور معادل داریم:

$$p(a', b') = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{a'b'}}{\partial a' \partial b'} \quad (8-3)$$

توجه شود که: $F(a', b')$ و $p(a, b)$ یک تابع افزایشی یکنواخت از a' برای هر b' ثابت می باشند و یک تابع کاهش‌ی یکنواخت از b' برای هر a' ثابت می باشد. تابع چگالی پریساج یعنی $p(a, b)$ که با استفاده از منحنی های انتقال مرتبه اول کاهش‌ی محاسبه شد با روشی مشابه این تابع با استفاده از منحنی انتقال مرتبه اول افزایشی نیز می تواند محاسبه گردد. این منحنی ها به شاخه نزولی حلقه اصلی متصل می شود و هر یک از این منحنی های انتقال صعودی مرتبه اول بعد از یک افزایش در ورودی شکل می گیرند $f_{b''}$ برای مقدار خروجی روی شاخه نزولی اصلی که ورودی آن b'' است استفاده می شود که روی دیاگرام $a-b$ که در شکل ۳-۱۱ نشان داده است. $f_{b''}$ برای مقدار خروجی بر روی منحنی انتقال افزایشی مرتبه اول که به شاخه کاهش‌ی مرزی متصل می شود و ورودی آن a'' است. (شکل ۳-۹-ب)

$$F(a'', b'') = \iint_{T(a'', b'')} p(a, b) da db \quad (9-3)$$



شکل ۱۱-۳ دیاگرام های پریساج برای لحظه ای که روی حلقه هیستریزیس مرزی بر روی شاخه نزولی حرکت می کنیم.

با استفاده از تابع (۹-۳) و شکل های ۱۱-۳ و رابطه (۲-۳) داریم:

$$F(a'', b'') = \frac{1}{2}(f_{h''a''} - f_{h''}) \quad (10-3)$$

با دو بار مشتق گیری از رابطه (۹-۳) نسبت به a'' و b'' خواهیم داشت:

$$\rho(a'', b'') = -\frac{\partial^2 F(a'', b'')}{\partial a'' \partial b''} \quad (11-3)$$

با در نظر گرفتن تقارن، منحنی های انتقال مرتبه اول افزایشی و کاهش می متجانس اند.

$$a'' = -b' \quad \text{و} \quad b'' = -a' \quad (12-3)$$

پس خواهیم داشت:

$$f_{b''a''} = -f_{a'b'} \quad \text{و} \quad f_{h''} = -f_{a'} \quad (13-3)$$

از (۱۳-۳) و (۳-۳) و (۱۰-۳) خواهیم داشت:

$$F(a'', b'') = F(a', b') \quad (14-3)$$

و در نتیجه:

$$F(-b', -a') = F(a', b') \quad (15-3)$$

با جایگذاری (۱۴-۳) و (۱۲-۳) در (۱۱-۳) داریم:

$$p(-b', -a') = -\frac{\partial^2 F(a', b')}{\partial a' \partial b'} \quad (16-3)$$

با مقایسه (۱۶-۳) و (۷-۳) به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$p(-b', -a') = p(a', b') \quad (17-3)$$

روابط (۱۵-۳) و (۱۷-۳) یک تقارن آینه‌ای برای توابع $F(a', b')$ و $p(a, b)$ نسبت به خط $a = -b$ بیان می‌کنند. این تقارن پیامد تجانس منحنی‌های انتقال صعودی و نزولی مرتبه اول می‌باشد. توجه شود که اگر خط $a = -b$ فصل مشترک بین ناحیه $S^+(t)$ و $S^-(t)$ باشد بر طبق تقارن و رابطه (۲-۳) خروجی برابر صفر می‌گردد یعنی $f(t) = 0$ که در این حالت جسم دیامغناطیس نامیده می‌شود.

در واقع این حالت نمی‌تواند وجود داشته باشد، چون فصل مشترک $L(t)$ همواره شکل پله‌ای دارد. در نتیجه یک فصل مشترک واقعی به طور تقریب می‌تواند $a \approx -b$ باشد.

معادله (۸-۳) برای بدست آوردن تابع چگالی زمانی مفید خواهد بود که سطح دو بعدی $f(b, a)$ دو بار مشتق پذیر باشد که این حالت برای اندازه گیری منحنی ها در تجربه وجود ندارد. برای غلبه بر این مشکل باید یک سطح تقریبی صاف $\tilde{f}(b, a)$ را به داده های تجربی منطبق کنیم. که تقریب توسط روش حداقل مربعات انجام می گردد. با توجه به اینکه این روش به خطاهای تجربی حساس می باشد لذا امکان خطا در آن زیاد می باشد.

۳-۵ اجرای عددی تقریب پریساج

مدل پریساج با استفاده از رابطه (۲-۳) می تواند به صورت عددی اجرا گردد، بطوری که برای محاسبه خروجی $f(t)$ از فرمول (۲-۳) و برای تعیین تابع وزن $p(a, b)$ از فرمول (۸-۳) استفاده می شود که در استفاده از این رابطه ها با دو مشکل عمده مواجه هستیم یکی اینکه باید به ارزیابی عددی انتگرال (۲-۳) پردازیم و دوم تعیین تابع چگالی $p(a, b)$ می باشد. تقریب دیگری را می توانیم برای ارزیابی عددی تقریب پریساج بکار ببریم.

نقطه شروع برای استنتاج فرمول صریحی برای $f(t)$ این است که از رابطه (۲-۳) استفاده کنیم، $S^+(t)$ و $S^-(t)$ در رابطه (۲-۳) به وسیله مرز مشترک $L(t)$ از هم جدا می شوند این مرز مشترک مختصات رئوس اش یعنی a, b را برابر $a = M_k$ و $b = m_k$ در نظر می گیریم. با اضافه و کم کردن انتگرالی از $p(a, b)$ روی سطح $S^+(t)$ رابطه (۲-۳) را می توانیم به صورت زیر بنویسیم [۱۰]:

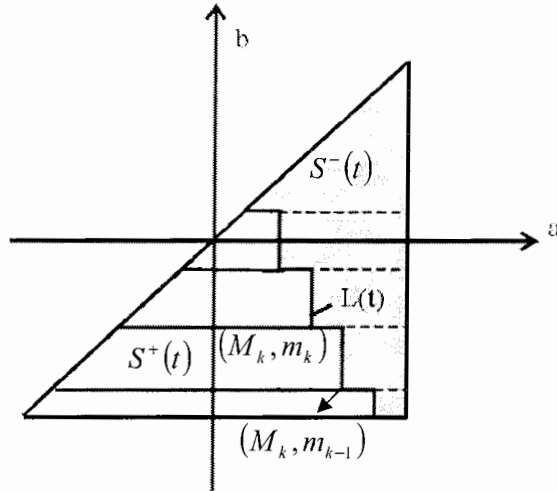
$$f(t) = - \iint_T p(a, b) da db + 2 \iint_{S^+(t)} p(a, b) da db \quad (۱۸-۳)$$

که در اینجا T مثلث مرزی می باشد. بر طبق رابطه (۵-۳) خواهیم داشت:

$$F(a_0, b_0) = \iint_T p(a, b) da db \quad (۱۹-۳)$$

مجموعه مثبت $S^+(t)$ می تواند به n دوزنقه Q_k مطابق شکل ۱۲-۳ تقسیم گردد و در نتیجه داریم:

$$\iint_{S^+(t)} p(a,b) da db = \sum_{k=1}^{n(t)} \iint_{Q_k(t)} p(a,b) da db \quad (20-3)$$



شکل ۳-۱۲- دیاگرام پریساج که فصل مشترک $L(t)$ را نشان می دهد که سطح هاشور خورده را که شامل آپراتور های سوئیچ شده به بالا را از آپراتورهای سوئیچ شده به پایین جدا می کند. این دیاگرام م برای یک سری میدان های اعمالی افزایشی و کاهشیی یکنواخت نزولی می باشد.

چون تعداد این دوزنقه ها (n) و شکل آنها ممکن است با زمان تغییر کند به همین دلیل n و Q_k توابعی از زمان در نظر گرفته می شوند. هر دوزنقه Q_k می تواند از اختلاف دو مثلث $T(M_k, m_{k-1})$ و $T(M_k, m_k)$ شکل ۳-۱۳ بدست آید. از اینرو داریم:

$$\iint_{Q_k(t)} p(a,b) da db = \iint_{T(M_k, m_{k-1})} p(a,b) da db - \iint_{T(M_k, m_k)} p(a,b) da db \quad (21-3)$$

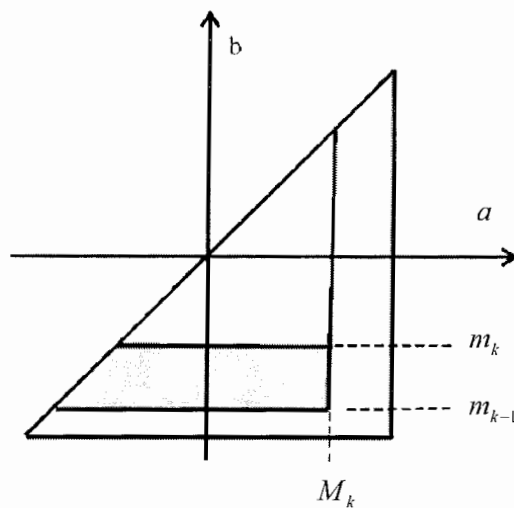
برای حالت $k = 1$ ، m_0 در رابطه (۲۱-۳) برابر b_0 است. با استفاده از (۳-۶) داریم:

$$F(M_k, m_{k-1}) = \iint_{T(M_k, m_{k-1})} p(a,b) da db \quad (22-3)$$

$$F(M_k, m_{k1}) = \iint_{T(M_k, m_k)} p(a, b) da db \quad (23-3)$$

با ترکیب روابط (۲۱-۳) و (۲۲-۳) و (۲۳-۳) داریم:

$$\iint_{Q_k(t)} p(a, b) da db = F(M_k, m_{k-1}) - F(M_k, m_k) \quad (24-3)$$



شکل ۱۳-۳ هر دوزنقه Q_k از اختلاف دو مثلث $T(M_k, m_{k-1})$ و $T(M_k, m_k)$ بدست می آید.

همچنین از ترکیب روابط (۱۸-۳) ، (۱۹-۳) ، (۲۰-۳) و (۲۴-۳) بدست می آوریم:

$$f(t) = -F(a_0, b_0) + 2 \sum_{k=1}^{n(t)} [F(M_k, m_{k-1}) - F(M_k, m_k)] \quad (25-3)$$

با توجه به شکل اگر m_n مقدار جریان ورودی باشد، یعنی $m_n = u(t)$ باشد (در لحظه ای ورودی در اتصال انتهایی است) و ورودی $u(t)$ به طور یکنواخت نسبت به ماکزیمم قبلی M_{n-1} کاهش یافته است پس رابطه (۲۵-۳) را به صورت زیر باز نویسی می کنیم:

(۲۶-۳)

$$f(t) = -F(a_0, b_0) + 2 \sum_{k=1}^{n(t)-1} [F(M_k, m_{k-1}) - F(M_k, m_k)] + 2 [F(M_n, m_{n-1}) - F(M_n, u(t))]$$

رابطه آخری برای یک ورودی کاهشی یکنواخت، نتیجه شده است هنگامی که اتصال انتهایی مرز مشترک $L(t)$ یک خط افقی است. اگر ورودی $u(t)$ افزایشی یکنواخت باشد در نتیجه اتصال انتهایی مرز مشترک $L(t)$ روی دیاگرام $a-b$ شکل ۱۴-۳ یک خط عمودی خواهد بود. این شکل حالت خاصی از شکل قبلی است که این حالت مشخص است که:

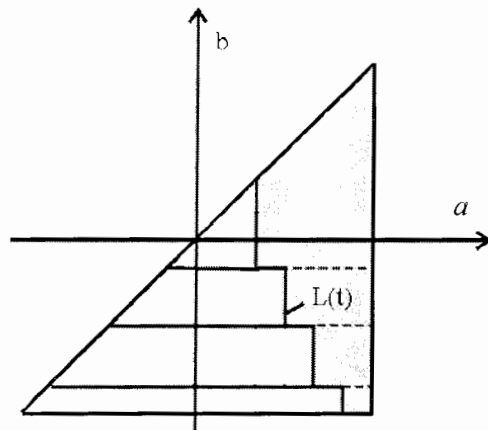
$$m_n(t) = M_n(t) = u(t) \quad (۲۷-۳)$$

و برطبق تعریف (۵-۳) از $F(a, b)$ می توانیم نتیجه بگیریم که:

$$F(M_n, m_n) = F(u(t), u(t)) = 0 \quad (۲۸-۳)$$

از روابط (۲۵-۳) و (۲۷-۳) و (۲۸-۳) می توان خروجی $f(t)$ را برای حالتی که ورودی $u(t)$ به طور یکنواخت نسبت به مینیمم قبلی m_{n-1} افزایش می یابد را به صورت زیر بدست آورد.

$$f(t) = -F(a_0, b_0) + 2 \sum_{k=1}^{n(t)-1} [F(M_k, m_{k-1}) - F(M_k, m_k)] + 2F(u(t), m_{n-1}) \quad (۲۹-۳)$$



شکل ۱۴-۳ دیاگرام پریساج در حالتی که که آخرین میدان افزایشی است.

تابع $F(a, b)$ طبق رابطه (۳-۳) به اندازه گیری تجربی منحنی های انتقال مرتبه اول وابسته است. با استفاده از این رابطه، روابط (۲۶-۳) و (۲۹-۳) را بصورت زیر می نویسیم.

$$f(t) = -f^+ + \sum_{k=1}^{n-1} (f_{M_k m_k} - f_{M_k m_{k-1}}) + f_{M_n u(t)} - f_{M_n m_{n-1}}$$

$$f(t) = -f^+ + \sum_{k=1}^{n-1} (f_{M_k m_k} - f_{M_k m_{k-1}}) + f_{u(t)} - f_{u(t).m_{n-1}}$$

که در اینجا f^+ مقدار اشباع مثبت است. با استفاده از روابطی که در بالا بدست آوردیم می توان مقدار خروجی را برحسب داده های اندازه گیری شده تجربی در هر لحظه از زمان محاسبه نمود که پایه ای برای اجرای عددی مدل پریساج می باشد.

- [1]: Preisach F . Z. phys .Vol. 94, P. 277, (1935).
- [2]: L - Neel, Compt. Rend. Vol. 246, p. 2313, (1958).
- [3]: J-G. woodward and E .Della Torre, J. Appl. Phys. Vol. 31, p. 56, (1960).
- [4]: W.F. Brown, Jr., J. Appl. Phys, Val. 33, p. 1308, 1962.
- [5]: G. Bate, J, Appl. Phys. Vol. 33, p. 2263, (1962).
- [6]: J.A. Barker, D.E. Schreiber, B.G. Huth and D.H. Everett, Proc. R. SOC. Lond. Vol. A386, p. 251, (1985).
- [7]: M. Krasnoselskii and, A. Pokrovskii. system with Hysteresis, Nauka, Moscow, (1983).
- [8]: E. C. Stoner and E. P. Wohlfarth, Phil. Trans, Royal Soc .(London), Vol. A240, p, 599, (1948).
- [9]: R.I. Potter and L.A. Beardsky, IEEE Trans. Magnetic MAG-16, p. 961, (1980).
- [10]: I. D. Mayergoyz. Mathematical models of hysteresis, New York ,Usa : Springer Verlag, (1991).
- [11]: Evertt D. H, whitton W. I. Trans. Foraday Soc .50,P .1077, (1954).
- [12]: M. Krasnoselskii and A. Pokrovskii, Systems with Hysteresis, (Nauka, Moscow. (1983)).
- [13]: I. D. Mayergoyz, J. Appl. Phys. Vol. 57, p. 3803, (1985).
- [14]: T. Doong and I. D. Mayergoyz, IEEE Trans. Magnetic MAG-21, p. 1853, (1985).
- [15]: I. D. Mayergoyz, Phys. Rev. Let. Vol. 56, p. 1518, (1986).
- [16]: Rayleigh Lord, Philosophical Magazine, Vol. 23, p225 (1887).
- [17]: Jiles D. C. and Atherton D. L., J. Magn. Magn. Mat, Vol. 61, pp48-60, (1986).
- [18]: Hauser H, J. Applied Physics, Vol. 75 5, pp2584-2597, (March 1994).
- [19]: Schneider C. S, J Applied Physics, Vol. 89 2, pp1281-1286, (Jan 2001).
- [20]: Preisach. F, Zeitschrift für Physik, Vol. 94, pp 277-302, (1935).
- [21]: Woodward J. G. and Della Torre E., J. Applied Physics, Vol. 31 1, pp56-2, (Jan 1960).
- [22]: de Wit, H. J. J. Applied Physics, Vol. 81 4 February 1997, pp1838 , (1846).

- [23]: Robertson, I. M., Research Report MRL-RR-4-91. (Materials Research Laboratory, Maribyrnong Victoria,) CONFIDENTIAL, (1991).
- [24]: Robertson I. M., Research Report MRL-RR-8-91 (Materials Research Laboratory, Maribyrnong Victoria) CONFIDENTIAL, (1991).
- [25]: Everett D. H., Transactions of the Faraday Society, Vol. 51 1955 p1551.
- [26]: Papuoi C. and Stancu A, IEEE Trans. Magnetic, Vol. 29 1 Jan, pp77-81, (1993).
- [27]: Vajda F. and Della Torre E, IEEE Trans. Magnetic, Vol. 28 5 September, pp2611-2613, (1992)
- [28]: Szpunar, J. A, Atherton, D. L and Szpunar B, IEEE Trans. Magnetic, Vol. 23 1 pp 300-304, (1987).
- [29]: Del Vecchio R. M., IEEE Trans. Magnetic, Vol. 16 5, pp 809-811, (1980).

فصل چهارم

اجرای کامپیوتری مدل پریساج و شبیه سازی با استفاده از MATLAB

- مقدمه
- حالت ساده مدل
- روش اجرای الگوریتم
- نتایج شبیه سازی

مقدمه :

مدلی که در فصل سوم و در بخش های ۳-۲ و ۳-۳ شرح داده شد، یک تقریب خوب برای توصیف پدیده هیستریزیس می باشد. توسط این مدل می توان حلقه هیستریزیس و حلقه های جزئی آن را توسط یک شبیه سازی کامپیوتری مشاهده نمود. در این فصل نحوه اجرای شبیه سازی را مورد بررسی قرار داده و روشهایی را که برای بهبود آن لازم به نظر می رسد ذکر خواهیم کرد.

۴-۱ حالت ساده مدل

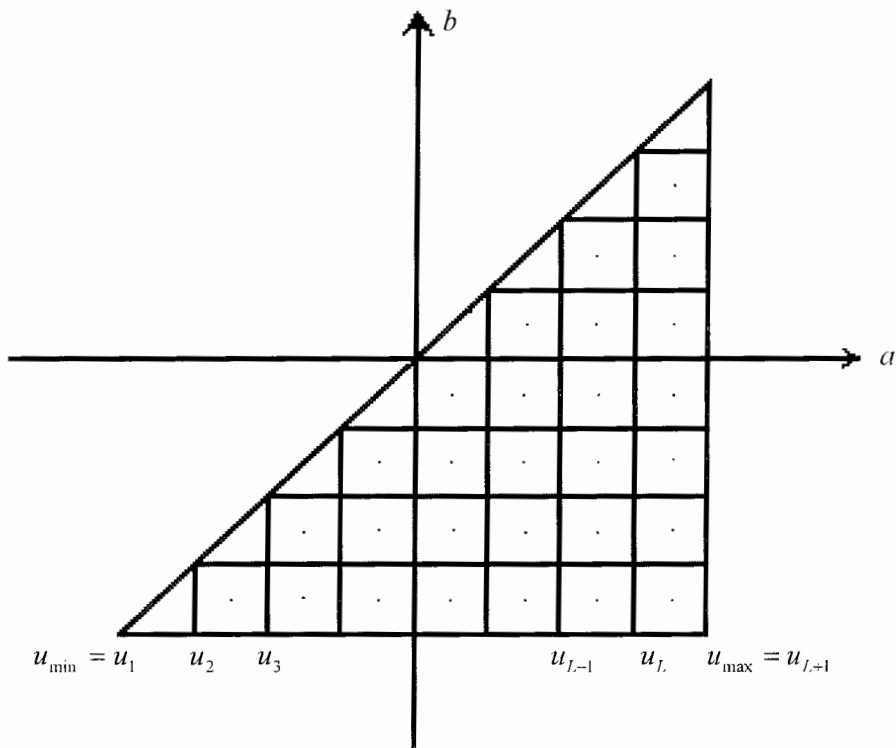
مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین، شکل ۴-۱ را در نظر بگیرید. نقاط مرزی این مثلث توسط خطوط افقی و عمودی $u_{\max} = +H_s$ ، $u_{\min} = -H_s$ و خط $a = b$ محدود شده است. برای محاسبه مغناطیدگی و در نتیجه محاسبه چگالی شار، ابتدا در مثلث پریساج مش ایجاد می شود بدین صورت که، به یک سری مربع های کوچک تقسیم می شود. این تقسیم اختیاری است بطوری که اگر تعداد نقاط تقسیم بیشتر باشد، این تقریب دقیق تر خواهد شد. اگر L تعداد مربع ها در ردیف اول ضلع پائینی مثلث مرزی T باشد طول هر ضلع مربع از رابطه زیر بدست می آید:

$$\Delta u = \frac{u_{\max} - u_{\min}}{L} \quad (1-4)$$

و میدان در هر نقطه از مش، از رابطه (۲-۴) بدست می آید:

$$u_i = u_{\min} + (L-1)\Delta u \quad (2-4)$$

مسئله اصلی تعیین مقدار تابع چگالی در مرکز هر یک از این مش هاست، تا بتوان مقدار مغناطیدگی را در هر لحظه از زمان محاسبه نمود. در حالت خیلی ساده فرض می شود که چگالی مقدار ثابتی داشته باشد (پیشتر خواهیم دید که چگالی تابعی از مختصه نقاط بوده و مقدار این چگالی در مراکز هر یک از این مربع های کوچک محاسبه می شود).



شکل ۱-۴ دیاگرام پریساج مش بندی شده

نقطه شروع برای محاسبه مغناطیدگی، نقطه u_{\min} (شکل ۴-۱) که همان $H_s -$ می باشد که مقدار مغناطیدگی در این نقطه مشخص و برابر $-M_s$ است. اگر میدان مغناطیسی به اندازه Δu افزایش داده شود به نقطه $u_2 = u_{\min} + \Delta u$ می رسیم. مغناطیدگی در این وضعیت، بدین طریق محاسبه می شود که مساحت اولین مثلث محاسبه شده و در چگالی اش ضرب می شود و مغناطیدگی را که در این تغییر محاسبه می شود، با مغناطیدگی اولیه یعنی $-M_s$ جمع می گردد تا مغناطیدگی کل برای این وضعیت محاسبه شود. یعنی:

$$M = -M_s + p_0(a,b)(\Delta S_0) \quad (۳-۴)$$

که در رابطه فوق، ΔS_0 مساحت اولین مثلث و یا مساحت هر یک از مثلث ها می باشد. اگر میدان به طور یکنواخت افزایش یابد تا به مقدار u_3 برسد. برای محاسبه مغناطیدگی، در این حالت مساحت اولین مربع و مثلث بالای آن را بدست آورده و در چگالی اش ضرب می کنیم و با مقدار مغناطیدگی محاسبه شده در وضعیت یک جمع می کنیم.

$$M_2 = M_1 + P_1(a,b)(\Delta S_1) + P_0(a,b)(\Delta S_0) \quad (۴-۴)$$

که در رابطه (۴-۴)، ΔS_1 مساحت اولین مربع یا هر کدام از مربع ها می باشد. با استفاده از این روش می توان مغناطیدگی را با افزایش میدان محاسبه نمود. در هر لحظه از زمان مغناطیدگی از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$M_i = M_{i-1} + \sum_i p_i(a,b) \Delta S_i \quad (۵-۴)$$

در رابطه فوق تابع چگالی $P_i(a,b)$ تابعی از مختصه نقاط صفحه پریساج می باشد و ΔS_i می تواند دو مقدار ΔS_0 و ΔS_1 را دارا باشد. در رابطه (۴-۵) مساحت هر یک از مربع ها و مثلث ها در چگالی مربوطه ضرب می شود و با مغناطیدگی در لحظه قبل جمع می گردد تا مقدار مغناطیدگی در هر لحظه از زمان محاسبه شود.

این روش را تا وقتی که به انتهای مثلث برسیم، یعنی نقطه $u_{l+1} = u_{max}$ می توان تکرار نمود. اگر ΔS ها (مساحت هر یک از مثلث ها و مربع ها) را در چگالی مربوطه ضرب کرده و باهم جمع کنیم حاصل جمع را با مغناطیدگی M_{l-1} جمع کنیم، مغناطیدگی محاسبه خواهد شد که برابر ماکزیمم مغناطیدگی، یعنی $M_s +$ می باشد.

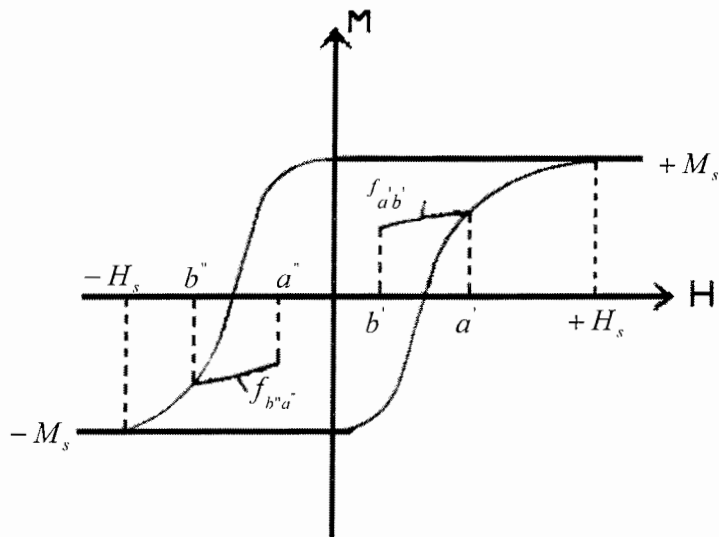
با توجه به شکل ۴-۲ این حالت بر روی حلقه هیستریزیس، مثل این است که بر روی منحنی بالا رونده افزایشی حرکت کنیم. توجه کنید که در این حالت میدان ها افزایشی بودند. در نقطه $u_{l+1} = u_{max}$ میدان مغناطیسی حداکثر مقدار خود را دارد. اگر میدان مغناطیسی به طور یکنواخت کاهش یابد، در این حالت مغناطیدگی چگونه محاسبه می شود؟

زمانی که میدان مغناطیسی حداکثر مقدار خود را دارد، اگر میدان مغناطیسی به اندازه Δu کاهش یابد یعنی در شکل ۴-۱ به نقطه u_l برسیم. در این حالت باید مساحت مثلث بالایی را محاسبه نموده و در چگالی اش ضرب کنیم و از مغناطیدگی که برای حالت $u_{l+1} = u_{max}$ محاسبه شد کم کنیم تا مغناطیدگی را در این وضعیت محاسبه شود. یعنی:

$$M_i = +M_s - p_0(a,b)\Delta S_0 \quad (6-4)$$

با کاهش میدان مغناطیسی، مغناطیدگی کاهش می یابد از اینرو در رابطه بالا منفی منظور می شود. با کاهش متوالی میدان مغناطیسی، مغناطیدگی برای هر وضعیت محاسبه می شود. همانند رابطه (۴-۵) داریم:

$$M_i = M_{i-1} - \sum_i p_i(a,b)\Delta S_i \quad (7-4)$$



شکل ۲-۴ حلقه هیستریزیس اصلی و منحنی های انتقال مرتبه اول صعودی و نزولی

با تکرار روش محاسباتی فوق به نقطه شروع یعنی u_{\min} می رسیم که در این وضعیت مغناطیدگی کل برابر $-M_s$ خواهد شد. در شکل ۲-۴ این حالت همانند اینست که بر روی منحنی پایین رونده کاهشی، حلقه هیستریزیس حرکت کنیم.

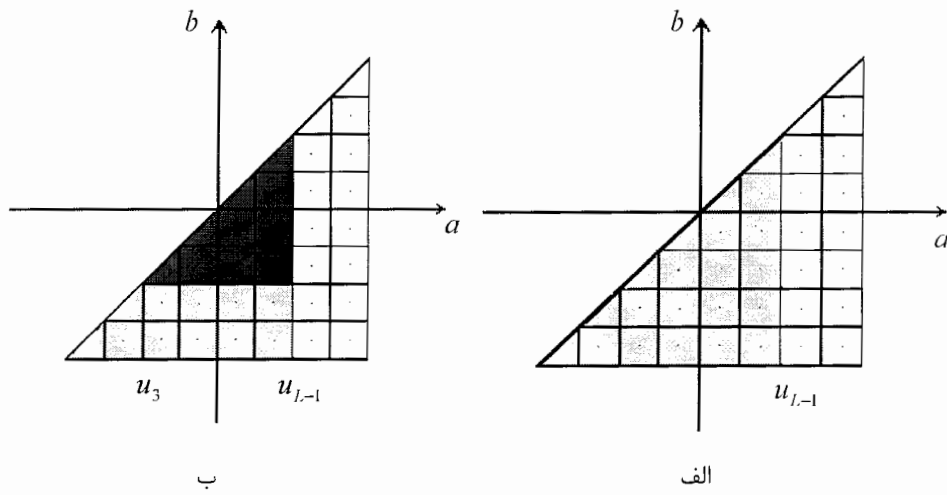
زمانی که میدان پس از یک افزایش، کاهش می یابد و یا بالعکس پس از یک کاهش افزایش می یابد بر روی حلقه هیستریزیس باعث بوجود آمدن حلقه های جزئی می گردد. همان طوری که در فصل سوم گفته شد، هنگامی که میدان کاهش می یابد دیگر نمی توان بر روی حلقه هیستریزیس اصلی، بر روی منحنی بالا رونده افزایشی که حرکت می کردیم، از همان مسیر منحنی به عقب برگردیم بلکه یک مسیر فرعی را طی می کنیم که آنرا منحنی انتقال مرتبه اول نامیدیم.

روش ذکر شده در بالا تنها می تواند حلقه هیستریزیس اصلی را مدل کند در حالی که در پدیده هیستریزیس حلقه های جزئی در اثر میدان های هارمونیک بوجود می آیند. در این بخش نحوه بوجود آمدن حلقه های جزئی را بر روی صفحه پریساج شرح می دهیم.

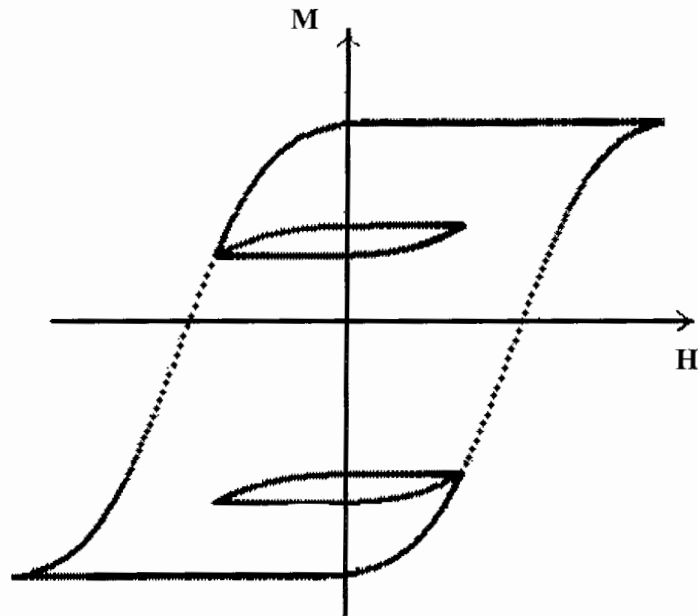
در لحظه ای که میدان ورودی به طور یکنواخت در حال افزایش است، اگر میدان به یکباره کاهش یابد، باعث تشکیل حلقه های جزئی می گردد (شکل ۴-۴). این وضعیت در صفحه پریساج، از قسمت بالای مثلث نزدیک وتر، بسته به اینکه اندازه میدان کاهشی چقدر باشد به اندازه یک مثلث (که خود شامل مربع ها و مثلث های کوچکی است که این مثلث را تشکیل می دهند) به عقب بر می گردیم. به عنوان مثال در شکل ۳-۴ زمانی که از u_{l-1} به u_3 میدان را کاهش پیدا می کند، مساحت مربع ها و مثلث های کوچک را بدست آورده و پس از آنکه در چگالی مربوط به هر یک ضرب می کنیم و از مغناطیدگی در لحظه ای که در میدان u_{l-1} قرار داشت کم می کنیم، تا مغناطیدگی کل محاسبه گردد (قسمت تیره در شکل ۴-۳) که مسیر رفت، حلقه جزئی بوجود می آید و زمانی که میدان از همین نقطه افزایش می یابد تا به مقدار قبلی اش یعنی u_{l-1} برسد مسیر برگشت، حلقه جزئی بوجود می آید.

پس از آنکه یک حلقه جزئی بطور کامل طی شد و میدان پس از یک کاهش به مقدار اولیه بازگشت. اگر از این نقطه دوباره میدان را افزایش دهیم تا جایی که میدان به مقدار بیشتری از u_{l-1} برسد، در این وضعیت تا زمانی که به نقطه u_{l-1} برسیم مغناطیدگی به همان روشی که در بالا شرح داده شد محاسبه می گردد. اما بنا به خاصیت جاروبی که در فصل اول گفته شد، پس از عبور از نقطه u_{l-1} از پایین ترین قسمت مثلث شروع کرده و تمام مربع های زیرین را نیز در محاسبه در نظر می گیریم. این وضعیت مثل حالتی است که از رأس مثلث شروع نموده و تا نقطه ای که میدان ورودی مشخص است، مغناطیدگی را محاسبه کنیم. بر روی حلقه هیستریزس در شکل ۴-۴ پس از آنکه یک حلقه جزئی به طور کامل طی می شود، پس از آن بر روی حلقه هیستریزس اصلی حرکت می کنیم.

همین موضوع برای لحظه ای که میدان پس از یک کاهش، افزایش می یابد و بر روی حلقه هیستریزس بر روی منحنی کاهشی حلقه اصلی حرکت می کنیم، میدان را به یکباره افزایش دهیم نیز وجود دارد.



شکل ۳-۴ (الف) - دیاگرام پریساج در لحظه ای که میدان ورودی u_{l-1} است. (ب) لحظه ای که میدان مغناطیسی از u_{l-1} به u_3 کاهش یافته است.



شکل ۴-۴ حلقه هیستریزس اصلی و حلقه های جزئی آن

۲-۴ روش اجرای الگوریتم

صورت کلی مدل در حالت ساده در بخش ۴-۱ بیان شد. با استفاده از مطالب ذکر شده باید الگوریتمی داشت که بتواند حلقه هیستریزیس و حلقه های جزئی آن را مدل کند. برای این کار به یک سری ثابت ها و متغیر ها نیاز داریم و همچنین باید یک تابع چگالی داشته باشیم که این تابع، تابعی از مختصات مراکز مربع ها باشد. در اجرای الگوریتم مراحل زیر را به ترتیب اجرا می کنیم.

الف - ایجاد مش در مثلث پریساج

یک پارامتر متغیر تعریف می شود و هر اندازه این عدد بزرگتر باشد جواب دقیق تری خواهیم داشت. با استفاده از این پارامتر اندازه ضلع مربع ها از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$\Delta u = \frac{u_{\max} - u_{\min}}{L} = \frac{2H_s}{L} \quad (۴-۸)$$

که در آن Δu اندازه ضلع هر یک از مربع ها می باشد و L پارامتر قابل تغییر بوده و u_{\min} میدان اشباع منفی و u_{\max} میدان اشباع مثبت است. در مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین صفحه پریساج، تعداد یکسانی مربع در طول هر کدام از اضلاع قرار گرفته که تعداد مربع ها با L تعیین می شود.

ب- محاسبه مغناطیدگی اشباع

همانطور که در فصل سوم دیدیم مغناطیدگی کل مثلث پریساج برابر $2M_s$ می باشد که پس از ایجاد مش مقدار مغناطیدگی به ازای مقادیر مختلف میدان اشباع محاسبه شود بطوری که از اشباع منفی شروع نموده و با ضرب کردن ΔS -ها در چگالی شان و بدست آوردن مجموع آنها مقدار مغناطیدگی محاسبه می شود.

ج- محاسبه مقدار مغناطیدگی در هر لحظه از زمان

به ازای یک میدان ورودی دلخواه که در بازه $-H_s \leq H \leq +H_s$ تغییر می کند مقدار مغناطیدگی را در هر لحظه از زمان محاسبه می شود. نقطه شروع برای محاسبه مقدار مغناطیدگی، از اشباع منفی است که مقدار مغناطیدگی در این نقطه برابر مقدار ثابتی است. پس از گذشت مدت زمان t مقدار مغناطیدگی تغییر کرده و برابر M_i می گردد. ابتدا باید مشخص کنیم که میدان ورودی بر روی چندمین مش قرار دارد. برای این کار از رابطه زیر استفاده می کنیم.

$$n = \frac{H + H_s}{\Delta u} \quad (9-4)$$

مقدار Δu را از رابطه (4-8) داریم و H میدان ورودی در لحظه t است که به ازای میدان ورودی مختلف ممکن است این عدد، عدد صحیح نباشد و در نتیجه بر روی نقاط مش ایجاد شده قرار نگیرد. برای حل این مشکل باید دوباره این ناحیه را مش بندی نمود بطوری که وقتی پارامتر L را برگ در نظر گرفتیم این دو مش بندی تفاوت ناچیزی داشته باشند. از اینرو با استفاده از رابطه زیر که در آن N مقدار روند شده مقدار n به سمت نزدیکترین عدد صحیح است m را محاسبه می کنیم که همواره عدد صحیح می باشد.

$$m = 1 + N \quad (10-4)$$

طول هر ضلع مش جدید از رابطه زیر محاسبه می شود و میدان ورودی دقیقاً بر روی این مش ها قرار خواهد گرفت.

$$\Delta u' = \frac{H_s + H}{m} \quad (11-4)$$

اگر L را نسبت به H_s خیلی بزرگ در نظر گرفته شود $\Delta u \approx \Delta u'$ خواهد بود. با داشتن اندازه ضلع هر مربع و مثلث و همچنین مقدار تابع چگالی که مقدار این تابع را در مرکز هر مربع و در نقطه میانی روی وتر هر مثلث محاسبه می شود می توان مغناطیدگی را در هر لحظه از زمان محاسبه نمود. برای دیاگرام پریساج سه ناحیه در نظر می گیریم. ناحیه اول: ناحیه کمتر از $-H_s$ ، ناحیه دوم: نواحی بین $-H_s$ و $+H_s$ و ناحیه سوم: ناحیه بزرگتر از $+H_s$ (توجه کنید که این مدل در توصیف دقیق میدان های بالاتر و پایین از میدان اشباع ناتوان است). در نواحی کمتر از $-H_s$ مغناطیدگی برابر $-M_s$ است و در نواحی بزرگتر از $+H_s$ مغناطیدگی برابر $+M_s$ است.

در ناحیه دوم مغناطیدگی با توجه به اینکه رأس هریک از این مربع ها نشان دهنده نقاط ماکزیمم و مینیمم محلی است و هر افزایش در میدان ورودی با یک حرکت عمودی از چپ به راست نشان داده می شود و هر کاهش در میدان ورودی با یک حرکت افقی از بالا به پایین نشان داده می شود مغناطیدگی را با توجه به سطح جاروب شده برای یک میدان مغناطیسی H محاسبه می کنیم.

به عنوان مثال شکل ۴-۵ را در نظر بگیرید برای محاسبه مغناطیدگی در این حالت، سه خط عمودی در نظر می گیریم که ناحیه جاروب شده را به یک مثلث بزرگ و دو سطح مستطیلی تقسیم می کنند با استفاده از روابط (۴-۹)، (۴-۱۰) و (۴-۱۱) ابتدا هر قطعه را مش بندی نموده و مغناطیدگی هر قطعه را محاسبه می کنیم و با بدست آوردن مجموع مغناطیدگی این سه قطعه، مغناطیدگی در این حالت محاسبه می گردد. با توجه به اینکه با تغییر ورودی میدان مغناطیسی، سطح جاروب شده نیز تغییر می کند و تعداد نقاط روی سطح مغناطیده نیز تغییر می کند.

تعداد نقاط در هر مغناطیدگی بر روی دیاگرام پریساج می تواند k تا باشد که k عدد صحیحی بوده و می تواند مقادیر $\dots, 5, 4, 3, 2, 1, k$ را داشته باشد، که $k=1$ نقطه شروع از اشباع منفی است و $k=2$ یک خط عمودی است که از ضلع پایینی مثلث به وتر متصل می گردد. به عنوان مثال در شکل ۴-۵، $k=6$ (نقاطی است که مقادیر میدان در این نقاط مشخص است) است که برای میدان ورودی چهار حالت مختلف در نظر می گیریم.

۱- اگر میدان ورودی بالاتر از میدان در نقطه ۱ باشد در این حالت $k=2$ می گردد.

۲- اگر میدان ورودی کمتر از میدان ورودی در نقطه ۱ و بیشتر از میدان ورودی در نقطه ۳ باشد

در این حالت $k=4$ می گردد.

۳- اگر میدان ورودی کمتر از میدان ورودی در نقطه ۴ و بالاتر از میدان ورودی در نقطه ۵ باشد در این حالت $k=6$ می گردد.

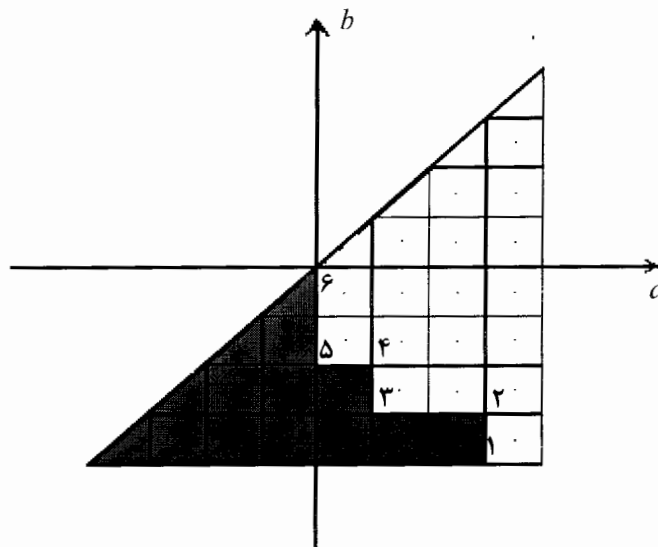
۴- اگر میدان ورودی کمتر از میدان ورودی در نقطه ۶ باشد در این حالت $k=2$ می گردد.

در شرایط مختلف می توان مغناطیدگی را با تقسیم قسمت مغناطیده شده با خطوط عمودی به قطعات مثلثی و مستطیل شکل و استفاده از روابط (۹-۴)، (۱۰-۴) و (۱۱-۴) و همچنین معین بودن تابع چگالی هر مش محاسبه نمود.

پس از آنکه مغناطیدگی محاسبه شد برای محاسبه چگالی شار از رابطه زیر استفاده کرده و مقدار چگالی شار را محاسبه می کنیم.

$$B = \mu_0(M + H)$$

(۱۲-۴)



شکل ۴-۵ سطح هاشور خورده نشان دهنده مقدار مغناطیدگی است.

برای حل کامل مسئله دو الگوریتم در نظر گرفته می شود.

الگوریتم اول: الگوریتم بهینه سازی چند نقطه از روی منحنی مغناطیس شوندگی تجربی که مقادیر پیک چگالی شار مغناطیسی سینوسی را نسبت به شدت میدان مغناطیسی نشان می دهد انتخاب می کنیم. سپس با در نظر گرفتن مقادیر چگالی شار این نقاط و با استفاده منحنی تلفات تجربی، که مقادیر تلفات را نسبت به پیک چگالی شار سینوسی نشان می دهد، سطح حلقه هیستریزاس اصلی این نقاط را بدست می آوریم. مقادیر (B, H, S) مربوط به این نقاط را در برنامه بهینه سازی قرار می دهیم و توابع خطایی در نظر می گیریم. این برنامه با حداقل رساندن توابع خطا، چهار پارامتر بهینه مربوط به چگالی صفحه پریساج را با کمترین خطا محاسبه می نماید.

الگوریتم دوم: برای اطمینان از اینکه مدل کامپیوتری بهینه بدست آمده دارای دقت مناسب برای محاسبه تلفات می باشد مدل را برای مقادیر مختلف شار سینوسی مورد آزمایش قرار می دهیم و با استفاده از چهار پارامتری که از الگوریتم اول محاسبه شد بهترین حلقه هیستریزاس را رسم می کنیم و توسط آن تلفات موضعی را محاسبه می نماییم.

۳-۴ نتایج شبیه سازی

۱-۳-۴ نتیجه شبیه سازی برای یک دیاگرام پریساج با چگالی ثابت

اولین کاری که صورت گرفت این بود که آیا این برنامه کامپیوتری که با استفاده MATLAB نوشته شده، می تواند حلقه هیستریزاس را مدل کند و حلقه های جزئی آنرا ترسیم کند. مشکل اصلی وجود یک تابع چگالی است که در اکثر مقالات و کتب، گفته شده که مقدار دقیق این تابع از طریق تجربی بدست می آید. برای ساده تر شدن مسأله مقدار این چگالی را روی دیاگرام پریساج مقدار ثابت در نظر گرفتیم. این مقدار ثابت را بدین طریق بدست آوردیم که برای یک میدان ورودی (A/m) ۵۰، که اگر $\Delta u = 10$ باشد. از رابطه (۵-۴) چگالی ثابت محاسبه می شود.

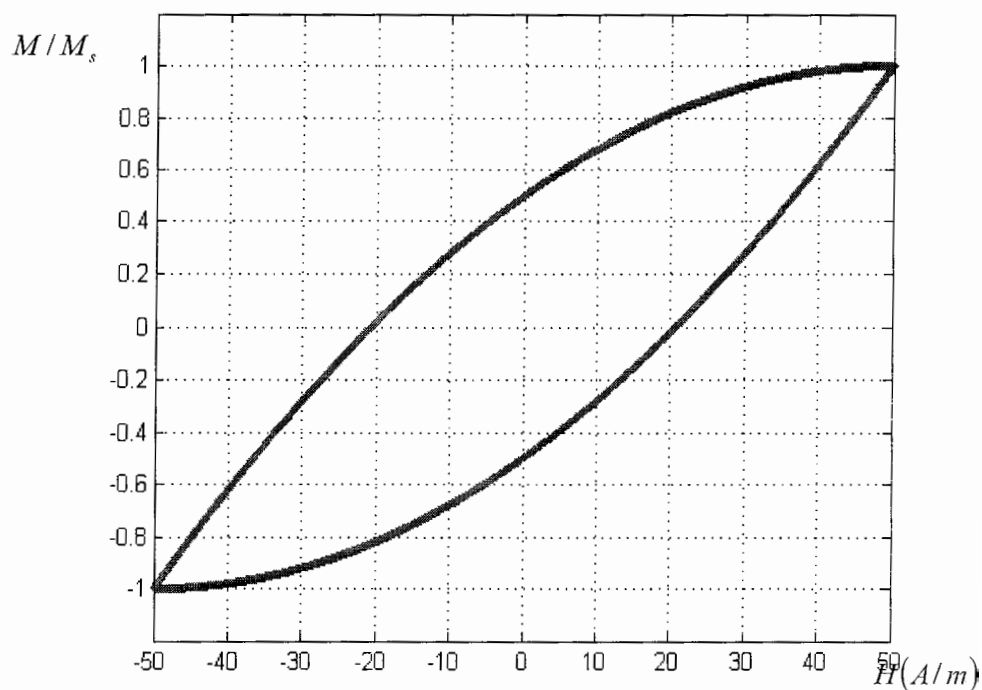
$$p[50 \times (10 \times 10)] = 2 \Rightarrow p = 4 \times 10^{-4}$$

در شکل ۴-۶ نتیجه این شبیه سازی به ازای یک میدان ورودی سینوسی $H(t) = -50 \cos(100\pi t)$ و چگالی ثابت $p = 4 \times 10^{-4}$ نشان داده شده است.

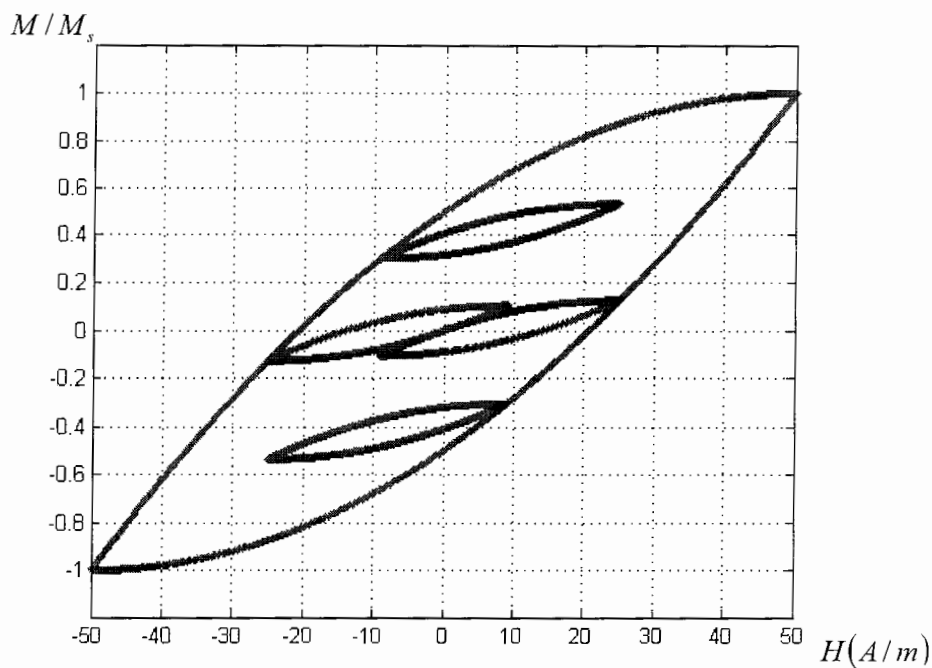
به دلایل ساختار پیچیده ماشین های الکتریکی و شرایط عملکرد متنوع آنها و همچنین رفتار مغناطیسی چند مقداره آهن، میدان مغناطیسی در آنها به صورت سینوسی تغییر نمی کند بلکه بصورت هارمونیک می باشد. برای این منظور میدان مغناطیسی ورودی دلخواه را بفرم زیر در نظر می گیریم.

$$H(t) = -20 \cos(100\pi t) - 20 \cos(500\pi t) - 10 \cos(700\pi t)$$

شکل ۴-۷ نتیجه این شبیه سازی به ازای چگالی ثابت $p = 4 \times 10^{-4}$ نشان می دهد که میدان باعث بوجود آمدن حلقه های جزئی می گردد.



شکل ۴-۶ حلقه هیستریزس برای یک چگالی ثابت و میدان ورودی سینوسی



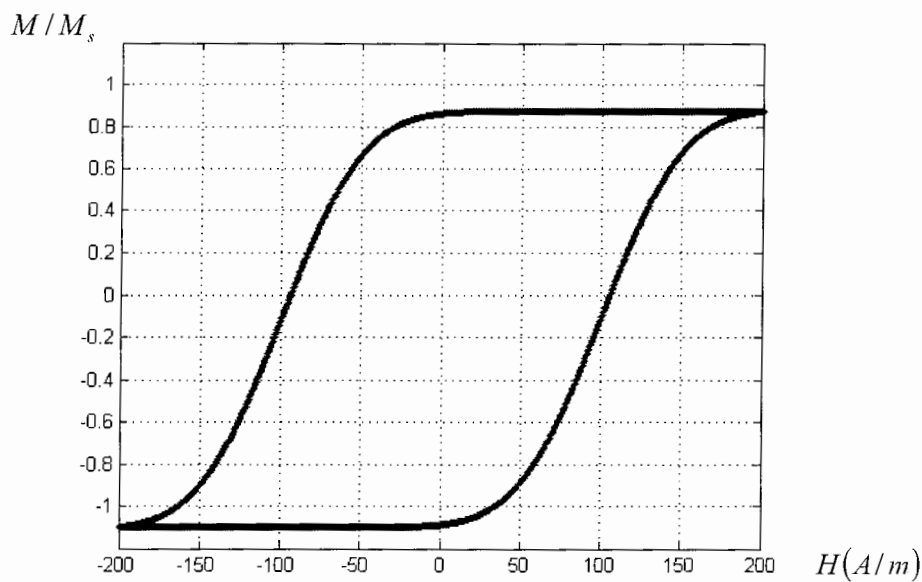
شکل ۴-۷ حلقه هیستریزیس با حلقه های جزئی آن با یک میدان ورودی هارمونیک دلخواه و چگالی ثابت

۴-۳-۲ نتیجه شبیه سازی برای یک دیاگرام پریساج با چگالی غیر ثابت و با دو پارامتر

اولین تابع چگالی که در نظر گرفته شد، بطوری که با مقادیر تجربی در توافق خوبی باشد و بتوان حلقه هیستریزیس را با آن مدل نمود، بصورت رابطه زیر بود که چگالی، با دو پارامتر σ و u_c در مرکز هر مش تعیین می شد [۲].

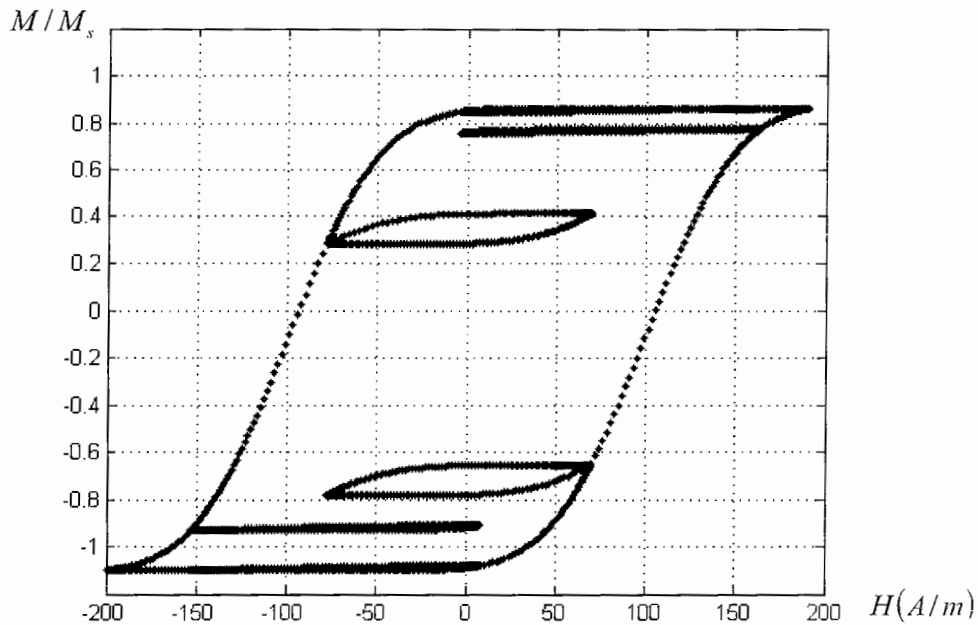
$$p(a,b) = \frac{m_s}{\pi\sigma^2} \exp\left\{-\left[\frac{(a+b)^2}{4\sigma^2} + \frac{(a-b-2u_c)^2}{4\sigma^2}\right]\right\} \quad (۴-۱۳)$$

که در این رابطه σ برای کنترل پهن شدگی حلقه هیستریزس و u_c را میدان کرسیو در نظر گرفتیم که نتیجه این شبیه سازی به ازای یک میدان ورودی سینوسی دلخواه $H(t) = -200 \cos(100\pi t)$ با چگالی با پارامترهای $\sigma = 40$ و $u_c = 200$ در شکل ۸-۴ نشان داده شده است.



شکل ۸-۴ حلقه هیستریزس با چگالی متغیر با دو پارامتر

در شکل ۹-۴ نتیجه شبیه سازی را به ازای یک میدان مغناطیسی ورودی هارمونیک دلخواه $H(t) = -100 \sin(100\pi t) - 5 \cos(1800\pi t) - 95 \cos(700\pi t)$ که باعث بوجود آمدن حلقه های جزئی می شود و چگالی متغیر با پارامترهای $\sigma = 40$ و $u_c = 200$ نشان داده شده است.



شکل ۴-۹ حلقه هیستریزیس با میدان ورودی هارمونیک و چگالی با دو پارامتر

۴-۳-۳ نتیجه شبیه سازی برای یک دیاگرام پریساج با چگالی غیر ثابت و با چهار پارامتر

تابع چگالی با دو پارامتر نمی توانست بهترین حلقه هیستریزیس را ترسیم کند از اینرو تابع چگالی با چهار پارامتر در نظر گرفته شد که بتوان حلقه هیستریزیس را توسط آن مدل کرد [۲]. این تابع با رابطه زیر نشان داده می شود که در این رابطه چهار پارامتر m_{ss} و σ_1 و σ_2 و u_c وجود دارد که باید تعیین گردند تا بتوانیم برای یک هسته فرومغناطیس خاص بهترین منحنی هیستریزیس را بدست آوریم.

$$p(a,b) = \frac{m_{ss}}{\pi \sigma_1 \sigma_2} \exp \left\{ - \left[\frac{(a+b)^2}{4\sigma_1^2} + \frac{(a-b-2u_c)^2}{4\sigma_2^2} \right] \right\} \quad (4-14)$$

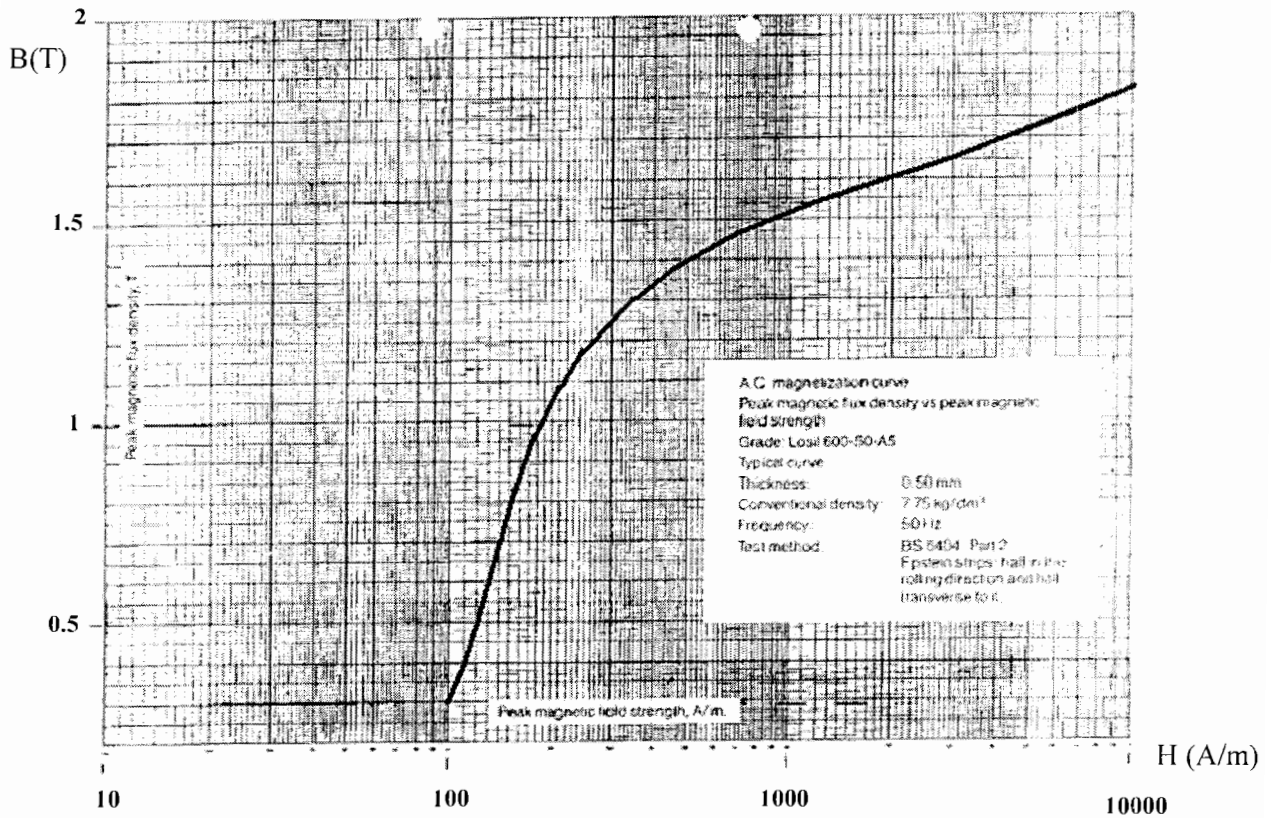
در شکل ۴-۱۰ منحنی تجربی $B-H$ برای یک هسته فرومغناطیس نشان داده شده است [۳]. در شکل ۴-۱۱ مقادیر این منحنی تجربی با حلقه هیستریزیسی که توسط شبیه سازی به کمک رابطه

فوق بدست آمده است ترسیم شده است. همانطور که در شکل دیده می شود مقادیر تجربی با مقدار شبیه سازی شده تا اندازه ای متفاوت است چون این مدل همانطور که قبلاً گفته شد یک تقریب خوب فقط برای منحنی هیستریزس است.

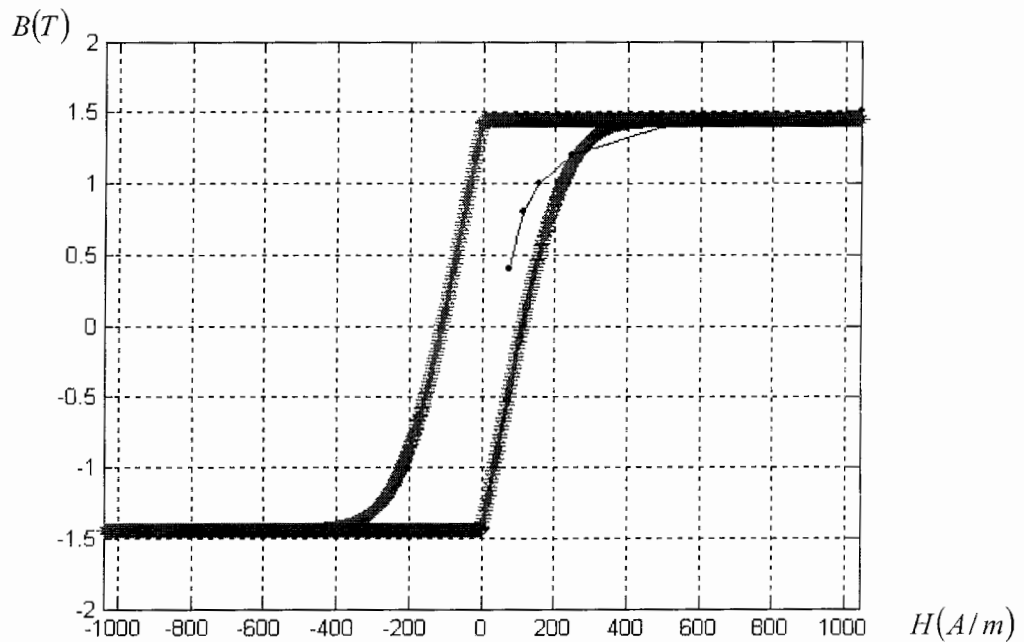
شکل ۴-۱۱ نتیجه شبیه سازی برای یک میدان ورودی سینوسی $H(t) = -1040 \cos(100\pi t)$ ، با چهار پارامتر که در زیر مقادیر این چهار پارامتر به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} \sigma_2 &= 1.86439341541778 \times 10^2 & \sigma_1 &= 0.02647493611029 \times 10^2 \\ m_{ss} &= 1.76524257380336 \times 10^6 & u_c &= 0.51415636170529 \times 10^2 \end{aligned}$$

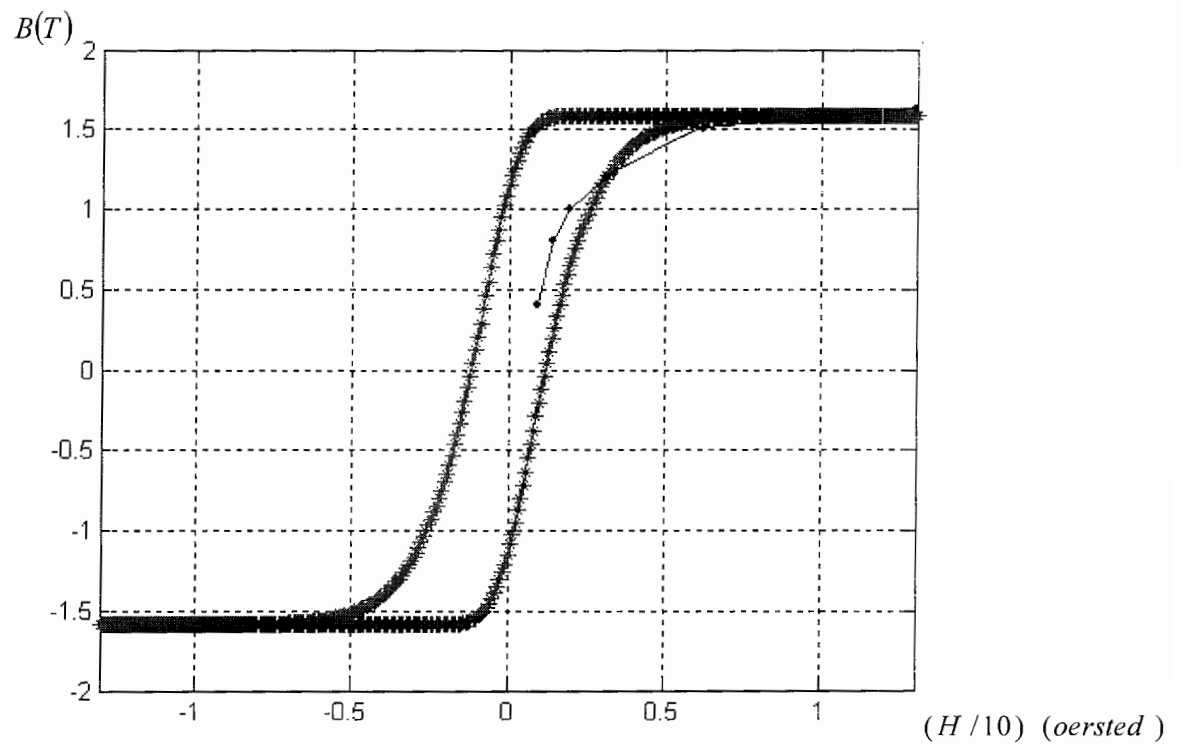
می باشد. همانطور که در شکل ۴-۱۱ دیده می شود، در بعضی مواقع لازم است برای جلوگیری از سریع اشباع شدن منحنی هیستریزس، رنج مقادیر چگالی شار و میدان مغناطیسی از یک مرتبه باشد از اینرو مقادیر میدان مغناطیسی نرمالیزه می شود. در شکل ۴-۱۲ نمونه ای از این نرمالیزاسیون نشان داده شده است. مقادیر میدان مغناطیسی نرمالیزه شده این گونه بدست آمده که ابتدا میدان بر حسب اورستد نوشته شده و به ده تقسیم شده است که در این حالت چهار پارامتر که در بالا برای شکل ۴-۱۱ بدست آمده بود تغییر می یابد.



شکل ۴-۱۰ مقادیر تجربی منحنی تغییرات چگالی شار مغناطیسی بر حسب میدان مغناطیسی



شکل ۴-۱۱ حلقه هیستریزس با یک میدان ورودی سینوسی و چگالی با چهار پارامتر m_{ss} و σ_1 و σ_2 و u_c



شکل ۱۲-۴ منحنی هیستریزیس نرمالیزه شده شکل ۴-۱۱

end

منابع و مأخذ فصل ۴

- [1]: S. Salon. Finite element analysis of electrical machines. Kluwer Academic publisher, Boston, (1995).
- [2]: I. D. Mayergoyz . Mathematical models of hysteresis New York, Usa: Springer Verlag, (1991).
- [3]: SLIM, Electromagnetic Engineering Software Unix Version 3, Alston Research & Technology Centre

- [۴]: علی فکور یکتا - خودآموز نرم افزار MATLAB - انتشارات جهاد دانشگاهی مشهد ۱۳۸۱
- [۵]: رضا داژ ، محمد آیت- نرم افزار MATLAB ۶/۱ - موسسه فرهنگی هنری دیباگران تهران ۱۳۸۱

فصل پنجم

نتایج شبیه‌سازی ژنراتور

- مقدمه
- ژنراتور سنکرون
- جریان سه فاز و جریان تحریک در یک ژنراتور
- تغییرات H و B در یک نقطه خاص استاتور
- سری فوریه شدت میدان مغناطیسی
- محاسبه پارامترهای بهینه مدل پریساج
- محاسبه تلفات موضعی

مقدمه:

با تلفیق روش عناصر محدود (با استفاده از نرم افزار SLIM) و مدل پریساج که در فصل های دوم و سوم شرح داده شد و شبیه سازی انجام گرفته برای این مدل ریاضی هیستریزس که در فصل چهارم انجام گرفت، می توان تلفات آهن را در هسته ماشین الکتریکی محاسبه نمود. نرم افزار SLIM قابلیت ایجاد مش در هسته یک ماشین الکتریکی را دارد، همچنین این نرم افزار قادر است مقدار چگالی شار و همچنین مؤلفه های آنرا در هر نقطه از هسته بر روی گره های مش ایجاد شده محاسبه نماید. با استفاده از این نرم افزار (SLIM) ابتدا مقدار چگالی شار را به ازای جریان تحریک روتور و جریان های ورودی سه فاز در نقطه ای بر روی استاتور در بازه های زمانی مشخص محاسبه می شود. سپس با استفاده از مقدار چگالی شار بدست آمده، مقادیر میدان مغناطیسی در این بازه زمانی تعیین شده و سپس با استفاده مقادیر میدان ورودی، و برنامه شبیه سازی شده ارائه شده در فصل چهار تلفات موضعی نقطه مورد نظر بر روی هسته ماده فرومغناطیس محاسبه خواهد شد.

۵-۱ ژنراتور سنکرون

قسمت های اصلی یک ژنراتور سنکرون شامل بخش های زیر است:

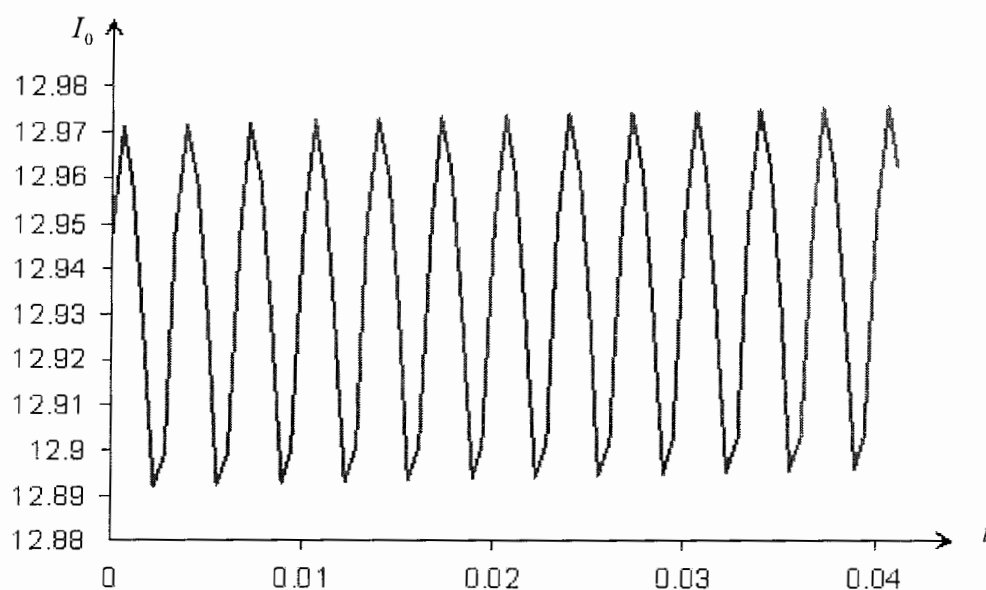
استاتور: قسمت ثابت یک ژنراتور است که شامل بدنه، هسته، سیم پیچ توزیع شده چند فاز (۳ فاز یا ۲ فاز)، دو در پوش، یاطاقان و غیره است. هسته استاتور عبارت است از مجموعه ای از ورقه های فولادی استوانه ای شکل که در سطح درونی این مجموعه شیاردار شده است تا سیم پیچ

سه فاز استاتور در این شیارها قرار داده شوند. ابعاد هسته بگونه ای است که بخوبی در بدنه چدنی استاتور محکم می شود. بدنه استاتور و دو در پوش چدنی که در طرفین آن قرار می گیرند صرفاً تکیه گاهی مکانیکی برای هسته استاتور فراهم می کنند و بعنوان بخشی از مسیر شار طراحی نشده اند.

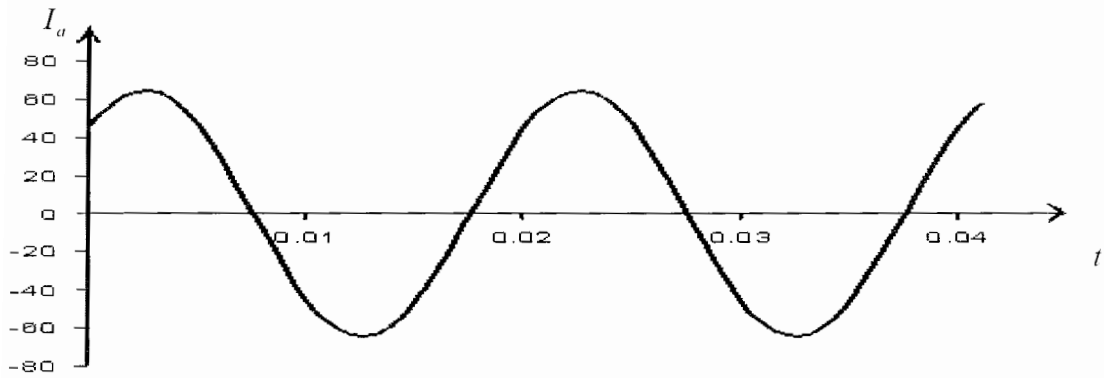
روتور: قسمت گردان یک ژنراتور است که از مجموعه ای از ورقه های مدور تشکیل شده اند که محکم روی محور یا روی چرخ هرز چدنی که روی محور قرار می گیرد سوار شده اند.

۵-۲ جریان سه فاز و جریان تحریک در یک ژنراتور

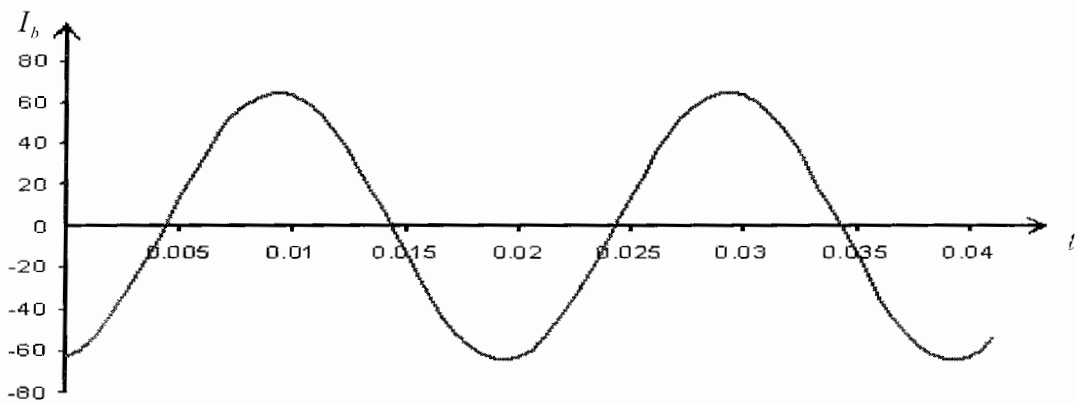
جریان سیم پیچ های ژنراتور به صورت تابعی از زمان توسط شبیه سازی ماشین و یا مستقیماً با اندازه گیری بدست می آید. این جریانها برای شرایط عملکرد مختلف ماشین توسط یک شبیه سازی کامپیوتری قابل محاسبه و یا مستقیماً قابل اندازه گیری می باشند. نمونه ای از این نتایج، جریان تحریک برحسب زمان در شکل ۵-۱ نشان داده شده است و جریان سه فاز بصورت تابعی از زمان در شکل های ۵-۲ نشان داده شده است [۱].



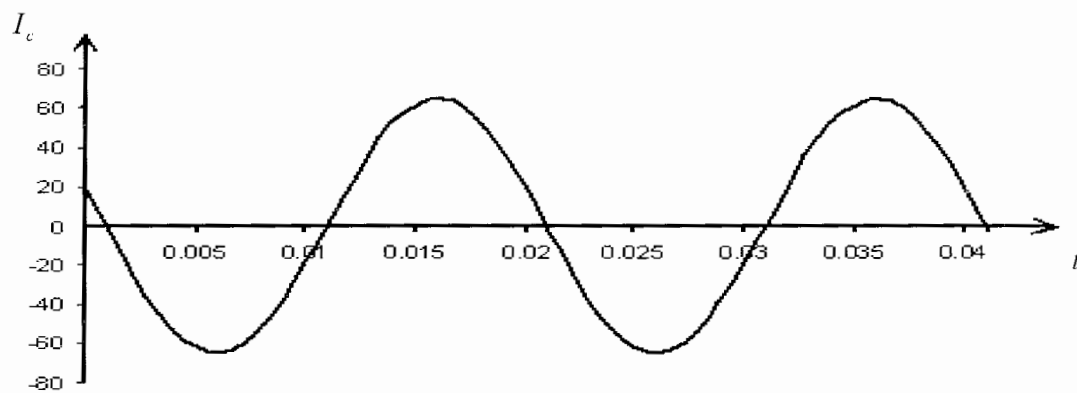
۵-۱ نمونه ای از جریان تحریک روتور ژنراتور سنکرون بر حسب زمان



شکل الف - نمونه ای از جریان فاز a استاتور



شکل ب - نمونه ای از جریان فاز b استاتور

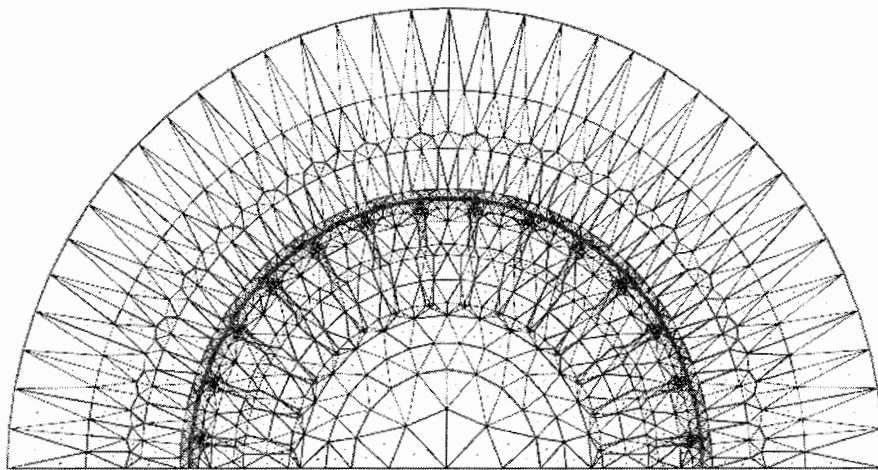


شکل ج - نمونه ای از جریان فاز c استاتور

۲-۵ نمونه ای از جریان های حالت دائمی سه فاز استاتور ماشین سنکرون بر حسب زمان

۳-۵ تغییرات B و H در یک نقطه خاص استاتور

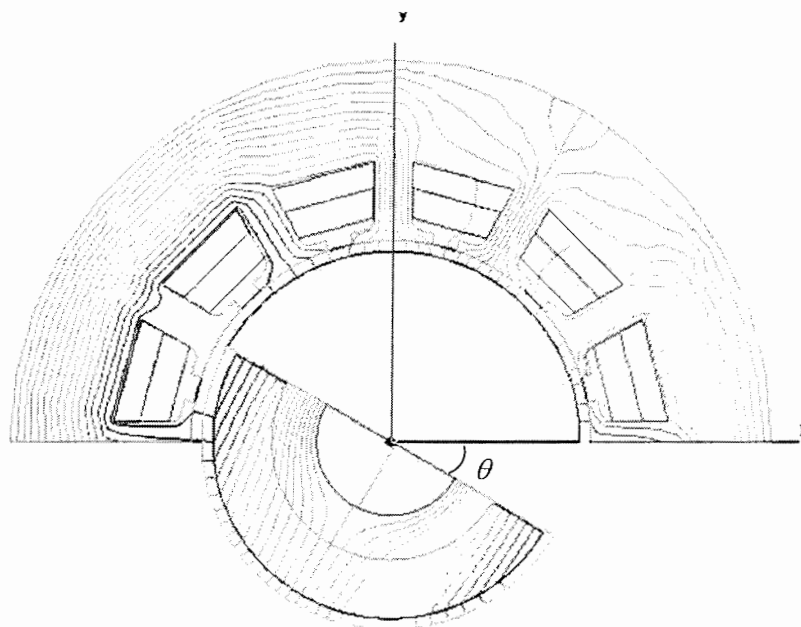
با استفاده از نرم افزار SLIM، مش ماشین تحت مطالعه، در بر گیرنده بخشهای مختلف روتور و استاتور و فاصله های هوایی با یک فرآیند طولانی ایجاد می گردد. مش در حقیقت تقسیم بندی ساختار سه بعدی و یا دو بعدی ماشین به المان های کوچک می باشد. نمونه ای از مش دو بعدی یک ماشین در شکل ۳-۵ نشان داده شده است. با اعمال جریان لحظه ای سیم پیچی ها و به کمک قابلیت تحلیل میدان مغناطیسی نرم افزار، امکان محاسبه چگالی شار مغناطیسی تمام نقاط ماشین برای همان لحظه وجود دارد. از آنجایی که ضمن تغییرات جریان، روتور ماشین نیز در حال حرکت است برای لحظات جدید می بایست مش های جدید بوجود آیند. با تمرکز روی یک نقطه دلخواه روی استاتور، روتور و یا فاصله هوایی می توان مقدار چگالی شار در این نقطه را در لحظات مختلف با استفاده از این نرم افزار بدست آورد.



۳-۵ مش نمونه روتور و استاتور یک ماشین

شکل ۴-۵ هسته یک ژنراتور را در یک لحظه از زمان، هنگامی که روتور نسبت به استاتور به اندازه زاویه θ چرخیده است، نشان می دهد. مبدأ مختصات را در مرکز روتور انتخاب نموده و یک نقطه خاص بر روی استاتور و در مرکز دندان در نظر می گیریم.

در این پروژه ما محاسبات میدان را برای یک نقطه دلخواه روی دندانه استاتور و برای لحظات مختلف انجام می دهیم و نحوه بکار گیری مدل پریساج برای محاسبه تلفات موضعی برای این نقطه ماشین را نشان می دهیم. این نقطه به صورت نمونه انتخاب شده است و روش مدون برای هر نقطه دیگر نیز می تواند بکار گرفته شود. در واقع این محاسبات می تواند برای تمامی نقاط و بخش های مختلف ماشین انجام گیرد و برآورد دقیق از بخش های با تلفات بالا و بخش های کم تلف حاصل شود. این کار قطعاً به طراحان و استفاده کننده های ماشین این امکان را بوجود می آورد تا به اصلاح ماشین و یا طراحی سیستم خنک سازی مؤثرتر اقدام نمایند. هدف مطالعه و بررسی مقدار چگالی شار این نقطه در زمانهای متوالی است یعنی زمان هایی که روتور و این نقطه بر روی استاتور نسبت به هم حرکت می کنند که این کار توسط نرم افزار SLIM انجام می گیرد.



شکل ۴-۵ زاویه بین روتور و استاتور در یک لحظه خاص نشان داده شده است

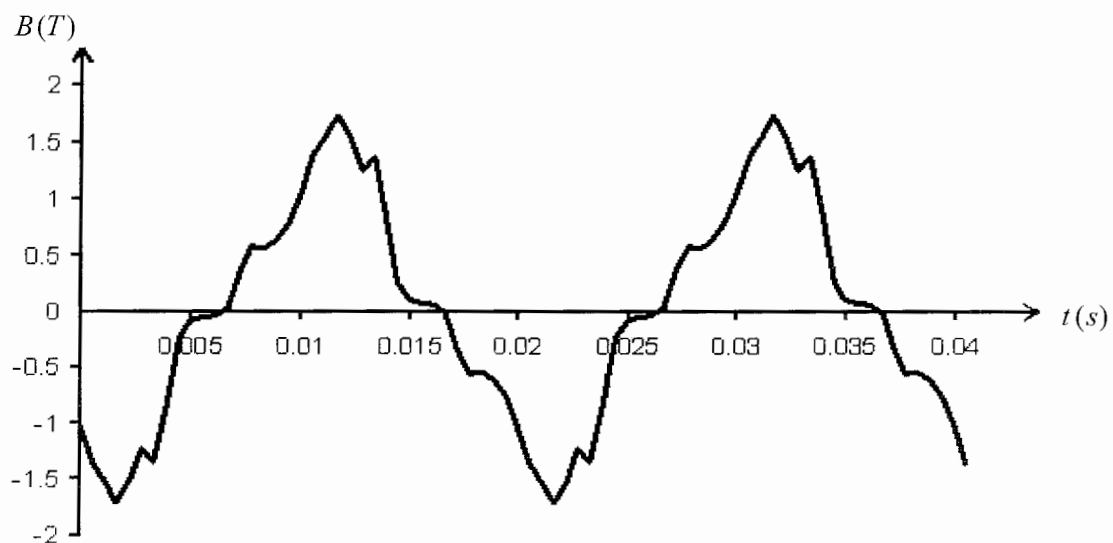
ابتدا مقدار چگالی شار در نقطه خاص در حالت زاویه صفر درجه محاسبه می شود. زمان بعدی لحظه ای است که روتور نسبت به استاتور، پنج درجه چرخیده است. چون فاصله یک شیار تا شیار

مجاور ده درجه است و برای ساده تر شدن مسئله، زمانهایی را که زاویه به اندازه پنج درجه تغییر می کند را در نظر می گیریم. نتایج این محاسبه، تغییرات چگالی شار شعاعی بر حسب زمان را در یک دندان معین می کند که در شکل ۵-۵ نشان داده شده است. لازم به ذکر است که این مقادیر در دو سیکل محاسبه شده اند.

با داشتن مقدار چگالی شار مغناطیسی و با استفاده از رابطه زیر می توان مقادیر میدان مغناطیسی محاسبه می شود [۲].

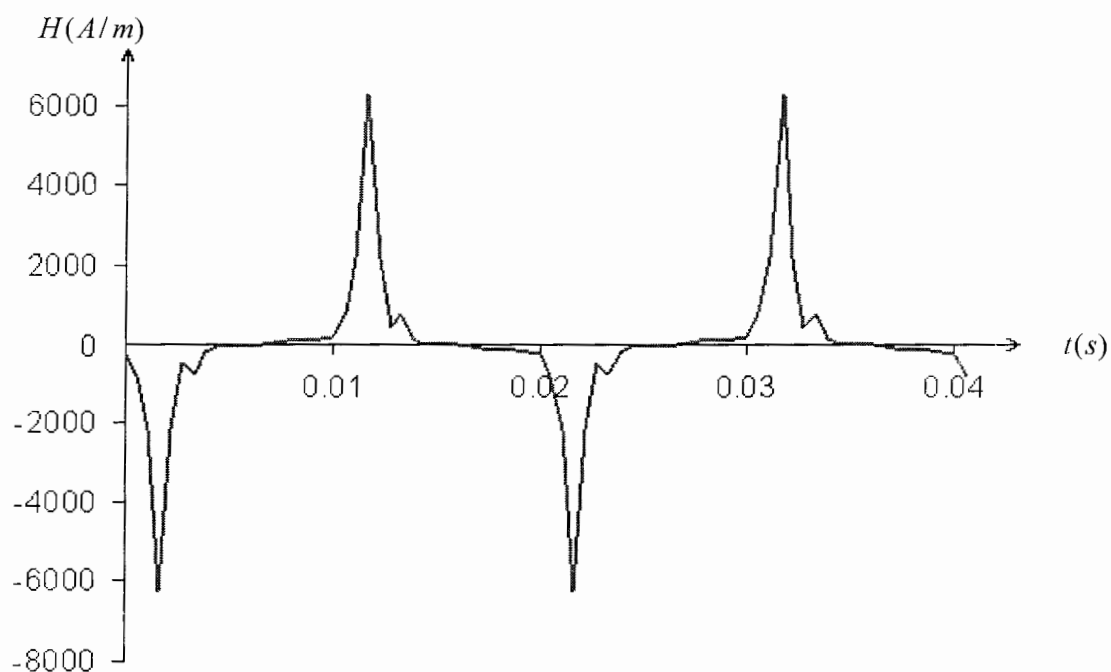
$$H = \frac{\alpha + \beta |B|^{2\gamma}}{\mu_0} B \quad (1-5)$$

که در آن B چگالی شار مغناطیسی، در یک نقطه خاص بر روی استاتور در زمانهای مختلف، μ_0 ثابت تراوایی خلأ و $\alpha = 2.309 \times 10^{-4}$ و $\beta = 3.1968 \times 10^{-5}$ و $\gamma = 4.5$ ثابت های ماده مغناطیسی بکار رفته در استاتور می باشند [۲].



شکل ۵-۵ تغییرات چگالی شار مغناطیسی بر حسب زمان

با جایگذاری مقادیر چگالی شار در رابطه (۵-۱)، میدان مغناطیسی بر حسب زمان در این نقطه محاسبه می گردد که نتیجه این محاسبه در شکل زیر، در دو سیکل نشان داده شده است.



شکل ۵-۶ تغییرات شدت میدان مغناطیسی بر حسب زمان برای نقطه ای در دندان استاتور

با استفاده از مقادیر محاسبه شده میدان مغناطیسی و با استفاده از آنالیز بسط فوریه و شبیه سازی کامپیوتری، معادله مربوط به میدان مغناطیسی تعیین می شود که در زیر آنالیز این تحلیل آمده است.

۴-۵ سری فوریه^۱ شدت میدان مغناطیسی

سری فوریه را می توان به صورت بسط نمایی از یک تابع، بر حسب سری سینوسها و کسینوسها، به قرار زیر تعریف کرد.

$$H(t) = a_0 + \sum_{i=1}^m [a_n \cos(\frac{2\pi n}{T} t) + b_n \sin(\frac{2\pi n}{T} t)] \quad (۲-۵)$$

ضرایب a_0 ، a_n و b_n از طریق انتگرالهای معین معادلات (۳-۵)، (۴-۵) و (۵-۵) به تابع معلوم $H(t)$ مربوط می شوند.

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T H(t) dt \quad (۳-۵)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T H(t) \cos(\frac{2\pi n}{T} t) dt \quad (۴-۵)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T H(t) \sin(\frac{2\pi n}{T} t) dt \quad (۵-۵)$$

معادلات بالا برای حالت پیوسته مورد استفاده قرار می گیرد. در حالت گسسته معادلات بالا با کمی تغییر و با در نظر گرفتن معادله $T = m \Delta t$ به معادلات زیر یعنی (۶-۵)، (۷-۵) و (۸-۵) تبدیل می گردند. m تعداد نقاطی است که در یک سیکل در نظر گرفته شده اند.

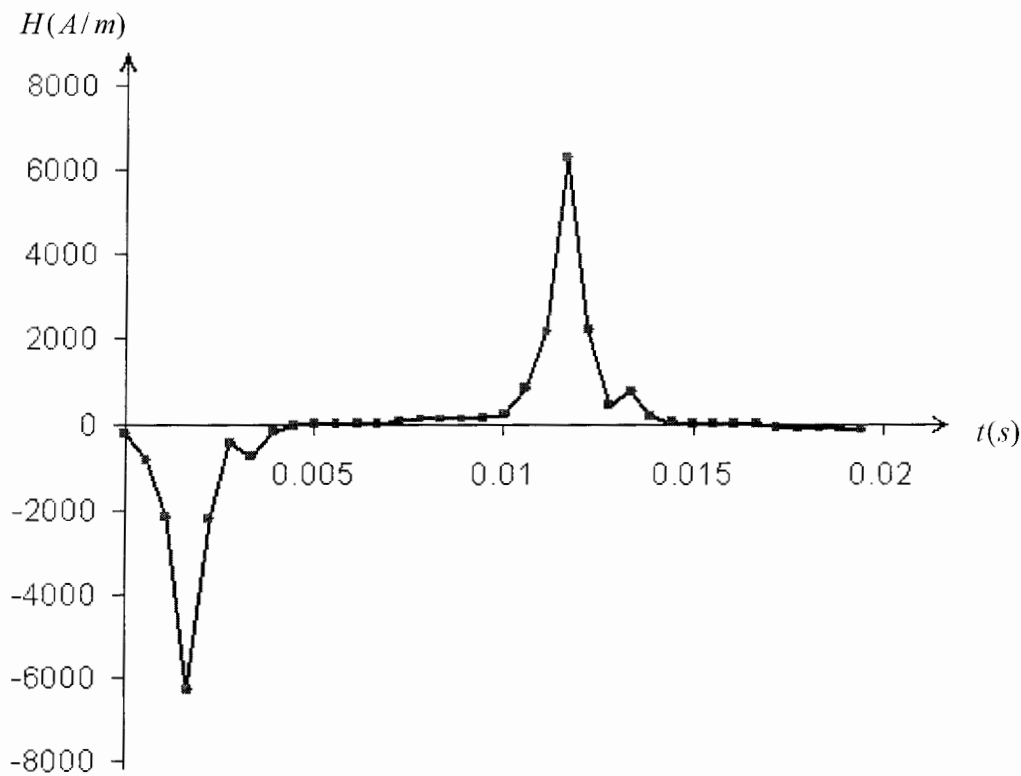
$$a_0 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m H(t_i) \quad (۶-۵)$$

$$a_n = \frac{2}{m} \sum_{i=1}^m H(t_i) \cos\left(\frac{2\pi n}{T} t_i\right) \quad (۷-۵)$$

$$b_n = \frac{2}{m} \sum_{i=1}^m H(t_i) \sin\left(\frac{2\pi n}{T} t_i\right) \quad (۸-۵)$$

در روابط بالا $t_i = i \Delta t$ است. با استفاده از معادلات (۶-۵)، (۷-۵) و (۸-۵) و با استفاده از نرم افزار Excel بسط فوریۀ میدان مغناطیسی محاسبه می شود. تعداد بیشتر جملات سری فوریۀ دقت بیشتر نتیجه را در پی خواهد داشت. با توجه به تقارن شکل موج میدان مغناطیسی هارمونیک های زوج در سری فوریۀ وجود ندارند. نتایج این محاسبه با در نظر گرفتن جملات سری فوریۀ تا هارمونیک هفده ام در معادلۀ زیر و شکل مربوط به آن به همراه مقادیر واقعی (مربع های کوچک نشان داده شده در شکل) در شکل ۷-۵ نشان داده شده است که دقیقاً این دو نمودار برهم منطبق می باشند.

$$\begin{aligned} H(t) = & -1268.482221 \cos(100 \pi t) - 716.7067543 \sin(100 \pi t) + 32.13423956 \cos(300 \pi t) \\ & - 1130.439017 \sin(300 \pi t) + 762.0402976 \cos(500 \pi t) - 439.3416912 \sin(500 \pi t) \\ & + 620.246597 \cos(700 \pi t) + 277.0917105 \sin(700 \pi t) + 55.3036067 \cos(900 \pi t) \\ & + 586.9260997 \sin(900 \pi t) - 445.7337282 \cos(1100 \pi t) + 255.4254249 \sin(1100 \pi t) \\ & - 332.6428838 \cos(1300 \pi t) - 282.270282 \sin(1300 \pi t) + 91.31042202 \cos(1500 \pi t) \\ & - 338.1298477 \sin(1500 \pi t) + 257.6499154 \cos(1700 \pi t) - 100.5517881 \sin(1700 \pi t) \end{aligned} \quad (۹-۵)$$



۷-۵ سری فوریه میدان مغناطیسی و مقادیر واقعی میدان

۵-۵ محاسبه پارامترهای بهینه مدل پریساج

چند نقطه از روی منحنی مغناطیس شونددگی تجربی نشان داده شده در شکل ۵-۸، [۲] که مقادیر پیک چگالی شار مغناطیسی سینوسی را نسبت به شدت میدان مغناطیسی نشان می دهد انتخاب می کنیم. سپس با در نظر گرفتن مقادیر چگالی شار این نقاط و با استفاده منحنی تلفات تجربی، نشان داده شده در شکل ۵-۹، [۲] که مقادیر تلفات را نسبت به پیک چگالی شار سینوسی نشان می دهد، سطح حلقه هیستریزس اصلی این نقاط را بدست می آوریم. مقادیر (B, H, S) مربوط به این نقاط را در برنامه بهینه سازی قرار می دهیم و توابع خطایی بصورت زیر در نظر می گیریم.

$$J_1 = \frac{\sum (B_p - B_p^*)^2}{\sum B_p^{*2}} \quad (6-5)$$

$$J_2 = \frac{\sum (S - S^*)^2}{\sum S^{*2}}$$

در این روابط B_p^* پیک مربوط به چگالی شار است که از روی منحنی های تجربی خوانده می شود و B_p پیک مربوط به چگالی شار است که از طریق برنامه بهینه سازی محاسبه می گردد و S^* سطح حلقه هیستریزیسی است که از روی منحنی $B-H$ تجربی بدست می آید و S سطحی حلقه هیستریزیسی است که از طریق برنامه بهینه سازی برای میدان مغناطیسی سینوسی محاسبه می گردد. این برنامه با حداقل رساندن توابع خطا، چهار پارامتر بهینه مربوط به چگالی صفحه پریساج را با خطای کل ۱/۵ در صد محاسبه می نماید. که این چهار پارامتر در زیر آمده اند:

$$\sigma_1 = 0.00162114256543 \times 10^{-2} \quad m_{ss} = 1.35401611687673 \times 10^{-2}$$

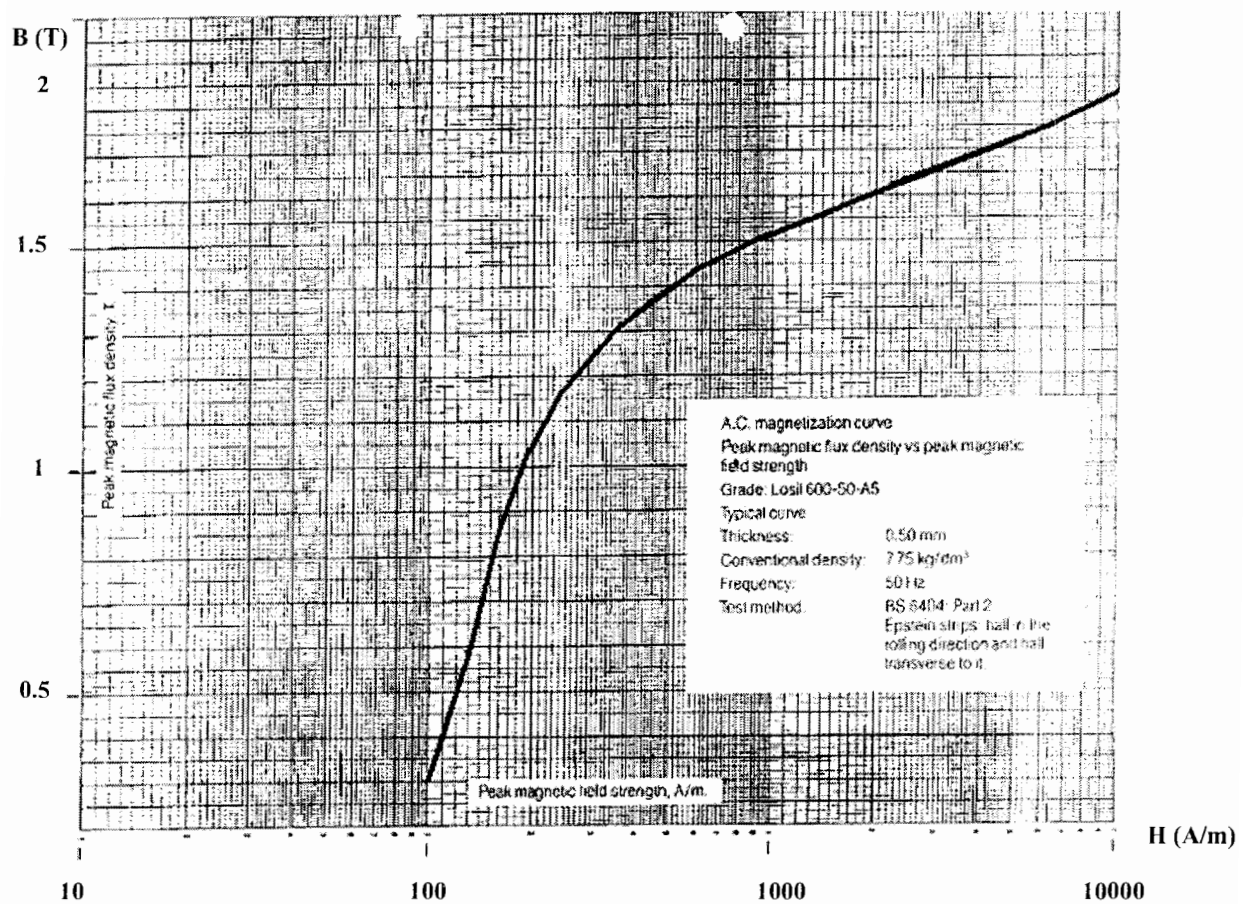
$$u_c = 0.00161095635746 \times 10^{-2} \quad \sigma_2 = 0.00143160064779 \times 10^{-2}$$

برای اطمینان از اینکه مدل کامپیوتری بهینه بدست آمده دارای دقت مناسب برای محاسبه تلفات می باشد مدل را برای مقادیر مختلف شار سینوسی مورد آزمایش قرار دادیم. به عنوان مثال مقدار سطح درون حلقه هیستریزیس بدست آمده از مدل بهینه برای چگالی شار سینوسی با پیک ۱/۷۲ تسلا برابر با 923.282828735397698 ژول بر متر مکعب می باشد که تلفات بر واحد وزن آن می شود:

$$p = V S f = \frac{M S f}{\rho} \Rightarrow \frac{p}{M} = \frac{S f}{\rho}$$

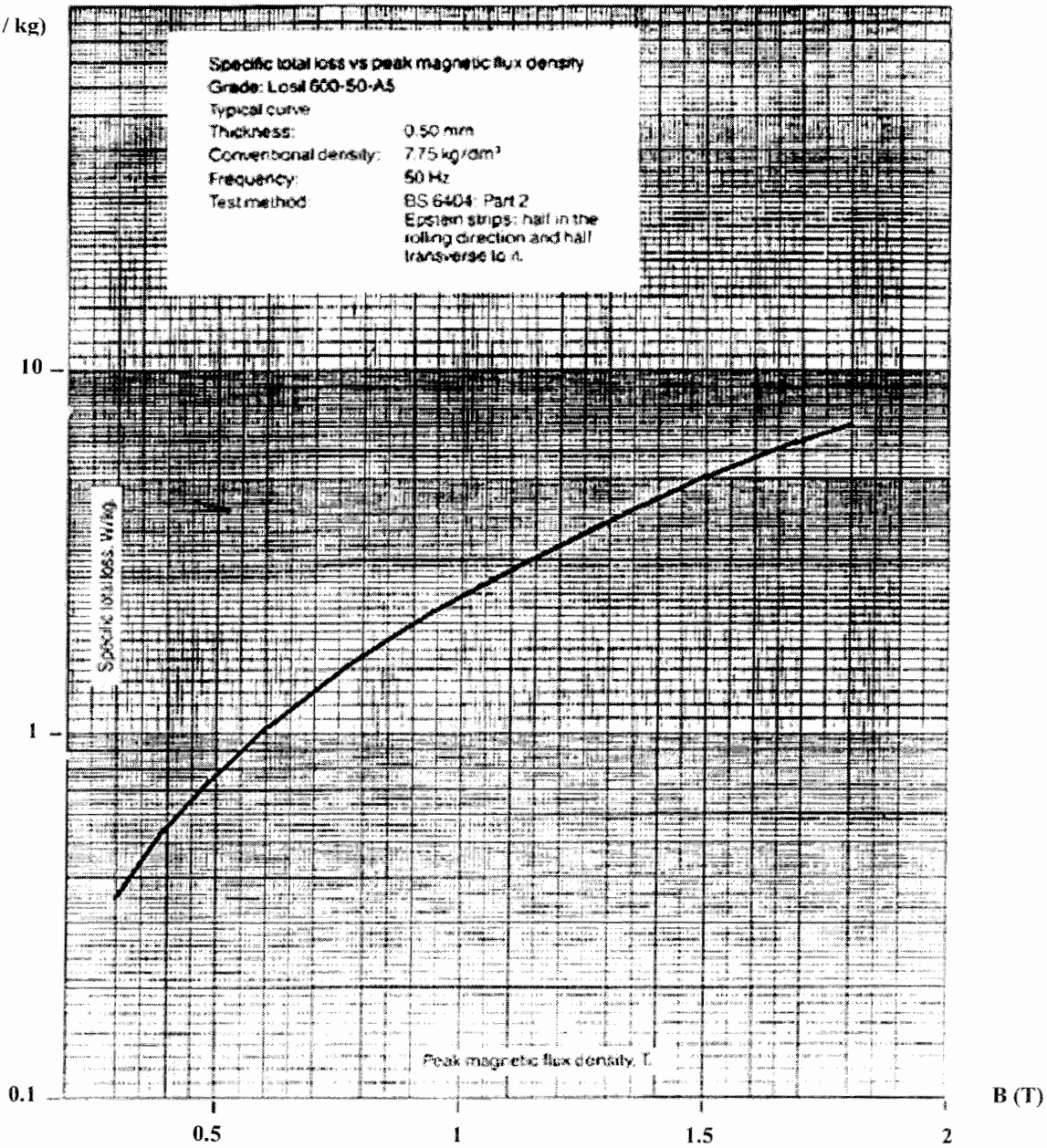
$$= \frac{923.282828735397698 (j/m^3) \times 50(1/s)}{7750(kg/m^3)} = 5.95 (W/kg)$$

که این مقدار با مقدار بدست آمده از طریق منحنی تجربی شکل ۹-۵ یعنی $6/2 (W/kg)$ در توافق نسبتاً خوبی می باشد [۲].



شکل ۸-۵ چگالی شار مغناطیسی سینوسی، نسبت به شدت میدان مغناطیسی

P (w / kg)



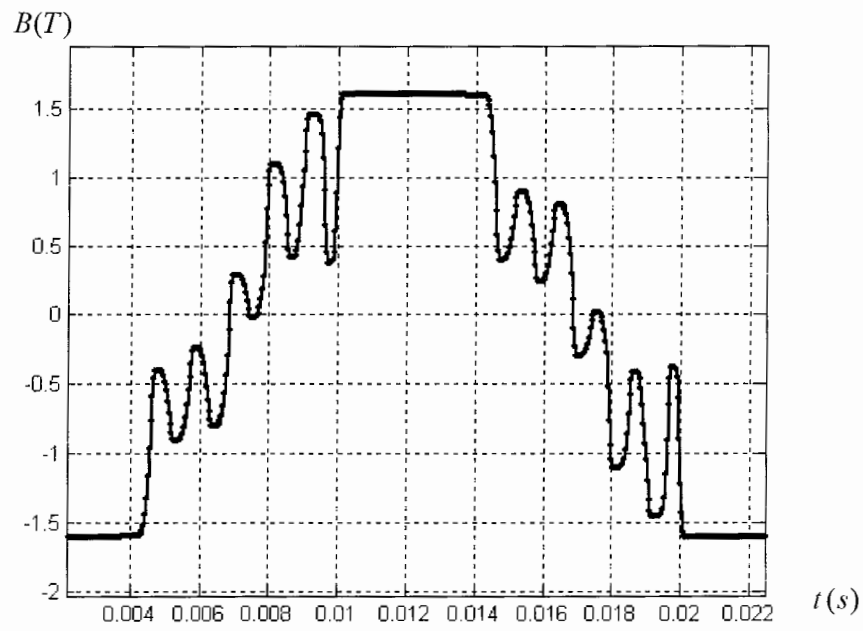
شکل ۵-۹ مقادیر تلفات، نسبت به چگالی شار مغناطیسی سینوسی

۵-۶ محاسبه تلفات موضعی

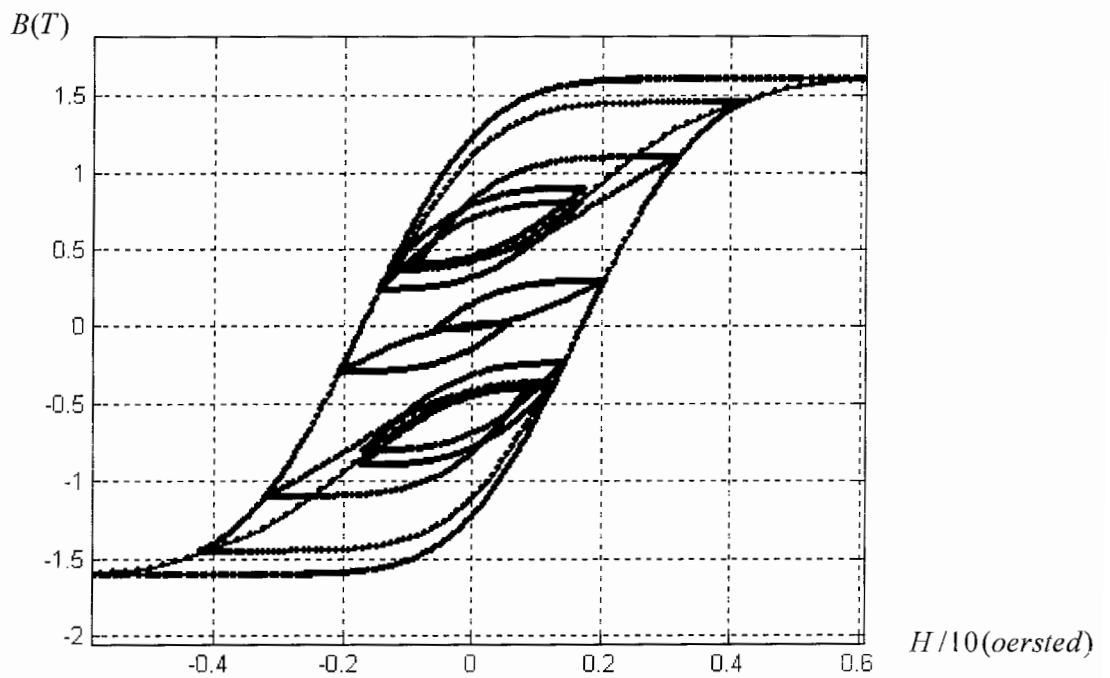
در شرایط آزمایشگاهی هسته‌ها با شکل خاص و با میدان ایده آل کاملاً سینوسی مورد آزمایش قرار می‌گیرند و در چنین شرایطی همه تغییرات $B-H$ هسته، روی حلقه هیستریزیس اصلی بدون حلقه‌های جزئی قرار گرفته و اندازه‌گیری می‌گردد. این اندازه‌گیری‌ها تلفات موضعی در هسته را تحت میدان بدون هارمونیک با دقت تعیین می‌کند. این در حالی است که در کاربرد‌های عملی عموماً هارمونیک‌ها حضور دارند و محاسباتی که با استفاده از منحنی‌های تجربی انجام می‌گیرد، دارای دقت قابل قبول نمی‌باشند. چون در طی تغییرات منحنی هیستریزیس، علاوه بر منحنی اصلی، حلقه‌های جزئی نیز دخالت دارند و بخش بزرگی از تلفات را به خود اختصاص می‌دهند.

از اینرو با استفاده از منحنی‌های تجربی نمی‌توان تلفات موضعی در یک نقطه خاص را با در نظر گرفتن اثرات فوق برای یک هسته آهنی بدست آورد. اما با استفاده از این برنامه قادر به محاسبه آن خواهیم بود که چگونگی محاسبه آن در زیر شرح داده شده است.

پس از آنکه چهار پارامتر حلقه هیستریزیس اصلی توسط برنامه اول محاسبه شد این مقادیر در برنامه دوم مدل‌کننده هیستریزیس قرار می‌دهیم و مقدار میدان مغناطیسی ورودی هارمونیک $H(t)$ از رابطه (۵-۹) و مقدار اشباع آن H_s را از مقادیری که از شبیه‌سازی فوریه مقادیر H که با استفاده از Excel بدست آمده است در این برنامه قرار می‌دهیم. منحنی تغییرات چگالی شار برحسب زمان، برای این شرایط خاص عملکرد ماشین و برای نقطه در نظر گرفته شده از ماشین در شکل ۵-۱۰ نشان داده شده است و با استفاده از برنامه کامپیوتری مدل پریساج، منحنی هیستریزیس و حلقه‌های جزئی آن نیز تحت میدان هارمونیک فوق بدست می‌آید که در شکل ۵-۱۱ نشان داده شده است.



شکل ۵-۱۰ نمودار چگالی شار بر حسب زمان



شکل ۵-۱۱ منحنی هیستریزیس و حلقه های جزئی آن

با استفاده از مقدار بدست آمده S از انتگرال $S = \int H \cdot dB$ که از برنامه مدل کننده هیستریزیس بدست می آید و با استفاده از رابطه (۱-۱) در فرکانس ۵۰ هرتز و چگالی $\rho = 7750 (kg/m^3)$ ، تلفات موضعی برای این نوع خاص از آهن در نقطه خاص بر روی استاتور در یک سیکل محاسبه می شود.

$$p = V S f = \frac{M S f}{\rho} \Rightarrow \frac{p}{M} = \frac{S f}{\rho}$$

$$= \frac{1728.584701985700804 (j/m^3) \times 50 (1/s)}{7750 (kg/m^3)} = 11.152 (W/kg)$$

این مقدار بدست آمده برای تلفات موضعی هیچگونه همخوانی با داده های تجربی ندارد. منحنی های تجربی با استفاده از یک میدان مغناطیسی سینوسی و تحت شرایط خاص در یک قطعه ماده فرومغناطیس بدست آمده اند در صورتی که میدان مغناطیسی در نقطه مورد نظر به صورت هارمونیک می باشد. بنابراین با استفاده از منحنی های تجربی نمی توان تلفات موضعی را به دقت محاسبه نمود.

به طور خلاصه محاسبه تلفات موضعی در یک نقطه خاص هسته فرومغناطیس با استفاده از مدل پریساج بنرتیب زیر انجام می گیرد:

۱- چگالی جرمی هسته فرومغناطیس استفاده شده باید مشخص باشد.

۲- با نرم افزار SLIM مش ماشین ایجاد می شود.

۳- با اعمال جریانها، چگالی شار مغناطیسی در هر نقطه بر روی هسته توسط این نرم افزار محاسبه می گردد.

۴- با داشتن چگالی شار، میدان مغناطیسی محاسبه می شود. در این مرحله با در اختیار داشتن رابطه دقیق منحنی مغناطیس شونده (منحنی B و H) یا منحنی تقریبی آن همانند رابطه (۵-۱)، تغییرات شدت میدان مغناطیسی بر حسب زمان بدست می آید.

۵- تابع مربوط به داده های میدان مغناطیسی توسط یک شبیه سازی با استفاده از آنالیز فوریه معین می گردد.

۶- با استفاده از منحنی های $B-H$ و منحنی تلفات تجربی چهار پارامتر تابع چگالی معین می گردد.

۷- با استفاده از این چهار پارامتر و شبیه سازی های انجام گرفته در این پروژه تلفات موضعی محاسبه می گردند.

منابع و مآخذ فصل ۵

- [۱]. سیزدهمین کنفرانس مهندسی برق ایران ۲۲-۲۰ اردیبهشت ۸۴ - سیم پیچی های کمکی تغذیه AVR برای ژنراتور سنکرون بدون جاروبک - احمد دارابی - دانشگاه صنعتی شاهرود صفحه ۲۶۵ تا ۲۷۰
- [2]: SLIM, Electromagnetic Engineering Software Unix Version 3, Alston Research & Technology Centre
- [۳]. جورج آرفکن - اعظم پور قاضی - روشهای ریاضی در فیزیک - فصل ۱۴ - مرکز نشر دانشگاهی ۱۳۷۱

نتایج

کاهش تلفات در هسته های فرومغناطیسی از دیر باز یکی از موضوعات مهم در علوم و مهندسی بوده است. روشهای قدیمی محاسبه تلفات آهن بصورت جداول و منحنی های گوناگون در اختیار مهندسين و تحليل گران قرار می گیرد که در تمام این روشها تلفات موضعی هسته فرومغناطیس تحت شرایط آزمایشگاهی و با استفاده از یک میدان سینوسی برآورد می شود. در صورتی که به دلایل ساختار پیچیده ماشین های الکتریکی و شرایط عملکرد متنوع آنها و همچنین رفتار مغناطیسی چند مقداره آهن، میدان مغناطیسی در آنها به صورت سینوسی تغییر نمی کند، بلکه بصورت هارمونیکی می باشد و با این منحنی ها نمی توان برآورد دقیقی از تلفات موضعی در یک نقطه خاص از هسته داشت.

اهمیت پروژه در این است که در آن تلفیقی از روش اجزاء محدود با یک مدل ریاضی از منحنی های هیستریزس صورت گرفته است و با این تلفیق قادر به محاسبه تلفات موضعی در هر نقطه بر روی هسته با هر میدان ورودی دلخواه می باشیم.

مدل ریاضی معرفی شده از پدیده هیستریزس در این پروژه، یک مدل هیستریزس استاتیک و اسکالر می باشد که شبیه سازی این مدل انجام شده است. لازم به ذکر است در حالت کلی تر می توان حالت برداری و همچنین مدل دینامیکی آن را مورد بررسی و تحلیل قرار داد.

روش اجزاء محدود روش قدرتمندی در حل مسائل با شرایط مرزی می باشد و بطور وسیع در علوم و مهندسی مورد استفاده قرار گرفته است. نرم افزار SLIM با ایجاد مش ماشین مورد مطالعه، قادر است میدان مغناطیسی تمام نقاط را با استفاده از روش اجزاء محدود محاسبه نماید.

تلفات آهن موضعی هر نقطه دلخواه ماشین با استفاده از نتایج تحلیل میدان بدست آمده از نرم افزار SLIM و مدل بهینه پریساج محاسبه می شود. مدل بهینه پریساج با چهار پارامتر قابل تنظیم با یک برنامه کامپیوتری مفصل و دستورات بهینه سازی توسط MATLAB حاصل می شود.

نتایج شبیه سازی شده در این پروژه، را می توان در آزمایشگاه های پیشرفته تست نمود که متأسفانه به علت کمبود امکانات و آزمایشگاه مدرن در دانشگاه اینکار امکان پذیر نمی باشد. همچنین نتایج این

شبیه سازی را می توان در صنعت مورد استفاده و بررسی قرار داد. در این پروژه بیشتر سعی بر این بوده است که تلفات موضعی در یک نقطه خاص بر روی هسته یک ژنراتور محاسبه شود و به بررسی موضوع کاهش تلفات پرداخته نمی شود. اما با استفاده از نتایج این شبیه سازی می توان نقاطی را که دارای تلفات بیشتری هستند تشخیص داد و با انتخاب تدابیر خاصی تلفات را در این نقاط کاهش داد.

Abstract:

Precise calculation of iron losses in electrical machines is the main subject of science and engineering. General method for iron loss calculation used by electrical engineers is based on experimental results given by different tables and curves. These experimental methods can be employed for calculation of local iron losses of a uniform magnetic material when subjected to a sinusoid magnetic field. Almost in all electrical machines, magnetic fields in the ferromagnetic cores are not purely sinusoidal and contain different type of the harmonics. For this reason commonly there are significant differences between the total iron loss values of the machine obtained by this experimental data and those of the measurements.

Precise calculation of iron losses particularly local losses presented in this project is important for the machine designers that they wish to do effective modification in their machine design and reduce losses where the loss densities are so high. In this thesis, iron loss for any chosen point of a synchronous machine can be calculated using field analysis data obtained by Finite Element Method (FEM) and a computer simulation of well known hysteresis model named Preisach model.



***Shahrood University of Technology
Physics Department***

***Master of Science Thesis
in
Solid State Physics***

***Iron loss evaluation of an electrical machine by use of
Finite Elements Technique***

***Supervisors:
Dr. Ahmad Darabi
Dr. Mohammad Ebrahim Ghazi***

***By:
Ahmad Askari Nejhadi***

january 2006