



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده‌ی فیزیک

عنوان:

آیا یک ابررسانا می‌تواند همیشه میدان مغناطیسی را از خود دفع کند؟

نگارش:

سهراب حیدری

استاد راهنما:

دکتر غلامحسین سدیر عابدی

پایان‌نامه برای اخذ درجه‌ی کارشناسی ارشد

در رشته‌ی فیزیک حالت جامد

مهرماه ۱۳۸۳

یک

به نام خداوند جان‌های پاک

ز مهرش گل ارغوان سینه‌چاک

«سهراب حیدری»

تقدیم به:

همه‌ی کسانی که شرنگ فقر،

زندگی را به کامشان تلخ کرده است.

تقدیر و تشکر :

با تقدیر و تشکر بی کران از استاد ارجمند
جناب آقای دکتر غلامحسین سدید عابدی

چکیده

نظریات متفاوتی برای توجیه رفتار ابررساناها بیان شده است، از جمله نظریه‌ی لندن که با روشی کاملاً کلاسیک به بررسی رفتار ابررساناها می‌پردازد.

روش جدیدی که در این پایان‌نامه برای بررسی رفتار ابررساناها پیشنهاد شده است، روش اعمال معادلات لاگرانژ برای حامل‌های بار در ابررساناهاست. به کمک این روش میدانی به نام میدان تعمیم‌یافته را معرفی می‌کنیم، که تمام خواص میدان مغناطیسی B را دارا می‌باشد، از جمله این که دیورژانس آن صفر است. سپس تحول زمانی میدان تعمیم‌یافته را بررسی می‌کنیم و در این بررسی به کمیت ثابتی به نام ماریچج تعمیم‌یافته‌ی مغناطیسی می‌رسیم، که ثابت حرکت است. با استفاده از این ثابت حرکت معادله‌ی دیفرانسیلی را به دست می‌آوریم که شکل تعمیم‌یافته‌ی معادله‌ی لندن است و دارای پاسخ‌هایی است که نشان می‌دهد به ازای مقادیر خاصی از ماریچج تعمیم‌یافته، میدان مغناطیسی به درون ابررساناها نفوذ می‌کند.

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

فصل اول - ابررسانایی و اصطلاحات آن

۱ (۱_۱) مقدمه
۱ (۲_۱) دماهای پایین و کشف ابررسانایی
۵ (۳_۱) دمای گذار
۶ (۴_۱) اثر مایسنر
۷ (۵_۱) عمق نفوذ
۸ (۶_۱) طول همدوسی
۹ (۷_۱) کوانتتش شار
۹ (۸_۱) ترمودینامیک ابررساناها
۹ (۱_۸_۱) انرژی آزاد
۱۲ (۲_۸_۱) آنتروپی در حالت ابررسانایی
۱۴ (۳_۸_۱) گرمای ویژه و گرمای نهان
۱۶ (۴_۸_۱) گرمای ویژه شبکه و گرمای ویژه الکترونی

فصل دوم - نظریه‌های ابررسانایی

۱۹ (۲_۱) فرضیه‌ی سیال دوگانه
۲۲ (۲_۲) نظریه‌ی لندن
۲۲ (۱_۲_۲) رهیافت اول به معادلات لندن
۲۴ (۲_۲_۲) رهیافت دوم به معادلات لندن
۲۷ (۳_۲_۲) بررسی عمق نفوذ لندن

۲۸ نظریه‌ی گینزبرگ و لاندائو (۳-۲)
۲۸ پارامتر نظم (۱-۳-۲)
۳۰ ابررسانای همگن در غیاب میدان مغناطیسی خارجی (۲-۳-۲)
۳۱ ابررسانای همگن در حضور میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت (۳-۳-۲)
۳۳ نظریه‌ی BCS (باردین - کوپر - شریف) (۴-۲)
۳۳ مقدمه (۱-۴-۲)
۳۵ منشأ برهم کنش الکترون‌ها (۲-۴-۲)

فصل سوم - ابررساناهای گرم

۴۰ آشنایی با ابررسانایی در دمای بالا (۱-۳)
۴۳ ساختار موادی که دمای گذار بالا دارند (۲-۳)
۴۹ بحث روی چند نمونه ماده‌ی ابررسانا (۳-۳)
۴۹ مواد خانواده‌ی $1-TI(n)$ (۱-۳-۳)
۵۱ $2-TI(n)$ (۲-۳-۳)
۵۲ $2-Bi(n=2)$ (۳-۳-۳)
۵۲ خواص مواد با دمای گذار بالا در حالت رسانش عادی (۴-۳)
۵۳ ساختار الکترونی مواد T_c بالا (۵-۳)
۵۳ ساختمان الکترونی اتم مس (۱-۵-۳)

فصل چهارم - ابررسانایی در حضور میدان مغناطیسی و انواع ابررساناها

۵۶ مقدمه (۱-۴)
۵۷ ابررساناهای نوع اول (۲-۴)
۶۰ حالت میانی (۳-۴)
۶۰ حالت میانی چیست؟ (۱-۳-۴)

۶۱ شرایط تعادل ترمودینامیکی حالت میانی (۲_۳_۴)
۶۱ میدان مغناطیسی مؤثر (۳_۳_۴)
۶۳ انرژی فصل مشترک نواحی عادی و ابررسانا (۳_۳_۴)
۶۴ بررسی حالت میانی از نظر ابررسانایی (۵_۳_۴)
۶۵ روش‌هایی که به کمک آن‌ها می‌توان حالت میانی را آشکارسازی کرد (۶_۳_۴)
۶۶ ابررساناهای نوع دوم (۴_۴)
۶۶ مقدمه و تعریف ابررسانای نوع دوم (۱_۴_۴)
۶۷ فاز آمیخته یا شابینکوف در ابررساناهای نوع دوم (۲_۴_۴)
۶۹ آشکارکردن فاز آمیخته در یک ابررسانای نوع دوم (۳_۴_۴)
۶۹ حالت میانی در ابررساناهای نوع دوم (۴_۴_۴)
	فصل پنجم - میدان‌های تعمیم‌یافته
۷۲ مقدمه و تعمیم کوانتومی معادلات لندن (۱_۵)
۷۴ تعمیم کوانتومی معادلات لندن (۲_۱_۵)
۷۵ معادلات حرکت لاگرانژ (۲_۵)
۷۶ معادلات لاگرانژ برای سیستم ذرات یک ابررسانا (۳_۵)
 آیا یک ابررسانا همیشه می‌تواند میدان مغناطیسی تعمیم‌یافته (۴_۵)
۸۰ را از خود طرد کند؟
۹۱ نتیجه‌گیری
۹۳ منابع فارسی
۹۵ منابع لاتین

فصل اوّل

ابرسانایی و اصطلاحات آن

- مقدمه
- دماهای پایین و کشف ابرسانایی
- دمای گذار
- اثر مایسنر
- عمق نفوذ
- طول همدوسی
- کوانتتش شار
- ترمودینامیک ابرساناها

۱-۱) مقدمه

ابرسانایی در سال ۱۹۱۱ کشف شد، در طی سال‌هایی که از کشف این پدیده می‌گذرد، در رابطه‌ی با آن سه بار جایزه‌ی نوبل به پژوهشگران این زمینه از فیزیک اعطا شده است. در ابتدا فقط به عنوان یک موضوع کاملاً علمی جای خود را در آزمایشگاه‌های مهم فیزیک جهان باز کرد. با روشن‌تر شدن ابعاد این پدیده‌ی فیزیکی نظر صنعتگران و بنگاه‌های تجاری به سوی آن جلب شده است. اکنون رقابتی جهانی برای برتری در زمینه‌ی پژوهش‌های ابرسانایی میان دانشمندان جهان، در جریان است. هدف نهایی، دست‌یافتن به ابرساناهایی است که در دمای معمولی (دمای اتاق) کار می‌کنند.

۲-۱) دماهای پایین و کشف ابرسانایی

معمولاً برای ایجاد دمای پایین، از یک مایع سردکننده استفاده می‌کنیم ولی تمام مایعاتی که ما با آن‌ها آشنایی داریم در دماهای خیلی پایین یخ‌زده و منجمد می‌شوند، لذا برای ایجاد دمای پایین باید موادی را که در حالت معمولی گاز هستند، تحت فشار به مایع تبدیل کرد. هر مایعی نیز در یک دمای منحصر به فرد معین به جامد تبدیل شده و منجمد می‌شود. نیتروژن و هلیوم به عنوان سردکننده دارای کاربرد وسیعی هستند و برای مراحل متوالی سرد کردن مورد استفاده قرار می‌گیرند. کشف ابرسانایی در آزمایشگاه لیدن توسط اچ. کامرلینگ اونز^۱ به هنگام بررسی مقاومت الکتریکی جیوه در دماهای پایین در سال ۱۹۱۱ صورت گرفت. اونز مشاهده کرد که در دمایی حدود ۴K جیوه مقاومت الکتریکی خود را به کلی از دست می‌دهد، و در تمام دماهای زیر ۴K مقاومت الکتریکی آن صفر است. نکته‌ی مهم قضیه این بود که این افت مقاومت به طور ناگهانی و یک‌باره صورت می‌گرفت و تدریجی نبود. در آن زمان که کامرلینگ اونز به بررسی مقاومت الکتریکی در دماهای پایین مشغول بود، مسأله‌ی مقاومت الکتریکی اهمیت خاصی پیدا کرده بود؛ زیرا طبق نظریه‌های رایج در آن زمان، با کم شدن دما، مقاومت الکتریکی یک فلز خالص باید به تدریج کاهش می‌یافت و در دمای صفر مطلق به کلی مقاومت از بین می‌رفت.

اساس این نظریه بدین‌گونه بود که: دو اثر حالت ایده‌آل بلوری را به هم می‌زند و مقاومت ایجاد

می‌کند:

الف_ در دماهای بالاتر از صفر مطلق اتم‌ها نوسان می‌کنند و از حالت‌های تعادل خود خارج

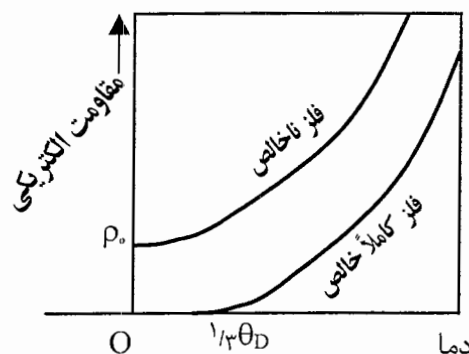
می‌شوند.

ب_ اتم‌های خارجی یک بلور و کاستی‌های بلوری که در بلور توزیع شده‌اند.

این پدیده‌ها باعث می‌شوند که حالت ایده‌آل بلوری از بین برود، الکترون‌های هدایت پراکنده شوند و مقاومت ایجاد شود. با کاهش دما نوسان‌های حرارتی اتم‌ها کاهش می‌یابد و الکترون‌های هدایت کم‌تر پراکنده می‌شوند. این امر در شکل (۱-۱) نشان داده می‌شود.

برای یک فلز کاملاً خالص، حرکت الکترون‌ها فقط توسط نوسان‌های حرارتی شبکه کند می‌شود، و وقتی دما به صفر مطلق می‌رسد، مقاومت ویژه باید به صفر نزدیک شود.

مقاومت الکتریکی بعضی از فلزات با کاهش دما به طریق معمولی کاهش می‌یابد. اما وقتی که دمای آن‌ها به چند درجه بالای صفر مطلق رسید، ناگهان مقاومت الکتریکی خود را به طور کامل از دست می‌دهند. در این حال گفته می‌شود که این اجسام به ابررسانا تبدیل شده‌اند.



شکل ۱-۱ نمودار تغییرات مقاومت الکتریکی فلزات با دما [۱]

دمای تبدیل به حالت جدید دمای بحرانی نامیده می‌شود و با T_c مشخص می‌گردد.

تلاش‌های زیادی برای اندازه‌گیری مقاومت الکتریکی در حالت ابررسانایی صورت گرفت ولی

هیچ‌کدام از این تلاش‌ها به نتیجه نرسید و اندازه‌ی مقاومت کماکان صفر باقی ماند.

کاملینگ اوزن در صدد درک این واقعیت بود که کاهش مقاومت مواد ابررسانا چه مقدار است؟ و آیا واقعاً مقاومت در این حالت صفر است و برای نشان دادن این موضوع ابتدا دقت تجهیزات خود را بالا برد لیکن موفق به اندازه گیری هیچ مقداری برای مقاومت نشد. لذا آزمایشی به این شرح طرح ریزی کرد، طرح او در شکل (۲-۱) نشان داده شده است.

دستگاه آزمایش او شامل یک سیم پیچ ابررسانا است که توسط کلید S_1 اتصال کوتاه می شود. وقتی کلید S_1 قطع ولی کلید S_2 وصل است جریان باتری از طریق سیم های رسانای معمولی به سیم پیچ منبع وارد می شود و وقتی که کلید S_2 باز می شود این جریان قطع می گردد و جریان الکتریکی از داخل سیم پیچ ابررسانا جاری می شود و میدان مغناطیسی تولید می کند که این میدان با انحراف عقربه ی قطب نما آشکار می شود.

حالا کلید S_1 وصل و S_2 قطع می شود، با این کار سیم پیچ ابررسانا اتصال کوتاه می شود و جریان باتری قطع می گردد. اما عقربه ی قطب نما همان انحراف قبلی را نشان می دهد؛ یعنی جریان الکتریکی حتی پس از قطع منبع انرژی همچنان در سیم پیچ جاری است. اگر انرژی تلف می شد، جریان الکتریکی با گذشت زمان کاهش می یافت و باعث انحراف عقربه ی قطب نما می گردید که این انحراف قابل اندازه گیری است.



شکل ۱-۲. دستگاه کامرلینگ اونز برای نشان دادن مقاومت الکتریکی صفر در حالت ابررسانائی [۲]

اینک به بررسی اصطلاحات و مفاهیم مربوط به ابرسانایی می‌پردازیم:

۳_۱) دمای گذار

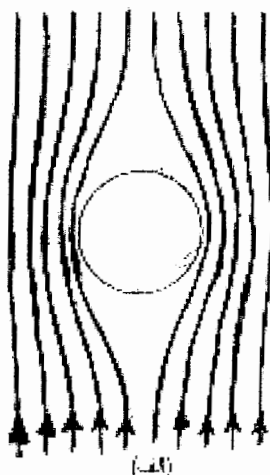
دمایی که یک ابررسانا در آن مقاومت خود را از دست می‌دهد دمای گذار یا دمای بحرانی ابررسانا نامیده می‌شود. این دما با T_c نمایش داده می‌شود و برای هر ابررسانایی متفاوت است، اگرچه ناخالصی‌های مغناطیسی دمای گذار T_c را پایین می‌آورند ولی در حالت کلی، دمای گذار T_c به مقادیر کم ناخالصی خیلی حساس نیست. در جدول زیر دمای بحرانی T_c و سال کشف ابررسانای مربوط به آن برای چند ارائه می‌شود:

عنصر	علامت اختصاری	سال کشف (میلادی)	دمای بحرانی $T_c(k)$
جیوه	Hg	۱۹۱۱	۴/۱۵
قلع	Sn	۱۹۱۳	۳/۶۹
سرب	Pb	۱۹۱۳	۷/۲۶
تانتالیوم	Tl	۱۹۲۸	۴/۳۸
نیوبیوم	Nb	۱۹۳۰	۹/۲
آلومینیوم	Al	۱۹۳۳	۱/۱۴
وانادیوم	V	۱۹۳۴	۴/۳

جدول ۱_۱ دمای بحرانی T_c و سال کشف ابررسانای مربوط به آن برای چند عنصر [۳]

۱_۳) اثر مایسنر

در ابتدای کشف ابررسانایی این گونه تصور می‌شد که ابررسانا یک رسانای ایده‌آل است؛ یعنی رسانایی که مقاومت صفر دارد. مایسنر^۱ و اکسنفلد^۲ دو دانشمند آلمانی، شار مغناطیسی را در خارج از فلزات قلع و سرب که در یک میدان مغناطیسی سرد شده بودند، اندازه‌گیری کردند و مشاهده نمودند که شار به داخل نمونه وارد نمی‌شود. مانند شکل (۱_۳).



شکل ۱_۳_ طرد شار مغناطیسی در یک ابررسانا ناشی از اثر مایسنر [۴]

نمونه‌های مورد آزمایش که در میدان مغناطیسی سرد شده بودند، در دمای گذارشان به طور آنی به یک دیامغناطیس کامل تبدیل شده و شار از داخل آن‌ها حذف شد. علت این امر آن است که پس از اعمال میدان مغناطیسی به یک ابررسانا در لایه‌ی سطحی آن جریان القایی برقرار می‌شود که جهت آن مطابق قانون لنز با عامل به وجودآورنده‌ی خود مخالفت می‌کند؛ لذا یک میدان مغناطیسی در جهت خلاف میدان خارجی اعمال شده، به وجود می‌آورد که در نتیجه میدان کل در درون نمونه صفر می‌شود.

حال اگر به روش دیگری به دمایی زیر T_c برویم، به این صورت که نمونه را در حضور میدان

1- W. Meissner

2- R. Ocshenfeld

خارجی تا دمای $T < T_C$ سرد کنیم، در این صورت طبق پیش‌بینی الکترودینامیک پس از این‌که جسم به دمای $T < T_C$ برده شد، باید میدان به درون آن نفوذ کند، ولی مایسنر و اکسِنفِلد نشان دادند که بدون توجه به این‌که جسم ابررسانا از چه مسیری به دمای $T < T_C$ برده شود، میدان در آن صفر است، پس القای صفر را می‌توان به صورت خاصیت اصلی ابررسانایی در حضور میدان‌های ضعیف‌تر از میدان بحرانی در نظر گرفت. لذا معادلات حاکم بر حالت ابررسانایی به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{cases} \rho = 0 \\ B = 0 \end{cases} \quad (1-4-1)$$

که ρ در این رابطه مقاومت ویژه است.

۵-۱) عمق نفوذ

خاصیت دیامغناطیس کامل یک ابررسانا باعث جلوگیری از انتشار جریان الکتریکی به درون جسم می‌شود و جریان نیز نمی‌تواند تماماً محدود به سطح باشد؛ هم‌چنین طرد میدان مغناطیسی از داخل یک ابررسانا نمی‌تواند به طور ناگهانی در سطح ابررسانا روی دهد. این امر به منزله‌ی آن است که مقدار این میدان در سطح ابررسانا که با میدان خارجی دقیقاً برابر است، ناگهان به مقدار صفر یعنی میدان در داخل ابررسانا تغییر یابد. این فرایند مترادف با تغییر ناگهانی میدان مغناطیسی از مقدار آن در سطح (که با اندازه‌ی میدان خارجی اعمال شده بر ابررسانا برابر است) به مقدار صفر است که برای تحقق این فرایند چگالی جریانی نامتناهی روی سطح لازم است، که از نظر عملی نیل به این مقدار ممکن نیست. لذا میدان مغناطیسی خارجی به مقدار بسیار جزئی در داخل ماده‌ی ابررسانا نفوذ می‌کند. بنابراین وقتی یک ابررسانا در میدان مغناطیسی قرار گیرد، چگالی شار در مرز سریعاً به صفر کاهش نمی‌یابد؛ بلکه در داخل ناحیه‌ای که جریان‌های سطحی جاری می‌شوند به تدریج میرا می‌شود. به عمقی که این جریان‌ها در آن جاری می‌شوند، عمق نفوذ گفته می‌شود. برای توضیح عمق نفوذ، ورقه‌ای ابررسانا را که از یک طرف نامحدود است در نظر می‌گیریم. چگالی شار مغناطیسی در

سیستم پایدارترین حالت، حالتی است که انرژی آزاد سیستم کمترین مقدار را داشته باشد.

برای تعیین اختلاف انرژی در دو حالت رسانش عادی و ابررسانایی، جسم ابررسانا را در میدان مغناطیسی ثابتی قرار می‌دهیم و انرژی آزاد گیبس را محاسبه می‌کنیم. انرژی آزاد گیبس برای یک جسم مغناطیسی به صورت زیر تعریف می‌شود [۵]:

$$G = U - TS - \mu_0 H_a M$$

و انرژی آزاد هلمهولتز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F = U - TS$$

در روابط فوق S آنترופی، U انرژی داخلی، M مغناطش و H_a میدان اعمالی و T دمای ابررساناست. انرژی آزاد هلمهولتز و انرژی آزاد گیبس در بررسی ترمودینامیک سیستم‌های مختلف از اهمیت زیادی برخوردار هستند.

یک نمونه‌ی فلزی به شکل استوانه در نظر می‌گیریم که قابلیت تبدیل به ابررسانایی را دارا باشد. وقتی این نمونه‌ی فلزی تا زیر دمای گذار خود سرد شود، تبدیل به ابررسانا می‌شود و اگر آن را در میدان خارجی به شدت H_a قرار دهیم، میدان مغناطیسی داخل این ماده طبق نظریات کلاسیک از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$B = \mu_0 (H_a + 4\pi M) \quad (1-8-1)$$

تا وقتی که میدان H_a از میدان بحرانی H_c کوچک‌تر است، به علت اثر مایسنرچگالی میدان مغناطیسی B صفر است پس $H_a = -4\pi M$ و لذا گشتاور مغناطیسی استوانه $M = \frac{dH_a}{4\pi}$ است. در این صورت با تغییر میدان خارجی به اندازه‌ی dH_a روی ابررسانا کار انجام می‌شود که مقدار این کار در واحد حجم ابررسانا برابر است با $-MdH_a$ پس:

$$-MdH_a = H_a$$

اینک با تغییر میدان خارجی از صفر تا مقدار H_a کاری که روی این نمونه‌ی استوانه‌ای ابررسانا انجام می‌دهد برابر است با [۱]:

$$- \int_0^{H_a} MdH_a = \frac{H_a^2}{4\pi} \quad (2-8-1)$$

این کار به صورت انرژی آزاد در ابررسانای واقع در میدان H_a ذخیره می‌شود، بنابراین اگر چگالی

انرژی آزاد ابررسانا در غیاب میدان مغناطیسی f_{s_0} باشد، مقدار آن در میدان H که با f_{SH} نمایش داده می‌شود برابر است با [۳]:

$$f_{SH} = f_{s_0} + \frac{H_0^2}{4\pi} \quad (3_8_1)$$

وقتی جسم از ابررسانش به رسانش عادی برمی‌گردد، که میدان خارجی با میدان بحرانی جسم ابررسانا برابر شود، در این صورت f_{SH} به سطح انرژی آزاد می‌رسد. پس انرژی آزاد ابررسانایی با انرژی آزاد حالت رسانش عادی برابر است لذا:

$$f_n - f_{SH} = \frac{H_C^2}{4\pi} \quad (4_8_1)$$

لذا با معلوم بودن میدان بحرانی، اختلاف بین انرژی آزاد در حالت رسانش عادی و ابررسانایی معین می‌شود. حال از دیدگاه دیگری به موضوع انرژی آزاد حالت‌های عادی و ابررسانایی می‌پردازیم:

انتقال به حالت معمولی از نظر ترمودینامیکی برگشت‌پذیر می‌باشد، بنابراین برای استفاده از بحث‌های ترمودینامیکی، پارامترهای دما و شدت میدان مغناطیسی را می‌توانیم در نظر بگیریم. فرض کنیم که در دمای T و در حالتی که میدان مغناطیسی صفر است $H_a = 0$ انرژی آزاد گیبس^۱ برای واحد حجم در حالت ابررسانائی $g_s(T,0)$ و در حالت رسانش عادی $g_n(T,0)$ باشد، با اعمال میدان H_a به نمونه‌ی استوانه‌ای شکل نمونه، دارای مغناطیدگی M می‌شود و انرژی آزاد آن در واحد حجم به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$\Delta g(H_a) = -\mu_0 \int_0^{H_a} M dH_a \quad (5_8_1)$$

با اعمال میدان مغناطیسی به یک ابررسانا، مغناطیس‌شدگی منفی ایجاد می‌شود، چون جسم ابررسانا طبق اثر مایسنر دیامغناطیس است. پس وقتی شدت میدان مغناطیسی اعمال شده کم‌تر از میدان بحرانی باشد $M = -H$ ، پس انرژی آزاد در واحد حجم در این حالت تا مقدار زیر افزایش پیدا می‌کند:

$$g_s(T,H) = g_s(T,0) - \mu_0 \int_0^{H_a} M dH_a \quad (6_8_1)$$

لذا پس از انتگرال‌گیری داریم:

^۱ - Gibbs

$$g_s(T,H) = g_s(T,0) + \mu_0 \frac{H_a^2}{2} \quad (7_8_1)$$

در نتیجه با اعمال میدان مغناطیسی به یک ابررسانا انرژی آزاد آن به دلیل مغناطیس‌شدگی تا مقداری که در رابطه‌ی بالا مشخص شده افزایش می‌یابد.

با اعمال میدان، انرژی آزاد حالت معمولی تغییر نمی‌کند. ولی با افزایش شدت میدان، انرژی آزاد در حالت ابررسانا بیش‌تر از حالت معمولی خواهد شد و فلز خاصیت ابررسانایی را از دست می‌دهد و به رسانش عادی خواهد رسید.

$$g_s(T,H) > g_n(T,0)$$

پس طبق رابطه‌ی بالا داریم:

$$\mu_0 \frac{H_a^2}{2} > [g_n(T,0) - g_s(T,0)] \quad (8_8_1)$$

در نتیجه اندازه‌ی میدان مغناطیسی‌ای که می‌توان به یک ابررسانا اعمال کرد تا ابررسانا باقی بماند مقدار ماکزیمم معینی دارد، این شدت میدان مغناطیسی بحرانی همان مقداری است که چگالی جریان بحرانی را ایجاد می‌کند. [۳]

$$H_c(T) = \left\{ \frac{2}{\mu_0} [g_n(T,0) - g_s(T,0)] \right\}^{1/2} \quad (9_8_1)$$

۲-۸-۱) آنتروپی در حالت ابررسانایی

قانون اول ترمودینامیک روابط بین کمیت‌های ترمودینامیک را مشخص می‌کند [۵]:

$$\delta Q = \delta R + \delta U \quad (10_8_1)$$

δQ چگالی انرژی گرمایی جسم و δR کار انجام‌شده در واحد حجم توسط جسم خارجی و δU انرژی داخلی است.

از طرفی انرژی آزاد f برابر است با مقدار زیر:

$$f = U - TS \quad (11_8_1)$$

T دمای جسم و S آنتروپی واحد حجم است. تغییرات طرفین رابطه‌ی (۱۱-۸-۱) را محاسبه می‌کنیم لذا در فرایندهای بازگشت‌پذیر داریم:

$$\delta f = \delta U - T \delta S - S \delta T \quad (12_8_1)$$

از رابطه‌ی (۱۰_۸_۱) داریم:

$$\delta U = \delta Q - \delta R$$

از طرفی $\delta Q = T \delta S$ پس:

$$\delta U = T \delta S - \delta R \quad (۱۳_۸_۱)$$

اینک رابطه‌ی (۱۳_۸_۱) را در رابطه‌ی (۱۲_۸_۱) قرار می‌دهیم:

$$\delta f = -\delta R - S \delta T$$

از این رابطه نتیجه گرفته می‌شود که:

$$S = - \frac{\delta f}{\delta T} - \frac{\delta R}{\delta T}$$

حال اگر کار انجام یافته از طرف میدان خارجی ثابت باشد یعنی R ثابت، نتیجه می‌شود:

$$S = - \left(\frac{\delta f}{\delta T} \right)_R$$

و از طرف دیگر می‌دانیم که

$$f_n - f_{S_0} = \frac{H_C^2}{4\pi}$$

با جا نشانی روابط فوق نتیجه گرفته می‌شود که:

$$S_s - S_n = \frac{H_C}{4\pi} \left(\frac{\delta H_C}{\delta T} \right)_R \quad (۱۴_۸_۱)$$

S_n و S_s به ترتیب آنتروپی حالت‌های ابررسانایی و رسانش عادی هستند که اختلاف آنتروپی حالت‌های عادی و ابررسانایی است.

آنتروپی می‌تواند بر حسب انرژی آزاد گیبس نیز بیان شود به این گونه که: اعمال میدان خارجی به یک ابررسانا چگالی انرژی آزاد g_s را به اندازه‌ی $\frac{1}{4} \mu_0 H_a^2$ افزایش می‌دهد، پس در صورت اعمال میدان مغناطیسی H_a یک اختلاف بین انرژی آزاد در دو حالت رسانش معمولی و حالت ابررسانایی به وجود می‌آید:

$$g_n - g_s(H_a) = \frac{1}{4} \mu_0 (H_c^2 - H_a^2) \quad (۱۵_۸_۱)$$

ولی انرژی آزاد گیبس یک جسم مغناطیسی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G = U - TS + PV - \mu_0 H_a M \quad (۱۶_۸_۱)$$

که در آن U انرژی داخلی، S آنتروپی، P فشار، V حجم و M ممان مغناطیسی است. در میدان و فشار ثابت اگر دما به مقدار dT تغییر کند، تغییر در انرژی آزاد به صورت زیر درمی‌آید:

$$dG = dU - T dS - S dT + P dV - \mu_0 H_a dM \quad (۱۷_۸_۱)$$

طبق قانون اول ترمودینامیک انرژی داخلی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$dU = T dS - P dV + \mu_0 H_a dM \quad (۱۸_۸_۱)$$

در نتیجه:

$$S = - \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_{P, H_a} \text{ و } dG = - S dT$$

و آنتروپی در واحد حجم به صورت $S = - \left(\frac{\partial g}{\partial T} \right)_{P, H_a}$ درمی‌آید.

اگر از رابطه‌ی (۱۵_۸_۱) نسبت به T مشتق جزئی بگیریم، داریم:

$$\frac{\partial g_n}{\partial T} - \frac{\partial g_s}{\partial T} = \mu_0 H_c \frac{\partial H_c}{\partial T} \Rightarrow -S_n + S_s = \mu_0 H_c \frac{\partial H_c}{\partial T} < 0$$

$$S_n - S_s = - \mu_0 H_c \frac{\partial H_c}{\partial T} \quad (۱۹_۸_۱)$$

میدان مغناطیسی بحرانی با افزایش دما همیشه کاهش می‌یابد در نتیجه $\frac{\partial H_c}{\partial T}$ همیشه منفی است و طرف راست معادله‌ی فوق همواره مثبت است پس $S_n - S_s \geq 0$ لذا آنتروپی حالت ابررسانایی از حالت معمولی کم‌تر است، یعنی حالت ابررسانایی دارای درجه‌ی نظم بیش‌تری نسبت به حالت معمولی ماده می‌باشد این نتیجه با نتایج نظریه BCS توافق دارد که بر طبق آن الکترون‌ها در یک ابررسانا به صورت سیستم با نظم بسیار بالایی از جفت الکترون‌ها درمی‌آیند. وقتی دما به دمای بحرانی T_c برسد، اختلاف آنتروپی در دو حالت به سمت صفر میل می‌کند.

۳_۸_۱) گرمای ویژه و گرمای نهان

گرمای ویژه C به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Delta Q = C_m \Delta T$$

که در آن گرمای لازم برای بالابردن دمای جرم m از ماده، به اندازه‌ی ΔT است. بسته به شرایط اعمال گرما، با گرمای ویژه‌ی آن شرایط سروکار داریم. اگر در فشار ثابت به جسمی گرما داده شود باید از ظرفیت گرمایی C_p استفاده کنیم و با استفاده از تابع گیبس در P (فشار) ثابت داریم:

$$C_p = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{P, B} = -T \left(\frac{\partial^2 G}{\partial T^2} \right)_{P, B} \quad (۲۰_۸_۱)$$

لذا با توجه به رابطه‌ی زیر:

$$G_n - G_s = \frac{V}{2\mu_0} B_C^2 \quad (21_8_1)$$

می‌توان نوشت:

$$C_n - C_s = \frac{-VT}{\mu_0} \left\{ \left(\frac{\partial B_C}{\partial T} \right)^2 + B_C \frac{\partial^2 B_C}{\partial T^2} \right\}$$

و یا:

$$C_s - C_n = \frac{VT}{\mu_0} \left\{ \left(\frac{\partial B_C}{\partial T} \right)^2 + B_C \frac{\partial^2 B_C}{\partial T^2} \right\} \quad (22_8_1)$$

در این جا V حجم ابررساناست.

در دمای گذار $T = T_C$ طرف راست معادله‌ی فوق مثبت است، پس نتیجه می‌گیریم که $C_s > C_n$

است و همچنین اگر $B_C = 0$ باشد رابطه‌ی (22_8_1) به رابطه‌ی زیر تبدیل می‌شود [5]:

$$(C_s - C_n)_{T=T_C} = \frac{VT}{\mu_0} \left(\frac{\partial B_C}{\partial T} \right)^2_{T=T_C} \quad (23_8_1)$$

این رابطه به فرمول راجرز¹ معروف است و مقدار اختلاف گرمای ویژه را در دو حالت ابررسانائی و حالت معمولی تعیین می‌کند.

چون در دمای گذار $S_n = S_s$ و از طرفی داریم: $S = - \left(\frac{\partial g}{\partial T} \right)_{P, H_a}$ در نتیجه برای گذار از حالت

ابررسانائی به حالت معمولی در دمای T_C داریم:

$$\left(\frac{\partial g}{\partial T} \right)_n = \left(\frac{\partial g}{\partial T} \right)_s \quad (24_8_1)$$

اگر یک انتقال از حالتی به حالت دیگر به گونه‌ای باشد که اولاً انرژی آزاد گیبس در دو حالت با

هم مساوی باشند و نمودار انرژی آزاد پیوسته باشد و علاوه بر این نمودار $\frac{\partial g}{\partial T}$ در دو حالت نیز با

هم برابر باشند این انتقال و گذار را گذار فاز نوع دوم می‌نامند.

از رابطه‌ی $dQ = T ds$ چون در گذار فاز نوع دوم آنتروپی ثابت است $S_n = S_s$ نتیجه می‌گیریم که

در گذار فاز نوع دوم هیچ گرمای نهانی وجود ندارد.

وقتی یک ماده بدون حضور میدان مغناطیسی از حالت ابررسانایی به حالت معمولی برمی‌گردد،

1. Rutgers

هیچ گرمای نهانی ظاهر نخواهد شد، اما با وجود میدان مغناطیسی گرمای نهان نیز ظاهر می‌شود.

گرمای نهان برای انتقال از حالت a به حالت b از رابطه‌ی $L=VT(S_a-S_b)$ [۵] حاصل می‌شود پس

$$L = -VT \mu_0 H_C \frac{dH_C}{dT} \quad (۲۵-۸-۱)$$

در غیاب میدان مغناطیسی انتقال در دمای گذار و در میدان مغناطیسی $H_C=0$ رخ می‌دهد. [۶]

اما اگر میدان مغناطیسی وجود داشته باشد انتقال در دمای پایین‌تر T اتفاق می‌افتد که در آن $H_C > 0$ است.

۱-۸-۴) گرمای ویژه‌ی شبکه و گرمای ویژه‌ی الکترونی

گرمای ویژه‌ی فلزات از دو بخش تشکیل شده است، گرمای ویژه‌ی شبکه و الکترون‌های هدایت

به طوری که می‌توانیم گرمای ویژه‌ی یک فلز را به صورت زیر بنویسیم [۱]:

$$C = C_{latt} + C_{el} \quad (۲۶-۸-۱)$$

خواص شبکه در گذار یک فلز به حالت ابررسانایی عوض نمی‌شود در نتیجه C_{latt} تغییر نمی‌کند

و در هر دو حالت یکی است، لذا اختلاف بین گرمای ویژه‌ی حالت ابررسانایی و حالت معمولی فقط

مربوط به تغییر گرمای ویژه‌ی الکترون‌هاست [۱]:

$$C_s - C_n = (C_{el})_C - (C_{el})_n \quad (۲۷-۸-۱)$$

این حقیقت که درست در زیر دمای انتقال، گرمای ویژه در حالت ابررسانایی بیش‌تر از حالت

معمولی است بر این دلالت می‌کند که وقتی یک ماده در حالت ابررسانایی است و دمایش پایین آورده

می‌شود، آنتروپی الکترون‌های هدایت کاهش می‌یابد. بنابراین، وقتی یک ابررسانا سرد می‌شود باید

نظم بیش‌تری برای الکترون‌ها پدیدار شود. در دماهای خیلی پایین‌تر از دمای گذار، گرمای ویژه‌ی

ابررسانا به مقدار بسیار اندکی افت پیدا می‌کند.

اختلاف گرمای ویژه‌ی یک ابررسانا و فلز معمولی در نتیجه‌ی تغییر گرمای ویژه‌ی الکترون‌ها

صورت می‌گیرد، برای پیدا کردن این اختلاف باید بتوانیم گرمای ویژه‌ی الکترون‌ها را اندازه‌گیری کنیم.

برای یک فلز معمولی در دمای پایین گرمای ویژه عبارت است از [۱]:

$$C_n = C_{latt} + C_{(el)n} = A \left(\frac{T}{\theta}\right)^3 + \gamma T \quad (۲۸-۸-۱)$$

A ثابت یکسانی برای کل فلزات است، θ دمای دبای و γ ثابت زومرفلد است. با تقسیم طرفین رابطه‌ی فوق بر T داریم:

$$\frac{C_n}{T} = \left(\frac{A}{\theta^3}\right) T^2 + \gamma \quad (29_8_1)$$

اگر این رابطه را بر حسب T^2 رسم کنیم، به صورت یک خط راست درمی‌آید که در نتیجه γ

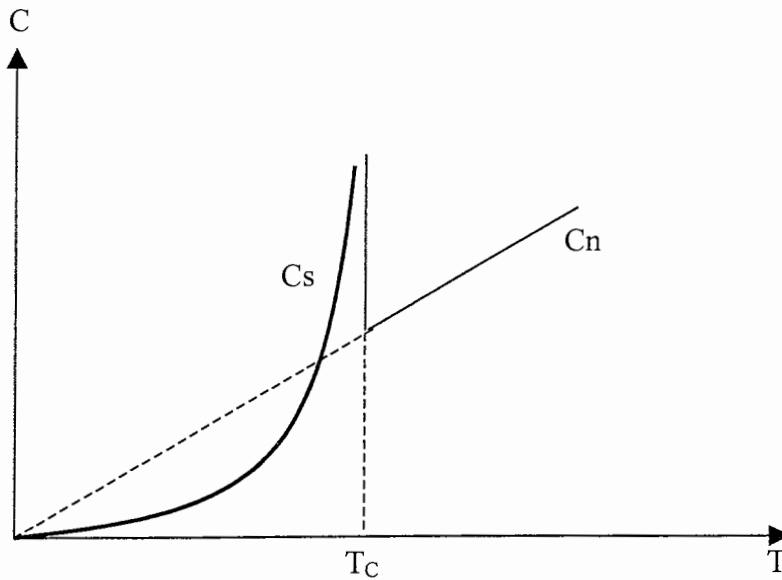
عرض از مبدأ به سهولت به دست می‌آید که مبین سهم الکترون‌ها در گرمای ویژه است.

اما گرمای ویژه‌ی شبکه در حالت ابررسانایی و معمولی یکسان و به صورت زیر بیان می‌شود [۶]:

$$C_{\text{latt}} = A \left(\frac{T}{\theta}\right)^3 \quad (30_8_1)$$

در دماهای خیلی پایین‌تر از دمای گذار، گرمای ویژه‌ی الکترونی به صورت زیر درمی‌آید [۷]:

$$(C_{\text{el}})_s = a e^{-b/kT} \quad (31_8_1)$$



نمودار شکل (۴_۱) گرمای ویژه‌ی یک ابررسانا بر حسب دما [۸]

فصل دوم

نظریه‌های ابررسانایی

- فرضیه‌ی سیال دوگانه
- نظریه‌ی لندن
- نظریه‌ی گینزبرگ و لاندائو
- نظریه‌ی BCS

برای توجیه خواص مواد ابررسانا نظریه‌های گوناگون بیان شده که در این فصل به بیان مختصر مهم‌ترین این نظریات می‌پردازیم.

البته بعضی از این نظریات برای توجیه قسمتی از خواص ابررسانایی ارائه شده اند و برای بیان سایر واقعیت‌های ابررسانایی موفق نبوده‌اند، با این حال، با شکست هر نظریه، نظریه‌ی قوی‌تری در این زمینه ارائه گردیده است. مهم‌ترین این نظریات عبارتند از:

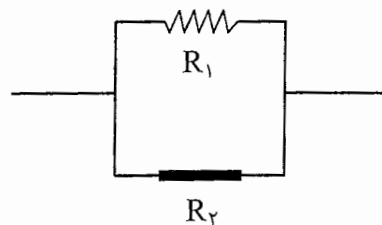
۱_۲) فرضیه‌ی سیال دوگانه

در فلزات رسانا گاز الکترون را الکترون‌هایی می‌سازند که در رسانایی شرکت می‌کنند، اما این ذرات مانند گاز ایده‌آل نیستند؛ زیرا، ذرات گاز ایده‌آل اصولاً با هم برهم‌کنش ندارند و ساده‌ترین مدل برای تصور این گاز ایده‌آل مدلی از توپ‌های بیلیارد است که با هم برخورد می‌کنند، اما به هیچ وجه بر وضعیت هم اثر ندارند، ولی در واقع ذرات یک گاز الکترونی، ذراتی باردار هستند که طبق قانون کولن با یکدیگر برهم‌کنش می‌کنند.

حالت مایع در بین حالت‌های مواد، بین گاز و جامد قرار دارد، ذرات آن با هم برهم‌کنش دارند و این امر باعث نگهداری ذرات مایع در کنار هم می‌شود. ولی این برهم‌کنش به اندازه‌ای نیست که ذرات مایع را در جاهای ثابت در کنار هم نگه دارد (مثل بلور جامدات). در مورد ابررسانا، الکترون‌های رسانش مانند مولکول‌های یک مایع رفتار می‌کنند.

الکترون‌های رسانش در یک ابررسانا را به صورت یک مایع الکترونی در نظر می‌گیریم و جریان را با جریان مایع مقایسه می‌کنیم. در سال ۱۹۳۴ اچ کاسیمیر^۱ و ک گورتر^۲، فیزیک‌دانان هلندی پیشنهاد کردند که ابررسانا به عنوان مخلوطی از دو مایع الکترونی عادی و ابررسانا در نظر گرفته شود. مایع الکترونی عادی دارای خواص الکترونیهای یک فلز عادی است؛ در حالی که مایع الکترونی ابررسانا بدون اصطکاک جریان می‌یابد، هر دو مایع کاملاً مخلوط شده‌اند. در هر قسمت از ابررسانا مخلوطی از هر دو نوع الکترون وجود دارد.

نسبت الکترون‌ها فقط تابع دماست، وقتی فلزی را تا زیر دمای بحرانی آن سرد کنیم، الکترون‌های ابررسانایی ظاهر می‌شوند، به طوری که در دمای صفر مطلق تمام الکترون‌ها از نوع ابررسانایی یا ابر الکترون‌ها هستند. این نظریه یک ابررسانا را که از آن جریان ثابتی عبور می‌کند به صورت مداری نشان می‌دهد که شامل دو مقاومت الکتریکی موازی است، که یکی از آن‌ها در گذار به ابررسانایی ناپدید می‌شود یعنی شاخه‌ای از مدار که دارای مقاومت است، حذف می‌شود. مانند شکل (۱-۲).



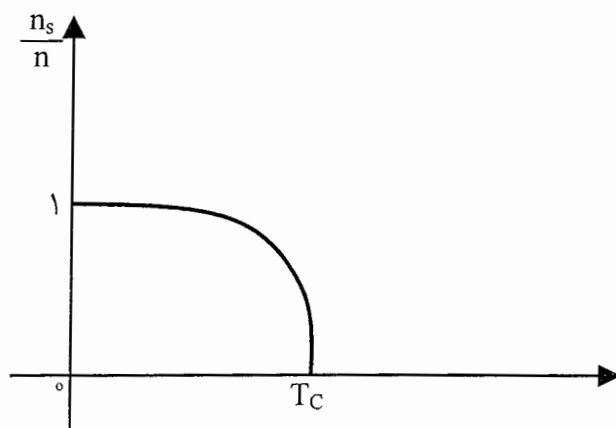
شکل ۱-۲: هر ابررسانا مانند یک مدار موازی که شامل ابررسانا و رسانای عادی است. [۹]

جریان از شاخه‌ی ابررسانایی مدار، عبور می‌کند. این جریان هر قدر چگالی ابرالکترون‌ها در ابررسانایی بیشتر باشد، اندازه بیشتر تری خواهد داشت. باید در نظر داشت که ابر الکترون‌ها هدایت گرمایی یا انتقال انرژی از یک سر ابررسانا به سر دیگر آن را به عهده ندارند و این انتقال توسط الکترون‌های معمولی انجام می‌شود.

1. H. Casimir

2. K. Gorter

در دمای بالاتر از دمای گذار، تمام الکترون‌ها به صورت الکترون‌های معمولی در می‌آیند و فلز خواص ابررسانایی خود را از دست می‌دهد.



شکل ۲-۲ - تعداد نسبی ابر الکترون‌ها $\frac{n_s}{n}$ بر حسب دما [۶]

تعداد ابرالکترون‌ها به دما بستگی دارد، و چگالی این ابرالکترون‌ها با فرمول زیر بیان می‌شود [۶]:

$$n_s = n \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4 \right] \quad (1-1-2)$$

در دمای $T < T_c$ ابرالکترون‌ها حضور دارند، و چون رسانایی آن‌ها خیلی زیاد است، مدار شامل الکترون‌های طبیعی را اتصال کوتاه می‌کنند.

مدل سیال دوگانه مفهوم گاف انرژی را بیان می‌کند. به علت وجود گاف انرژی تمام الکترون‌های زیر گاف انرژی در حالت متحرک خود منجمد می‌شوند؛ این الکترون‌ها را ابرالکترون می‌نامند و الکترون‌های بالای گاف انرژی همان الکترون‌های معمولی هستند. در $T = T_c$ گاف انرژی صفر می‌شود و تمام الکترون‌ها به صورت الکترون طبیعی در می‌آیند.

۲-۲) نظریه‌ی لندن^۱

۱-۲-۲) رهیافت اول به معادلات لندن

برادران لندن با استفاده از معادلات ماکسول و دو معادله‌ی دیگر موفق شدند دو رفتار اساسی ابررسانایی؛ یعنی طرد شار مغناطیسی و مقاومت صفر مواد ابررسانا را توجیه کنند [۸]. طبق نظریه‌ی سیال دوگانه در یک ابررسانا در مقابل حرکت ابرالکترون‌ها هیچ مقاومتی وجود ندارد. طبق این نظریه الکترون‌های یک جسم ابررسانا به دو دسته تقسیم می‌شوند که n_s چگالی الکترون‌های ابررسانایی و n_n چگالی الکترون‌های عادی می‌باشد. اگر ابررسانا را در یک میدان مغناطیسی قرار دهیم، ابرالکترون‌ها در مقابل حرکت خود با هیچ مقاومتی مواجه نمی‌شوند، حال اگر یک میدان الکتریکی ثابت به ماده اعمال شود، الکترون‌ها تحت اثر این میدان شتاب می‌گیرند.

$$m \dot{V}_s = e E \quad (۱-۲-۲)$$

در این عبارت e , m , V_s به ترتیب سرعت، جرم و بار الکتریکی ابرالکترون‌ها می‌باشد. اگر در واحد حجم n_s ابرالکترون که با سرعت V_s حرکت می‌کنند، وجود داشته باشند، چگالی ابر جریان الکتریکی ناشی از این حرکت به صورت زیر است:

$$J_s = n_s e V_s \quad (۲-۲-۲)$$

پس

$$\begin{cases} m \dot{V}_s = e E \\ J_s = n_s e V_s \end{cases} \Rightarrow \dot{J}_s = \frac{n_s e^2}{m} E \quad (۳-۲-۲)$$

از طرفی طبق معادلات ماکسول داریم:

$$\nabla \times H = J + \dot{D} \quad (الف-۴-۲-۲)$$

$$\dot{B} = -\nabla \times E \quad (ب-۴-۲-۲)$$

که J_s چگالی جریان درون فلز است. با قرار دادن $B = \mu_0 H$ داریم:

1. F. London , H. London

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{J}_s + \dot{\mathbf{D}}) \quad (5_2_2)$$

چون $\dot{\mathbf{D}}$ در مقابل \mathbf{J}_s قابل چشم‌پوشی است، لذا نتیجه می‌شود:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}_s \quad (6_2_2)$$

با جای‌گزینی رابطه‌ی (۲_۲_۲) در رابطه‌ی (۴_۲_۲) رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\mathbf{B}} = - \frac{m}{n_s e^r} \nabla \times \dot{\mathbf{J}}_s \quad (7_2_2)$$

از رابطه‌ی (۶_۲_۲) نسبت به زمان مشتق می‌گیریم:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{B}) = \frac{\partial}{\partial t} (\mu_0 \mathbf{J}_s) \Rightarrow \nabla \times \dot{\mathbf{B}} = \mu_0 \dot{\mathbf{J}}_s \quad (8_2_2)$$

این رابطه را در معادله‌ی (۷_۲_۲) قرار می‌دهیم:

$$\dot{\mathbf{B}} = - \frac{m}{\mu_0 n_s e^r} \nabla \times \nabla \times \dot{\mathbf{B}} \quad (9_2_2)$$

در رابطه‌ی فوق به جای کمیت $\frac{m}{\mu_0 n_s e^r}$ کمیت α را به کار می‌بریم:

$$\dot{\mathbf{B}} = -\alpha \nabla \times \nabla \times \dot{\mathbf{B}} \quad (10_2_2)$$

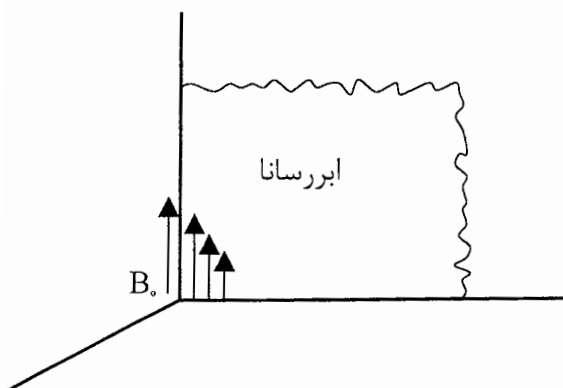
با استفاده از اتحاد زیر:

$$\nabla \times \nabla \times \dot{\mathbf{B}} = \nabla (\nabla \cdot \dot{\mathbf{B}}) - \nabla^2 \dot{\mathbf{B}}$$

و با توجه به آن که $\nabla \cdot \dot{\mathbf{B}} = 0$ ، داریم:

$$\dot{\mathbf{B}} = \alpha \nabla^2 \dot{\mathbf{B}} \Rightarrow \nabla^2 \dot{\mathbf{B}} = \frac{1}{\alpha} \dot{\mathbf{B}} \quad (11_2_2)$$

برای درک این معادله از شکل (۳_۲) استفاده می‌کنیم.



شکل (۳_۲)

میدان مغناطیسی که موازی سطح ابرسانا

اعمال شده است. [۸]

شکل فوق، سطح مرزی یک ابررسانا را نشان می‌دهد و میدانی مغناطیسی موازی با سطح به آن اعمال می‌شود. اندازه‌ی میدان مغناطیسی در خارج از ماده B_0 و جهت آن عمود بر محور x می‌باشد، اما میدان فقط تا یک فاصله‌ی کوتاه به داخل ابررسانا نفوذ می‌کند و سپس صفر می‌شود.

پاسخ معادله‌ی (۲-۲-۱۱) به صورت زیر است [۸]:

$$\dot{B}_x = \dot{B}_0 \exp(-x / \sqrt{\alpha}) \quad (۲-۲-۱۲)$$

طبق اثر مایسنر، میدان در داخل ابررسانا باید صفر می‌شود. پس هم B و هم \dot{B} در زیر سطح ابررسانا به سرعت کاهش می‌یابند. برادران لندن پیشنهاد کردند که در یک ابررسانا می‌توان به جای \dot{B} در معادله‌ی $\nabla^2 \dot{B} = \frac{1}{\alpha} \dot{B}$ از میدان B هم استفاده کرد.

در این حالت، چگالی شار مغناطیسی B به همان روش که \dot{B} در داخل ابررسانا کاهش پیدا می‌کند، رفتار خواهد کرد. دقیقاً مشابه استدلال‌هایی که برای \dot{B} انجام شد برای B هم انجام می‌شود، می‌توان نوشت:

$$B = \frac{m}{n_s e^2} \nabla \times J_s \quad (۲-۲-۱۳)$$

قبلاً هم پیدا کرده بودیم که:

$$\dot{J}_s = \frac{n_s e^2}{m} E \quad (۲-۲-۱۴)$$

معادلات فوق به معادلات لندن معروف هستند که الکترو دینامیک ابرجریان را بیان می‌کنند. معادلات لندن از خواص بنیادی عناصر ابررسانا استخراج نشده‌اند، بلکه رفتاری که توسط این معادلات پیش‌گویی شده است توسط نتایج تجربی تأیید می‌شود.

۲-۲-۲ رهیافت دوم به معادلات لندن

در اثر مایسنر بیان شد که میدان مغناطیسی در ابررساناها نفوذ نمی‌کند ولی اکنون می‌خواهیم نشان دهیم که به مقدار کمی میدان در ابررساناهایی که معروف به ابررساناهای نوع اول هستند، نفوذ می‌کند. اینک میدان در یک نقطه‌ی معین از ابررسانا را با $H(r)$ نمایش می‌دهیم و تغییرات $H(r)$ در فضا را بررسی می‌کنیم.

البته توجه داریم که $B = \mu_0 H$ می باشد و بررسی میدان H و B تفاوت چندانی ندارد. انرژی آزاد هلمهولتز در ابررسانا را با f_s نمایش می دهیم. در میدان مغناطیسی صفر، انرژی آزاد برابر f_{s_0} است.

چگالی انرژی جنبشی ابرجریان را هم به صورت زیر بیان می کنیم:

$$W_{kin} = \frac{n_s m V_s^2}{2} = \frac{m J_s^2}{2 n_s e^2} \quad (15_2_2)$$

از طرفی از معادله‌ی ماکسول داریم:

$$\nabla \times H = \frac{4\pi}{c} J_s \Rightarrow J_s = \frac{c}{4\pi} \nabla \times H$$

پس چگالی انرژی جنبشی به صورت زیر درمی آید:

$$W_{kin} = \frac{m}{2 n_s e^2} J_s^2 = \frac{m}{2 n_s e^2} \frac{c^2}{16\pi^2} (\nabla \times H)^2 =$$

$$\frac{mc^2}{4\pi n_s e^2} \times \frac{(\nabla \times H)^2}{4\pi} = \frac{\lambda^2}{4\pi} (\nabla \times H)^2 \quad (16_2_2)$$

را برابر λ^2 در نظر می گیریم که به آن عمق نفوذ گفته می شود. $\frac{mc^2}{4\pi n_s e^2}$

چگالی انرژی مغناطیسی در هر نقطه‌ای از ابررسانا $\frac{H^2}{4\pi}$ است. انرژی آزاد کل ابررسانا در حضور میدان مغناطیسی $H(r)$ به صورت زیر است که شامل انرژی جنبشی ابررسانا و انرژی میدان مغناطیسی می باشد [7]:

$$f_{SH} = f_{s_0} + \frac{1}{4\pi} \int [H^2 + \lambda^2 (\nabla \times H)^2] dV \quad (17_2_2)$$

برای یافتن شدت $H(r)$ باید به کمینه کردن انرژی آزاد هلمهولتز بپردازیم. برای این کار ابتدا

تغییر $\delta H(r)$ را در تابع $H(r)$ ایجاد می کنیم.

تغییر در تابع انرژی آزاد برابر است با:

$$\delta f_{SH} = \frac{1}{4\pi} \int (2H \cdot \delta H + 2\lambda^2 \nabla \times H \cdot \nabla \times \delta H) dV \quad (18_2_2)$$

تابعی پاسخ $H(r)$ است که f_{SH} را کمینه کند یعنی:

$$\delta f_{SH} = 0$$

با استفاده از اتحاد زیر:

$$a. (\nabla \times b) = b. \nabla \times a - \nabla. (a \times b) \quad (19_2_2)$$

در نتیجه:

$$\int [\gamma H. \delta H + \gamma \lambda^2 \nabla \times H. \nabla \times \delta H] dV = \gamma \int [H. \delta H + \lambda^2 \nabla \times H. \nabla \times \delta H] dV$$

قسمت دوم عبارت زیر انتگرال به صورت زیر درمی آید:

$$\Rightarrow \nabla \times H. \nabla \times \delta H = \delta H. \nabla \times \nabla \times H - \nabla. (\nabla \times H \times \delta H)$$

این عبارت را در معادله ی (19_2_2) قرار می دهیم:

$$= \int [H + \lambda^2 \nabla \times \nabla \times H] . \delta H dV - \lambda^2 \int \nabla. (\nabla \times H \times \delta H) dV \quad (20_2_2)$$

انتگرال دوم در عبارت فوق را بررسی می کنیم:

$$\int_{\text{حجم ابررسانا}} \nabla. (\nabla \times H \times \delta H) dV = \int (\nabla \times H \times \delta H) . dS$$

δH (میدان در سطح ابررسانا) صفر است پس کل انتگرال فوق صفر است لذا معادله به صورت زیر

درمی آید:

$$\int [H + \lambda^2 \nabla \times \nabla \times H] . \delta H dV = 0 \quad (21_2_2)$$

این معادله در صورتی صحیح است که بخش داخل کروشه صفر باشد لذا :

$$H + \lambda^2 \nabla \times \nabla \times H = 0$$

از معادله ی ماکسول داشتیم که:

$$\nabla \times H = \frac{4\pi}{C} J_s$$

اینک از تعریف پتانسیل برداری استفاده می کنیم.

$$H = \nabla \times A \quad \text{پس داریم:}$$

$$\nabla \times A + \lambda^2 \nabla \times \nabla \times H = 0$$

$$\nabla \times A + \lambda^2 \nabla \times \left(\frac{4\pi}{C} J_s \right) = 0 \Rightarrow \nabla \times \left[A + \lambda^2 \frac{4\pi}{C} J_s \right] = 0$$

لذا چگالی جریان سطحی برابر است با :

$$J_s = \frac{-C}{4\pi\lambda^2} A \quad (22_2_2)$$

و این در صورتی است که : $\nabla. A = 0$ و $A.n = 0$ ، n بردار یکه ی عمود بر سطح ابررسانای مورد بحث

است.

۳-۲-۲ بررسی عمق نفوذ لندن

به کمک معادلات لندن می‌توان به بررسی عمق نفوذ میدان مغناطیسی پرداخت. میدان مغناطیسی H_0 در راستای محور z را به یک ابرسانا اعمال می‌کنیم، فرض می‌کنیم این ابرسانا نیمه‌متناهی است و سطح آن در صفحه‌ی yz قرار دارد، مانند شکل (۴-۲). با به کار بردن معادلات لندن و در نظر گرفتن این نکته که $\nabla \cdot H = 0$ است داریم:

$$H + \lambda^2 \nabla \times \nabla \times H = 0$$

با استفاده از اتحاد:

$$\nabla \times \nabla \times a = \nabla (\nabla \cdot a) - \nabla \cdot \nabla a$$

معادله‌ی فوق به صورت زیر در می‌آید:

$$H + \lambda^2 [\nabla (\nabla \cdot H) - \nabla \cdot \nabla H] = 0$$

با توجه به آن که $\nabla \cdot H = 0$ است لذا داریم:

$$H - \lambda^2 \nabla^2 H = 0$$

و یا:

$$H - \lambda^2 \nabla^2 H = 0 \Rightarrow \nabla^2 H - \lambda^{-2} H = 0 \quad (23-2-2)$$

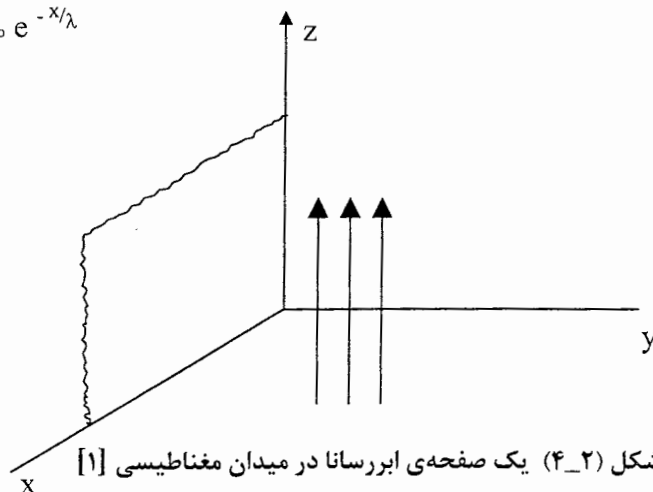
در مسئله‌ی یک بعدی می‌توان معادله‌ی فوق را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d^2 H}{dx^2} - \lambda^{-2} H = 0 \quad (24-2-2)$$

شرایط اولیه‌ی این مسئله این است که: در $x=0$ ، میدان H_0 است و در بی‌نهایت H صفر

می‌شود. پاسخ این مسئله به صورت زیر است [۷]:

$$H = H_0 e^{-x/\lambda} \quad (25-2-2)$$



شکل (۴-۲) یک صفحه‌ی ابرسانا در میدان مغناطیسی [۱]

این پاسخ معادله به صورت نمایی است و بیان می کند که با افزایش فاصله از سطح ابررسانا میدان مغناطیسی کاهش می یابد.

۳_۲) نظریه‌ی گینزبرگ^۱ و لاندائو^۲

در نظریه‌ی گینزبرگ به چند نکته‌ی مهم توجه شده است:

الف_ در ابررساناها یک پارامتر نظم تعریف می شود، که این پارامتر در $T < T_C$ مخالف صفر و در $T \geq T_C$ صفر است.

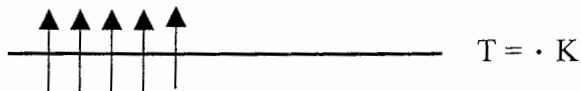
ب_ گذار از یک حالت معمولی به حالت ابررسانایی گذار فاز مرتبه‌ی دوم است.

ج_ حالت ابررسانایی از حالت عادی منظم تر است.

ابتدا به بیان پارامتر نظم می پردازیم.

۱_۳_۲) پارامتر نظم

در پدیده‌هایی که در آن‌ها گذار فاز رخ می دهد، می توان یک پارامتر نظم تعریف کرد. برای روشن شدن پارامتر نظم، یک جسم فرومغناطیس یک بعدی را در نظرمی گیریم. برای بررسی تأثیر اسپین‌ها می توان شکل زیر را در نظر گرفت:



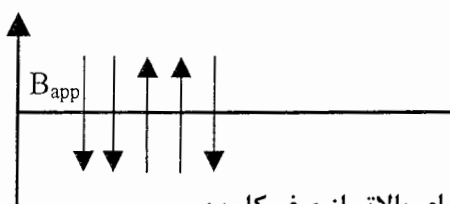
شکل (۵_۲) اسپین‌های یک ماده در دمای صفر کلوین

اگر دما را افزایش دهیم، یا میدان خارجی اعمال کنیم جهت سمت گیری اسپین‌ها مثلاً مانند شکل زیر تغییر می کنند:

^۱ V. L. Ginzburg

^۲ L. D. Landau

$$T \neq 0 \text{ K}$$



شکل (۶_۲) اسپین‌های یک ماده در دمای بالاتر از صفر کلوین

اگر n_+ تعداد اسپین‌هایی باشد که در جهت میدان خارجی سمت‌گیری کرده‌اند و n_- تعداد اسپین‌هایی باشد که در خلاف جهت میدان خارجی سمت‌گیری کرده‌اند، سمت‌گیری اسپین‌ها که به صورت زیر تعریف می‌شود را می‌توان به عنوان پارامتر نظم این سیستم تعریف نمود: [۵]

$$\Phi = \frac{n_+ - n_-}{n_+ + n_-} \quad (۱_۳_۲)$$

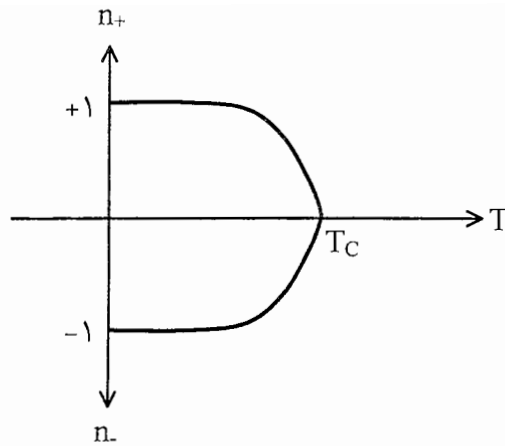
طبق قرارداد فوق در دمای صفر کلوین اسپین‌ها یا کاملاً در جهت میدان خارجی هستند یا در خلاف جهت آن، پس پارامتر نظم در این دما به صورت زیر است:

$$T = 0 \quad \begin{cases} n_+ = 0 \Rightarrow \Phi = -1 \\ n_- = 0 \Rightarrow \Phi = +1 \end{cases}$$

و در دمای گذار T_C تعداد اسپین‌های در جهت میدان خارجی و اسپین‌های در خلاف جهت میدان با هم برابر هستند، پس پارامتر نظم

$$T = T_C \Rightarrow n_+ = n_- \Rightarrow \Phi = 0$$

لذا برای مثال تغییرات سیستم اسپین‌ها را می‌توان به کمک پارامتر نظم فوق تعیین کرد. پس با بالا رفتن دما به سمت دمای گذار پارامتر نظم فوق به سمت صفر می‌رود، مانند شکل (۷_۲).



شکل (۷-۲) رابطه‌ی بین چگالی اسپین‌ها و دما

در ابررسانایی هم که یک گذار فازی رخ می‌دهد و مقاومت جسم در یک دمای بحرانی صفر می‌شود، می‌توان یک پارامتر نظم انتخاب کرد. در یک رسانا در حالت عادی، حامل‌های بار فقط الکترون‌ها هستند. اما در ابررساناها حامل‌های بار الکترون‌ها نیستند بلکه جفت‌های کوپر (یا سوپر الکترون‌ها) است که m^* جرم آن‌ها برابر $2m$ و بار مؤثر آن‌ها برابر $e^* = \pm 2e$ است. در این باره در بخش (۴-۲) بیشتر بحث می‌شود.

حال به نظریه‌ی گینزبرگ و لاندائو برمی‌گردیم که یک نظریه‌ی کوانتومی است. در یک نظریه‌ی کوانتومی برای الکترون‌های ابررسانایی تابع موج $\psi(r)$ تعریف می‌شود. گینزبرگ و لاندائو پارامتر نظم را $\psi(r)$ در نظر گرفتند و این تابع طوری بهنجار می‌شود که $|\psi(r)|^2 = \frac{n_s}{\psi}$ باشد. [۹]

۲-۳-۲) ابررسانای همگن در غیاب میدان مغناطیسی خارجی:

در مورد ابررساناهای همگن در غیاب میدان مغناطیسی خارجی تابع ψ به r بستگی ندارد و لذا چگالی انرژی آزاد در نزدیکی نقطه‌ی گذار T_c را می‌توان بر حسب توان‌های زوج این تابع بسط داد [۹]:

$$f_{s_0} = f_n + \alpha_1 |\psi|^2 + \frac{\alpha_2}{\psi} |\psi|^4 \quad (۱-۳-۲)$$

f_{s_0} چگالی انرژی آزاد ابررسانا در غیاب میدان مغناطیسی است و f_n چگالی انرژی آزاد در حالت عادی است و α_1 و α_2 ضرایب ثابتند و به ماده‌ی ابررسانا بستگی دارند. یک حالت فیزیکی وقتی

$$\frac{1}{2m} | -i \hbar \nabla \psi |^2$$

عملگر $-i \hbar \nabla$ باید طبق پیمانه‌ی لورنتس به صورت زیر تغییر کند: [۳]

$$-i \hbar \nabla - \frac{e}{c} A = mV$$

پس عملگر سرعت در مکانیک کوانتومی به صورت زیر درمی‌آید:

$$V = - \left(\frac{i \hbar}{m} \right) \nabla - \left(\frac{e}{cm} \right) A$$

در رابطه‌ی (۵-۳-۲) از جملات مرتبه‌ی بالاتر صرف‌نظر می‌کنیم.

در این بسط به انرژی آزاد گیبس، چگالی انرژی مغناطیسی و چگالی انرژی جنبشی

الکترون‌های ابررسانشی نیز اضافه می‌شود پس رابطه‌ی (۵-۳-۲) به صورت زیر درمی‌آید [۷]:

$$G_{SH} = G_n + \alpha_1 |\psi|^2 + \frac{\alpha_2}{2} |\psi|^4 + \frac{1}{2m} | -i \hbar \nabla \psi - \frac{2e}{c} A |\psi|^2 | + \frac{H^2}{4\pi} - \frac{H \times H_0}{4} \quad (7-3-2)$$

برای محاسبه‌ی انرژی آزاد گیبس کل روی تمام حجم ابررسانا انتگرال گرفته می‌شود:

$$G_{SH} = G_n + \int \left[\alpha_1 |\psi|^2 + \frac{\alpha_2}{2} |\psi|^4 + \frac{1}{2m} | -i \hbar \nabla \psi - \frac{2e}{c} A \psi |^2 - \frac{H \times H_0}{4} + \frac{(\nabla \times A)^2}{4\pi} - \frac{(\nabla \times A) \cdot H_0}{4\pi} \right] dv \quad (8-3-2)$$

حالا باید $\psi(r)$ و $A(r)$ طوری تعیین شوند که انرژی آزاد گیبس ابررسانا در حضور میدان

مغناطیسی خارجی می‌نیم شود.

برای این کار اگر فرض کنیم که $\psi(r)$ و $A(r)$ ناورد هستند با استفاده از روش وردشی این

مقادیر را پیدا می‌کنیم:

$$\delta_{\psi^*} G_{SH} = 0 \quad (9-3-2)$$

با جای‌گذاری (۸-۳-۲) در (۹-۳-۲) داریم:

$$\delta_{\psi^*} G_{SH} = \int dv \left[\alpha_1 \psi \delta \psi^* + \alpha_2 \psi |\psi|^2 \delta \psi^* + \frac{1}{2m} [\hbar \nabla \delta \psi^* - \frac{2e}{c} A \delta \psi^*] \times \left[-i \hbar \nabla \psi - \frac{2e}{c} A \psi \right] \right]$$

پاسخ این معادله به صورت:

$$\alpha_1 \psi + \alpha_2 |\psi|^2 + \frac{1}{2m} (\hbar \nabla + \frac{2e}{c} A)^2 \psi = 0$$

$$(\hbar \nabla \psi + \frac{2e}{C} A \psi) \cdot n = 0 \quad (10_3_2)$$

معادله‌ی شماره‌ی ۱ گینزبرگ [۷]

از معادله‌ی (۸_۳_۲) برای یافتن پارامتر نظم باید A را نیز بیابیم تا انرژی آزاد گیبس از طریق وردشی یافته شود:

$$\begin{aligned} \delta_A G_{SH} &= 0 \\ &= \int dv \left\{ \frac{1}{4m} \delta_A (\hbar \nabla \psi^* - \frac{2e}{C} A \psi^*) (\hbar \nabla \psi - \frac{2e}{C} A \psi) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4\pi} \nabla \times A \cdot \nabla \times (\delta A) - \frac{H_0}{4\pi} \cdot (\nabla \times A) \delta A \right\} \end{aligned}$$

پاسخ معادله به صورت زیر در می‌آید [۷]:

$$J_s = \frac{-\hbar e}{2m} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{2e^2}{mC} A |\psi|^2 \quad (11_3_2)$$

این رابطه معادله‌ی شماره‌ی ۲ گینزبرگ نامیده می‌شود

۴_۲) نظریه‌ی BCS (باردین^۱ - کوپر^۲ - شریف^۳)

۱_۴_۲) مقدمه:

باردین، شریف و کوپر در بیان نظریه‌ی خود دو نکته‌ی اساسی زیر را مد نظر قرار دادند و سعی کردند نظریه‌ای بیان کنند که این دو نکته را توجیه کند.

الف_ ابررسانایی باعث تغییرات اساسی در رفتار الکترون‌های هدایت می‌شود و این تغییر رفتار باعث ایجاد یک نظم بلندبرد الکترون‌ها می‌گردد.

ب_ انتقال از حالت معمولی به ابررسانایی یک تغییر فاز نوع دوم است.

در نظریه‌ی BCS یک نظم بلندبرد که نتیجه‌ی اندرکنش الکترون‌هاست در نظر گرفته می‌شود.

نظم بلندبرد الکترون‌ها نشان می‌دهد که الکترون‌ها باید با هم در یک اندرکنش باشند ولی

^۱. J. Bardeen

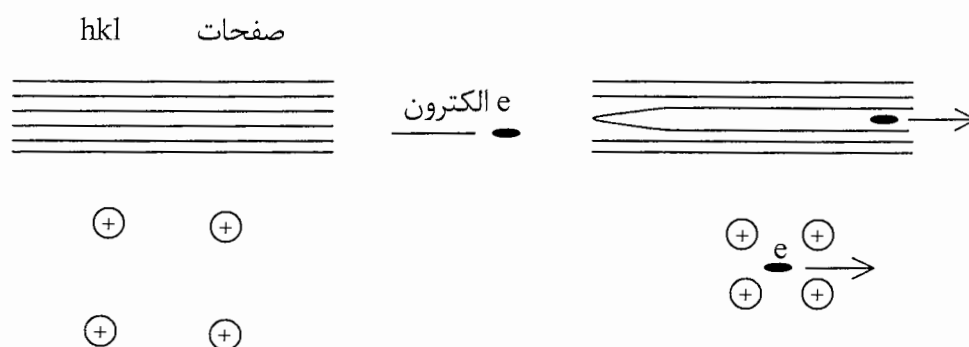
^۲. L.N. Cooper

^۳. J.R. Schrieffer

الکترون‌های رسانش با هم دافعه‌ی کولنی دارند، پذیرش این مسئله مشکل است که دافعه‌ی کولنی باعث ایجاد اندرکنش جاذبه‌ای شود. بر هم کنش الکترواستاتیکی بین دو الکترون در حضور سایر الکترون‌ها و یون‌های مثبت کاهش می‌یابد.

هر الکترون سایر الکترون‌ها را از نزدیک خود می‌رانند با این فرایند یک حفره در شارهی الکترونی تولید می‌شود. این حفره حاوی بار مثبتی از یون‌های با بار مخالف بار الکترون ولی برابر با آن است. بر هم کنش مؤثر این الکترون با الکترون‌های دیگر واقع در بیرون حفره‌ی پوشیده شده ضعیف است.

یک الکترون یون‌های مثبت را جذب می‌کند به نحوی که در حین حرکت درون فلز ردپایی از چگالی افزایش یافته‌ی بار مثبت بر جای گذاشته می‌شود. این بار مثبت باعث ایجاد نیروی جاذبه می‌شود که در شکل‌های (۸_۲) نشان داده شده‌اند.



شکل (۸_۲) یک الکترون از بین صفحات hkl عبور می‌کند. این عبور باعث اعوجاج در شبکه می‌شود.

حرکت الکترون‌ها باعث جذب یون‌ها (در حدود آنگستروم) می‌شود، ولی با دور شدن الکترون یون‌ها به علت

سنگینی از این فرمان پیروی نمی‌کنند و مدتی طول می‌کشد تا به حالت اولیه برگردند. [۸]

از آن‌جا که یون‌ها حرکتی آهسته‌تر از الکترون‌ها دارند این رد پا (چگالی افزایش یافته‌ی بار مثبت) پس از دور شدن الکترون‌ها بر جا می‌ماند و می‌تواند الکترون دیگری را جذب کند. این جاذبه بسیار کوتاه برد است زیرا مسافت آشفتگی از مرتبه‌ی فاصله‌ی اتم‌هاست. الکترونی که آشفتگی را

ایجاد می‌کند، چون حرکت یونی، ارتباط بر هم کنشی بین دو الکترون را برقرار می‌سازد، گفته می‌شود که از جاذبه از طریق مبادله‌ی فونون‌های مجازی نتیجه می‌شود.

فورلیچ^۱ در سال ۱۹۵۰ بیان کرد که اندرکنش الکترون-فونون می‌تواند دو الکترون را به یکدیگر به طریقی جفت کند که می‌توان تصور کرد که این اندرکنش میان خود دو الکترون بوده است. در این اندرکنش یک الکترون یک فونون تابش می‌کند و این فونون تابش شده بلافاصله توسط الکترون دیگری جذب می‌شود.

فورلیچ نشان داد که در شرایط خاصی این تابش و جذب می‌تواند یک نیروی جاذبه‌ی ضعیف بین الکترون‌ها ایجاد کند. اگر این جاذبه‌ی الکترون-الکترون قوی‌تر از دافعه‌ی کولنی الکترون‌ها باشد، الکترون‌ها به گونه‌ی مؤثری جفت می‌شوند و در حالت ابررسانایی قرار می‌گیرند. [۱۰]

۲_۴_۲ منشأ برهم‌کنش الکترون‌ها

فلزی را در $T = 0$ K در نظر می‌گیریم. در دمای صفر مطلق بر هم‌کنش الکترون‌ها به چه صورتی است؟

یک الکترون آزاد با بردار موج K_1 را در نظر می‌گیریم. این الکترون در یک لحظه از زمان موجب ارتعاش شبکه می‌شود. الکترون مذکور یک فونون خلق می‌کند و به حالتی جدید با بردار موج K_1' می‌رود، اگر بردار موج فونون ایجاد شده q باشد، طبق قانون بقای اندازه حرکت داریم [۴]:

$$K_1 = K_1' + q$$

فونون q بلافاصله به وسیله‌ی الکترون دیگری با بردار موج K_2 جذب می‌شود و در نتیجه به حالت دیگری با بردار K_2' می‌رود. دو الکترون در مرحله‌ی اول حالت‌های K_1 و K_2 را اشغال کرده بودند ولی حالا در حالت‌های K_1' و K_2' هستند، یعنی باعث پراکندگی یکدیگر شده‌اند:

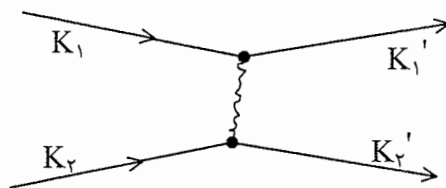
$$K_1 + K_2 = K_1' + K_2' \quad (۱_۴_۲)$$

ولی دو ذره تنها در صورتی می‌توانند دو به دو پراکنده شوند که با هم اندرکنش داشته باشند.

$$K_1 + K_2 + q = K_1' + q + K_2'$$

^۱. Frohlich

$$K_1 + K_2 = K_1' + K_2'$$



شکل (۲_۹) - اندرکنش بین دو الکترون توسط تابش و جذب فونون [۷]

فرایندی که در بالا بیان شد، یک برهم‌کنش مؤثر الکترون-الکترون را توصیف می‌کند. در لحظه‌ای که یکی از الکترون‌ها از حالت K_1 به حالت K_1' می‌رود، اگر انرژی الکترون‌ها در این حالات به ترتیب $\overline{\epsilon}_{K_1}$ و $\overline{\epsilon}_{K_1'}$ باشد، این تغییر حالات الکترون باعث نوسانی در چگالی الکترون‌ها می‌شود که این نوسان‌ها بسامدی به صورت زیر دارند:

$$\omega = \left(\frac{\overline{\epsilon}_{K_1} - \overline{\epsilon}_{K_1'}}{\hbar} \right) \quad (۲_۴_۲)$$

در یک لحظه‌ی زمانی، چگالی بار منفی الکترون‌ها در یک نقطه زیاد می‌شود و در این صورت یون‌هایی که نزدیک این نقطه‌ی معین هستند، جذب این نقطه می‌شوند و باعث جبران افزایش چگالی بار منفی می‌شوند. یون‌هایی که به این نقطه جذب می‌شوند به علت سنگینی جرمشان، به حرکت خود ادامه می‌دهند و به این علت باعث افزایش بار مثبت اضافی در این نقطه می‌شوند. وقتی بار مثبت در این نقطه زیاد شد، الکترون دوم با تکانه‌ی K_2 جذب این نقطه می‌شود، یعنی الکترون‌ها با بردار موج K_1 و K_2 جذب همدیگر می‌شوند.

در این فرایند نوسان‌های چگالی بار الکتریکی که بسامد ω دارد، نقش نیروی خارجی دارد. البته این جاذبه بین الکترون‌ها وقتی اتفاق می‌افتد که ارتعاش‌های شبکه با نیروی خارجی هم‌فاز باشند.

شبکه‌ی یون‌ها یک بسامد مشخصه به نام دبای^۱ ω_D دارد. شرط ایجاد برهم‌کنش بین الکترون‌ها این است که بسامد ω از بسامد ω_D کوچکتر باشد. برای روشن شدن مطلب فوق، از مثال

^۱. Deybe

نوسانگر هماهنگ ساده استفاده می‌کنیم: نوسانگر هماهنگ ساده‌ای با جرم m و بسامد ویژه ω_0 در نظر می‌گیریم که تحت تأثیر یک نیروی نوسانی خارجی $f e^{i\omega t}$ قرار گیرد، معادله‌ی حرکت این سیستم به صورت زیر است [۷]:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{f}{m} e^{i\omega t} \quad (3-4-2)$$

یک پاسخ برای این معادله $x = x_0 e^{i\omega t}$ است.

$$\dot{x} = i x_0 \omega e^{i\omega t} = i \omega x$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x_0 e^{i\omega t} = -\omega^2 x$$

این عبارات را در (3-4-2) قرار می‌دهیم:

$$-\omega^2 x + \omega_0^2 x = \frac{f}{m} e^{i\omega t}$$

طرفین را در x_0 ضرب می‌کنیم:

$$x_0 (\omega_0^2 - \omega^2) x = \frac{f}{m} x_0 e^{i\omega t}$$

$$x_0 (\omega_0^2 - \omega^2) x = \frac{f}{m} x \Rightarrow x_0 = \frac{f/m}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (4-4-2)$$

این رابطه نشان می‌دهد که اگر $\omega < \omega_0$ باشد، نوسان‌های $x = x_0 e^{i\omega t}$ با نیروی خارجی که در این مسئله f بود، هم‌فاز هستند و در $\omega > \omega_0$ نوسان‌ها با f ناهم‌فازند.

با توضیح بالا، برای این‌که الکترون از حالت K_1 به K_1' برود باید حالت K_1' خالی باشد، تا مطابق اصل طرد پائولی الکترون بتواند به آن حالت پراکنده شود، که این حالات یعنی حالتی خالی یا نیمه پر تنها در نزدیکی سطح فرمی پیدا می‌شوند.

مقدمات فوق برای درک عمیق‌تر نظریه‌ی BCS بیان شد. این نظریه بر اساس اندرکنش بین دو الکترون با انتشار فونون ارائه شده است.

در این نظریه، تنها جفت الکترون‌هایی جذب همدیگر می‌شوند که اختلاف انرژی این جفت‌ها از انرژی فرمی کم‌تر از $\hbar\omega_D$ باشد، انرژی که از برهم‌کنش جفت الکترون‌ها ایجاد می‌شود با $-V$ بیان می‌شود. پس اگر الکترون‌های یک ابررسانا بر حسب یک ماتریس بیان شود، آرایه‌های این ماتریس به

صورت زیر خواهد بود [۸]:

$$V_{kk'} = \begin{cases} -V & |\epsilon_k - \epsilon_f| \leq \hbar \omega_D & |\epsilon_{k'} - \epsilon_f| \leq \hbar \omega_D \\ \cdot & |\epsilon_k - \epsilon_f| > \hbar \omega_D & |\epsilon_{k'} - \epsilon_f| > \hbar \omega_D \end{cases} \quad (5_4_2)$$

در مدل BCS الکترون‌هایی برهم‌کنش جاذبه‌ای دارند که در لایه‌ای نزدیک سطح فرمی قرار داشته باشند. پهنای این لایه را به صورت $2\Delta K$ در نظر می‌گیریم.

فصل سوم

ابرسیانهای گرم

- مقدمه‌ی ابررسیانایی در دمای بالا
- ساختار موادی که دمای گذار بالا دارند
- بحث روی چند ماده‌ی ابررسیانا در دمای بالا

۱_۳) آشنایی با ابرسانایی در دمای بالا

نتایج علمی و اطلاعات نظری بسیار زیادی در خلال قرن بیستم در خصوص ابرسانایی به دست آمد و اکتشافات بسیار زیادی نیز بجز ابرسانایی صورت گرفت، ولی کانون توجه در خصوص ابرسانایی است و قلب این توجه هم به افزایش دمای بحرانی و اطلاعات مربوط به آن است. حال علت این توجه را بیش تر بررسی می کنیم.

اگر بتوانیم به جای سرد کردن ابرساناها با هلیوم مایع، با نیتروژن مایع این کار را انجام دهیم، سود اقتصادی هنگفتی عایدمان می شود. یک لیتر هلیوم مایع صد برابر گران تر از یک لیتر نیتروژن مایع است و برای سرد کردن برخی نمونه های ابرسانای فلزی مقدار نیتروژنی که برای سرد کردن لازم است ده برابر کم تر از هلیوم مایع است.

نکته ی اصلی برای هیاهوی ابرسانایی این است که قبل از سال ۱۹۸۶ به طور نظری ثابت شده بود که بالاترین دما برای گذار به ابرسانایی 30 K است ولی با شکسته شدن این حد بالا، هیچ کس حد بالایی برای این فرایند ثابت نکرده است و به طور نظری هیچ مانع اساسی برای ساخت ابرساناها در دمای اتاق وجود ندارد.

قبل از سال ۱۹۸۶، بالاترین دمای ثبت شده برای دمای انتقال فاز به ابر رسانی $T_c = 23.2\text{ K}$ مربوط به ماده ی Nb_3Ge بود و این احساس وجود داشت که این بالاترین مقدار دما است، و افزایش آن تنها یک یا دو درجه در آلیاژهای فلزی ممکن است. ابر رسانی یک میدان تحقیق کامل شده ،

تصور می‌شد و تحقیق برای ابر رسانائی در دمای بالاتر به حال خود رها شده بود.

در سال ۱۹۸۶ دو دانشمند اروپائی به نام‌های جی جورج بید نورز^۱ و آلکس مولر^۲ یک کشف با ارزش انجام دادند: آن‌ها از این نقطه نظر به موضوع ابر رسانائی نگاه کردند که موادی ممکن است یافت شود که پارامتر جفت‌شدگی الکترون-فونون در آن‌ها زیاده‌تر باشد. پس از سال‌ها کوشش جی جورج بید نورز و آلکس مولر در آزمایشگاه تحقیقات IBM در دسته‌ای از اکسیدهای مس ماده‌ای با مقدار T_c بالاتر از 30 K پیدا کردند. این ماده La_2CuO_4 بود که یون‌های Ca^{2+} , Ba^{2+} و Sr^{2+} جایگزین بعضی از یون‌های La^{3+} شده بودند. ماده‌ای که با Sr آرایش داده می‌شود معمولاً به صورت $(\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x)\text{CuO}_4$ نوشته می‌شود.

رسانش ضعیف اکسیدهای مس-موجب شد که دانشمندان انتظار داشته باشند در دمای بالا این مواد ابر رسانائی پیداکنند. بین سال‌های ۸۶ و ۸۷ نتایج آزمایش‌های بید نورز و مولر در آزمایشگاه‌های دیگر تصدیق شد. با رشد تکنولوژی و دانش، کشف آن‌ها ارزش بیشتری پیدا کرد. ادامه آزمایش‌ها در این زمینه انفجار بی‌سابقه‌ای از شور و شوق جهانی ایجاد کرد. مولر و بید نورز جایزه نوبل ۱۹۸۷ فیزیک را دریافت کردند و در زمینه‌ی زمان بین یک کشف و دریافت جایزه نوبل رکوردی ایجاد کردند. قبل از سال ۱۹۸۶، در دیگر اکسیدهای مس ابر رسانائی کشف شده بود. رکورد بالای قطعی $T_c \approx 125\text{ K}$ است که بالاتر از دمای جوش نیتروژن مایع است (۷۷ K) [۸].

ابر رسانائی در چنین دمای بالائی دنیای تکنولوژی و کاربردهای تجاری ابررسانائی، را به حرکت در آورد و توجه عموم را به خود جلب کرد. ایده‌ی دست‌زدن به اکتشاف معدن و خطوط انتقال با کمترین تلفات در مسیرهای طولانی، به پرواز در آوردن ترن‌ها و ساختن اجزای کامپیوتر با کم‌ترین تلفات انرژی، به کمک ابررسانائی ایجاد شد. امروزه بعضی از چنین کاربردهایی واقعیت پیدا کرده است. در ابتدا درباره‌ی چنین مواد مرکب پیچیده‌ای، مطالبی باید یاد بگیریم.

مقادیر T_c بالا دانشمندان را در به کار بردن تئوری‌های مرسوم برای این مواد به شک انداخت. در تئوری باردین-شریفر و کوپر (نسخه BCS جفت شده قوی) فونون واسطه جفت‌شدگی است.

¹. G. Bednorz

². K. Muller

مشاهدات قطعی وجود دارد که تئوری BCS در این شکل یا شکل های دیگر را تأیید می کنند که تعدادی از آنها به شرح زیر است:

۱- در حالت ابررسانائی الکترون ها جفت شده هستند. چندین آزمایش مختلف در سال ۱۹۸۷ نشان داد که در حالت ابررسانائی بارهای اساسی $2e$ هستند.

۲- تونل زدن الکترون و آزمایش های دیگر یک گاف انرژی در ابررسانائی را نشان می دهد.

۳- چندین آزمایش جفت شدن در یک حالت اسپین تنها و یک حالت اندازه حرکت زاویه ای مدار S را پیشنهاد می کنند مانند آنچه که به وسیله تئوری BCS نشان داده شده است.

۴- مواد با T_c بالا خواصی از خود نشان می دهند که در ابررسانای نوع دوم پیدا می شود: از قبیل تونل زدن جوزفسون .

تعدادی از مشاهدات درباره ی ابررساناهای T_c بالا که تطبیق آنها با خواص معمولی مشکل است به شرح زیر است:

۱- مقادیر خیلی بزرگ دمای گذار T_c

۲- مقاومت DC خطی در حالت طبیعی.

۳- رفتار غیر معمول و بی تحرکی در زیر دمای T_c

۴- طول های همسانگردی بی نهایت کوچک

علاوه بر T_c بالا، ناهمسانگردی فضائی بزرگ این مواد نیز چشمگیر است، ناهمسانگردی به علت ساختار بلوری لایه گذاری شده است. لایه ها از صفحات Cu-O تشکیل شده اند که هر کدام از دیگری به وسیله صفحات مختلف مجزا شده اند. نتایج آزمایش های مختلف نشان می دهند که درک ما از ابررسانائی کامل نیست و سؤالات اساسی همچنان باقی می ماند. عرصه ی ابررساناهای دمای بالا هنوز خیلی جوان است و به سرعت تکامل می یابد اگر چه کارهای تجربی و تلاش تئوریک بسیار بزرگی انجام شده است. تئوری BCS می تواند طوری اصلاح شود تا با درک ابررساناهای جدید مطابقت داشته باشد. این اصلاح می تواند اساساً ایده ای تازه باشد از قبیل اسپین و مدار یا تقارن زمان- پاریته که شکسته می شود. در عرصه T_c بالا به علت رقابت شدید علمی تلاش های تکنولوژی افزایش یافته و بعضی از تضادها حل شده اند و تعدادی از آنها مورد بررسی قرار گرفته اند. بر طبق تفکر رایج

ناهمسانگردی ساختارهای بلوری لایه گذاری شده برای ابررسانائی ضروری است.

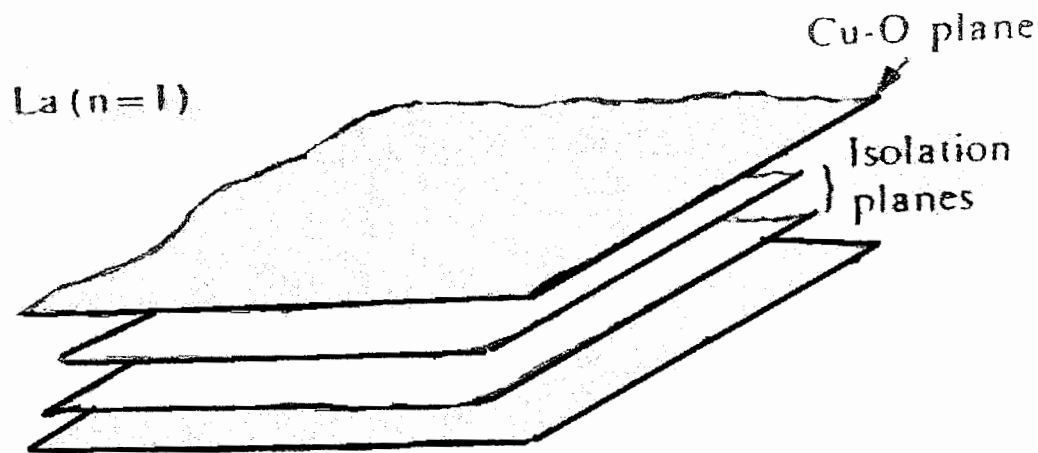
۳-۲) ساختار موادی که دمای گذار بالا دارند:

برای موادی که دمای گذار بالائی دارند آرایش خیلی مهم است، تعدادی از عایق‌ها می‌توانند فقط با اضافه کردن مقداری بار اضافی تبدیل به فلز شوند. مثلاً برای $x=0$ مادهی $(La_{2-x}Sr_x)CuO_4$ با نماد اختصاری $La(n=1)$ یک عایق است، اما آرایش با Ba, Ca یا Sr دو الکترون بیشتر فراهم می‌کند از آن‌چه توسط La^{3+} فراهم می‌شد، پس این اتم‌ها مانند اتم‌های الکترونده یا بخشنده عمل می‌کنند. آرایش بخشنده به اندازه کافی بزرگ است که $La(n=1)$ را تبدیل به یک فلز کند و وقتی که $0.15 \leq x$ باشد این ماده تبدیل به یک ابررسانا با دمای گذار ماکزیمم $4 K$ می‌شود.

آرایش $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ (که $Y123$ نامد مصطلح این ماده است) و تعدادی از موادی که T_C بالائی دارند، می‌تواند خیلی ظریف باشد، زیرا این مواد می‌توانند به وسیله اضافه یا کم کردن یک یا چند اتم اکسیژن یا اتم‌های دیگر، آرایش داده شوند. این نوع آرایش وابسته به عمل مواد است. اضافه کردن مقدار بار اضافی کم یا زیاد می‌تواند موادی با تفاوت جزئی ایجاد کند. کشف ماده با دمای گذار $92 K$ گواهی بود که فقط مادهی La نیست که ابررساناست بلکه $Y123$ نیز مانند $La(n=1)$ دارای صفحات $Cu-O$ است که بر محور c عمود هستند. اما $Y123$ دارای دو صفحه $Cu-O$ مجاور متوالی است که فاصله‌ی آن‌ها در حدود $2/3 \text{ \AA}$ است که به وسیله‌ی تنها یک صفحه‌ی اتم Y کم تراکم از همدیگر جدا شده‌اند در $Y123$ فاصله‌ی دو صفحه $Cu-O$ مجاور متوالی از جفت صفحات $Cu-O$ بعدی در حدود $8/2 \text{ \AA}$ است.

بین یک زوج از صفحات $Cu-O$ مجاور متوالی و زوج صفحات بعدی سه صفحه غیر مهم اکسیژن - فلز ($O-metal$) وجود دارد. این صفحات بی‌اهمیت گاهی اوقات به عنوان صفحات ایزوله (مجزا) یا مخازن بار بیان می‌شوند، مانند شکل (۱-۳). اگر $\delta \approx 1$ باشد ماده $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ یک عایق است درست مانند $(La_{2-x}Sr_x)CuO_4$ به هر حال برای $\delta \leq 0.65$ ماده $Y123$ یک فلز و ابررساناست.

در جدول زیر فرمول شیمیائی و مقادیر T_C و علائم اختصاری برای بعضی از عناصر و مواد با دمای گذار بالا (با مقادیر $1 \leq n \leq 4$) فهرست شده است.



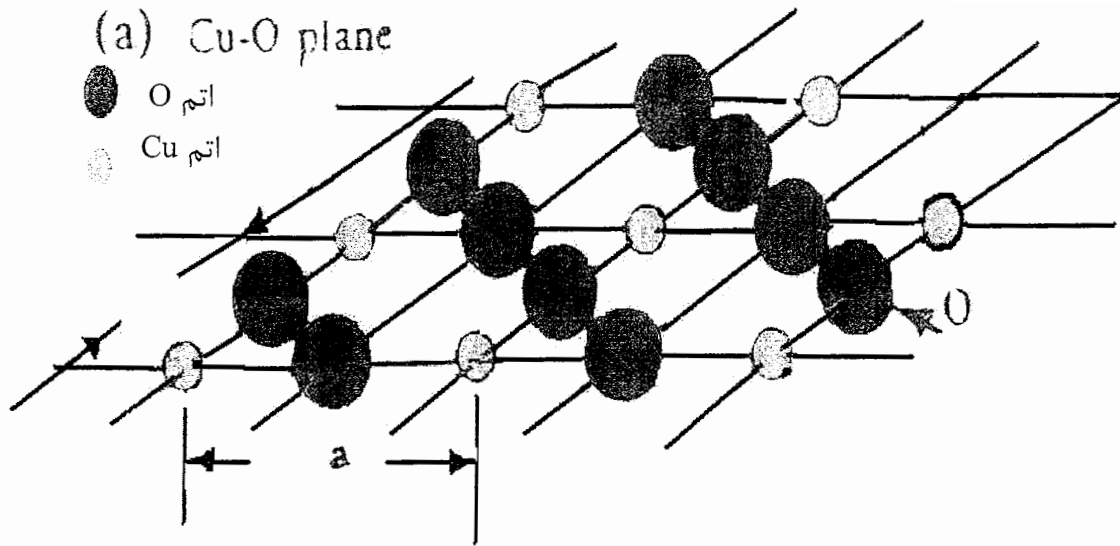
شکل ۱-۳ - صفحات مخازن بار و صفحات Cu-O [۱۶]

عناصر	دمای گذار (K) (T_c)	ترکیبات	دمای گذار (k) (T_c)
Nb	۹/۲۵	Nb ₃	۲۳/۲
Tc	۷/۸۰	Nb ₃ Ga	۲۰/۳
La α (hcp)	۴/۸۸	Nb ₃ Al	۱۸/۰
La β (fcc)	۶/۰۰	(SN) _x	۰/۲۶
In	۳/۴۱	upt ₃	۰/۵۴
Th	۱/۳۸	NbN	۱۷/۳

جدول ۱-۳ - [۱۶]

هر اتم Cu بوسیله ۴ اتم اکسیژن (O) در یک ساختار تخت مربعی احاطه شده است و صفحات

Cu-O صفحات ab هستند که بر محور c عمود هستند که در شکل زیر مشخص شده است.



شکل ۲-۳ - صفحات Cu-O [۱۶]

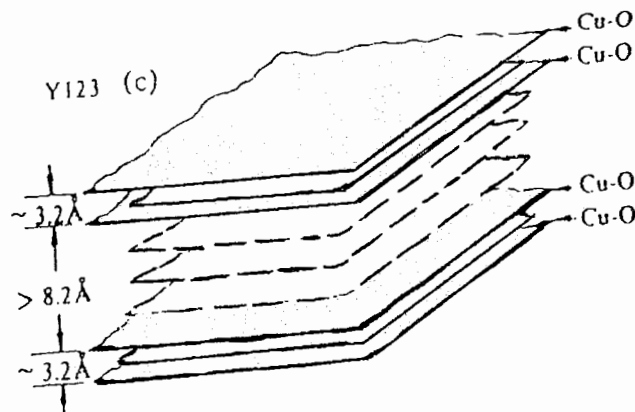
در این جا به جزئیات ساختار اشاره ای می کنیم:

در $(La_{2-x}Sr_x)CuO_4$ هر صفحه Cu-O از نزدیک ترین صفحه Cu-O مجاورش با یک فاصله $6/6 \text{ \AA}$ آنگستروم؛ مجزا می شود که یک فاصله نسبتاً بزرگ در بلورها می باشد. بین دو نزدیک ترین صفحه Cu-O صفحات La-O وجود دارد که در شکل (۳-۱) مشخص شده است. از نمادگذاری اختصاری $La(n=1)$ برای بیان $(La_{2-x}-Sr_x)CuO_4$ استفاده می کنیم.

$n=1$ به یک صفحه Cu-O که کاملاً از دیگر صفحات مجزا شده است، اشاره می کند

(شکل ۳-۴). این نمادگذاری به آسانی قابل گسترش به دیگر ابررساناهای T_c بالایی می باشد که در

آنها دسته صفحات Cu-O در گروه های ۲ یا ۳ تایی به ترتیب قرار گرفته اند.



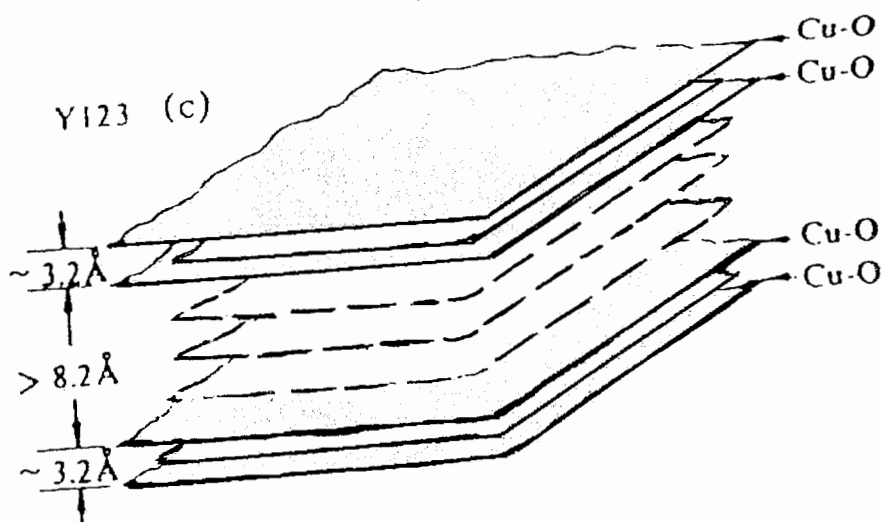
شکل ۳-۳ - صفحات Cu-O که کاملاً مجزا شده اند. [۱۶]

مقایسه‌ی ساختارها در اغلب قسمت‌های فیزیک حالت جامد مرسوم است، بلورهایی که دمای گذارشان بالاتر (T_C بالا) ساختار پیچیده‌ای دارند، وقتی که رسانش الکتریکی در صفحات آن‌ها به ابررسانش افزایش می‌یابد، وجود و صفبندی صفحات Cu-O بحرانی می‌شود.

در نگاه کلی اهمیت صفحات Cu-O را نمی‌توان درک کرد. اکنون تعداد زیادی ابررساناهای ورقه‌ای Cu-O که دمای گذار بالا دارند وجود دارد. اغلب آن‌ها در ساختار گروهی با تعداد متفاوتی از صفحات Cu-O مجاور متوالی قرار می‌گیرند. (n تعداد صفحات مجاور متوالی است).

برای n > 1 صفحات Cu-O مجاور متوالی هر صفحه به وسیله‌ی یک صفحه‌ی کم تراکم از اتم‌های Y یا Ca جدا می‌شود. مجموعه‌ای از n صفحه‌ی Cu-O مجاور متوالی، متناوباً از n مجموعه صفحه‌ی Cu-O بعدی به وسیله‌ی صفحه‌های ایزوله (مخازن بار) جدا شده‌اند. در این جا اتم‌های فلز معمولاً La، Ba، Bi هستند. صفحات مس مربعی با چهار اتم اکسیژن پیوند یافته که در شکل (۲-۳) دیده می‌شود.

در بلور $(La_{2-x}Sr_x)CuO_4$ فاصله‌ی Cu-O کوتاه‌تر از $1/90 \text{ \AA}$ است و فاصله‌ی جدائی صفحات Cu-O ($6/6 \text{ \AA}$) بزرگ‌تر است از فاصله صفحه‌ی La-O که بین صفحات Cu-O قرار گرفته است. در تصویر زیر که استخوان‌بندی ساختار $YBa_2Cu_3O_{7-8}$ را نشان می‌دهد، این مسئله به وضوح دیده می‌شود.



شکل ۳-۴ - فاصله‌ی جدائی صفحات Cu-O و فاصله‌ی جدائی صفحات La-O [۱۶]

برای این مواد دو صفحه Cu-O مجاور متوالی وجود دارد (با فاصله $\cong 3/2 \text{ \AA}$) فاصله‌ی این دو صفحه Cu-O بعدی بزرگتر از $8/2 \text{ \AA}$ است. سه صفحه‌ی مجزای اکسیژن-فلز (O-metal) که دو صفحه‌ی مجاور متوالی Cu-O را جدا می‌کنند در شکل فوق به صورت نقطه چین دیده می‌شوند.

برای بلور با دمای گذار بالائی مانند $\text{Ti}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$ سه صفحه‌ی Cu-O مجاور متوالی وجود دارد (که با دو صفحه‌ی Ca جدا شده است) و باز هم فاصله‌ی هر صفحه‌ی Cu-O از دیگری $3/2 \text{ \AA}$ است. سه صفحه‌ی Cu-O از مجموعه‌ی سه صفحه‌ی Cu-O مجاور متوالی بعدی به وسیله‌ی چهار صفحه‌ی مجزای اکسیژن-فلز (O-metal) از هم جدا می‌شوند (دو صفحه‌ی Ti-O و دو صفحه‌ی Sr-O) به طوری که گروه‌هایی از سه صفحه‌ی Cu-O با فاصله $11/6 \text{ \AA}$ هستند.

اغلب ساختارهای Tc بالا هشت وجهی هستند یا تقریباً هشت وجهی، برای بحث خود ساختمان مواد را هشت وجهی در نظر می‌گیریم این ساده‌سازی مزایای مهمی دارد، که این مواد می‌توانند در گروه‌های هشت وجهی فضائی طبقه‌بندی شوند و مقایسه‌ی بین مواد آسان‌تر می‌شود. n صفحه‌ی Cu-O همیشه بر محور c عمود و موازی صفحه‌ی ab هستند مثل تصاویر فوق.

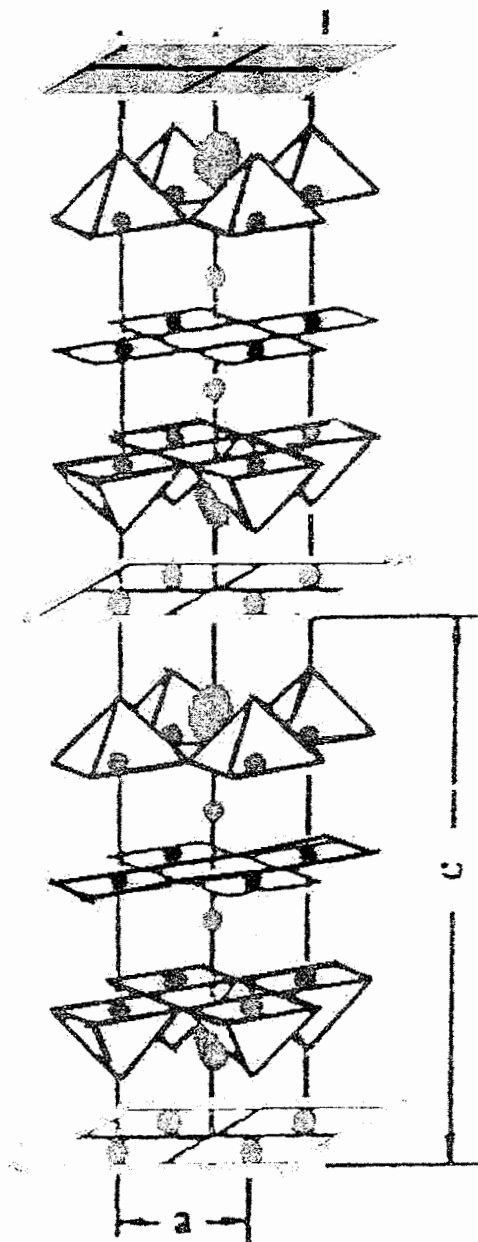
در جدول زیر فهرستی از مواد که در مطالعات گسترده‌تر استفاده می‌شوند همراه با علائم اختصاری توصیفی بیان شده است، یکی از چهار ستون جدول برای ایده‌آل کردن فرمول شیمیایی استفاده شده است.

فرمول	Tc(K)	n	نماد گذاری
$(\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x)\text{CuO}_4$	38	1	La(n=1)
$(\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x)\text{CaCu}_2\text{O}_6$	60	2	La(n=2)
$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CuO}_6$	0-20	1	2-Bi(n=1) Bi 2201
$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$	85	2	2-Bi(n=2) Bi 2212
$\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$	92	2	Y123
$\text{YBa}_2\text{Cu}_4\text{O}_8$	80	3	YB CO Y 124
$\text{TlBa}_2\text{CuO}_5$	0-50	1	1-Tl(n=1) Tl1201
$\text{TlBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_9$	122	4	1-T(n=3) Tl1234
$\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{CuO}_6$	0-80	1	1-T(n=3) Tl1234

جدول ۳-۲ - تعدادی از مواد ابررسانا به همراه دمای گذارشان [۱۶]

مواد $Tl(n) - 1$ و $Tl(n) - 2$ از جدول را در نظر می‌گیریم.

n صفحه‌ی $Cu-O$ مجاور متوالی به وسیله‌ی دو صفحه‌ی $Sr-O$ به علاوه‌ی یک صفحه‌ی $Tl-O$ از هم مجزا شده‌اند و برای $2-Tl(n)$ به وسیله دو صفحه‌ی $Sr-O$ به علاوه‌ی دو صفحه‌ی $Tl-O$ صفحات $Cu-O$ از هم مجزا می‌شوند. در شکل زیر ساختار $n=3$ را نشان می‌دهد و در شکل زیر صفحات $Cu-O$ کاملاً آشکار می‌شود.



شکل ۳_۵ - ساختار ماده‌ی ابررسانای داغ $Cu-O$ [۳]

بسته به مقدار n و ساختار ماده، صفحات بالا و پائین اتم‌های Cu تقریباً ممکن است یک اتم اکسیژن (اتم O_z یا اتم اکسیژن فضائی) داشته باشند. اتم‌های اکسیژن فضائی (O_z) قسمتی از صفحات مجزای اکسیژن- فلز (O-metal) هستند که در بین n صفحه‌ی Cu-O مجاور متوالی قرار می‌گیرند.

با توجه به فاصله‌ها واضح است که در صفحه‌ی Cu-O فاصله‌ی Cu-O برای مثال $1/9 \text{ \AA}$ است، ولی فاصله‌ی Cu- O_z بزرگ‌تر از $2/4 \text{ \AA}$ است که چنین اتم‌هایی در فاصله‌های دور از هم قرار می‌گیرند. در مواردی که $n \leq 3$ مقادیر T_C بالا و n بزرگ‌تر است. برای $n=1,2,3$ مقادیر T_C به ترتیب در فاصله‌ها تقریبی $0-85k$ و $105-125k$, $60-92k$ قرار می‌گیرند. اگر چه مثال‌هایی خارج از این فاصله‌های کلی می‌تواند پیدا شود.

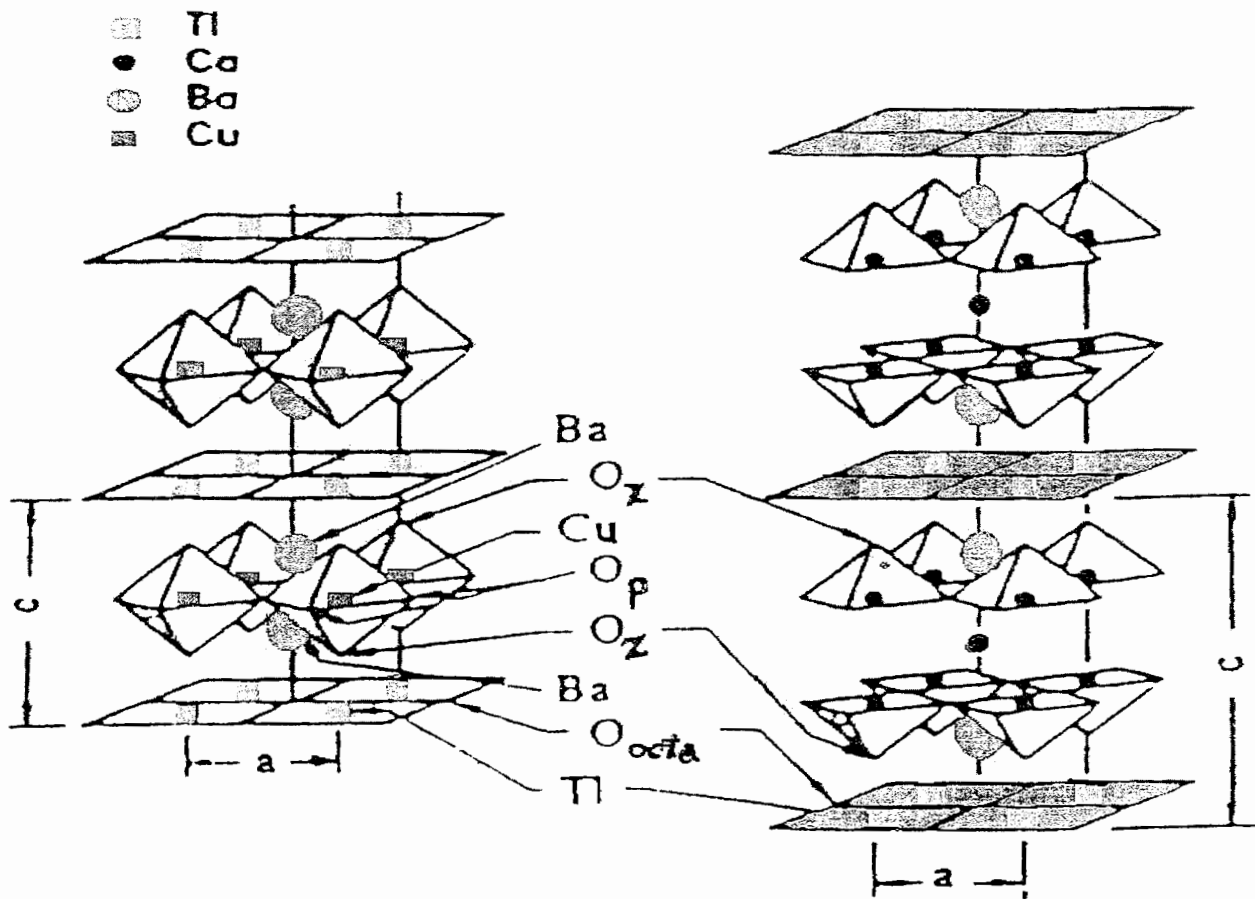
در بعضی از مواد گروه $1-Tl(n), 2-Tl(n)$ با وجود این که با $n > 3$ ترکیب شده‌اند ولی مقادیر T_C بزرگ‌تر نیستند. البته $1-Tl(n=4)$ یک مورد استثناء است، که این مورد به علت مسائل گرماسنجی با موادی که n بالائی دارند، یا به علت آلایش اشباع n مثل T_C نامتعارف می‌باشد. اصولاً هیچ دلیلی وجود ندارد برای این که چرا موادی از نوع $3-Tl(n)$ یا $4-Tl(n)$ ساخته نشود.

صفحات Cu-O مؤثر در مواد T_C بالا از نقطه نظر ساختار الکتریکی و ابررسانائی گسترش بزرگی یافته‌اند. ما باید در باره‌ی گروه‌های مختلف ساختارهای T_C بالا بحث کنیم و اولین ماده‌ای که کشف شد $La (n=1)$ این بلور یک شبکه‌ی هشت وجهی مرکز پر دارد (b c t) (دو نقطه شبکه در سلول واحد وجود دارد)

۳-۳ بحث روی چند نمونه ماده‌ی ابررسانا

۱-۳-۳ مواد خانواده‌ی $1-Tl(n)$

$2-Tl(n)$, $2-Bi(n)$ هر دو شبکه دارای ساختار bct (body-centered-tetragonal) مشابه هستند، بنابراین شباهت‌های زیادی با $La(n=1)$ دارند. در زیر بلور $1-Tl(n)$ مورد بحث است. $Y123$ یک مورد ویژه از $1-Tl(n=2)$ که واقعاً یک ساختار کامل شده می‌باشد البته شبکه نقاط مرتب در فضاست (نه اتم‌های مرتب). یک سلول واحد از شبکه (bct) در شکل زیر دیده می‌شود.



(a) $1-Tl(n=1)$

(b) $1-Tl(n=2)$

شکل ۳_۶ - سلول واحد در ساختار مواد ابررسانای $1-Tl(n=2)$ و $1-Tl(n=1)$ [۱۶]

در این تصویر اتم‌های مس نقاط شبکه هستند و بقیه‌ی اتم‌ها نادیده گرفته شده‌اند. یک ساختار، یک گروه از اتم‌های متصل به نقاط شبکه است. تناوب انتقالی پایه‌ای از شبکه ناشی می‌شود و شبکه‌های (pt) و (bct) نواحی بریلوئن متفاوتی دارند.

برای بیان و درک چنین ترکیبات پیچیده‌ای اسامی مشکلی وجود دارد، برای مثال در Y123 اتم‌های مسی که در یک صفحه پیدا می‌شوند، به همان خوبی در یک رشته قرار می‌گیرند و سه گونه اتم اکسیژن مختلف در این ماده وجود دارد. هر یک از این نوع اتم‌های Cu یا (O) مختلف علائم

وایسکف و بلور شناختی متفاوت دارند. وقتی این اتم‌ها شناخته شدند و یک توافق جهانی روی آن‌ها صورت گرفت متوجه می‌شویم که شامل اطلاعات متقارن مهمی هستند. در بسیاری از مقالات درباره‌ی دمای گذار بالا یک علائم عددی اختیاری برای $Y123$ مثل $O(1), O(2), \dots, O(5)$ با یک نماد گذاری اختیاری به کار می‌رود. در این موارد این مشکل وجود دارد که اطلاعات غیر مفیدی ظاهر شوند. در این بحث ما از نماد گذاری توصیفی استفاده می‌کنیم مثلاً اکسیژن در صفحه با O_p ، در رشته‌های $Y123$ اکسیژن با O_c نمایش داده می‌شود. برای اتم اکسیژن در کنار محور a یا b نمایش $O_c(b)$ یا $O_p(a)$ به کار می‌رود. قبلاً اتم‌های اکسیژن فضائی در مواد Tc بالا O_z نامیده می‌شدند، زیرا در طول محور z هستند که مستقیماً بالا یا پائین اتم‌های مس (Cu_p) قرار دارند. در تصویر (۲-۳) مربوط به ساختار $La (n=1)$ میبینیم که صفحات $Cu-O$ بر محورهای C در صفحات آینه‌ای عمود هستند در بالا و پائین آنها صفحات $La-O$ وجود دارند، پس صفحات دیگر $La-O$ با بردار $(1,1,0)$ تغییر مکان می‌یابند. صفحات $La-O$ (جدا شده) مسطح نیستند، بلکه موج‌دار هستند. به نظر می‌آید که نقش دوم این صفحات مربوط به ابررسانائی است. وقتی $x=0$ است ترکیب ماده‌ی $(La_{2-x}Sr_x)CuO_4$ یک عایق است وقتی جایگذاری Sr^{2+} به جای چند La^{3+} صورت گیرد نمونه‌ای از یک آلایش حفره‌ای می‌باشد. حفره‌ها اساساً در صفحات $Cu-O$ قرار می‌گیرند و اگر $x \geq 0.05$ باشد رفتار فلزی برای این ماده پیش‌بینی می‌شود. آزمایش‌های مختلف نشان می‌دهد که اتم‌های Sr به صورت تصادفی جانشین اتم‌های La می‌شوند. ترتیب اتم‌های Sr در جایگاه‌های اتم‌های La از مطالعه‌ی ساختار تک بلور با اشعه‌ی x بدست می‌آید.

سرامیک‌هایی که از مواد فوق ساخته شده باشند مقادیر T_c بالائی دارند، برای توجیه این موضوع پیشنهاد شده بود که ممکن است دلیل آن نظم تک بلوری این مواد باشد. آلایش حفره‌ای $La(n=1)$ با اتم‌های پتاسیم و سدیم $(La_{2-x}K_x)CuO_4$ نیز گزارش شده است. وضعیت در این حالت پیچیده‌تر از آلایش با Sr است زیرا جاهای O, La جاهای خالی است.

2-T L (n) - (۲_۳_۳)

فرمول عمومی این مواد $Tl_2Ba_2Ca_{n-1}CuO_{4+2n}$ است. این بلورها هشت وجهی مرکز پر و مرکب از n صفحه‌ی $Cu-O$ مجاور متوالی هستند و برای $n \geq 2$ ما بین هر صفحه $Cu-O$ یک صفحه‌ی

Ca وجود دارد که در شکل (۳-۳) دیده می شوند.

دو صفحه‌ی Cu-O وجود دارد که یک صفحه مشترک از اتم‌های Cu دارند. جداکننده‌ی صفحات مجاور متوالی Cu-O صفحه‌ی Ba-O است.

فاصله‌ی بزرگ (بزرگ‌تر از ۱۱ آنگستروم) بین صفحات Cu-O به علت چهار صفحه‌ی مجزای Ba-O و Tl-O است. سه نمونه متفاوت از اتم‌های اکسیژن در ساختار دیده می‌شوند اتم‌های اکسیژن Cu-O که Op نامیده می‌شوند. هر اتم مس چهار اتم Op همسایه‌ی نزدیک دارد. اکسیژن‌هایی که به صورت مستقیم بالا و پائین (در طول محور c) اتم‌های مس هستند که Oz نامیده می‌شوند. چهار اتم Ba و یک اتم Tl قسمتی از صفحه‌ی Ba-O عمود بر محور c هستند. اتم‌های اکسیژنی که قسمتی از صفحه‌ی Tl-O هستند O_{octa} نامیده می‌شوند، زیرا آن‌ها به وسیله‌ی شش اتم فلز سنگین احاطه شده‌اند (5 Tl+1Ba). به این نکته توجه داریم که La (n=1) شامل اتم‌های O_p و O_z است ولی O_{octa} ندارد. در مورد La (n=1) و برای همه‌ی بلورهای (2-Tl(n)) دو فرمول واحد بر سلول واحد bct مرسوم و یک فرمول واحد بر سلول واحد اولیه وجود دارد. برای این که متقاعد شویم به اتم‌های Ba در شکل (۳-۶) توجه می‌کنیم.

2-Bi(n=2) (۳_۳_۳)

فرمول عمومی این بلورها در جدول (۳-۲) نشان داده شده است که نشان می‌دهد این بلورها با 2-Tl(n) ساختار یکسانی دارند با این اختلاف اساسی که در 2-Bi(n) معمولاً با Sr جایگزین می‌شود و بقیه‌ی ساختارهای 1-Tl(n) و Y123 و دیگر ساختارهای T_C بالا ساختار کم و بیش پیچیده‌ای نظیر ساختارهای مطالعه شده دارند.

(۴_۳) خواص مواد با دمای گذار بالا در حالت رسانش عادی

خیلی‌ها اعتقاد دارند که درک خوب خواص حالت طبیعی موادی که T_C بالا دارند، برای درک عمیق‌تر خواص حالت ابررسانائی کمک مهمی است.

محاسبه‌ی پیوندهای یک الکترون برای فاز عایق‌ها همیشه در مورد فلزات صدق نمی‌کند. اثرات حامل‌های باری که زیاد به هم وابسته‌اند ممکن است بر رفتار رسانش مؤثر باشد. ابررساناهای

اکسید مس هم‌چنین خواص قوی فلزی ناهمسانگردی دارند. مثلاً یک رسانا که در حالت طبیعی خیلی ناهمسانگرد و رسانائی ضعیف یا حتی غیر فلزی است، در نظر می‌گیریم، رسانش به علت جرم مؤثر خیلی ناهمسانگرد در طول محور c، ناهمسانگرد است، لذا خواص دیگر ناهمسانگردی برای این ماده مورد انتظار است. سؤالی که ایجاد می‌شود این است که چنین خواصی چگونه باعث ایجاد حالت ابررسانائی می‌شود؟

در تئوری پیوند مرسوم تک الکترونی فرض می‌شود که هر الکترون مستقل از دیگری حرکت می‌کند فرض این است که الکترون‌ها در یک پتانسیل که شامل دافعه‌ی متوسط الکترون-الکترون به علاوه جاذبه‌ی متوسط الکترون - یون است قرار دارند. برای موادی که T_C بالائی دارند این مدل ممکن است برای تقریب قسمتی از دافعه‌ی الکترون-الکترون استفاده شود. ولی وجود پیوندهای معمولی در این مواد همواره مورد سؤال است.

در سال ۱۹۸۷ اندرسون بیان کرد که ساختارهای نواری اکسیدهای مس در عبارتهائی که به صورت عبارتهای ساختار نواری فلزات مرسوم، درک نمی‌شوند. او فرض کرد که: یک نوع مدل پیوند ظرفیت تشدید شده‌ای لازم است (RVB) (Resonance Vallery Band) چند نوع مدل RVB مختلف وجود دارد که بعضی از آنها منجر به پیشگوئی حالت اسپین سه‌گانه‌ای می‌شوند که این حالت الکترونی طبیعتاً باید گاف ابررسانائی BCS باشد. این حدسیات هیجان‌انگیز بنای عظیمی از کارهای تئوری را ایجاد می‌کنند.

۵_۳) ساختار الکترونی مواد T_C بالا

۱_۵_۳) ساختمان الکترونی اتم مس

به علت اهمیت عنصر مس در ترکیباتی که دمای گذار بالا دارند ساختمان الکترونی مس را بررسی می‌کنیم:

اتم مس ساختمان الکترونی $4s^1 d^{10} [AR]$ دارد و در مباحث حالت جامد پیوند ناشی از $4s^1$ جزء پیوندهای ضعیف محسوب می‌شود. در La_2CuO_4 ظرفیت رسمی یونها ممکن است O^{2-}, Cu^{2+} و La^+ باشد.

چون یون‌های Cu^{2+} ساختار الکترونی $3d^8$ دارند، پس یون مس ساختار الکترونی $3d^9$ خواهد داشت. دو فلز که به طور دقیقی چنین ساختارهایی دارند LaCuO_3 و LaSrCuO_4 هستند. La_2CuO_4 یک عایق است. ولی هنگامی که به قدر کافی با Sr آرایش داده شود تبدیل به فلز خواهد شد.

هنگامی که یون‌های Sr^{2+} یک الکترون کمتر از La^{3+} از دست می‌دهند، Sr مانند یک اتم پذیرنده عمل خواهد کرد. اتم‌های O, La به ترتیب با بارهای یونی رسمی $+3$ و -2 سازگار هستند، لذا Cu^{2+x} بار رسمی یون مس در $(\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x)\text{CuO}_4$ می‌باشد.

محاسبات تئوری به ما کمک می‌کنند که بدانیم بارهای حقیقی کجا قرار دارند لذا بارهای مس مجاز به تغییر هستند. هنگام آرایش برای مس توصیف‌هایی به صورت $x\text{Cu}^{3+}$, $(1-x)\text{Cu}^{2+}$ بیان شده است.

ماده‌ی Y123 حالت باری دارد که با آرایش تغییر می‌کند. ماده‌ی نارسانای $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_6$ در صفحه‌ی دو یون Cu^{2+} دارد و یک یون Cu^{2+} دو مختصه‌ای دارد. در ابررسانای $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ اگر بارها به طور مساوی در میان اتم‌های مس قرار گرفته باشند سه یون $\text{Cu}^{2.33+}$ دارد.

با استفاده از کاربرد شمارش بار برای ابررساناهای اکسید مس، نتیجه می‌گیریم که بار روی هر یون مس در چند مورد از ۲ بار بر روی هر یون بالاتر است. پس از نقطه نظر شکل پیوند یونی اکسیدهای فلزی مس مانند فلز سنتی و قدیمی نیستند.

فصل چهارم

ابرسیانایی در حضور میدان مغناطیسی و انواع ابررسیانها

- مقدمه
- ابررسیانهای نوع اول
- حالت میانی
- ابررسیانهای نوع دوم

۴-۱) مقدمه

وقتی که یک ابرسانا در میدان مغناطیسی خارجی (ضعیف) قرار گرفت، در فاصله‌ای به اندازه‌ی λ (عمق نفوذ)، میدان مغناطیسی در جسم ابرسانا نفوذ می‌کند و پس از این فاصله صفر می‌شود، که این عمق از مرتبه‌ی 2000 \AA است. ماده‌ی ابرسانایی را در نظر می‌گیریم که در حالت رسانایی عادی است و در داخل آن میدان مغناطیسی وجود دارد، این ماده وقتی تا زیر دمای بحرانی سرد شود، میدان مغناطیسی را ناگهان دفع می‌کند. اثر مایسنر توسط معادلات لندن که در فصل دوم، توضیح داده شد نشان داد که در ابرسانایی انرژی آزاد الکترومغناطیسی به حداقل مقدار خود می‌رسد با این شرط که:

$$\nabla^2 H = \lambda^{-2} H \quad (4-1-1)$$

در این معادله H میدان مغناطیسی و λ عمق نفوذ است.

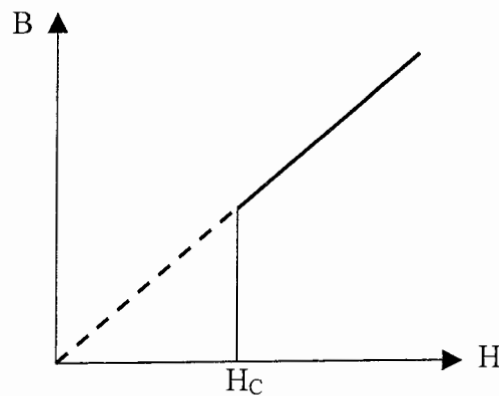
ابرسیانها بر اساس چگونگی رخدادن اثر مایسنر به دو دسته تقسیم می‌شوند:

الف_ در ابرسیانهای نوع اول که حالت ابرسیانایی به صورت یک‌باره و ناگهانی از بین می‌رود، وقتی که قدرت میدان مغناطیسی اعمالی به بالاتر از مقدار بحرانی H_C می‌رسد. بسته به شکل هندسی نمونه‌ی ابرسیانای مورد آزمایش، ممکن است ابرسیانای در حالت آمیخته قرار گیرد که در آن بعضی نواحی در حالت ابرسیانایی، و بقیه در حالت رسانش عادی دیده می‌شوند.

ب_ در نوع دوم ابررساناها، وقتی میدان اعمالی به بالاتر از میدان بحرانی B_{C1} برسد جسم ابررسانا به حالت مختلط می‌رود، که در آن افزایش شار مغناطیسی باعث ایجاد ورتکس (Vortex) یا گرداب‌های شار در جسم ابررسانا می‌شود، اما هیچ مقاومتی برای جریان الکتریکی وجود ندارد ولی هنگامی که به میدان بحرانی بالاتر B_{C2} برسد ابررسانایی از بین می‌رود.

۴-۲) ابررساناهای نوع اول

برای درک ابررساناهای نوع اول، جسم ابررسانایی به شکل استوانه‌ای بلندی در میدان مغناطیسی خارجی H_0 قرار می‌دهیم. وقتی که میدان به اندازه‌ی جزئی از H_0 بزرگ‌تر می‌شود هنوز میدان مغناطیسی در درون ابررسانا صفر است ولی با افزایش میدان مغناطیسی از H_0 به H_C (میدان بحرانی) خاصیت ابررسانایی از بین می‌رود و میدان به درون ابررسانا نفوذ می‌کند، در وضعیتی که $B = H_C$ باشد میدان داخل ابررسانا با میدان خارجی برابر می‌شوند.



شکل (۴-۱) - منحنی مغناطش یک ابررسانا

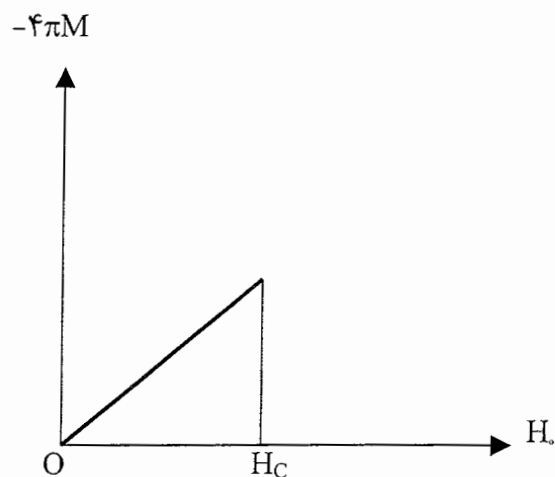
رابطه‌ی بین B و H_0 به صورت زیر است:

$$B = H_0 + 4\pi M \quad (۴-۲-۱)$$

M در این رابطه گشتاور مغناطیسی واحد حجم است.

در شکل (۴-۲) تغییرات منحنی مغناطش به صورت $4\pi M$ بر حسب H_0 نمایش داده شده

است.



شکل (۲-۴) - منحنی گشتاور مغناطیسی در واحد حجم M بر حسب H .

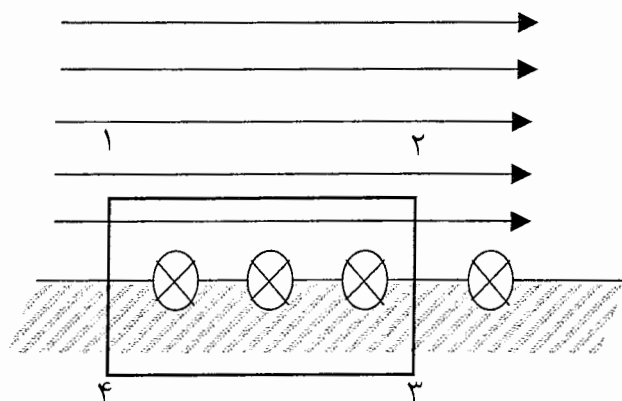
از طرفی در یک ابررسانا خطوط میدان مغناطیسی همیشه بر سطح ابررسانا مماس هستند.



شکل (۳-۴) - خطوط میدان مغناطیسی در اطراف یک ابررسانای نوع اول

و این خطوط میدان مغناطیسی بسته و پیوسته‌اند هم‌چنین از معادله‌ی $\nabla \cdot B = 0$ نتیجه می‌گیریم که مؤلفه‌های عمودی B روی سطح و درون آن پیوسته و مساوی هستند اما میدان درون ابررسانا صفر است $B = 0$ و لذا $B_n^{(i)} = 0$ (مؤلفه‌ی عمودی میدان درون ابررساناست). بنابراین مؤلفه‌ی عمودی میدان B_n^e در بیرون از سطح نیز صفر است.

از نتایج طرد شار و آنچه در فصل دوم بیان شد می‌فهمیم که ابررسانا در حضور میدان مغناطیسی خارجی در نزدیکی سطح خود حامل جریان الکتریکی است.



شکل (۴-۴) - جریان سطحی در یک ابررسانا که در میدان خارجی قرار دارد [۹]

حال به محاسبه‌ی این جریان سطحی می‌پردازیم:

اگر میدان در سطح ابررسانا H_0 باشد، از معادلات ماکسول و معادلاتی که در خصوص

ابرسانایی و میدان درون آن داشتیم، نتیجه می‌شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times B = \frac{4\pi}{C} J \\ B = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow J = 0 \quad (۲-۲-۴)$$

یعنی جریان درون ابررسانا صفر است و فقط یک جریان سطحی داریم. در شکل (۴-۴) مسیر

بسته‌ای به صورت ۱۲۳۴ مشخص شده است، انتگرال $\oint B \cdot dL$ را حول این مسیر محاسبه می‌کنیم:

در مسیرهای ۱ → ۴ و ۳ → ۲ و ۳ → ۴ و ۲ → ۳ انتگرال صفر است ولی در مسیر ۱ → ۲ داریم:

$$\oint B \cdot dL = H_0 L_{12} \quad (۳-۲-۴)$$

و طبق معادلات ماکسول هم داریم:

$$\oint B \cdot dL = \mu_0 I = \frac{4\pi}{C} I \quad (۴-۲-۴)$$

روابط (۳-۲-۴) و (۴-۲-۴) را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$H_0 L_{12} = \frac{4\pi}{C} I$$

جریان I را بر حسب چگالی جریان خطی می‌نویسیم:

$$H_0 L_{12} = \frac{4\pi}{C} J_{\text{surf}} L_{12} \Rightarrow H_0 = \frac{4\pi}{C} J_{\text{surf}} \quad (۵-۲-۴)$$

جریان در داخل صفحه و عمود بر صفحه‌ی کاغذ شکل (۴-۴) می‌باشد. پس رابطه‌ی فوق به

صورت زیر درمی آید:

$$J_{\text{surf}} = \frac{C}{4\pi} [n \times H_0]$$

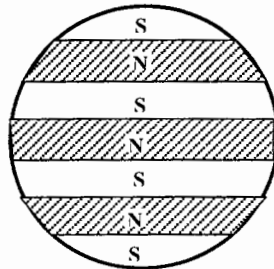
(۴-۲-۶)

۴-۳) حالت میانی

۴-۳-۱) حالت میانی چیست؟

یک ابرسانای نوع یک، که در میدان مغناطیسی خارجی موازی با سطح آن قرار دارد را در نظر می‌گیریم، اگر مقدار میدان در حدود میدان بحرانی باشد، باعث می‌شود که ابرسانا به حالت اولیه برگردد. ولی عکس‌العمل یک ابرسانا به میدان اعمال‌شده، به ساختار آن و قرار گرفتن ابرسانا در میدان مغناطیسی و شکل خود ابرسانا نیز بستگی دارد.

مثلا یک کره‌ی ابرسانا در میدان مغناطیسی خارجی را در نظر می‌گیریم، شکل (۴-۵)



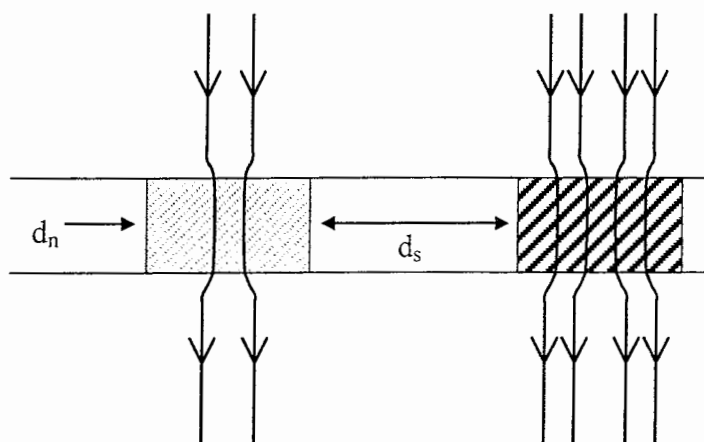
شکل (۴-۵) - کره‌ی ابرسانا در حالت میانی که به نواحی معمولی و ابرسانا تقسیم شده است. [۸]

در این حالت خطوط میدان همواره با سطح ابرسانا موازیند، تعداد خطوط میدان در ناحیه‌ی استوایی کره‌ی ابرسانا بیش‌تر از سایر نقاط است، و این افزایش خطوط منجر به افزایش میدان در ناحیه‌ی استوایی می‌شود ولی در قطب‌های ابرسانا تعداد خطوط صفر است. وقتی که میدان در ناحیه‌ی استوایی کره‌ی ابرسانا به مقدار میدان بحرانی H_C می‌رسد، ابرسانایی کره در بعضی از نواحی بیش‌تر از میدان بحرانی است و سراسر کره در حالت رسانش عادی نیست، و از طرفی در حالت ابرسانایی کامل نیز نمی‌تواند باشد.

در این حالت کره به حالتی می‌رود که به آن حالت میانی یا حالت بینابین گفته می‌شود. کره در این حالت به بخش‌هایی که پشت سر هم در حالت عادی و ابررسانشی هستند تقسیم می‌شود و صفحه‌ی مرزی این نواحی با میدان خارجی موازی است. [۸]

۴-۳-۲) شرایط تعادل ترمودینامیکی حالت میانی

در حالت میانی نواحی‌ای که در رسانش عادی هستند اندازه‌ی خود را به گونه‌ای تنظیم می‌کنند که بین نواحی رسانش عادی و نواحی ابررسانا تعادل برقرار باشد، شکل (۴-۶).



شکل (۴-۶) - حالت میانی یک صفحه‌ی ابررسانای نازک در میدان عمودی d_s پهنا‌ی ابررسانا و d_n پهنا‌ی

ناحیه‌ی رسانای عادی [۹]

مثلاً اگر میدان مغناطیسی در یک ناحیه‌ی رسانش عادی از H_C بزرگ‌تر شود، این میدان باعث از بین رفتن ابررسانایی ناحیه‌های مجاور خود می‌شود، ولی اگر میدان در یک ناحیه‌ی رسانش عادی کم‌تر از میدان بحرانی H_C باشد، این ناحیه تبدیل به ناحیه‌ی ابررسانایی می‌شود، بنابراین قرار گرفتن نواحی عادی و ابررسانا در کنار هم تنها وقتی امکان دارد که میدان در نواحی عادی برابر با H_C باشد.

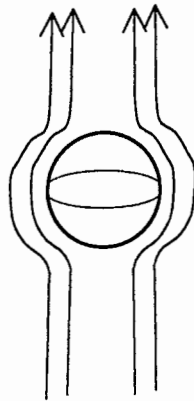
۴-۳-۳) میدان مغناطیسی مؤثر و محاسبه‌ی آن

باز هم به مثال کره‌ی ابررسانا که در میدان مغناطیسی بزرگ‌تر از میدان بحرانی خود قرار دارد

می‌پردازیم:

میدان کلی روی سطح کره از برهم‌نهی میدان خارجی و میدان ناشی از جریان سطحی حاصل می‌شود و در اثر شکل خاص ابررسانایی، که در نظر گرفته‌ایم در محل استوا (دایره‌ی عظیمه) کره میدان تشدید می‌شود، که این مسئله میدان مغناطیسی وارد بر کره را تغییر می‌دهد، البته میدان متأثر از مغناطش M است و خود مغناطش توسط جریان سطحی تعیین می‌شود، شکل (۷-۴).

میدان مغناطیسی که بر کره‌ی نمونه وارد می‌شود میدان مؤثر است و بیش‌ترین مقدار آن برای ماده‌ی ابررسانایی است که اثر مایسنر کامل در آن رخ می‌دهد.



شکل (۷-۴) - میدان مغناطیسی در اطراف کره‌ی ابررسانا- میدان در محل دایره‌ی عظیمه‌ی کره بیش‌ترین مقدار است. [۱]

میدان مغناطیسی مؤثر با B_{eff} نمایش داده می‌شود.

$$B_{eff} = B_e - n_m \mu_0 M \quad (۱-۳-۴)$$

$$M = - B_{eff} / \mu_0$$

$$B_{eff} = B_e + n_m B_{eff} \implies B_{eff} = \frac{1}{1 - n_m} B_e \quad (۲-۳-۴)$$

n_m عامل وامغناطیدگی است، که برای هر شکل خاص مقدار معلومی دارد. مثلاً برای یک کره عظیمه‌ی کره روی سطح ایجاد شده است. پس اگر عامل وامغناطیدگی برای کره $\frac{1}{3}$ باشد، $n_m = \frac{1}{3}$ است [۸]. در مورد این مثال میدان مغناطیسی مؤثر میدانی است که در محل دایره‌ی عظیمه‌ی کره روی سطح ایجاد شده است. پس اگر عامل وامغناطیدگی برای کره $\frac{1}{3}$ باشد، $(n_m = \frac{1}{3})$ داریم:

$$B_{eff} = \frac{3}{2} B_e$$

اگر عامل وامغناطیدگی $n_m > 0$ باشد، در این صورت به ازای مقادیری از میدان خارجی B_e جسم در حالتی است که نه به طور کامل ابررسانا و نه به طور کامل رسانای عادی است.

در مورد کره‌ی مورد بحث وقتی که $n_m = \frac{1}{3}$ باشد، میدان خارجی B_C $\frac{2}{3}$ است.

در این صورت:

$$B_{\text{eff}} = \frac{1}{1 - n_m} B_e = \frac{1}{2/3} \left(\frac{2}{3} B_C \right) = B_C \quad (3-3-4)$$

اگر میدان خارجی افزایش یابد، ابررسانایی در قسمت دایره‌ی عظیمه‌ی کره از بین می‌رود، ولی این کره نمی‌تواند کاملاً رسانا شود. کره‌ی ذکر شده اگر رسانا شود، در این صورت میدان در داخل آن مساوی میدان خارجی می‌شود، و در این صورت میدان مؤثر کوچک‌تر از B_C می‌شود؛ یعنی کوچک‌تر از میدان بحرانی برای انتقال از حالت ابررسانایی است. لذا ابررسانایی حالت میانی به خود می‌گیرد، یعنی نواحی متناوب ابررسانا و رسانای عادی است.

۴-۳-۴) انرژی فصل مشترک نواحی عادی و ابررسانا

برای درک رفتار ابررساناهای نوع اول در حالت میانی به بررسی انرژی تشکیل مرزبندی بین نواحی عادی و ابررسانای این مواد می‌پردازیم:

در قسمت‌هایی که رسانای عادی هستند $B > B_C$ و در نواحی‌ای که در حالت ابررسانا هستند، میدان مغناطیسی خارجی عملاً وجود ندارد و در یک فاصله‌ی عمق نفوذ λ به صفر می‌رسد. ریشه‌ی تفاوت بین نواحی رسانای عادی و ابررسانایی این است که:

چگالی جفت کوپر n_C در نواحی رسانای عادی صفر است و در نواحی ابررسانا چگالی ابرالکترون‌ها متناهی است و به دما و نوع ماده بستگی دارد، از طرفی می‌دانیم که چگالیده شدن جفت‌های کوپر باعث کاهش انرژی می‌شود، که این امر در دماهای کم‌تر از دمای بحرانی T_C ، از لحاظ انرژی ترمودینامیکی ابررسانا را از رسانای عادی پایدارتر می‌کند.

چگالی جفت کوپر $n_C(T)$ در مرز ابررسانایی و رسانایی عادی یک‌باره نمی‌تواند از مقدار $n_C(T)$ به صفر برسد. لازمه‌ی وجود بستگی قوی بین جفت کوپر وجود یک طول مشخصی است که تغییرات چگالی جفت کوپر در این فاصله پیدا می‌شود و این طول مشخص به طول همدوسی گینزبرگ و لاندائو (ξ_{GL}) معروف است.

اگر برای یک ابررسانای میانی در ناحیه‌ی رسانش عادی $\epsilon_{GL} > \lambda$ باشد، رسانش در ناحیه‌ی عادی پایدار است. در این صورت چگالی جفت‌های کوپر در طولی که برابر طول همدوسی است تا مقدار $n_C(T)$ افزایش می‌یابد. در یک رسانای عادی، میدان مغناطیسی طرد نمی‌شود پس انرژی‌ای برای طرد میدان نیز وجود ندارد و $E_B = 0$ و جفت کوپری وجود ندارد پس انرژی چگالش جفت‌های کوپر نیز صفر است $E_C = 0$ پس در یک رسانای عادی:

$$E_B = E_C = 0$$

لذا اگر میدان بحرانی B_C به فصل مشترک ابررسانا اعمال شود، در درون ناحیه‌ی ابررسانایی انرژی که برای جفت شدن کامل الکترون لازم است یا انرژی چگالش کامل با انرژی طرد میدان برابر خواهد شد.

۴-۳-۵) بررسی حالت میانی از نظر ابررسانایی

برای جسم ابررسانایی که در میدان مغناطیسی خارجی قرار دارد، وقتی که $B = B_C$ است، طبق تعریف ابررسانا باید به رسانای عادی تبدیل شود. با افزایش میدان خارجی B_e ، قسمتی از کره که در حالت رسانایی عادی است، به گونه‌ای تغییر می‌یابد که در محلی که دایره‌ی عظیمه‌ی کره قرار دارد میدان B_C است. می‌توان گفت که در حالت میانی n_m به B_e بستگی دارد. با اندازه‌گیری شار مغناطیسی در دایره‌ی عظیمه می‌بینیم که شار با افزایش B_e به صورت یک‌نواخت افزایش می‌یابد. قسمت‌های رسانای عادی و ابررسانا هم‌زمان با هم در داخل یک رسانا وجود دارند، بنابراین باید مرزبندی مشخص که دو فاز عادی و ابررسانا را جدا می‌کند، بین آن‌ها وجود داشته باشد، این مرزها موازی با میدان مغناطیسی خارجی هستند، و برای ایجاد آن‌ها انرژی صرف شده است که مقدار آن‌ها از روابط زیر به دست می‌آید [۸]:

$$\Delta E_B = A\lambda \times \frac{1}{2\mu_0} B_C^2 \quad (4-3-4)$$

$$\Delta E_C = A\epsilon_{GL} \times \frac{1}{2\mu_0} B_C^2 \quad (5-3-4)$$

ϵ_{GL} طول همدوسی در نظریه‌ی گینزبرگ و لاندائو و A فصل مشترک ناحیه‌ی عادی و

ابررساناست.

با توجه به فرض $\epsilon_{GL} > \lambda$ در این صورت:

$$\Delta E_C - \Delta E_B = (\epsilon_{GL} - \lambda) A \times \frac{1}{2\mu_0} B^2_C > 0 \quad (6-3-4)$$

در این صورت می‌بینیم که ایجاد مرزبندی بین ناحیه‌ی عادی و ابررسانا نیاز به انرژی

دارد. [۸]

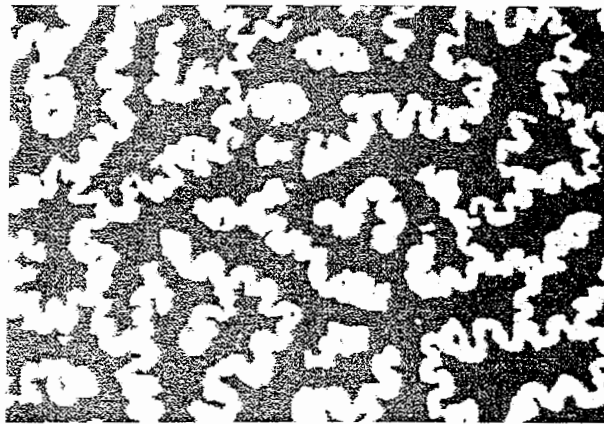
۴-۳-۶) روش‌هایی که به کمک آن‌ها می‌توان حالت میانی را آشکارسازی کرد

دو روش برای آشکارسازی حالت میانی وجود دارد که به شرح زیر هستند:

الف_ روی نمونه‌ای که در حالت میانی قرار دارد پودری از ماده‌ی ابررسانا پاشیده می‌شود که

معمولاً از ماده‌ی نفوبیوم می‌باشد. این پودر ماده دیامغناطیس خیلی خوبی است و میدان مغناطیسی

از نواحی رسانایی عادی رانده می‌شود و در نواحی ابررسانا تجمع می‌کند.



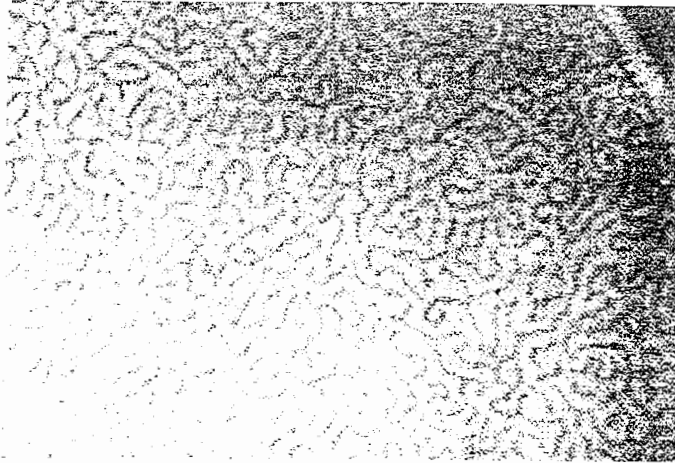
شکل ۴-۸) آشکار کردن ساختار حالت میانی صفحه‌ی ایندیوم به کمک اثر فاراده [۸]

ب_ در دومین روش، ورق نازکی از یک ماده‌ی قطبنده (ماده‌ای که صفحه‌ی قطبش نور را

تغییر می‌دهد) به روی یک ابررسانا قرار می‌دهند، و اگر بر این مجموعه نور قطبی خطی تابیده شود،

در محل‌های رسانایی عادی (محل حضور میدان مغناطیسی) صفحه‌ی قطبش نور بازتابیده را تغییر

می‌دهند و با این تکنیک ساختار تاریک و روشن (رسانای عادی و ابررسانا) را آشکار می‌کنند.



شکل (۴-۹) - مشاهده‌ی ساختار میانی به کمک اثر فاراده [۸]

۴-۴) ابررساناهای نوع دوم

۴-۴-۱) مقدمه و تعریف ابررسانای نوع دوم

برای معرفی ابررسانای نوع دوم ابتدا بیان می‌کنیم که اثر مایسنر در این ابررساناها مانند ابررساناهای نوع اول دیده نمی‌شوند.

برای تصور این نوع ابررسانا، یک ابررسانای استوانه‌ای بلندی در نظر می‌گیریم که یک میدان مغناطیسی در طول آن اعمال شده است. میدان مغناطیسی خارجی را از صفر افزایش می‌دهیم، در مرحله‌ی اول استوانه تمام میدان را طرد می‌کند، یعنی خطوط القای مغناطیسی درون استوانه صفر است، پس در این مرحله اثر مایسنر وجود دارد، ولی وقتی میدان مغناطیسی به مقدار معینی برسد، میدان خارجی به درون استوانه‌ی ابررسانای نوع دوم شروع به نفوذ می‌کند.

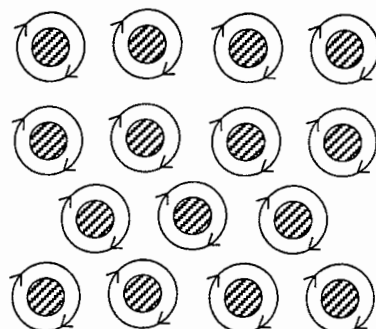
این میدان مشخص میدان بحرانی پایینی نامیده می‌شود که با BC_1 نمایش داده می‌شود. با افزایش میدان مغناطیسی خارجی، میدان نفوذ یافته به درون ابررسانا نیز افزایش می‌یابد. وقتی که میدان داخل ابررسانا با میدان بحرانی بالایی برابر گردید، جسم از حالت ابررسانایی به حالت رسانایی عادی می‌رود، این تغییر در میدان خارجی‌ای روی می‌دهد که میدان بحرانی بالایی نامیده می‌شود و آن را با BC_2 نمایش می‌دهند.

در ابررساناهای نوع دوم وقتی میدان خارجی بزرگ‌تر از BC_1 (میدان آستانه‌ی پایینی) باشد،

میدان به صورت رشته‌هایی استوانه‌ای ناپیوسته و کوانتیده به درون ابررساناهای نوع دوم نفوذ می‌کند. هر رشته یا گردشار یا Fluxiod به صورت یک استوانه‌ی بلند باریک است که محور آن با محور میدان مغناطیسی خارجی موازی است.

درون هر گردشارها در حالت رسانش عادی می‌باشد و پارامتر نظم درون آن صفر است. شعاع

استوانه‌های درون میدان را با ξ (طول هم‌دوسی) نشان می‌دهند.



شکل (۴-۱۰) - گردشارها در یک جسم ابررسانای نوع دوم [۷]

در نتیجه فاصله‌ی بین استوانه‌ها از بین رفته و مغزی‌های گردشارها (فلوکسیدها) با یک‌دیگر تماس می‌شوند و در نتیجه پارامتر نظم درون جسم ابررسانا به صفر می‌رسد.

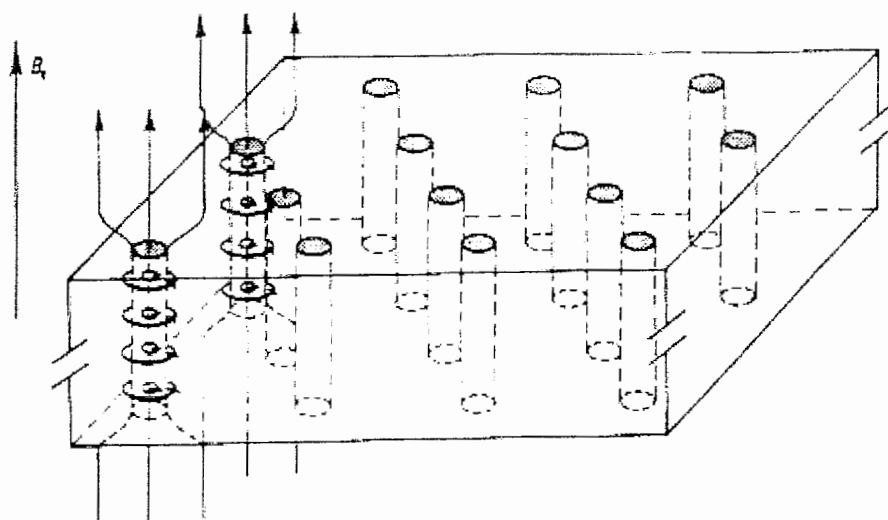
۴-۴-۲) فاز آمیخته یا شابینکوف^۱ در ابررساناهای نوع دوم

ابررساناهای نوع دوم، وقتی که در میدان خارجی قرار بگیرند، در پایین‌تر از میدان BC_1 (میدان بحرانی پایین) اثر مایسنر از خود نشان می‌دهند، یعنی میدان مغناطیسی خارجی را از خود طرد می‌کند. اگر میدان مغناطیسی خارجی اعمال شده به بالاتر از میدان بحرانی BC_1 برسد، جسم ابررسانا به حالت آمیخته می‌رود که در آن افزایش شار مغناطیسی باعث ایجاد ورتکس‌ها (Vortices) یا گرداب‌های شار در جسم ابررسانا می‌شود و تا وقتی که جریان الکتریکی بزرگ نباشد، هیچ مقاومت الکتریکی وجود ندارد، اما اگر میدان مغناطیسی به میدان بحرانی بالاتر BC_2 برسد، ابررسانایی از بین می‌رود. حالت آمیخته در واقع به وسیله‌ی حلقه‌هایی به وجود می‌آید که شامل شار مغناطیسی هستند

1. Shubinkov

و شاری که توسط آن‌ها حمل می‌شود کوانتیده است.

میدان مغناطیسی و جریان سطحی در ابررساناها با هم متناظر هستند و به هر میدان مغناطیسی در ابررسانا یک جریان وابسته است، پس در فاز آمیخته هم پیش‌بینی می‌کنیم یک جریان در داخل ابررسانا برقرار شود. برای این که حالت پایدار در ابررساناها برقرار شود، جریان‌های فوق باید در مسیرهای بسته برقرار باشند. این ابرجریان‌ها با توجه به اندازه‌ای که دارند مقدار میدان مغناطیسی را تغییر می‌دهند، لذا در این فاز انتظار تغییر شدت میدان مغناطیسی و چگالی ابرجریان را داریم. جفت‌های کوپر در ابررساناها هم‌دوسی شدیدی دارند و با توجه به این که انتظار تغییر شدت میدان و چگالی ابرجریان را داریم، پس ساختار ویژه‌ای از میدان و جریان لازم است تا با این تغییرات هماهنگ باشد.



شکل ۴-۱۱) نمایش فاز شابنیکوف [۶]

ابریکوزوف^۱ ساختار ویژه‌ای پیشنهاد کرد که این ساختار پاسخی به معادلات گینزبرگ و لاندائو نیز بود، که شرح مختصر آن چنین است:

با توجه به شکل (۴-۱۱) می‌بینیم که لوله‌های شار مغناطیسی در ابررسانا نفوذ می‌کنند، و این ساختاری است که در محدوده‌ی میدان‌های $B_{C1} < B < B_{C2}$ در یک ابررسانای همگن و ایده‌آل به

^۱. Abrikosov

وجود می‌آید. در درون هر کدام از لوله‌ها یک کوانتوم شار وجود دارد و هر کوانتوم شار شامل یک جریان حلقه‌ای بسته است.

این جریان‌های داخل لوله‌ها معروف به جریان‌های گردابی هستند، این جریان‌های گردابی به همراه میدان خارجی، میدان مغناطیسی‌ای را به وجود می‌آورند که از درون این لوله‌ها عبور و میدان مغناطیسی را از فضای بین لوله‌های استوانه‌ای طرد می‌کنند، حالا اگر میدان خارجی افزایش یابد فاصله‌ی بین لوله‌های شار کاهش می‌یابد.

۴-۴-۳ آشکار کردن فاز آمیخته در یک ابررسانای نوع دوم

روش‌های متعددی برای آشکارسازی فاز آمیخته در ابررساناهای نوع دوم به کار می‌رود. یکی از این روش‌ها که توسط اسمن^۱ و ترابل^۲ به کار رفته است. به صورت مختصر در زیر بیان می‌شود:

برای این آزمایش آلیاژی از جنس سرب ایندیوم در نظر گرفته می‌شود، یک سیم گداخته‌ی آهنی در قسمت بالاتر از آلیاژ ابررسانا به حالت تبخیر درمی‌آید، این ذرات تبخیر شده در یک مخزن گاز هلیم پخش می‌شوند و به شکل ذراتی به ابعاد ۵۰ nm درمی‌آیند، این ذرات با عبور از میان گاز هلیم بر روی سطح ابررسانا قرار می‌گیرند، وقتی شرایط مهیا شد و آلیاژ در حالت ابررسانایی قرار گرفت و لوله‌های شار در میان آن ظاهر شد، میدان‌های مغناطیسی قوی روی سطحی از ابررسانا ظهور می‌کند که لوله‌های شار از آن قسمت سطح عبور کرده است. با رسوب ذرات آهن روی آلیاژ ابررسانا، امکان مشاهده‌ی لوله‌های شار وجود دارد.

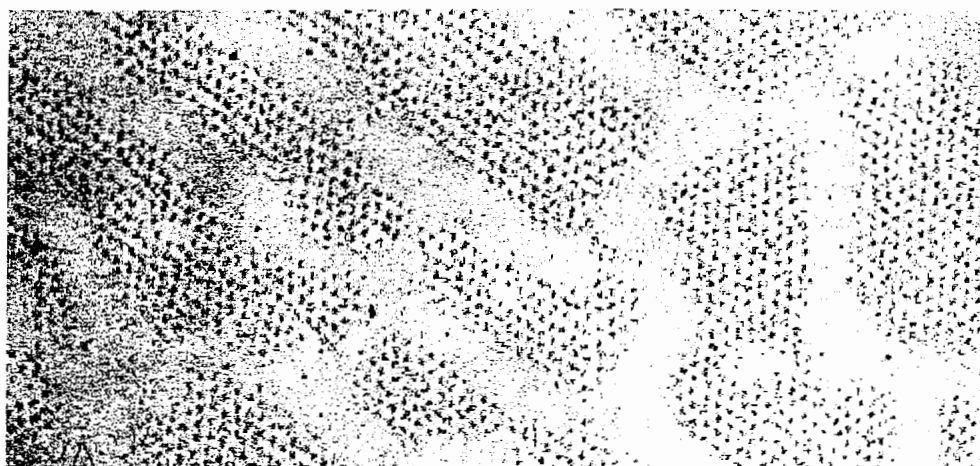
۴-۴-۴ حالت میانی در ابررساناهای نوع دوم

حالت میانی در ابررساناهای نوع اول بررسی شد، اکنون می‌خواهیم بدانیم آیا در ابررساناهای نوع دوم نیز حالت میانی مشاهده می‌شود؟ وقتی که میدان مغناطیسی اعمال شده بر ابررسانای نوع دوم کمتر از میدان بحرانی پایین است اثر مایسنر در این ابررسانا دیده می‌شود و میدان مغناطیسی را طرد می‌کند. با افزایش میدان خارجی، شار مغناطیسی در نمونه‌ی ابررسانا نفوذ می‌کند و حالتی را به

^۱. Esmann

^۲. Trauble

وجود می‌آورد که در ابررسانای نوع دوم فاز مایسنر و فاز شابنیکوف در کنار هم ظاهر می‌شوند، در حالی که ابررسانای نوع اول شامل فاز ابررسانا و فاز عادی بود.



شکل ۴_۱۲) فاز مایسنر و شابنیکوف در ابررسانای نوع دوم [۸]

فصل پنجم

میدان‌های تعمیم‌یافته

- مقدمه و تعمیم کوانتومی معادلات لندن
- معادلات حرکت لاگرانژ
- معادلات لاگرانژ برای سیستم ذرات یک ابررسانا
- آیا یک ابررسانا همیشه می‌تواند میدان مغناطیسی تعمیم‌یافته را از خود طرد کند؟

۵-۱) مقدمه و تعمیم کوانتومی معادلات لندن

در بخش‌های قبلی نشان داده شد یک ابررسانا که در میدان مغناطیسی واقع شده بسته به ساختار خود و شدت میدان اعمال شده رفتارهای زیر را از خود نشان می‌دهد:

الف_ ابررساناهای نوع اول:

۱_ در میدان‌های پایین‌تر از میدان بحرانی رفتاری کاملاً دیامغناطیس از خود نشان می‌دهند و میدان مغناطیسی را طرد می‌کنند.

۲_ در میدان‌های بالاتر از میدان بحرانی، به حالت رسانش عادی می‌رسند.

۳_ بعضی از ابررساناها با شکل‌های خاص وقتی در میدان قرار می‌گیرند، حالت آمیخته یا بینابینی از خود بروز می‌دهند؛ یعنی به نواحی‌ای تقسیم می‌شوند که این نواحی به طور متناوب در حالت رسانش عادی و ابررسانایی قرار دارند.

ب_ ابررساناهای نوع دوم:

این ابررساناها هم وقتی در میدان مغناطیسی خارجی قرار می‌گیرند:

۱_ در یک میدان پایین‌تر از میدان بحرانی خود، خاصیت طرد میدان مغناطیسی از خود بروز می‌دهند.

۲_ در یک میدان که به میدان بحرانی پایین معروف است، میدان در این ابررساناها نفوذ می‌کند و در این حالت جسم ابررسانا خاصیت ابررسانایی خود را حفظ می‌کند.

۳_ در یک میدان مغناطیسی خارجی، که برابر میدان بحرانی بالایی ابررساناست، جسم خاصیت رسانش عادی می‌یابد. در این نوشتار ما توجه خود را به ابررساناهای نوع اول معطوف و تلاش می‌کنیم که خصوصیات حالت ابررسانایی را از بررسی‌های کاملاً کلاسیکی تحقیق کنیم. در آغاز به بررسی حرکت یک ذره‌ی باردار در میدان مغناطیسی می‌پردازیم تا کمی با ماریچج مغناطیسی آشنا شویم:

معادله‌ی حرکت یک ذره‌ی باردار در میدان مغناطیسی یکنواخت در جهت محور z ($B = Bz$) به صورت زیر است:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = q (\mathbf{V} \times \mathbf{KB}) = qB \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (1-1-5)$$

$$m (i \ddot{x} + j \ddot{y} + k \ddot{z}) = qB (i \dot{y} - j \dot{x})$$

$$\begin{cases} m \ddot{x} = qB \dot{y} \\ m \ddot{y} = -qB \dot{x} \\ \ddot{z} = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} m \dot{x} = qB y + C_1 & \text{(الف)} \\ m \dot{y} = -qB x + C_2 & \text{(ب)} \\ \dot{z} = \dot{z}_0 & \text{(ج)} \end{cases} \quad (2-1-5)$$

$$\implies \begin{cases} \dot{x} = \omega y + C_1 & \text{(الف)} \\ \dot{y} = -\omega x + C_2 & \text{(ب)} \\ \dot{z} = \dot{z}_0 & \text{(ج)} \end{cases} \quad (3-1-5)$$

در روابط فوق [۱۴] $\omega = \frac{qB}{m}$ در نظر گرفته شده است.

معادله‌ی ب از معادلات (۳-۱-۵) را در معادله‌ی الف گروه معادلات (۲-۱-۵) قرار می‌دهیم:

$$\ddot{x} - \omega (-\omega x + C_2) + C_1 = 0$$

$$\ddot{x} + \omega^2 x = a \omega^2 \implies x = a + A \cos(\omega t + \theta) \quad (4-1-5)$$

و پاسخ y به صورت: $y = b - A \sin(\omega t + \theta)$ است و برای به دست آوردن مسیر حرکت داریم:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = A^2$$

پس تصویر مسیر حرکت در صفحه‌ی xy ، یک دایره با شعاع A می‌باشد که مرکز آن (a, b) است.

$$\dot{y} = -A\omega \cos(\omega t + \theta)$$

$$\dot{x} = -A\omega \sin(\omega t + \theta)$$

$$\implies \dot{x}^2 + \dot{y}^2 = A^2 \omega^2 = A^2 \left(\frac{qB}{m} \right)^2$$

و اگر $V_1 = (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{1/2}$ باشد، شعاع مارپیچ برابر با مقدار زیر است:

$$R = \frac{V_1}{\omega} = V_1 \frac{m}{qB} \quad (5-1-5)$$

با این مقدمه به سایر مطالب مرتبط به معادلات لندن می‌پردازیم.

۵-۱-۲) تعمیم کوانتومی معادلات لندن

حامل بار بنیادی یک ابررسانا، زوج الکترون است و همه‌ی زوج‌ها تراز انرژی یکسان با حالت

کوانتومی یکسانی دارند. تابع موج ذره را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\psi(r) = \left(\frac{n_s}{2} \right)^{1/2} e^{i\theta(r)}$$

که در آن θ فاز تابع موج است. بهنجارش $\psi(r)$ به گونه‌ای است که چگالی زوج‌های

الکترون $\frac{n_s}{2}$ است و n_s چگالی الکترون‌های ابررسانایی است.

ذره‌ای به جرم m و بار $2e$ را در نظر می‌گیریم که در میدان مغناطیسی حرکت می‌کند، تکانه‌ی

آن را می‌توان به صورت زیر نوشت [۷]:

$$h\nabla\theta = 2mv_s + \frac{2e}{c}A \quad (6-1-5)$$

که در آن h ثابت پلانک است. در غیاب میدان مغناطیسی چگالی شار ذره‌ی $\frac{n_s v_s}{2}$ را می‌توان به

صورت زیر نوشت:

$$\frac{i\hbar}{4m} (\psi\nabla\psi^* - \psi^*\nabla\psi) \quad (7-1-5)$$

با جای‌گذاری $\psi(r) = \left(\frac{n_s}{2} \right)^{1/2} e^{i\theta}$ به رابطه‌ی زیر می‌رسیم:

$$\hbar\nabla\theta = 2mv_s$$

بنابراین تکانه‌ی کل ذره‌ای که در میدان مغناطیسی حرکت می‌کند $\hbar\nabla\theta$ برابر است با حاصل

جمع تکانه‌ی $2mv_s$ و تکانه‌ی $\frac{2e}{c}$ مربوط به میدان مغناطیسی است.

برای یافتن معادله‌ی دیفرانسیل حرکت بر حسب مختصات تعمیم‌یافته، ابتدا انرژی جنبشی T

یک سیستم N ذره‌ای را به صورت زیر بیان می‌کنیم [۱۳]:

$$T = \sum_{i=1}^{2N} \frac{1}{2} m_i \dot{x}_i^2 \quad (3-2-5)$$

البته فرض می‌کنیم که روابطی به صورت زیر بین مختصات xها و qها برقرار است:

$$x_i = x_i(q_1, q_2, \dots, q_n, t)$$

$$\dot{x}_i = \sum_k \frac{\partial x_i}{\partial q_k} \dot{q}_k + \frac{\partial x_i}{\partial t} \quad \text{پس:}$$

پس از طی چند مرحله‌ی جبری و مشتق‌گیری به رابطه‌ی زیر برای حرکت می‌رسیم [۱۴]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial T}{\partial q_k} - \frac{\partial V}{\partial q_k} \quad (4-2-5)$$

با توجه به تعریف تابع لاگرانژ $L = T - V$ داریم:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} = \frac{\partial T}{\partial q_k} - \frac{\partial V}{\partial q_k} \quad (5-2-5)$$

معادلات لاگرانژ به صورت زیر نوشته شده‌اند:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial L}{\partial q_k} \quad (6-2-5)$$

در یک سیستم مختصات تعمیم‌یافته:

$$P_k = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \quad (7-2-5)$$

اندازه حرکت تعمیم‌یافته نامیده می‌شود. معادله حرکت لاگرانژ برای یک سیستم ذرات به

صورت زیر است:

$$\dot{P}_k = \frac{\partial L}{\partial q_k} \quad (8-2-5)$$

۳-۵ معادلات لاگرانژ برای سیستم ذرات یک ابررسانا

یک جسم سیال رسانای کامل، که حامل‌های بار آن جفت الکترون‌ها هستند و چگالی همگن

عددی حامل‌های بار آن n و بار بنیادی حامل‌های آن $(-e)$ و جرم بنیادی الکترون‌های آن m است را در نظر می‌گیریم.

میدان‌های درون این ابررسانا، شامل میدان الکتریکی E و میدان مغناطیسی B است و این میدان‌ها به میدان مغناطیسی دلخواه B_0 بهنجار می‌شوند و طول‌های مشخص در این ابررسانا به λ_e عمق نفوذ بهنجار می‌شوند [۱۷]:

$$\lambda_e = \frac{c m^{1/2}}{e(4\pi n)^{1/2}}$$

سرعت حامل‌های بار این جسم به صورت $U_e = U V_0$ به $V_0 = \frac{B_0}{(4\pi n m)^{1/2}}$ بهنجار می‌شود.

معادله‌ی حرکت این ذرات بر اساس معادلات لاگرانژ به صورت زیر است:

$$\dot{p} = \frac{\partial P}{\partial t}$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} = \sum_{i=1}^r \frac{\partial L}{\partial x_i} \quad (1-3-5)$$

$$L = T - V$$

V انرژی پتانسیل است.

$$L = \frac{1}{2} U \cdot U - \Phi + A \cdot U$$

$$= \frac{1}{2} U \cdot U - (\Phi - A \cdot U)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \nabla \left[\frac{1}{2} U \cdot U - \Phi + (A \cdot U) \right] \quad (2-3-5)$$

با توجه به این که U و B بهنجار هستند:

$$= \nabla \left(\frac{1}{2} U \cdot U \right) - \nabla \Phi + \nabla (A \cdot U)$$

$$= \underbrace{(U \cdot \nabla) U}_{(I)} - \nabla \Phi + \nabla (A \cdot U) \quad (3-3-5)$$

به جای عبارت (I) عبارت معادل آن را قرار می‌دهیم:

$$(U \cdot \nabla) U = \nabla \left(\frac{U^T}{2} \right) - U \times \nabla \times U$$

و به جای عبارت (III) معادل آن را از رابطه‌ی زیر قرار می‌دهیم:

$$\nabla (A \cdot U) = (A \cdot \nabla) U + A \times (\nabla \times U) + (U \cdot \nabla) A + U \times (\nabla \times A)$$

$$= (A \cdot \nabla) U + (U \cdot \nabla) A + A \times (\nabla \times U) + U \times B$$

در عبارت فوق از $\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}$ استفاده کرده‌ایم.

تمام معادله‌های فوق را در عبارت (۳-۳-۵) قرار می‌دهیم:

$$= \nabla \left(\frac{U^T}{2} \right) - U \times \nabla \times U - \nabla \Phi + (A \cdot \nabla) U + (U \cdot \nabla) A + A \times (\nabla \times U) + U \times B$$

$$= \nabla \left(\frac{U^T}{2} \right) + U \times B - U \times \nabla \times U + \underbrace{(A \cdot \nabla) U + (U \cdot \nabla) A - \nabla \Phi + A \times (\nabla \times U)}_{\nabla g}$$

$$= \nabla \left(\frac{U^T}{2} + g \right) + U \times (B - \nabla \times U) = \nabla \left(\frac{U^T}{2} + g \right) + U \times S \quad (۴-۳-۵)$$

∇g گرادیان همه‌ی نیروهای دیگر غیر از نیروی الکتریکی و مغناطیسی است. $S \equiv \nabla \times P$ برابر

$S = B - \nabla \times U$ میدان مغناطیسی تعمیم‌یافته‌ی نامیده می‌شود.

حال به تحول زمانی S می‌پردازیم:

$$\vec{S} = \vec{\nabla} \times \vec{P}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times P) = \nabla \times \left[\nabla \left(\frac{U^T}{2} + g \right) + U \times S \right]$$

$$= \nabla \times \nabla \left(\frac{U^T}{2} + g \right) + \nabla \times (U \times S) \quad (۵-۳-۵)$$

$$\nabla \times \nabla \left(\frac{U^T}{2} + g \right) = 0$$

زیرا کرل هر گرادیانی صفر است. پس:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \nabla \times [U \times S]$$

معادله‌ی ماکسول با توجه به این که در محیط ابررسانایی هستیم به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\nabla \times H - \frac{1}{C} \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{4\pi}{C} J$$

$\frac{\partial D}{\partial t} = 0$ چون در محیط رسانا هستیم، پس:

$$\nabla \times \frac{B}{\mu_0} = \frac{4\pi}{C} J \quad \longrightarrow \quad \nabla \times B = \frac{4\pi\mu_0}{C} J \quad (I)$$

و خود چگالی جریان J به صورت (II) $J_e = -neU_e$ می‌باشد، با استفاده از روابط (I) و (II)

داریم:

$$\nabla \times B = \frac{-ne\mu_0 4\pi}{C} U$$

که این رابطه با توجه به بهنجارش به صورت زیر درمی‌آید:

$$\nabla \times B = -U \quad (6-3-5)$$

هدف ما این است که ببینیم آیا میدان در داخل ابررسانا وجود دارد یا خیر؟

با توجه به معادله‌ی ماکسول:

$$\nabla \times E = \frac{-\partial B}{\partial t}$$

مشابه میدان B ، تحول زمانی میدان S (میدان تعمیم‌یافته) را پیدا کنیم تا کیفیت میدان در درون

ابررسانا را بفهمیم. پس به رابطه‌ی تحول زمانی باز می‌گردیم:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \nabla \times [U \times S] \quad (7-3-5)$$

یکی از پاسخ‌هایی که در معادله‌ی فوق صادق است، پاسخ $S=0$ است. این پاسخ یک پاسخ ویژه

محسوب می‌شود، یعنی اگر در هر زمان t ، میدان تعمیم‌یافته $S=0$ باشد در زمان‌های بعدی هم صفر

باقی می‌ماند. این حالت می‌تواند یک تعریف ممکن برای حالت ابررسانایی باشد. حال به بررسی بیشتر

این حالت می‌پردازیم و با فرض این که $S=0$ باشد داریم:

$$\left. \begin{aligned} S = B - \nabla \times U = 0 \\ \nabla \times B = -U \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \text{طبق رابطه‌ی (6-3-5)} \\ & B + \nabla \times (\nabla \times B) = 0 \end{aligned}$$

$$\Longrightarrow \nabla \times \nabla \times B + B = 0 \quad (8-3-5)$$

با استفاده از اتحاد زیر:

$$\nabla \times (\nabla \times \alpha) = \nabla (\nabla \cdot \alpha) - \nabla^2 \alpha$$

رابطه‌ی (8-3-5) به صورت زیر درمی‌آید:

$$\nabla \times (\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B} + \mathbf{B} = 0$$

طبق تعریف $(\nabla \cdot \mathbf{B}) = 0$ است. پس:

$$\nabla^2 \mathbf{B} + \mathbf{B} = 0$$

که همان معادله‌ی معروف لندن در ابررسانایی می‌باشد.

این رابطه بیان می‌کند در هر ابررسانایی که ابعاد آن خیلی بزرگ‌تر از عمق نفوذ باشد ($a \gg \lambda_e$) میدان در داخل ابررسانا خیلی از میدان اعمال شده در خارج از ابررسانا کوچک‌تر خواهد بود، یعنی ابررسانا خاصیت دیامغناطیسی از خود نشان می‌دهد. لذا می‌توان از بحث فوق به تعریف دیگری از ابررسانایی دست یافت که بیان آن به شرح زیر است:

حالت ابررسانایی، حالتی است که در آن میدان مغناطیسی تعمیم‌یافته در نقاط نزدیک صفحه‌ی مرزی ابررسانا صفر باشد. پس این حالت به طور کامل اجازه‌ی ورود گردش‌ها یا فلوکسیدها را به درون خود نمی‌دهد. از لحاظ الکترودینامیکی، حالت ابررسانایی یکی از پاسخ‌هایی است که برای حالت رسانایی کامل وجود دارد. بنابراین بقای S وقتی که $S = 0$ است، مسلم می‌باشد. پس اگر شرایط اولیه‌ی مسئله دقیق انتخاب شود، می‌توان مطمئن شد که حالت رسانایی کامل به حالت ابررسانایی می‌تواند تبدیل شود.

۴-۵) آیا یک ابررسانا همیشه می‌تواند میدان مغناطیسی تعمیم‌یافته را از خود طرد کند؟

اگر S مخالف صفر باشد از روش زیر سعی می‌کنیم پاسخ معادله‌ی تحول زمانی (۵-۳-۷) را پیدا کنیم.

یک روش برای پیدا کردن پاسخ مسایل دینامیکی این است که ثابت‌های حرکت را پیدا کنیم، یعنی پاسخ‌ها یا توابعی از مختصات و سرعت‌ها که نسبت به زمان ثابت‌اند، را به دست آوریم.

یک روش معمول برای پیدا کردن ثابت‌های حرکت، وقتی است که دستگاه دینامیکی به وسیله‌ی تابعی لاگرانژی مشخص می‌شود که در آن یک مختصه به گونه‌ای صریح ظاهر نمی‌شود و در

این صورت معادله‌ی لاگرانژ مربوط به این مسئله به صورت زیر است. [۱۳]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0 \quad K=1,2,\dots,3N \quad (1-4-5)$$

به شکل زیر تبدیل می‌شود.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) = 0 \quad (2-4-5)$$

پس از این مسئله می‌توان انتگرال گرفت:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = P_k = \text{ثابت} \quad (3-4-5)$$

پس هر وقت که یک مختصه‌ی \dot{q}_k در تابع لاگرانژ به طور صریح ظاهر نشود، اندازه‌ی حرکت مربوط به آن مختصه (P_k) یک ثابت حرکت است. این مختصه را مختصه‌ی قابل چشم‌پوشی گویند. اگر مختصه‌ای مانند q_k در یک دستگاه قابل چشم‌پوشی باشد، \dot{q}_k از معادله‌ی $P_k = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}$ به دست می‌آید و سپس در معادلات لاگرانژ قرار داده می‌شود تا \dot{q}_k حذف شود و از تعداد متغیرها یک متغیر کاهش یابد. وقتی بقیه‌ی متغیرها به دست آمدند، می‌توان آن‌ها را در معادله‌ی $P_k = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}$ جای گذاری کرد تا \dot{P}_k را بر حسب تابعی از t به دست آورد. اگر تابع لاگرانژ (L) صریحاً به زمان بستگی نداشته باشد با روش انتگرال گیری می‌توان مسئله را حل کرد.

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} (A - U) = \nabla \left(\frac{U^r}{r} + g \right) + U \times S \\ \frac{\partial S}{\partial t} &= \nabla \times (U \times S) \\ \frac{\partial}{\partial t} (P \cdot S) &= \frac{\partial P}{\partial t} \cdot S + P \cdot \frac{\partial S}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial t} (P \cdot S) &= \nabla \cdot \left[S \left(\frac{U^r}{r} + g \right) + (U \times S) \cdot S \right] \end{aligned} \quad (4-4-5)$$

برای به دست آوردن رابطه‌ی فوق:

$$\frac{\partial P}{\partial t} \cdot S = \frac{\partial}{\partial t} (A - U) \cdot S = \nabla \left(\frac{U^r}{r} + g \right) \cdot S + U \times S \cdot S$$

در طرف راست عبارت فوق:

$$\nabla \cdot \left[S \left(\frac{U^r}{r} + g \right) \right] = \left[\nabla \left(\frac{U^r}{r} + g \right) \right] \cdot S + \left(\frac{U^r}{r} + g \right) \nabla \cdot S$$

می‌بینیم که عبارت:

$$\nabla \left(\frac{U^T}{2} + g \right) \cdot S$$

ظاهر شده است. پس:

$$\nabla \left(\frac{U^T}{2} + g \right) \cdot S = \nabla \cdot \left[S \left(\frac{U^T}{2} + g \right) \right] - \left(\frac{U^T}{2} + g \right) \nabla \cdot S \quad (5-4-5)$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\nabla \cdot S = \nabla \cdot [B - \nabla \times U]$$

$$= \nabla \cdot B - \nabla \cdot \nabla \times U$$

هر دو جمله‌ی عبارت فوق صفر است، پس کل عبارت صفر است. البته انتظاری هم جز این نداریم، چون S میدان مغناطیسی تعمیم‌یافته است و دیورژانس میدان‌های مغناطیسی همواره صفر است که دلیل این امر هم نداشتن تک‌قطبی مغناطیسی است. پس:

$$\left[\nabla \left(\frac{U^T}{2} + g \right) \right] \cdot S = \nabla \cdot \left[\left(\frac{U^T}{2} + g \right) S \right] \quad (6-4-5)$$

از طرفی عبارت

$$P \cdot \frac{\partial S}{\partial t} = P \cdot \nabla \times (U \times S)$$

با استفاده از اتحاد:

$$\nabla \cdot (f \times G) = (\nabla \times f) \cdot G - (\nabla \times G) \cdot f$$

داریم:

$$\nabla \cdot [P \times (U \times S)] = P \cdot [\nabla \times (U \times S)] - (\nabla \times P) \cdot (U \times S) \quad (7-4-5)$$

$$P \cdot [\nabla \times (U \times S)] = \nabla \cdot [P \times (U \times S)] - S \cdot (U \times S)$$

عبارت $S \cdot (U \times S)$ در سمت راست تساوی فوق، صفر است، پس:

$$P \cdot [\nabla \times (U \times S)] = \nabla \cdot [P \times (U \times S)]$$

کل جمله‌ی (4-4-5) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial t} (P \cdot S) = \nabla \cdot \left[S \left(\frac{U^T}{2} + g \right) + P \times (U \times S) \right] \quad (۸-۴-۵)$$

از عبارت فوق انتگرال می‌گیریم:

$$\int \frac{\partial}{\partial t} P \cdot S \, dv = \int \nabla \cdot \left[S \left(\frac{U^T}{2} + g \right) + P \times (U \times S) \right] \, dv \quad (۹-۴-۵)$$

عبارت $\int P \cdot S \, dv$ را ماریچ تعمیم یافته می‌نامیم و ثابت می‌کنیم که یک ثابت حرکت است.

$$\int P \cdot S \, dv = \sigma_g \quad (۱۰-۴-۵)$$

در عبارت (۹-۴-۵) با استفاده از تغییر انتگرال حجمی به انتگرال سطحی تبدیل می‌شود.

$$= \iint \left[S \left(\frac{U^T}{2} + g \right) + P \times (U \times S) \right] \cdot n \, da \quad (۱۱-۴-۵)$$

زیر انتگرال داریم:

$$\left(\frac{U^T}{2} + g \right) S \cdot n \, da + [(P \times U) \times S] \cdot n \, da$$

چون S و U بر n (بردار قائم سطح ابرسانا) عمود هستند، پس هر دو قسمت انتگرال صفر

می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int P \cdot S \, dv = 0 \implies \frac{\partial}{\partial t} (P \cdot S) = 0$$

$$\implies P \cdot S = \text{ثابت} \implies P \cdot S = \sigma_g \quad (۱۲-۴-۵)$$

پس این یک ثابت حرکت است و بر حسب زمان باید ثابت باشد.

ماریچ تعمیم یافته در حقیقت تعمیم یافته‌ی ماریچ مغناطیسی است. ماریچ

مغناطیسی $\int A \cdot B \, dv$ می‌باشد که پایستگی این ماریچ در بررسی دینامیکی مغناطیس به معرفی

ساختارهایی از میدان مغناطیسی منجر می‌شود که با میدان‌های مغناطیسی شناخته شده متفاوت

هستند.

با توجه به مفهومی که در بالا بیان شد، متوجه می‌شویم که ماریچ تعمیم یافته‌ی مغناطیسی

که پیچ‌های خطوط میدان را اندازه می‌گیرد یک معیار برای طبقه‌بندی ساختارهای مغناطیسی فراهم

می‌کند. میدان‌هایی که ماریچ صفر دارند به علت سادگی ساختاری خود بسیط یا ساده نامیده

می‌شوند.

میدان مغناطیسی تعمیم یافته وقتی که مارپیچ غیر صفر دارد $\sigma_g \neq 0$ ، میدان مغناطیسی پیچیده نامیده می شود.

ترکیب های شناخته شده ی میدان مغناطیسی تعمیم یافته (GM) که در حالت ابرسانایی باشند، ساده هستند یعنی مارپیچ صفر دارند. پس، نتیجه می گیریم که این حالت الکترو دینامیکی فقط از ترکیب های اولیه ساخته می شوند، چون $\sigma_g = 0$ است. از لحاظ الکترو دینامیکی ترکیب های پیچیده با $\sigma \neq 0$ برای همیشه نمی توانند به حالت لندن تغییر پیدا کنند. برای این که توضیحات بالا روشن تر شود، متن آزمایش زیر را برنامه ریزی می کنیم:

یک ماده ی ابرسانای نمونه را در یک میدان مغناطیسی قرار می دهیم و آن را تا دمای گذار سرد می کنیم. در دمایی که کمی از دمای گذار T بالاتر است، با دقت زیادی می توان گفت که مقاومت به اندازه ای کوچک است که نمونه مثل یک رسانای کامل رفتار می کند. مدارک آزمایشگاهی که در مرجع [۱۷] بیان شده است، نشان می دهد، کل انتگرال حجم مارپیچ σ_g در حضور یک مقاومت کوچک باقی می ماند و کاملاً بقا دارد.

هنگامی که این نمونه ی رسانایی به طور کامل سرد می شود و به سوی دمای T_c می رود و از آن گذر می کند، اگر ماده ی نمونه در یک میدان ساده غوطه ور باشد، به حالت لندن گذار پیدا می کند، که این گذار با الکترو دینامیک مطابقت دارد.

در آزمایش دیگری نمونه ی ابرسانا را در میدان مغناطیسی تعمیم یافته ی پیچیده قرار می دهیم، و سپس آن را به سرعت تا دمای T_c سرد می کنیم، در این صورت، انتظار داریم دو حالت متفاوت اتفاق بیفتد:

۱_ گذار به حالت لندن که به وسیله ی الکترو دینامیک ایده آل ممنوع شده است، اتفاق بیفتد و میدان مغناطیسی از درون نمونه جدا نشود. این امر نشان می دهد که مکانیسم بستگی کوانتومی که عهده دار ابرسانایی معمولی است به علت فشار الکترو دینامیکی توانایی گذار به حالت ابرسانایی را ندارد. در فصل ۴ بیان کردیم که گذار به حالت ابرسانایی در حضور میدان های بزرگ تر از میدان بحرانی برای یک ماده رخ نمی دهد. هم چنین بیان شد که فقط بزرگی میدان مانع گذار به ابرسانایی نیست، بلکه ساختار توپولوژیکی میدان نیز مانع بزرگی محسوب می شود و به گونه ی قابل توجهی در

کارآیی ابرساناها مؤثر است.

۲_ اگر چه الکتروپدینامیک کوانتومی پیش‌بینی کرده است که گذار به حالت لندن روی نهد و میدان از درون نمونه طرد نشود، لیکن این گذار اتفاق می‌افتد و میدان از درون نمونه طرد می‌شود، که این اتفاق مفهوم عمیقی دارد، به این معنی که: مکانیسمی که عهده‌دار ابررسانایی است راهی برای غلبه بر فشار الکتروپدینامیک پیدا می‌کند، نتیجه‌ای که حاصل می‌شود جالب است:

الف) اگر گذار به حالت لندن اتفاق نیفتد، به طور کلی، یک ناحیه‌ی جدیدی از مغناطیس‌های درون ابررساناها را معرفی می‌کند و بسط می‌دهد.

ب) اگر گذار به حالت لندن اتفاق بیفتد باید بدانیم که چگونه انتقال کوانتومی اتفاق افتاده، در حالی که توسط الکتروپدینامیک ممنوع بود.

در نمونه‌ی ساده‌ی هندسی، ما با مشتق گرفتن از یک مجموعه معادلات عمومی و حل کردن آن‌ها برای سیستم‌هایی با مارپیچ تعمیم‌یافته (GH) اختیاری کار خود را ادامه می‌دهیم.

حالت لندن که $S = 0$ (میدان تعمیم‌یافته‌ی صفر) و سیستم‌های ساده‌ی دیگر مورد ویژه و خاصی از این فرمول‌بندی خاص است که کاملاً ساده هستند.

برای حالت پیچیده‌تر، از یک روش استاندارد استفاده می‌کنیم. در این روش، ترکیب انرژی مغناطیسی و انرژی جنبشی سیال الکترون و قیدی که در آن σ_g پایسته است، را می‌نیمیم می‌کنیم:

$$\delta \int \left\{ \left(\frac{B^T}{2} + \frac{U^T}{2} \right) + \frac{1}{2\mu} (A - U) \cdot (B - \nabla \times U) \right\} dV = 0 \quad (5-4-13)$$

با استفاده از حساب وردشی نسبت به δA و δU مشتق می‌گیریم.

$$\begin{aligned} & \delta \int \left\{ \left(\frac{B^T}{2} + \frac{U^T}{2} \right) + \frac{1}{2\mu} (A - U) \cdot (B - \nabla \times U) \right\} dV \\ & = \delta \int \left\{ \left(\frac{(\nabla \times A) \cdot (\nabla \times A)}{2} + \frac{U \cdot U}{2} \right) + \frac{1}{2\mu} (A - U) \cdot (B - \nabla \times U) \right\} dV \end{aligned}$$

$$\delta_{A,U} = \int \left\{ (\nabla \times \delta A) \cdot (\nabla \times A) + \frac{1}{2\mu} (\delta A) \cdot (B - \nabla \times U) \right\} dV$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2\mu} (A - U) \cdot (\nabla \times \delta A) + U \cdot \delta U - \frac{1}{2\mu} (\delta U) \cdot (B - \nabla \times U) \\
& - \frac{1}{2\mu} (A - U) \cdot (\nabla \times \delta U) \} dv \\
& = \int \left\{ \left[(\nabla \times A) + \frac{1}{2\mu} (A - U) \right] \cdot (\nabla \times \delta A) + \frac{1}{2\mu} (\delta A) \cdot (B - \nabla \times U) \right. \\
& \left. + \left[U - \frac{1}{2\mu} (B - \nabla \times U) \right] \cdot \delta U - \frac{1}{2\mu} (A - U) \cdot (\nabla \times \delta U) \right\} dv \quad (14-4-5)
\end{aligned}$$

به کمک استفاده از اتحاد:

$$\nabla \cdot (a \times b) = b \cdot \nabla \times a - a \cdot \nabla \times b$$

جملاتی را در عبارت فوق تغییر می‌دهیم.

$$\frac{1}{2\mu} (A - U) \cdot (\nabla \times \delta U) \text{ و جمله } \nabla \times A + \frac{1}{2\mu} (A - U)$$

را با استفاده از اتحاد فوق به صورت زیر تغییر می‌دهیم:

$$\begin{aligned}
& \nabla \cdot \left[\left(\nabla \times A + \frac{1}{2\mu} (A - U) \right) \times \delta A \right] + \frac{1}{2\mu} (\delta A) \cdot (B - \nabla \times U) \\
& + \delta A \cdot \nabla \times \left[B + \frac{1}{2\mu} (A - U) \right] + \left[U - \frac{1}{2\mu} (B - \nabla \times U) \right] \cdot \delta U \\
& - \frac{1}{2\mu} \nabla \cdot \left[(A - U) \times \delta U \right] - \frac{1}{2\mu} \delta U \cdot \nabla \times [A - U] \quad (15-4-5) \\
& \nabla \cdot \left[(\nabla \times A) \times \delta A \right] + \frac{1}{2\mu} \nabla \cdot \left[(A - U) \times \delta A \right] + \frac{1}{2\mu} \delta A \cdot (B - \nabla \times U) \\
& + \delta A \cdot \left[\nabla \times B + \frac{1}{2\mu} (B - \nabla \times U) \right] + \left[U - \frac{1}{2\mu} (B - \nabla \times U) \right] \cdot \delta U \\
& - \frac{1}{2\mu} \nabla \cdot \left[(A - U) \times \delta U \right] - \frac{1}{2\mu} \delta U \cdot \left[\nabla \times A - \nabla \times U \right] = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \nabla \cdot \left[(A - U) \times \delta(A - U) \right] \\ & + \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \left[\nabla \times B + \frac{1}{\epsilon_0} (B - \nabla \times U) + \frac{1}{\epsilon_0} (B - \nabla \times U) \right] \cdot \delta A \\ & + \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \left[U - \frac{1}{\epsilon_0} (B - \nabla \times U) - \frac{1}{\epsilon_0} (B - \nabla \times U) \right] \cdot \delta U = 0 \quad (16-4-5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \nabla \cdot \left\{ [A - U] \times [\delta A - \delta U] \right\} + \\ & \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} (B - \nabla \times U) \cdot [\delta A - \delta U] + \left[\nabla \times B + \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} B - \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \nabla \times U \right] \cdot \delta A \\ & + \left[U - \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} (B - \nabla \times U) \right] \cdot \delta U = 0 \quad (17-4-5) \end{aligned}$$

پس از جمع‌بندی جملات عبارت (17-4-5) داریم:

$$\nabla \cdot \left\{ [A - U] \times [\delta A - \delta U] \right\}$$

صفر است و برای بقیه‌ی جملات داریم:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} (B - \nabla \times U) + \nabla \times B + \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} (B - \nabla \times U) \right] \cdot \delta A \\ & + \left[\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} (B - \nabla \times U) + U - \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} (B - \nabla \times U) \right] \cdot \delta U = 0 \end{aligned}$$

برای این‌که عبارت فوق صفر شود باید تک‌تک ضرایب δA و δU صفر شوند، لذا:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\mu_0} (B - \nabla \times U) + \nabla \times B = 0 \\ B - \nabla \times U = \mu_0 U \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \nabla \times U - B = -\mu_0 \nabla \times B \\ \nabla \times U - B = -\mu_0 U \end{aligned} \right. \quad (18-4-5)$$

$$\left. \begin{aligned} \nabla \times B = -U \\ \nabla \times U - B = -\mu_0 U \end{aligned} \right\} \quad -\nabla \times \nabla \times B - B = -\mu_0 \nabla \times B$$

$$\nabla \times \nabla \times B + \mu_0 \nabla \times B + B = 0 \quad (19-4-5)$$

برای حل معادله‌ی فوق از راه حل زیر استفاده می‌کنیم:

دو ریشه برای معادله‌ی فوق به صورت λ_1 و λ_2 در نظر می‌گیریم به صورتی که:

$$(\nabla \times + \lambda_1)(\nabla \times + \lambda_2)B = 0 \quad (20-4-5)$$

از طرفی از رابطه‌ی (19-4-5) معلوم می‌شود که $\lambda_1 + \lambda_2 = \mu$ و $\lambda_1 \lambda_2 = 1$ می‌باشد.

سپس معادله‌ی درجه‌ی دومی به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

$$x^2 + \mu x + 1 = 0 \implies x = \lambda = \frac{-\mu}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\mu^2 - 4}$$

پاسخ‌های این معادله به صورت زیر است:

$$\begin{cases} \lambda_1 = -\frac{\mu}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\mu^2 - 4} \\ \lambda_2 = -\frac{\mu}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\mu^2 - 4} \end{cases} \quad (21-4-5)$$

این شکل حل و معادله‌ی دیفرانسیل متناظر آن مشابه معادله‌ی $\nabla \times \nabla \times B = -B$ ولی شکل

تعمیم‌یافته‌ی آن است. پس $\nabla \times \nabla \times B + \mu \nabla \times B + B = 0$ شکل تعمیم‌یافته‌ی معادله‌ی

$\nabla \times \nabla \times B + B = 0$ است که با μ اندازه‌گیری می‌شود.

حال به بررسی پاسخ‌های این معادله می‌پردازیم:

در $\mu = 0$ داریم: $\lambda_{y1} = \pm i$ که یک پاسخ موهومی است و در این حالت میدان در ابررسانا

نفوذ نمی‌کند و نمونه رفتار یک دیامغناطیس کامل به خود می‌گیرد. این شکل بررسی میدان‌های

مغناطیسی را برای نمونه‌ای به شکل یک استوانه به کار می‌بریم و جواب مسئله را ارائه می‌کنیم:

در مختصات هندسه‌ی استوانه‌ای، اگر چنبره را به صورت محدود در نظر بگیریم در

معادله‌ی (20-4-5) داریم:

$$\nabla \times \nabla \times B + \mu \nabla \times B + B = 0$$

$$\nabla (\nabla \cdot B) - \nabla^2 B + \mu \nabla \times B + B = 0$$

$$-\nabla^2 B + B + \mu \nabla \times B = 0 \implies \nabla^2 B - \mu \nabla \times B - B = 0 \quad (22-4-5)$$

برای یافتن پاسخ این معادله باید بحث مختصری از توابع بسل را مطرح کنیم:

معادله‌ی بسل به صورت کلی زیر است:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - \nu^2) y = 0 \quad (23-4-5)$$

که پاسخ آن در حالتی که ν ثابت عدد درست و مثبت یا صفر نباشد به صورت:

$$y = A J_\nu(x) + B J_{-\nu}(x)$$

و در صورتی که ν عدد درست مثبت باشد به صورت زیر در می‌آید:

$$y(x) = A J_n(x) + B y_n(x)$$

در رابطه‌ی فوق:

$$J_n(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r! (n+r)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2r}$$

که:

$$J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{(1!)^2 2^2} + \frac{x^4}{(2!)^2 2^4} - \frac{x^6}{(3!)^2 2^6} + \dots$$

$$J_1(x) = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2^3 \times 1! \times 2!} + \frac{x^5}{2^5 \times 2! \times 3!}$$

و نتیجه می‌گیریم که

$$\frac{d}{dx} J_0(x) = -J_1(x)$$

و اگر در نظر بگیریم که $x = \lambda r$ پس

$$R = A J_0(\lambda_1 r) + B J_0(\lambda_2 r) \quad (24-4-5)$$

پاسخ‌های فوق را در دستگاه مختصات استوانه‌ای بررسی می‌کنیم:

اگر پاسخ مارپیچی را با B_t ، به نشانه‌ی toroidal (مارپیچی) و محوری را با B_a به نشانه‌ی

axial (محوری) و B_p قطبی‌وار Poloidal یا آزیموت نشان دهیم. سپس پاسخ‌های کلی به صورت زیر

درمی آیند:

$$B_t = B_{\text{toroidal}} = A J_0(\lambda_1 r) + P J_0(\lambda_2 r)$$

$$B_p = A J_1(\lambda_1 r) + P J_1(\lambda_2 r) \quad (25-4-5)$$

که در آن‌ها r شعاع متغیر است.

وقتی که $B_r = U_r = 0$ (میدان شعاعی) باشد اصطلاحات $U_t = U_{\text{toroidal}}$ و $U_p = U_{\text{poloidal}}$ با هم یکسان هستند و این پاسخ به طور خودبه‌خود در شرایط صفحه با معادله‌ی $n \cdot B = 0$ صدق می‌کند. ثابت‌های A و P در عبارت (25-4-5) به کمک اطلاعات اضافی تعیین می‌شوند. مثلاً برای نمونه B_t و B_p در $r = a$ ، شعاع نمونه است.

برای روشن‌شدن مطالب فوق، با توجه به آزمایش انجام‌شده در مرجع [17] به بیان آزمایش زیر می‌پردازیم:

فرض می‌کنیم یک نمونه‌ی استوانه‌ای شکل که در میدان مغناطیسی محوری (مارپیچی) غوطه‌ور است،

الف- اگر $\mu = 0$ را انتخاب کنیم، $(\lambda = i)$ یعنی ریشه‌ی میدان، موهومی است. در موافقت با معادله‌ی لندن، میدان از نمونه طرد می‌شود و در این مورد جریان مارپیچی ($U_t = 0$) است. وقتی که μ افزایش می‌یابد، تغییر مختصری در میدان به وجود می‌آید تا به μ از مرتبه‌ی 1 برسیم.

ب- وقتی که $\mu = 1/25$ می‌شود، میدان مارپیچی (B_t) در داخل نمونه‌ی ابررسانا نفوذ می‌کند و همراه با آن جریان مارپیچی U_t ظاهر می‌شود.

وقتی که μ به طرف عدد 2 می‌رود، از بین رفتن خاصیت دیامغناطیس ادامه می‌یابد.

ج- اما وقتی $\mu = 1/85$ است، میدان‌های B_t و B_p در سراسر ناحیه ظاهر می‌شوند.

د- وقتی که $\mu \geq 2$ ، λ_1 و λ_2 حقیقی می‌شوند و ساختارهای میدان پارامغناطیس می‌شود و انحراف کامل از میدان‌های لندن ظاهر می‌شود. محاسبات عددی به وضوح نشان می‌دهند که به یک جریان مارپیچی نیاز داریم تا میدان پیچیده‌ی تعمیم‌یافته‌ی ایجاد کنیم. [17]

پیشنهاد می‌شود که یک نمونه‌ی استوانه‌ای شکل از یک ماده‌ی ابررسانای نوع اول تهیه و

سرد شود.

سپس اگر در آستانه‌ی میدان بحرانی، همراه با غوطه‌ورکردن نمونه در میدان مغناطیسی، جریان محوری ایجاد شود و نمونه به طور ناگهانی تا زیر دمای بحرانی سرد شود، می‌توان ملاحظه کرد که آیا میدان مغناطیسی از نمونه طرد می‌شود یا خیر؟ هر کدام از دو پاسخ جالب توجه خواهد بود.

نتیجه گیری

با تعریف میدان مغناطیسی تعمیم‌یافته به بررسی تحول زمانی این میدان می‌پردازیم و به

رابطه‌ی زیر می‌رسیم:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \nabla \times [U \times S]$$

بر اساس پاسخ‌های معادله‌ی فوق می‌توانیم به دسته‌بندی ابررساناها بپردازیم:

۱_ یکی از پاسخ‌های معادله‌ی فوق $S = 0$ است که در این صورت:

$$B - \nabla \times U = 0$$

که از رابطه‌ی فوق معادله‌ی معروف لندن حاصل می‌شود:

$$\nabla^2 B + B = 0$$

۲_ اگر $S \neq 0$ باشد، در این صورت با استفاده از روش حل دینامیکی سعی می‌کنیم پاسخ‌های

معادله‌ی تحول زمانی را پیدا کنیم:

در این راستا به تعریف ماریچ تعمیم‌یافته می‌پردازیم که برابر: $\int P \cdot S dV = \sigma g$ می‌باشد.

الف_ میدان‌هایی که $\sigma g = 0$ دارند، میدان ساده نامیده می‌شوند.

ب_ میدان‌هایی که $\sigma g \neq 0$ دارند، میدان پیچیده نامیده می‌شوند.

به کمک حساب وردشی معادله‌ی تعمیم یافته‌ی لندن را پیدا می‌کنیم و نشان می‌دهیم که

دو پاسخ کلی به صورت زیر دارد:

$$\begin{cases} \lambda_1 = -\frac{\mu}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\mu^2 - 4} \\ \lambda_2 = -\frac{\mu}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\mu^2 - 4} \end{cases}$$

در $\mu = 0$ این معادلات پاسخ موهومی دارند که همان حالت دیامغناطیس است. وقتی که μ افزایش می‌یابد (بین صفر تا ۲) با وجود این که حالت ابررسانایی برقرار است، میدان به درون ابررساناهای نوع اول هم نفوذ می‌کند. به این ترتیب با تغییر μ به ابررساناهای نوع اولی دست پیدا می‌کنیم که میدان در درون آن‌ها نفوذ می‌کند.

منابع فارسی

- ۱_ مقدمه‌ای بر ابررسانایی، آ. س. روزی اینز و ای. اچ. رادریک، دکتر حمیدرضا مهاجری مقدم، انتشارات آستان قدس رضوی، مشهد، ۱۳۷۲ ش.
- ۲_ صفر مطلق، کورت مندلسون، مرتضی قریب، انتشارات انجمن فیزیک ایران، تهران، ۱۳۷۱ ش.
- ۳_ پیشرفت‌های ابررسانایی دمای بالا، دکتر محمد اخوان و زهرا سادات یمنی، انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ۱۳۸۱ ش.
- ۴_ فیزیک حالت جامد، ج. آر. هوک و اچ. ای. هال، دکتر هادی اکبرزاده و دکتر علی‌اکبر بابایی و دکتر مهدی صفا، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ۱۳۷۹ ش.
- ۵_ نظریه و کاربردهای مکانیک آماری، دکتر علی‌اکبر رجبی، دانشگاه شاهرود، شاهرود، ۱۳۸۰ ش.
- ۶_ فیزیک حالت جامد، علی عمر، غلامرضا نبیونی، انتشارات دانشگاه اراک، اراک، ۱۳۸۰ ش.
- ۷_ فیزیک ابررساناها، و. و. اشمیت و پ. مولر و آ. و. آستینوف، دکتر ناصر تجبر، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ۱۳۷۹ ش.
- ۸_ ابررسانایی؛ اساس و کاربردهای آن، ورنر باکل، دکتر نوشین برادران سید، انتشارات دانشگاه تبریز، تبریز، ۱۳۷۸ ش.
- ۹_ ابررسانایی به بیان ساده، وی. ال. گینزبرگ و ای. ا. آندریوشین، افروز جعفری‌نور، انتشارات جهاد دانشگاهی، اصفهان، ۱۳۷۸ ش.
- ۱۰_ روش‌های ریاضی در فیزیک، جورج آرفکن، محی‌الدین شیخ‌الاسلامی، مرکز نشر دانشگاهی،

تهران، ۱۳۷۵ ش.

۱۱- مبانی نظریه‌ی الکترومغناطیس، جان. ر. ریتس و فردریک میلفورد و رابرت کریستی، جلال صمیمی، مرکز نشر دانشگاهی، تهران، ۱۳۷۶ ش.

۱۲- الفبای فیزیک پلاسما، ل. آرتزیموویچ، دکتر محمود قرآن‌نویس، انتشارات ابجد، تهران، ۱۳۷۵ ش.

۱۳- مکانیک، کیث ر. سایمون، اعظم نیرومند راد و غلامحسین همدانی، انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ۱۳۷۷ ش.

۱۴- مکانیک تحلیلی، گرانت ر. فولز، مهدی کاشانی حصار، چاپ گلشن، تهران، ۱۳۶۹ ش.

۱۵- مهندسی کنترل، کاتسو هیکو اوگاتا، محمود دیانی، موسسه‌ی علمی- فرهنگی نص، تهران، ۱۳۷۷ ش.

منابع لاتين

16. Harcourt Brace and Javanovich, High-temperature superconductivity an introduction, Ceralcl Buns Academic Press, Boston, 1992.
17. S. M. Mahajan, Can "Superconductor" always expel the generalized magnetic field?, The University of Texas, Texas, USA, 1998.

ABSTRACT:

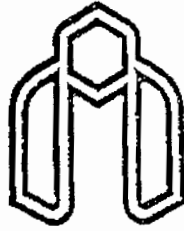
It has stated different ideas about justifying of superconductors behaviour, among them is London theory that ponders superconductors behaviour in classical way completely.

A new method has suggested in this dissertation for justifying of superconductors behaviour is the applying of Lagrange equations for charge carriers in superconductors.

We have introduced a field named generalized field by using of this method that this field has the whole qualities of B magnetic field, among others its divergence is zero.

Then we contemplate of time change of generalized field and in this consideration we come into conjunction with a fixed quality named magnetic generalized helical that it is constant motion .

We have achieved a differential equation that it is generalized form of London equation and its solution shows magnetic field penetrate into superconductors for some specified quantities of generalized helical.



Industrial Shahrood University
Physics College

Title:

**Can a superconductor always expel
a magnetic field?**

Authoring:

Sohrab Haydari

Guidance Counselor:

Dr. Gholam Hosein Sodir Abedi

**Dissertation for taking Master of Art
In field of Solid-State Physics**

October 2004